

ANALYSE DER STRUKTURBILDUNG IN TURBULENTEN
MISCHKONVEKTIONSSTRÖMUNGEN AUF BASIS DIREKTER
NUMERISCHER SIMULATIONEN

TIM WETZEL

ANALYSE DER STRUKTURBILDUNG IN TURBULENTEN
MISCHKONVEKTIONSSTRÖMUNGEN AUF BASIS DIREKTER
NUMERISCHER SIMULATIONEN

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt der
Fakultät für Maschinenbau der
Technischen Universität Ilmenau

von

Herrn M.Sc.

TIM WETZEL

geboren am 9. August 1987
in Schleswig

1. Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Claus Wagner
2. Gutachter: PD Dr. rer. nat. habil. Thomas Boeck
3. Gutachter: Dr.-Ing. Daniel Feldmann

Tag der Einreichung: 18.02.2020

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 14.09.2020

Tim Wetzel: *Analyse der Strukturbildung in turbulenten Mischkonvektionsströmungen auf Basis direkter numerischer Simulationen*, Dissertation, © 29. Januar 2020

I hear you say 'Why?' Always 'Why?' You see things;
and you say 'Why?' But I dream things that never were;
and I say 'Why not?'

- George Bernard Shaw, Back to Methuselah

ABSTRACT

For this thesis the interactions between turbulent flow structures were investigated in turbulent mixed convection flows with buoyancy forces. The mixed convection flow in a differentially heated vertical channel was analysed with respect to the thermally induced attenuation and enhancement of the turbulent velocity, pressure and temperature fluctuations by means of direct numerical simulations. A comprehensive explanation for this effect was developed, that has not been available in the literature to this day. It could be shown that the relative velocities between the turbulent flow structures are reduced near the heated channel wall due to their different temperatures. Vice versa, the relative velocities between the flow structures are increased near the cooled channel wall. The changes in relative velocities between the structures directly affect the internal shear layers of the flow. Thus, the redistribution of turbulent fluctuating energy from the streamwise velocity fluctuations to the other velocity components is decreased near the heated wall and increased near the cooled wall. The wall-normal momentum transport is also decreased and increased, which in turn leads to reduced and enhanced production of turbulent velocity fluctuations in the streamwise velocity component. In total, this results an overall attenuation of turbulent velocity fluctuations near the heated channel wall and an overall enhancement near the cooled channel wall. The attenuation and enhancement of the velocity fluctuations are accompanied by an elongation and reduction of the turbulent flow structure lengths, while their separation is not affected.

The mixed convection flow in a rectangular enclosure with an inlet and outlet channel was simulated by means of direct numerical simulations and analysed with regard to the flow patterns. It could be shown that the direct numerical simulations are capable of reasonably predicting the large-scale flow structures qualitatively and quantitatively in comparison with the results of experimental investigations. Thus, the applied simulation technique is a viable option for simulating this type of flow and the results can later be used for detailed analyses of questions that may arise when experimental techniques are incapable of providing insight into the needed flow quantities, e.g. in near-wall regions or for very finely resolved flow structures.

KURZFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wurden die Interaktionen zwischen Strömungsstrukturen in turbulenten Mischkonvektionsströmungen untersucht. Mithilfe von direkten numerischen Simulationen eines differentiell beheizten vertikalen Kanals wurde die Strömung im Hinblick auf die thermisch induzierte Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeits-, Druck- und Temperaturfluktuationen analysiert. Es wurde eine umfassende physikalische Erklärung der Dämpfung und Anfachung erarbeitet, die bisher in der Literatur nicht vorhanden war. Dabei konnte gezeigt werden, dass die Relativgeschwindigkeiten der turbulenten Strömungsstrukturen aufgrund ihrer unterschiedlichen Temperaturen in der Nähe der beheizten Kanalwand reduziert und in der Nähe der gekühlten Wand erhöht werden. Die Veränderungen der Relativgeschwindigkeiten zwischen diesen Strukturen wirken sich unmittelbar auf die internen Scherschichten der Strömung aus und verringern und erhöhen die Umverteilung von fluktuierender turbulenter Energie von der Hauptströmungsrichtung in die anderen beiden Richtungen. Dadurch wird auch der wandnormale Energietransport verringert bzw. erhöht, was zu entsprechenden Veränderungen in Bezug auf die Produktion fluktuierender turbulenter Energie führt. Der Kreislauf des Energietransportes wird insgesamt so verändert, dass die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen an der beheizten Wand verringert und an der gekühlten Wand erhöht werden. Damit einhergehend werden die turbulenten Strömungsstrukturen in der Nähe der beheizten Wand länger und in der Nähe der gekühlten Wand kürzer, während ihre Breite in allen betrachteten Fällen nahezu konstant ist.

Basierend auf direkten numerischen Simulationen einer belüfteten Mischkonvektionszelle wurde die Strömung analysiert und die Struktur der großskaligen Strömungsstrukturen im gesamten Rechengebiet diskutiert. Dadurch konnte gezeigt werden, dass die direkten numerischen Simulationen in der Lage sind, die Strömungsstrukturen im Vergleich mit Ergebnissen experimenteller Untersuchungen sowohl qualitativ als auch quantitativ gut abzubilden. Damit ist zum einen sichergestellt, dass das verwendete Simulationsverfahren physikalisch richtige Ergebnisse liefert und dass diese zum anderen zukünftig für die detaillierte Analyse der physikalischen Vorgänge in der Mischkonvektionszelle verwendet werden können.

ERKLÄRUNG

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Bei der Auswahl und Auswertung folgenden Materials haben mir die nachstehend aufgeführten Personen in der jeweils beschriebenen Weise ~~entgeltlich~~ / unentgeltlich ¹ geholfen:

1. Prof. Claus Wagner hat mich in seiner Rolle als Doktorvater und fachlicher Betreuer dieser Arbeit im üblichen Umfang durch themenbezogene Diskussionen unterstützt.
2. Die Arbeit wurde von meinen Kollegen Annika Köhne und Jason Blinstrub im Hinblick auf Rechtschreibung, Grammatik und Form korrekturgelesen.
3. Einige der verwendeten Python-Skripte für die statistischen Auswertungen basieren auf Matlab-Skripten, die mir von meinem Kollegen Christian Bauer freundlicherweise zur Verfügung gestellt wurden.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich bin darauf hingewiesen worden, dass die Unrichtigkeit der vorstehenden Erklärung als Täuschungsversuch bewertet wird und gemäß § 7 Abs. 10 der Promotionsordnung den Abbruch des Promotionsverfahrens zur Folge hat.

Göttingen, 29. Januar 2020

Tim Wetzels

¹ Unzutreffendes bitte streichen

VERÖFFENTLICHUNGEN

Ein Großteil der im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Abbildungen, Ergebnisse und Zusammenhänge wurde teilweise so oder in ähnlicher Form in den folgenden Beiträgen zu Konferenzen oder in Fachzeitschriften veröffentlicht:

1. Czarnota, Tomasz und Wetzel, Tim und Wagner, Claus: "Large Eddy Simulation of Turbulent Thermal Convection Using Different Subgrid-Scale Models", *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics X*. Springer International, (2016)
2. Wetzel, Tim und Wagner, Claus: "Direct Numerical Simulation of Turbulent Mixed Convection in a Vertical Channel for the Assessment of Relaminarization Effects on the Hot Wall", *Turbulence and Interactions*. Springer, (2017)
3. Wetzel, Tim und Wagner, Claus: "Subgrid scale modelling of Relaminarization Effects in a differentially heated channel", *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics XI*. Springer International, (2018), DOI: 10.1007/978-3-319-64519-3
4. Wetzel, Tim und Wagner, Claus: "Momentum and Buoyancy Repartition in Turbulent Mixed Convection", *Direct and Large-Eddy Simulation XI*. Springer International (2019)
5. Wetzel, Tim und Wagner, Claus: "Buoyancy-induced effects on large-scale motions in differentially heated vertical channel flows studied in direct numerical simulations", *International Journal of Heat and Fluid Flow* 75. Elsevier (2019), DOI: 10.1016/j.jheatfluidflow.2018.09.005

DANKSAGUNG

Ich habe in den fast sechs Jahren am Institut für Aerodynamik und Strömungstechnik des DLR Göttingen forschen und meine Kenntnisse nicht nur im Bereich der Strömungsmechanik erweitern können. Im Rahmen dieser Forschungen habe ich meine Dissertation verfasst, die den Abschluss dieser Arbeiten darstellt. Ohne Unterstützung, Ratschläge, Diskussionen und Ablenkungen wäre all dies nicht möglich gewesen und dafür möchte ich mich an dieser Stelle bedanken.

Zunächst gilt mein Dank meinem Doktorvater Claus Wagner, der mir die Möglichkeit gegeben hat, diese Arbeit zu verfassen. Die Freiheiten, die er mir gewährt hat, die anregenden Diskussionen, die wir führen konnten und seine kritischen Anmerkungen zu diesem Text haben mir sehr geholfen.

Weiterhin möchte ich Thomas Boeck und Daniel Feldmann herzlich dafür danken, dass sie die weitere Begutachtung meiner Dissertation übernommen haben. Auch den anderen Mitgliedern des Promotionskommittees, Stefan Sinzinger, Christian Cierpka und Christian Weber spreche ich meinen Dank für das Wahrnehmen dieser Aufgabe aus.

Speziell meinen Kollegen Phillip Bahavar, Christian Bauer, Andre Bauknecht, Christian Brückner, Alexander Buhr, Gerrit & Daniela Heine, Doris Henze, Annika Köhne, Thomas Köthe, Michael Mommert, Max Müller, Daniel Schiepel, Daniel Schmeling, Lars Siegel, Keith Weinman und Felix Werner möchte ich dafür danken, dass sie immer entweder mit einem offenen Ohr oder Bier für mich da waren. Danke, dass ihr den Büroalltag sowohl mit sinnvollen Diskussionen als auch mit der ein oder anderen Ablenkung spannend gemacht habt!

Abschließend danke ich meinen Eltern Marion und Paul für ihre immerwährende Unterstützung und dafür, dass ich durch sie meine Faszination an Natur und Technik entdecken konnte. Ohne diese Prägung hätte ich mich wahrscheinlich nicht auf die lange Reise in die Wissenschaft begeben. Dafür möchte ich ihnen diese Arbeit widmen.

Hamburg, den 19. Juli 2021

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Forschung	2
1.2.1	Turbulente Strömungsstrukturen	3
1.2.2	Mischkonvektionsströmungen mit Dominanz der erzwungenen Konvektion	8
1.2.3	Mischkonvektionsströmungen mit Dominanz der thermischen Konvektion	15
1.3	Ziele und Aufbau der Arbeit	19
2	THEORETISCHE GRUNDLAGEN	23
2.1	Beschreibung von Strömungen	23
2.2	Verwendete Gleichungen	24
2.2.1	Entdimensionierung der Gleichungen	25
2.2.2	Geometrien und Randbedingungen	26
2.3	Charakteristische Größen	28
2.3.1	Dimensionslose Kennzahlen	29
2.4	Statistische Auswertungsmethoden	31
2.4.1	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen	31
2.4.2	Leistungsdichtespektren	33
2.4.3	Korrelationsfunktionen	34
2.4.4	Wirbelkriterien	35
3	NUMERISCHES VERFAHREN	37
3.1	Allgemeine Beschreibung	37
3.2	Diskretisierung der Gleichungen	37
3.2.1	Räumliche Diskretisierung	37
3.2.2	Zeitliche Diskretisierung	41
3.2.3	Vorgabe des mittleren Druckterms	42
3.3	Behandlung des fluktuierenden Druckterms	43
3.3.1	Lösung der Poisson-Gleichung	44
3.4	Parallelisierung	45
4	DIFFERENTIELL BEHEIZTER VERTIKALER KANAL	47
4.1	Aufbau der Simulationen	47
4.2	Übersicht	49
4.3	Einpunkt-Statistiken	64
4.4	Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors	71
4.5	Dreidimensionale Zweipunktkorrelationsfunktionen	79
4.6	Leistungsdichtespektren und vormultiplizierte Leistungsdichtespektren	86
4.7	Quadrantenanalyse	90
4.8	Bedingte statistische Momente	93
5	RECHTECKIGE MISCHKONVEKTIONSZELLE	99
5.1	Übersicht	100

5.2	Mittleres Strömungsverhalten	102
5.3	Vergleich zwischen Simulationsergebnissen und experimentellen Ergebnissen	107
6	FAZIT	117
6.1	Zusammenfassung	117
6.1.1	Mischkonvektionsströmung im vertikalen Kanal	117
6.1.2	Mischkonvektionsströmung in der belüfteten Zelle	118
6.2	Schlussfolgerungen	119
	LITERATUR	125

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1	Wandabstände der verschiedenen Schichten und Regionen einer turbulenten Kanalströmung als Funktionen der Reynolds-Zahl. Die physikalische Breite der Schichten sinkt mit zunehmender Reynolds-Zahl, bleibt in Wandeinheiten allerdings konstant. Reproduziert aus Pope [66].	4
Abbildung 2	Skizze des selbsterhaltenden Prozesses wandnaher Turbulenz, Reproduktion nach Kim et al. [45]	7
Abbildung 3	Schematische Darstellung der großskaligen Strömungsstrukturen in der belüfteten Mischkonvektionszelle. Durch den Einfluss der thermischen Konvektion bilden sich vier großskalige Konvektionsrollen über die x_2 -Richtung der Zelle aus (a). Diese rotieren in der x_1 - x_3 -Ebene entweder gegen den Uhrzeigersinn (b) oder im Uhrzeigersinn (c) und bilden dadurch eine sogenannte Kurzschlussströmung zwischen dem Ein- und Auslasskanal. Angepasst aus Schmeling et al. [71]	17
Abbildung 4	Skizze der Geometrie des vertikalen Kanals. Zwischen zwei vertikalen Platten mit differentieller Beheizung im Abstand δ strömt das Fluid gegen die Gravitationsbeschleunigung.	27
Abbildung 5	Skizze der belüfteten Mischkonvektionszelle.	28
Abbildung 6	caption	32
Abbildung 7	Finite-Volumen-Zelle mit den Bezeichnungen des Zellmittelpunktes, der Gitterweiten und der Zellgrenzflächen	38
Abbildung 8	Schematische Darstellung des versetzten Gitters anhand einer skalaren Zelle (grau) und einer u_1 -Zelle (rosa).	39
Abbildung 9	caption	49
Abbildung 10	Dreidimensionale Darstellung des Strömungsfeldes für Fall 2. Die Farbskala repräsentiert die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung x_1 . Gezeigt sind drei Schnittebenen durch das Strömungsfeld, die einen qualitativen Eindruck der Erstreckung von Strömungsmerkmalen in Strömungs- und wandnormaler Richtung liefern.	50

- Abbildung 11 Dreidimensionale Darstellung von Isokonturflächen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung für $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. Die Abstufungen der Konturflächen sind jeweils das 0,9-, 0,7-, 0,5- und das 0,4-fache der maximalen und minimalen Fluktuationen, ihre Deckkraft beträgt 40 %. Die roten Bereiche repräsentieren Fluid mit positiven, die blauen Bereiche Fluid mit negativen Fluktuationenwerten. Die Grafiken sind an einer wandparallelen Ebene bei $\hat{x}_3/\hat{\delta} = 0.3$ geteilt und so ausgerichtet, dass die Sicht auf die beheizte Wand (links) und die gekühlte Wand (rechts) frei ist. Das Fluid strömt in Richtung der x_1 -Achse. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien. 51
- Abbildung 12 Dreidimensionale Darstellung von Isokonturflächen der Temperaturfluktuationen θ' für $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. Die Grafik ist äquivalent zu Abbildung 11 aufgebaut. 52
- Abbildung 13 Isokonturflächen der Vortizität für $|\omega'^+| = 0,55$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien. 55
- Abbildung 14 Isokonturflächen des λ_2 -Kriteriums für $|\lambda_2| = -0,03$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien. 56
- Abbildung 15 Isokonturflächen des Rortex-Kriteriums für $|R| = 0,15$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien. 57
- Abbildung 16 Isokonturen der Druckfluktuationen p'^+ mit vektorieller Darstellung des fluktuierenden Geschwindigkeitsfeldes in der Ebene (a) im Vergleich mit Isokonturflächen der Vortizität (b), Isokonturflächen des λ_2 -Kriteriums (c) und Isokonturflächen des Rortex-Kriteriums (d). Die Isokonturen der Wirbelkriterien in (b) – (d) sind entsprechend der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen eingefärbt. Die dreidimensionalen Isokonturen der schnellen *Streaks* sind rot, die langsamen blau eingefärbt. Die Strukturen in der Mitte der Bilder finden sich in den Abbildungen 11 und 13 - 15 im grün umrandeten Bereich wieder. 58

- Abbildung 17 Instantane Geschwindigkeits- und Scherfluktuationen normiert mit u_τ^* sowie instantane Temperaturfluktuationen in einer Schnittebene $x_3^* = 15$ in der mitläufigen Strömung für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ (Fall 2). Die Farbskalen der Konturflächen sind auf die Minimal- und Maximalwerte der Strömungsgrößen in der gegenläufigen Strömung bezogen. Die gestrichelten Linien stellen die Isokonturen für $u_1'^* = 0$ dar. 61
- Abbildung 18 Instantane Geschwindigkeits- und Scherfluktuationen normiert mit u_τ^* sowie instantane Temperaturfluktuationen in einer Schnittebene $x_3^* = 276$ in der gegenläufigen Strömung für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ (Fall 2). Die gestrichelten Linien stellen die Isokonturen für $u_1'^* = 0$ dar. 62
- Abbildung 19 Konturen der lokalen Druckfluktuationen in Schnittebenen senkrecht zur spannwitigen Strömungsrichtung bei $x_2^* = 861,8$ zusammen mit den Nulldurchgängen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung (gestrichelte Linien) und Vektordarstellungen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung. 63
- Abbildung 20 Zeitreihen der Wandschubspannungen an der beheizten (rot) und gekühlten Wand (blau) in Fall 2. Dargestellt sind die Gesamtmittelwerte (—, —) an der beheizten und gekühlten Wand, die entsprechenden gleitenden Mittelwerte (- - -, - - -) sowie die instantanen Zeitreihen der Wandschubspannungen (- - -, - - -). Die Standardabweichungen der Wandschubspannungen sind als blass-rote Flächen hinter den Kurven dargestellt. Die Aufnahme der statistischen Momente beginnt bei $t^* \approx 50$, der gleitende Mittelwert der Wandschubspannungen weicht ab dort maximal um 0,42% vom Gesamtmittelwert ab, was ca. 17% der Standardabweichung entspricht. 65
- Abbildung 21 Wandnormale mittlere Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponenten in Strömungsrichtung in linearer (links) und logarithmischer Darstellung (rechts). Die Profile sind mit der jeweils lokalen Wandschubspannungsgeschwindigkeit normiert. Profile der mitläufigen Strömung sind rot, die der gegenläufigen Strömung blau eingefärbt. —: $Gr = 0$, ·····: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, - - -, - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - ····, - ····: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 65
- Abbildung 22 Profile der turbulenten kinetischen Energie (links) und der Reynoldsschen Schubspannungen (rechts). Die Profile sind mit der jeweils lokalen Wandschubspannung normiert. —: $Gr = 0$, ·····: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, - - -, - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - ····, - ····: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 67

- Abbildung 23 Root Mean Square (RMS)-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung. —: $Gr = 0$, \cdots , \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 67
- Abbildung 24 RMS-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Querströmungsrichtung. —: $Gr = 0$, \cdots , \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 68
- Abbildung 25 RMS-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in wandnormaler Richtung. —: $Gr = 0$, \cdots , \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 68
- Abbildung 26 RMS-Profile der Komponenten des turbulenten Scherfluktuationstensors $s_{ij,rms}^{'+}$. —: $Gr = 0$, \cdots , \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 69
- Abbildung 27 Profile der Druckfluktuationen. —: $Gr = 0$, \cdots , \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 70
- Abbildung 28 caption 70
- Abbildung 29 Profile der Bilanzterme für die turbulente kinetische Energie bei $Gr = 9 \cdot 10^5$ in der mit- und gegenläufigen Strömung. —: Produktion, \cdots : Auftriebsproduktion, —: Druckdiffusion, —: turbulente Diffusion, —: viskose Diffusion, ---: viskose Dissipation, ---: Residuum, \times : Vergleichsdaten von Kasagi und Nishimura [43]. 73
- Abbildung 30 caption 74
- Abbildung 31 caption 74
- Abbildung 32 caption 74
- Abbildung 33 caption 75
- Abbildung 34 Profile des Produktionsterms P_{11} , des Dissipationsterms ϵ_{11} , der Druck-Scher-Korrelationen Π_{11} , Π_{22} , Π_{33} und des Druckdiffusionsterms PD_{33} aus den Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors. Die Profile sind mit lokalen Wandeinheiten skaliert. Die Profile der mitläufigen Strömung sind rot, die der gegenläufigen Strömung sind blau und das Vergleichsprofil der isothermen Strömung ist schwarz eingefärbt. \cdots : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, $---$: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, $---$: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 78

- Abbildung 35 Isokonturflächen von dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen der Geschwindigkeitskomponenten in Strömungs-, Querströmungs und wandnormaler Richtung (von oben nach unten) in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts) für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$. Dargestellt sind Isokonturflächen für das 0,9- und 0,5-fache der Maxima und Minima der Funktionen sowie zusätzlich für das 0,2-fache des Maximums. An den jeweiligen Korrelationsfunktionen ist zusätzlich die Erstreckung der Strukturen λ_{1+} in Strömungsrichtung sowie die Erstreckung λ_2^+ in Querströmungsrichtung bzw. in λ_3^+ in wandnormaler Richtung angegeben. 80
- Abbildung 36 Isokonturen der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+ = 0, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+,ref} = 15)$ in Schnittebenen für Fall 1 (oben), Fall 2 (mittig) und Fall 3 (unten) der drei fluktuierenden Geschwindigkeitskomponenten $u_1'^+$ (links), $u_2'^+$ (mittig) und $u_3'^+$ (rechts). Dargestellt sind die Korrelationsfunktionen des jeweiligen Falles in durchgezogenen Konturlinien, die von Fall 0 zum Vergleich als gestrichelte Konturlinien. Die linke Seite ($\Delta_2^+ < 0$) jeder Abbildung stellt die Korrelationsfunktion in der mitläufigen Strömung, die rechte Seite ($\Delta_2^+ > 0$) die Korrelationsfunktion in der gegenläufigen Strömung dar. 83
- Abbildung 37 Isokonturen der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+ = 0, x_3^+, x_3^{+,ref} = 15)$ in Schnittebenen. Die Legende entspricht der von Abbildung 36. 84
- Abbildung 38 Prinzipskizze der Gebiete positiver und negativer Werte von R_{11} , R_{22} und R_{33} in Schnittebenen. Die farbliche Zuordnung der Korrelationen entspricht der in Abbildung 35. Zusätzlich sind die Strömungsrichtungen des Fluids exemplarisch für einen *Sweep* (a) bzw. eine *Ejection* (b) zusammen mit den entstehenden Wirbeln dargestellt. 85
- Abbildung 39 Energiedichtespektren $E_{ii}(k_1^+)$ (links) und vormultiplizierte Energiedichtespektren $k_1^+ E_{ii}(\lambda_1^+)$ (rechts) entlang der Strömungsrichtung $u_1'^+$, $u_2'^+$, $u_3'^+$ und θ' (von oben nach unten). —: $Gr = 0$;: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$; ----, - - : $Gr = 9 \cdot 10^5$; ----, - - : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ jeweils rot in der mitläufigen und blau in der gegenläufigen Strömung. 87
- Abbildung 40 Energiedichtespektren $E_{ii}(k_2^+)$ (links) und vormultiplizierte Energiedichtespektren $k_2^+ E_{ii}(\lambda_2^+)$ (rechts) entlang der Querströmungsrichtung $u_1'^+$, $u_2'^+$, $u_3'^+$ und θ' (von oben nach unten). —: $Gr = 0$;: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$; ----, - - : $Gr = 9 \cdot 10^5$; ----, - - : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ jeweils rot in der mitläufigen und blau in der gegenläufigen Strömung. 88

- Abbildung 41 Kombinierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung in einem Wandabstand von 15 Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung. Die gepunkteten Linien repräsentieren die PDF für Fall 0, die durchgezogenen Linien die PDF für Fall 2 und die gestrichelten Linien die Hyperbeln, für die Werte $\sqrt{u_1^* u_1^*} \sqrt{u_3^* u_3^*} |_{x_3^*}$ im Wandabstand x_3^* . Die Farbkodierung gibt die Werte der PDF an. 91
- Abbildung 42 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des turbulenten Wärmestroms in Strömungsrichtung an einem Wandabstand von jeweils 15 mittleren Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung. 92
- Abbildung 43 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des turbulenten Wärmestroms in wandnormaler Richtung an einem Wandabstand von jeweils 15 mittleren Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung. 93
- Abbildung 44 Bedingte mittlere Strömungsgeschwindigkeiten warmen Fluids (rot) und kalten Fluids (blau) zusammen mit der mittleren Geschwindigkeit für $Gr = 0$, markiert ist $x_3^+ = 15$. —: $\langle u_1^+ \rangle$, —: $\langle u_1^+ \rangle_{|\theta \leq -0,05}$ —: $\langle u_1^+ \rangle_{|\theta \geq 0,05}$ für $Gr = 0$; ·····, ·····: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$; - - -, - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$; ·····, ·····: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$. 96
- Abbildung 45 rms-Werte der Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung bedingt nach warmen und kalten Fluidregionen in der mit- und gegenläufigen Strömung. Die Legende entspricht der in Abbildung 44. 96
- Abbildung 46 rms-Werte der wandnormalen Geschwindigkeiten bedingt nach warmen und kalten Fluidregionen in der mit- und gegenläufigen Strömung. Die Legende entspricht der in Abbildung 44. 97
- Abbildung 47 Wärmeströme (linke Ordinate, —: konvektiver Einlasswärmestrom, —: konvektiver Auslasswärmestrom, —: diffusiver Wärmestrom an der Deckenplatte, —: diffusiver Wärmestrom an der Bodenplatte, —: Summe der Wärmeströme) und volumengemittelte Temperatur (rechte Ordinate, —) in der Zelle. 101
- Abbildung 48 Stromlinienvisualisierung des mittleren Geschwindigkeitsfeldes $\langle u_i \rangle_t$ in der Zelle. Die Linien gehen vom Einlass der Zelle aus und sind mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente u_1 eingefärbt. Die Vektorpfeile deuten die Strömungsrichtung entlang der Linien an. 103

- Abbildung 49 Isokonturflächen der Geschwindigkeitsmagnitude $\langle |u_i| \rangle_t = 0,17$ eingefärbt mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente $\langle u_1 \rangle_t$. Die Isokonturflächen an der Vorderwand und der Decke sind ausgeblendet, um die großskaligen Strukturen im Inneren der Zelle sichtbar zu machen. 103
- Abbildung 50 Isokonturflächen der mittleren Temperatur $\langle \theta \rangle_t \in \{-0,5; -0,4; -0,3\}$ eingefärbt mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente $\langle u_1 \rangle_t$. 104
- Abbildung 51 Farbkonturen der zeitlich gemittelten Wandschubspannungen $\langle \tau_w \rangle_t$ in x_3 -Richtung an der Deckenplatte (oben) und Bodenplatte (unten) der Zelle. Die durchgezogenen Konturlinien markieren $\tau_w = 0$. 105
- Abbildung 52 Farbkonturen der zeitlich gemittelten Wandschubspannungen $\langle \tau_w \rangle_t$ in x_2 -Richtung an der Deckenplatte (oben) und Bodenplatte (unten) der Zelle. Die durchgezogenen Konturlinien markieren $\tau_w = 0$. 106
- Abbildung 53 Isokonturflächen des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsbetrages $\langle |u_i| \rangle_t = 0,15$. Links: Ergebnisse der DNS aus der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse der tomographischen PIV von Mommert [61]. 108
- Abbildung 54 Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen als Vektordarstellung der Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 in der Ebene ergänzt durch die Farbkonturen der senkrecht dazu stehenden Geschwindigkeitskomponente u_2 . Die Schnittebenen sind oben beginnend bei $x_2 = 0,1$ (a), $x_2 = 0,3$ (b) und $x_2 = 0,5$ (c) aufgenommen. Links: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse aus Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61]. 113
- Abbildung 55 Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen als Vektordarstellung der Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 in der Ebene ergänzt durch die Farbkonturen der senkrecht dazu stehenden Geschwindigkeitskomponente u_2 . Die Schnittebenen sind oben beginnend bei $x_2 = 0,7$ (a), $x_2 = 0,9$ (b) und $x_2 = 1,1$ (c) aufgenommen. Links: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse aus Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61]. 114
- Abbildung 56 Vergleiche zwischen DNS- und PIV-Ergebnissen anhand der Profile von u_1 entlang einer waagerechten Linie $x_1 = 0,5$ (links) und anhand von u_3 entlang einer senkrechten Linie $x_3 = 0,5$ (rechts) in den Schnittebenen $x_2 \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,1\}$ von oben nach unten. —: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, * Ergebnisse aus den Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61]. 115

Abbildung 57 Differenzgeschwindigkeiten $\Delta u_i = u_i^{PIV} - u_i^{DNS}$ von DNS- und PIV-Ergebnissen von Mommert [61] anhand der Profile von Δu_1 an einer waagerechten Linie $x_1 = 0,5$ (links) und anhand von Δu_3 an einer senkrechten Linie $x_3 = 0,5$ (rechts) in den Schnittebenen $x_2 \in \{0, 1; 0, 3; 0, 5; 0, 7; 0, 9; 1, 1\}$ von oben nach unten. —: Differenzgeschwindigkeit, ■: Standardabweichung σ_i^{PIV} der PIV-Daten, ■: zweifache Standardabweichung $2\sigma_i^{PIV}$ der PIV-Daten. 116

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 1	Dimensionslose Strömungsvariablen	25
Tabelle 2	Zeitinterpolationsfaktoren für das verwendete Euler-Leapfrog-Verfahren	42
Tabelle 3	Simulationsfälle und dimensionlose Parameter	48
Tabelle 4	Gitterauflösungen	48
Tabelle 5	Übersicht über die statistischen Parameter der Wandschubspannungen	64
Tabelle 6	Spannweichter Abstand zwischen den Minimal- und Maximalwerten der Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+.ref} = 15)$ Geschwindigkeitskomponenten in Strömungs- und wandnormaler Richtung in der mit- und gegenläufigen Strömung	85
Tabelle 7	Minimalwerte der Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+.ref} = 15)$ aller Geschwindigkeitskomponenten in der mit- und gegenläufigen Strömung	86

SYMBOLVERZEICHNIS

Römische Buchstaben

ΔT	Temperaturdifferenz
Δx_i	Separationslänge
\dot{V}	Volumenstrom
$\frac{dP}{dx}$	Druckgradient
A	Fläche
Ar	Archimedes-Zahl, vgl. Richardson-Zahl

d_h	hydraulischer Durchmesser
e	Euler-Zahl
e	Gesamtenergie
E_{ij}	Leistungsdichtespektrum
f_i	Kraftvektor
g	Gravitationsbeschleunigung
Gr	Grashof-Zahl
K	Aspektverhältnis
k	Wellenzahl
L	Intervalllänge
L_{ij}	Geschwindigkeitsgradiententensor
n	Zählvariable
Nu	Nusselt-Zahl
p	Druck
$p()$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
p_m	mittlerer Druck
q_i	Wärmestromvektor
R_i	Rortex-Vektor
R_{ij}	Korrelationskoeffizientenverteilung
Re	Reynolds-Zahl
Ri	Richardson-Zahl
S_{ij}	Korrelationsfunktion
s_{ij}	Scherratentensor
T	Temperatur
t	Zeit
u_i	Geschwindigkeitskomponente
u_τ	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
V	Volumen
w	innere Energie

x_i Räumliche Koordinate

Pr Prandtl-Zahl

Griechische Buchstaben

β thermischer Ausdehnungskoeffizient

δ Wandabstand

δ_{ij} Kronecker-Delta

η dynamische Viskosität

κ Wärmeleitfähigkeit

λ_1^+ Wellenzahl in Strömungsrichtung, Streaklänge

λ_2^+ spannweitige Wellenzahl, Streakabstand

ν kinematische Viskosität

ω Strahlungsenergie

ω_i Vortizitätsvektor

Ω_{ij} Rotationsratentensor

ρ Dichte

σ Standardabweichung

θ dimensionslose Temperatur

ξ, χ, ψ allgemeine Strömungsgrößen

Symbole

ℓ Skala, Größenordnung

$\langle \cdot \rangle$ zeitlich und räumlich gemittelte Größe

$|\cdot|$ Betragsfunktion

$\mathcal{F}\{\cdot\}$ Fourier-Transformierte, Fourier-Transformation

\mathcal{N} Normalverteilung

$\|\cdot\|_2$ Euklidische Norm

Subskripte

\cdot_0 Bezugsgröße

\cdot_b mit Bulk-Geschwindigkeit normierte Größe

\cdot_w auf die Wand bezogen

- _{1,2,3} Index der Raumrichtung an einer Größe
- in* auf die Einströmung bezogen
- out* auf die Ausströmung bezogen
- ref* Referenzgröße der Entdimensionierung

Superskripte

- * mit gemittelter Wandschubspannungsgeschwindigkeit normierte Größe
- + mit lokaler Wandschubspannungsgeschwindigkeit normierte Größe
- ^c auf die gekühlte Wand bezogen
- ^h auf die beheizte Wand bezogen
- ' fluktuierende Größe
- ^ dimensionsbehaftete Größe

ABKÜRZUNGEN

- dns** Direkte Numerische Simulation
- fft** Fast-Fourier-Transformation
- fvm** Finite-Volumen-Verfahren
- les** Large-Eddy-Simulation
- nsg** Navier-Stokes-Gleichungen
- pdf** Probability Density Function
- rans** Reynolds-Averaged-Navier-Stokes
- rms** Root Mean Square
- tke** turbulente kinetische Energie

EINLEITUNG

1.1 MOTIVATION

Strömende Fluide werden in der Natur und in technischen Anwendungen durch die Übertragung von Wärme und daraus resultierenden Auftriebskräften beeinflusst.

Wärme kann auf verschiedenen Wegen übertragen werden: durch Wärmeleitung, Wärmestrahlung und Konvektion. Während Wärmeleitung und Wärmestrahlung vorrangig in und zwischen Festkörpern relevant sind, dominiert in Fluiden die Konvektion und ist dort am effizientesten. Strömungen, in denen Wärmeübertragung eine Rolle spielt, werden prinzipiell der thermischen oder erzwungenen Konvektion zugeordnet.

Bei thermischer Konvektion entstehen durch lokale Erwärmung oder Kühlung in einem Fluid so große Dichteunterschiede, dass die Strömung durch die entstehenden Auftriebskräfte angetrieben wird. Thermische Konvektion wird auch als natürliche oder freie Konvektion bezeichnet. Ein erwärmtes Fluidpaket steigt so lange entgegen der Gravitationsbeschleunigung auf, bis seine Temperatur und somit auch seine Dichte der des umgebenden Fluids entsprechen. Die Fluidtemperatur spielt für die Strömung in diesem Fall eine aktive Rolle, da ihre Verteilung einen entscheidenden Einfluss auf die Fluidbewegung hat und eine starke Wechselwirkung zwischen der Temperatur und der Geschwindigkeit des Fluids besteht.

Wird dagegen der Strömung Energie hauptsächlich durch einen vorgegebenen Druckgradienten zugeführt, spricht man von erzwungener Konvektion. Dabei sind die durch die zu- oder mitgeführte Wärme im Fluid entstehenden Auftriebskräfte im Vergleich zur thermischen Konvektion so gering, dass sie keinen signifikanten Einfluss auf die Fluidbewegung haben. In erzwungener Konvektion spielt die Fluidtemperatur somit eine passive Rolle, da sie zwar mit der Strömung transportiert wird, jedoch keinen aktiven Beitrag zu ihrer Entwicklung leistet.

Thermische und erzwungene Konvektion treten in der Realität generell in einer Mischform auf, die als Mischkonvektion bezeichnet wird. Dabei sind die antreibenden Kräfte, die durch erzwungene und thermische Konvektion in einer Strömung hervorgerufen werden, von ähnlicher Größenordnung und die Fluidbewegung wird in Mischkonvektion sowohl durch externe Kräfte als auch durch Dichteunterschiede innerhalb des Fluids beeinflusst.

Technische Anwendungen wie Wärmetauscher, Klimatisierungs- und Belüftungssysteme, Solarthermiekollektoren und Vorrichtungen zur Kühlung elektronischer Bauteile sind einige Beispiele für technische Mischkonvektionsströmungen. Im allgemeinen Fall lassen sich die Strömungen in diesen Anwendungen gut mit existierenden numerischen Methoden berechnen und simulieren. In Strömungen mit vertikaler Ausrichtung ist jedoch die physikalische Auswirkung thermischer Auf-

triebskräfte noch nicht endgültig verstanden und daher schwierig zu modellieren, was numerische Simulationen dieser Strömungen anspruchsvoll macht.

1.2 STAND DER FORSCHUNG

Für die vorgestellten Studien werden an dieser Stelle kurz die wichtigsten charakteristischen Kennzahlen zur Einordnung der Strömungen erläutert. Die genauen Definitionen dieser Kennzahlen folgen in Abschnitt 2. Die Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen sind im Fall der Mischkonvektionsströmungen durch die Reynolds-Zahl Re und die Grashof-Zahl Gr bestimmt. Während die Reynolds-Zahl das Verhältnis zwischen Trägheitskräften und viskosen Kräften in der Strömung darstellt, gibt die Grashof-Zahl das Verhältnis von Auftriebskräften und viskosen Kräften an. Die Rayleigh-Zahl $Ra \equiv Gr \cdot Pr$ bezieht mit der Prandtl-Zahl Pr zusätzlich das stoffabhängige Verhältnis zwischen Wärmeleitfähigkeit und Viskosität ein, während die Richardson-Zahl $Ri = Gr/Re^2$ das Verhältnis von Auftriebs- und Trägheitskräften quantifiziert. Die Nußelt-Zahl Nu ist ein Maß für die Qualität des Wärmeübergangs zwischen unterschiedlichen Gebieten.

Strömungen werden mathematisch durch ein System nichtlinearer, gekoppelter partieller Differentialgleichungen, den Navier-Stokes-Gleichungen (NSG), beschrieben, deren Lösungen von der Wahl der Reynolds-Zahl, in einigen Fällen auch der Grashof- und Prandtl-Zahl, abhängen. Die NSG können zum einen mittels Direkter Numerischer Simulation (DNS) direkt, d.h. ohne zusätzliche Modellannahmen, gelöst werden. Aufgrund des hohen Rechenaufwandes und Speicherplatzbedarfes werden direkte numerische Simulationen hauptsächlich in der Grundlagenforschung durchgeführt. In der angewandten Forschung werden dagegen eher Large-Eddy-Simulationen (LES) oder Reynolds-Averaged-Navier-Stokes (RANS) mit passenden Turbulenzmodellen zur approximativen Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen eingesetzt. Die Verwendung dieser Verfahren geht mit einem wesentlich geringeren Rechenaufwand einher. Es müssen jedoch Turbulenzmodelle verwendet werden, die auf die Strömungsphysik des zu lösenden Problems abgestimmt sind.

Die drei folgenden Studien dienen als Beispiele für Simulationen von Mischkonvektionsströmungen in der angewandten Forschung, die auf sehr spezielle Aspekte der betrachteten Strömungen fokussiert sind. Zamora und Kaiser [98] führten zweidimensionale numerische Simulationen von laminaren, transitionellen und turbulenten Strömungen mit natürlicher Konvektion in einer Trombe-Wand durch. Dabei untersuchten sie, wie sich die Bauform der Ein- und Auslasskanäle hinsichtlich des Wärmetransportes und der Strömungsführung optimieren lässt. Taghnia et al. [90] simulierten natürliche und gemischte Konvektionsströmungen in einem Raum, um Ansätze zur Modellierung von Turbulenz zu vergleichen. Dabei nutzten sie verschiedene Turbulenzmodelle für RANS-Simulationen und hybride RANS-LES-Simulationen. Boulemtafes-Boukadoum und Benzaoui [9] nutzten RANS-Simulationen mit verschiedenen Turbulenzmodellen zur Untersuchung eines Solarkollektors. Sie variierten die Rauigkeiten des Absorbers, um die Auswirkungen ihrer transversalen Platzierung auf die Änderung des Wärmetransportes zu analysieren und den Wärmeübergang so zu optimieren. Auch wenn die Vor-

hersagen der zweidimensionalen numerischen Simulationen aus den aufgezählten Studien gut zu experimentellen Ergebnissen passen, bleibt doch die Frage offen, wie sie sich mit den Vorhersagen einer dreidimensionalen Simulation vergleichen.

Kim et al. [45] verglichen die Vorhersagen von RANS-Simulationen mit verschiedenen Turbulenzmodellen mit Ergebnissen, die mittels Direkte Numerische Simulation (DNS) in einem vertikalen Rohr bei unterschiedlich starker Wandbeheizung gewonnen wurden. Sie konnten im Vergleich mit den Ergebnissen der DNS zeigen, dass nur ein Teil der verwendeten Turbulenzmodelle in der Lage ist, das richtige Strömungsverhalten für die betrachteten Fälle vorherzusagen. Die Formulierung der Modelle, die das Strömungsverhalten inkorrekt vorhersagen, erlaubt es daher nicht, die komplexen Auftriebseffekte in diesen Strömungen abzubilden. Die Schwierigkeit bei der Auswahl eines Turbulenzmodells besteht deshalb darin, die Zuverlässigkeit des Modells zu bewerten, was für anwendungsorientierte Strömungsprobleme selten möglich ist. Die Durchführung einer DNS in realistischen Geometrien ist mit den aktuell verfügbaren Rechenleistungen nur unter sehr hohem Zeitaufwand möglich und wird daher in der angewandten Forschung nicht praktiziert.

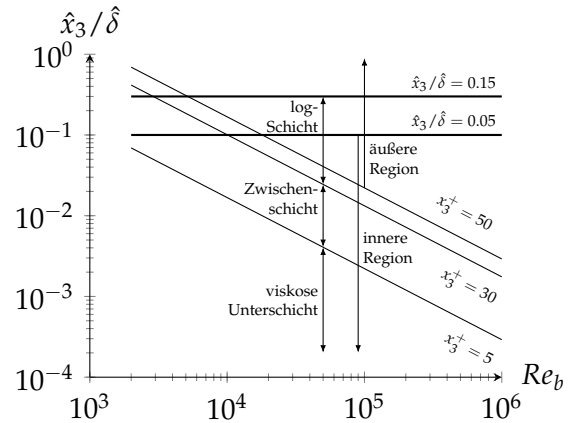
Aus diesen Gründen ist es notwendig, die physikalischen Mechanismen in Mischkonvektionsströmungen besser zu verstehen, um so eine Grundlage für die Entwicklung und Optimierung von Turbulenzmodellen für numerische Simulationen von vertikalen Mischkonvektionsströmungen aufbauen zu können. In Abgrenzung zu den beispielhaft aufgeführten Untersuchungen aus der angewandten Forschung werden deshalb im Folgenden grundlagenorientierte Studien betrachtet. In diesen wurden Konvektionsströmungen in generischen Geometrien untersucht und die grundlegenden Mechanismen des Impuls- und Wärmetransportes im laminaren und turbulenten Regime analysiert.

1.2.1 *Turbulente Strömungsstrukturen*

In vielen Studien der in den nachfolgenden Abschnitten erwähnten Studien untersuchten die Autoren zusätzlich zu statistischen Momenten der Geschwindigkeits- und Temperaturfelder die Form und Größe der turbulenten Strömungsstrukturen und maßen ihre Veränderungen durch thermische Auftriebseffekte. Im Verlauf dieser Arbeit wird daher unter anderem die Rolle der turbulenten Strömungsstrukturen als wesentliches Merkmal turbulenter Strömungen analysiert. Ihre Definition und die bisher gewonnenen Erkenntnisse über ihr Entstehen und ihre Bedeutung für turbulente Strömungen werden im Folgenden erläutert.

Charakteristisch für turbulente Strömungen und damit für die Strömungsstrukturen ist die Existenz unterschiedlicher Längenskalen zur selben Zeit. Diese sind etwa die Kolmogorov-Skala als Maß für die kleinsten hydrodynamisch relevanten Strukturen und das integrale Längenmaß als Maß für die größten Strömungsstrukturen. Aus diesen Längenskalen sowie dem Verhalten des mittleren Geschwindigkeitsprofils bei unterschiedlichen Wandabständen motivieren sich unterschiedlich gebildete dimensionslose Längeneinheiten. Hier ist \hat{x}_3 die dimensionsbehaftete und x_3^+ die dimensionslose räumliche Koordinate in wandnormaler Richtung, $\hat{\delta}$ bezeichnet die Kanalhöhe. Abbildung 1 zeigt die Dicke der verschiedenen Geschwin-

Abbildung 1: Wandabstände der verschiedenen Schichten und Regionen einer turbulenten Kanalströmung als Funktionen der Reynolds-Zahl. Die physikalische Breite der Schichten sinkt mit zunehmender Reynolds-Zahl, bleibt in Wandeinheiten allerdings konstant. Reproduziert aus Pope [66].



digkeitsschichten in turbulenter Kanalströmung als Funktion der Bulk-Reynolds-Zahl Re_b . Innerhalb der inneren Region ($\hat{x}_3/\hat{\delta} \leq 0.05$) skalieren die dominanten Strömungsstrukturen in Wandeinheiten, in der äußeren Region ($x_3^+ \geq 50$) dagegen in äußeren Einheiten. Die weitere Aufteilung der Regionen (links in Abbildung 1) orientiert sich an der Form des mittleren Geschwindigkeitsprofils in Hauptströmungsrichtung. In der viskosen Unterschicht ($x_3^+ \leq 5$) skaliert das Profil linear mit dem Wandabstand und geht dann am Ende der Zwischenschicht ($5 < x_3^+ < 30$) in eine logarithmische Skalierung über, die in der logarithmischen Schicht (log-Schicht in Abbildung 1, $x_3^+ > 30$, $\hat{x}_3/\hat{\delta} < 0.15$) voll ausgeprägt ist. In diesen Geschwindigkeitsschichten treten unterschiedliche Strömungsstrukturen auf, die im Folgenden charakterisiert werden.

Pope [66] bezeichnet turbulente Strömungsstrukturen als zeitlich und räumlich begrenzte Regionen im Fluid, die sich als kohärente Strukturen auffassen lassen. Beispielfhaft nennt er *Streaks*, *Sweeps*, *Ejections*, Wirbel und interne Scherschichten. Diese können mittels Strömungsvisualisierung, bedingter Statistik oder aufgrund des räumlichen Zusammenhangs ihrer fluktuierenden Strömungsgrößen identifiziert werden. In der Literatur existieren unterschiedliche Definitionen der turbulenten Strömungsstrukturen, die üblicherweise auf einer Eulerschen Betrachtung des Strömungsfeldes basieren.

Pope weist zusätzlich darauf hin, dass das Verhalten solcher Strukturen nicht für alle bekannten Phänomene, die in wandnahen turbulenten Strömungen auftreten, eine Erklärung bieten kann, auch wenn ihre Untersuchung bisher schon Erkenntnisse zum Verhalten der Strömungen liefern konnte. Analysen der Strömungsstrukturen finden sich in vielen Studien, die zunächst auf Grundlage experimenteller Daten und später auch mit Hilfe numerischer Simulationen durchgeführt wurden. Die wichtigsten Literaturstellen sind nachfolgend zusammengefasst.

Kline et al. [47], Lu und Willmarth [56] sowie Swearingen und Blackwelder [89] haben experimentelle Untersuchungen an ebenen Plattenüberströmungen durchgeführt. Alle drei Studien befassen sich mit Strukturen, die für diese Strömungsform und auch für andere wandgebundene Strömungen charakteristisch für turbulente Strömungszustände sind. Basierend auf Beobachtungen von Klebanoff [46], der zeigen konnte, dass etwa 80% der Turbulenzproduktion in unmittelbarer Wandnähe, also bis zur Grenze zwischen der logarithmischen Region und der

äußeren Strömung stattfinden, untersuchten die Autoren vornehmlich die turbulenten Strömungsstrukturen in Wandnähe.

Häufig wird die Entdeckung der *Streaks* Kline et al. [47] zugeschrieben, die Fluidregionen mit niedrigem Impuls als quasi-kohärente Strukturen bezeichnen. Kline et al. [47] konnten in Plattenüberströmungen für Reynolds-Zahlen $545 < Re < 2060$ und Druckgradienten $dP/dx < 0$, $dP/dx = 0$ und $dP/dx > 0$ mittels Wasserstoffbläschen- und Farbinjektionsvisualisierungen zeigen, dass sich in der viskosen Unterschicht mäandernde Strömungsstrukturen (*Streaks*) bilden. Die Auswertung der Visualisierungen ergab, dass der spannweite Abstand λ_2^+ der Streaks zwischen 67 und 312 Wandeinheiten beträgt und dass sie eine Länge von über 1000 Wandeinheiten in Strömungsrichtung erreichen können. Die Streaks entstehen durch spannweite Beiträge der Vortizität in Form gegenläufig rotierender Wirbelstrukturen an der Platte ($x_3^+ \approx 0,15$), werden von der mittleren Strömung advektiert und wachsen in Strömungsrichtung an. Dabei heben sie sich durch den 'lift-up'-Mechanismus von der Platte ab und beginnen, ausgelöst durch sekundäre Instabilitäten, ab einem Wandabstand von $8 < x_3^+ < 12$ Wandeinheiten zu oszillieren. Die Oszillationen verstärken sich bis hin zur Instabilität der Streaks in einem Wandabstand von $10 < x_3^+ < 30$. In diesem Bereich zerbersten die Streaks und ihre übrigbleibenden Bestandteile (*Ejections*) verlassen die Zwischenschicht der Strömung als verzerrte und gestreckte Fluidportionen. Diese werden mit etwa 80 % der mittleren Fluidgeschwindigkeit transportiert und sorgen dann laut Kline et al. für den turbulenten Impulsaustausch zwischen den inneren und äußeren Strömungsschichten. Sie tragen maßgeblich zur Erzeugung der Reynoldsschen Schubspannungen bei.

Lu und Willmarth [56] untersuchten Strömungsstrukturen, die zu den Reynoldsschen Schubspannungen $\langle u_1' u_3' \rangle$ beitragen. Dabei konnten sie bestätigen, dass die *Ejections* nach dem Verlassen der Zwischenschicht mit 80 % der mittleren Strömungsgeschwindigkeit transportiert werden. Weiterhin untersuchten sie die 'Sweeps', die aus schnellem Fluid bestehen, das von der äußeren Region an die Wand transportiert wird. Die Autoren nutzten eine erweiterte Variante der Quadrantenanalyse, um die Beiträge besonders starker Strömungsereignisse zu den Reynoldsschen Schubspannungen quantifizieren zu können. In der Quadrantenanalyse definierten sie für jeden Wandabstand ein sogenanntes 'hyperbolisches Loch' basierend auf dem Produkt der lokalen RMS-Werte der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung. Sie stellten fest, dass die *Ejections* etwa 77 % und die *Sweeps* etwa 55 % zu den Schubspannungen beitragen, während andere Ereignisse nur einen geringen bis sogar negativen Beitrag leisten. Zusätzlich skalierten sie die Größe des hyperbolischen Lochs, um den Schwellwert für die Stärke der detektierten Ereignisse festzulegen. Diese Variation zeigte für die extremsten Strömungsereignisse ebenfalls, dass die *Ejections* stärker als die *Sweeps* zur Produktion von Schubspannungen beitragen und dass die Beiträge der Interaktionen aus den Quadranten 1 und 3 nur verschwindende Anteile im Bereich der extremen Ereignisse liefern.

Swearingen und Blackwelder [89] haben mittels eines Görtler-Instabilitätsmechanismus in Strömungsrichtung gegenläufig rotierende Wirbel über einer ebenen Platte erzeugt. Ihr Anwachsen, Zusammenbrechen und die Transition zu einer turbulenten Strömung diente als experimentelles Modell, um die aus den Wirbeln ent-

stehenden Strukturen untersuchen zu können. Laut Swearingen und Blackwelder wird zwischen den Wirbeln Fluid mit geringem Impuls von der Wand wegtransportiert und bildet langsame Streaks. Diese sind wiederum durch schnelle Streaks voneinander getrennt, in denen Fluid mit hohem Impuls aus der Hauptströmung Richtung Wand transportiert wird. Ein weiterer Schluss von Swearingen und Blackwelder war, dass die räumliche Verteilung der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung gut mit den spannwitigen Geschwindigkeitsgradienten korreliert und diese somit verantwortlich für die sekundären Instabilitäten der Streaks zu sein scheinen. Daher vermuteten sie, dass ihre Manipulation zur Beeinflussung von Turbulenz genutzt werden könnte.

Kim et al. [44], Lyons et al. [57] und Kasagi et al. [42] untersuchten die Ergebnisse direkter numerischer Simulationen von isothermer Kanalströmung bei $Re_\tau = 180$ ([44]) bzw. $Re_\tau = 150$ ([57], [42]). In Übereinstimmung mit den oben diskutierten experimentellen Ergebnissen wurde in diesen Studien der spannwitige Abstand der Streaks von $\lambda_1^+ \approx 100$ Wandeinheiten bestätigt. In den numerischen Ergebnissen zeigte sich bei den genannten Studien ebenso, dass die Ejections den größten Beitrag zu den Reynoldsschen Schubspannungen und damit der Turbulenzproduktion leisten und dass die Ejections die größten Auswirkungen auf die Strömung in unmittelbarer Wandnähe haben. Die genannten Autoren der numerischen und experimentellen Ergebnisse gehen davon aus, dass in Strömungsrichtung ausgerichtete Wirbelstrukturen links und rechts der *Streaks* diese erzeugen. Kim et al. [44] erwähnen zusätzlich, dass das Auftreffen von impulsreichem Fluid auf die Wand ('splating') und ein daraus entstehender Einzelwirbel eine ähnliche statistische Signatur in den gezeigten Korrelationsfunktionen erzeugen könnte wie die vorher erwähnten paarweise auftretenden Wirbel. Im Gegensatz zu den bisher diskutierten Werten geben Lyons et al. [57] die Länge der Wirbelstrukturen mit 400 - 450 Wandeinheiten statt etwa 1000 (vgl. Kline et al. [47]) an. Kasagi et al. [42] untersuchten speziell die kinematischen Eigenschaften der Wirbelstrukturen in Wandnähe und konnten zeigen, dass lokale Druckminima in der Grenzschicht ein sinnvoller Indikator für Wirbelzentren sind. Sie zeigten in instantanen Strömungsfeldern, dass auf die Wand zuströmendes Fluid lokale Druckmaxima erzeugt und stromabwärts mit von der Wand wegströmendem Fluid interagiert. Die für die Impulsumverteilung verantwortliche Druck-Scher-Korrelation sorgt zwischen den so entstandenen lokalen Druckminima und -maxima für eine Verringerung der Reynoldsschen Schubspannungen, direkt innerhalb der Extrema jedoch für eine Erhöhung. Weiterhin wird umgebendes Fluid durch die turbulente Diffusion in die Regionen mit negativer Produktion transportiert. Innerhalb der Wirbelkerne und weiter entfernt von der Wand findet die Impulsumverteilung von der Strömungsrichtung in die beiden anderen Richtungen statt, während um die Wirbel herum Impuls von der spannwitigen in die wandnormale Komponente umverteilt wird. Kasagi et al. [42] interpretierten das 'splating' als Resultat der Wirbelbewegung im Fluid.

Waleffe [95] und später Kim et al. [45] definieren die Rolle der turbulenten Strömungsstrukturen in einem selbsterhaltenden Prozess der wandnahen Turbulenz, der in Abbildung 2 schematisch dargestellt ist. In dem von Kim et al. beschriebenen Kreisprozess sind Wirbel entlang der Strömungsrichtung für den wandnormalen Impulsaustausch verantwortlich und transportieren durch ihre Bewegung

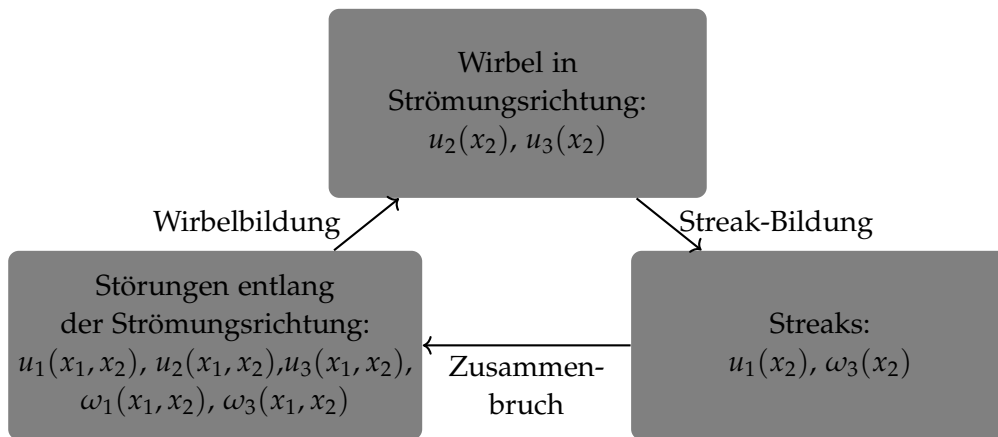


Abbildung 2: Skizze des selbsterhaltenden Prozesses wandnaher Turbulenz, Reproduktion nach Kim et al. [45]

langsameres Fluid von der Wand weg sowie schnelleres Fluid zur Wand hin. Somit bilden sie die Streaks, die dann von der mittleren Strömung advektiert und zur Kanalmitte transportiert werden. Dabei werden die Streaks instabil und zerfallen in kleinere Strukturen, durch deren Interaktion dann wiederum die eingangs erwähnten Wirbelstrukturen erzeugt werden. Der hier erläuterte Prozess deckt sich mit den Erkenntnissen, die Kline et al. [47] veröffentlichten.

Jimenez [38] fasst die bisherigen Erkenntnisse aus experimentellen und numerischen Studien zu turbulenten Strukturen in wandgebundenen Strömungen als Übersicht zusammen. Er behandelte dabei die Strukturen in der Zwischenschicht (*buffer layer*) separat von denen in der logarithmischen Schicht, da die jeweils vorherrschenden Strukturen unterschiedliche zeitliche und räumliche Korrelationswerte aufweisen. Die Streaks in der Zwischenschicht skalieren in inneren Einheiten und haben unabhängig von der Reynolds-Zahl eine Ausdehnung von etwa 500 und einen Abstand von etwa 100 Wandeinheiten und sind dem Einfluss der lokalen Scherung sehr stark unterworfen. Die größeren Strukturen in der logarithmischen Schicht, die eine Länge in der Größenordnung von etwa 10 Grenzschichtdicken aufweisen, skalieren dagegen in äußeren Einheiten und werden von der schwächeren lokalen Scherung weniger beeinflusst. Weiterhin weist Jimenez darauf hin, dass Strukturen unterschiedlicher Strömungsvariablen im Sinne der *Attached Eddy Hypothesis* nach Townsend [92] entweder anhaftend (*attached eddies*) oder losgelöst (*detached eddies*) sein können. So werden die Strukturen der wandparallelen Geschwindigkeiten und des Druckes als *anhaftend* und die der wandnormalen Geschwindigkeit sowie der tangentialen Reynoldsspannungen aufgrund der Wandundurchlässigkeit als *losgelöst* bezeichnet, d.h. sie reichen nicht bis an die Wand heran. Anschaulich bedeutet dies, dass die losgelösten Strukturen beim Auftreffen auf die Wand abgebremst und in Strömungs- und Spannweitenrichtung verteilt werden (sog. *splating*).

Wie bereits beschrieben, entstehen die Streaks laut Kline et al. [47] und Kim et al. [45] aus wirbelartigen Strukturen in Wandnähe, die durch ihre kohärente Vortizität gekennzeichnet sind. Hussain [34] argumentierte ebenfalls, dass nur Fluidregionen mit kohärenter Vortizität als turbulente Strömungsstrukturen im engeren Sinne

aufgefasst werden können. Diese Definition ergibt sich aus der Energieerhaltung, da nur die so definierten Strukturen ein gewisses Maß an Selbsterhaltung aufweisen. In seinem Paper zur eindeutigen Definition von Wirbelstrukturen erläuterte Haller [26] ein Verfahren, das unabhängig vom Bezugssystem Wirbelstrukturen als kohärente Lagrangesche Strukturen mittels ihrer Lyapunov-Exponenten ermitteln kann. Dabei geht er auch auf die Unterschiede zu anderen Wirbeldefinitionen wie etwa dem Q- oder λ_2 -Kriterium ein. Diese beiden Kriterien basieren auf Invarianten der Geschwindigkeitsgradienten bzw. interpretieren lokale Druckminima als Wirbelzentren. Da Geschwindigkeitsgradienten jedoch auch durch interne Scherschichten entstehen können, sind die meisten Wirbelkriterien nicht ausnahmslos zuverlässig, wenn es um die Identifizierung kohärenter Strukturen geht. [53] [23, 53] veröffentlichten das sogenannte *Rortex*-Kriterium, das durch eine Hauptachsentransformation des Geschwindigkeitsgradiententensors den Einfluss der Scherung minimieren soll. Erste Untersuchungen anhand ebener Plattenüberströmungen zeigten, dass dieses Kriterium die dort existierenden Wirbelstrukturen gut identifizieren kann. Unbestreitbar ist neben allen Uneinigkeiten über ihre Definition, dass die von den Strömungsstrukturen gebildeten Muster herangezogen werden können, um der inhärent chaotischen Natur turbulenter Strömungen eine Ordnung zuzuweisen, Mechanismen der Turbulenzentstehung und -aufrechterhaltung zu erklären und um diese zur Beeinflussung der Turbulenz zu modifizieren.

1.2.2 Mischkonvektionsströmungen mit Dominanz der erzwungenen Konvektion

Im folgenden Abschnitt werden zunächst Studien zu laminaren vertikalen Mischkonvektionsströmungen vorgestellt, um aufzuzeigen, wie sich die thermischen Auftriebseffekte dort auswirken. Im einem zweiten Abschnitt sind dann die für diese Arbeit relevantesten Erkenntnisse aus verfügbaren Studien zu turbulenten vertikalen Mischkonvektionsströmungen zusammengefasst. Im Anschluss werden die wesentlichen Unterschiede zwischen laminaren und turbulenten Strömungen erläutert und kurz diskutiert.

LAMINARE STRÖMUNGEN Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse der Studien vorgestellt, in denen die vereinfachten Navier-Stokes-Gleichungen mit der Boussinesq-Approximation und der Energiegleichung für inkompressible, zweidimensionale Strömungen, entgegen der Gravitation zwischen zwei symmetrisch oder asymmetrisch beheizten vertikalen Platten gelöst werden. Zur Vereinfachung der Gleichungen wurden dabei dieselben Annahmen wie bei der Herleitung der Grenzschichtgleichungen aus den Navier-Stokes-Gleichungen herangezogen. In dem asymmetrisch beheizten Kanal stellt sich ein Bereich mitläufiger Strömung ein, in dem die Kräfte der erzwungenen und freien Konvektion gleichgerichtet sind, und ein Bereich gegenläufiger Strömung, in dem die Kräfte entgegengerichtet sind. Da die Autoren der Studien unterschiedliche Referenzgrößen zur Entdimensionierung der NSG verwenden, ergibt sich, dass der Auftriebsterm in einigen Studien mit dem Vorfaktor Gr/Re , in anderen Studien mit Gr/Re^2 und in wieder anderen mit 1 in die entdimensionierten Gleichungen eingeht. Die jeweiligen Vor-

faktoren werden in den folgenden Ausführungen so belassen, wie die Autoren der Studien sie verwendet haben.

Aung und Worku [3, 4] leiteten zunächst die analytische Lösung der zweidimensionalen Grenzschichtgleichungen für voll entwickelte Strömungen mit isothermen Wandtemperaturen her [4]. Sie zeigten, dass bei asymmetrischer Beheizung ab einem Schwellwert für Gr/Re Strömungsumkehr in der Strömung auftritt, was bei symmetrischer Beheizung nie der Fall ist. In [3] präsentierten sie darüber hinaus Ergebnisse aus numerischen Lösungen der Grenzschichtgleichungen für sich entwickelnde Strömungen. Dabei konnten sie zeigen, dass das maximale Verhältnis Gr/Re proportional zum Verhältnis der Wandtemperaturen ist. Zudem stellten sie fest, dass die hydrodynamische Einlaufänge der Strömung proportional mit Gr/Re ansteigt, während die thermische Einlaufänge abnimmt.

Habchi und Acharya [25] präsentierten Ergebnisse aus numerischen Simulationen der vereinfachten NSG in Form von Geschwindigkeits- und Temperaturprofilen für symmetrisch und asymmetrisch beheizte Kanalwände bei verschiedenen Rayleigh- und Reynolds-Zahlen. In den symmetrisch beheizten Fällen mit konstantem Volumenstrom prägten sich über die Einlaufänge des Kanals Geschwindigkeitsmaxima in der Nähe der beheizten Wände aus, wohingegen die Geschwindigkeiten in der Kanalmitte durch den Einfluss der Auftriebskräfte abnahmen. Im Unterschied dazu war die mittlere Geschwindigkeit in den asymmetrisch beheizten Strömungsfällen nahe der beheizten Wand höher als in der Nähe der gekühlten Wand. Über die Lauflänge bildete sich in beiden Fällen stromab wieder ein voll entwickeltes parabolisches mittleres Geschwindigkeitsprofil aus. Im Gegensatz zu der Studie von Aung und Worku haben Habchi und Acharya in dem von ihnen untersuchten Parameterbereich keine Strömungsumkehr festgestellt. In den von ihnen untersuchten Fällen war der Wärmetransport generell am Kanaleinlass am höchsten und fiel asymptotisch auf einen Wert, der im Fall der symmetrisch beheizten Wände höher lag als bei asymmetrischer Beheizung. In den asymmetrisch beheizten Fällen zeigten die Profile der Nußelt-Zahlen, dass der Wärmeübergang von der beheizten Wand an das Fluid in mitläufiger Strömung bei starker Beheizung höher ist als bei schwacher Beheizung.

Cheng et al. [11] untersuchten verschiedene Kombinationen thermischer Randbedingungen für die analytischen Lösungen der vereinfachten NSG und zeigten die Parameterbereiche auf, in denen für diese Randbedingungen eine Strömungsumkehr stattfand. Dabei verwendeten sie an den Wänden isotherme Randbedingungen, unterschiedliche konstante Wandwärmeströme und die Kombination aus diesen beiden Randbedingungen. Sie ermittelten für jede dieser spezifischen thermischen Randbedingungen die Abhängigkeit der Nußelt-Zahl vom Verhältnis Re/Gr . Lediglich bei symmetrischer Beheizung sowie im Fall einer adiabaten Wand ergab sich, dass diese Nußelt-Zahl der Nußelt-Zahl in erzwungener Konvektion ähnlich ist. In allen anderen Fällen zeigte sich, dass die Nußelt-Zahl stark von den gewählten thermischen Randbedingungen und dem realisierten Strömungsregime abhängt. In Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Habchi und Acharya [25] zeigten die Autoren, dass die Wärmeübertragung in mitläufiger Strömung mit stärkerer Beheizung zunimmt und in gegenläufiger Strömung abnimmt.

Hamadah und Wirtz [27] untersuchten analytische Lösungen der vereinfachten NSG sowohl für isotherme Randbedingungen als auch für Wände mit konstantem Wandwärmestrom in einer Strömung in Richtung der Gravitation. Ihre Ergebnisse zeigen, dass in diesem Fall die Überhöhung der Geschwindigkeiten in der mitläufigen Strömung, also an der gekühlten Wand, auftritt. Daraus lässt sich ableiten, dass die Effekte der thermischen Auftriebskräfte in vertikaler Strömung bezüglich der Richtung des Gravitationsvektors symmetrisch sind.

Barletta und Zanchini [6] untersuchten analytische Lösungen der vereinfachten NSG und betrachteten, ähnlich wie Cheng et al. [11], unterschiedliche Kombinationen von thermischen Randbedingungen. Sie berichteten, dass in vorangegangenen Studien die Referenztemperatur der enddimensionierten Gleichungen nicht eindeutig festgelegt wurde und weisen darauf hin, dass diese Festlegung einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Ergebnisse haben kann. Sie zeigten, dass sich die mittlere Wandtemperatur am besten als Referenzgröße eignet, da sie das mittlere Strömungsverhalten am zuverlässigsten abbilden kann.

TURBULENTE STRÖMUNGEN Die meisten der im Folgenden vorgestellten Arbeiten widmen sich dem Einfluss der thermischen Auftriebskräfte in turbulenten vertikalen Mischkonvektionsströmungen. Die Nennung der Studien erfolgt chronologisch nach Anwendungsfall sortiert, um aufzuzeigen, welche Erklärungen die Autoren für die beobachteten Auswirkungen der Auftriebskräfte gefunden haben.

In den Jahren 1963 und 1964 haben Metais [59] sowie Metais und Eckert [60] in ihren Übersichtsartikeln Ergebnisse aus bis dahin in der Literatur veröffentlichten Experimenten von laminaren und turbulenten Konvektionsströmungen zusammengetragen. In Abhängigkeit der Rayleigh- und Reynolds-Zahl haben Metais und Eckert die Strömungsfälle in die Regimes der erzwungenen, gemischten und freien Konvektion kategorisiert. Diese Einordnung erlaubt somit in Abhängigkeit der gewählten dimensionslosen Parameter einer Strömung die Entscheidung, welche Kräfte bei ihrer Modellierung berücksichtigt werden müssen. Der Artikel zeigt, dass die Stärke der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und des Wärmetransportes in vertikalen Mischkonvektionsströmungen stark von der Beheizung des Fluides abhängen. Für die vertikalen Strömungsfälle unterscheiden Metais und Eckert zwischen mitläufigen und gegenläufigen Strömungen, weil die Ausrichtung zwischen erzwungenem und thermischem Anteil der Konvektion die Turbulenz und den Wärmetransport in der Strömung beeinflusst.

Später führte Steiner [86] experimentelle Untersuchungen von turbulenten Konvektionsströmungen in vertikalen Rohren durch, um die notwendigen Bedingungen für eine Relaminarisierung der Strömung zu ermitteln, die bereits in mehreren experimentellen Studien beobachtet, jedoch nicht eindeutig klassifiziert wurde. Er berichtet, dass das mittlere Strömungsprofil durch die Auftriebseffekte verformt wird und dass die Relaminarisierung in Wandnähe von einer Reduktion der Nusselt-Zahl Nu begleitet wird. Er erklärt die Relaminarisierung der Strömung durch die beobachtete auftriebsinduzierte Beschleunigung des Fluids in der Rohrmitte.

In ihrem Übersichtsartikel zu Relaminarisierungseffekten in Strömungen haben Narasimha und Sreenivasan [62] unter anderem auch Steiners Ergebnisse über-

prüft. Sie sind zu dem Schluss gekommen, dass die Relaminarisierung in Steiners Experiment eher aus der Dämpfung turbulenter Geschwindigkeitsfluktuationen infolge der Interaktion zwischen der mittleren Strömung und den Auftriebskräften resultiert als aus der von Steiner angeführten Beschleunigung des Fluids in der Rohrmitte. Dieses Strömungsverhalten ist aus stabil geschichteten Strömungen bekannt, in denen aufsteigendes Fluid kinetische Energie verliert, während es gleichzeitig gegen die Gravitationskraft arbeitet.

Im Zuge ihrer Betrachtung von Fluiden bei superkritischem Druck haben Jackson und Hall [36] 1979 ebenso Studien zum Wärmetransport in Strömungen mit erzwungener Konvektion zusammengetragen und gezeigt, dass der Rückgang des Wärmetransports in mitläufigen vertikalen Rohrströmungen bis dahin häufig Schichtungseffekten in stromabwärts liegenden Bereichen zugeschrieben wurde. Sie postulierten in Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen aus der Literatur für die vertikalen Rohrströmungen, dass der Einfluss der Auftriebskräfte auf die turbulenten Schwankungsbewegungen und den Wärmetransport für Verhältnisse $Gr/Re^{2.7} > 10^{-5}$ nicht mehr vernachlässigt werden kann. Ebenso berichteten sie, dass die Nußelt-Zahl in erzwungener Konvektion ($Gr = 0$) einen bestimmten Wert $Nu = Nu_0$ annimmt, der von Volumen- und Wandwärmestrom abhängt. Mit steigender Grashof-Zahl nimmt die Nußelt-Zahl ab, bis sie ihr Minimum $Nu < Nu_0$ im Bereich der gemischten Konvektion erreicht und der Wärmetransport minimal ist. Für noch höhere Gr erholt sich der Wärmetransport und die Nußelt-Zahl kann im Bereich der freien Konvektion bis auf Werte über Nu_0 ansteigen. Jackson und Hall weisen jedoch darauf hin, dass der Mechanismus, der für den Rückgang der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und des Wärmetransportes verantwortlich ist, nicht endgültig verstanden ist.

Lauder et al. [51] hat 1984 in seiner Übersichtsarbeit zum Schließungsproblem der Navier-Stokes-Gleichungen durch die Verwendung zweiter Momente diskutiert, durch welche Prozesse turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen in turbulenten Strömungen entstehen, umverteilt werden und dissipieren. Er hat diese Prozesse anhand der Bilanzgleichungen für die zweiten Momente hauptsächlich für isotherme Strömungen erläutert, schließt seine Arbeit allerdings mit einem Abschnitt zu auftriebsbeeinflussten Strömungen ab. Dabei hat er zwischen horizontalen und vertikalen Strömungen unterschieden und skizziert, dass der Einfluss der Auftriebskraft in vertikalen Strömungen nur indirekter Natur ist. Er hat hauptsächlich die Druckreflektionen resultierend aus der Umverteilung wandwärts beschleunigter Fluidportionen an undurchlässigen Wänden für die beobachtete Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen verantwortlich gemacht. Auch wenn er diese Erkenntnis nicht detaillierter in Worten erläutert, bindet er diese Erkenntnis mathematisch in das Schließungsproblem der zweiten Momente zur Verbesserung von Turbulenzmodellen ein.

Im Jahr 1988 haben Petukhov et al. [64] einen Übersichtsartikel über theoretische und experimentelle Untersuchungen des Wärmetransports in gemischter Konvektion veröffentlicht. Ihre Analyse integraler Maße konzentrierte sich auf die Charakteristiken des Wärmetransportes in laminaren und turbulenten, horizontalen und vertikalen Grenzschicht-, Rohr- und Kanalströmungen. Sie konnten zeigen, dass zwei unterschiedliche Mechanismen existieren, durch die sich die Auftriebskräfte

auf die turbulenten Fluktuationen und den Wärmetransport in gemischter Konvektion auswirken. Sie haben die Unterscheidung der indirekten und direkten Effekte der Auftriebskräfte von Launder et al. [51] wieder aufgegriffen und ihre Manifestationen in unterschiedlichen Strömungen diskutiert: Der erste, der sogenannte indirekte (oder externe) Effekt wirkt durch die inhomogene Verteilung der Auftriebskraft auf die Strömung als Ganzes. Der zweite, der sogenannte direkte (oder strukturelle) Effekt wirkt sich direkt auf die turbulente Energiebilanz durch Veränderung der Korrelation zwischen Geschwindigkeit und Temperatur aus. Während der strukturelle Effekt in vertikalen Strömungen nahezu vernachlässigt werden kann, ist der Einfluss des externen Effekts auf die turbulenten Fluktuationen dominant. Die Autoren liefern jedoch keine detaillierte Erklärung der physikalischen Ursache für diese beiden Effekte.

Mit der steigenden Verfügbarkeit von Rechenkapazitäten in den letzten Jahrzehnten haben sich direkte numerische Simulationen als Instrument in der Forschung durchgesetzt. Bae et al. [5] haben DNS von Strömungen in vertikalen Rohren mit beheizten Wänden für ein kompressibles Fluid durchgeführt und die statistischen Veränderungen im Fluid für variierende Gr und Re untersucht. Ihre Analysen statistischer Momente weisen auf einen starken Einfluss der Auftriebskräfte auf die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen hin, insofern als diese bei hohen Heizleistungen gedämpft werden. Bae et al. schreiben diesen Effekt den großen, thermisch bedingten, Dichteänderungen des Fluids zu. Im Gegensatz dazu wird der turbulente Wärmestrom bei niedriger Heizleistung durch die Auftriebskräfte stärker beeinflusst als bei hoher Heizleistung.

You et al. [97] simulierten mit- und gegenläufige Luftströmungen in vertikalen Rohren mittels DNS und variierten dabei das Verhältnis $Ri = Gr/Re^2$. Die von ihnen berechneten Profile der mittleren Geschwindigkeit in Strömungsrichtung weisen eine M-Form in mitläufiger und eine Überhöhung in gegenläufiger Strömung auf. Die Stärke der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung und der Reynoldsschen Schubspannungen nahmen durch die Auftriebskräfte für steigende Ri in mitläufiger Strömung ab und in gegenläufiger Strömung zu, was auf eine Dämpfung der turbulenten Fluktuationen in mitläufiger Strömung hindeutet. Die Profile der mittleren Temperatur weisen dagegen keine M-Form auf und zeigen eine nichtmonotone Variation für steigende Ri in mitläufiger Strömung. In gegenläufiger Strömung nahm die Höhe der Profile für steigende Ri monoton ab. Diese Veränderungen der mittleren Temperaturprofile beziehen sich lediglich auf die Zwischenschicht und die logarithmische Schicht. In der viskosen Unterschicht ergab sich kein signifikanter Unterschied in den mittleren Temperaturprofilen der verschiedenen Beheizungsfälle. In der Analyse der Bilanzgleichungen der turbulenten kinetischen Energie zeigten You et al., dass die durch Auftriebskräfte induzierte Turbulenzproduktion vernachlässigbar klein ist. Sie zeigten zudem, dass zwischen den Strukturen der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und den Strukturen der Temperaturfluktuationen in rein erzwungener Konvektion gerade in Wandnähe große Ähnlichkeit besteht und auch ein ähnlicher Streak-Abstand vorliegt, während diese Ähnlichkeit in der mitläufigen Strömung für die Mischkonvektionsfälle abnahm. In gegenläufiger Strömung verstärkte sich die Ähnlichkeit der Strukturen von Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen dagegen

deutlich. Abschließend folgerten sie, dass die Dämpfung der turbulenten Fluktuationen in mitläufiger Strömung durch die M-Form des mittleren Geschwindigkeitsprofils verursacht wurde. Weiterhin bezogen sie die Wirkung der externen und strukturellen Effekte mit ein, wobei Letzterer in Wandnähe, Ersterer in der Rohrmitte dominierte.

He et al. [28] führten DNS inkompressibler vertikaler Rohrströmungen durch und analysierten den Einfluss statischer Volumenkräfte auf das Strömungsfeld als numerisches Experiment der Modifikation interner Scherschichten in Wandnähe. Für die Analysen variierten die Autoren den wandnahen Verlauf der Volumenkräfte und konnten systematisch untersuchen, welche Verläufe zu einer teilweisen oder sogar vollständigen Relaminarisierung der Strömung führten. Für jeden realisierten Kraftverlauf berechneten sie den resultierenden treibenden Druckgradienten der Strömung und nutzten diesen, um eine Strömung ohne Volumenkraft bei gleichem treibenden Druckgradienten zu simulieren. He et al. schlugen eine Reskalierung der Geschwindigkeiten zu Wandeinheiten vor, die sie aus den Strömungen mit äquivalentem Druckgradienten (EPG) ableiteten. Diese Strömung liefert eine Vorhersage des Geschwindigkeitsfeldes bei gleichem Druckgradienten ohne Störung durch eine überlagerte Volumenkraft. Die turbulente Viskosität ν_t der gestörten Strömung ist nahezu konstant unter Variationen der Volumenkraft, wenn die Geschwindigkeiten auf die durch die EPG-Strömung gegebenen Wandeinheiten skaliert werden. Daraus schlossen die Autoren, dass sich die untersuchten Strömungen mit Volumenkräften im Wesentlichen wie eine ungestörte Strömung bei geringerer Reynolds-Zahl verhalten, womit sie auch die Dämpfung der turbulenten Fluktuationen erklärten. Weiterhin berichteten He et al., dass die Stärke der extremen Strömungsereignisse, wie *Sweeps* und *Ejections*, durch die von der Volumenkraft induzierten Unterschiede der mittleren Scherrate signifikant reduziert wird, je weiter der Einfluss der Volumenkraft in Richtung der Rohrmitte reicht. Die so erzeugte Reduktion des Beitrags der extremen Strömungsereignisse sorgt ebenfalls für eine zusätzliche Dämpfung der turbulenten Fluktuationen durch die damit assoziierte Verringerung der Reynoldsschen Schubspannungen.

Kürzlich konnten Kühnen et al. [50] die Funktionsweisen verschiedener Ansätze zur Erzwingung einer Relaminarisierung von turbulenten isothermen Rohrströmungen sowohl experimentell als auch numerisch demonstrieren. So konnten sie zeigen, dass eine plötzliche Überhöhung des mittleren wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten bei konstantem mittleren Volumenstrom an einer definierten Stelle im Rohr die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen so weit reduzieren kann, dass die Strömung relaminarisiert. Auch in diesem Experiment ist eine Modifikation der internen Scherschichten für die Dämpfung der Turbulenz verantwortlich.

Kasagi und Nishimura [43] haben dagegen die Ergebnisse von DNS mit einem Spektralverfahren in einem vertikalen, differentiell beheizten Kanal betrachtet. Differentielle Beheizung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass eine Kanalwand beheizt und die andere gekühlt wird. Der Vorteil des Kanals gegenüber dem Rohr ist, dass sowohl eine mitläufige als auch eine gegenläufige Strömungsregion existieren. Somit können die Phänomene beider Regionen entweder einzeln oder ge-

meinsam untersucht werden, was eine ganzheitlichere Betrachtung der Turbulenzmodifikation durch Auftriebseffekte ermöglicht. Weiterhin ist die Formulierung der Navier-Stokes-Gleichungen im Kanal vorteilhaft, weil in der rein kartesischen Formulierung der wandnahe Bereich nicht wie im Rohr durch Krümmungseffekte beeinflusst wird. Ein wichtiges Ergebnis der Studie von Kasagi und Nishimura ist, dass die Reduktion und Überhöhung der Reynoldsschen Schubspannungen in der mit- und gegenläufigen Strömung als hauptsächliche Ursache der dort jeweils beobachteten Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen ausgemacht wurden. Sie konnten ebenso zeigen, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen nur indirekt durch die Auftriebskraft beeinflusst werden, weil die assoziierten Terme in der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie im Vergleich mit den anderen Termen vernachlässigt werden können. Kasagi und Nishimura verglichen die Dämpfung und Anfachung der Turbulenzintensitäten im differentiell beheizten Kanal mit Kanalströmungen unter dem Einfluss von gleichmäßiger Absaugung und Einblasung von Fluid durch die Wände senkrecht zur Strömungsrichtung. Weiterhin verglichen sie die Ergebnisse mit Kanalströmungen von Flüssigmetall unter Einfluss eines transversalen Magnetfeldes. Aus ihren Ergebnissen schließen sie, dass die Mechanismen hinter der Turbulenzmodifikation in allen drei Fällen ähnlich sein müssen. Ebenso sind in allen drei Fällen diese Mechanismen für die Veränderung der mittleren Scherrate sowie der Reorientierung des Reynoldsschen Spannungstensors verantwortlich.

Fabregat et al. [18] führten ebenfalls DNS von Mischkonvektionsströmungen in einem differentiell beheizten Kanal durch. Ihre Studie konzentrierte sich auf die Identifikation von wandnahen Strömungsstrukturen und deren Konvektionsgeschwindigkeiten. Sie zeigten, dass hauptsächlich Strukturen, die stark auf die Wand aufprallen (vgl. splatting) für lokal hohe Impulstransferraten verantwortlich sind. Mit steigender Grashof-Zahl werden die Strukturen länger/kürzer in der Nähe der beheizten/gekühlten Wand, während ihre Konvektionsgeschwindigkeiten generell sinken.

Die Autoren neuerer Studien konzentrieren sich bei der Auswertung von Experimenten in vertikalen Mischkonvektionsströmungen vor allem darauf, Korrelationen zur Vorhersage des Wärmeübergangskoeffizienten bzw. der Nusselt-Zahl zu finden und zu optimieren (vgl. Aicher und Martin [2], Celataa et al. [10] und Liu und Gu [54]). Dieses Vorgehen zeigt, dass der Mechanismus hinter diesem Strömungsverhalten trotz vieler Untersuchungen bisher nicht in allen Einzelheiten erklärt werden konnte, wie auch Lee [52] in seiner experimentellen und numerischen Untersuchung der Struktur von Strömungsfeldern in vertikaler Mischkonvektion betont.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass das Verhalten der mittleren Strömungsgeschwindigkeit in laminarer und turbulenter vertikaler Mischkonvektionsströmung generell sehr ähnlich ist. Ein wesentlicher Unterschied ergibt sich allerdings bei der Betrachtung der Wärmeübertragungseigenschaften. Während eine Überhöhung der mittleren Geschwindigkeit in mitläufiger Strömung im laminaren Fall zu verbesserter Wärmeübertragung zwischen Wand und Fluid führt, ist in turbulenter Strömung das Gegenteil der Fall, da die Beschleunigung des Fluids zu einer Reduktion der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und damit zu

verringertes Durchmischung führt. In der Literatur wird dieses Phänomen häufig durch den indirekten Effekt nach Launder et al. [51] sowie Petukhov et al. [64] erklärt, obwohl der genaue physikalische Mechanismus bisher nicht in allen Einzelheiten erklärt werden konnte.

1.2.3 *Mischkonvektionsströmungen mit Dominanz der thermischen Konvektion*

Als Grundlagenexperiment für rein thermische Konvektion ist die Rayleigh-Bénard-Zelle ausgiebig untersucht worden. In ihr bilden sich durch die Temperaturdifferenz zwischen einer beheizten Bodenplatte und einer gekühlten Deckenplatte thermisch getriebene Konvektionsrollen aus und sorgen so für die Durchmischung des Fluids. Die meisten veröffentlichten Untersuchungen konzentrieren sich auf Konvektionszellen mit kleinen Aspektverhältnissen in kubischen oder zylindrischen Geometrien. Sergent und Le Quéré [80] führten numerische Untersuchungen der turbulenten Strömung in einer Rayleigh-Bénard-Zelle mit großem Aspektverhältnis $1 : 5 : 1$ mittels Large-Eddy-Simulationen durch. Dabei variierten sie die Rayleigh-Zahl von 10^7 bis 10^{10} . Sie analysierten die Form und Größe der Konvektionsrollen und konnten zeigen, dass ihre Größe und Anzahl von der Rayleigh-Zahl, also im wesentlichen der Temperaturdifferenz zwischen Boden- und Deckenplatte, abhängt. Die Ergebnisse der Simulationen zeigten, dass sich zwei, drei oder sogar vier Rollen entlang der Zelllänge ausbilden. Ihre Drehachsen reorientierten sich im Laufe der Simulationen mehrfach ohne externen Einfluss. Podvin und Sergent [65] führten ebenfalls Large-Eddy-Simulationen in der Rayleigh-Bénard-Zelle durch und analysierten die Strömungen für die Rayleigh-Zahlen 10^8 , 10^9 und 10^{10} mittels Proper Orthogonal Decomposition. Sie konnten zeigen, dass die energiereichsten Moden die thermischen Konvektionsrollen entlang der kürzeren räumlichen Ausdehnung der Zelle widerspiegeln. Weiterhin fanden sie heraus, dass höhere Moden existieren, die mit Rollenbewegungen entlang der längsten räumlichen Ausdehnung der Zelle korrespondieren. Sie vermuteten, dass die von ihnen ebenso beobachteten Reorientierungen der energiereichen Konvektionsrollen aus den thermischen Plumes und ihrer Interaktion mit den Konvektionsrollen der höheren Moden entstehen.

Für eine Übersicht über weitere Forschung zu thermischer Konvektion und die bisher untersuchten physikalischen Vorgänge in Rayleigh-Bénard-Konvektion sei hier auf die Arbeiten von Ahlers et al. [1], Lohse und Xia [55] und Chillà und Schumacher [12] verwiesen.

Aus den Ergebnissen numerischer Untersuchungen laminarer Strömungen eines als zweidimensional angenommenen Raumes mit Be- und Entlüftung von Saha et al. [70] sowie Saha et al. [69] geht hervor, dass der Wärmetransport innerhalb des Raumes stark von den Randbedingungen der Strömung abhängt. Die Autoren konnten einerseits zeigen, dass die Belüftungsstärke und die thermischen Lasten mit der Nusselt-Zahl korrelieren und andererseits den Einfluss der Positionen von Be- und Entlüftungsöffnungen auf die Ergebnisse nachweisen.

Kaczorowski [41] betonte, dass numerische Simulationen mit Turbulenzmodellen wie sie Günther et al. [24] durchgeführt haben, die Strömungsfelder in vereinfachten Passagierkabinen qualitativ gut abbilden können. Quantitativ betrachtet

sind die so berechneten Strömungsfelder allerdings nur eingeschränkt für den Vergleich mit experimentell ermittelten Daten geeignet.

Aus experimentellen Untersuchungen in realistischen Kabinengeometrien von Kühn et al. [49] kann man schließen, dass das Verhalten der Strömung in einer solchen Kabine ebenso stark von der Interaktion zwischen der Belüftung und den thermischen Lasten abhängig ist. Daher ist es für die Untersuchung grundlegender Effekte nötig, die Geometrie des Strömungsgebietes so einfach wie möglich und die Randbedingungen reproduzierbar zu gestalten. Als Modellsystem wird dazu eine deckenseitig be- und bodenseitig entlüftete Mischkonvektionszelle mit beheizter Boden- und gekühlter Deckenplatte verwendet. Sie ist als Erweiterung der bekannten Rayleigh-Bénard-Zelle um einen Be- und Entlüftungskanal zu verstehen. Die Untersuchung grundlegender physikalischer Effekte in Mischkonvektionsströmungen dieser Art ist relevant, um so Erkenntnisse für das Verständnis dieser Strömungen zu gewinnen.

Im Gegensatz zur Rayleigh-Bénard-Zelle bietet die Mischkonvektionszelle die Möglichkeit, Interaktionen zwischen den Strukturen der thermischen Konvektion und dem Einlassstrahl zu studieren. Aufgrund des hohen Freiheitsgrads, der sich aus der Vielzahl möglicher Kombinationen aus Beheizungs- und Belüftungsstärke ergibt, ist eine systematische Untersuchung von Strömungen innerhalb der Zelle sehr aufwändig. In der Literatur finden sich dazu wesentlich weniger Untersuchungen als zu Strömungen in der Rayleigh-Bénard-Zelle. Im Folgenden werden die Ergebnisse einiger experimenteller Untersuchungen der Vorgänge in der belüfteten Mischkonvektionszelle (im Folgenden kurz *Zelle*) mit Aspektverhältnis 1 : 5 : 1 zwischen Höhe, Länge und Tiefe vorgestellt. Die Untersuchung der großskaligen Strömungsstrukturen und ihr Einfluss auf den Wärmetransport zwischen Ein- und Auslass in der Zelle stehen in den hier zitierten Studien im Vordergrund, weshalb das Verständnis der großskaligen Strömungsstrukturen maßgeblich für die Interpretation der Ergebnisse ist. Abbildung 3 zeigt in Anlehnung an Schmeling et al. [71] schematisch die Strukturen, die sich bei Mischkonvektion in der Zelle einstellen. In der Zelle sind bei dem gegebenen Aspektverhältnis üblicherweise vier thermisch bedingte Konvektionsrollen (*Large-Scale Circulations* (LSC)) entlang der langen Zellseite angeordnet (vgl. Abbildung 3 (a)), von denen immer zwei paarweise gegenläufig rotieren. Im Laufe der letzten Jahre konnte gezeigt werden, dass die Anzahl dieser Rollen während eines Rekonfigurationszyklus in der Zelle auch auf drei absinken oder auf fünf ansteigen kann, wobei der Vier-Rollen-Zustand der stabilste zu sein scheint und am häufigsten auftritt. Weiterhin bildet sich durch den Einfluss des erzwungenen Konvektionsanteils eine weitere großskalige Rolle entlang der Längsachse aus. Ihre Rotationsrichtung folgt entweder der Vorzugsrichtung des Einlassstrahls und bildet somit eine Verbindung zwischen dem Ein- und Auslass über die Deckenplatte, die Frontwand und die Bodenplatte bevor sich die Rolle dann am Auslass in einen austretenden und einen über die Rückwand aufsteigenden Anteil aufspaltet (vgl. Abbildung 3 (b)). Andererseits kann die Rotationsrichtung der Längsrolle auch entgegengesetzt sein, sodass sich eine sogenannte Kurzschlussströmung bildet, bei der der Einlassstrahl direkt an der Rückwand der Zelle herabströmt und somit die einströmende kalte Luft zum Teil sofort zum Auslass befördert (vgl. Abbildung 3 (c)).

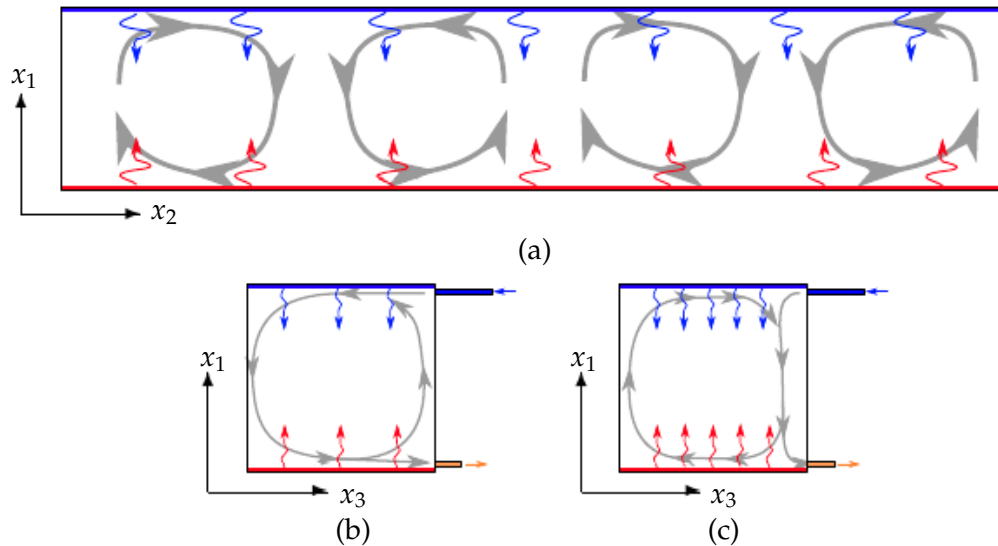


Abbildung 3: Schematische Darstellung der großskaligen Strömungsstrukturen in der belüfteten Mischkonvektionszelle. Durch den Einfluss der thermischen Konvektion bilden sich vier großskalige Konvektionsrollen über die x_2 -Richtung der Zelle aus (a). Diese rotieren in der x_1 - x_3 -Ebene entweder gegen den Uhrzeigersinn (b) oder im Uhrzeigersinn (c) und bilden dadurch eine sogenannte Kurzschlussströmung zwischen dem Ein- und Auslasskanal. Angepasst aus Schmeling et al. [71]

Westhoff et al. [96] untersuchten die Entstehung und Dynamik großskaliger Strömungsstrukturen in der Zelle bei erzwungener und gemischter Konvektion. Dazu nutzten sie sowohl in einer großen Zelle bei Umgebungsdruck als auch in einer um einen Faktor fünf kleineren Zelle mit gleichen Aspektverhältnissen bei 10bar Particle Image Velocimetry (PIV) und Temperatursensoren, um die Strömung in der Zelle sowie den Wärmetransport zwischen Ein- und Auslass der Zelle bestimmen zu können. Beide Fälle wurden bei einer Reynolds-Zahl $Re = 1,01 \cdot 10^4$, einer Rayleigh-Zahl $Ra = 2,4 \cdot 10^8$, einer Prandtl-Zahl $Pr = 0,7$ und einer Archimedes-Zahl $Ar = 3,36$ gemessen. In beiden Fällen fanden sich in den spektralen Auswertungen der Temperaturmessungen zwei charakteristische Frequenzen. Die höhere der beiden Frequenzen korrespondiert mit dem Umlauf der langgestreckten Konvektionsrolle, während die niedrigere mit keinem beobachteten Mechanismus in Verbindung gebracht werden konnte.

Auch Schmeling et al. [73] untersuchten die großskaligen Strömungsstrukturen in der Zelle bei Umgebungsdruck mittels PIV und Temperatursensoren. Dabei analysierten sie allerdings Strömungen in einem größeren Bereich charakteristischer Kennzahlen: erzwungene Konvektion bei $Re = 1,07 \cdot 10^4$ und Mischkonvektion bei $1,01 \cdot 10^4 \leq Re \leq 3,4 \cdot 10^4$ und $Ra = 2,4 \cdot 10^8$, was einer Archimedes-Zahl von $3,3 \leq Ar \leq 0,3$ entspricht. Analog zu Westhoff et al. [96] zeigten sie, dass die zweidimensionale Rollenstruktur, die in erzwungener Konvektion die Strömung in der Zelle dominiert, in Mischkonvektion zusammenbricht. Starke Geschwindigkeitsfluktuationen in der Nähe der beheizten Bodenplatte deuten dabei auf aufsteigendes warme Fluidportionen, so genannte *Plumes* hin, die die Rollenstruktur

stören. Es entstanden die eingangs erwähnten kleineren Rollenstrukturen durch die Überlagerung von erzwungener und thermischer Konvektion, die sich an jeder der mittels PIV untersuchten Ebenen im Strömungsfeld unterschieden und somit den stark dreidimensionalen Charakter der Strömung aufzeigten. Eine Analyse mittels *Proper Orthogonal Decomposition* (POD) zeigt den Unterschied zwischen erzwungener und gemischter Konvektion sehr deutlich: Während die erste POD-Mode für $Ar = 0$ noch fast 91 % der Gesamtenergie enthält, beträgt ihr Energiegehalt für $Ar = 3,3$ nur noch etwa 77 %. Weiterhin tragen die anderen Moden für $Ar = 0$ jeweils weniger als 1 % der Energie, für $Ar = 3,3$ finden sich jedoch weitere Moden mit einem Energiegehalt, der deutlich darüber liegt. Somit ist die Energie der Strömung im Falle der untersuchten Mischkonvektionsströmung auf weitere Strukturen verteilt, die die Dreidimensionalität der Strömung stark beeinflussen. Es zeigte sich darüber hinaus, dass die Rollen im Überlagerungszustand eine schematische W-Form einnehmen. Für detailliertere Untersuchungen ist laut den Autoren die Kenntnis des gesamten Strömungsfeldes nötig, die sich allein durch experimentelle Untersuchungen nicht erlangen lässt.

Schmeling et al. [72] haben Rauchvisualisierungen der Strömung in der Zelle durchgeführt, um die Strömungsstrukturen sichtbar zu machen und Zeitreihen von Temperaturen innerhalb der Zelle und in der Nähe ihrer Rückwand mit invasiven Sensoren aufgezeichnet. Dabei variierten sie die Einlassgeschwindigkeit systematisch und konnten so bei konstantem $Ra = 2,0 \cdot 10^8$ Reynolds-Zahlen zwischen $1,63 \cdot 10^4 \geq Re \geq 1,01 \cdot 10^4$ untersuchen. Die realisierte Archimedes-Zahl lag somit in einem Bereich von $2,68 \geq Ar \geq 1,11$. In den niedrigen Ar -Bereichen rotierten die LSCs entlang der Längsachse der Zelle immer in Richtung des Einlassstrahls am oberen Rand, während sich für hohe Ar auch Kurzschlussströmungen einstellten. Die Autoren konnten abhängig von der Archimedes-Zahl Bereiche stabiler Konfigurationen von Konvektionsrollen detektieren, was sich in periodischen Oszillationen der Temperatursignale äußerte. Weiterhin gab es auch Ar -Bereiche, in denen die Konfigurationen zwischen den oben erwähnten drei- und vier-Rollen-Zuständen hin- und herwechselten. In den Auswertungen der Rauchvisualisierungen fanden sich Hinweise darauf, dass eine der Rollen an der Seitenwand der Zelle zusammenbrach, während an der gegenüberliegenden Seitenwand eine neue entstand, was den Wechsel zwischen den Zuständen erklärt. Zusätzlich konnten Zustände beobachtet werden, in denen die thermischen Fußabdrücke der LSCs in den Temperatursignalen entlang der Rückwand wanderten. Die Autoren konnten aus diesen Beobachtungen unter Variation der charakteristischen Strömungsparameter schließen, dass die Stärke der thermischen Konvektion, also Ra , festlegt, ob Oszillationen der Konvektionsrollen auftreten können. Die Ausprägung der Mischkonvektion, also Ar , bestimmt die Dynamik des Systems, das heißt, ob die Rollen als stabile Strukturen auftreten, sich spontan rekonfigurieren oder periodisch oszillieren. Die Stärke des erzwungenen Konvektionsanteils wiederum bestimmt die Frequenz der periodischen Oszillationen, wenn sie auftreten. Um allerdings die genauen Mechanismen hinter den beschriebenen Vorgängen formulieren zu können, müssen weitere Studien durchgeführt werden.

Schmeling et al. [71] konnten mittels kombinierter PIV und *particle image thermometry* die Geschwindigkeits- und Temperaturfelder in einer Schnittebene kurz

oberhalb der Bodenplatte in der Zelle untersuchen. Sie führten diese Messungen für neun Fälle bei unterschiedlichen Re und Ra durch, sodass sie einen Bereich $1,1 \leq Ar \leq 7,6$ abdecken konnten. Die Aufnahmen der Geschwindigkeits- und Temperaturfelder zeigten die Bildung der sogenannten *sheet-like plumes* in der Nähe der Bodenplatte, die als Fußabdruck aufsteigender und absinkender Fluidportionen interpretiert werden können. Dabei wurde, wie auch schon in der vorangegangenen Untersuchung ([72]) deutlich, dass für eine Archimedes-Zahl $Ar > 3$ eine Kurzschlussströmung in der Zelle entsteht. Die Analyse von Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Temperaturfelder zeigte, dass die Gesamtverteilung durch zwei separate Gaußsche Verteilungsfunktionen beschrieben werden kann, die eine Unterscheidung zwischen dem Einfluss der mittleren Temperaturverteilung und den Plumes erlauben. Aus dem Vergleich der Wahrscheinlichkeiten beider Verteilungen ergab sich eine drastische Veränderung ihres Verhältnisses bei $Ra \approx 2,3 \cdot 10^8$, die somit als kritische Rayleigh-Zahl angesehen werden kann, ab der die Form der Plumes von *sheet-like* zu breiteren pilzförmigen Formen übergeht und somit zu einer stärkeren Fragmentierung der Plumes führt. Dieser Übergang korrespondiert mit dem Übergangsbereich $2,7 \leq Ar \leq 3,3$, in dem die erzwungene Konvektionsrolle sowohl mit- als auch gegenläufig zum Einlassstrahl rotiert. Ebenso verändern sich in diesem Bereich die horizontalen Wärmeströme, die mit steigender Rayleigh-Zahl in der mittleren Region anstiegen, während sie in den Bereichen mit Plumes nahezu konstant blieben. In diesem Bereich der Archimedes-Zahl wird die Strömung somit durch verschiedene transiente Prozesse beeinflusst. Es sind weitere Untersuchungen nötig, um diese Prozesse vollständig beschreiben und verstehen zu können.

Kaczorowski [41] führte DNS der belüfteten Mischkonvektionszelle bei $Re = 707$, $Ra = 3,5 \cdot 10^5$, $Pr = 0,71$ und $Ar = 1$ durch. Er ermittelte Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der thermischen Dissipationsraten und konnte im Vergleich mit den Dissipationsraten thermischer Konvektion zeigen, dass lediglich die großskaligen Strukturen durch den Einlassstrahl beeinflusst werden. Die kleinskaligen Mischungsvorgänge wurden sowohl in der Gesamtzelle als auch in der Betrachtung der Kernregion nicht durch den Einlassstrahl verändert.

1.3 ZIELE UND AUFBAU DER ARBEIT

Wissenschaftliche Fragestellungen

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Analyse von Ergebnissen aus direkten numerischen Simulationen (DNS) turbulenter thermischer Mischkonvektionsströmungen. Als Simulationsgeometrien wurden zum einen ein differentiell beheizter vertikaler Kanal und zum anderen eine sogenannte belüftete Rayleigh-Bénard-Zelle gewählt. Beide Strömungsprobleme sind dadurch gekennzeichnet, dass der Impuls- und Wärmetransport den überlagerten Effekten von freier und erzwungener Konvektion mit entgegengesetzten Ausrichtungen unterliegt. Die Auswertung der Ergebnisse erfolgt im Hinblick auf die gegenseitige Beeinflussung der beiden Konvektionsarten und auf die Auswirkungen der thermischen Auftriebskräfte auf die turbulenten Schwankungsbewegungen des Fluids. Dabei fokussiert sich die

Untersuchung der Strömung im vertikalen Kanal auf die grundlagenorientierte Analyse der turbulenten Strömungsstrukturen unter dem Einfluss von Auftriebskräften, während die Untersuchung der Strömung in der Mischkonvektionszelle auf eine Analyse der Strömungstopologie im Vergleich mit experimentell ermittelten Daten abzielt.

Das Finite-Volumen-Verfahren `flowsi` wurde ursprünglich als FORTRAN5-Programm mit einer räumlichen Diskretisierung zweiter Ordnung von Schmitt und Friedrich [74] basierend auf den Arbeiten von Schumann et al. [76] entwickelt und später von Wagner [94] als FORTRAN77 um ein räumliches Diskretisierungsverfahren vierter Ordnung für kartesische Koordinaten erweitert. Shishkina und Wagner [81–83] ergänzten dann das Simulationsverfahren so, dass auch zylindrische Koordinaten verwendet werden konnten. Zusätzlich implementierten sie Verfahren, die es erlauben, Simulationen auch in komplexeren, nicht-periodischen Geometrien durchzuführen. Horn und Feldmann portierten das so entstandene FORTRAN77-Programm in das freie Quelltext-Format von `fortran90`. Horn [31–33] untersuchte die Bedeutung von nicht-Oberbeck-Boussinesq-Effekten für Rayleigh-Bénard-Konvektion in rotierenden geschlossenen zylindrischen Zellen. Feldmann [19, 20] entwickelte auf Basis dieses Quellcodes `flowsi` für Simulationen in periodischen Rohren zur Untersuchung oszillierender, isothermer Rohrströmungen weiter und fügte eine dafür benötigte Volumenstromsteuerung hinzu. Diese Version von `flowsi` wurde dann für die Simulationen der vertikalen Kanalströmungen in dieser Arbeit an kartesische Koordinaten angepasst und um die Integration der Energiegleichung für die Lösung des Temperaturfeldes ergänzt. Zusätzlich wurde die Volumenstromsteuerung für nicht-isotherme Strömungen erweitert, um die Auftriebskräfte, die in der Strömung entstehen, in der Berechnung zu berücksichtigen. `flowsi` wurde weiterhin in Zusammenarbeit mit Bauer [8] modularisiert und modernisiert, sodass nun eine standardisierte Sammlung verschiedener `flowsi`-Versionen in `fortran90` für Kanal- und Rohrströmungen mit unterschiedlichen Randbedingungen existiert.

Weiterhin haben Kaczorowski [39–41] und Shishkina et al. [81] die FORTRAN77-Version von `flowsi` so ergänzt, dass Strömungen in einer rechteckigen Rayleigh-Bénard-Zelle sowie einer belüfteten Mischkonvektionszelle für $Ar = 1$ simuliert werden können. Diese Weiterentwicklung wurde wiederum von Czarnota [14–16] verwendet, um Simulationen mit Wärmestrahlung in der geschlossenen Zelle durchzuführen. Die letztgenannte `flowsi`-Version wurde für die in dieser Arbeit präsentierten Simulationen der belüfteten Mischkonvektionszelle verwendet. Dazu wurde das Geschwindigkeitsprofil der Einlassströmung basierend auf einem analytischen Kanalprofil, das mit seiner Bulk-Geschwindigkeit entdimensioniert ist, neu implementiert und die Randbedingung am Auslass als Nullgradientenrandbedingung angepasst. Weiterhin wurden die Integrationsroutinen für die Impuls- und Energieerhaltungsgleichungen so geändert, dass die Gleichungen mit der Einlassgeschwindigkeit entdimensioniert sind und somit Strömung mit beliebigen Archmiedes-Zahlen simuliert werden können. Für alle Simulationen wurden zusätzlich Auswertungsroutinen in `fortran90` geschrieben, die bereits zur Laufzeit der Rechnungen statistische Größen aus den Strömungsfeldern extrahieren. Weiterhin wurden für das Postprocessing der Strömungsfelder und statistischen Größen

in IDL/GDL oder Matlab geschriebene, vorhandene Auswertungsprogramme in Python angepasst und der Großteil der verwendeten Programme in Python neu entwickelt.

Folgende Fragen sollen in dieser Arbeit beantwortet werden:

- Wie lässt sich der Einfluss der thermischen Auftriebskräfte auf die vertikale Kanalströmung phänomenologisch beschreiben?
- Wie wirkt sich die Auftriebskraft auf die Produktion, Umverteilung und Dissipation von turbulenter Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Strömung aus?
- In welchem Maße verändern sich Ausdehnungen und Abstände der turbulenten Strömungsstrukturen in der Nähe der Wände?
- Welche Beiträge leisten die langsamen und schnellen Strömungsstrukturen zur Reduktion und Erhöhung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen?
- Welcher physikalische Mechanismus ist für die bereits in der Literatur beobachtete Reduktion und Erhöhung der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen verantwortlich und wie lässt sich dieser formulieren?
- Wie gut stimmen die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen der belüfteten Mischkonvektionszelle in dieser Arbeit mit Ergebnissen aus experimentellen Untersuchungen überein?
- Welche Erkenntnisse können aus den Simulationsergebnissen der Mischkonvektionszelle in die Erklärung des Strömungsverhaltens übertragen werden?

Aufbau der Arbeit

Das erste Kapitel beinhaltet einen Überblick über die relevante Literatur sowie die Definition der Ziele der vorliegenden Arbeit. In Kapitel 2 werden die theoretischen Grundlagen zur Beschreibung von Strömungen sowie die statistischen Auswertungsmethoden erörtert. Kapitel 3 führt die verwendeten numerischen Methoden ein, also die Diskretisierung der Gleichungen und die zu ihrer Lösung verwendeten Algorithmen. In Kapitel 4 werden die Ergebnisse aus den Simulationen der vertikalen Kanalströmung vorgestellt, diskutiert und bewertet. Die Ergebnisse aus den Simulationen der Konvektionszelle werden in Kapitel 5 präsentiert und mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Eine Zusammenfassung sowie ein Fazit dieser Arbeit finden sich in Kapitel 6.

In diesem Abschnitt werden zunächst die für diese Arbeit relevanten theoretischen Grundlagen und die betrachteten Geometrien beschrieben. Alle Größen und Gleichungen sind in *Indexnotation* gegeben und es gilt die Einsteinsche Summenkonvention. In dieser Notation stellt a eine skalare Größe, a_i einen Vektor und a_{ij} eine Matrix bzw. einen Tensor zweiter Stufe dar. Darüber hinaus ist eine Größe mit Dach \hat{a} dimensionsbehaftet, wohingegen eine Größe ohne Dach dimensionslos ist.

2.1 BESCHREIBUNG VON STRÖMUNGEN

Der Begriff *Fluid* bezeichnet nach Herwig und Kautz [30] einen

Stoff [...], der sich nicht (auch nicht teilweise) in einem festen Aggregatzustand befindetet. Damit sind gasförmige, flüssige und gasförmigflüssige Stoffe Fluide.

Die Bewegung eines Fluids wird *Strömung* genannt und ist mathematisch durch einen Satz von Gleichungen beschreibbar. Zunächst gilt die Kontinuitätsgleichung für die Massenerhaltung

$$\frac{\partial \hat{\rho}}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho} \hat{u}_i)}{\partial \hat{x}_i} = 0 \quad (1)$$

mit der Dichte $\hat{\rho}$ und der Geschwindigkeit \hat{u}_i . Durch den Index $i \in \{1, 2, 3\}$ sind die Geschwindigkeitskomponenten mit den drei kartesischen Raumrichtungen \hat{x}_1 , \hat{x}_2 und \hat{x}_3 verknüpft und \hat{t} steht für die zeitliche Koordinate. Für die Impulserhaltung gelten die Navier-Stokes-Gleichungen

$$\frac{\partial(\hat{\rho} \hat{u}_i)}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho} \hat{u}_i \hat{u}_j)}{\partial \hat{x}_j} = -\frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{x}_i} + \hat{\eta} \frac{\partial \hat{s}_{ij}}{\partial \hat{x}_j} + \hat{\rho} \hat{f}_i, \quad (2)$$

welche auf die Arbeiten von Navier [63] und Stokes [87, 88] zurückgehen. Beide haben die Gleichungen unabhängig voneinander entwickelt und ihren Namen geprägt. In Gleichung (2) ist $\hat{\eta}$ die dynamische Viskosität und \hat{p} der Druck. Aus der Zerlegung des Geschwindigkeitsgradiententensors $\hat{L}_{ij} = \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} = \hat{s}_{ij} + \hat{\Omega}_{ij}$ stammen der Scherratentensor $\hat{s}_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial \hat{x}_i})$ und der Rotationsratentensor $\hat{\Omega}_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} - \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial \hat{x}_i})$. Aus $\hat{\Omega}_{ij}$ lässt sich wiederum der Vortizitätsvektor $\hat{\omega}_i = -\epsilon_{ijk} \hat{\Omega}_{jk}$ bestimmen, wobei ϵ_{ijk} das Levi – Civita – Symbol bezeichnet. Der Kraftterm $\hat{\rho} \hat{f}_i$ beschreibt eine Volumenkraft im Fluid, in diesem Fall einen Auftriebsterm.

Schließlich gilt zusätzlich für die Energieerhaltung im System

$$\frac{\partial(\hat{\rho} \hat{e})}{\partial \hat{t}} + \frac{\partial(\hat{\rho} \hat{u}_i \hat{e})}{\partial \hat{x}_i} = -\frac{\partial(\hat{u}_i \hat{p})}{\partial \hat{x}_i} - \frac{\partial \hat{q}_i}{\partial \hat{x}_i} + \frac{\partial(\hat{s}_{ij} \hat{u}_j)}{\partial \hat{x}_i} + \hat{\omega} + \hat{\rho} \hat{f}_j \hat{u}_j, \quad (3)$$

mit der Gesamtenergie $e = \hat{w} + \frac{\hat{u}_k \hat{u}_k}{2}$. Diese besteht aus der inneren Energie \hat{w} und der kinetischen Energie $\hat{u}_k \hat{u}_k / 2$. Für diese Arbeit wird der Energieeintrag durch die kinetische Energie sowie durch die Scherung des Fluids ebenso vernachlässigt wie der Energieeintrag durch Strahlung \hat{w} und Arbeit durch die Volumenkraft $\hat{\rho} \hat{f}_j \hat{u}_j$.

Das Geschwindigkeitsfeld ist ein Vektorfeld, die Druck-, Dichte- und Energiefelder sind Skalarfelder, die jedem Punkt des Raumes einen Wert für ihre jeweilige Größe in Abhängigkeit der Zeit zuweisen.

In dieser Arbeit werden einige Annahmen über die Stoffgrößen und Strömungsvariablen getroffen, die die mathematische Beschreibung der Strömungen vereinfachen. Das verwendete Fluid ist ein Newtonsches Fluid, sodass die Scherspannung im Fluid linear von den Geschwindigkeitsgradienten abhängt und damit $\hat{s}_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial \hat{x}_i})$. Die betrachteten Strömungen werden als *inkompressibel* angenommen und somit gilt $\hat{\rho} = \text{const}$. Diese Annahme ist für Gase bei kleinen Geschwindigkeiten gültig und bedeutet, dass kleine, strömungsbedingte Dichteunterschiede im Fluid vernachlässigbar sind (vgl. Herwig [29]). Kräfte, die durch temperaturbedingte Dichteunterschiede im Fluid auftreten, werden jedoch durch die Boussinesq-Approximation (s. ebenso [29]) berücksichtigt. Demnach nähert ein Auftriebsterm der Form

$$\hat{\rho} \hat{g} \approx \hat{\rho}_0 \hat{g} \hat{\beta}_0 (\hat{T} - \hat{T}_0) \quad (4)$$

die aus den Dichteunterschieden bei unterschiedlichen Temperaturen \hat{T} entstehenden Auftriebskräfte hinreichend an. Die Dichte des Fluids ist hier $\hat{\rho}_0$, die in der Linearisierung der ursprünglichen Formulierung als Referenzdichte bei der Referenztemperatur \hat{T}_0 verwendet wird. Darüber hinaus lässt sich der Energiestrom, der dem Fluid durch Wärmeleitung zugeführt wird, mit dem Fourierschen Gesetz $\hat{q}_i = -\hat{\kappa} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}_i}$ beschreiben. Ebenso wird angenommen, dass die dynamische Viskosität $\hat{\eta}$ und die Wärmeleitfähigkeit $\hat{\kappa}$ konstant sind. Das betrachtete Fluid ist ein ideales Gas, sodass der thermische Ausdehnungskoeffizient als $\hat{\beta} = 1/\hat{T}$ angenommen werden kann.

2.2 VERWENDETE GLEICHUNGEN

Aus den im letzten Abschnitt eingeführten Vereinfachungen ergeben sich die inkompressiblen Formulierungen der Kontinuitätsgleichung, der Navier-Stokes-Gleichungen mit der Boussinesq-Approximation und der Energieerhaltungsgleichung in der Temperaturform als differentielle Gleichungen (5) - (7).

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_i} = 0. \quad (5)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{t}} + \hat{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j} = \hat{\nu} \frac{\partial^2 \hat{u}_i}{\partial \hat{x}_j^2} - \frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\partial}{\partial \hat{x}_i} (\hat{p} + \hat{g} \hat{\rho} \hat{x}_1) + \hat{g} \hat{\beta} (\hat{T} - \hat{T}_0). \quad (6)$$

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{t}} + \hat{u}_i \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}_i} = \hat{\kappa} \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{x}_i^2}. \quad (7)$$

2.2.1 Entdimensionierung der Gleichungen

Aufgrund des im allgemeinen Fall relativ hohen Aufwandes zur Lösung der NSG, werden die Gleichungen vor der numerischen Behandlung entdimensioniert. Dabei werden die dimensionsbehafteten Größen mit sinnvoll gewählten Referenzgrößen normiert, sodass die Gleichungen danach in dimensionsloser Form vorliegen. Für dieses Vorgehen nutzt man das Π -Theorem der Dimensionsanalyse, das in Herwig [29] umfassend beschrieben ist. Durch entsprechende Wahl der Referenzgrößen lassen sich die Lösungen später auf verschiedene, physikalisch ähnliche, Strömungszustände zurückrechnen. Aus dieser Vorgehensweise ergibt sich ein Mehrwert des Lösungsprozesses, da so verschiedene ähnliche Strömungszustände gleichzeitig durch die Lösung des Gleichungssystems abgebildet werden können.

Die dimensionslose Formulierung der Gleichungen erhält man durch Einsetzen der in Tabelle 1 gegebenen Größen. Die bisher nicht eingeführte Größe $\Delta\hat{T}$ ist die Temperaturdifferenz zwischen den Berandungen des Strömungsgebietes. Der Term $\hat{g}\hat{\rho}\hat{x}_1$ ist außerdem der hydrostatische Druck im Fluid. Die in Tabelle 1 darge-

Tabelle 1: Dimensionslose Strömungsvariablen

Raum	Zeit	Geschwindigkeit	Druck	Temperatur
$x_i = \frac{\hat{x}_i}{\hat{l}_{ref}}$	$t = \frac{\hat{t}\hat{u}_{ref}}{\hat{l}_{ref}}$	$u_i = \frac{\hat{u}_i}{\hat{u}_{ref}}$	$p = \frac{\hat{p}}{\hat{\rho}\hat{u}_{ref}^2}$	$\theta = \frac{\hat{T} - \hat{T}_0}{\Delta\hat{T}}$

stellten dimensionslosen Größen werden nach der zu ersetzenden Größe aufgelöst und in die Gleichungen (5) - (7) eingesetzt. Die Formulierung für die zu ersetzende räumliche Koordinate \hat{x}_i ergibt sich beispielsweise zu $\hat{x}_i = x_i \hat{l}_{ref}$. Ein äquivalentes Umformen der weiteren Beziehungen aus Tabelle 1 und Einsetzen ergibt

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \hat{u}_{ref} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\hat{u}_{ref}^2}{\hat{l}_{ref}} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\hat{u}_{ref}^2}{\hat{l}_{ref}} = \frac{\hat{v}\hat{u}_{ref}}{\hat{l}_{ref}^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(p \frac{\hat{u}_{ref}^2}{\hat{l}_{ref}} + \frac{\hat{g}\hat{x}_1}{\hat{l}_{ref}} \right) + \hat{g}\hat{\beta}(\theta\Delta\hat{T}), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \frac{\hat{u}_{ref}(\Delta\hat{T} + \hat{T}_0)}{\hat{l}_{ref}} + \hat{u}_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\hat{u}_{ref}(\Delta\hat{T} + \hat{T}_0)}{\hat{l}_{ref}} = \frac{\hat{\kappa}(\Delta\hat{T} + \hat{T}_0)}{\hat{l}_{ref}^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2}. \quad (10)$$

Umformen liefert dann die entdimensionierten Gleichungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{Re_b} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\langle p \rangle + p' + \frac{\hat{g}\hat{x}_1\delta_{1i}}{\hat{u}_{ref}^2}) + \frac{Gr}{Re_b^2} \theta\delta_{1i}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = \frac{1}{Pr Re_b} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2}. \quad (13)$$

In Gleichung (12) ist δ_{1i} das Kronecker-Delta, da die Gravitation und somit auch der Auftrieb aus der Boussinesq-Approximation lediglich in x_1 -Richtung wirken. Als Referenzgeschwindigkeit wird hier die Bulk-Geschwindigkeit $\hat{u}_{ref} = \hat{u}_b$ gewählt. Die Lösungen für das Geschwindigkeitsfeld können jedoch im Nachhinein auf andere Referenzgeschwindigkeiten unnormiert werden, was Vorteile für ihre Darstellung bietet.

Die Terme in Gleichung (12) sind von links nach rechts der transiente Term, sowie der Konvektions-, Diffusions-, Druck- und Auftriebsterm in der Impulsbilanz. Der Druckterm ist in Gleichung (12) in einen mittleren Anteil $\langle p \rangle$ und einen fluktuierenden Anteil p' aufgeteilt, deren Bedeutung in Kapitel 3.3 erläutert wird. Weiterhin wird der hydrostatische Druck $\hat{g} \hat{x}_1 \delta_{1i} / \hat{u}_{ref}^2$ im mittleren Druckterm berücksichtigt, sodass im Folgenden

$$p_m = \langle p \rangle + \frac{\hat{g} \hat{x}_1 \delta_{1i}}{\hat{u}_{ref}^2} \quad (14)$$

gilt. Der mittlere Druck wird durch die in Abschnitt 3.2.3 erläuterte Volumenstromsteuerung berechnet und im Lösungsprozess als gegebene Größe behandelt. In Gleichung (13) sind der transiente Term sowie der Konvektions- und Diffusions-term entsprechend für die Temperatur vorhanden. Die charakteristischen Kennzahlen, die durch die Entdimensionierung der Gleichungen entstehen, namentlich die Bulk-Reynolds-Zahl Re_b , die Grashof-Zahl Gr und die Prandtl-Zahl Pr , werden in Abschnitt 2.3.1 definiert und erläutert.

2.2.2 Geometrien und Randbedingungen

2.2.2.1 Periodischer Kanal

Die Geometrie des Strömungsgebietes für den Fall des vertikalen Kanals ist in Abbildung 4 dargestellt. Zwei Platten mit Abstand $\hat{\delta}$ begrenzen das Fluid in x_3 -Richtung, sodass an diesen Wänden die Haftbedingung $u_i|_w = 0$ gilt. Darüber hinaus sind die Platten isotherm beheizt ($\theta_h = 0,5$) und gekühlt ($\theta_c = -0,5$). In den Richtungen x_1 und x_2 werden periodische Randbedingungen angesetzt, sodass die Platten trotz ihrer Begrenzungen in Strömungs- und Querströmungsrichtung als unendlich ausgedehnt angesehen werden können. Die Strömung wird weiterhin durch einen mittleren Druckgradienten $\frac{\partial p_m}{\partial x_i}$ gegen die Gravitationsbeschleunigung \hat{g} und den hydrostatischen Druck beschleunigt.

2.2.2.2 Mischkonvektionszelle

Der geometrische Aufbau des Rechengebietes für die Mischkonvektionszelle ist in Abbildung 5 dargestellt. Mit ihrer Höhe \hat{H} , ihrer Länge \hat{L} und ihrer Tiefe \hat{B} hat die Zelle ein Aspektverhältnis von $1 : 5 : 1$, wie durch die Abmaße in Abbildung 5 vorgegeben. Der Einlasskanal hat eine Höhe von $H_{in} = 0,05\hat{H}$ und der Auslasskanal

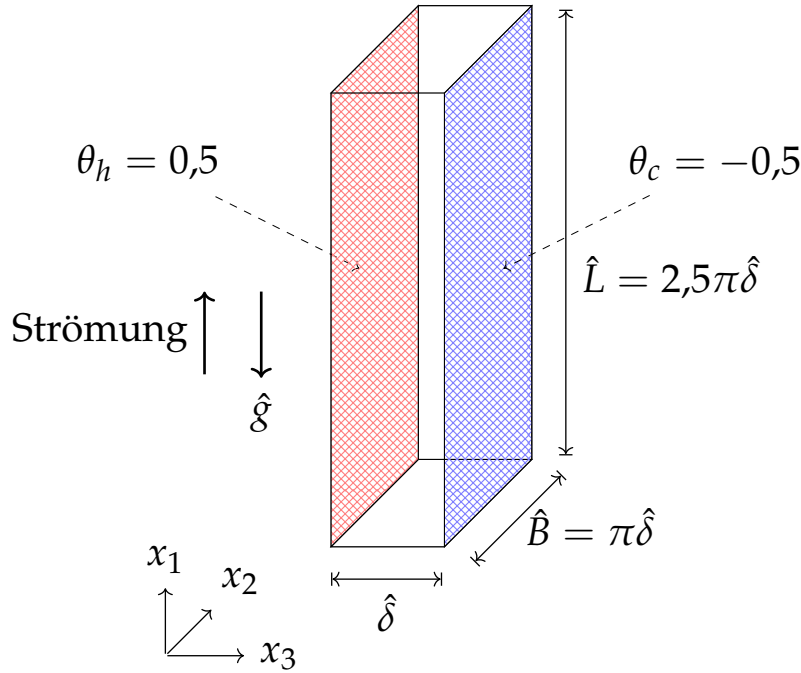


Abbildung 4: Skizze der Geometrie des vertikalen Kanals. Zwischen zwei vertikalen Platten mit differentieller Beheizung im Abstand $\hat{\delta}$ strömt das Fluid gegen die Gravitationsbeschleunigung.

eine Höhe von $H_{out} = 0,03\hat{H}$. Das Rechengebiet ist an allen Seiten mit Ausnahme des Ein- und Auslasskanals durch feste Wände begrenzt, an denen die Haftbedingung $u_i|_w = 0$ gilt. Am Einlass wird ein laminares Duct-Geschwindigkeitsprofil

$$u_{in}(x_1, x_2) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx_3} \left[\frac{1}{2} \left(y^2 - \frac{b^2}{4} \right) - 4b^2 \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n \cosh(u_n K \frac{x_1}{a})}{u_n^3 \cosh(u_n K \frac{1}{2})} \cos \left(u_2 \frac{x_2}{b} \right) \right] \quad (15)$$

nach Rybinski und Mikielewicz [68] vorgegeben. Für die Implementierung wird das Profil mit seiner Bulk-Geschwindigkeit

$$u_{in,b} = -\frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx_3} \frac{d_h^2}{48} \left(\frac{K+1}{K} \right)^2 \left[1 - \frac{192}{K} \sum_{n=1}^N \frac{1}{u_n^5} \tanh \left(u_n K \frac{1}{2} \right) \right] \quad (16)$$

normiert und somit zu einem dimensionslosen Geschwindigkeitsprofil umgeformt, was die Verwendung der mittleren Bulk-Geschwindigkeit als Referenzgröße für die Entdimensionierung der Gleichungen begründet. In Gleichung (15) und (16) sind a und b die Seitenlängen des Einströmkanals, K ihr Aspektverhältnis, $d_h = 2 \frac{K}{K+1} b$ der hydraulische Durchmesser und $u_n = (2n-1)\pi$. Laut Rybinski und Mikielewicz sind für $1 \leq K \leq 20$ nur die ersten $N = 9$ Terme der Reihen nötig, um das Profil mit einem relativen Fehler $\epsilon \approx 1 \cdot 10^{-6}$ abzubilden. Für das hier vorliegende Aspektverhältnis des Einlasskanals $K = 0.01$ müssen dazu jedoch $N = 300$ Terme verwendet werden. Ab dieser Anzahl von Termen ist der relative Fehler für das vorliegende Aspektverhältnis ebenso gering wie von Rybinski und Mikie-

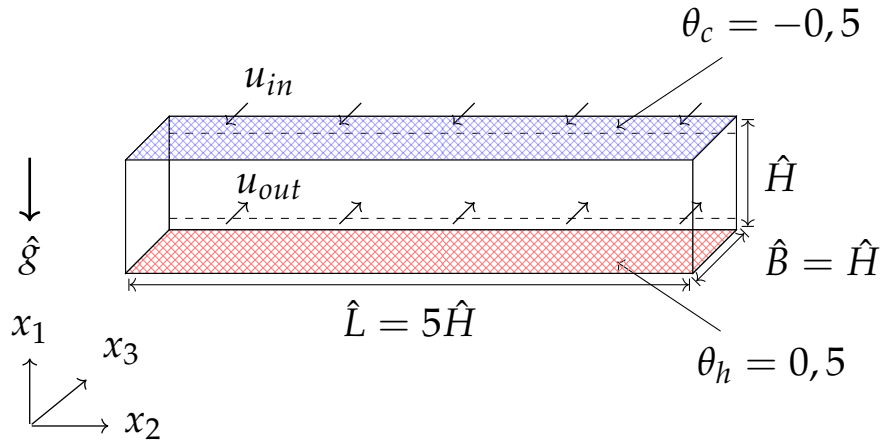


Abbildung 5: Skizze der belüfteten Mischkonvektionszelle.

lewisz vorgegeben. Die Auslassströmung unterliegt generell einer Nullgradientenbedingung $\left. \frac{\partial u_{out}}{\partial x_3} \right|_{out} = 0$. Diese wurde um eine zusätzliche Nebenbedingung erweitert, sodass die Einlass- und Auslassvolumenströme $\dot{V}_{in} = \dot{V}_{out}$ sind und somit die Massenerhaltung im System eingehalten wird. Die dimensionslosen Temperaturen der Einlassströmung und der Deckenplatte sind mit $\theta_c = -0,5$ und die der Bodenplatte mit $\theta_h = 0,5$ jeweils als isotherme Randbedingungen vorgegeben. Für die Temperaturen an den senkrechten Wänden sowie für die Auslassströmung wird eine Nullgradientenrandbedingung $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ vorgegeben.

2.3 CHARAKTERISTISCHE GRÖSSEN

Für die vorgestellten Gleichungen und ihre später präsentierten Ergebnisse sind einige Größen zu definieren, die im Laufe der Kapitel immer wieder auftauchen werden. Dazu gehören sowohl charakteristische Größen als auch dimensionslose Kennzahlen, die in der Strömungsmechanik üblicherweise verwendet werden. Es ist zunächst sinnvoll, einige Größen festzulegen, die in turbulenten Strömungen charakteristisch sind. Diese können entweder Stoffwerte, geometrische Referenzen oder auch Geschwindigkeiten sein. In der betrachteten vertikalen Kanalströmung wird die Kanalhöhe $\hat{\delta}$ als Referenzlänge verwendet, da diese als bekannte geometrische Referenzlänge vorliegt. In der Literatur wird häufig die halbe Kanalhöhe als Referenzlänge benutzt, da die Vorgänge in isothermen Strömung symmetrisch über die Kanalmitte sind, was im Fall der vorliegenden vertikalen Mischkonvektionsströmung nicht zutrifft. In der Mischkonvektionszelle ist die Höhe \hat{H} die geometrische Referenzlänge.

Die Referenzgeschwindigkeit für die Gleichungen kann ebenso unterschiedlich definiert werden. Im Lösungsprozess wird die Bulk-Geschwindigkeit

$$\hat{u}_b = \frac{1}{\hat{V}} \iiint_{\hat{V}} \hat{u}_i d\hat{V} \equiv \frac{1}{\hat{A}} \iint_{\hat{A}} \hat{u}_i d\hat{A}, \quad (17)$$

die vom mittleren Volumenstrom abhängt, als Referenzgeschwindigkeit verwendet. In Gleichung (17) bezieht sich die erste Definition auf die Durchströmung des

gesamten Volumens V , die zweite auf die Durchströmung der Fläche A eines Ein- oder Auslassrandes der Geometrie. Eine weitere charakteristische Geschwindigkeit ist die Schubspannungsgeschwindigkeit, die sich aus der Rolle der Wände als Begrenzung des Strömungsgebietes ergibt. Mit der Haftbedingung $u_i|_w = 0$ bildet man so die über verschiedene Strömungszustände selbstähnliche Referenzgeschwindigkeit

$$\hat{u}_\tau = \sqrt{\frac{\hat{\tau}_w}{\hat{\rho}}} = \sqrt{\hat{\nu} \left(\frac{\partial \hat{u}_1}{\partial \hat{x}_3} \right) \Big|_w}. \quad (18)$$

In Gleichung (18) taucht die Wandschubspannung $\hat{\tau}_w = \hat{\eta} \left(\frac{\partial \hat{u}_3}{\partial \hat{x}_3} \right)_w$ auf, die aus dem Geschwindigkeitsgradienten an der Kanalwand sowie aus der dynamischen Viskosität $\hat{\eta}$ gebildet wird. Hier ist die x_1 -Richtung die Hauptströmungsrichtung und die x_3 -Richtung die wandnormale Richtung. Die kinematische Viskosität ist wiederum definiert als $\hat{\nu} = \frac{\hat{\eta}}{\hat{\rho}}$, mit $\hat{\rho}$ als Dichte und $\hat{\eta}$ als dynamische Viskosität des verwendeten Fluids. Für die durchgeführten Simulationen im vertikalen Kanal wird zusätzlich zwischen den lokalen Schubspannungsgeschwindigkeiten u_τ^+ und der gemittelten Schubspannungsgeschwindigkeit $u_\tau^* = \frac{u_{\tau,h}^+ + u_{\tau,c}^+}{2}$ unterschieden. Mit letzterer Referenzgröße lassen sich die Strömungsgrößen so skalieren, dass sie über die Kanalhöhe stetig erscheinen, was beim Vergleich der Strömungsgrößen in ihrer jeweils lokalen Skalierung nicht der Fall ist. Die Normierung der Geschwindigkeiten in Wandschubspannungseinheiten bietet den Vorteil, dass die Geschwindigkeitsprofile zu unterschiedlichen lokalen Reynolds-Zahlen in unmittelbarer Wandnähe selbstähnlich und somit besser vergleichbar sind.

Aus den eben erläuterten Zusammenhängen ergibt sich der rechte Teil von Gleichung (18). Mit der Schubspannungsgeschwindigkeit definiert man das viskose Längenmaß $\delta_\nu \equiv \nu/u_\tau^*$. Dieses Längenmaß wiederum wird verwendet, um den dimensionslosen Wandabstand in inneren Einheiten (auch: *viskose Einheiten* oder *Wandeinheiten*) anzugeben, sodass $y^+ \equiv y/\delta_\nu = u_\tau^* y/\nu$.

Bezieht man die Temperatur \hat{T} eines Fluids in die mathematische Beschreibung mit ein, so zum Beispiel im inkompressiblen Fall mit der Boussinesq-Approximation und der Energiegleichung in Temperaturform, lässt sich eine dritte charakteristische Geschwindigkeit, die mittlere Auftriebsgeschwindigkeit

$$\hat{u}_a = \sqrt{\hat{g} \hat{\beta} \hat{l}_{ref} \Delta \hat{T}}, \quad (19)$$

definieren. Weiterhin wird, den Empfehlungen von Barletta und Zanchini [6] folgend, eine Referenztemperatur \hat{T}_0 als arithmetischer Mittelwert der Wandtemperaturen definiert. Von der Wahl der Referenztemperatur hängen die weiteren thermodynamischen Größen der Strömung, wie etwa die Bezugsdichte $\hat{\rho}_0$ oder die Bezugsviskosität $\hat{\nu}_0$ ab.

2.3.1 Dimensionslose Kennzahlen

Aus der Entdimensionierung der Gleichungen ergeben sich dimensionslose Parameter bzw. Kennzahlen, die das Verhalten der Lösungen bestimmen. In den Glei-

chungen (12) und (13) sind dies die Reynolds-Zahl Re , die Grashof-Zahl Gr und die Prandtl-Zahl Pr .

Die Reynolds-Zahl ist definiert als

$$Re = \frac{\hat{u}_{ref} \hat{l}_{ref}}{\hat{\nu}}. \quad (20)$$

Je nach eingesetzter Referenzgeschwindigkeit und Referenzlänge ergeben sich unterschiedliche Reynolds-Zahlen: Mit der Kanalhöhe und der Bulk-Geschwindigkeit ergibt sich die Bulk-Reynolds-Zahl Re_b und mit der Kanalhöhe sowie der Schubspannungsgeschwindigkeit die Schubspannungs-Reynolds-Zahl Re_τ . Aufgrund unterschiedlicher Wandtemperaturen und damit unterschiedlich stark wirkender Auftriebskräfte unterscheiden sich in der vertikalen Kanalströmung die Wandschubspannungsgeschwindigkeiten an den beiden Wänden. Die Schubspannungs-Reynolds-Zahl gebildet aus den Schubspannungsgeschwindigkeiten an der heißen (u_τ^h) oder kalten (u_τ^c) Wand wird, soweit nötig, mit diesen hochgestellten Indizes als Re_τ^h oder Re_τ^c gekennzeichnet. Die mittlere Schubspannungs-Reynolds-Zahl Re_τ^* ergibt sich mit dem arithmetischen Mittel der beiden unterschiedlichen Wandschubspannungsgeschwindigkeiten an den unterschiedlich temperierten Wänden. Der Wert der Reynolds-Zahl gewichtet den Einfluss des diffusiven Terms und gibt somit das Verhältnis zwischen Trägheitskräften und viskosen Kräften wieder. Je nach Wert der Reynolds-Zahl unterscheidet man somit zwischen laminaren, transitionellen und turbulenten Strömungen, die hier am Beispiel von isothermen Kanalströmungen aufgezeigt werden sollen. Strömungen mit einer Reynolds-Zahl unterhalb des kritischen Werts $Re < Re_c \approx 1350$ werden als laminar bezeichnet. Sie sind durch geordnete Teilchenbahnen gekennzeichnet (vgl. Pope [66]) und kleine Störungen im Strömungsfeld werden durch die viskosen Kräfte gedämpft, sodass das laminare Verhalten der Strömung erhalten bleibt. Unter Annahme von Vereinfachungen ist die Lösung der laminaren Strömungsgleichungen auf analytischem Weg möglich. Im Bereich $1350 < Re < 1800$ werden Strömungen als transitionell bezeichnet und in ihnen können wiederum Bereiche auftreten, in denen kleine Störungen im Strömungsfeld angefacht und dann wieder gedämpft werden. Strömungen mit einer Reynolds-Zahl $Re > 1800$ werden als turbulent bezeichnet und sind durch chaotische, unvorhersehbare Bahnen einzelner Fluidteilchen gekennzeichnet. Kleine Störungen im Strömungsfeld werden angefacht, breiten sich aus und führen so zum turbulenten Verhalten der Strömung. Die Strömungsgleichungen können für transitionelle und turbulente Strömungen allgemein nicht analytisch gelöst werden, sodass man sich numerischer Lösungsverfahren bedient.

Die Grashof-Zahl

$$Gr = \frac{\hat{g} \hat{\beta} \Delta \hat{T} \hat{l}_{ref}^3}{\hat{\nu}^2} \quad (21)$$

gibt das Verhältnis zwischen Auftriebs- und Trägheitskräften zu viskosen Kräften an und charakterisiert die Stärke des thermischen Einflusses auf die Strömung. Sie hängt nach der Festlegung der Geometrie und des Fluids nur noch von der Temperaturdifferenz $\Delta \hat{T}$ ab.

Die Prandtl-Zahl

$$Pr = \frac{\hat{\nu}}{\hat{\kappa}} \quad (22)$$

ist eine mit den Fluideigenschaften verbundene Größe und gibt das Verhältnis zwischen der Viskosität und der Temperaturleitfähigkeit des Fluids wieder. Sie charakterisiert somit die Verbindung zwischen dem Geschwindigkeits- und Temperaturfeld des Fluids und ist ebenso ein Maß für das Verhältnis zwischen der Temperatur- und Impulsgrenzschichtdicke des strömenden Fluids. Für Luft ergibt sich die Prandtl-Zahl bei Raumtemperatur zu $Pr = 0,71$.

Die Art der Wärmeübertragung im Fluid wird mit der Rayleigh-Zahl $Ra = Gr \cdot Pr$ typisiert. Oberhalb eines kritischen Wertes findet sie primär durch Konvektion statt, unterhalb dieses Wertes primär durch Wärmeleitung. Ra dient dem Vergleich verschiedener thermisch beeinflusster Strömungszustände unter Einbeziehung der Fluideigenschaften. Da in der vorliegenden Arbeit lediglich eine feste Prandtl-Zahl betrachtet wird, ist die Grashof-Zahl ebenso aussagekräftig und wird im Folgenden äquivalent verwendet.

Zuletzt kann noch die Art der Konvektion im Fluid mithilfe der Archimedes- oder auch Richardson-Zahl $Ar \equiv Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ beschrieben werden. Sie unterscheidet im Allgemeinen zwischen der Dominanz erzwungener Konvektion für $Ar < 0,1$ und freier Konvektion für $Ar > 10$. Im Bereich von $0,1 < Ar < 10$ spricht man von gemischter Konvektion, in der eine Überlagerung beider Konvektionsarten vorliegt. Diese Einteilung gilt im Wesentlichen für die Betrachtung horizontaler Strömungen. Wie von Jackson und Hall [36] gezeigt werden konnte, sind in vertikalen Strömungen die zu beobachtenden thermischen Effekte jedoch bereits ab $Gr/Re^{2,7} > 10^{-5}$ nicht mehr vernachlässigbar, sodass hier auch für $Ar < 0,1$ bereits von gemischter Konvektion gesprochen werden muss.

2.4 STATISTISCHE AUSWERTUNGSMETHODEN

Die Ergebnisse von Simulationen turbulenter Strömungen in Form der Strömungsgrößen u_i , p und θ lassen sich als wahrscheinlichkeitsverteilte Variablen in Abhängigkeit von Raum und Zeit auffassen und können mit statistischen Methoden ausgewertet und beurteilt werden. Die dazu verwendeten Verfahren werden in diesem Abschnitt in Anlehnung an die Ausführungen von Pope [66] und Unger [93] vorgestellt.

2.4.1 Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Strömungsgröße $\zeta(t, x_1, x_2, x_3)$ oder $\chi(t, x_1, x_2, x_3) \in \{u_i, p, \theta\}$ wird mit $p(\zeta)$ und die kumulierte Verteilung mit $P(\zeta_0)$ an der Stelle ζ_0 bezeichnet. Es gilt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(\zeta) d\zeta = 1 \quad P(\zeta_0) = \int_{-\infty}^{\zeta_0} p(\zeta) d\zeta$$

$$P(-\infty) = 0 \quad P(+\infty) = 1.$$

Zur Laufzeit der Simulationen werden die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen an jedem Punkt im Rechengebiet als Histogramme aufgenommen. Sie können so Aufschluss über die Wahrscheinlichkeit des Auftretens bestimmter Strömungser-

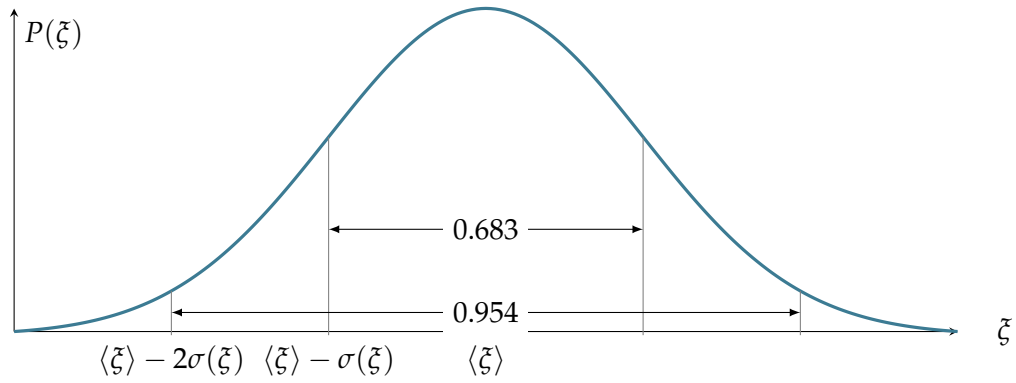


Abbildung 6: Gaußsche Normalverteilung

eignisse geben. Als Referenz für die Verteilung der Strömungsgrößen dient üblicherweise die Gaußsche Normalverteilung

$$\mathcal{N}(\xi; \langle \xi \rangle, \sigma(\xi)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(\xi)} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\xi - \langle \xi \rangle)^2}{\sigma(\xi)^2}} \quad (23)$$

wie in Abbildung 6 dargestellt. Sie ist durch ihren Mittelwert $\langle \xi \rangle$ und ihre Standardabweichung $\sigma(\xi)$ festgelegt und beinhaltet etwa 68,3 % der Ereignisse in einer Umgebung von einer Standardabweichung und etwa 95,4 % der Ereignisse in einer Umgebung von zwei Standardabweichungen um den Mittelwert.

Ebenso können multivariate Verteilungen der Strömungsgrößen $p(\xi, \chi)$ bestimmt werden. Diese sind als zweidimensionale Kombination zweier einfacher Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen zu verstehen. Sie liefern die Wahrscheinlichkeiten des Auftretens von Strömungsereignissen, die durch zwei oder mehr Strömungsgrößen charakterisiert sind und sind somit eine Form von Korrelationsmetrik. In diesem Zusammenhang ist die Quadrantenanalyse nach Lu und Willmarth [56] zu erwähnen. Mit ihr kann die Korrelation der Geschwindigkeitsfluktuationen unterschiedlicher Richtungen beurteilt werden. In der Darstellung der Verteilungen ergeben sich vier Quadranten, die nach den Vorzeichen der betrachteten Fluktuationen unterschieden werden. Ihr Vergleich mit den Hyperbeln, die sich aus dem Produkt der RMS-Werte an der betrachteten Position ergeben, zeigt zu welchem Anteil Ereignisse innerhalb oder außerhalb der einfachen Standardabweichungen liegen. Dadurch ergibt sich ein Maß für extreme Ereignisse an der betrachteten Position, das angibt, inwiefern diese Ereignisse zur Charakteristik der Strömung beitragen.

Zur grundlegenden Beurteilung des Strömungsverhaltens wertet man die statistischen Momente (auch Einpunkt-Korrelationen) der Geschwindigkeits-, Druck- und Temperaturverteilungen aus. Sie ergeben sich als integrale Maße für die Form der entsprechenden Verteilungen und werden an einzelnen Punkten im Strömungsfeld berechnet. Im Folgenden werden sie für eine beliebige Strömungsgröße ξ definiert. Die räumlich und zeitlich verteilten Größen werden in einen Mittelwertanteil $\langle \xi \rangle$ und einen fluktuierenden Anteil ξ' zerlegt, sodass

$$\xi = \langle \xi \rangle + \xi' \quad \text{mit} \quad \langle \xi' \rangle = 0. \quad (24)$$

Folgende Aussagen treffen auf den Mittelungsoperator $\langle \cdot \rangle$ zu:

$$\begin{aligned} \langle \xi + \psi \rangle &= \langle \xi \rangle + \langle \psi \rangle & \langle a \cdot \xi \rangle &= a \cdot \langle \xi \rangle \\ \langle \langle \xi \rangle \cdot \psi \rangle &= \langle \xi \rangle \cdot \langle \psi \rangle \Rightarrow \langle \langle \xi \rangle \rangle &= \langle \xi \rangle & \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \cdot} \right\rangle &= \frac{\partial \langle \xi \rangle}{\partial \cdot}. \end{aligned}$$

Somit stellt $\langle \cdot \rangle$ einen Reynolds-Operator dar. Der partielle Ableitungsoperator $\frac{\partial}{\partial \cdot}$ steht hier als Platzhalter für sowohl zeitliche als auch räumliche Ableitungen.

Der Mittelwert $\langle \xi(t) \rangle$ einer — hier aus Gründen der Einfachheit als eindimensional verteilt angenommenen — Strömungsgröße ist als

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_t \xi dt \quad (25)$$

definiert. Zur Beurteilung der Turbulenzintensitäten werden in der statistischen Auswertung nicht die fluktuierenden Größen ξ' selbst, sondern ihre Standardabweichung (auch als **RMS** - Wert bezeichnet)

$$\sigma(\xi) = \xi_{rms} = \sqrt{\langle \xi'^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t} \int_t (\xi - \langle \xi \rangle)^2 dt} = \sqrt{\langle \xi^2 \rangle - \langle \xi \rangle^2}, \quad (26)$$

die als Wurzel aus der quadrierten Differenz zum Mittelwert definiert ist, herangezogen.

Die Beurteilung von Strömungsereignissen in Regionen mit bestimmten Eigenschaften — im speziellen Regionen, in denen warmes oder kaltes Fluid zugegen ist, bzw. Fluid, das sich schneller oder langsamer als die mittlere Strömung bewegt — motiviert die Betrachtung von bedingten statistischen Verteilungen und ihren Momenten. Die bedingte Verteilung von ξ unter der Voraussetzung, dass eine andere Größe χ an der gleichen Stelle im Strömungsgebiet einen Schwellwert χ_0 über- oder unterschreitet wird als $p(\xi|\chi \lesseqgtr \chi_0)$ bezeichnet. Äquivalent dazu wird etwa der bedingte **RMS**-Wert einer Strömungsgröße mit $\xi_{rms|\chi \lesseqgtr \chi_0}$ bezeichnet. Nach dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit ergibt sich dann

$$p(\xi) = p(\xi|\chi \lesseqgtr \chi_0) \cdot p(\chi \lesseqgtr \chi_0) \quad (27)$$

als Definition für die Berechnung der kontinuierlichen Verteilungsfunktionen dieser Art.

2.4.2 Leistungsdichtespektren

Die Physik turbulenter Strömungen ist durch die Interaktion mehrerer Skalen unterschiedlicher Größenordnungen charakterisiert. Der Anteil der jeweiligen Skalen an einem fluktuierenden Signal $\xi'(x_i)$ lässt sich mit dessen Spektrum berechnet durch die Fourier-Transformation

$$\mathcal{F}\{\xi\}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi'(x_i) e^{-2\pi i k \cdot x_i} dx_i \quad (28)$$

beurteilen. Dabei liefert der Betrag $|\mathcal{F}\{\xi\}(k)|^2$ die Gewichtung der Anteile einzelner Fourier-Moden bzw. Wellenzahlen $k = \frac{2\pi}{N\Delta}$ in dem betrachteten Signal. Die in den Simulationen über das Intervall L diskretisierten Signale

$$\xi_n = \xi(n\Delta), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (29)$$

mit der diskreten Koordinate $\Delta = L/N$ werden mit der sogenannten Fast-Fourier-Transformation (FFT) transformiert, sodass sich die diskrete Fourier-Transformierte

$$\hat{\zeta}(m/\Delta) = \hat{\zeta}_m = \Delta \sum_{l=0}^{N-1} \zeta_l e^{-2\pi i \frac{ml}{N}}, \quad m = 0, 1, \dots, N/2 \quad (30)$$

und die Wellenzahl $k = 2\pi \frac{m}{N\Delta}$ ergeben. Mit der komplex konjugierten Fourier-Transformierten $\hat{\zeta}_k^*$ ergibt sich dann das einseitige Leistungsdichtespektrum

$$E_{\zeta, \bar{\zeta}}(k) = \frac{2}{L} |\hat{\zeta}_k|^2 = \frac{2}{L} \hat{\zeta}_k \hat{\zeta}_k^*, \quad k = 0, 1, \dots, N/2. \quad (31)$$

Gewichtet man das Spektrum eines Signals mit der Wellenzahl durch Multiplikation und trägt es über der Wellenlänge $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ auf, erhält man das vormultiplizierte Spektrum (engl. *premultiplied spectrum*) $kE_{ij}(\lambda)$. Durch die Gewichtung werden die häufig auftretenden Wellenlängen im Spektrum hervorgehoben, sodass sich die Wellenlänge bei der das Maximum des vormultiplizierten Spektrums auftritt als energetisch dominante Wellenlänge des Signals interpretieren lässt.

2.4.3 Korrelationsfunktionen

Zweipunktkorrelationen liefern die Korrelation von Strömungsgrößen an unterschiedlichen räumlichen oder zeitlichen Positionen. Die Zweipunktkorrelationsfunktion zweier Größen ist als

$$S_{\zeta, \chi}(\Delta x_i) = \langle \zeta(x_i, t) \chi(x_i + \Delta x_i, t) \rangle \quad (32)$$

definiert und stellt im allgemeinen Fall eine Kreuzkorrelationsfunktion dar, deren Wert von der Separationslänge Δx_i , also dem Abstand zweier Punkte im betrachteten Feld, abhängt. Für $\zeta = \chi$ ergibt sich die Autokorrelationsfunktion. Durch die Normierung der Korrelationsfunktion mit den rms-Werten der jeweiligen Größen erhält man die Verteilung der Korrelationskoeffizienten

$$R_{\zeta, \chi}(\Delta x_i, x_i) = \frac{\langle \zeta(x_i, t) \chi(x_i + \Delta x_i, t) \rangle}{\zeta_{rms}(x_i) \chi_{rms}(x_i)}. \quad (33)$$

Unter Anwendung des Wiener-Khintchine-Theorems lassen sich die Zweipunktkorrelationen aus den Fourier-Transformierten der Signale mit

$$\hat{R}_{\zeta, \bar{\zeta}}(\Delta x_i) = \frac{\langle \hat{\zeta}(k_i) \hat{\zeta}^*(k_i) \rangle}{\zeta_{rms}(x_i) \bar{\zeta}_{rms}(x_i)} \quad (34)$$

berechnen. Diese Vorgehensweise ist in der Implementierung effizienter als die direkte Formulierung aus Gleichung (32), da die Berechnung der Fourier-Transformierten durch die FFT mittels etablierter Algorithmen einen wesentlichen Zeitgewinn gegenüber der klassischen Verschiebung mit der Korrelationsfunktion bietet. Mehrdimensionale Korrelationsfunktionen lassen sich durch Anwendung der

Gleichungen auf mehrdimensionale Variablen berechnen. Die in Abschnitt 4.5 analysierten dreidimensionalen räumlichen Korrelationsfunktionen sind definiert als

$$\hat{R}_{\xi\bar{\xi}}(\Delta_{x_1}, \Delta_{x_2}, \Delta_{x_3}, x_3^{ref}) = \frac{\left\langle \hat{\xi}(k_1, k_2, x_3^{ref}, t) \hat{\xi}^*(k_1, k_2, x_3^{ref} + \Delta_{x_3}, t) \right\rangle}{\xi_{rms}(x_3^{ref}) \xi_{rms}(x_3^{ref} + \Delta_{x_3})}. \quad (35)$$

In diesem Fall wird über die Aufpunkte in x_1 - und x_2 -Richtung sowie über die Zeit gemittelt und die Separation in x_3 -Richtung in Relation zu einer Referenzposition x_3^{ref} in dieser Richtung dargestellt. Dieses Vorgehen wird detaillierter von Sillero et al. [85] für die Anwendung in Plattengrenzschicht- und Kanalströmungen erläutert.

Ein hoher Wert des Korrelationskoeffizienten stellt ein räumliches Zusammenhangsmaß der betrachteten Strömungsgröße dar, sodass er als Maß für die mittlere Größe räumlicher Strukturen genutzt werden kann. Der über den Nullpunkt gemessene Abstand zwischen den Funktionsminima ist ein zuverlässiges Längenmaß für die mittlere Strukturgröße. Weist die Funktion kein definiertes Minimum auf, wird ein Schwellwert von üblicherweise $\hat{R}_{\xi,\bar{\xi}} = 0,15$ gewählt, ab dem das betrachtete Signal als dekorreliert angenommen wird und somit die Strukturgröße festlegt. Dieses Schwellwertkriterium ist frei wählbar und lässt somit Interpretationsspielraum bei seiner Festlegung.

2.4.4 Wirbelkriterien

Der wandnormale Impulstransport ist laut der in Abschnitt 1.2.1 vorgestellten Studien in turbulenten Strömungen durch dominante Wirbelstrukturen organisiert, die in Strömungsrichtung verlaufen. In dieser Arbeit werden die Vortizität, das λ_2 -Kriterium und Rortex als Wirbelkriterien verwendet, um die Wirbelstrukturen und ihre Veränderung durch die thermischen Auftriebskräfte zu analysieren. Die im Folgenden vorgestellten Kriterien werden auf instantane Strömungsfelder angewendet und können somit lediglich Aussagen über Strömungsstrukturen zu einem bestimmten Zeitpunkt der Strömung liefern.

Die lokale Rotation des Fluids wird durch den Vortizitätsvektor $\hat{\omega}_i$ gemessen und Isoflächen von $||\hat{\omega}_i||_2$ zeigen Fluidbereiche mit zusammenhängender Rotationsstärke an, die als Indikator für das Vorhandensein von Wirbelstrukturen gedeutet werden können. Aufgrund der Formulierung des Vortizitätsvektors kann dieser allerdings auch in Bereichen hoher Scherraten ohne Wirbelstrukturen ansprechen. Daher ist der Vortizitätsvektor kein eindeutiges Kriterium zur Anzeige von Wirbelstrukturen.

Das von Jeong und Hussain [37] vorgestellte λ_2 -Kriterium basiert auf der Erkenntnis, dass im Zentrum eines Wirbels ein lokales Druckminimum vorliegen muss. Die Autoren leiten die NSG ab, nehmen den symmetrischen Anteil des resultierenden Beschleunigungsvektors und vernachlässigen die transienten, viskosen und thermischen Effekte. Somit werden zur Ermittlung der Druckminima die Eigenwerte des symmetrischen Tensors

$$\hat{\Omega}_{ik} \hat{\Omega}_{kj} + \hat{s}_{ik} \hat{s}_{kj} = \frac{-1}{\hat{\rho}} \frac{\partial^2 \hat{p}_{ij}}{\partial \hat{x}_i \partial \hat{x}_j} \quad (36)$$

berechnet. Dieser Ausdruck besitzt lediglich reelle Eigenwerte λ_i , sodass für $\lambda_2 < 0$ und $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ zwei negative Eigenwerte und somit ein lokales Druckminimum vorliegen. Isokonturflächen für einen festen negativen Wert des λ_2 -Feldes schließen lokale Druckminima ein und zeigen demzufolge potentielle Lagen von Wirbelstrukturen an.

Liu et al. [23, 53] entwickelten das sogenannte Rortex-Verfahren zur Visualisierung von Wirbelstrukturen. Sie betonten, dass Wirbelkriterien, die auf der Auswertung des Geschwindigkeitsgradiententensors L_{ij} und seiner Invarianten basieren, anfällig für die Beeinflussung durch Scherung im Fluid sind. Um diesen Einfluss zu minimieren, basiert das von ihnen entwickelte Rortex-Verfahren auf einer Transformation des Geschwindigkeitsgradiententensors, sodass der daraus zu berechnende Rortex-Vektor R_i als Maß für die rein rotatorische Bewegung angesehen werden kann. Dazu wird die Rotationsmatrix Q mit der unitären Transformationsmatrix Q_{ij}^* aus der Berechnung des Schur-Komplements $K_{ij} = Q_{ij}^* L_{ij} Q_{ji}^*$ gebildet, sodass

$$Q_{ij} = \begin{cases} Q_{ji}^* & \text{wenn } \det(Q_{ij}^*) = 1 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} Q_{ji}^* & \text{wenn } \det(Q_{ij}^*) = -1 \end{cases} \quad (37)$$

Die lokale Rotationsachse im Fluid ergibt sich dann zu

$$r_i = Q_{ji} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (38)$$

und der transformierte Geschwindigkeitsgradiententensor zu

$$l_{ij} = Q_{ij} L_{ji} Q_{ji}. \quad (39)$$

Zuletzt wird die Rotationsachse r_i noch durch den Rortex-Wert

$$R = \begin{cases} 2(\beta - \alpha), & \text{wenn } \alpha^2 - \beta^2 < 0, \beta > 0 \\ 2(\beta + \alpha), & \text{wenn } \alpha^2 - \beta^2 < 0, \beta < 0 \\ 0, & \text{wenn } \alpha^2 - \beta^2 \geq 0, \end{cases} \quad (40)$$

mit

$$\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{(l_{22} - l_{11})^2 + (l_{21} + l_{12})^2} \text{ und } \beta = \frac{1}{2} (l_{21} - l_{12}) \quad (41)$$

skaliert, sodass

$$R_i = R r_i. \quad (42)$$

Isokonturflächen von $\|R_i\|_2$ zeigen ebenso wie die Vortizität zusammenhängende Gebiete ähnlicher Rotationsstärke an und bieten zumindest mathematisch die Sicherheit, dass es sich hier um reine Rotation im Fluid handelt. Durch die Neuheit des Verfahrens ist jedoch in der Literatur kein ausreichender Beweis dafür erbracht worden.

NUMERISCHES VERFAHREN

Im folgenden Kapitel werden die in den Simulationen verwendeten numerischen Verfahren vorgestellt. Zunächst werden die dem Verfahren zugrunde gelegten räumlichen und zeitlichen Diskretisierungsmethoden erläutert. Im Anschluss werden die zur Lösung der Gleichungssysteme eingesetzten Algorithmen sowie die Parallelisierungsstrategie vorgestellt.

3.1 ALLGEMEINE BESCHREIBUNG

Numerische Strömungsprobleme werden klassischerweise entweder mit Spektralverfahren, Finite-Differenzen-Verfahren oder Finite-Volumen-Verfahren (FVM) gelöst. Während Spektralverfahren häufig auf Fourier-Zerlegungen als globale Ansatzfunktionen basieren, ist ihre Anwendung im Allgemeinen auf periodische Rechengebiete und generische Geometrien beschränkt. Finite-Differenzen-Verfahren basieren auf einer Auswertung der Strömungsgrößen an einzelnen Punkten auf den Stützstellen des numerischen Gitters und sind daher nicht konservativ. Bei Finite-Volumen-Verfahren liegen die Strömungsgrößen dagegen als Volumenmittelwerte vor, die in den Zellmittelpunkten definiert sind. Zusätzlich werden deren Flüsse über die Zellgrenzflächen zur Integration der Strömungsgleichungen mit lokalen Ansatzfunktionen ausgewertet. Dadurch ist das Verfahren effizient, in kartesischen Koordinaten schwach konservativ und auch für komplexe Strömungsgeometrien nutzbar. Die in dieser Arbeit präsentierten Simulationsergebnisse wurden mit dem Finite-Volumen-Verfahren `flowsi` erzielt.

3.2 DISKRETISIERUNG DER GLEICHUNGEN

Die Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen erfolgt mittels numerischer Integration in Zeit und Raum. Die dazu verwendeten Diskretisierungsverfahren werden im folgenden Abschnitt erläutert.

3.2.1 Räumliche Diskretisierung

Die Diskretisierung der NSG aus den Gleichungen (11) bis (13) folgt den Angaben von Schmitt und Friedrich [74] und basiert auf der Bildung von Volumenmittelwerten für die Strömungsgrößen $\zeta(x_1, x_2, x_3, t) \in \{u_i, p, \theta\}$ in den Zellen des numerischen Gitters. Die allgemeine Geometrie einer Zelle ist, wie in Abbildung 7 dargestellt, durch ihren Mittelpunkt $(x_1(i), x_2(j), x_3(k))$ sowie die jeweiligen Kantenlängen $\Delta x_1, \Delta x_2$ und Δx_3 festgelegt. Die Begrenzungsflächen werden mit A_i^\pm an der positiven und negativen Zellseite der jeweiligen Koordinatenrichtung bezeichnet. Jeder Volumenmittelwert $\bar{\zeta}$ ist im Mittelpunkt eines Teilvolumens

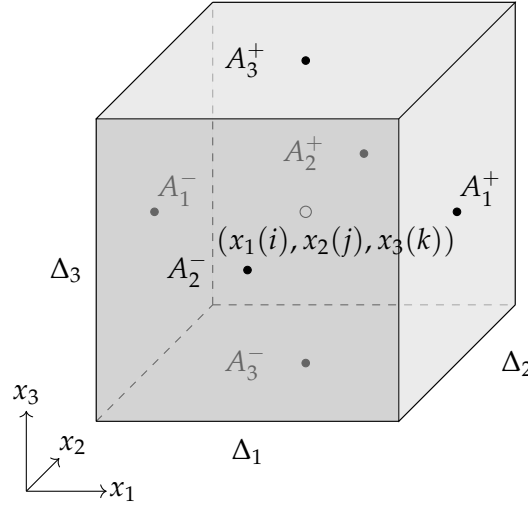


Abbildung 7: Finite-Volumen-Zelle mit den Bezeichnungen des Zellmittelpunktes, der Gitterweiten und der Zellgrenzflächen

$\Delta V = \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 \cdot \Delta x_3$ des Gitters durch

$$\bar{\zeta}(i, j, k, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{x_1(i) - \frac{\Delta x_1(i)}{2}}^{x_1(i) + \frac{\Delta x_1(i)}{2}} \int_{x_2(j) - \frac{\Delta x_2(j)}{2}}^{x_2(j) + \frac{\Delta x_2(j)}{2}} \int_{x_3(k) - \frac{\Delta x_3(k)}{2}}^{x_3(k) + \frac{\Delta x_3(k)}{2}} \zeta(x_1(i), x_2(j), x_3(k), t) dx_1 dx_2 dx_3 \quad (43)$$

definiert. Ein Flächenmittelwert über die Grenzfläche der positiven bzw. negativen x_1 -Richtung ist als

$${}^{1\pm} \bar{\zeta}(i, j, k, t) = \frac{1}{A_1^\pm} \int_{x_2(j) - \frac{\Delta x_2(j)}{2}}^{x_2(j) + \frac{\Delta x_2(j)}{2}} \int_{x_3(k) - \frac{\Delta x_3(k)}{2}}^{x_3(k) + \frac{\Delta x_3(k)}{2}} \zeta(x_1(i) \pm \frac{\Delta x_1(i)}{2}, x_2(j), x_3(k), t) dx_2 dx_3 \quad (44)$$

definiert. Die Mittelwerte über die Flächen der anderen Richtungen werden analog gebildet.

Das u_1 -, u_2 -, u_3 -, sowie das p - und θ -Gitter ist jeweils in $N_1 \times N_2 \times N_3$ Zellen unterteilt. Dabei sind die Zellen des Geschwindigkeitsgitters in ihrer jeweiligen Koordinatenrichtung gegenüber den Zellen der skalaren Größen (Druck und Temperatur) derart versetzt, dass ihre Zellgrenzflächen den Mittelpunkt der skalaren Zellen einschließen (vgl. Abbildung 8). In Abbildung 7 sind die Bezeichnungen der einzelnen Zellgrenzflächen dargestellt. Die positiven Grenzflächen liegen jeweils auf der im Koordinatensystem positiven Seite der Zelle. Diese Art des Gitteraufbaus wird als *versetztes Gitter* (engl. *staggered grid*) bezeichnet. Zum einen werden durch diese Art Gitter numerische Instabilitäten vermieden, zum anderen wird so bei der Berechnung der Divergenz in der Druckberechnung ein Interpolationsschritt vermieden, da die Geschwindigkeitskomponenten bereits auf den Zellgrenzflächen der Druckzelle vorliegen. Ein Flächenmittelwert ${}^{ij\pm} \bar{\zeta}$ auf dem u_i -Gitter über die positive und negative Grenzfläche $A_j^{i\pm}$ in x_j -Richtung ist äquivalent zu dem Flächenmittelwert auf dem Druckgitter aus Gleichung 44 definiert. Diesem

Vorteil liegt die Annahme zugrunde, dass die auf den Zellgrenzflächen vorliegenden Flächenmittelwerte der Strömungsgrößen ${}^i\bar{\xi} \approx \bar{\xi}$ den Volumenmittelwerten der Strömungsgrößen in den dort liegenden Zellmittelpunkten annähernd entsprechen. Dadurch werden die Gleichungen exakt, d.h. bis auf Maschinengenauigkeit, gelöst.

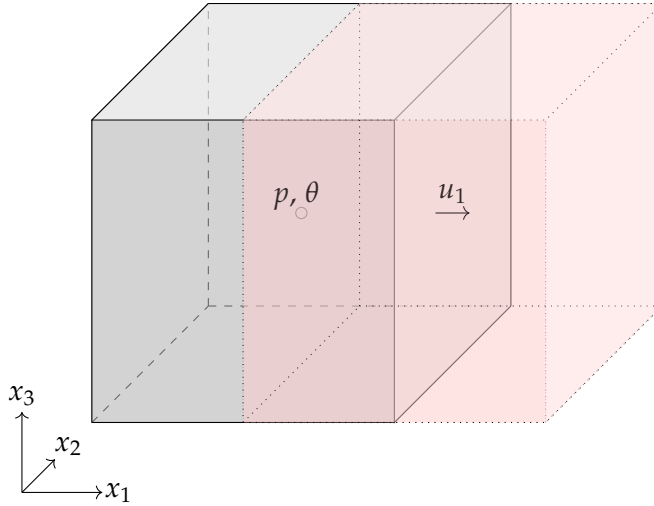


Abbildung 8: Schematische Darstellung des versetzten Gitters anhand einer skalaren Zelle (grau) und einer u_1 -Zelle (rosa).

Die Integration der Massen- (11), Impuls- (12) und Energieerhaltungsgleichung (13) über das Zellvolumen liefert im allgemeinen Fall

$$\frac{1}{\Delta V} \iiint_V \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Delta V = 0 \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta V} \iiint_V \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Delta V \\ = \frac{1}{\Delta V} \iiint_V \left(\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_i} (p_m + p') + \frac{Gr}{Re^2} \theta \delta_{1i} \right) d\Delta V \end{aligned} \quad (46)$$

$$\frac{1}{\Delta V} \iiint_V \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) d\Delta V = \frac{1}{\Delta V} \iiint_V \frac{1}{PrRe} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2} d\Delta V. \quad (47)$$

Der Satz von Gauß erlaubt die Umformung einiger Terme in den Gleichungen (45) - (47) zu Differenzen von Oberflächenintegralen.

Die Überführung der Gleichungen in eine diskrete Form erfolgt, indem die Oberflächenintegrale als Summen über die (zeitlich) konstanten Zellgrenzflächen angegeben werden. Mit der Einsteinschen Summenkonvention gilt daher für jede Zelle zunächst auf dem Druckgitter

$$({}^{i+}\bar{u}_i A_i^+ - {}^{i-}\bar{u}_i A_i^-) = 0, \quad (48)$$

Für jede Zelle der drei Geschwindigkeitsgitter gilt dann folgende numerisch auswertbare Beziehung

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{1}{\Delta V} ({}^{ij+} \bar{u}_i {}^{ij+} \bar{u}_j A_j^{i+} - {}^{ij-} \bar{u}_i {}^{ij-} \bar{u}_j A_j^{i-}) \\
&= \frac{1}{\Delta V Re} \left(\frac{\partial {}^{ij+} \bar{u}_i}{\partial x_j} A_j^{i+} - \frac{\partial {}^{ij-} \bar{u}_i}{\partial x_j} A_j^{i-} \right) \\
& - \frac{1}{\Delta V} \left(p_m A_j + ({}^{ij+} \bar{p}' A_j^{i+} - {}^{ij-} \bar{p}' A_j^{i-}) \right) \\
& + \frac{Gr}{Re^2} \bar{\theta} \delta_{1i}.
\end{aligned} \tag{49}$$

Für jede Zelle des Temperaturgitters gilt

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{1}{\Delta V} ({}^{i+} \bar{u}_i {}^{i+} \bar{\theta} A_i^{i+} - {}^{i-} \bar{u}_i {}^{i-} \bar{\theta} A_i^{i-}) \\
&= \frac{1}{\Delta V Pr Re} \left(\frac{\partial {}^{i+} \bar{\theta}}{\partial x_i} A_i^{i+} - \frac{\partial {}^{i-} \bar{\theta}}{\partial x_i} A_i^{i-} \right).
\end{aligned} \tag{50}$$

Ein räumliches Interpolationsschema bildet die benötigten Größen an Gitterpunkten ab, an denen sie nicht definiert sind, d.h. auf den Zellgrenzflächen. Dazu werden je nach Ordnung des Schemas unterschiedlich viele Stützstellen zur Interpolation der umliegenden Größen verwendet. In `flowsi` ist ein Interpolationsschema vierter Ordnung implementiert, mit dem unter Verwendung von vier Stützstellen eine Approximation der jeweiligen Größe und ihrer räumlichen Ableitung berechnet wird. Das Schema wurde von Wagner [94] entwickelt und von Shishkina und Wagner [82, 83] für Simulationen mit zylindrischen Koordinaten umgesetzt und veröffentlicht. Mit diesem Schema wird der Wert einer Strömungsgröße $\bar{\xi}$ an einer Zwischenstelle $(x_i + \Delta x_i/2)$ des Gitters durch stückweise Integration eines Polynoms vierter Ordnung approximiert. Für jeden Gitterpunkt x_i wird so ein lineares Gleichungssystem

$$\bar{\xi}(x_i + \frac{\Delta x_i}{2}) = \sum_{k=1}^4 \zeta_k \bar{\xi}(x_{i-2+k}) \tag{51}$$

aufgestellt. Die Lösungen ζ_k dieses Gleichungssystems in jedem Gitterpunkt hängen von den verwendeten Stützstellen, also der Geometrie des Gitters ab. Das System wird so gelöst, dass die Koeffizienten, die später zur Interpolation der jeweiligen Strömungsgröße verwendet werden, zur Laufzeit der Simulationen zur Verfügung stehen. Die Auswertung des Polynoms mit den vorberechneten Koeffizienten an einer bestimmten Gitterstelle ergibt dann den entsprechenden Wert der Größe an der gewünschten Zwischenstelle des Gitters. Ebenso lässt sich ein lineares Gleichungssystem für den Wert der Ableitung der Strömungsgröße bilden und lösen. Beispielhaft werden hier die Koeffizienten für eine äquidistante Verteilung der Gitterpunkte angegeben:

$$\bar{\xi}(x_i + \frac{\Delta x_i}{2}) = (-\bar{\xi}(x_{i-1}) + 7\bar{\xi}(x_i) + 7\bar{\xi}(x_{i+1}) - \bar{\xi}(x_{i+2})) / 12 \tag{52}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \bar{\zeta}(x_i + \frac{\Delta x_i}{2}) = (\bar{\zeta}(x_{i-1}) - 15\bar{\zeta}(x_i) + 15\bar{\zeta}(x_{i+1}) - \bar{\zeta}(x_{i+2})) / 12\Delta x_i \quad (53)$$

In wandgebundenen Strömungsproblemen werden jedoch die Gitterpunkte in Wandnähe verdichtet, um die steilen Gradienten des Strömungsfeldes dort adäquat auflösen zu können. In den durchgeführten Simulationen wird die Verteilung der wandnahen Gitterpunkte mit einer tanh-Funktion nach dem Algorithmus von Thompson et al. [91] verdichtet und die Verteilung der weiter von der Wand entfernten Gitterpunkte gestreckt. Durch dieses Vorgehen entstehen nicht-äquidistante numerische Gitter und somit auch andere Koeffizienten für das räumliche Interpolationsverfahren. Diese werden aus Gründen der Übersichtlichkeit hier nicht dargestellt. Die Gitterweiten der für den vertikalen Kanal und die belüftete Konvektionszelle verwendeten Gitter werden bei der Präsentation der Ergebnisse in Kapitel 4 bzw. 5 dargestellt.

Gleichung (49) wird zunächst unter Vernachlässigung des fluktuierenden Druckanteils p' für ein Hilfgeschwindigkeitsfeld \tilde{u} gelöst. Die Behandlung des fluktuierenden Druckanteils und die Korrektur des Geschwindigkeitsfeldes wird in Abschnitt 3.3 erläutert.

3.2.2 Zeitliche Diskretisierung

Die zeitliche Integration der Gleichungen erfolgt mit dem expliziten Leapfrog-Euler-Verfahren, das beispielsweise von Schumann [76, 79] und auch von Feldmann [19] beschrieben wird. Die kontinuierliche Formulierung der zeitlichen Ableitung in Gleichung (49) und (50) lässt sich dabei durch eine finite Differenz ersetzen, sodass

$$\begin{aligned} \frac{u_i^{n+1} - f_1 \cdot u_i^n - f_2 \cdot u_i^{n-1}}{f_3 \cdot \Delta t} + \frac{1}{\Delta V} u_i^n u_j^n A_j \\ = \frac{1}{\Delta V Re} \frac{\partial u_i^{n-1+f_4}}{\partial x_j} A_j - \frac{1}{\Delta V} (p_m^n + p'^{n+1}) A_i \\ + \frac{Gr}{Re^2} \theta^n \delta_{1i} \end{aligned} \quad (54)$$

$$\frac{\theta^{n+1} - f_1 \cdot \theta^n - f_2 \cdot \theta^{n-1}}{f_3 \cdot \Delta t} + \frac{1}{\Delta V} u_i^n \theta^n A_i = \frac{1}{\Delta V Pr Re} \frac{\partial \theta^{n-1+f_4}}{\partial x_i} A_i. \quad (55)$$

Die Indizes $n+1$, n und $n-1$ stehen respektive für den Wert der jeweiligen Strömungsgröße im nächsten, aktuellen und letzten Zeitschritt. Eine so bezeichnete Strömungsgröße ist als zeitlicher Mittelwert

$$\bar{\zeta}^n = \frac{1}{\Delta t_n} \int_{t_n - \frac{\Delta t_n}{2}}^{t_n + \frac{\Delta t_n}{2}} \bar{\zeta}(x_1, x_2, x_3, t) dt \quad (56)$$

mit der numerischen Zeitschrittweite Δt_n definiert. Die Kennzeichnungen der Volumen- und Flächenmittelwerte wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen. Die Terme mit Flächen A_i und A_j sind wie in den Gleichungen (48) - (50)

als Differenz zwischen der positiven und negativen Zellseite zu verstehen und eine Strömungsgröße ζ stellt auch weiterhin den entsprechenden Flächenmittelwert dar. Das verwendete Euler–Leapfrog-Verfahren besteht aus drei aufeinanderfolgenden Phasen verschiedener Integrationsschemata, deren Abfolge sich nach üblicherweise $N = 30 \dots 50$ Zeitschritten wiederholt (in der vorliegenden Implementierung ist $N = 50$). Die Wahl der Zeitinterpolationsfaktoren f_i aus Tabelle 2 bestimmt dabei die Form des Zeitintegrationsschemas in Gleichung (54) und (55). Diese können somit entweder ein Euler-, ein Leapfrog-, oder ein Euler-Leapfrog-Verfahren als arithmetisches Mittel der ersten beiden Verfahren abbilden. Zu Beginn des Zyklus wird der erste Schritt mit dem einfachen Euler-Verfahren ausgeführt, das den diffusiven Term aus Strömungsgrößen der Zeitebene n bildet. Innerhalb eines Integrationszyklus von N Schritten werden die mittleren $N - 2$ Schritte mit dem Leapfrog-Verfahren abgehandelt, in dem der diffusive Term aus Strömungsgrößen der Zeitebene $n - 1$ gebildet wird. Im letzten Schritt des Verfahrens wird immer das gemittelte Euler-Leapfrog-Verfahren verwendet, um Δ^2 -Oszillationen zu vermeiden.

Dieser Aspekt ist relevant, da nach jedem Integrationszyklus die Zeitschrittweite Δt_n entsprechend eines von-Neumann-Stabilitätskriteriums (vgl. Shishkina und Wagner [83, 84]) neu berechnet wird, um die Stabilität dieses expliziten Lösungsalgorithmus gewährleisten zu können. Das verwendete Verfahren weist eine Genauigkeit zweiter Ordnung auf und ist stabil.

Tabelle 2: Zeitinterpolationsfaktoren für das verwendete Euler-Leapfrog-Verfahren

Schema	Schritt	f_1	f_2	f_3	f_4
Euler	$n = 1$	1	0	1	1
Leapfrog	$1 < n < N$	0	1	2	0
Euler-Leapfrog	$n = N$	$1/2$	$1/2$	$3/2$	0

Im Verlauf eines Integrationsschrittes werden zunächst das Geschwindigkeits- und das Druckfeld nach Gleichung (54) und unter Beachtung von Abschnitt 3.3 berechnet. Im Anschluss wird dann das Temperaturfeld mit den so berechneten Geschwindigkeitsdaten nach Gleichung (55) aktualisiert.

3.2.3 Vorgabe des mittleren Druckterms

Für die Lösung der Gleichungen im vertikalen Kanal wird ein mittlerer Druck bzw. Druckgradient vorgegeben, der die Strömung antreibt. Zur Laufzeit der Simulationen wird der mittlere Druck \bar{p} in jedem Zeitschritt so berechnet, dass sich die Bulk-Geschwindigkeit im Kanal zu $u_b = 1$ ergibt. Dieser Ansatz wurde in Feldmann [19] beschrieben, der die Herleitung der Volumenstromsteuerung für isotherme Strömungen ohne Auftriebseffekte beschreibt.

Die grundlegende Idee des Ansatzes besteht darin, die Impulserhaltungsgleichung (12) über das Volumen des gesamten Rechengebietes zu integrieren und so einen Ausdruck für den benötigten mittleren Druck im aktuellen Rechenschritt in Abhängigkeit der Strömungsgrößen aus den vergangenen Rechenschritten zu

erhalten. Im Gegensatz zu der von Feldmann verwendeten Gleichung muss in der vorliegenden Arbeit zusätzlich der Effekt des Auftriebsterms berücksichtigt werden. Weiterhin tritt der hydrostatische Druck, der dem mittleren Druck in Gleichung (14) zugewiesen wird, in der folgenden Formulierung als konstanter Term auf. Diese Terme heben sich somit gegenseitig auf und die Strömung wird durch den mittleren Druck in vertikaler Richtung angetrieben. Die finale Gleichung ergibt sich unter Berücksichtigung des Auftriebsterms in Gleichung (12) zusammen mit der zuvor eingeführten zeitlichen Diskretisierung zu

$$\bar{p}^n = \frac{1}{f_3 \Delta t} (f_1 u_b^n + f_2 u_b^{n-1} - u_b^{n+1}) + \frac{1}{V Re} \int_{A_w} u_1^{n-1} \Big|_w dA + \frac{Gr}{Re^2 V} \int \theta^{n-1} dV. \quad (57)$$

Diese Gleichung wird nun für die Bestimmung des mittleren Druckes am Beginn jedes Rechenschritts verwendet. Im Fall der belüfteten Mischkonvektionszelle ist der mittlere Druckterm $p_m = 0$.

3.3 BEHANDLUNG DES FLUKTUIERENDEN DRUCKTERMS

Für die Behandlung des Druckterms kommt eine Projektionsmethode nach Chorin [13] zum Einsatz. Dazu wird zunächst ein Hilfsgeschwindigkeitsfeld \tilde{u} , das nicht zwangsweise divergenzfrei ist, aus den Impulserhaltungsgleichungen unter Vernachlässigung der Druckfluktuationen p' bestimmt. Im Anschluss wird dann eine Poisson-Gleichung für den numerischen Pseudodruck ψ gelöst, mit dem das Hilfsgeschwindigkeitsfeld unter Anwendung der Kontinuitätsgleichung dann divergenzfrei gemacht wird. Die Projektionsmethode basiert auf der Helmholtz-Hodge-Zerlegung, nach der eine zweifach stetig differenzierbare glatte Vektorfunktion im Gebiet Γ mit glatter Berandung $\partial\Gamma$ eindeutig in einen divergenzfreien Anteil u_i und einen rotationsfreien Anteil $\frac{\partial\psi}{\partial x_i}$ zerlegt werden kann, sodass

$$u_i = \tilde{u}_i - \frac{\partial\psi}{\partial x_i} \text{ mit } \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \text{ und } n_j \cdot u_i|_{\partial\Gamma} = 0. \quad (58)$$

Dabei ist n_j der Normalenvektor auf der Berandung $\partial\Gamma$.

Erweitert man nun Gleichung (54) um das reduzierte Geschwindigkeitsfeld \tilde{u}_i , ergeben sich aus der Zerlegung die beiden Gleichungen

$$\tilde{u}_i = U_i^{n,n-1} + f_3 \Delta t p_m^n + \mathcal{O}(\Delta x_i^4, \Delta t^2) \quad (59)$$

$$u_i^{n+1} - \tilde{u}_i = \frac{f_3 \Delta t}{\Delta V} ({}^{ij+} \bar{p}' A_{ij}^+ - {}^{ij-} \bar{p}' A_{ij}^-), \quad (60)$$

sodass (59) + (60) = (54). Aus Übersichtlichkeitsgründen sind die Geschwindigkeiten der Zeitschritte n und $n - 1$ in $U_i^{n,n-1}$ zusammengefasst. Der Zusammenhang zwischen dem numerischen Pseudodruck ψ und dem fluktuierenden Druckfeld ist definiert als

$${}^{ij\pm} \bar{\psi} = f_3 \Delta t {}^{ij\pm} \bar{p}' \quad (61)$$

und liefert mit Gleichung (60) die Korrekturgleichung für das Geschwindigkeitsfeld

$$u_i^{n+1} = \tilde{u}_i + \frac{1}{\Delta V_i} ({}^{ij+} \bar{\psi} A_{ij}^+ - {}^{ij-} \bar{\psi} A_{ij}^-). \quad (62)$$

Die Forderung der Divergenzfreiheit für das neue Geschwindigkeitsfeld nach Gleichung (58) ergibt

$$\frac{1}{\Delta V} ({}_{i-1} \psi A_{ij}^+ - 2 {}_i \psi A_{ij}^- + {}_{i+1} \psi A_{ij}^+) = ({}^{i+} \tilde{u}_i A_i^+ - {}^{i-} \tilde{u}_i A_i^-) \quad (63)$$

durch Einsetzen von Gleichung (62) in die diskrete Kontinuitätsgleichung (48) und liefert somit eine Bestimmungsgleichung für den Pseudodruck. Die tiefgestellten Indizes $i - 1$, i und $i + 1$ des Pseudodruckes stehen hier für die Zellindizes der Stützstellen des Pseudodruckes. Gleichung (63) ist das diskrete Analogon einer Poisson-Gleichung mit inhomogener rechter Seite und wird auf den betrachteten Rechengebieten mit unterschiedlichen Algorithmen gelöst, die in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden.

3.3.1 Lösung der Poisson-Gleichung

Die Algorithmen zur Lösung der Poisson-Gleichung werden in den folgenden Unterabschnitten zusammenfassend dargestellt. Detaillierte Beschreibungen sind für den vertikalen Kanal in [19, 20] sowie für die Mischkonvektionszelle in [40, 41, 81] zu finden.

3.3.1.1 Periodischer Kanal

Nach dem Ermitteln des Hilfgeschwindigkeitsfeldes aus Gleichung (59) und dem Aufstellen der Poisson-Gleichung (63) muss diese für den numerischen Pseudodruck gelöst werden. Dabei werden in Richtung x_1 und x_2 periodische Randbedingungen analog zu den Geschwindigkeitskomponenten vorgegeben. An den Wänden gilt eine Neumann-Randbedingung der Form $\left. \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \right|_w = 0$. Unter Ausnutzung der Periodizitäten des Rechengebietes wird die Gleichung zunächst mittels einer FFT in Richtung der x_2 -Achse transformiert und somit in linear unabhängige Gleichungen zerlegt, also entkoppelt.

Im Anschluss daran werden die Gleichungssysteme in Richtung der x_1 -Achse mit der FFT transformiert. Dieses Vorgehen liefert ein lineares Gleichungssystem von eindimensionalen Helmholtz-Gleichungen mit Tridiagonalmatrixstruktur, das mit dem effizienten Thomas-Algorithmus gelöst wird. Die so berechnete Lösung des Gleichungssystems wird dann in x_1 -Richtung und x_2 -Richtung mit der inversen FFT zurücktransformiert. Schließlich wird dann das Hilfgeschwindigkeitsfeld \tilde{u}_i unter Anwendung von Gleichung (60) korrigiert. Danach ist ein Integrations-schritt zur Lösung des Geschwindigkeitsfeldes abgeschlossen.

3.3.1.2 Geschlossene Zelle

Da bei der Mischkonvektionszelle in keiner Richtung periodische Randbedingungen vorliegen, kann die Poisson-Gleichung nicht mittels FFT in linear unabhängige

Gleichungen zerlegt werden. Es wird eine Trennung der Variablen in Kombination mit der Einflussmatrixtechnik zur Lösung der Poisson-Gleichung eingesetzt. Die Methode wurde von Kaczorowski et al. [39] und Shishkina et al. [81] basierend auf den Arbeiten von Schumann und Benner [75] sowie Schumann und Sweet [77, 78] in `flowsi` implementiert.

Die Trennung der Variablen basiert auf einer Eigenvektorzerlegung des Pseudodruckes und der Inhomogenität in x_2 -Richtung, sodass N_2 linear unabhängige Gleichungssysteme mit $N_1 \cdot N_3$ Unbekannten gelöst werden müssen. Zusätzlich werden die Gleichungssysteme in ihren symmetrischen und schief-symmetrischen Anteil zerlegt, was den Rechenaufwand signifikant verringert.

Die so aufgestellten Gleichungssysteme sind in ihrer Form nicht effizient lösbar, sodass die Einflussmatrixtechnik an dieser Stelle zum Tragen kommt. Aus diesem Grund werden die Systemmatrizen der N_2 Gleichungssysteme in den ersten $n \ll N_x \cdot N_y$ Zeilen abgeändert, sodass sich Ähnlichkeitsmatrizen ergeben, die effizient lösbar sind. Diese Ähnlichkeitsmatrizen werden dann in einem dreischrittigen Prozess gelöst und durch ein entsprechendes Korrekturverfahren in ihre ursprüngliche Form zurückgeführt. Die Matrizen des Korrekturverfahrens sind durch die Anordnung der Gitterpunkte festgelegt und können somit zu Beginn der jeweiligen Simulation aufgestellt und abgespeichert werden, sodass dieser Rechenaufwand lediglich einmal pro Gitterkonfiguration anfällt.

3.4 PARALLELISIERUNG

Die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen würden auf einem einzelnen Prozessor sehr lange Rechenzeiten benötigen. Daher ist `flowsi` so angelegt, dass Rechnungen parallel durchgeführt werden können. Das Rechengebiet wird für die Simulationen in mehrere gleich große Scheiben entlang der x_1 -Richtung zerlegt. Für die Kommunikation zwischen den Prozessoren während der Lösung der Impulserhaltungs- und Energieerhaltungsgleichungen werden sogenannte *Halo*-Zellen verwendet. Die einzelnen Gebiete überlappen sich virtuell um zwei Zellen an den Prozessorgrenzen, sodass über diese die benötigten Informationen zwischen den Prozessoren ausgetauscht werden können.

Die Kommunikation findet über Routinen des MPI-Standards statt, die in der MPI-Referenz [21] festgelegt und erläutert werden. Die Anzahl der parallelen Gebiete ist in den verwendeten Implementierungen von `flowsi` auf Zweierpotenzen festgelegt, da für die Lösung der Poisson-Gleichung die Daten innerhalb des Rechengebietes zwischen allen Prozessoren ausgetauscht werden müssen. Dabei folgt dieser Austausch einem Schachbrettmuster, das immer zwei Prozesse miteinander paart und somit nur 2^n , mit $n = 1, 2, 3, \dots$ Rechenkern am Lösungsprozess beteiligt sein können. Kaczorowski [41] konnte zeigen, dass `flowsi` für eine Anzahl von 4 - 8 Zellen in x_1 -Richtung pro Rechenkern am besten skaliert. Die Anzahl der Rechenkern wurde daher für jede Simulation so gewählt, dass dieses Kriterium am besten erfüllt wird.

In diesem Kapitel wird das Verhalten der Strömung im differentiell beheizten vertikalen Kanal anhand der in Kapitel 2 vorgestellten statistischen Methoden analysiert. Weiterhin wird ein physikalischer Mechanismus für den indirekten Auftriebseffekt vorgestellt und statistisch verifiziert. Die vertikale Kanalgeometrie mit differentieller Beheizung eignet sich gut, um die Auftriebseffekte sowohl in mit- als auch gegenläufiger Mischkonvektionsströmung zu untersuchen, da beide Strömungsarten gleichzeitig auftreten und somit ihre gegenseitige Beeinflussung analysiert werden kann.

4.1 AUFBAU DER SIMULATIONEN

Das Verhalten der Strömung im vertikalen Kanal wird am Beispiel von vier Fällen mit Grashof-Zahlen zwischen 0 und $1,6 \cdot 10^6$ untersucht, um den Einfluss der Grashof-Zahl auf die Strömung im Allgemeinen und auf die turbulenten Strömungsstrukturen im Speziellen analysieren zu können. Für alle vorgestellten Simulationen gilt eine Prandtl-Zahl $Pr = 0,71$ für Luft, sodass die mittlere thermische Grenzschichtdicke geringer ist als die mittlere Impulsgrenzschichtdicke. Die vorgegebene Bulk-Reynolds-Zahl $Re_b = 4328$ legt fest, dass der mittlere Volumenstrom in allen Simulationen konstant ist. Eine Übersicht über die charakteristischen Kennzahlen der vier untersuchten Fälle ist in Tabelle 3 gegeben, wo auch die resultierenden Schubspannungs-Reynolds-Zahlen aufgelistet sind. Die Simulation der erzwungenen Konvektion dient als Referenzfall o für den Vergleich mit den Mischkonvektionsfällen, um den Einfluss des thermischen Auftriebs sichtbar zu machen. Die Festlegung der charakteristischen Kennzahlen orientiert sich an der von Kasagi und Nishimura [43], in deren Studie jedoch ein konstanter Druckgradient als treibende Kraft der Strömung vorgegeben wurde. Für die in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Simulationen wurde der mittlere Volumenstrom mit dem in Abschnitt 3.2.3 beschriebenen Verfahren konstant gehalten. Darüber hinaus sind Unterschiede zwischen der Vorgabe eines konstanten Druckgradienten oder konstanten Volumenstroms als Antrieb der Strömung gering. Wie von Quadrio et al. [67] beschrieben, unterscheiden sich die Verfahren in isothermer Kanalströmung dadurch, dass der konstante Volumenstrom das Auftreten extrem hoher instantaner Wandschubspannungen in einem Bereich von $|\sigma(\tau_w)| \geq 12$ geringfügig dämpft. Diese Ereignisse treten mit einer Wahrscheinlichkeit von 10^{-8} jedoch so selten auf, dass dieser Unterschied für die durchgeführten Simulationen vernachlässigt werden kann und die Vorgabe des konstanten Volumenstroms als valide angesehen wird.

Eine detaillierte Übersicht der Gitterauflösungen aller Fälle ist in Tabelle 4 dargestellt. Die numerischen Gitter aller Fälle sind mit $N_1 \times N_2 \times N_3 = 512 \times 256 \times 180$, also insgesamt etwa 23,6 Mio. Punkten aufgebaut. Die Abschätzung der benötigten

minimalen Gitterauflösung h^+ in inneren Einheiten nach Kolmogorov [48] liefert mit der maximalen dimensionslosen Dissipationsrate $\epsilon^+ \approx 0,282$ aus der Studie von Kasagi und Nishimura [43]

$$h^+ = \pi \left(\frac{1}{\epsilon^+} \right)^{\frac{1}{4}} = 4,31. \quad (64)$$

Die mittleren Gitterweiten $\bar{h}^* = \sqrt[3]{\Delta_1^* \cdot \Delta_2^* \cdot \Delta_3^*}$ liegen unter diesem geforderten Wert, sodass von einer ausreichenden Gitterauflösung zur Erfassung aller relevanten Skalen der turbulenten Strömungen ausgegangen werden kann. Die Gitterauflösung in inneren Einheiten ändert sich mit der Schubspannungs-Reynolds-Zahl, was zu einer leicht vergrößerten Auflösung mit steigender Grashofzahl führt, die jedoch im Rahmen der geforderten Minimalauflösung liegt.

In Abbildung 9 sind die Leistungsdichtespektren der Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung sowie der Temperatur bei einem Wandabstand von $x_3^+ \approx 5$ in der mit- und gegenläufigen Strömung für Fall 2 als Funktion der Wellenzahl k_1^+ in einem doppelt logarithmischen Koordinatensystem dargestellt. Zusätzlich sind die von Kasagi und Nishimura [43] veröffentlichten Spektren zum Vergleich als Kreuze markiert. Im Vergleich der Spektren zeigt sich, dass die in dieser Arbeit gewählte Auflösung des Rechengebietes höher ist als die von Kasagi und Nishimura und somit höhere Wellenzahlen abgebildet werden. Die mit `flowsi` erzeugten Spektren weisen zudem einen ausgeprägteren Bereich monoton fallender Werte auf, was auf eine ausreichende Gitterauflösung hinweist. Im Bereich niedriger Wellenzahlen zeigen die Spektren in der mitläufigen Strömung eine gute Übereinstimmung, in der gegenläufigen zeigen sich Abweichungen. Diese sind auf die höher gewählte räumliche Auflösung des Rechengebietes zurückzuführen, da die feineren Strukturen in der gegenläufigen Strömung besser aufgelöst werden und sich die Energie über einen größeren Wellenzahlbereich verteilt als in den Simulationen von Kasagi und Nishimura.

Tabelle 3: Simulationsfälle und dimensionlose Parameter

	Pr	Gr	Re_b	$Re_{\tau,h}$	Re_{τ}^*	$Re_{\tau,c}$
Fall 0		0		-	284,02	-
Fall 1	0,71	$6,4 \cdot 10^5$	4328	299,1	288,58	277,67
Fall 2		$9,5 \cdot 10^5$		307,85	291,46	274,1
Fall 3		$1,6 \cdot 10^6$		331,41	301,21	267,63

Tabelle 4: Gitterauflösungen

	Δ_1^*	Δ_2^*	$\Delta_{3,min}^*$	$\Delta_{3,max}^*$	\bar{h}^*	Δ_t^*
Fall 0	4,36	3,48	0,16	3,62	3,80	$8,42 \cdot 10^{-6}$
Fall 1	4,42	3,54	0,16	3,66	3,85	$8,55 \cdot 10^{-6}$
Fall 2	4,48	3,59	0,16	3,70	3,90	$8,63 \cdot 10^{-6}$
Fall 3	4,62	3,70	0,18	3,84	4,1	$8,93 \cdot 10^{-6}$

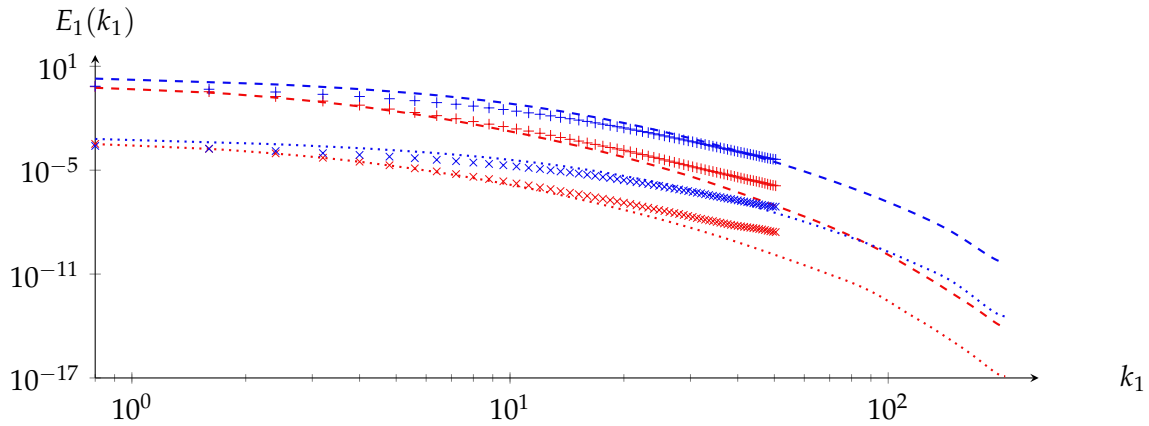


Abbildung 9: Energiedichtespektren der Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung (---) und der Temperatur (.....) in der mit- und gegenläufigen Strömung (rot, blau) bei $x_3^* \approx 5$ für Fall 2 im Vergleich mit den Daten von Kasagi und Nishimura [43] (+, ×)

4.2 ÜBERSICHT

In Abbildung 10 sind die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung u_1^{*f} für den Fall 2 ($Gr = 9,5 \cdot 10^5$) in drei Schnittebenen durch das Rechengebiet dargestellt. Die in x_1 - und x_2 -Richtung aufgespannte Schnittebene liegt bei $x_3^* \approx 15$ in der Nähe der beheizten Wand und die Farbkodierung vermittelt einen Eindruck der schnellen und langsamen *Streaks*, die aus der Literatur zu isothermen wandgebundenen Strömungen bekannt sind, siehe dazu Kline et al. [47]. Die beiden dazu senkrechten Schnittebenen zeigen die Form der Strömungsstrukturen in wandnormaler und spannweitischer Richtung. In der x_2 - x_3 -Ebene stellt der Bereich mit durchgehend positiven Geschwindigkeitsfluktuationen bei $\hat{x}_3/\hat{\delta} \approx 0,3$ die Trennung zwischen der mit- und gegenläufigen Strömung dar. Dieser Bereich liegt deutlich näher an der beheizten als an der gekühlten Wand, woraus sich ergibt, dass sich die Strukturen an der beheizten Wand weniger weit in das Strömungsfeld erstrecken als die an der gekühlten Wand.

Um einen besseren Überblick über diese Strukturen zu geben, sind in den Abbildungen 11 und 12 dreidimensionale Isokonturflächen für das 0,9-, 0,7-, 0,5- und 0,4-fache der minimalen und maximalen Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen dargestellt. Die positiven Fluktuationen sind in rot und die negativen in blau dargestellt. Um die ineinander liegenden Isokonturflächen erkennen zu können, ist ihre Deckkraft auf 40% eingestellt. Die Strömungsfelder wurden für die Ansichten an einer wandparallelen Ebene $\hat{x}_3/\hat{\delta} = 0,3$ geteilt und so gedreht, dass die Sicht jeweils auf die beheizte (links) und die gekühlte Wand (rechts) gerichtet ist. Die Isokonturflächen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Abbildung 11 umfassen somit jeweils 60% der schnellsten und langsamsten Fluidanteile, die als impulsreiche und impulsarme Bereiche interpretiert werden können. Diese sind nicht gleichmäßig über das Strömungsfeld verteilt, sondern in einzelnen, zusammenhängenden Gebieten konzentriert. Wie schon zu Abbildung 10 angemerkt, repräsentieren sie die *Streaks*. Aus dem Vergleich zwischen der mit- und gegen-

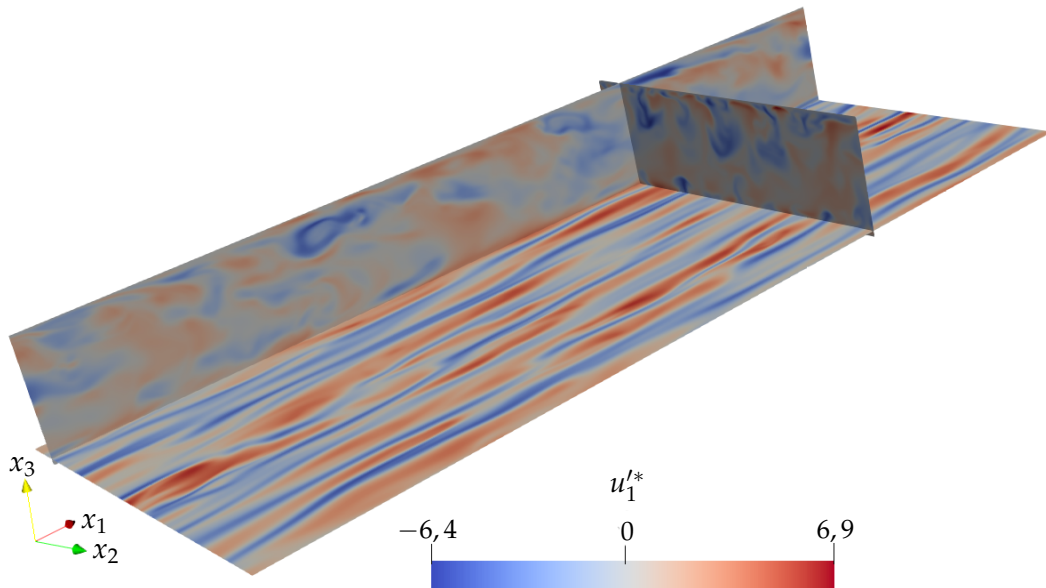


Abbildung 10: Dreidimensionale Darstellung des Strömungsfeldes für Fall 2. Die Farbskala repräsentiert die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung x_1 . Gezeigt sind drei Schnittebenen durch das Strömungsfeld, die einen qualitativen Eindruck der Erstreckung von Strömungsmerkmalen in Strömungs- und wandnormaler Richtung liefern.

läufigen Strömung wird deutlich, dass die *Streaks* in der mitläufigen Strömung weniger zahlreich und insgesamt glatter erscheinen als die in der gegenläufigen Strömung. Weiterhin durchdringt keine der Isokonturflächen die für die Darstellung gewählte Schnittebene bei $\hat{x}_3/\hat{\delta} = 0,3$. Die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen erstrecken sich in der mitläufigen Strömung bis zu dieser Grenze und die Strömung im Kanal wird dementsprechend von den Geschwindigkeitsfluktuationen der gegenläufigen Strömung dominiert. Die Isokonturen in Abbildung 12 zeigen, dass die Temperaturfluktuationen θ' ebenfalls in zusammenhängenden, warmen oder kalten Gebieten organisiert sind. Die wärmeren Gebiete sind in der mitläufigen Strömung glatt begrenzt und entlang der Hauptströmung ausgerichtet, während die kälteren Gebiete zerfasert und weniger gerichtet erscheinen. In der gegenläufigen Strömung sind dagegen sowohl die wärmeren als auch kälteren Gebiete zerfasert und ungerichtet. Darüber hinaus zeigt der Vergleich zwischen den beiden Seiten, dass die abgegrenzten Gebiete wärmeren und kälteren Fluides in der mitläufigen Strömung trotz ihrer geringeren wandnormalen Erstreckung den sichtbaren Bereich dichter füllen als in der gegenläufigen Strömung. Die in den Abbildungen 11 und 12 sichtbaren *Streaks* und Temperaturstrukturen entstehen laut gängiger Literatur (vgl. Abschnitt 1.2.1) durch die Interaktionen von dominanten Wirbelstrukturen entlang der Strömungsrichtung und der mittleren Strömung. Es liegt daher nahe, diese Wirbelstrukturen in den instantanen Strömungsfeldern zu visualisieren und die Unterschiede zwischen den Strukturen der mit- und gegenläufigen Strömung sichtbar zu machen. Zu diesem Zweck werden Isokonturflächen der Beträge von Vortizität $|\omega'|$, des λ_2 -Kriteriums $|\lambda_2|$ und des Rortex-Kriteriums $|R|$ in Abbildung 13, 14 und 15 für die mit- und gegenläu-

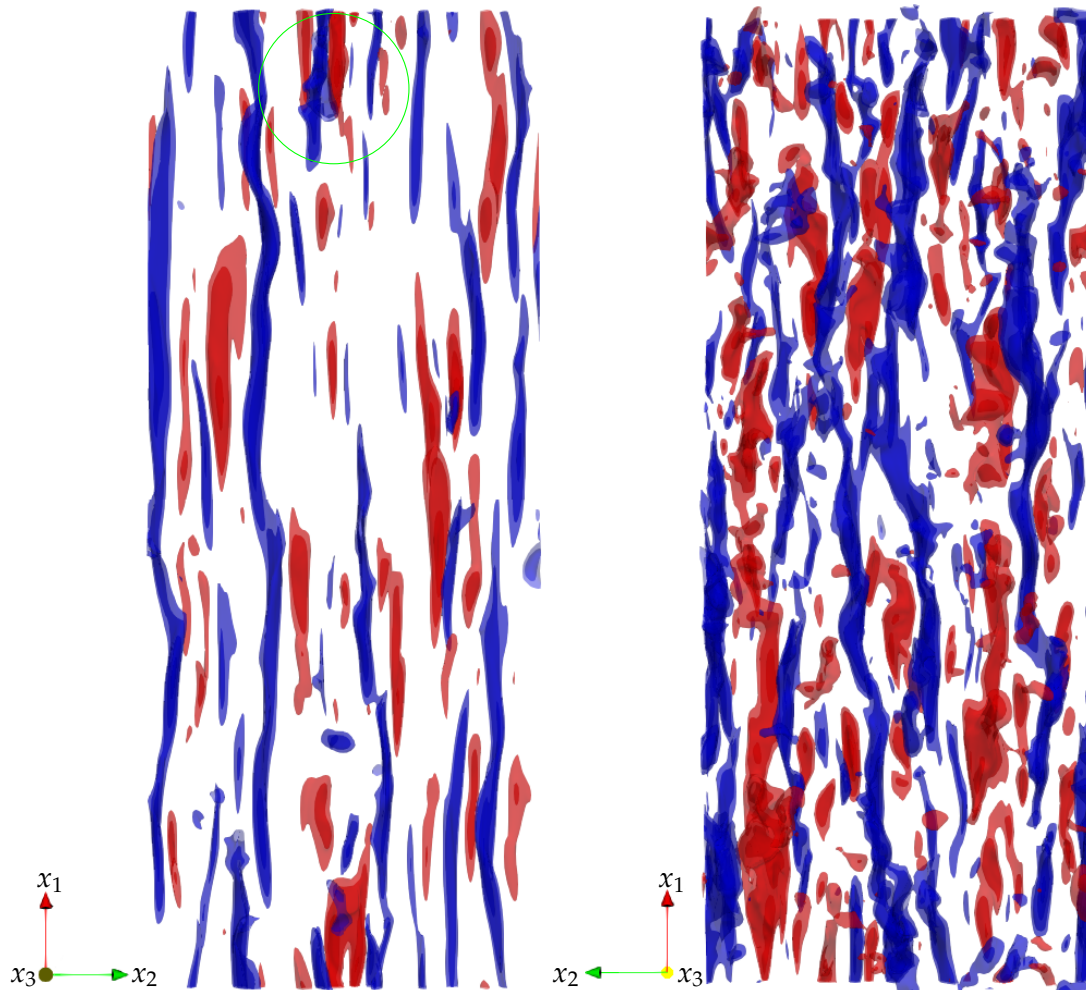


Abbildung 11: Dreidimensionale Darstellung von Isokonturflächen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung für $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. Die Abstufungen der Konturflächen sind jeweils das 0,9-, 0,7-, 0,5- und das 0,4-fache der maximalen und minimalen Fluktuationen, ihre Deckkraft beträgt 40%. Die roten Bereiche repräsentieren Fluid mit positiven, die blauen Bereiche Fluid mit negativen Fluktuationenwerten. Die Grafiken sind an einer wandparallelen Ebene bei $\hat{x}_3/\hat{\delta} = 0.3$ geteilt und so ausgerichtet, dass die Sicht auf die beheizte Wand (links) und die gekühlte Wand (rechts) frei ist. Das Fluid strömt in Richtung der x_1 -Achse. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien.

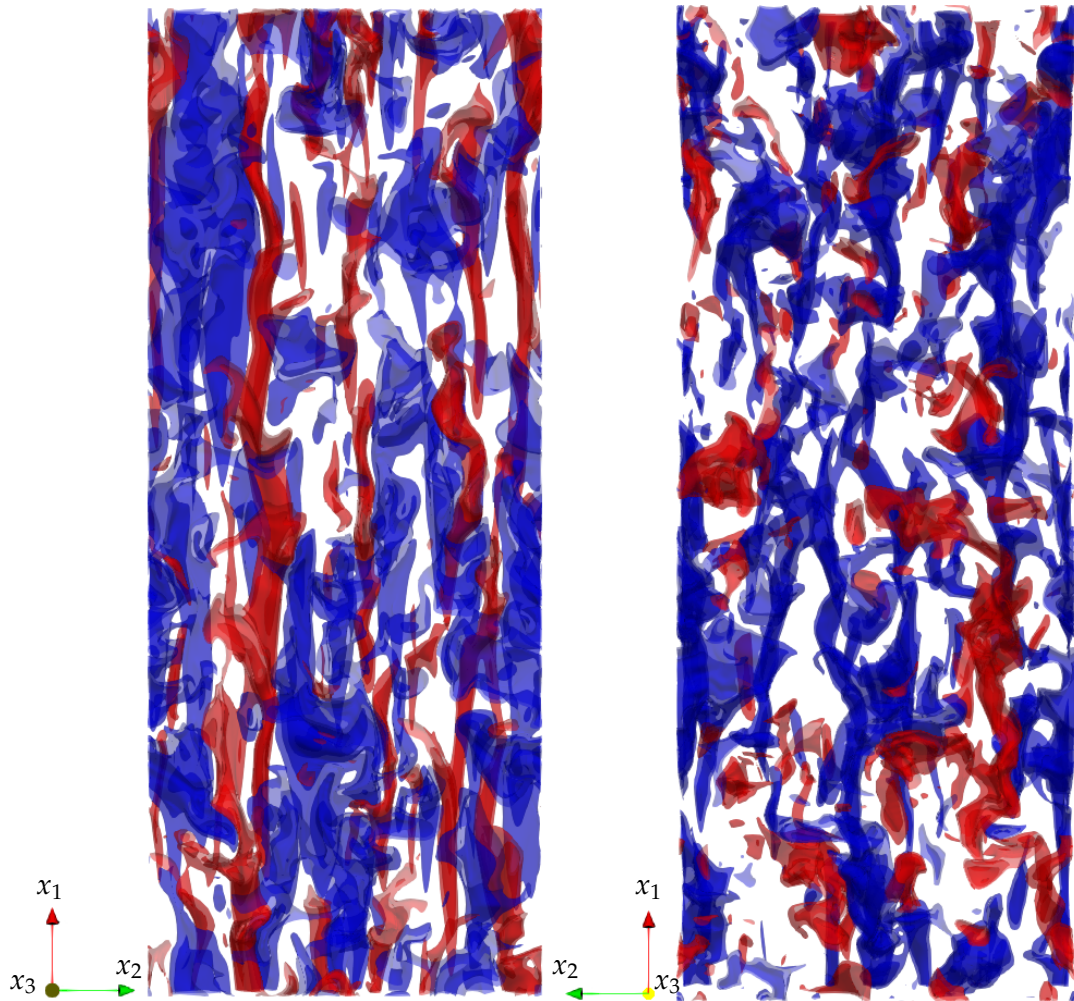


Abbildung 12: Dreidimensionale Darstellung von Isokonturflächen der Temperaturfluktuationen θ' für $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. Die Grafik ist äquivalent zu Abbildung 11 aufgebaut.

fige Strömung gezeigt. Die Isokonturen von ω , λ_2 und R sind mit den Werten der wandnormalen Geschwindigkeit eingefärbt, um die von Wirbelkriterien detektierten Strömungsstrukturen folgendermaßen sichtbar machen zu können: Eine Struktur, deren wandnormale Geschwindigkeit auf gegenüberliegenden Seiten unterschiedliche Vorzeichen aufweist, zeigt sehr wahrscheinlich Wirbel an, während eine einfarbige Struktur wahrscheinlich keinen Wirbel anzeigt. Swearingen und Blackwelder [89] konnten zeigen, dass die langsamen und schnellen *Streaks* von langen Regionen fluktuierender Vortizität begrenzt sind. Im gleichen Sinne sollten, der Argumentation des selbsterhaltenden Regenerationsprozesses wandnaher Turbulenz von Kim et al. [45] folgend, die *Streaks* von Wirbelstrukturen eingefasst sein.

In den Abbildungen 11 und 13 - 15 bilden die *Streaks* im grün umrandeten Bereich einen markanten Cluster, der in allen vier Darstellungen gut erkennbar ist. Als Repräsentation der Wirbelbewegung im Fluid sind in Abbildung 13 zunächst Isokonturflächen der fluktuierenden Vortizität $|\omega'| = 0.55$ dargestellt. Diese Isokonturen bilden sowohl in der mit- als auch in der gegenläufigen Strömung lange Bereiche zusammenhängender Vortizität aus, die die *Streaks* zum Teil begrenzen und ebenso wie diese entlang der Strömungsrichtung verlaufen. In der mitläufigen Strömung sind weniger zahlreiche und glattere Vortizitätsstrukturen vorhanden als in der gegenläufigen, was mit dem Erscheinungsbild der *Streaks* in der jeweiligen Strömung übereinstimmt. Die wandnormalen Geschwindigkeiten der unterschiedlichen Wirbelstrukturen zeigen, dass nicht alle Gebiete zusammenhängender Vortizität zwangsläufig auch mit Wirbelstrukturen korrespondieren. In dem grün umrandeten Bereich sind die Fluktuationen so über die Vortizitätsstrukturen verteilt, dass sich keine eindeutige Wirbelstruktur ausmachen lässt.

Die Isokonturen für $|\lambda_2| = -0.03$ in Abbildung 14 sind im Vergleich dazu an beiden Seiten des Kanals in schmalere und kürzere zusammenhängende Bereiche organisiert. In der mitläufigen Strömung weisen sie ebenfalls eine Ausrichtung entlang der Strömungsrichtung auf, während in der gegenläufigen Strömung auch Strukturen erkennbar sind, die entlang der Querströmungsrichtung verlaufen. Die dargestellten Isokonturen lassen aufgrund ihrer wandnormalen Geschwindigkeiten eher auf das tatsächliche Vorhandensein von Wirbelstrukturen schließen, allerdings bilden diese im markierten Bereich einen Cluster ungerichteter Strukturen, die nicht eindeutig als dominant und entlang der Strömungsrichtung verlaufend einzuordnen sind.

Dieser Trend ist in den Isokonturen für den Rortex $|R| = 0,15$ in Abbildung 15 sehr viel deutlicher, da diese zwar ähnliche Größen wie die des λ_2 -Kriteriums aufweisen, allerdings zum Großteil entlang der Querströmungsrichtung verlaufen. Laut Gao und Liu [23] ist der Rortex aufgrund seiner Formulierung – im Gegensatz zu den vorher vorgestellten Wirbelkriterien – wenig von vorhandenen Scherstrukturen beeinflusst, sodass man hier davon ausgehen kann, dass die Isokonturen des Rortex am ehesten mit vorhandenen Wirbelstrukturen, bzw. -kernen korrespondieren.

Um die Zuverlässigkeit der vorgestellten Wirbelkriterien detailliert beurteilen zu können, werden diese in Abbildung 16 für den grün markierten Bereich beispielhaft verglichen. In Abbildung 16 (a) - (d) zeigen die rot und blau eingefärbten Iso-

konturen die Geschwindigkeitsfluktuationen der Strömungsrichtung. Die Isokonturflächen der lokalen Druckfluktuationen p' sind in der Schnittebene senkrecht zur Strömungsrichtung dargestellt. In Abbildung 16 (a) sind die lokalen Geschwindigkeitsfluktuationen in Querströmungsrichtung und wandnormaler Richtung als Vektorpfeile dargestellt. Die Isokonturflächen von $|\omega'^+$ in Abbildung 16 (b), die Isokonturflächen von $|\lambda_2|$ in Abbildung 16 (c) und die Isokonturflächen von $|R|$ in Abbildung 16 (d) sind zusätzlich mit den wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen eingefärbt.

In der Mitte der Abbildung 16 (a) sieht man ein paar von schnellen und langsamen *Streaks* oberhalb derer links und rechts jeweils eine wirbelartige Struktur um ein lokales Druckminimum liegt. Ein lokales Druckminimum ist zwar ein Hinweis auf ein Wirbelzentrum, jedoch keine hinreichende Bedingung für dessen Existenz. In dieser Darstellung ist deutlich erkennbar, dass Isokonturen aller drei Kriterien zwischen den *Streaks* liegen und nicht im Bereich der Wirbelzentren. Im Speziellen zeigt sich, dass die Isokonturen der Vortizität in Abbildung 16 (b) den Bereich direkt zwischen dem schnellen und langsamen *Streak* komplett ausfüllen und hier auf die Scherung zwischen den *Streaks* reagieren. Weiterhin korrespondiert keine der λ_2 -Isokonturen in Abbildung 16 (b) mit einem lokalen Druckminimum, obwohl das λ_2 -Kriterium aufgrund seiner Formulierung gerade dort ansprechen sollte. Zuletzt bleibt festzustellen, dass zwar in dem Druckminimum links oberhalb des *Streak*paares eine Rortex-Isokontur in Abbildung 16 (d) zu erkennen ist und diese somit auf das Wirbelzentrum anspricht, allerdings sind auch andere Rortex-Isokonturen in Abbildung 16 (d) sichtbar, die offensichtlich kein Wirbelzentrum enthalten. Daher scheinen die hier vorgestellten Wirbelkriterien nur bedingt geeignet zu sein, um Wirbelstrukturen in der Strömung zu identifizieren. Dennoch zeigen sie übereinstimmend die Lage von Interaktionen zwischen unterschiedlichen Fluidportionen an, die in der mitläufigen Strömung deutlich schwächer ausfallen als in der gegenläufigen.

Der hier nicht dargestellte Vergleich zwischen den Isokonturen der Druckfluktuationen und der Wirbelkriterien im gesamten instantanen Strömungsfeld wies darauf hin, dass die wenigsten Wirbelstrukturen überhaupt durch die Wirbelkriterien erfasst werden. Weiterhin ist nur etwa ein Drittel der *Streaks* überhaupt von Druckminima als Anzeiger von potentiellen Wirbelstrukturen umgeben und das zusätzlich nur auf kurzen Abschnitten entlang ihrer Ausbreitungsrichtung. Die Schlussfolgerung daraus ist, dass nur ein Teil der *Streaks* überhaupt mit Wirbelstrukturen interagiert beziehungsweise aus diesen entsteht. Da das *splatting* ähnliche statistische Signaturen aufweist wie einzelne Wirbelstrukturen (vgl. Kim et al. [44]) könnten *Streaks* also auch durch diesen Mechanismus entstehen. Für die Entstehung der *Streaks* scheint also eine Kombination aus einzelnen Wirbelstrukturen in Wandnähe und dem *splatting* verantwortlich zu sein.

Um die Form und Größe der *Streaks* in der Nähe der Wände für Fall 2 ($Gr = 9,5 \cdot 10^5$) detaillierter betrachten zu können, werden in den Abbildungen 17(a) und 18(a) instantane Eindrücke der Geschwindigkeitsfluktuationen $u_1'^*$ in Strömungsrichtung sowie in den Abbildungen 17(b) und 18(b) Geschwindigkeitsfluktuationen $u_3'^*$ in wandnormaler Richtung als Schnittebenen gezeigt. Zusätzlich sind in Abbildung 17(c) und 18(c) die wandparallelen Scherfluktuationen

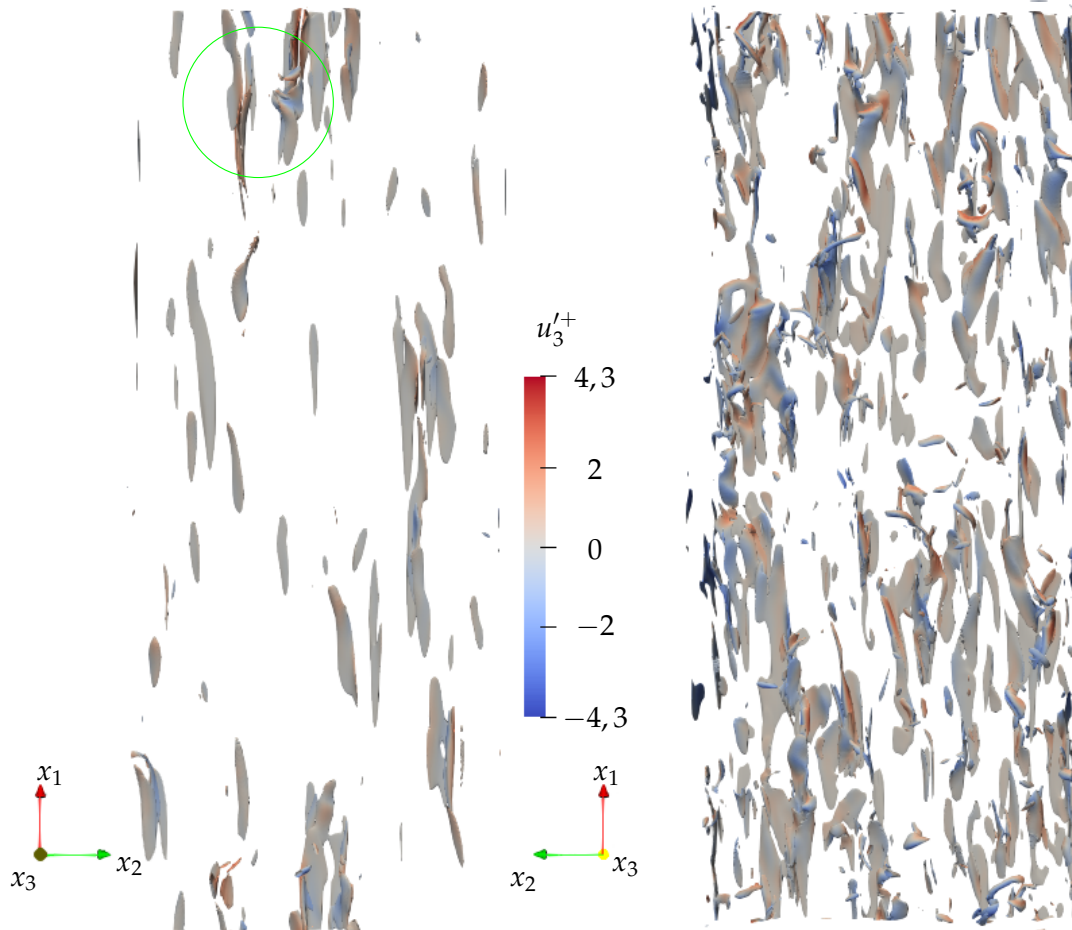


Abbildung 13: Isokonturflächen der Vortizität für $|\omega'^+| = 0,55$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien.

$s_{12}^{I*} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2^{I*}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^{I*}}{\partial x_2} \right)$ und die Temperaturfluktuationen θ' dargestellt. Die in Abbildung 17 dargestellten Schnittebenen $x_3^* = 15$ zeigen die Strömungsgrößen in der mitläufigen Strömung und die in Abbildung 18 dargestellten Schnittebenen $x_3^* = 276$ zeigen die Strömungsgrößen in der gegenläufigen Strömung. Aus den Ergebnissen von Kasagi und Nishimura [43] ist bekannt, dass sich an diesen Wandabständen jeweils das lokale Maximum der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung $u_1^{'+}$ ausbildet. Die Farbskalen der Konturflächen sind auf die Minimal- und Maximalwerte der entsprechenden Variable in der gegenläufigen Strömung normalisiert, um die Werte der Strömungsgrößen in den beiden Wandbereichen vergleichen zu können. Die gestrichelten Linien repräsentieren in diesen Abbildungen die Grenzen zwischen den Regionen mit positiven und negativen Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung $u_1^{I*} = 0$ und markieren damit das Fluid, das sich mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit bewegt.

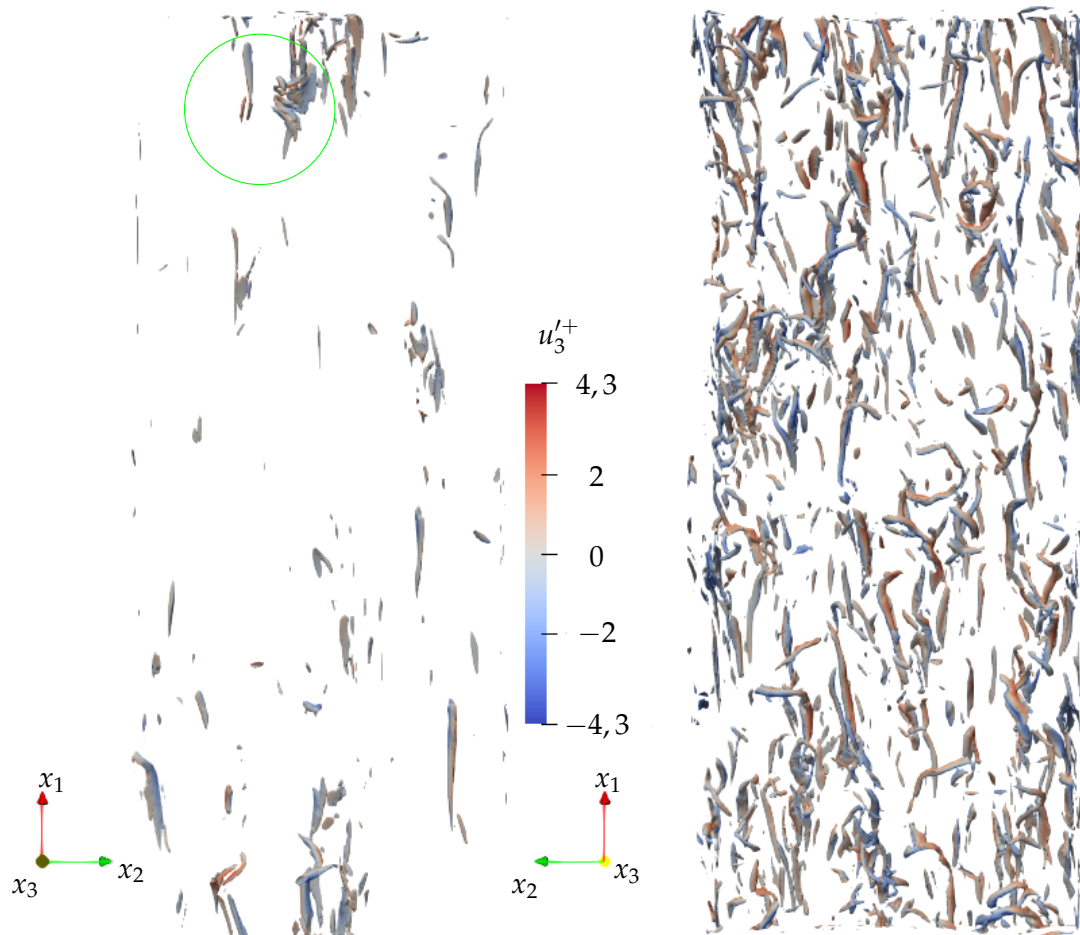


Abbildung 14: Isokonturflächen des λ_2 -Kriteriums für $|\lambda_2| = -0,03$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien.

In der mitläufigen Strömung in Abbildung 17(a) sind die gezeigten langsamen und schnellen *Streaks* entlang der Hauptströmung ausgerichtet, eindeutig separiert und ihre Ränder glatt. Im Gegensatz dazu sind die in Abbildung 18(a) gezeigten *Streaks* der gegenläufigen Strömung weniger eindeutig ausgerichtet und zerfasert, wobei die langsamen und schnellen Anteile auch hier eindeutig getrennt sind. Weiterhin sind die Fluktuationen in der mitläufigen Strömung generell in größeren zusammenhängenden Gebieten organisiert und gleichmäßiger entlang der *Streaks* verteilt als in der gegenläufigen Strömung. Die aus den instantanen Feldern gemessene Länge der *Streaks* von $\lambda_1^* \approx 700$ in der mitläufigen Strömung stimmt nahezu mit den von Kim et al. [44] angegebenen Streaklängen in isothermer Kanalströmung überein. Dagegen sind die *Streaks* in der gegenläufigen Strömung mit $\lambda_1^* \approx 500$ deutlich kürzer.

Die Regionen positiver und negativer wandnormaler Geschwindigkeitsfluktuationen in Abbildung 17(b) nahe der beheizten Wand repräsentieren Fluidpakete, die von der Wand weg und zur Wand hin strömen. Die Bedeutung der Vorzeichen

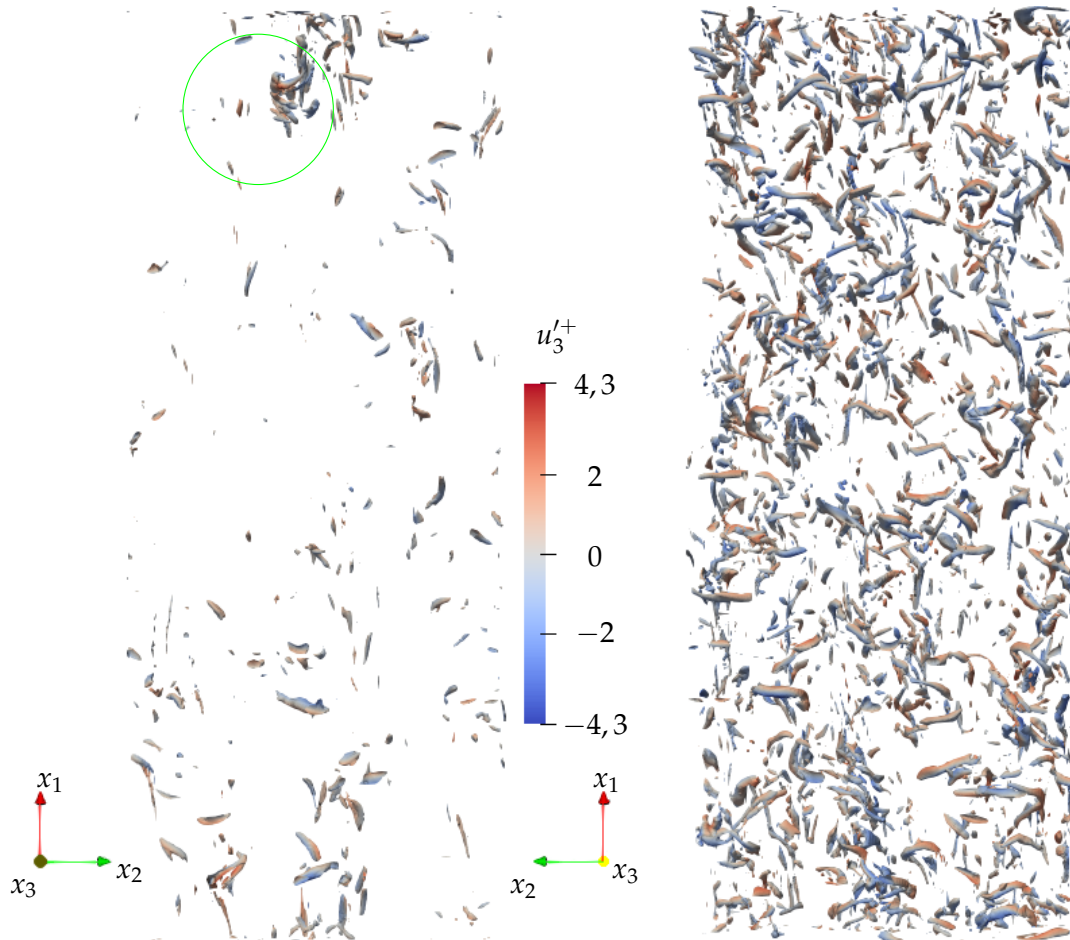


Abbildung 15: Isokonturflächen des Rortex-Kriteriums für $|R| = 0,15$ in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts). Die Farbkodierung der Isokonturen entspricht der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente. Die grüne Umrandung kennzeichnet einen markanten Bereich in der Strömung für den späteren Vergleich von Wirbelkriterien.

ist in Abbildung 18(b) nahe der gekühlten Wand umgekehrt. Der Vergleich beider Abbildungen zeigt, dass die wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen in der mitläufigen Strömung schwächer sind als in der gegenläufigen. Die jeweils höchsten positiven und negativen Fluktuationen treten überwiegend paarweise an den Rändern starker *Streaks* auf, wie man aus dem Vergleich mit den gestrichelten Konturlinien und Abbildungen 17(a) und 18(a) erkennen kann. Die Ränder starker *Streaks* sind Regionen mit hohen fluktuierenden Geschwindigkeitsgradienten in Strömungs- und Spannweitenrichtung.

Der Impulstransport in wandnormaler Richtung ist mit dem Impulstransport in Strömungsrichtung gekoppelt und die stärksten Ereignisse dieser Art stellen die bekannten *Sweeps* ($u_1' > 0$ und $u_3' < 0$) und *Ejections* ($u_1' < 0$ und $u_3' > 0$) weiter entfernt von der Wand dar. Der Vergleich zwischen den Regionen mit starken Fluktuationen in der Nähe der beiden Wände zeigt daher, dass weniger und schwächere Ereignisse in der mitläufigen als in der gegenläufigen Strömung auftreten. Die in Abbildung 17(c) und Abbildung 18(c) gezeigten Scherfluktuationen $s_{12}^{/*}$

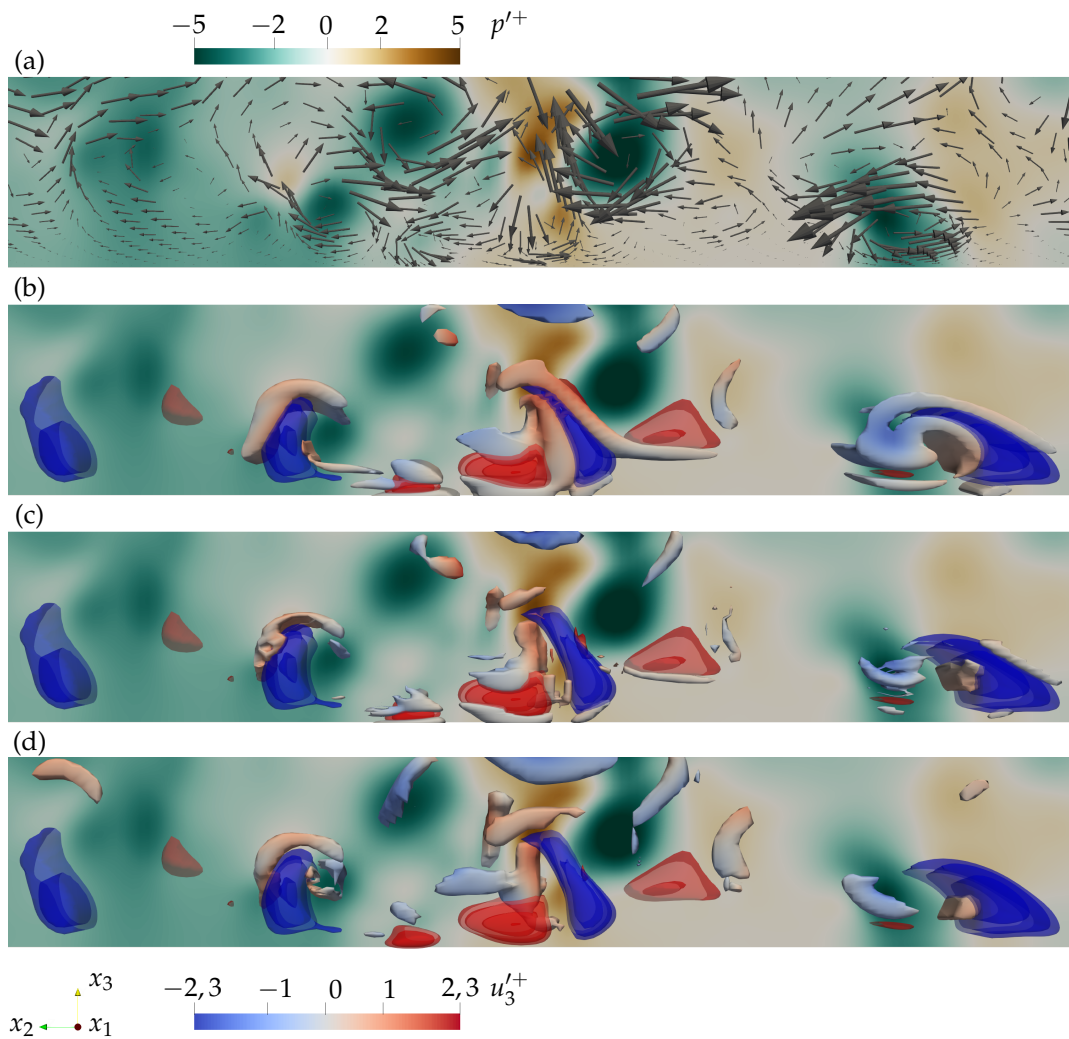


Abbildung 16: Isokonturen der Druckfluktuationen p'^+ mit vektorieller Darstellung des fluktuierenden Geschwindigkeitsfeldes in der Ebene (a) im Vergleich mit Isokonturflächen der Vortizität (b), Isokonturflächen des λ_2 -Kriteriums (c) und Isokonturflächen des Rortex-Kriteriums (d). Die Isokonturen der Wirbelkriterien in (b) – (d) sind entsprechend der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen eingefärbt. Die dreidimensionalen Isokonturen der schnellen *Streaks* sind rot, die langsamen blau eingefärbt. Die Strukturen in der Mitte der Bilder finden sich in den Abbildungen 11 und 13 - 15 im grün umrandeten Bereich wieder.

spiegeln die Interaktionen zwischen den *Streaks* wieder. Der Vergleich zwischen den Abbildungen 17(a) und 18(a) sowie 17(c) und 18(c) zeigt, dass die höchsten Werte der fluktuierenden Scherraten sowohl in der mit- als auch der gegenläufigen Strömung sehr gut mit den Rändern der *Streaks* korrelieren. Die Interaktion der *Streaks* bildet also die lokalen Scherschichten in der mitläufigen und gegenläufigen Strömung aus, die die Umverteilung von fluktuierender kinetischer Energie im Fluid bedingen.

Die Abbildungen 17(d) und 18(d) zeigen die Konturen der Temperaturfluktuationen θ' zusammen mit den Grenzen der *Streaks* als gestrichelte Linien. Im Vergleich der sichtbaren Strukturen des fluktuierenden Temperaturfeldes und den *Streaks* zeigt sich, dass die negativen Temperaturfluktuationen in der mitläufigen Strömung gut mit den schnellen *Streaks* korrelieren und die positiven Temperaturfluktuationen gut mit den langsamen *Streaks* korrelieren. Im Gegensatz dazu gilt in der gegenläufigen Strömung, dass Bereiche mit negativen Temperaturfluktuationen und langsame *Streaks*, wie auch Bereiche mit positiven Temperaturfluktuationen und schnelle *Streaks*, gut korrelieren. Da die Temperatur des Fluides ausgehend von der beheizten Wand bis zur gekühlten Wand kontinuierlich abnimmt (vgl. Kasagi und Nishimura [43]), transportieren langsame *Streaks* und *Ejections* in der mitläufigen Strömung Fluid mit positiven Temperaturfluktuationen und in der gegenläufigen Strömung Fluid mit negativen Temperaturfluktuationen. Zudem sorgt die im Vergleich mit der eines schnellen *Streaks* längere Verweilzeit eines langsamen *Streaks* an der Wand dafür, dass dieser in der mitläufigen Strömung entsprechend stärker aufgeheizt wird als ein schneller *Streak*, während die langsamen *Streaks* in der gegenläufigen Strömung stärker abgekühlt werden als die schnellen *Streaks*. Weiterhin wird schnellen *Streaks* kinetische Energie durch die *Sweeps* zugeführt, die aus der zentralen Region des Kanals stammen. Dort ist die mittlere Temperatur niedriger als in der mitläufigen Strömung und somit transportieren die schnellen *Streaks* dort Fluid mit negativen Temperaturfluktuationen. Umgekehrt transportieren die schnellen *Streaks* deshalb in der gegenläufigen Strömung Fluid mit positiven Temperaturfluktuationen.

Um nun die erkennbare Dämpfung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in der mitläufigen Strömung und ihre Anfachung in der gegenläufigen Strömung zu erklären, werden die kinetischen Effekte der Auftriebskraft auf die großskaligen Fluidbewegungen, d.h. die *Sweeps*, *Ejections* und *Streaks*, betrachtet. Basierend auf den beschriebenen Beobachtungen, die anhand der instantanen Strömungsfelder gemacht wurden, wird die später statistisch zu verifizierende Hypothese aufgestellt, dass schnelle *Streaks*, die kaltes Fluid transportieren, in der mitläufigen Strömung durch die Auftriebskraft abgebremst und dass langsame *Streaks*, die warmes Fluid transportieren, beschleunigt werden. Die gleiche Hypothese gilt für die *Sweeps* und *Ejections* an größerem Wandabstand sowie umgekehrt in der gegenläufigen Strömung. Die Begriffe *Beschleunigung* und *Abbremsung* sind hier primär auf die Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung bezogen. Durch die in Abbildung 19 dargestellten Schnittebenen der Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen werden die oben getroffenen Aussagen zusätzlich untermauert. Die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung sind zur besseren Vergleichbarkeit mit mittleren Wandeinheiten skaliert. Die gestrichelten Linien markieren die Nulldurchgänge der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung, um die Grenzen zwischen den schnellen und langsamen Fluidregionen aufzuzeigen. Zusätzlich sind die Druckfluktuationen als farbige Konturen im Hintergrund dargestellt. Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass die Druckfluktuationen in der gegenläufigen Strömung ausgeprägter sind als in der mitläufigen Strömung und dass ihre Maxima in der Nähe der stärksten fluktuierenden Geschwindigkeitsgradienten auftreten.

Aus diesen kinetischen Überlegungen lassen sich drei Mechanismen ableiten, die helfen, die oben beobachteten Phänomene zu erklären. Erstens wird die turbulente kinetische Energie der beschleunigten bzw. abgebremsten Strukturen erhöht bzw. verringert. Zweitens wird dadurch die Relativgeschwindigkeit zwischen den impulsreichen und impulsarmen Strukturen in der mitläufigen Strömung verringert und in der gegenläufigen Strömung erhöht. Das wiederum führt zu verringerten und erhöhten Scherfluktuationen aufgrund der verringerten und erhöhten lateralen Geschwindigkeitsgradienten. Drittens sind die Druckfluktuationen stromauf einer impulsreichen Fluidregion höher, da dort impulsärmeres Fluid verdrängt wird, während die Druckfluktuationen stromab niedriger sind, wodurch zusätzliches Fluid mitgerissen wird. Impulsreiche Strukturen, die durch Auftrieb beeinflusst werden, erzeugen im Vergleich mit den Strukturen in einer ungestörten Strömung Regionen mit höheren lokalen Druckfluktuationen, wenn die Strukturen beschleunigt werden, und Regionen mit niedrigeren lokalen Druckfluktuationen, wenn die Strukturen abgebremst werden. Die beiden letzten Mechanismen, die zu erhöhten Scher- und Druckfluktuationen führen, werden mit den Druck-Scher-Korrelationen der Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors diskutiert. Zusammenfassend muss betont werden, dass die oben diskutierten Mechanismen den externen Effekt (*external effect*) von Launder et al. [51] sowie Petukhov et al. [64] zur Erklärung der Dämpfung und Anfachung von turbulenten Schwankungsbewegungen in Auftriebsströmungen physikalisch begründen.

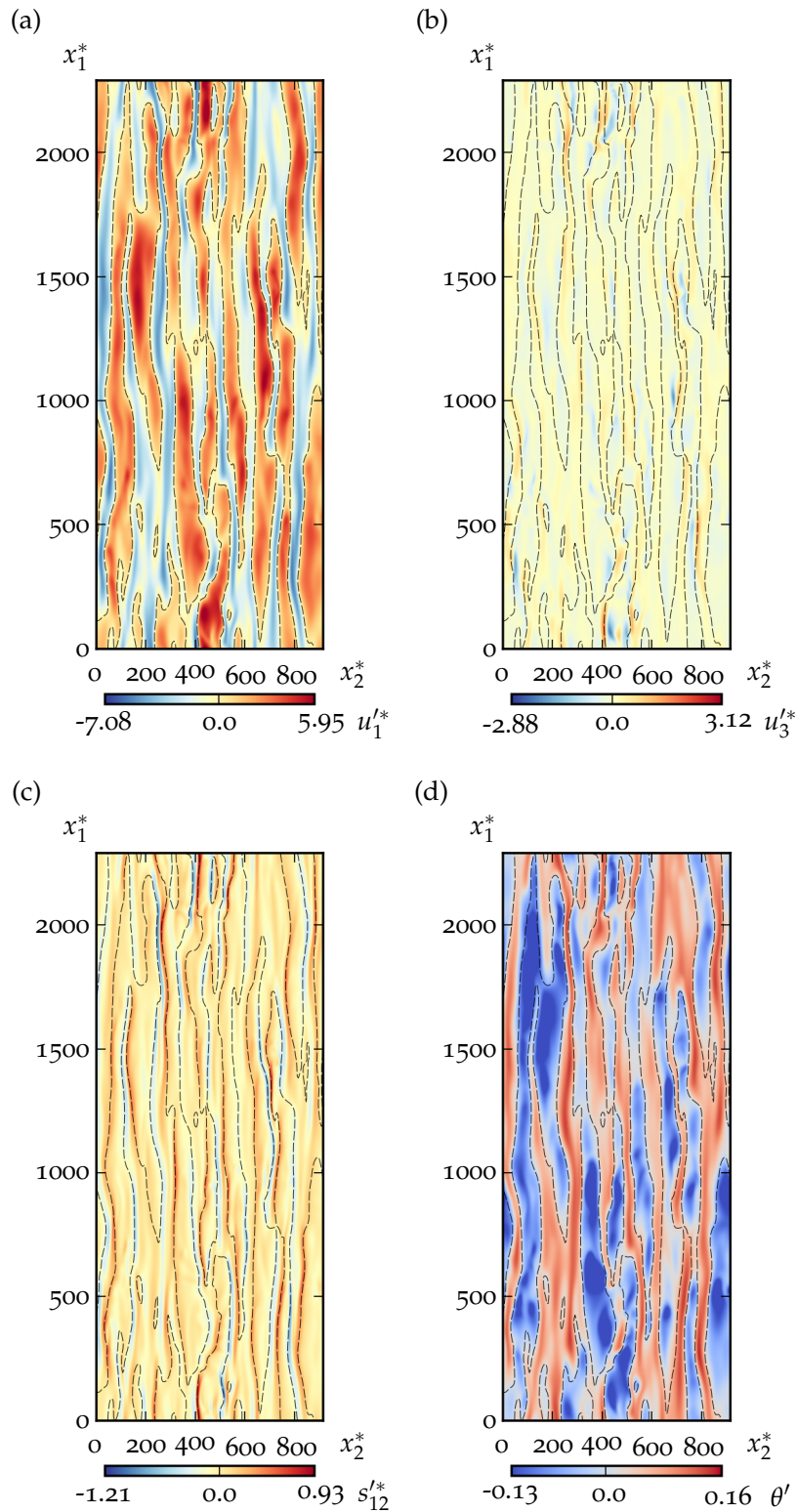


Abbildung 17: Instantane Geschwindigkeits- und Scherfluktuationen normiert mit u_τ^* sowie instantane Temperaturfluktuationen in einer Schnittebene $x_3^* = 15$ in der mitläufigen Strömung für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ (Fall 2). Die Farbskalen der Konturflächen sind auf die Minimal- und Maximalwerte der Strömungsgrößen in der gegenläufigen Strömung bezogen. Die gestrichelten Linien stellen die Isokonturen für $u_1^{l*} = 0$ dar.

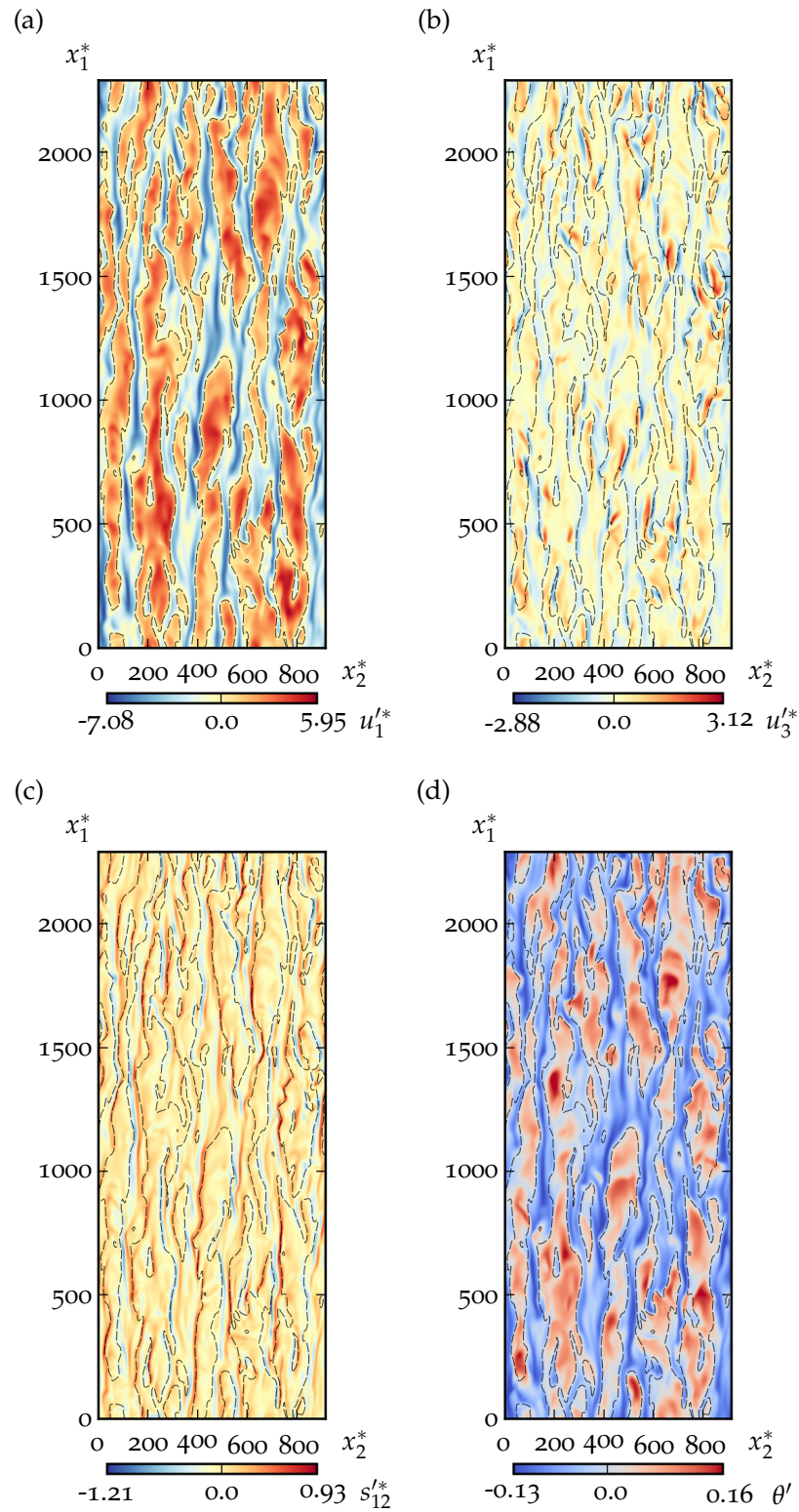


Abbildung 18: Instantane Geschwindigkeits- und Scherfluktuationen normiert mit u_τ^* sowie instantane Temperaturfluktuationen in einer Schnittebene $x_3^* = 276$ in der gegenläufigen Strömung für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ (Fall 2). Die gestrichelten Linien stellen die Isokonturen für $u_1'^* = 0$ dar.

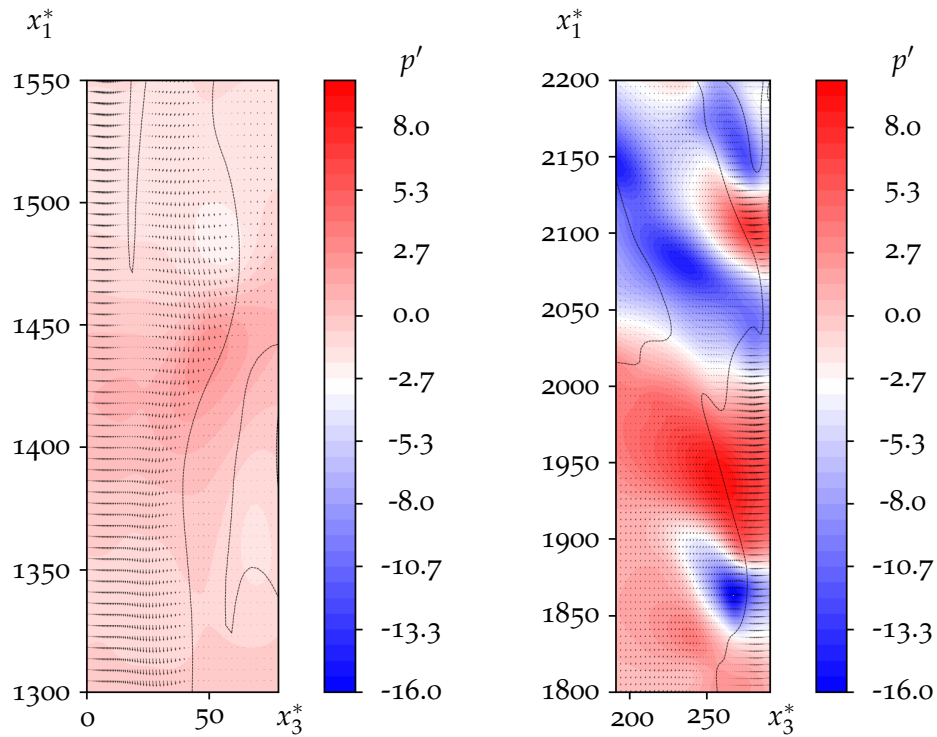


Abbildung 19: Konturen der lokalen Druckfluktuationen in Schnittebenen senkrecht zur spannweiten Strömungsrichtung bei $x_2^* = 861,8$ zusammen mit den Nulldurchgängen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung (gestrichelte Linien) und Vektordarstellungen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung.

4.3 EINPUNKT-STATISTIKEN

Als Beleg für die statistische Relevanz des zuvor anhand der instantanen Felder diskutierten Transportmechanismus werden die statistischen Momente erster und zweiter Ordnung der Geschwindigkeitskomponenten und der Temperatur analysiert. Alle statistischen Größen sind über mindestens 60 dimensionslose Zeiteinheiten $t^* = u_\tau^*/\delta$ gemittelt worden, nachdem ein statistisch unabhängiger Strömungszustand erreicht wurde. Dieser ist durch zeitlich nahezu konstante mittlere Wandschubspannungen gekennzeichnet. In Abbildung 20 sind die Zeitreihen der Wandschubspannungen an der beheizten und gekühlten Wand für Fall 2 dargestellt. Gezeigt sind sowohl die instantanen Zeitreihen als auch der gleitende Mittelwert und der Gesamtmittelwert. Ab einer dimensionslosen Zeit $t^* \approx 50 u_\tau^*/\delta$ beträgt die relative Abweichung des gleitenden Mittelwerts der Wandschubspannungen $\epsilon = \max\left(\left|\frac{\tau_w - \bar{\tau}_w}{\bar{\tau}_w}\right|\right)$ an der beheizten Wand maximal $\epsilon_h = 0,42\%$ und an der gekühlten Wand maximal $\epsilon_c = 0,31\%$. Somit kann die Strömung ab diesem Zeitpunkt als ausgebildet angesehen werden. Die Berechnung der im Folgenden diskutierten statistischen Momente ist dementsprechend ab diesem Zeitpunkt erfolgt. Die Größenordnungen der zuvor betrachteten Werte sind für die anderen Simulationsfälle ähnlich und in Tabelle 5 dokumentiert.

Tabelle 5: Übersicht über die statistischen Parameter der Wandschubspannungen

	$\tau_{w,h}$	$\sigma(\tau_{w,h})$	ϵ_h	$\tau_{w,c}$	$\sigma(\tau_{w,h})$	ϵ_c
Fall 0	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	-	-	-
Fall 1	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$	$9,24 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$
Fall 2	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$
Fall 3	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$7,3 \cdot 10^{-3}$

Die Abbildungen 21 - 28 zeigen die Profile der zeitlich und räumlich gemittelten statistischen Momente $\langle \cdot \rangle_{x_1, x_2, t} \equiv \langle \cdot \rangle$ für Fall 1 ($Gr = 6,4 \cdot 10^5$), Fall 2 ($Gr = 9,5 \cdot 10^5$) und Fall 3 ($Gr = 1,6 \cdot 10^6$). Die Profile für Fall 0 ($Gr = 0$) dienen als Referenz für die Mischkonvektionsfälle mit $Gr > 0$. Alle Profile sind als Funktion des Wandabstandes in linearer und logarithmischer Skalierung über die lokalen Wandeinheiten dargestellt, um sowohl einen Überblick über die Profile gewinnen als auch eine detaillierte Sicht des wandnahen Bereiches zeigen zu können.

In Abbildung 21 ist die schwarze Linie das mittlere Geschwindigkeitsprofil für Fall 0. Für die Fälle 1 bis 3 sind die Profile der mitläufigen Strömung zur besseren Unterscheidung rot und das der gegenläufigen Strömung blau gefärbt. Alle Profile sind mit der lokalen Wandschubspannungsgeschwindigkeit u_τ^+ normiert, um eine Vergleichbarkeit der Profile in Wandnähe zu gewährleisten. Im wandnahen Bereich unterhalb von $x_3^+ \approx 15$ liegen alle Profile übereinander und steigen linear an. Bei einem größeren Wandabstand sind die Werte der mittleren Geschwindigkeitsprofile für die Mischkonvektionsfälle in der mitläufigen Strömung höher als die Werte in der gegenläufigen Strömung und die für den Fall erzwungener Konvektion. Darüber hinaus wird deutlich, dass die mittleren Geschwindigkeiten in der mitläu-

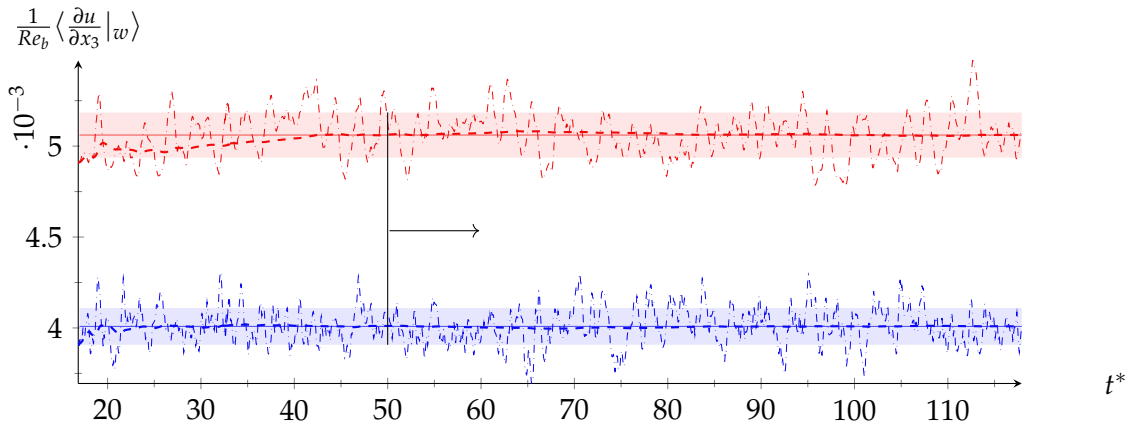


Abbildung 20: Zeitreihen der Wandschubspannungen an der beheizten (rot) und gekühlten Wand (blau) in Fall 2. Dargestellt sind die Gesamtmittelwerte (—, —) an der beheizten und gekühlten Wand, die entsprechenden gleitenden Mittelwerte (- - -, - - -) sowie die instantanen Zeitreihen der Wandschubspannungen (- - -, - - -). Die Standardabweichungen der Wandschubspannungen sind als blass-rote Flächen hinter den Kurven dargestellt. Die Aufnahme der statistischen Momente beginnt bei $t^* \approx 50$, der gleitende Mittelwert der Wandschubspannungen weicht ab dort maximal um 0,42% vom Gesamtmittelwert ab, was ca. 17% der Standardabweichung entspricht.

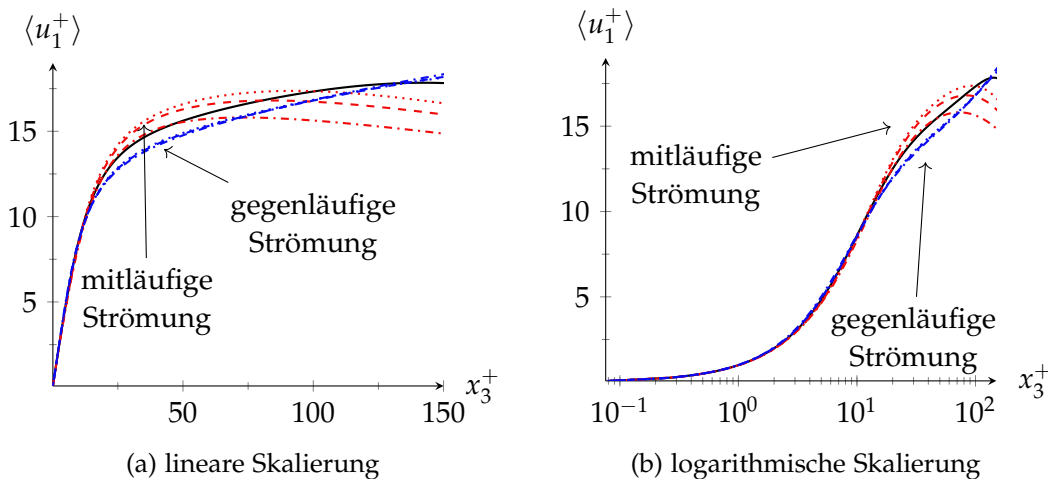


Abbildung 21: Wandnormale mittlere Geschwindigkeitsprofile der Geschwindigkeitskomponenten in Strömungsrichtung in linearer (links) und logarithmischer Darstellung (rechts). Die Profile sind mit der jeweils lokalen Wandschubspannungsgeschwindigkeit normiert. Profile der mitläufigen Strömung sind rot, die der gegenläufigen Strömung blau eingefärbt. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, - - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - · - ·: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

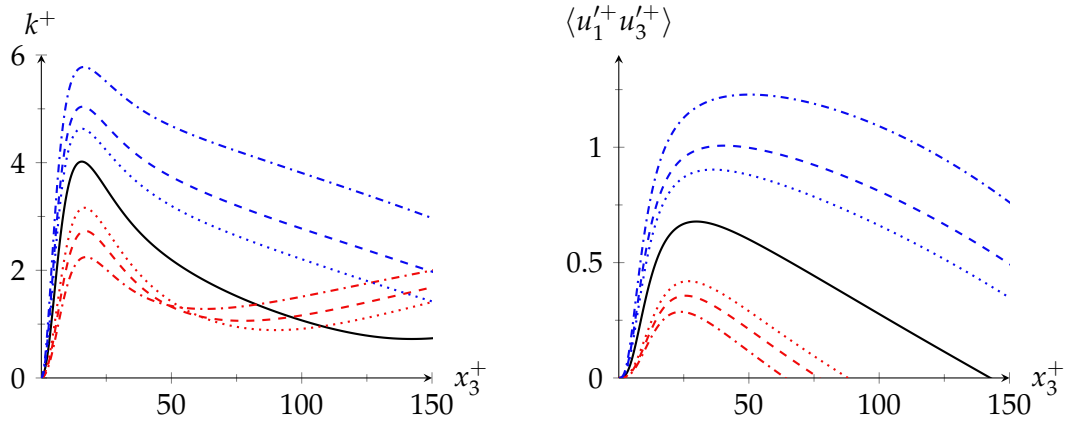
figen Strömung weiter entfernt von der Wand mit steigender Grashof-Zahl sinken, während sie in der gegenläufigen Strömung steigen. Die thermischen Auftriebskräfte sorgen also somit im zeitlichen Mittel für eine Beschleunigung in der mitläufigen und Abbremsung in der gegenläufigen Strömung. Gleichzeitig fällt auf, wie auch schon von Kasagi und Nishimura [43] beschrieben, dass der logarithmi-

sche Bereich der Geschwindigkeitsprofile in der mitläufigen Strömung verschwindet. Ein Grund ist die mit steigender Grashof-Zahl zunehmende Verschiebung des Geschwindigkeitsmaximums als Einflussgrenze zwischen den beiden Strömungsbereichen in Richtung der beheizten Wand und der dadurch zunehmende Einfluss der gegenläufigen Strömung in der Kanalmitte. Am Ort des Maximums ist auch die mittlere Scherrate $\frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_3} = 0$, wo der Austausch von Fluid zwischen den beiden Wänden stattfindet. Aus der Verschiebung des Maximums folgend ist der mittlere wandnormale Gradient der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung $\frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_3} |_w$ für $Gr = 6,4 \cdot 10^5$ um 5,3%, für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ um 11,6% und für $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ um 21,0% direkt an der beheizten Wand gegenüber dem Gradienten der isothermen Strömung erhöht. An der gekühlten Wand ist der Gradient dagegen für $Gr = 6,4 \cdot 10^5$ um 8,3%, für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ um 11,6% und für $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ um 19,9% reduziert. Die Trends der Vergrößerung und Verkleinerung der mittleren Scherraten an den Wänden sind ähnlich zu denen in der Betrachtung der mit Re_b skalierten Wand Schubspannungen in Tabelle 5.

In Abbildung 22 sind die Profile der turbulenten kinetischen Energie (TKE) $k^+ = \frac{1}{2} \langle u_i'^+ u_i'^+ \rangle$ und der Reynoldsschen Schubspannungen $\langle u_1'^+ u_3'^+ \rangle$ jeweils nur in linearer Skalierung dargestellt.

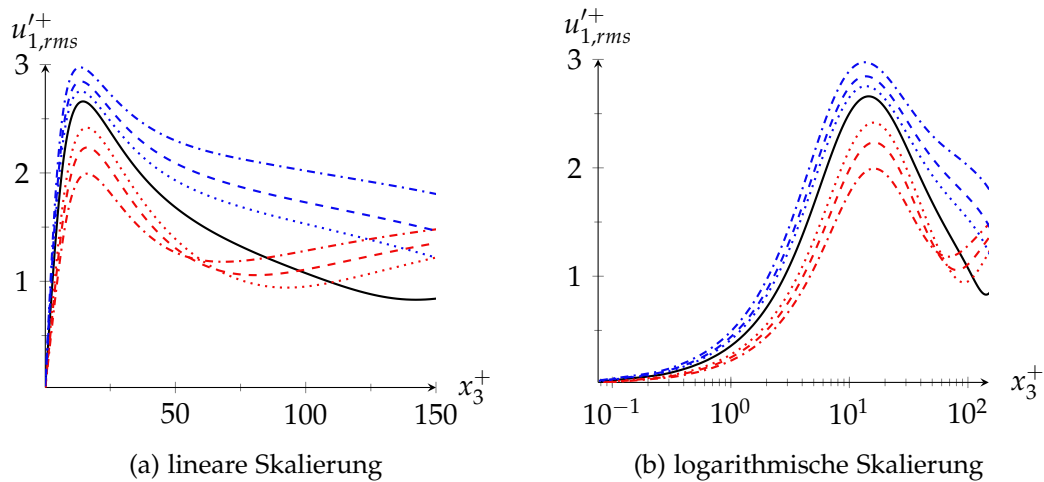
Die Veränderung der TKE mit steigender Grashof-Zahl spiegelt in Abbildung 22 (a) in der mitläufigen Strömung eine Dämpfung und in der gegenläufigen Strömung eine Anfachung der turbulenten Fluidbewegung wider. Dieser Effekt wird im Laufe dieses Abschnittes durch die Analyse weiterer statistischer Profile nochmals aufgegriffen. Darüber hinaus zeigen die Reynoldsschen Schubspannungen in Abbildung 22 (b), dass die Werte in der mitläufigen Strömung mit höheren Gr abnehmen, während sie in der gegenläufigen Strömung zunehmen. Zudem verschieben sich sowohl das Maximum der Profile als auch ihr Nulldurchgang in der mitläufigen Strömung zur beheizten Wand hin und in der gegenläufigen Strömung dementsprechend von der gekühlten Wand weg. Die Reynoldsschen Schubspannungen können als statistischer Fußabdruck der Stärke von *Sweeps* und *Ejections* interpretiert werden. Die thermischen Auftriebskräfte sorgen hier für eine Abbremsung und Beschleunigung dieser Strukturen in Strömungsrichtung sowie durch die verringerte und erhöhte Umverteilung von turbulenter fluktuierender Energie in die wandnormale Richtung insgesamt für eine Abnahme ihrer Stärke in der mitläufigen Strömung und eine Zunahme ihrer Stärke in der gegenläufigen Strömung.

In Abbildung 23 - 25 sind die Profile der rms-Werte für die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung, Querströmungsrichtung und wandnormaler Richtung dargestellt. Die rms-Werte der Fluktuationen aller Geschwindigkeitskomponenten sind in der mitläufigen Strömung in Wandnähe und der Kanalmitte niedriger als in der gegenläufigen oder isothermen Strömung. Zudem wird deutlich, dass die Maximalwerte der Profile der rms-Fluktuationen in Strömungsrichtung und wandnormaler Richtung mit zunehmender Grashof-Zahl in der mitläufigen Strömung niedriger und in der gegenläufigen Strömung höher werden, während die Profile der Querströmungskomponente diesen Trend lediglich in der gegenläufigen Strömung aufweisen. In der mitläufigen Strömung nähern sich die Maximalwerte mit steigender Grashof-Zahl dagegen dem Profil der isothermen Strömung



(a) Turbulente kinetische Energie $k^+ = \frac{1}{2} \langle u_i'^+ u_i'^+ \rangle$. (b) Reynoldssche Schubspannungen

Abbildung 22: Profile der turbulenten kinetischen Energie (links) und der Reynoldsschen Schubspannungen (rechts). Die Profile sind mit der jeweils lokalen Wand Schubspannung normiert. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$,: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - - - -: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.



(a) lineare Skalierung (b) logarithmische Skalierung

Abbildung 23: RMS-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$,: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - - - -: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

an. Gleichzeitig bleibt dabei den Profilen der rms-Werte in Strömungs- und Querströmungsrichtung ein definiertes Maximum erhalten, während das Maximum des Profils von $u_{3,rms}'^+$ in der mitläufigen Strömung für die höchste untersuchte Grashof-Zahl verschwindet. Die Geschwindigkeitsfluktuationen in wandnormaler Richtung sind – von der beheizten Wand aus gesehen – ab dem Punkt der verschwindenden Scherrate höher als in der Nähe der Wand, was für einen starken wandnormalen Impulstransport in diesem Bereich spricht. Die unterschiedlich hohen Werte der rms-Profile zeigen, dass die Mischkonvektionsströmungen im Gegensatz zur isothermen Strömung eine starke Asymmetrie hinsichtlich der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen zwischen den beiden Seiten aufwei-

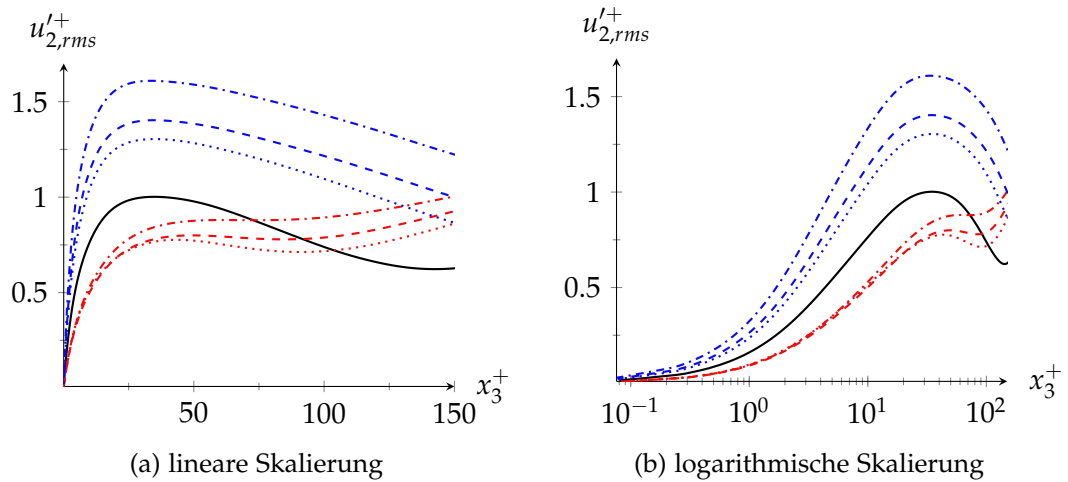


Abbildung 24: RMS-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Querströmungsrichtung. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$,: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$,: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

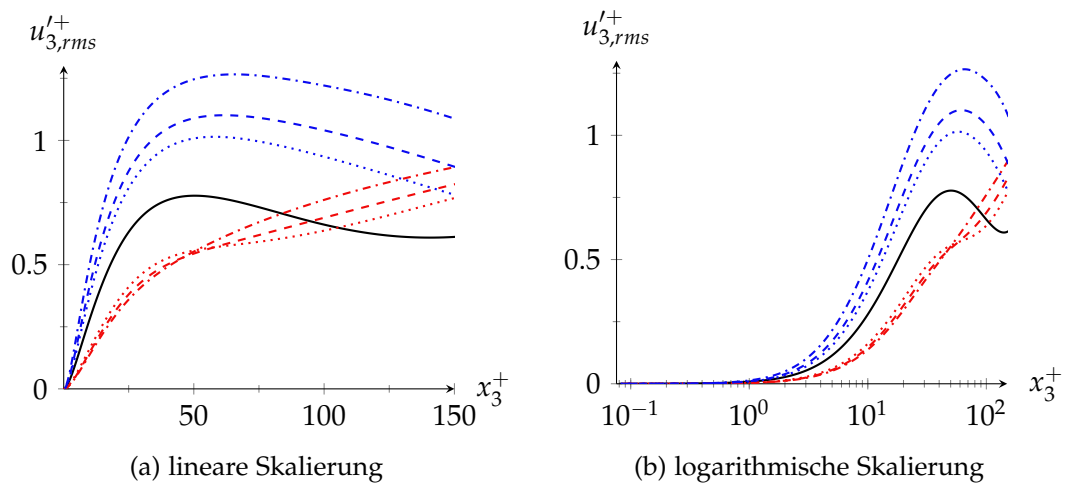


Abbildung 25: RMS-Profile der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in wandnormaler Richtung. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$,: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$,: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

sen. Kasagi und Nishimura [43] konnten zeigen, dass der Hauptachsenwinkel des Reynoldsschen Spannungstensors im Falle der vertikalen Mischkonvektion eine Reorientierung durchläuft, was als Maß für die Asymmetrie der Strömung interpretiert werden kann. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird deutlich werden, dass die Asymmetrie der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen eine Folge des indirekten Auftriebseffektes in der Strömung ist.

Generell gilt, dass die Energie der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen über die Hauptströmungsrichtung eingebracht und dann von dort in die Querströmungsrichtung und wandnormale Richtung umverteilt wird. Geringere turbulente Geschwindigkeitsfluktuationen in der Hauptströmungsrichtung bedingen somit auch geringere Fluktuationen in den anderen beiden Richtungen. Wie bereits in Abschnitt 4.2 beschrieben, spielen die Scherfluktuationen im Umvertei-

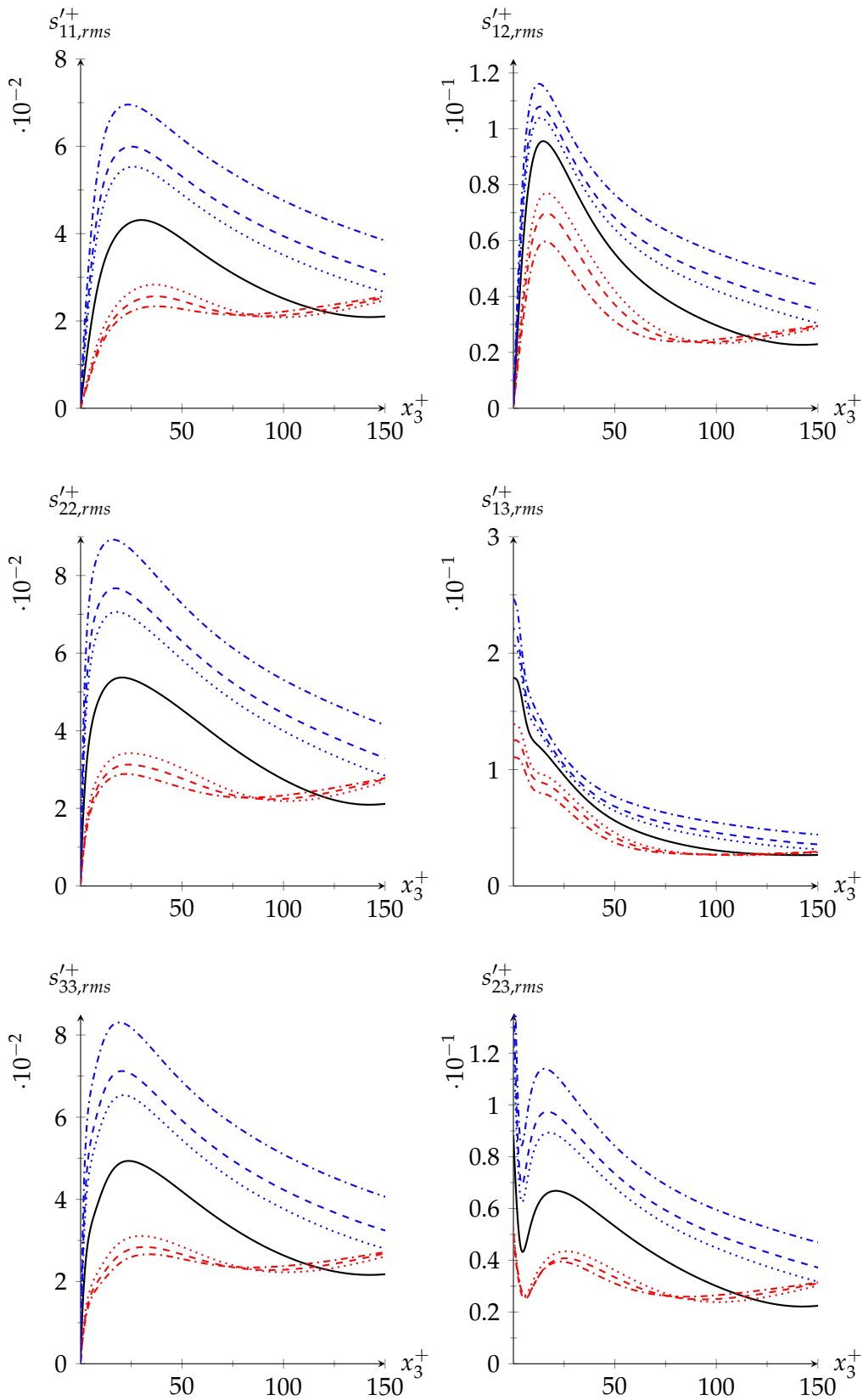


Abbildung 26: RMS-Profile der Komponenten des turbulenten Scherfluktuationstensors $s'_{ij,rms}$. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, -.-.-: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - - - -: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

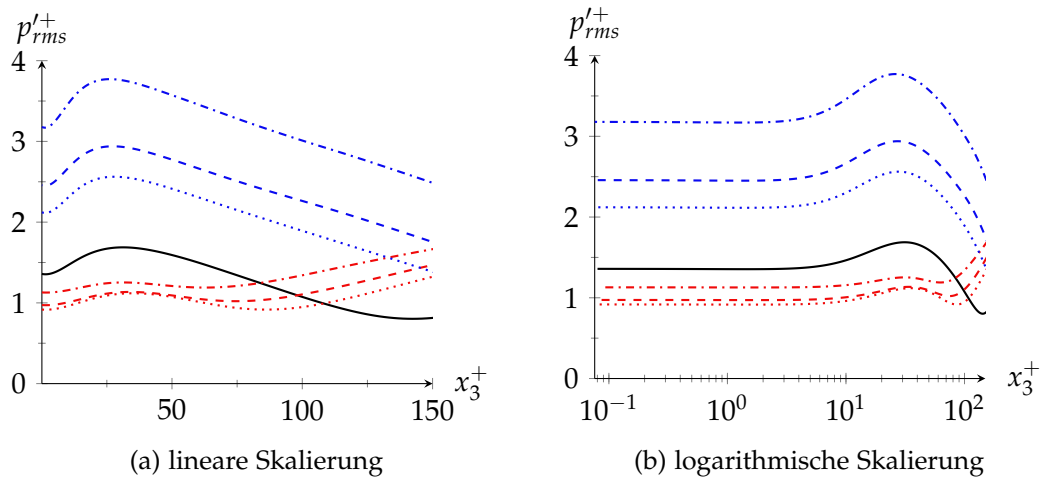


Abbildung 27: Profile der Druckfluktuationen. —: $Gr = 0$,: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, - - -, - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - - -: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

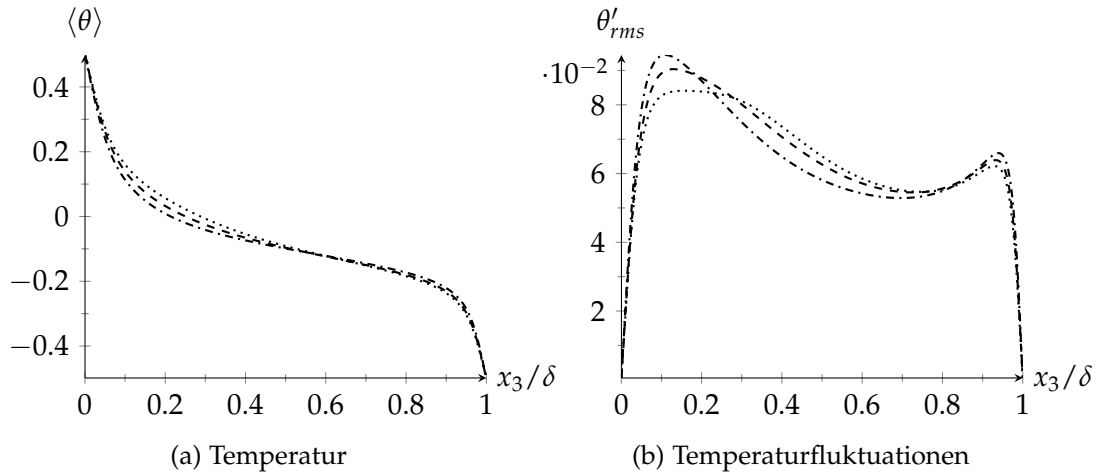


Abbildung 28: Profile der gemittelten Temperatur und -fluktuationen als Funktionen des Wandabstandes in äußeren Einheiten.: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, - - -: $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, - - -: $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

lungsprozess eine wichtige Rolle. Daher sind in Abbildung 26 die rms-Profile der Scherfluktuationen in Strömungsrichtung, Querströmungsrichtung und wandnormaler Richtung sowie die deviatorischen Scherfluktuationen dargestellt. Die in den Abbildungen dargestellten Profile zeigen insgesamt, dass nicht nur die Scherfluktuationen entlang der Hauptachse des Scherspannungstensors, sondern auch die deviatorischen Anteile der Scherfluktuationen gegenüber denen der isothermen Strömung in der mitläufigen Strömung reduziert und in der gegenläufigen Strömung erhöht sind. Die Stärke der Reduktion bzw. Erhöhung ist bei den Scherfluktuationen ebenfalls durch die Grashof-Zahl bedingt. Diese Erkenntnis bestärkt die Annahme, dass die Scherung zwischen den turbulenten Strömungsstrukturen durch den Effekt der thermischen Auftriebskräfte in der mitläufigen Strömung verringert und in der gegenläufigen verstärkt wird.

Maßgeblich für den Umverteilungsprozess sind auch die Druckfluktuationen, die für die ungerichtete Impulsumverteilung verantwortlich sind. Abbildung 27 zeigt die Profile der rms-Werte der Druckfluktuationen für die vier untersuchten Fälle. Ähnlich wie bei den Profilen von $u_{1,rms}^+$ sind die Werte in der gegenläufigen Strömung höher und in der mitläufigen Strömung geringer als in isothermer Strömung. Während die Werte an der gekühlten Wand mit steigender Grashof-Zahl zunehmen, nehmen die Werte an der beheizten Wand weniger stark ab. Somit weisen die Profile der Druckfluktuationen über die Grashof-Zahl in dieser Hinsicht ein ähnliches Verhalten wie die Geschwindigkeitsfluktuationen in Querströmungsrichtung auf. In direkter Wandnähe nehmen die Profile einen konstanten Wert an, der sich erst ab einem Wandabstand von $x_3^+ \approx 5$ ändert. Die danach auftretenden Maximalwerte der Profile befinden sich für alle betrachteten Fälle innerhalb eines Wandabstandes von $27 < x_3^+ < 35$. Es zeigt sich hier, dass die Erkenntnisse aus der Betrachtung von instantanen Schnittebenen der Druckfluktuationen in Abschnitt 4.2 zumindest teilweise von den statistischen Ergebnissen bestätigt werden: Die Druckfluktuationen sind in der mitläufigen Strömung im Mittel weniger stark als in der gegenläufigen Strömung. Dies weist darauf hin, dass die thermischen Auftriebskräfte für diese Veränderungen ebenfalls verantwortlich sind.

Schließlich sind die Profile der mittleren Temperatur und ihrer rms-Fluktuationen für die Fälle 1 bis 3 in den Abbildungen 28a und 28b als Funktionen des Wandabstandes in äußeren Einheiten geplottet, um ihren Verlauf über die Kanalhöhe darzustellen. Wie erwartet, ist die mittlere Temperatur an der beheizten Wand maximal und an der gekühlten Wand minimal. Zwischen $0.1 < x_3/\delta < 0.5$ sinkt die mittlere Temperatur mit steigender Grashof-Zahl infolge des Auftriebs leicht ab, während die Profile in beiden wandnahen Regionen für alle Grashof-Zahlen ähnliche Werte aufweisen. Im Gegensatz zu den rms-Werten der Geschwindigkeitskomponenten fallen die Maxima der rms-Fluktuationen in Abbildung 28b in der mitläufigen Strömung höher aus als in der gegenläufigen Strömung.

Dafür gibt es zwei Erklärungen: Zum einen ist die Produktion von Temperaturfluktuationen in der mitläufigen Strömung aufgrund des steileren Temperaturgradienten höher, wie von Kasagi und Nishimura [43] und Davidson et al. [17] beschrieben. Zum anderen ist die Position der maximalen mittleren Temperatur zur beheizten Wand verschoben, sodass die dort entspringenden *Sweeps* unterschiedlich stark von den Wänden beeinflusst werden. In der mitläufigen Strömung sind die Distanz und der Zeitraum, in denen sich die Fluktuationen entwickeln, kürzer als in der gegenläufigen Strömung. Dazu trägt zusätzlich bei, dass die turbulente Durchmischung in der mitläufigen Strömung verringert ist, sodass auch der Ausgleich der Temperaturfluktuationen weniger stark stattfindet.

4.4 BILANZGLEICHUNGEN DES REYNOLDSSCHEN SPANNUNGSTENSORS

Für die Untersuchung der Anfachung und Dämpfung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen werden die zeitlich und räumlich gemittelten Bilanzgleichungen der turbulenten kinetischen Energie und des Reynoldsschen Spannungstensors

$$0 \approx \Sigma_{ij} = \langle P_{ij} + T_{ij} + PD_{ij} + \Pi_{ij} + D_{ij} + \epsilon_{ij} + B_{ij}(\delta_{i1} + \delta_{1(j-2)}) \rangle \quad (65)$$

nach Mansour et al. [58] sowie Gao et al. [22] analysiert und nachfolgend diskutiert. Die Terme in Gleichung (65) sind das Residuum Σ_{ij} , der Produktionsterm P_{ij} , der turbulente Diffusionsterm T_{ij} , der Druckdiffusionsterm PD_{ij} , der Druck-Scher-Korrelationsterm Π_{ij} , der viskose Diffusionsterm D_{ij} , der Dissipationsterm ϵ_{ij} und der Auftriebsproduktionsterm B_{ij} . In Kartesischen Koordinaten sind die Terme wie folgt definiert:

$$\begin{aligned}
 P_{ij} &= u'_i u'_k \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + u'_j u'_k \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} & T_{ij} &= \frac{\partial u'_i u'_j u'_k}{\partial x_k} \\
 PD_{ij} &= \frac{\partial u'_i p'}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j p'}{\partial x_i} & \Pi_{ij} &= -p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \\
 D_{ij} &= -\frac{1}{Re_\tau^*} \frac{\partial^2 u'_i u'_j}{\partial x_k^2} & \epsilon_{ij} &= \frac{2}{Re_\tau^*} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \\
 B_{ij} &= \frac{Gr}{Re_\tau^{*3}} (u'_i \theta' + u'_j \theta').
 \end{aligned}$$

Der Auftriebsproduktionsterm B_{ij} tritt nur in der Bilanz für $\langle k^+ \rangle$, $\langle u_1^{'+2} \rangle$, sowie $\langle u_1^{'+} u_3^{'+} \rangle$ auf, also für die Indexkombinationen 11 und 13 sowie aus Symmetriegründen auch für 31. Die Summe aller Terme in jeder Bilanz konvergiert zu $\Sigma_{ij} \rightarrow 0$ für unendlich lange Zeitmittelung. Die Bilanzierung der turbulenten kinetischen Energie ergibt sich aus der Summe der Bilanzierungen für die Hauptachsenkomponenten des Reynoldsschen Spannungstensors. Es sei dazu angemerkt, dass der Druck-Scher-Korrelationsterm in den Bilanzgleichungen der TKE verschwindet, da er lediglich die Umverteilung von fluktuierender Energie zwischen den einzelnen Geschwindigkeitskomponenten repräsentiert.

Die Bilanzterme der TKE für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ in der mit- und gegenläufigen Strömung sind in Abbildung 29 im Vergleich mit den Profilen aus der Studie von Kasagi und Nishimura [43] dargestellt. Es zeigt sich, dass die Profile der Bilanzterme aus der durchgeführten DNS gut mit denen von Kasagi und Nishimura übereinstimmen, was die Validität der hier verwendeten Simulationemethode belegt. Verantwortlich für die kleinen Abweichungen zwischen den Profilen sind die leicht unterschiedlichen Re_τ , die wiederum aus den unterschiedlichen Energiezuführungsmethoden (konstantes Re_b und konstantes Re_τ) resultieren.

Es wird grundlegend zwischen drei Strömungsbereichen unterschieden: der viskosen Unterschicht, der Zwischenschicht und dem vollturbulenten Bereich. Im wandnahen Bereich $x_3^+ < 5$ bestimmen viskose Effekte, also die viskose Diffusion und Dissipation, die Vorgänge in der Strömung, da der Wandeinfluss dort die turbulente Schwankungsbewegung des Fluids dämpft. Für zunehmenden Wandabstand steigen dann die Werte des Produktionsterms und der turbulenten Diffusion an, während die viskosen Terme absinken. Diese drei positiven Terme stellen dann die Quellen dar, denen nur die viskose Dissipation als Senke gegenübersteht. In der Zwischenschicht bei $x_3^+ \approx 15$ nimmt der Produktionsterm sein Maximum an und wirkt dort als einzige Quelle der Energiefluktuationen, der zum einen die viskose und turbulente Diffusion als Senke gegenüberstehen, zum anderen repräsentiert die Dissipation die Umwandlung von kinetischer Energie in Wärme. Sie wirkt im gesamten Strömungsfeld als Senke der turbulenten Energiefluktuationen.

Ab $x_3^+ > 30$ ist das Verhalten der turbulenten Energiefluktuationen dann maßgeblich durch das Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation bestimmt.

Der Vergleich zwischen der mit- und gegenläufigen Strömung in den Abbildungen 29a und 29b zeigt, dass die Absolutwerte aller Terme in der mitläufigen Strömung signifikant geringer ausfallen als in der gegenläufigen. Bemerkenswert ist, dass die ungerichtete Umverteilung von Energiefluktuationen, repräsentiert durch den Druckdiffusionsterm, in der mitläufigen Strömung nahezu verschwindet. Somit fungiert sie in Wandnähe im Gegensatz zur gegenläufigen Strömung nicht als Quelle.

Die Produktion durch Auftriebskraft als Maß für den direkten Einfluss der Auftriebskraft auf die TKE ist zu vernachlässigen, da ihre Maximalwerte etwa eine Größenordnung kleiner sind als die der dominanten Terme. Diese Erkenntnis stimmt mit den Ergebnissen von Jackson et al. [35], Kasagi und Nishimura [43] und Kim et al. [45] überein und bestätigt somit, dass in diesem Fall der indirekte Auftriebseffekt für die Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen verantwortlich ist.

Die Verläufe der Bilanzierungsterme stimmen qualitativ mit den Verläufen aus isothermer Kanal- oder Rohrströmung überein. Der Charakter der physikalischen Prozesse, die das Strömungsverhalten maßgeblich bestimmen, bleibt also auch in der differentiell beheizten vertikalen Kanalströmung erhalten. Aus der Bilanzierung der TKE kann allerdings kein detaillierter Rückschluss darauf gezogen werden, in welchem Maße die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten an den Mechanismen beteiligt sind. Daher werden im Folgenden die Bilanzierungsterme für die Turbulenzintensitäten der drei Geschwindigkeitskomponenten sowie für die Reynoldsschen Schubspannungen analysiert und diskutiert.

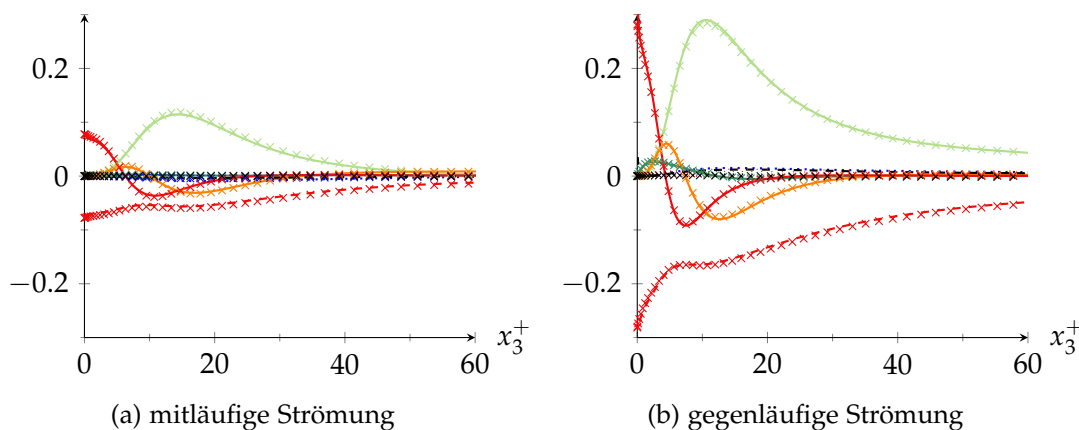


Abbildung 29: Profile der Bilanzterme für die turbulente kinetische Energie bei $Gr = 9 \cdot 10^5$ in der mit- und gegenläufigen Strömung. —: Produktion, ·····: Auftriebsproduktion, — — —: Druckdiffusion, — — —: turbulente Diffusion, — — —: viskose Diffusion, - - -: viskose Dissipation, - - -: Residuum, ×: Vergleichsdaten von Kasagi und Nishimura [43].

Die Bilanzterme der Reynoldsschen Haupt- und Schubspannungen für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ als Funktion des Wandabstandes in gemittelten Wandeinheiten sind in den Abbildungen 30 – 33 dargestellt. Aus diesen wird generell deutlich, dass alle Terme in der gegenläufigen Strömung betragsmäßig höher ausfallen als in der mitläufigen.

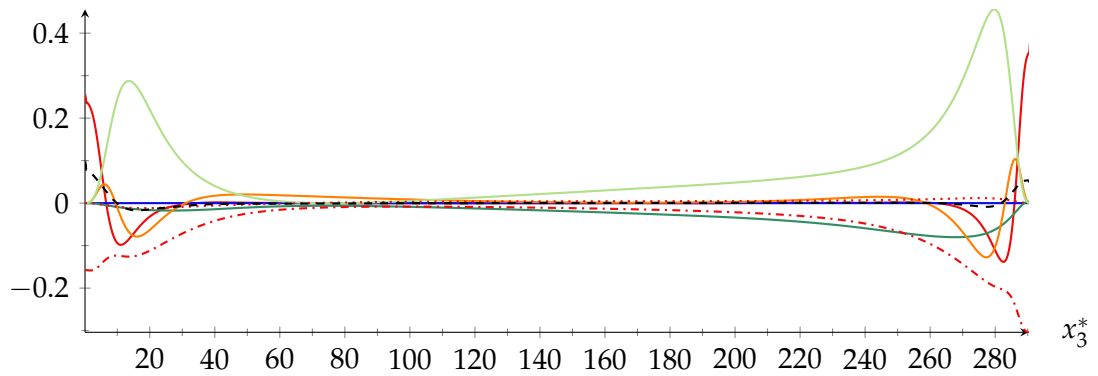


Abbildung 30: Bilanzterme der Reynoldsschen Spannungen in Strömungsrichtung für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ normiert mit u_τ^* und dargestellt als Funktion gemittelter Wandeinheiten. —: Produktion, —: turbulente Diffusion, —: viskose Diffusion, —: Druckdiffusion, —: Druck-Scher-Korrelation, - - -: viskose Dissipation, ·····: Auftriebsproduktion, - - -: Residuum.

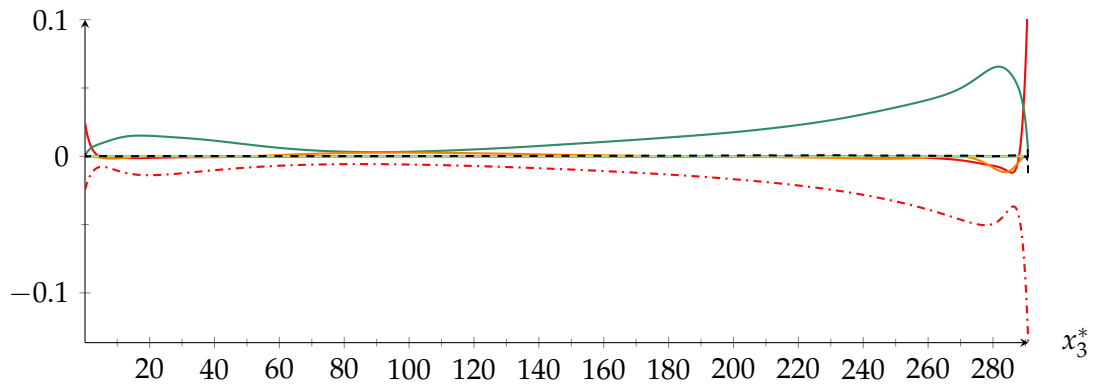


Abbildung 31: Bilanzterme der Reynoldsschen Spannungen in Querströmungsrichtung. Der Aufbau und die Legende entsprechen Abbildung 30.

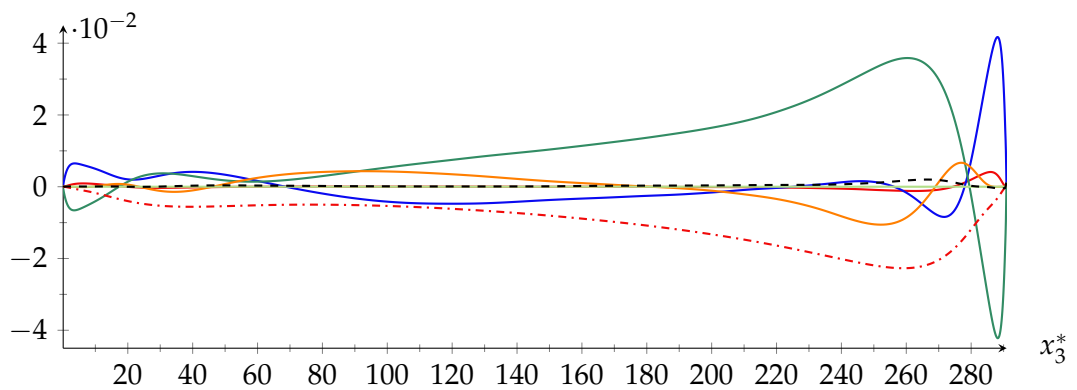


Abbildung 32: Bilanzterme der Reynoldsschen Spannungen in wandnormaler Richtung. Der Aufbau und die Legende entsprechen Abbildung 30.

figen Strömung. Somit sind nicht nur die Geschwindigkeitsfluktuationen in der gegenläufigen Strömung höher, sondern auch die Stärke der mit den Bilanztermen verbundenen physikalischen Mechanismen.

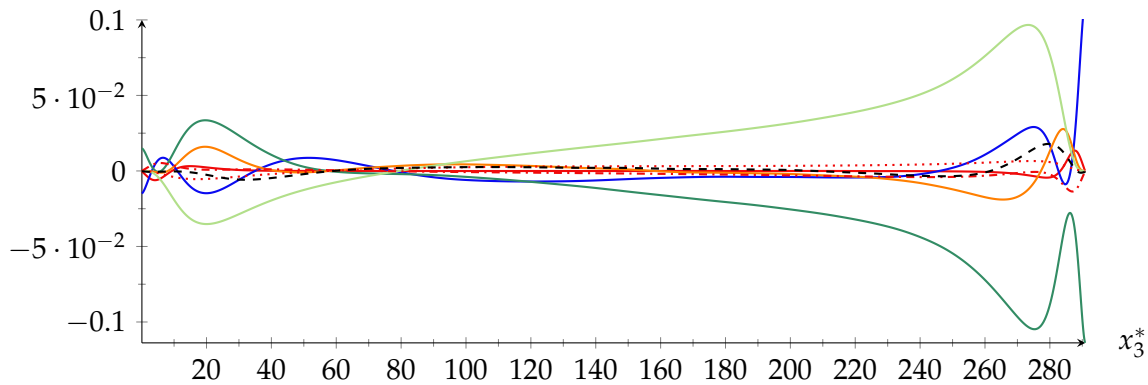


Abbildung 33: Bilanzterme der Reynoldsschen Schubspannungen. Der Aufbau und die Legende entsprechen Abbildung 30.

Die Terme der $\langle u_1'^{+2} \rangle$ -Bilanz in Abbildung 30 verlaufen ähnlich wie die der $\langle k^+ \rangle$ -Bilanz, da erstere den größten Beitrag zur letzteren leisten. Der Produktionsterm ist in dieser Bilanz die statistische Repräsentation des Eintrags von Fluktuationsenergie durch die Advektion der *Streaks*, *Sweeps* und *Ejections* in der Nähe der Wände und stellt den dominanten Term für die positive Änderung der Fluktuationen in Strömungsrichtung dar. Zusätzlich zu den Termen in der TKE-Bilanz findet sich hier die Druck-Scher-Korrelation, die neben der Dissipation als zusätzliche Senke fungiert und die Umverteilung von Fluktuationsenergie in die anderen beiden Geschwindigkeitskomponenten repräsentiert. Die Überhöhung des Residuums an der Wand ist auf eine numerische Überschätzung der turbulenten Diffusion zurückzuführen, was die Aussagekraft der Bilanz allerdings nicht beeinträchtigt.

Die $\langle u_2'^{+2} \rangle$ -Bilanz in Abbildung 31 spiegelt hauptsächlich das Gleichgewicht zwischen der Druck-Scher-Korrelation als Quelle und der viskosen Dissipation als Senke wider. Lediglich in der Zwischenschicht und der Unterschicht liefern die viskose und turbulente Diffusion einen zusätzlichen Beitrag. Auch hier stellt die viskose Diffusion in der viskosen Unterschicht eine Quelle dar, während sie und die turbulente Diffusion in der Zwischenschicht als Senke für $\langle u_2'^{+2} \rangle$ fungieren. Darüber hinaus fällt auf, dass in der mitläufigen Strömung der Beitrag der turbulenten Diffusion nahezu verschwindet. Somit bedingt die Dämpfung der turbulenten Schwankungsbewegungen durch den Einfluss der thermischen Auftriebskräfte, dass durch turbulente Diffusion keine zusätzliche Energie für Schwankungsbewegungen entsteht.

Im Gegensatz zur $\langle u_1'^{+2} \rangle$ - und $\langle u_2'^{+2} \rangle$ -Bilanz wird die $\langle u_3'^{+2} \rangle$ -Bilanz in Abbildung 32 in der viskosen Unterschicht nicht durch die viskosen Terme, sondern durch die beiden Druckterme, also die Druckdiffusion und die Druck-Scher-Korrelation, dominiert. Diese bilden ein Gleichgewicht und repräsentieren die Umverteilung von turbulenten Fluktuationen in die anderen beiden Geschwindigkeitskomponenten durch das *splating*, was zu den positiven Werten der Druck-Scher-Korrelationen in direkter Wandnähe in der $\langle u_1'^{+2} \rangle$ - und $\langle u_2'^{+2} \rangle$ -Bilanz führt. Der positive Druckdiffusionsterm zeigt die Produktion von wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen durch die Reflektion von Druckfluktuationen an der Wand an. Diese entstehen als Bereiche erhöhten und verringerten Druckes vor und hinter wandwärts

beschleunigten Fluidportionen und werden dann im ungerichteten Umverteilungsprozess durch die Interaktion mit der Wand zurückgeworfen. Lediglich in der gegenläufigen Strömung ist in der Zwischenschicht noch der zusätzliche Einfluss von turbulenter und viskoser Diffusion erkennbar. Im vollturbulenten Bereich der Strömung stellt auch die viskose Dissipation eine zusätzliche Senke dar, deren Einfluss in der viskosen Unterschicht dann aufgrund der Wandundurchlässigkeit komplett verschwindet. Diese Beobachtung deckt sich mit dem Erkenntnis von Jimenez [38], dass die Fluktuationen der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente in losgelösten Strukturen organisiert sind.

Die $\langle u_1^+ u_3^+ \rangle$ -Bilanz ist sowohl in der mitläufigen als auch in der gegenläufigen Strömung maßgeblich durch das Gleichgewicht zwischen dem Produktions- und der Druck-Scher-Korrelation bestimmt. Die negativen Werte der Druck-Scher-Korrelation in der Zwischenschicht der gegenläufigen Strömung reflektieren die starke Umverteilung von turbulenter fluktuierender Energie durch die starke Durchmischung der Strömung, was allerdings durch die Produktion der Energie wieder ausgeglichen wird. Umgekehrt ist die Druck-Scher-Korrelation in der mitläufigen Strömung eine Quelle und die Schubspannungen werden dort in der insgesamt weniger turbulenten Strömung durch die Impulsverteilung gespeist. Von der Kanalmitte zur Wand hin nimmt der Produktionsterm ab und in der viskosen Unterschicht fungieren die beiden Druckterme als dominante Quelle bzw. Senke, ähnlich wie in der $\langle u_3'^2 \rangle$ -Bilanz. In der Zwischenschicht tragen die beiden Diffusionsterme zur Bilanz bei, wobei ihre Maximalwerte lediglich etwa ein Drittel der Maximalwerte der dominanten Terme betragen. Die viskose Dissipation spielt für die Reynoldsschen Schubspannungen keine Rolle, da die von ihnen repräsentierten *Sweeps* und *Ejections* durch Produktion und Umverteilung von Geschwindigkeitsfluktuationen entstehen, ohne nennenswerten Beitrag der Dissipation. Die sichtbare Überhöhung des Residuums resultiert auch hier aus der numerischen Unterschätzung der turbulenten Diffusion.

Launder et al. [51] macht die Veränderung der Druckreflexionen an der Wand durch die Auftriebskraft für die Dämpfung und Anfachung der turbulenten Fluktuationen verantwortlich. Nach der eben diskutierten Veränderung der Dämpfungs- und Anfachungseffekte turbulenter Fluktuationen der Geschwindigkeitskomponenten wird jedoch deutlich, dass diese Erklärung unvollständig ist. Launder beschreibt die Reflexionen als *Echos*, die somit ihre Stärke lediglich aus bereits vorhandener Fluktuationsenergie beziehen können. Da sich die Fluktuationen von u_3^+ allerdings maßgeblich aus der Umverteilung von Fluktuationsenergie von u_1^+ speisen, scheint die Annahme plausibler, dass die verringerten Scherfluktuationen für geringere Fluktuationen von u_3^+ in der mitläufigen Strömung verantwortlich sind und somit auch zu verringerten Druckreflexionen führen. Weiterhin sorgt dieser Mechanismus auch für verringerte Reynoldssche Schubspannungen, die wiederum zu einer verringerten Produktion von Fluktuationen von u_1^+ führen. Dieser Prozess findet in der gegenläufigen Strömung umgekehrt statt. Der beschriebene Kreislauf führt in der statistisch unabhängigen turbulenten Strömung zu einem Gleichgewicht, das sich hier in den Bilanzen der Reynoldsschen Spannungen zeigt.

Um den Einfluss der Grashof-Zahl auf den beschriebenen Kreislauf zu beurteilen, werden die Profile der Bilanzterme, die für diese Diskussion am relevantesten

ten sind, in Abbildung 34 als Funktionen des Wandabstandes in lokalen Wand-einheiten für die Fälle 1 bis 3 mit Fall 0 als Referenz dargestellt. In der Abbildung sind dementsprechend die Produktions-, Dissipations- und Druck-Scher-Korrelationsterme der Geschwindigkeitskomponente in Strömungsrichtung abgebildet. Zusätzlich sind das Profil des Druck-Scher-Korrelationsterms der Geschwindigkeitskomponente in Querströmungsrichtung und die Profile der Druck-Scher-Korrelations- und Druckdiffusionsterme der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente gezeigt.

Insgesamt sind die Werte aller gezeigten Terme der Fälle 1 bis 3 in der mitläufigen/gegenläufigen Strömung niedriger/höher als die der isothermen Vergleichsprofile von Fall 0. Die Verringerung und Erhöhung der Werte verstärkt sich zudem mit steigender Grashof-Zahl. In Strömungsrichtung ist der Produktionsterm P_{11} die hauptsächliche Quelle der turbulenten Fluktuationen. Sein Ansteigen in der gegenläufigen Strömung ist die Ursache für das Ansteigen der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung, das in Abbildung 23 erkennbar ist. Für die detaillierte Analyse des Beitrags, den der Produktionsterm $P_{11} = \langle u'_1 u'_3 \frac{\partial \langle u_1 \rangle}{\partial x_3} \rangle$ zu den Fluktuationen liefert, ist es sinnvoll, die Reynoldsschen Schubspannungen (vgl. Abbildung 22b) und den wandnormalen Gradienten der mittleren Geschwindigkeit in Strömungsrichtung (mittlere Scherrate, vgl. Abbildung 21) getrennt zu betrachten. Im Gegensatz zum offensichtlich starken Einfluss der Auftriebskraft auf die Reynoldsschen Schubspannungen $\langle u'_1 u'_3 \rangle$, sind die Unterschiede zwischen den mittleren Scherraten für betrachteten Fälle klein. Damit ist der Beitrag der Reynoldsschen Schubspannungen größtenteils für die Ab- und Zunahme der Produktionsraten in der mit- und gegenläufigen Strömung verantwortlich. Dieses Verhalten ist der auftriebsbeeinflussten Abbremsung und Beschleunigung der großen Strömungsstrukturen zuzuschreiben, was wie in Abbildung 27 gezeigt, gleichzeitig die Druckfluktuationen beeinflusst.

Die in der mitläufigen Strömung verringerten und in der gegenläufigen Strömung erhöhten Scherfluktuationen als Maß der Geschwindigkeitsgradienten zwischen den Strukturen zusammen mit den verringerten bzw. erhöhten Druckfluktuationen erklären die Änderung der Druck-Scher-Korrelationsterme Π_{11} . Letztere messen die Umverteilung der fluktuierenden kinetischen Energie zwischen den Geschwindigkeitskomponenten. Der Maximalwert der Druck-Scher-Korrelationen aller Bilanzen nimmt in der mitläufigen Strömung mit zunehmender Grashof-Zahl ab, während er in der gegenläufigen Strömung zunimmt. Neben dem Dissipations-term stellt die Druck-Scher-Korrelation in der Bilanz der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung eine weitere Energiesenke dar, während sie in der Querströmungs- und wandnormalen Richtung die hauptsächliche Quelle der Energiefluktuationen bildet. Ihr Ansteigen mit steigender Grashof-Zahl in der gegenläufigen Strömung ist eine direkte Folge der höheren fluktuierenden lokalen Scherraten und erhöhten Druckfluktuationen in Wandnähe. Das rauere Erscheinungsbild der Strukturen in der Nähe der gekühlten Wand ergibt sich somit aus der erhöhten Umverteilung von turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen von der Strömungsrichtung in die anderen beiden Richtungen.

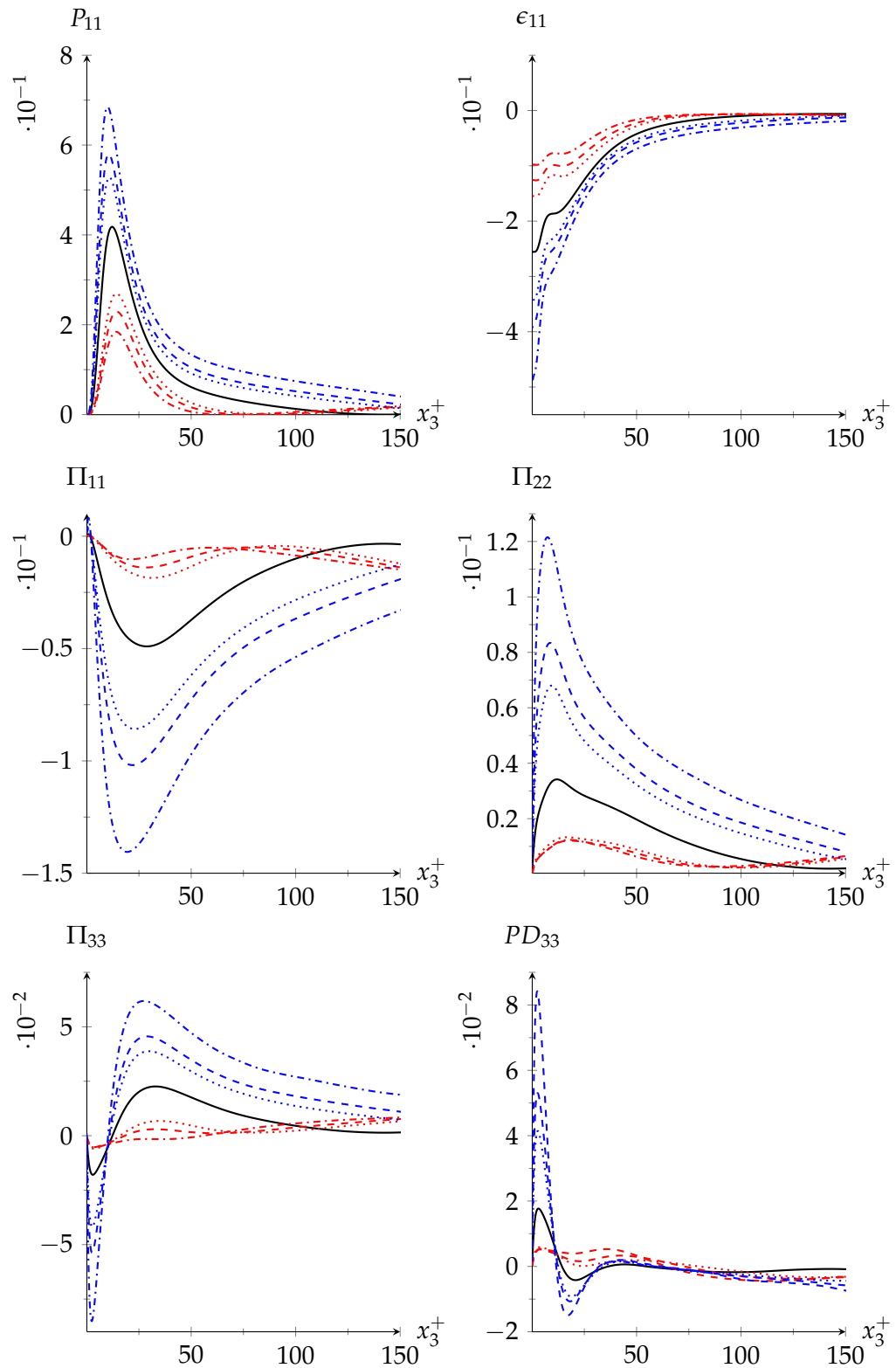


Abbildung 34: Profile des Produktionsterms P_{11} , des Dissipationsterms ϵ_{11} , der Druck-Scher-Korrelationen Π_{11} , Π_{22} , Π_{33} und des Druckdiffusionsterms PD_{33} aus den Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors. Die Profile sind mit lokalen Wandeneinheiten skaliert. Die Profile der mitläufigen Strömung sind rot, die der gegenläufigen Strömung sind blau und das Vergleichsprofil der isothermen Strömung ist schwarz eingefärbt. : $Gr = 6,4 \cdot 10^5$, --- : $Gr = 9,5 \cdot 10^5$, -.-.- : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

4.5 DREIDIMENSIONALE ZWEIPUNKTKORRELATIONSFUNKTIONEN

Zur Untersuchung des Auftriebseinflusses auf die Größe der wandnahen Strukturen der Geschwindigkeitsfluktuationen werden dreidimensionale Autokorrelationsfunktionen R_{ij} in der Nähe der beheizten und gekühlten Wand analysiert. Die Autokorrelationsfunktionen geben Aufschluss über die dreidimensionale Ausprägung der mittleren turbulenten Strömungsstrukturen.

In Abbildung 35 sind verschiedene Ansichten der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen $R_{ij}(\Delta_1^+, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+,ref} = 15)$ für alle Geschwindigkeitskomponenten bei $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ in der mit- und gegenläufigen Strömung dargestellt. Die Korrelationsfunktionen sind für den Referenzpunkt $x_3^{+,ref} = 15$ berechnet worden, an dem die Maxima der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung auftreten, wie anhand von Abbildung 23 gezeigt. Die Isokonturflächen stellen jeweils das 0,9- und 0,5-fache des Maximal- und Minimalwertes der Korrelationsfunktion dar und ihre Deckkraft ist auf 40% gesetzt, damit die inneren Konturflächen erkennbar sind. Die Minimalwerte der $u_1^{'+}$ - und $u_3^{'+}$ -Korrelationen liegen jeweils auf der gleichen Höhe wie ihre Maximalwerte und weisen eine definierte spannweitige Separation zu ihnen auf. Die Minimalwerte der $u_2^{'+}$ -Korrelation weisen dagegen keine spannweitige, sondern eine wandnormale Separation zu ihren Maximalwerten auf. Die Längen aller gezeigten Korrelationen der Geschwindigkeitskomponenten sind entlang der Strömungsrichtung in der mitläufigen Strömung größer als in der gegenläufigen. Die spannweitige Separation der Strukturen der $u_1^{'+}$ -Komponente unterscheidet sich zwischen der mit- und gegenläufigen Strömung kaum während die der $u_3^{'+}$ -Komponente in der gegenläufigen Strömung geringer ist als in der mitläufigen Strömung. In der gegenläufigen Strömung sind die Minimalwerte aller Korrelationsfunktionen geringer und breiter gestreut als in der mitläufigen Strömung, was eine weniger ausgeprägte Dekorrelation der Strukturen bedeutet. Anschaulich äußert sich dies im ausgefransteren Erscheinungsbild der *Streaks* in der gegenläufigen Strömung (Abbildung 18(a)) verglichen mit den glatten *Streaks* der mitläufigen Strömung (Abbildung 17(a)). Durch die geringeren turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen und die geringeren Reynoldsschen Schubspannungen in der mitläufigen Strömung werden die Strömungsstrukturen weniger gestört, was dazu führt, dass die Strukturen sich zum einen in Strömungsrichtung länger entwickeln können und zum anderen auch eine ausgeprägtere Dekorrelation aufweisen. Zur Längung der Strukturen in der mitläufigen Strömung trägt letztendlich auch die in Wandnähe höhere mittlere Geschwindigkeit bei, die die Strukturen stärker advectiert als in der gegenläufigen Strömung.

In Abbildung 36 sind Isokonturlinien der Autokorrelationsfunktionen R_{11} , R_{22} , R_{22} in Schnittebenen der $\Delta_2^+ - x_3^+$ -Ebene für $\Delta_1^+ = 0$ dargestellt. Ergänzend dazu sind in Abbildung 37 die Isokonturlinien der gleichen Autokorrelationsfunktionen in Schnittebenen der $\Delta_1^+ - x_3^+$ -Ebene für $\Delta_2^+ = 0$ dargestellt. In den Abbildungen sind die Korrelationen der drei Geschwindigkeitskomponenten jeweils von links nach rechts in der oberen Reihe für Fall 1, in der mittleren Reihe für Fall 2 und in der unteren Reihe für Fall 3 dargestellt. Die Abbildungen zeigen in der linken Hälfte jeweils die durchgezogenen Konturlinien der Autokorrelationsfunktion für

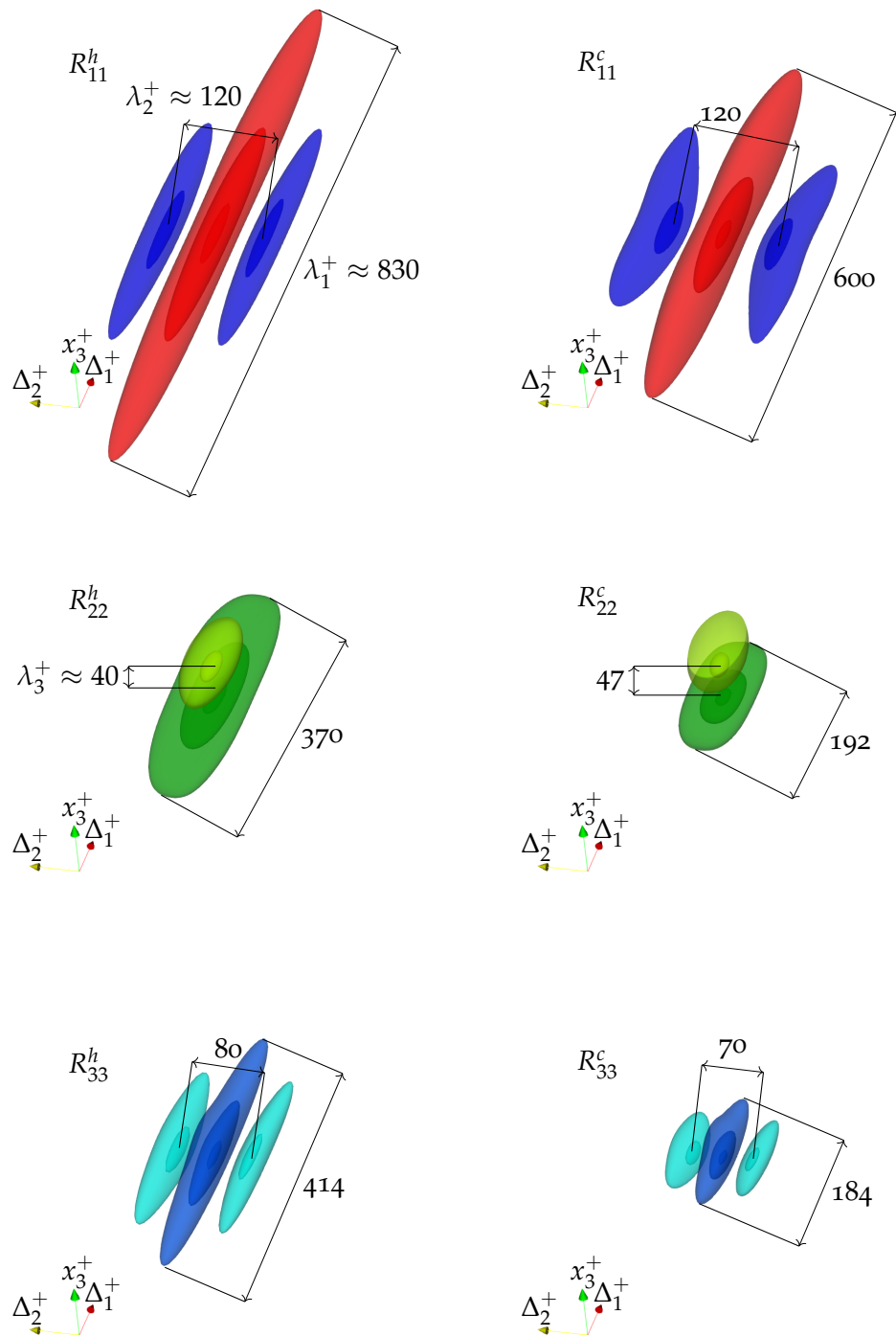


Abbildung 35: Isokontrflächen von dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen der Geschwindigkeitskomponenten in Strömungs-, Querströmungs und wandnormaler Richtung (von oben nach unten) in der mitläufigen (links) und gegenläufigen Strömung (rechts) für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$. Dargestellt sind Isokontrflächen für das 0,9- und 0,5-fache der Maxima und Minima der Funktionen sowie zusätzlich für das 0,2-fache des Maximums. An den jeweiligen Korrelationsfunktionen ist zusätzlich die Erstreckung der Strukturen λ_1^+ in Strömungsrichtung sowie die Erstreckung λ_2^+ in Querströmungsrichtung bzw. in λ_3^+ in wandnormaler Richtung angegeben.

die mitläufige Strömung und in der rechten Hälfte die Konturlinien für die gegenläufige Strömung. Zum Vergleich sind zusätzlich die Konturlinien für Fall o als gestrichelte Linien in jede Unterabbildung eingezeichnet.

In Abbildung 36 sind die Autokorrelationsfunktionen in $\Delta_2^+ - x_3^+$ -Schnittebenen gezeigt. Die wandnormale Ausdehnung der Korrelationsgebiete von u_1 in der mitläufigen Strömung nimmt mit steigender Grashof-Zahl ab und in der gegenläufigen Strömung zu. Umgekehrt nehmen die wandnormalen Ausdehnungen der Korrelationen der u_2^+ - und u_3^+ -Komponente mit steigender Grashof-Zahl in der mitläufigen Strömung zu und in der gegenläufigen Strömung ab. Obwohl die Maximalwerte aller Korrelationsfunktionen bei $x_3^+ = 15$ liegen, erscheint es dadurch so, als wären die Gebiete mit hohen positiven Korrelationswerten übereinander angeordnet. Hohe Werte von R_{11} liegen dabei am nächsten an der Wand, hohe Werte von R_{33} am weitesten entfernt von ihr und hohe Werte von R_{22} dazwischen. Anschaulich ausgedrückt bedeutet dies, dass die durch die Korrelationsgebiete repräsentierten mittleren Strömungsstrukturen der einzelnen Geschwindigkeitskomponenten unterschiedlich weit vom Referenzpunkt in der Nähe der Wand in das Strömungsfeld hineinragen. Legt man $R_{ii} = 0,2$ als Schwellwert für das Zusammenhangsmaß der Korrelationsfunktionen fest, dann reichen die mittleren Strömungsstrukturen der Geschwindigkeitskomponente u_1^+ (bei $x_3^+ = 15$ sind dies hauptsächlich die *Streaks*) für $Gr = 0$ bis $x_3^+ \approx 50$. Die mittleren Strukturen in u_1^+ in der mitläufigen Strömung reichen in allen Fällen mit $Gr > 0$ bis $x_3^+ \approx 42$, während die Strukturen in der gegenläufigen Strömung mit steigender Grashof-Zahl eine Ausdehnung $53 < x_3^+ < 63$ erreichen. Ab einem Wandabstand von $10 \leq x_3^+ \leq 30$ beginnen die *Streaks* laut Kline et al. [47] zu zerbersten und verlassen die Zwischenschicht der Strömung. Die positiven Werte von R_{11} nehmen in genau diesem Bereich mit zunehmendem Wandabstand rapide ab und spiegeln das Zerbersten der *Streaks* wider. Durch die geringeren turbulenten Fluktuationen und die stärkere Advektion der *Streaks* in der mitläufigen Strömung findet das Zerbersten näher an der Wand statt als in der gegenläufigen Strömung. Dort ist die Advektion der *Streaks* schwächer und sie werden durch die stärkere Durchmischung der Strömung weiter von der Wand weggetragen.

Die wandnormalen Ausdehnungen der durch R_{22} und R_{33} repräsentierten mittleren Strömungsstrukturen weisen eine umgekehrte Entwicklung mit steigender Grashof-Zahl auf. In der mitläufigen Strömung steigen die wandnormalen Ausdehnungen an und nehmen in der gegenläufigen Strömung ab. Die dadurch widergespiegelten Strukturen bleiben in der mitläufigen Strömung aufgrund der geringeren Durchmischung des Fluids länger kohärent und dekorrelieren also erst später als in der gegenläufigen Strömung.

Die spannwitigen Abstände zwischen Korrelationsminimum und -maximum werden als Maß für die Separation der turbulenten Strömungsstrukturen herangezogen und sind in Tabelle 6 für alle Fälle in der mit- und gegenläufigen Strömung aufgelistet. Die Separation entspricht hier der halben Streakbreite und beträgt in isothermer Strömung 55,8 viskose Längeneinheiten. In der mitläufigen Strömung steigt die Separation über die betrachteten Grashof-Zahlen um etwa 9% und in der gegenläufigen Strömung um etwa 18% an. Diese Breiten liegen nahe an dem in der Literatur mit im Mittel $\lambda_2^+ \approx 100$ gegebenen Wert (vgl. Kline et al. [47] und Jimenez

[38]). Die Breite der Strukturen der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente beträgt 35,9 viskose Längeneinheiten in isothermer Strömung und steigt um etwa 25% in der mitläufigen Strömung an und sinkt um etwa 8,5% in der gegenläufigen Strömung ab.

Um die Kopplungsstärke der Antikorrelationen beurteilen zu können, sind die Minimalwerte der Korrelationsfunktionen aller Geschwindigkeitskomponenten für die vier betrachteten Fälle in der mit- und gegenläufigen Strömung in Tabelle 7 aufgelistet. Die für Fall 0 gelisteten Werte gelten aus Symmetriegründen ebenso für die gegenläufige Strömung. Die Absolutwerte der Korrelationsminima wie in Tabelle 7 nehmen in der gegenläufigen Strömung für alle drei Geschwindigkeitskomponenten bei steigender Grashof-Zahl ab. In der mitläufigen Strömung dagegen nehmen die Absolutwerte aller drei Korrelationsfunktionen im Vergleich zwischen $Gr = 0$ und $Gr = 6,4 \cdot 10^5$ zunächst zu und dann für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ und $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ wieder ab. Diese Beobachtung spiegelt wider, dass die repräsentierten Strömungsstrukturen mit zunehmender Grashof-Zahl weniger stark dekorrelieren. In der mitläufigen Strömung zeigt dieses Verhalten die eintretende Relaminarisierung an, da in einer laminaren Strömung keine Strömungsstrukturen existieren und somit dekorrelieren können. In der gegenläufigen Strömung dagegen ist das Verhalten durch die höhere Durchmischung und somit immer kleiner werdende Strukturen zurückzuführen.

Weiterhin fällt auf, dass die Korrelationsfunktion von u_2^+ sowohl für Fall 0 als auch für Fall 1 kleine Nebenminima links und rechts des Maximums aufweist, die in den Korrelationsfunktionen für Fall 2 und Fall 3 nicht auftreten.

Abbildung 37 zeigt Isokonturlinien der Autokorrelationsfunktionen R_{ii} in der $\Delta_1^+ - x_3^+$ -Ebene bei $\Delta_1 = 0$ analog zu Abbildung 36. In dieser Abbildung ist wie in Abbildung 36 die Veränderung der wandnormalen Ausdehnung der mittleren Strömungsstrukturen mit steigender Grashof-Zahl erkennbar. Die Gebiete positiver Korrelationswerte von R_{11} sind in der mitläufigen Strömung in Fall 1 mit $\lambda_1^+ \approx 500$ länger als in Fall 0 mit $\lambda_1^+ \approx 400$. Die so ermittelte Korrelationslänge ist ein Maß für die durchschnittliche Länge der Streaks, die von Kline et al. [47] mit $\lambda_1^+ < 1000$ und von Swearingen und Blackwelder [89] mit $\lambda_1^+ \approx 400 \dots 450$ angegeben wird. Die Länge der *Streaks* stimmt also mit den Literaturwerten überein und nähert sich mit steigender Grashof-Zahl an die von Fall 0 an. Die Gebiete positiver Korrelationswerte von R_{22} und R_{33} sind in der mitläufigen Strömung für $Gr > 0$ generell länger als im isothermen Fall und ihre Länge nimmt mit steigender Grashof-Zahl zu. In der gegenläufigen Strömung nehmen die Längen der Korrelationsgebiete in allen betrachteten Fällen für alle Geschwindigkeitskomponenten ab und sind auch im Vergleich zu Fall 0 geringer. Die *Streaks* weisen in der gegenläufigen Strömung eine Länge $\lambda_1 \approx 300$ auf und sind dort somit kürzer als in der isothermen oder mitläufigen Strömung. Der Wert des verwendeten Schwellwertkriteriums $R_{ii} = 0,2$ zur Messung der Länge der Korrelationsgebiete ist, wie in Abschnitt 2.4.3 erläutert, beliebig gewählt. Die Bestimmung der Strukturlängen mittels prämultiplizierter Spektren der jeweiligen Geschwindigkeitskomponenten ist eindeutig und wird im folgenden Abschnitt betrachtet.

In Abbildung 38 sind schematische Darstellungen der Überlagerung von Bereichen positiver und negativer Werte von R_{11} , R_{22} und R_{33} in der $\Delta_2^+ - x_3^+$ -Ebene dar-

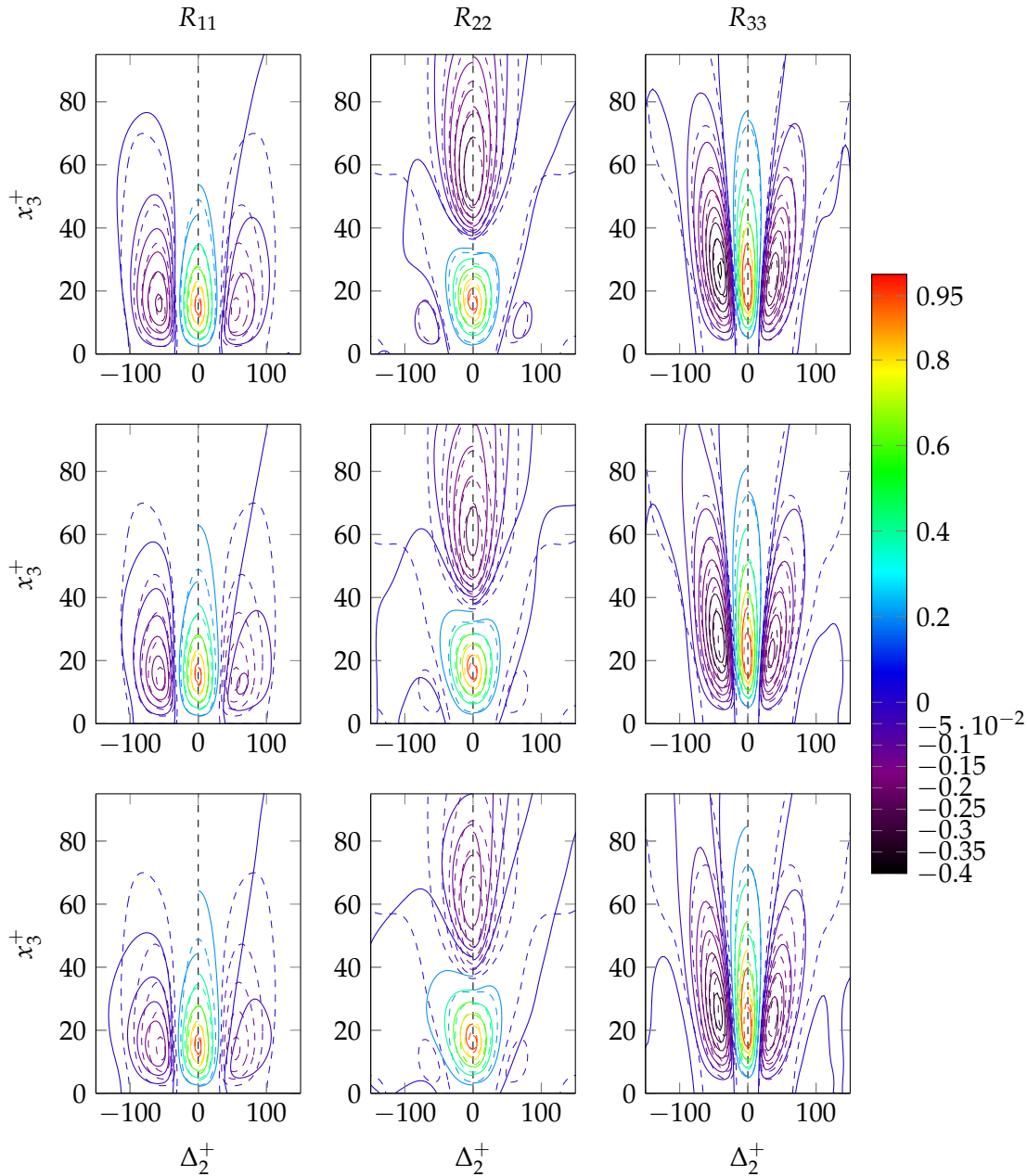


Abbildung 36: Isokonturen der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+ = 0, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+,ref} = 15)$ in Schnittebenen für Fall 1 (oben), Fall 2 (mittig) und Fall 3 (unten) der drei fluktuierenden Geschwindigkeitskomponenten $u_1'^+$ (links), $u_2'^+$ (mittig) und $u_3'^+$ (rechts). Dargestellt sind die Korrelationsfunktionen des jeweiligen Falles in durchgezogenen Konturlinien, die von Fall 0 zum Vergleich als gestrichelte Konturlinien. Die linke Seite ($\Delta_2^+ < 0$) jeder Abbildung stellt die Korrelationsfunktion in der mitläufigen Strömung, die rechte Seite ($\Delta_2^+ > 0$) die Korrelationsfunktion in der gegenläufigen Strömung dar.

gestellt. Diese sollen zur weiteren Veranschaulichung der Bedeutung der von den Korrelationsfunktionen repräsentierten mittleren Strömungsstrukturen dienen. Die

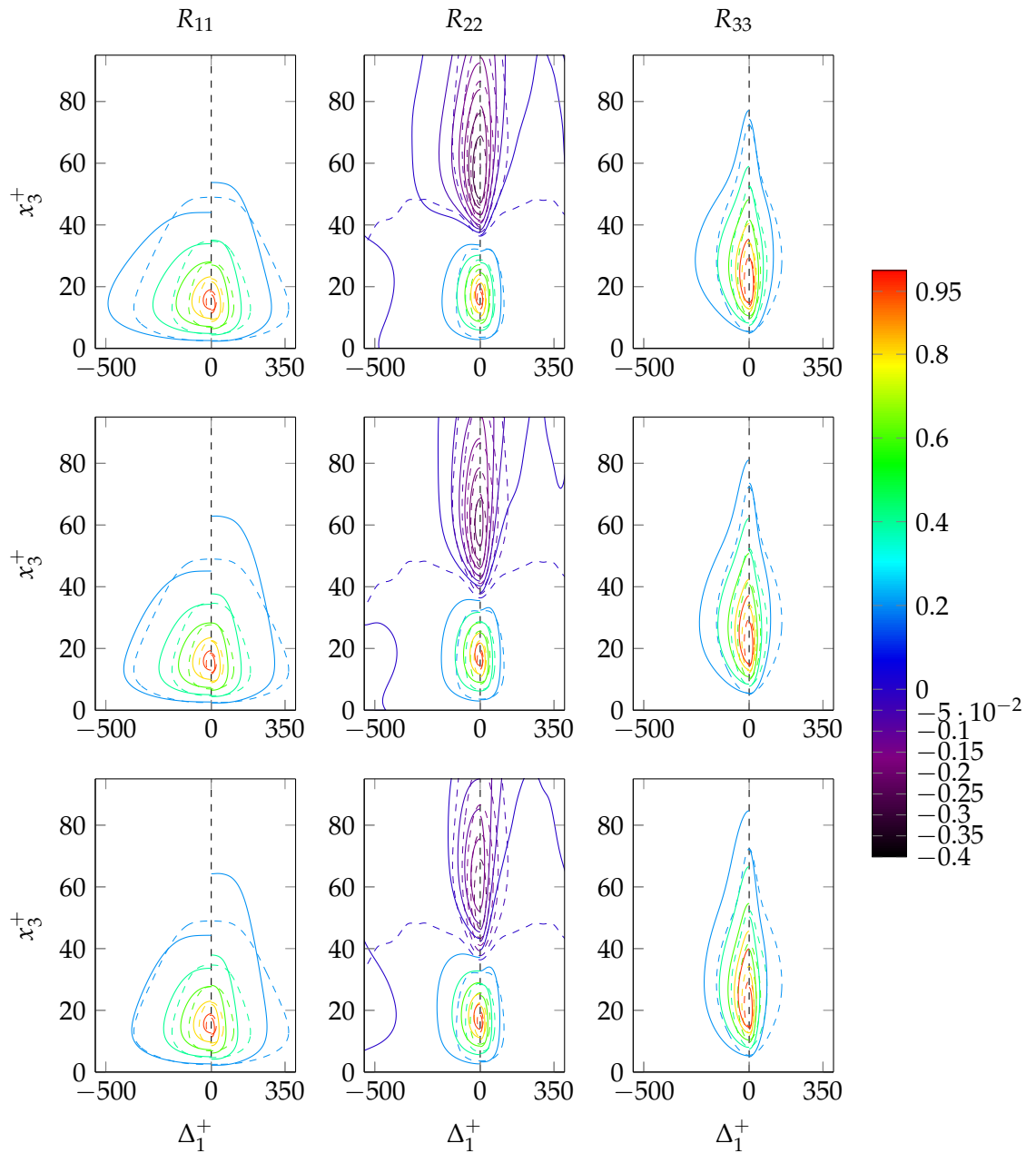


Abbildung 37: Isokonturen der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+ = 0, x_3^+, x_3^{+,ref} = 15)$ in Schnittebenen. Die Legende entspricht der von Abbildung 36.

Anordnung der Gebiete positiver Korrelationswerte ist durch die oben bereits beschriebenen unterschiedlichen wandnormalen Ausdehnungen der Gebiete motiviert und entspricht nicht den tatsächlichen wandnormalen Abständen. Weiterhin können die Korrelationsgebiete in Δ_1^+ -Richtung oder Δ_2^+ -Richtung gegeneinander verschoben sein, da die Korrelationsfunktionen nicht die relative Lage innerhalb einer instantanen Realisierung des Strömungsfeldes berücksichtigen. Die Überlagerung der Korrelationsbereiche erfolgt jedoch so, dass die Bereiche aus denselben instantanen Realisierungen der Strömung berechnet werden und beinhalten daher

Tabelle 6: Spannweitiger Abstand zwischen den Minimal- und Maximalwerten der Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+.ref} = 15)$ Geschwindigkeitskomponenten in Strömungs- und wandnormaler Richtung in der mit- und gegenläufigen Strömung

$ \Delta_2^+(min(R_{ii})) $	mitläufige Strömung		gegenläufige Strömung	
	R_{11}	R_{33}	R_{11}	R_{33}
Fall 0	55,8	35,9	-	-
Fall 1	58,73	40,38	57,93	34,1
Fall 2	56,67	41,56	63,91	33,64
Fall 3	61,0	44,74	65,69	32,84

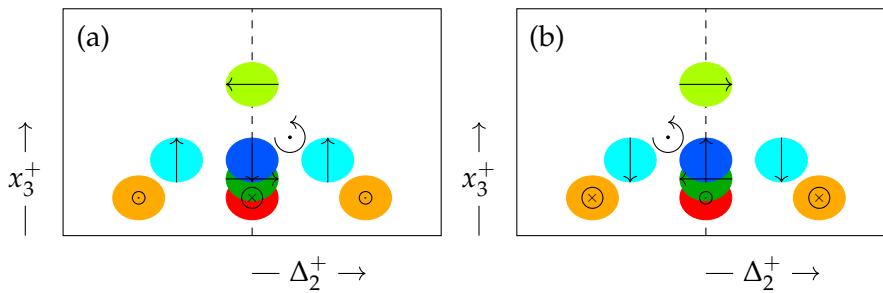


Abbildung 38: Prinzipskizze der Gebiete positiver und negativer Werte von R_{11} , R_{22} und R_{33} in Schnittebenen. Die farbliche Zuordnung der Korrelationen entspricht der in Abbildung 35. Zusätzlich sind die Strömungsrichtungen des Fluids exemplarisch für einen *Sweep* (a) bzw. eine *Ejection* (b) zusammen mit den entstehenden Wirbeln dargestellt.

die gleichen zeitlichen Informationen. Die folgenden Erläuterungen behalten trotz der möglichen räumlichen Verschiebungen ihre Gültigkeit.

In Abbildung 38 (a) ist ein *Sweep* dargestellt und die Pfeile auf den Bereichen positiver Korrelationsgebiete zeigen die Richtungen an, in die sich das Fluid bei einem *Sweep* bewegt. In Abbildung 38 (b) ist eine *Ejection* dargestellt und die entsprechende Fluidbewegung ist ebenfalls durch die Pfeile angezeigt. Die Bewegungsrichtungen des Fluids in Bereichen negativer Korrelationswerte sind denen in Bereichen positiver Korrelationswerte prinzipiell entgegengesetzt. Ergänzend zu den Fluidbewegungen sind in beiden Abbildungen Wirbel dargestellt, die aus den angezeigten Fluidbewegungen entstehen können. Bei einem *Sweep* kann ein in Strömungsrichtung gerichteter Wirbel nur rechts oberhalb der Strömungsstrukturen und bei einer *Ejection* nur links oberhalb der Strömungsstrukturen auftreten. Da ein *Sweep* und eine *Ejection* nur durch die Richtungen von u_1 und u_3 definiert sind, können die Richtungen von u_2 auch in den beiden Abbildungen umgekehrt sein, sodass die Wirbel dann jeweils auf der anderen Seite oberhalb der Gebiete positiver Korrelationsgebiete auftreten. Die mit steigender Grashof-Zahl schwächer werdende Dekorrelation der Strukturen, wie anhand von Tabelle 7 diskutiert, bedeutet in diesem Zusammenhang zudem eine Abschwächung der Wirbelstrukturen gerade in der gegenläufigen Strömung, da so Richtungskombinationen der

beteiligten Geschwindigkeitsfluktuationen passend zu den Wirbelstrukturen seltener auftreten.

Diese Schlussfolgerungen zeigen, dass die Interaktion von internen Scherschichten mit den von Kim et al. [44] angeführten Einzelwirbeln im Strömungsfeld die wahrscheinlichste Ursache für die Entstehung der Streaks ist.

Tabelle 7: Minimalwerte der Autokorrelationsfunktionen $R_{ii}(\Delta_1^+, \Delta_2^+, x_3^+, x_3^{+.ref} = 15)$ aller Geschwindigkeitskomponenten in der mit- und gegenläufigen Strömung

	mitläufige Strömung			gegenläufige Strömung		
	R_{11}	R_{22}	R_{33}	R_{11}	R_{22}	R_{33}
Fall 0	-0,211	-0,3	-0,35	-	-	-
Fall 1	-0,257	-0,348	-0,406	-0,145	-0,25	-0,292
Fall 2	-0,228	-0,272	-0,395	-0,106	-0,212	-0,264
Fall 3	-0,195	-0,192	-0,373	-0,084	-0,171	-0,243

4.6 LEISTUNGSDICHTESPEKTREN UND VORMULTIPLIZIERTE LEISTUNGSDICHTESPEKTREN

Für die Auswertung der Verteilung von fluktuierender Energie über die Skalen der Strömung und die genaue Bestimmung der energetisch dominanten Strukturgrößen sind in Abbildungen 39 und 40 die gemittelten Energiedichtespektren und vormultiplizierten Spektren entlang der Strömungsrichtung und Querströmungsrichtung für die Geschwindigkeitskomponenten und die Temperatur dargestellt. In beiden Abbildungen sind die Energiedichtespektren links und die zugehörigen vormultiplizierten Spektren rechts dargestellt, von oben nach unten jeweils für die u_1^+ , u_2^+ und u_3^+ -Komponente der Geschwindigkeit und die Temperatur θ' . In jeder Unterabbildung ist das Spektrum für Fall 0 als schwarze durchgezogene Linie eingezeichnet, die Spektren für Fall 1 bis 3 sind als gepunktete, gestrichelte und gestrichpunktete Linien in rot für die mitläufige und in blau für die gegenläufige Strömung eingezeichnet. Alle Spektren für die verschiedenen Grashof-Zahlen und Strömungsregionen sind in einem Wandabstand von $x_3^+ \approx 15$ aufgenommen, da dort die rms-Werte der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung maximal sind und daher die Verteilung der Energie über die Skalen der Strömung am besten Aufschluss darüber gibt, welche Skalen für die größten Fluktuationen verantwortlich sind.

Die Energiespektren aller Geschwindigkeits- und der Temperaturfluktuationen fallen sowohl in der Strömungsrichtung als auch in der Querströmungsrichtung monoton ab. Somit ist die Auflösung des Rechengebietes ausreichend fein gewählt, um alle relevanten Skalen der turbulenten Strömung sowohl für das Geschwindigkeits- als auch das Temperaturfeld aufzulösen. Die Spektren aller Geschwindigkeitsfluktuationen weisen in der mitläufigen Strömung niedrigere Werte auf als in der gegenläufigen und isothermen Strömung. Diese Aussage gilt ebenso für die Spektren bei anderen Wandabständen und spiegelt sich auch in den Profilen

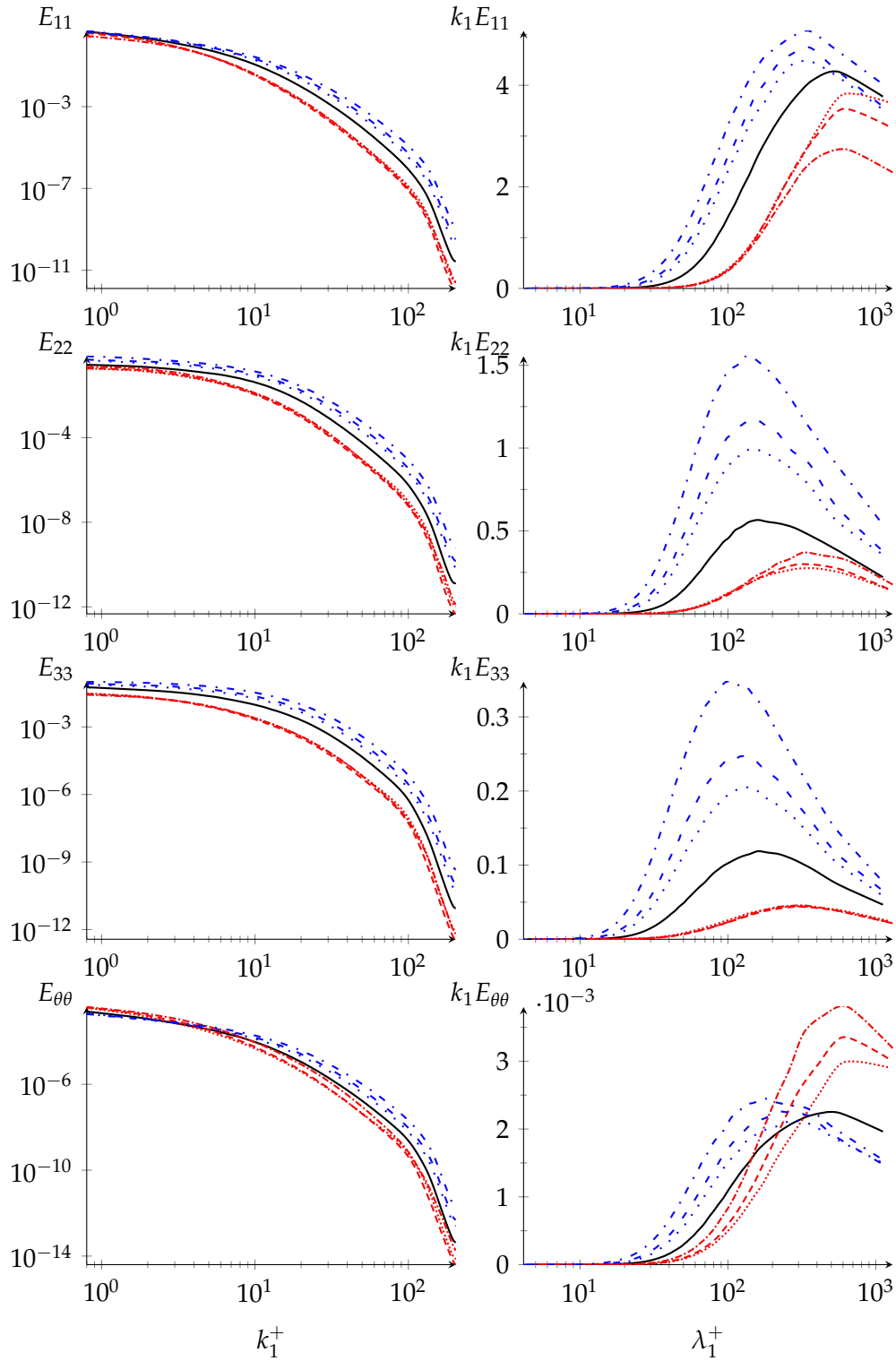


Abbildung 39: Energiedichtespektren $E_{ii}(k_1^+)$ (links) und vormultiplizierte Energiedichtespektren $k_1^+ E_{ii}(\lambda_1^+)$ (rechts) entlang der Strömungsrichtung u_1^+ , u_2^+ , u_3^+ und θ' (von oben nach unten). —: $Gr = 0$;: $Gr = 6,4 \cdot 10^3$; - - - : $Gr = 9 \cdot 10^5$; - · - · : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ jeweils rot in der mitläufigen und blau in der gegenläufigen Strömung.

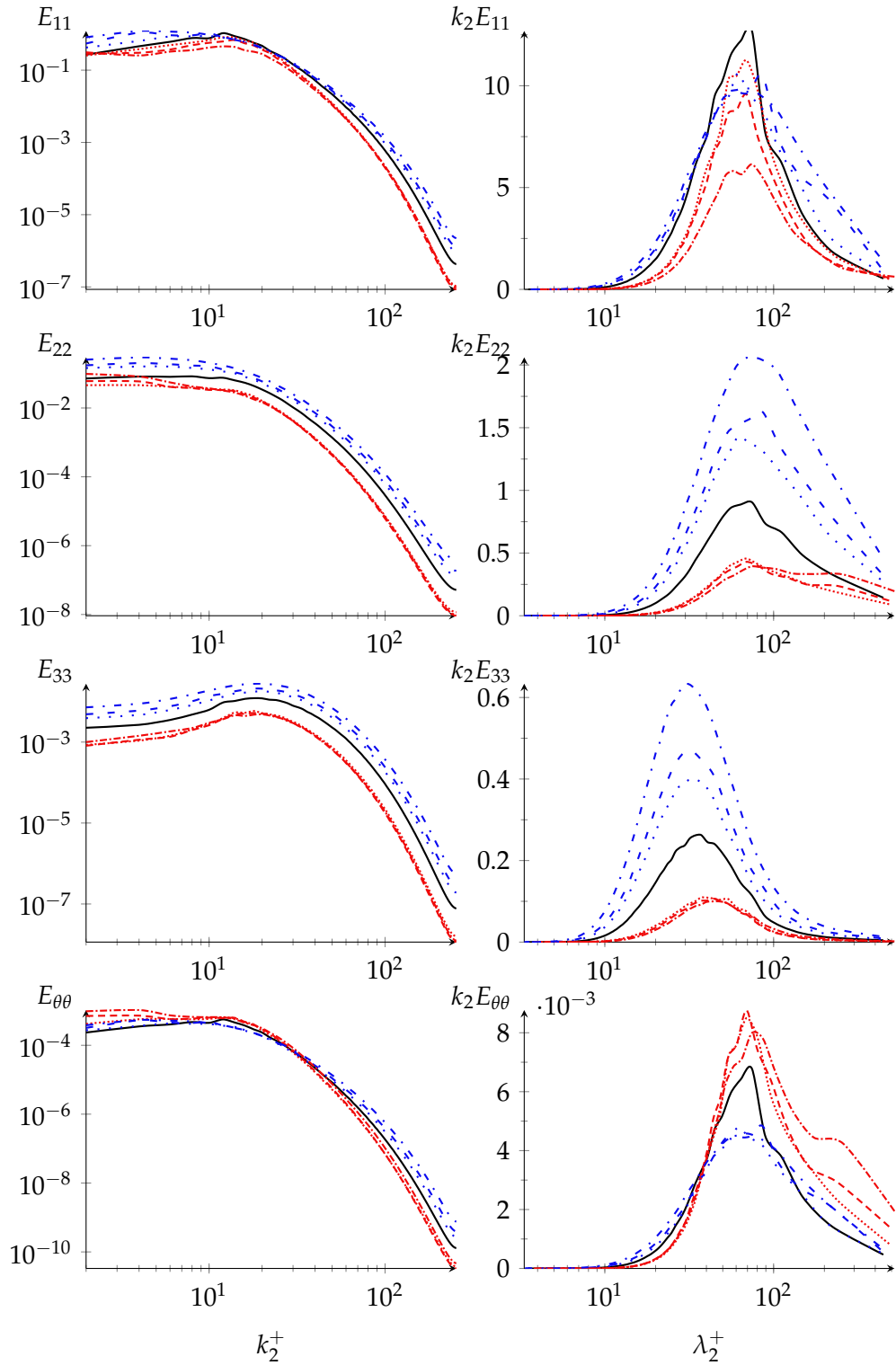


Abbildung 40: Energiedichtespektren $E_{ii}(k_2^+)$ (links) und vormultiplizierte Energiedichtespektren $k_2^+ E_{ii}(\lambda_2^+)$ (rechts) entlang der Querströmungsrichtung $u_1'^+$, $u_2'^+$, $u_3'^+$ und θ' (von oben nach unten). —: $Gr = 0$;: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$; - - - : $Gr = 9 \cdot 10^5$; - · - · : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$ jeweils rot in der mitläufigen und blau in der gegenläufigen Strömung.

der RMS-Werte aller Geschwindigkeitsfluktuationen wieder. Weiterhin zeigen die Spektren, dass die beobachtete Verringerung bzw. Erhöhung der RMS-Werte nicht alleine durch den Auftriebseinfluss in einem bestimmten Wellenzahlbereich, sondern über den gesamten Wellenzahlbereich hinweg verursacht wird. Die Spektren der Temperaturfluktuationen sind in den niedrigen Wellenzahlbereichen $k_1^+ < 5$ bzw. $k_2^+ < 30$ zunächst in der mitläufigen Strömung höher als in der isothermen und gegenläufigen Strömung, für $k_1^+ > 10$ bzw. $k_2^+ > 40$ dann umgekehrt. Im Temperaturfeld ist der Einfluss auf die Energien der großskaligen Strukturen für die in der mitläufigen Strömung erhöhten und gegenläufigen Strömung verringerten Temperaturfluktuationen verantwortlich.

Die Längen und Breiten der energetisch dominanten Strukturen lassen sich aus den Lagen der Maximalwerte in den vormultiplizierten Spektren der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen entlang der Strömungs- und Querströmungsrichtung ermitteln. Der Maximalwert des vormultiplizierten Spektrums für die Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung für Fall 0 in Abbildung 39 liegt bei $\lambda_1^+ \approx 520$ und entspricht somit etwa der Streaklänge, die in der Literatur angegeben wird. Die Maximalwerte der für die Fälle 1 bis 3 ermittelten Spektren liegen bei $\lambda_1^+ \approx 610$ in der mitläufigen Strömung und $\lambda_1^+ \approx 340$ in der gegenläufigen Strömung. Anhand dieser Längen wird ebenso wie aus der Diskussion der dreidimensionalen Autokorrelationsfunktionen im vorangegangenen Abschnitt deutlich, dass die Streaks durch die thermischen Auftriebskräfte in der mitläufigen Strömung länger und in der gegenläufigen Strömung kürzer werden. Die Länge der Streaks skaliert dabei nicht mit dem Wert der Grashof-Zahl, sondern ist für alle Fälle mit $Gr > 0$ in der mit- und gegenläufigen Strömung nahezu konstant. Gleichzeitig zeigt sich, dass die Maximalwerte der vormultiplizierten Spektren in spanntweiger Richtung für die Geschwindigkeitskomponenten in Strömungs- und Querströmungsrichtung sowohl in der isothermen als auch in der mit- und gegenläufigen Strömung bei $\lambda_2^+ \approx 70$ liegen. Die Separation der Strukturen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und Querströmungsrichtung wird demnach nicht von den Auftriebskräften beeinflusst. Die Maximalwerte der spanntweigen Spektren für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente variieren dagegen zwischen $\lambda_2^{+,h} \approx 40$ in der mitläufigen und $\lambda_2^{+,c} \approx 30$ in der gegenläufigen Strömung während in isothermer Strömung $\lambda_2^+ \approx 35$ gilt. Die Separation der Strukturen der Geschwindigkeitsfluktuationen variiert damit um etwa 33% im Vergleich zwischen der isothermen Strömung und den Mischkonvektionsströmungen.

Sowohl die Länge der Strukturen im Temperaturfeld in Abbildung 39 $\lambda_1^+ \approx 610$ als auch die Breite in Abbildung 40 $\lambda_2^+ \approx 70$ stimmen mit den vorher diskutierten Maßen der *Streaks* in der mitläufigen Strömung überein, was dort auf eine starke Korrelation zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturstrukturen hinweist. Im Gegensatz dazu ist die Länge der dominanten Strukturen in der gegenläufigen Strömung mit $\lambda_1^+ \approx 250$ kürzer als die der *Streaks*, was zeigt, dass die Temperatur- und Geschwindigkeitsfelder dort weniger stark korrelieren.

Dieser Effekt wird den intensiveren Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen zugeschrieben, die dafür sorgen, dass die Strukturen des Geschwindigkeitsfeldes in der gegenläufigen Strömung stärker gestört werden als in der mitläufigen Strö-

mung. Darüber hinaus zeigen die vormultiplizierten Spektren der Temperaturfluktuationen, dass der Großteil der spektralen Energie in der mitläufigen Strömung in einem schmalen Bereich großer Wellenlängen konzentriert ist während die Energie in der gegenläufigen Strömung auf einen breiteren Bereich von Wellenlängen verteilt ist.

Da weiterhin die spektralen Energien in der mitläufigen Strömung geringer sind, tragen die *Streaks* dort im Mittel weniger Energie als in der gegenläufigen Strömung. In der mitläufigen Strömung wird turbulente kinetische Energie aus den impulsreichen *Streaks* durch die Auftriebskraft extrahiert, während zusätzliche Energie in die impulsarmen *Streaks* eingetragen wird. Dieser Mechanismus findet umgekehrt in der gegenläufigen Strömung statt und sein Netto-Effekt ist in den spektralen Energiedichten der energetisch dominanten Strukturen sichtbar.

Der Vergleich zwischen den verschiedenen Methoden zur Bestimmung von Länge und Breite der Strömungsstrukturen zeigt, dass die ermittelten Werte trotz Abweichungen gut übereinstimmen. Obwohl in der verfügbaren Literatur die Streakbreite mit $\lambda^+ \approx 100$ viskosen Längeneinheiten als Referenzwert angegeben wird, existiert ein Streubereich in den eigentlichen Messungen. Der Studie von Kline et al. [47] ist zu entnehmen, dass auch die mit gleichen Methoden ermittelten Breiten der *Streaks* für verschieden realisierte Strömungen im Detail voneinander abweichen. In diesem Kontext sind die hier ermittelten Strukturbreiten verlässlich und für die untersuchten turbulenten Strömungen charakteristisch.

4.7 QUADRANTENANALYSE

Eine Quadrantenanalyse der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (engl. *probability density function* (PDF)) der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung, sowie der Temperaturfluktuationen wird durchgeführt, um ihre individuellen Beiträge zu den Reynoldsschen Schubspannungen und den turbulenten Wärmeströme aufzuzeigen. In diesem Abschnitt werden die PDFs von Fall 2 im Vergleich mit denen von Fall 0 diskutiert. Für die Reynoldsschen Schubspannungen können die Ereignisse in der Strömung einem der vier Quadranten Q1...Q4 zugeordnet werden, je nach Vorzeichen der beitragenden Geschwindigkeitskomponente. In der mitläufigen Strömung werden Ereignisse, die dem Quadranten Q2 zugeordnet werden generell *Ejections* genannt und bestehen aus langsamem Fluid, das sich von der Wand in Richtung der Kanalmitte bewegt. Ereignisse, die Q4 zugeordnet werden bezeichnet man dagegen als *Sweeps*. Diese bestehen aus schnellem Fluid, das sich von der Kanalmitte in Richtung der Wand bewegt. In der gegenläufigen Strömung werden aufgrund der umgekehrten Vorzeichenbedeutung der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen Ereignisse in Q3 als *Ejections* und Ereignisse in Q1 als *Sweeps* bezeichnet. Die Begriffe *langsam* und *schnell* beziehen sich in diesem Kontext auf die Geschwindigkeit der Fluidportionen in Strömungsrichtung. Im Rahmen dieser Bezeichnungen muss weiterhin beachtet werden, dass nur die extremen Ereignisse aus den Quadranten den *Ejections* und *Sweeps* zugeordnet werden können. Extreme Ereignisse sind nach Lu und Willmarth [56] dadurch gekennzeichnet, dass sie außerhalb des hyperbolischen

Lochs liegen, das durch die Höhenlinien aus den Produkten der rms-Werte der beitragenden Größen am betrachteten Wandabstand festgelegt wird.

In Abbildung 41 sind die kombinierten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung dargestellt. Die linke Grafik zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen bei $x_3^* = 15$ in der mitläufigen Strömung und die rechte Grafik die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen bei $x_3^* = 276$ in der gegenläufigen Strömung. Die durchgängigen Konturlinien stellen die Ergebnisse von Fall 2 dar, die gepunkteten Linien die Ergebnisse von Fall 0 und die gestrichelten Hyperbeln die Höhenlinien der Produkte der rms-Werte der Geschwindigkeitsfluktuationen. Die Streubreite der Verteilung über die u_1^* -Achse ist zwischen der mitläufigen und gegenläufigen Strömung ähnlich während die sich Streubreite über die u_3^* -Achse um einen Faktor 2 zwischen der mit- und gegenläufigen Strömung unterscheidet. Dieser Unterschied korrespondiert mit der Differenz der Produkte der rms-Werte der beiden Seiten $u_{1,rms}^* u_{3,rms}^* \Big|_{x_3^*=276} - u_{1,rms}^* u_{3,rms}^* \Big|_{x_3^*=15}$. Aus der reduzierten Streubreite der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen lässt sich schließen, dass die extremen Ereignisse in der mitläufigen Strömung weniger zu den Reynoldsschen Schubspannungen beitragen als in der gegenläufigen Strömung. Die Reduktion der mittleren Reynoldsschen Schubspannungen in der mitläufigen Strömung kann somit durch die abgeschwächte Impulsumverteilung erklärt werden, die auch in Abschnitt 4.4 anhand der Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensor diskutiert wurde. In der gegenläufigen Strömung sind die mittleren Reynoldsschen Schubspannungen dagegen aufgrund der verstärkten Impulsumverteilung erhöht. Ursache der Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in der mit- und gegenläufigen Strömung ist die starke Änderung des Impulsumverteilungsprozesses und somit letztendlich die Verringerung und Erhöhung der wandnormalen Geschwindigkeitsfluktuationen. Diese haben im Vergleich mit den Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungsrichtung den größeren Einfluss auf die Reynoldsschen Schubspannungen.

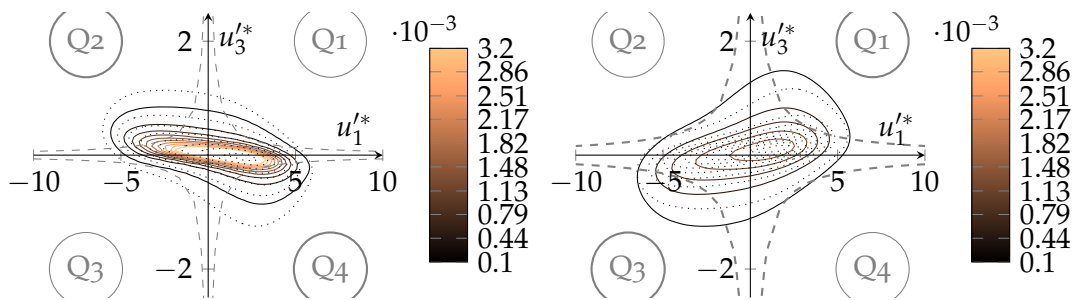


Abbildung 41: Kombinierte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung in einem Wandabstand von 15 Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung. Die gepunkteten Linien repräsentieren die PDF für Fall 0, die durchgezogenen Linien die PDF für Fall 2 und die gestrichelten Linien die Hyperbeln, für die Werte $\sqrt{u_1^* u_1^*} \sqrt{u_3^* u_3^*} \Big|_{x_3^*}$ im Wandabstand x_3^* . Die Farbkodierung gibt die Werte der PDF an.

Schließlich zeigen die Abbildungen 42 und 43 jeweils die Probability Density Function (PDF)s der turbulenten Wärmeströme in einem Abstand von 15 Wandeinheiten von der beheizten (links) und gekühlten Wand (rechts), also die Kombinationen aus den Geschwindigkeitsfluktuationen in Strömungs- und wandnormaler Richtung und den Temperaturfluktuationen. Die farbkodierten Höhenlinien stellen den Wert der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion dar. Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen des turbulenten Wärmestroms in Strömungsrichtung $\langle u_1' \theta' \rangle$ in Abbildung 42 links zeigt, dass Strömungsstrukturen mit geringem Impulsgehalt ($u_1' < 0$), also hauptsächlich die langsamen *Streaks*, in der mitläufigen Strömung sehr gut mit positiven Temperaturfluktuationen korrelieren. Strukturen mit hohem Impulsgehalt ($u_1' > 0$) dagegen korrelieren dort sehr gut mit negativen Temperaturfluktuationen. Die rechte Grafik in Abbildung 42 zeigt, dass diese Korrelationen in der gegenläufigen Strömung umgekehrt zu finden sind. Dies bestätigt die in Abschnitt 4.2 aufgestellte These, dass in der mitläufigen Strömung warme Strukturen mit geringem Impulsgehalt beschleunigt und kalte Strukturen mit hohem Impulsgehalt abgebremst werden während in der gegenläufigen Strömung dagegen warme Strukturen mit hohem Impulsgehalt zusätzlich beschleunigt und kalte Strukturen mit geringem Impulsgehalt zusätzlich abgebremst werden.

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen des wandnormalen turbulenten Wärmestroms $\langle u_3' \theta' \rangle$ in Abbildung 43 sind sowohl in der mit- als auch in der gegenläufigen Strömung um den Ursprung zentriert und unterscheiden sich nur marginal. Fluid mit $\theta' > 0$ wird vorrangig von der warmen zur kalten Wand und Fluid mit $\theta' < 0$ vorrangig von der kalten zur warmen Wand transportiert. Weiterhin ist der Mittelwert von $\langle u_3' \theta' \rangle$ an den betreffenden Wandabständen sehr gering. Die Beiträge der *Sweeps* und *Ejections* zum wandnormalen turbulenten Wärmestrom gleichen sich gegenseitig aus, was zu dem geringen mittleren turbulenten Wärmestrom führt.

Zusammenfassend zeigt die Quadrantenanalyse, dass warmes Fluid von der beheizten Wand durch die *Ejections* und impulsarmen *Streaks* in Richtung der Kanalmitte und dass umgekehrt kaltes Fluid durch die *Sweeps* und impulsreichen *Streaks* von der Kanalmitte an die beheizte Wand transportiert wird. Dieser Prozess findet mit umgekehrten Vorzeichen genau so an der gekühlten Wand statt.

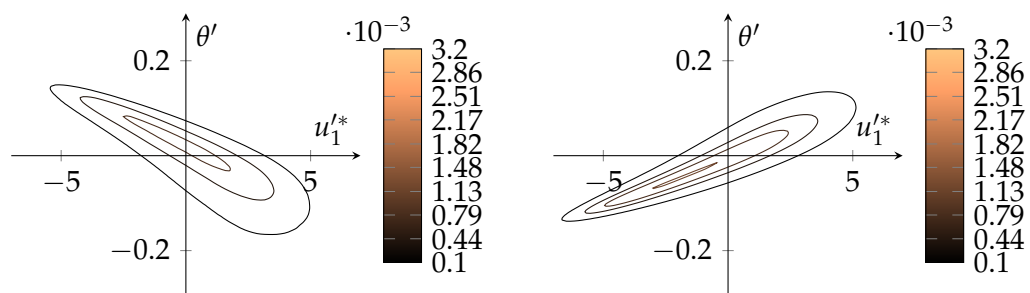


Abbildung 42: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des turbulenten Wärmestroms in Strömungsrichtung an einem Wandabstand von jeweils 15 mittleren Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung.

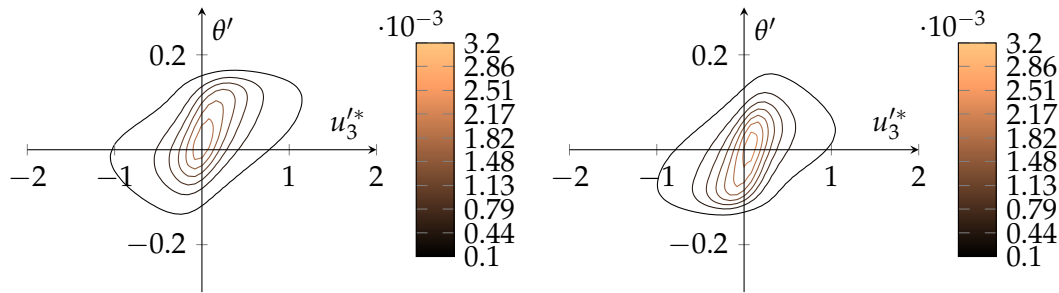


Abbildung 43: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen des turbulenten Wärmestroms in wandnormaler Richtung an einem Wandabstand von jeweils 15 mittleren Wandeinheiten. Links: mitläufige Strömung, rechts: gegenläufige Strömung.

4.8 BEDINGTE STATISTISCHE MOMENTE

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, dass warmes Fluid mit $\theta' > 0$ in der mitläufigen Strömung zum größten Teil von der beheizten Wand in Richtung des Bulks transportiert wird und in der gegenläufigen Strömung vom Bulk zur gekühlten Wand. Kaltes Fluid mit $\theta' < 0$ wird in der mitläufigen Strömung dagegen hauptsächlich vom Bulk zur beheizten Wand und in der gegenläufigen Strömung von der gekühlten Wand in Richtung des Bulks transportiert. Die Temperaturfluktuationen einer Fluidportion können also als Indikator für ihren Ausgangspunkt interpretiert werden und stellen damit die Grundlage für die im Folgenden präsentierten bedingten statistischen Profile dar. Die statistischen Profile der mittleren Geschwindigkeit in Strömungsrichtung und der rms-Fluktuationen der drei Geschwindigkeitskomponenten sind getrennt nach ihren Temperaturfluktuationen $\theta' > 0,05$ bzw. $\theta' < -0,05$ aus den Strömungsfeldern extrahiert worden. Der Bereich $-0,05 < \theta' < 0,05$ wurde nicht betrachtet, damit die resultierenden Profile eine ausreichende Trennschärfe zwischen warmem und kaltem Fluid aufweisen.

In Abbildung 44 sind die Profile der mittleren Strömungsgeschwindigkeiten der warmen Fluidportionen in rot und die der kalten Fluidportionen in blau für alle untersuchten Fälle dargestellt. Weiterhin ist das mittlere Geschwindigkeitsprofil der isothermen Strömung (Fall o) in schwarz als Referenz dargestellt und die bedingten mittleren Geschwindigkeitsprofile von Fall o sind aus den Fluktuationen des passiven Temperaturfeldes extrahiert worden. Die gestrichelte senkrechte Linie markiert $x_3^+ = 15$.

In Abbildung 44 (a) sind die bedingt gemittelten Geschwindigkeitsprofile der mitläufigen Strömung dargestellt. Sie zeigen, dass warmes Fluid in den Mischkonvektionsfällen schneller ist als das entsprechende Fluid der isothermen Strömung. Daraus folgt, dass ersteres durch die Auftriebskraft beschleunigt wird. Gleichzeitig ist kaltes Fluid langsamer, wird also durch die Auftriebskraft abgebremst. Die Grashof-Zahl hat nur einen geringen Einfluss auf die Beschleunigung des warmen Fluids, im Vergleich dazu aber einen größeren Einfluss auf die Abbremsung kalten Fluids. Der Einfluss der Auftriebskraft verringert die Relativgeschwindigkeiten zwischen warmen und kalten Fluidportionen in der mitläufigen Strömung und in der Folge auch die Scherraten zwischen den Fluidportionen.

In Abbildung 44 (b) sind die bedingt gemittelten Geschwindigkeitsprofile der gegenläufigen Strömung gezeigt. Anhand dieser Darstellung zeigt sich, dass die warmen Fluidportionen der Mischkonvektionsfälle im Bereich $1 \leq x_3^+ \leq 15$ geringfügig schneller sind als die entsprechenden Fluidportionen der isothermen Strömung. Die kalten Fluidportionen der Mischkonvektionsfälle sind im gezeigten Bereich generell langsamer als die langsamen Fluidportionen der isothermen Strömung. Der Einfluss der Grashof-Zahl ist hier sichtlich geringer als in der mitläufigen Strömung. Mit weiter zunehmendem Wandabstand werden die Strukturen bedingt durch die insgesamt geringere mittlere Geschwindigkeit verlangsamt, die Abbremsung ist für die kalten Fluidportionen stärker ausgeprägt. Die Änderung der mittleren Geschwindigkeiten warmer und kalter Strukturen über der Grashof-Zahl ist also zwischen mit- und gegenläufiger Strömung nicht symmetrisch. Aufgrund der in Abschnitt 4.2 aufgestellten Arbeitshypothese für die Anfachung der Turbulenz in der gegenläufigen Strömung sollte man erwarten, dass die bedingten mittleren Geschwindigkeitsprofile hier die Beschleunigung der warmen Fluidportionen und Abbremsung der kalten Fluidportionen deutlicher widerspiegeln. Aufgrund der höheren turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in der gegenläufigen Strömung ist jedoch die Durchmischung des Fluids sehr hoch, worauf die dort geringeren Temperaturfluktuationen hinweisen. Durch die starke Durchmischung finden die Abkühlung und Aufheizung der einzelnen Fluidportionen in der gegenläufigen Strömung wesentlich schneller statt als in der mitläufigen Strömung. Das wiederum führt dazu, dass der Einfluss des Auftriebseffektes auf die Strukturen nicht so prominent ersichtlich ist, wie zunächst vermutet. Da die bedingt gemittelten Profile aus den Ergebnissen statistisch stationärer Strömungen stammen, kann aus Ihnen nicht mehr eindeutig auf die Ursache der Turbulenzanfachung geschlossen werden. Es gibt keinen physikalischen Grund, aus dem der Mechanismus, der für die mitläufige Strömung beschrieben wurde, nicht auch hier umgekehrt funktionieren sollte. Es ist wahrscheinlich, dass der Effekt der Auftriebskräfte in einer transitionellen Strömung zunächst sichtbar ist, dann allerdings aufgrund des sich einstellenden Gleichgewichts in der Strömung in den statistischen Profilen nicht mehr erkennbar ist. Anders gesagt scheint es so, dass sich die Anfachung der turbulenten Fluktuationen in der gegenläufigen Strömung selbst erhält und nach dem Einstellen des beobachteten statistischen Gleichgewichts nicht weiter durch die Auftriebskräfte modifiziert wird, da die Umverteilungsprozesse in der Strömung einem weiteren Eintrag turbulenter Fluktuationsenergie entgegenwirken. Diese Hypothese ließe sich jedoch nur durch eine Untersuchung des zeitlich aufgelösten Transitionsprozesses von einer laminaren zu einer turbulenten Mischkonvektionsströmung bestätigen oder widerlegen.

In Abbildung 45 sind die bedingt gemittelten Profile der rms-Fluktuationen der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung gezeigt. Die Maxima der nach warmem und kaltem Fluid bedingten Kurven sind gegenüber dem Maximums des mittleren Profils der isothermen Strömung in wandnormaler Richtung versetzt. Sowohl in der mit- als auch in der gegenläufigen Strömung bilden sich die maximalen Fluktuationen der Strukturen aus dem Bulk bei $x_3^+ < 15$ aus. Die Maxima des von der Wand ausgehenden Fluides bilden sich dagegen jeweils bei $x_3^+ > 15$ aus. Zusätzlich nehmen die Maximalwerte sowohl der warmen als auch der kalten Fluidportionen

mit zunehmender Grashof-Zahl in der mitläufigen Strömung ab und in der gegenläufigen zu. Dabei fallen die Maxima der warmen Fluidportionen jeweils etwas höher aus als die der kalten. Die Profile zeigen also, dass die rms-Fluktuationen der Geschwindigkeit in Strömungsrichtung durch die von der Wand ausgehenden Strukturen weiter weg von der Wand und durch die aus dem Bulk stammenden Strukturen näher an der Wand beeinflusst werden. Der Wandabstand der jeweiligen Maxima der Mischkonvektionsfälle ist unabhängig von der Grashof-Zahl.

Die bedingt gemittelten Profile der rms-Fluktuationen der Geschwindigkeit in wandnormaler Richtung sind in Abbildung 46 (a) in der mitläufigen Strömung und Abbildung 46 (b) in der gegenläufigen Strömung dargestellt. Im Vergleich der beiden Bilder zeigt sich eine deutliche Asymmetrie der rms-Fluktuationen zwischen der mitläufigen und gegenläufigen Strömung. Generell sind die Beiträge des Fluids aus dem Bulk höher als die des von den Wänden stammenden Fluids. Dabei sind die Beiträge der warmen und kalten Fluidportionen in der gegenläufigen Strömung höher als in der isothermen Strömung und in der mitläufigen Strömung niedriger. Interessanterweise sieht man anhand der Profile in der mitläufigen Strömung, dass der Maximalwert in den mittleren Profilen der rms-Fluktuationen in Abbildung 23 nur durch die von der Wand stammenden warmen Fluidportionen erzeugt wird. Die Fluktuationen des Fluids aus dem Bulk klingen bei ihrer Annäherung an die Wand monoton ab und erfahren keinen Eintrag an Fluktuationsenergie. Die Strukturen aus der Kanalmitte werden auf ihrem Weg an die Wand kontinuierlich abgebremst und tragen ihre Fluktuationsenergie durch das *splating* in die wandgebundenen Strukturen ein. Daraus folgt, dass die Druck-Scher-Korrelation Π_{33} in der $\langle u_3'^{+2} \rangle$ -Bilanz (vgl. Abbildung 32) die Senke repräsentiert, die für den Energieverlust dieser Strukturen verantwortlich ist. Darüber hinaus ist der Druckdiffusionsterm PD_{33} als Quelle für den Eintrag von Fluktuationsenergie durch die Druckreflexionen in die wandgebundenen Strukturen verantwortlich. Die von an der Wand entstehenden Strukturen heben sich von der Wand ab und werden in Richtung des Bulks transportiert, da die lokale Kontinuität der Strömung erhalten bleiben muss. In der gegenläufigen Strömung dagegen ist dieser Effekt aufgrund der starken Durchmischung des Fluids in den bedingten Profilen nicht sichtbar. Wie bereits anhand der bedingt gemittelten mittleren Geschwindigkeitsprofile diskutiert, ist die gegenläufige Strömung wesentlich turbulenter und durchmischter als die mitläufige Strömung, sodass die Auftriebseffekte hier nicht so deutlich sichtbar werden wie in der mitläufigen Strömung.

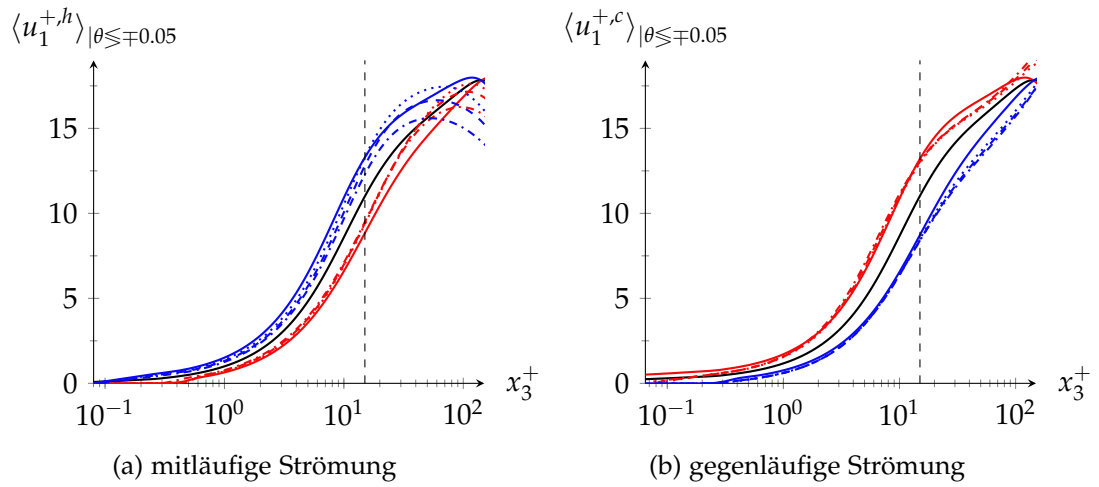


Abbildung 44: Bedingte mittlere Strömungsgeschwindigkeiten warmen Fluids (rot) und kalten Fluids (blau) zusammen mit der mittleren Geschwindigkeit für $Gr = 0$, markiert ist $x_3^+ = 15$.
 —: $\langle u_1^+ \rangle$, —: $\langle u_1^+ \rangle_{|\theta| \leq -0,05}$ —: $\langle u_1^+ \rangle_{|\theta| \geq 0,05}$ für $Gr = 0$;
: $Gr = 6,4 \cdot 10^5$; - - - : $Gr = 9,5 \cdot 10^5$; - · - · : $Gr = 1,6 \cdot 10^6$.

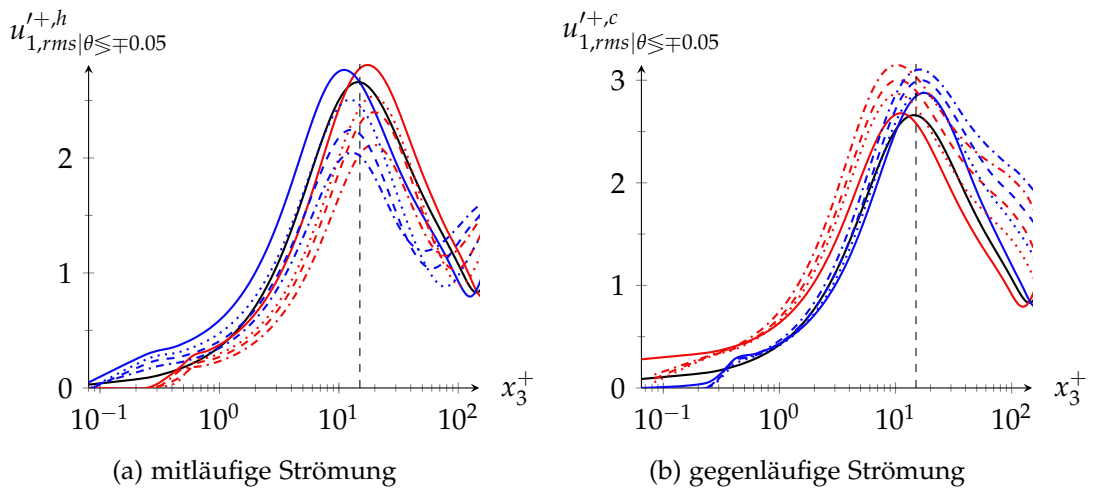


Abbildung 45: rms-Werte der Geschwindigkeiten in Strömungsrichtung bedingt nach warmen und kalten Fluidregionen in der mit- und gegenläufigen Strömung. Die Legende entspricht der in Abbildung 44.

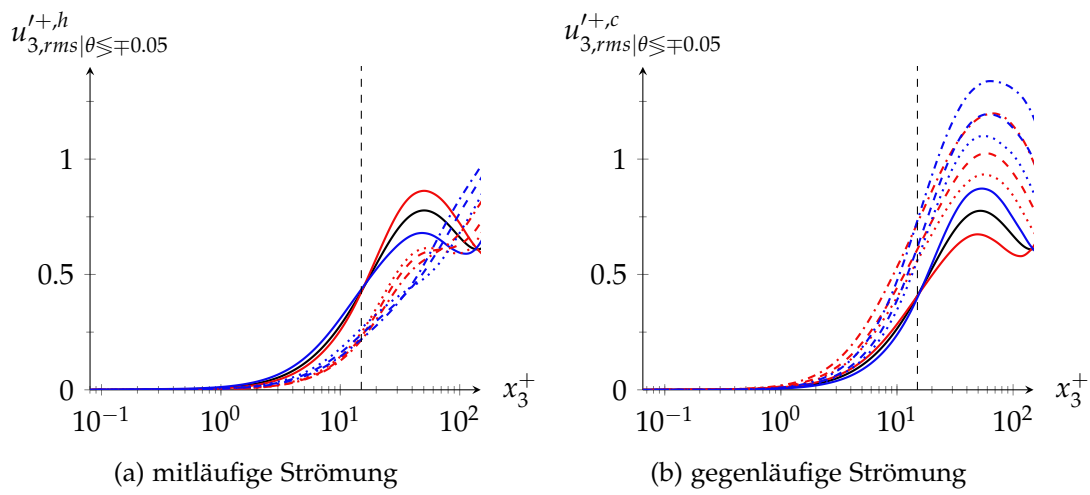


Abbildung 46: rms-Werte der wandnormalen Geschwindigkeiten bedingt nach warmen und kalten Fluidregionen in der mit- und gegenläufigen Strömung. Die Legende entspricht der in Abbildung 44.

RECHTECKIGE MISCHKONVEKTIONSZELLE

Die Simulationen in der belüfteten Mischkonvektionszelle wurden mit der Reynolds-Zahl $Re_H = 8300$, der Grashof-Zahl $Gr = 2,31 \cdot 10^8$ und der Prandtl-Zahl $Pr = 0,71$ durchgeführt. Die Reynolds-Zahl wurde mit der Zelhöhe \hat{H} gebildet, bezieht man sie auf die Höhe des Einlasskanals beträgt die Reynolds-Zahl $Re_{in} = 415$. Die Zuströmung ist im Einlasskanal also laminar.

Für die Abschätzung der benötigten Gitterauflösung werden verschiedene Ansätze herangezogen. Als einfachster Ansatz ist wird die Berechnung der Kolmogorov-Skalen

$$\eta_k(x, y, z, t) = \left(\frac{v^3}{\langle \epsilon_u(x, y, z, t) \rangle} \right)^{1/4} \quad (66)$$

nach Kolmogorov [48] für die Abschätzung der kleinsten relevanten Skalen des Impulstransportes mit der Dissipationsrate ϵ_u verwendet. Die Abschätzung der Kolmogorovskalen ist streng genommen nur für isotrope Turbulenz gültig, die in erster Näherung nur in der Bulk-Region der Zelle vorliegt. Die Turbulenz ist im wandnahen Bereich anisotrop, daher muss dieser Bereich einer gesonderten Betrachtung unterzogen werden. Analog zur Abschätzung der Kolmogorov-Skalen werden die für den Wärmetransport relevanten Skalen, die sogenannten Batchelor-Skalen (vgl. Batchelor [7]) abgeschätzt. Diese skalieren mit der Wurzel der Prandtl-Zahl, sodass

$$\eta_B = \eta_k Pr^{-1/2} = \eta_k \cdot 1,187. \quad (67)$$

Im vorliegenden Fall bestimmt daher die kleinere Kolmogorov-Skala die benötigte Gitterauflösung in der numerischen Simulation, um alle relevanten Skalen in der Berechnung aufzulösen. Für die Mischkonvektionszelle gibt es jedoch keine experimentellen Ergebnisse für die Dissipationsrate ϵ_u , sodass auf numerische Ergebnisse zurückgegriffen wird. Kaczorowski [41] gibt für Large-Eddy-Simulationen von Rayleigh-Bénard-Konvektion bei einer Rayleigh-Zahl $Ra = 2,31 \cdot 10^8$ eine Gitterauflösung von $190 \times 512 \times 190$ Gitterpunkten an. Dabei wird die thermische Grenzschicht an den Wänden mit 18 Gitterpunkten aufgelöst. Die mittlere thermische Grenzschichtdicke $\delta_\theta = 1,11 \cdot 10^{-2}$, die maximale Kolmogorov-Skala beträgt $\max(\eta_k) = 5,00 \cdot 10^{-3}$. Somit ergeben sich die folgenden spezifischen Anforderungen an das numerische Gitter in der Konvektionszelle:

1. Das harmonische Mittel der maximalen Gitterweiten soll unterhalb der Kolmogorov-Skalen liegen

$$\Rightarrow \max(\sqrt[3]{\Delta_1 \cdot \Delta_2 \cdot \Delta_3}) \leq \pi \cdot \eta_k = \pi \cdot 5,0 \cdot 10^{-3} = 1,571 \cdot 10^{-2}$$

2. Es sollen mindestens 18 Gitterpunkte N'_i innerhalb der thermischen Grenzschicht liegen

$$\Rightarrow \{(N'_1, N'_2, N'_3) \geq 20 : \forall (x_1, x_2, x_3) \leq 1,11 \cdot 10^{-2}\}$$

3. Der maximale Größenunterschied zwischen benachbarten Zellen sollte unterhalb von 15% liegen

$$\Rightarrow \left\{ \frac{dx_j^i - dx_j^{i-1}}{dx_j^i} \leq 0,15 : \forall j = 1, 2, 3; i = 0 \dots (N_1, N_2, N_3) \right\}$$

4. Die maximalen Gitterweiten sollten in allen drei Koordinatenrichtungen ähnlich groß sein

$$\Rightarrow \Delta_{1,max} \approx \Delta_{2,max} \approx \Delta_{3,max}$$

Das verwendete numerische Gitter besteht aus $N_1 \times N_2 \times N_3 = 320 \times 632 \times 670$, also etwa 135,5 Mio. Zellen und erfüllt die oben genannten Voraussetzungen, sodass die Auflösung aller relevanten Strömungsstrukturen gewährleistet ist. Wie für die Simulationen der Strömungen im vertikalen Kanal auch, wurden die Gitterpunkte in der Nähe der festen Wände mit einer tanh-Funktion verdichtet, um so die steilen wandnahen Gradienten des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes auflösen zu können. Daraus ergibt sich dann die minimale mittlere Gitterweite an den Wänden sowie im Ein- und Auslasskanal und sowie die maximale mittlere Gitterweite in der Mitte der Zelle. Das Minimum des harmonischen Mittels der Gitterweite beträgt

$$\bar{h}_{min} = \min(\sqrt[3]{\Delta_1 \cdot \Delta_2 \cdot \Delta_3}) = 4,579 \cdot 10^{-4}$$

und das Maximum

$$\bar{h}_{max} \max(\sqrt[3]{\Delta_1 \cdot \Delta_2 \cdot \Delta_3}) = 1,001 \cdot 10^{-2}.$$

Um die Simulationszeit zu reduzieren, wurde ein initiales Strömungsfeld mit dem Programm `OpenFOAM` erzeugt. Dazu wurde ein für das verwendete RANS-Verfahren passendes numerisches Gitter erstellt und zunächst eine Lösung der Gleichungen unter isothermen Bedingungen erzeugt, damit sich die erzwungene Konvektionsrolle in der Zelle ausbildet. Im Anschluss wurden die Temperaturrandbedingungen für die Heiz- und Kühlplatte gesetzt, sodass sich die thermischen Konvektionsrollen ausbilden können. Das konvergierte Strömungsfeld wurde dann auf das feinere numerische Gitter für die Verwendung mit `flowsi` interpoliert und die Simulation gestartet.

Die Simulation wurde über 554150 Zeitschritte mit einer Zeitschrittweite von $\Delta_t = 2 \cdot 10^{-5}$ dimensionslosen Zeiteinheiten durchgeführt. Instantane Felder wurden für die nachträgliche Auswertung alle 0,2 Zeiteinheiten abgespeichert, sodass insgesamt Daten über 11 dimensionslose Zeiteinheiten vorliegen, was etwa zwei Umläufen der erzwungenen Konvektionsrolle entspricht.

5.1 ÜBERSICHT

In Abbildung 47 sind die Zeitreihen der konvektiven Wärmeströme von Ein- und Auslassströmung, der diffusiven Wärmeströme an Boden- und Deckenplatte, ihre Summe, sowie die volumengemittelte Temperatur in der Zelle dargestellt. Der

Einzelterm mit dem höchsten Absolutwert in der Bilanz ist der konvektive Einlasswärmestrom, durch den Fluid mit der Temperatur der Deckenplatte in die Zelle eingebracht wird. Aus diesem Grund geht dieser Term negativ in die Bilanz ein. Der diffusive Wärmestrom an der kalten Deckenplatte ist aufgrund des flachen Temperaturgradienten zwischen dem Einlassstrahl und der Deckenplatte gering und hat einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Gesamtbilanz der Zelle. Der diffusive Wandwärmestrom an der Bodenplatte und der konvektive Wärmestrom am Auslass weisen etwa gleich hohe positive Werte auf und balancieren den konvektiven Wärmestrom des Einlassstrahls fast aus. Die Summe dieser Einzelterme ist positiv, was zu dem dargestellten Anstieg der volumengemittelten Temperatur in der Zelle führt. Der Anstieg der Zelltemperatur ist am Anfang des dargestellten Zeitintervalls steiler als am Ende. Aus den experimentellen Untersuchungen der Strömung in der Zelle von Westhoff et al. [96] ist bekannt, dass die Temperatur der Auslassströmung einer zeitlich periodischen Veränderung unterliegt. Die Temperaturänderung in der Zelle wird davon beeinflusst und in dem hier dargestellten Zeitintervall der mittleren Zelltemperatur ist ein Ausschnitt dieser periodischen Veränderung sichtbar. Verantwortlich für diese Veränderung ist die Interaktion zwischen der durch den Einlassstrahl erzwungenen Konvektionsrolle und den thermischen Plumes, die von der beheizten Bodenplatte ablösen. Das an der Bodenplatte in den Plumes enthaltene, erwärmte Fluid wird von der großskaligen Rollenstruktur advektiert und zu einem Teil entlang der Rückwand nach oben transportiert. Zu einem anderen Teil verlässt dieses Fluid die Zelle durch die Auslassströmung, was zu der periodischen Änderung des Wärmestroms führt. Die Zelle ist somit nicht im thermischen Gleichgewicht, sondern unterliegt der beobachteten periodischen Temperaturänderung. Die mittlere Temperatur des Fluids in der Zelle liegt leicht oberhalb der Kühlplatten- und Einlasstemperatur, die damit die Fluidtemperatur dominiert.

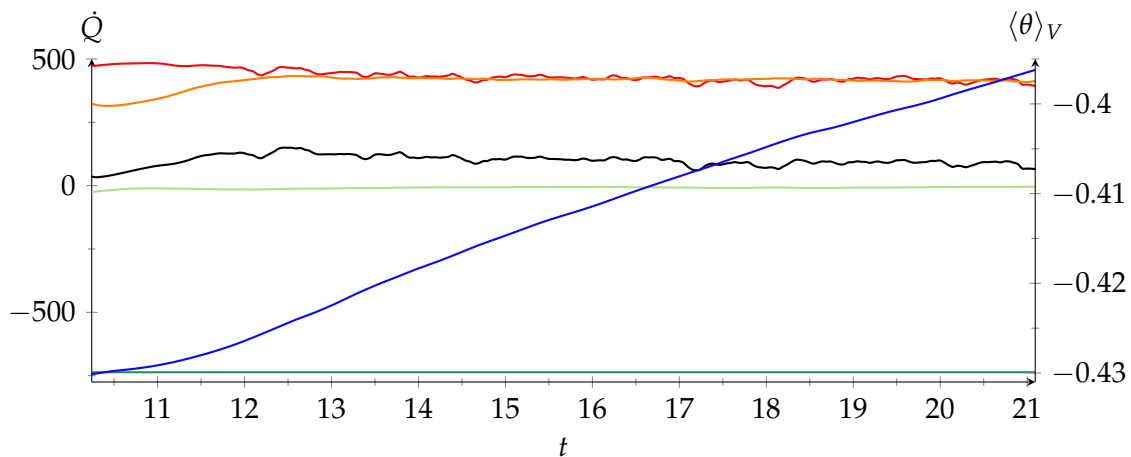


Abbildung 47: Wärmeströme (linke Ordinate, —: konvektiver Einlasswärmestrom, —: konvektiver Auslasswärmestrom, —: diffusiver Wärmestrom an der Deckenplatte, —: diffusiver Wärmestrom an der Bodenplatte, —: Summe der Wärmeströme) und volumengemittelte Temperatur (rechte Ordinate, —) in der Zelle.

5.2 MITTLERES STRÖMUNGSVERHALTEN

In Abbildung 48 ist das zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfeld in der Zelle durch Stromlinien dargestellt, die mit den Werten der vertikalen Geschwindigkeitskomponente eingefärbt sind. Zusätzlich zeigen die eingezeichneten Vektoren die Richtung der Strömung an. Das durch den Einlassstrahl beschleunigte Fluid strömt entlang der Deckenplatte, sinkt dann im vorderen Teil der Zelle ab und überstreicht die Vorderwand und die Bodenplatte. Dort verlässt dann ein Teil des Fluids die Zelle durch den Auslass, während der Großteil des Fluids an der Rückwand wieder aufsteigt und dann erneut mit dem Einlassstrahl in Richtung der Vorderwand strömt. Diese Fluidbewegung wird als erzwungene Konvektionsrolle bezeichnet und ihre Drehachse verläuft entlang der x_2 -Richtung. Auf einem Viertel und drei Vierteln der Zelllänge steigt Fluid auf, während an den beiden Seitenwänden und in der Mitte der Zelle Fluid herabsinkt. Zwischen diesen Bereichen strömt das Fluid jeweils in den entsprechenden Richtungen über die Boden- und Deckenplatte. Diese Fluidbewegungen werden als thermische Konvektionsrollen bezeichnet, ihre Drehachsen verlaufen entlang der x_3 -Richtung und angrenzende Rollen rotieren immer gegenläufig. Aus der Überlagerung dieser beiden Rollenarten entsteht die W- oder M-förmige Gesamtrolle, die bereits in Abschnitt 1.2.3 beschrieben wurde. In den Bereichen aufsteigenden und absinkenden Fluids wird die Strömung des Einlassstrahls unterhalb der Deckenplatte durch den Einfluss der thermischen Konvektionsrollen entlang der x_2 -Richtung abgelenkt. An den Seitenwänden der Zelle sind in der Nähe der Bodenplatte zusätzlich kleinere Randwirbel erkennbar, deren Drehsinn entgegen der angrenzenden thermischen Konvektionsrollen verläuft. Unter der Deckenplatte bilden sich dagegen keine Randwirbel aus, da der Einlassstrahl die Strömung in diesen Bereichen stark dominiert.

In Abbildung 49 sind Isokonturflächen des mittleren Geschwindigkeitsbetrags $\langle |u_i| \rangle_t = 0,17$ dargestellt. Die Isokonturflächen sind mit den Werten der vertikalen Geschwindigkeitskomponente eingefärbt und die Isokonturen an der Vorderwand und Deckenplatte sind ausgeblendet, damit die Flächen im Inneren der Zelle sichtbar sind. Die gezeigten Flächen umringen den Kern der großskaligen Wirbelstruktur und vermitteln somit einen Eindruck ihrer Form. Die erzwungene Konvektionsrolle erstreckt sich nicht kontinuierlich durch die Zelle, sondern ist durch das aufsteigende Fluid auf einem Viertel und drei Vierteln der Zelllänge unterbrochen. An diesen Stellen bildet ein 'Brückenarm' kurz unterhalb der Deckenplatte in der Nähe der Vorderwand die Verbindung zwischen den einzelnen Abschnitten der Konvektionsrolle.

In Abbildung 50 ist das Temperaturfeld mittels Isokonturflächen für $\langle \theta \rangle_t \in \{-0,5; -0,4; -0,3\}$ dargestellt. Die Isokonturen zeigen die Verteilung des Fluids mit niedrigen Temperaturen im Strömungsfeld. Die Bereiche des Fluids, das mit den thermischen Konvektionsrollen aufsteigt, sind sowohl an den Seitenwänden und auf einem sowie drei Vierteln der Zelllänge gut sichtbar. An der Rückwand der Zelle ist ebenso ein Bereich von Fluid mit niedriger Temperatur vorhanden, in dem das Fluid durch die erzwungene Konvektionsrolle nach oben transportiert wird.

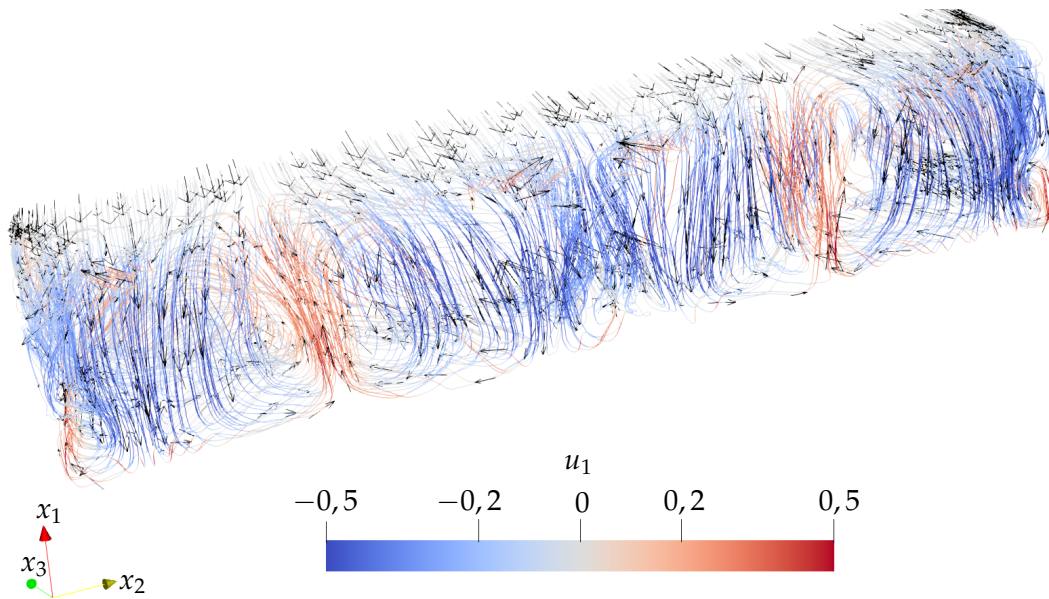


Abbildung 48: Stromlinienvisualisierung des mittleren Geschwindigkeitsfeldes $\langle u_i \rangle_t$ in der Zelle. Die Linien gehen vom Einlass der Zelle aus und sind mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente u_1 eingefärbt. Die Vektorpfeile deuten die Strömungsrichtung entlang der Linien an.

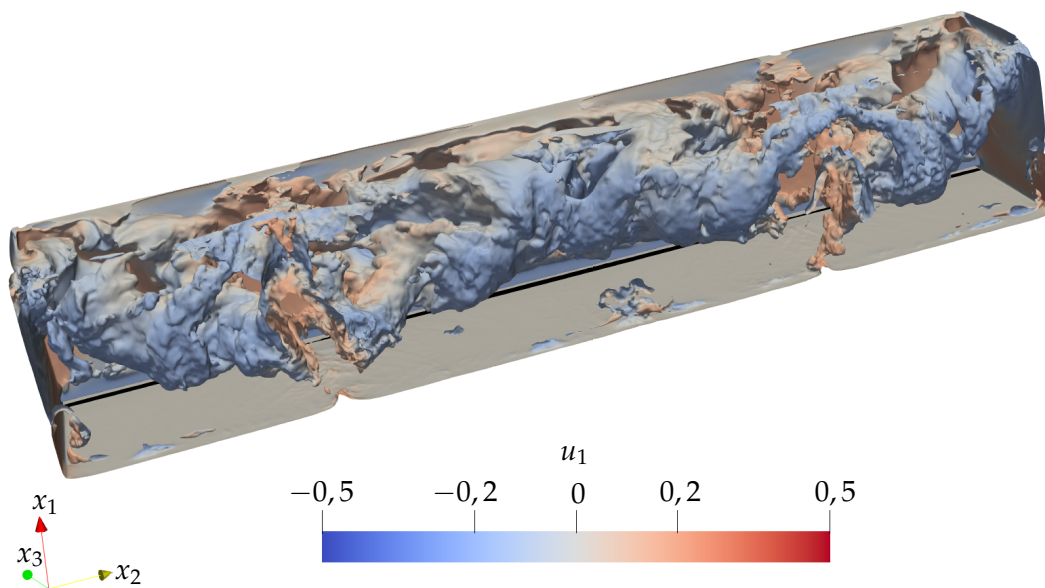


Abbildung 49: Isokonturflächen der Geschwindigkeitsmagnitude $\langle |u_i| \rangle_t = 0,17$ eingefärbt mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente $\langle u_1 \rangle_t$. Die Isokonturflächen an der Vorderwand und der Decke sind ausgeblendet, um die großskaligen Strukturen im Inneren der Zelle sichtbar zu machen.

In Abbildung 51 sind Farbkonturen der wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten in Tiefenrichtung der Zelle dargestellt. Das obere Bild zeigt jeweils die Gradienten an der Deckenplatte und das untere Bild die Gradienten an der Boden-

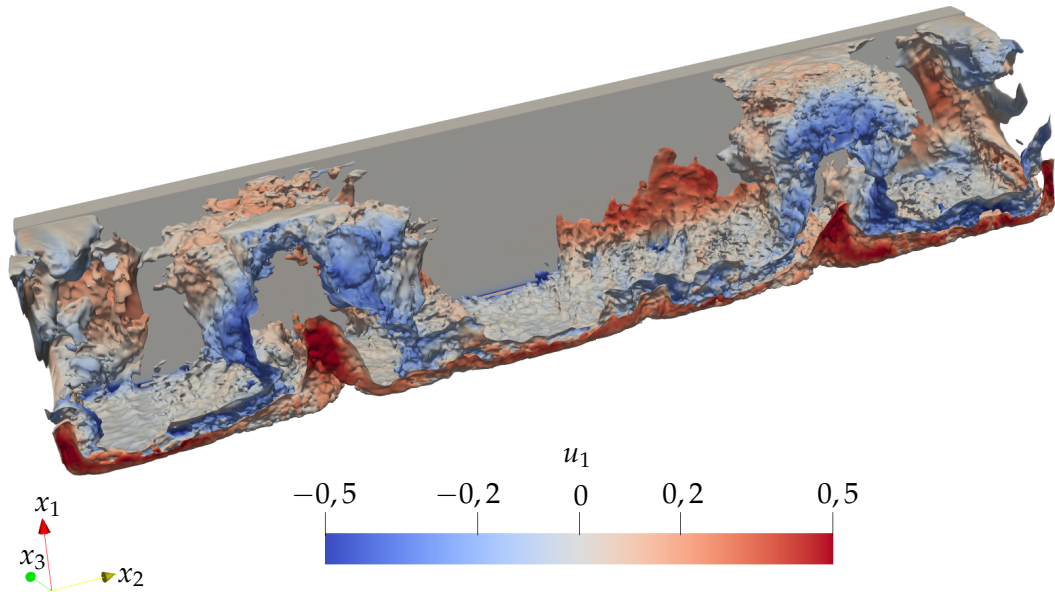


Abbildung 50: Isokonturflächen der mittleren Temperatur $\langle \theta \rangle_t \in \{-0,5; -0,4; -0,3\}$ eingefärbt mit der vertikalen Geschwindigkeitskomponente $\langle u_1 \rangle_t$.

platte. Zusätzlich zeigen die schwarzen Isokonturlinien die Nulldurchgänge der Gradienten an und stellen somit Ablöse- und Anlegelinien der Strömung dar.

In Abbildung 51 erstreckt sich der Anlegebereich des Einlassstrahls fast über die gesamte Zelllänge vom Beginn des Einlasskanals bei $x_3 = 1,2$ bis zur schwarzen Linie bei $x_3 \approx 0,2$. Lediglich in der Mitte der Zelle ($x_2 \approx 2,5$) und an den Seitenwänden erkennt man begrenzte Bereiche, in denen der Einlassstrahl bereits bei $x_3 \approx 0,5$ ablöst. An den Seitenwänden sowie bei $x_2 \approx 2,5$ befinden sich die Bereiche absinkenden Fluids, die durch die Rotationsbewegungen der thermischen Konvektionsrollen entstehen. An der Vorderwand der Zelle bei $x_3 \approx 0,05$ befindet sich eine weitere Anlegelinie, die durch die Strömung des entlang der Vorderwand verlaufenden Randwirbels zustande kommt. Dieser Randwirbel ist in den vorher gezeigten Darstellungen des Geschwindigkeitsfeldes mittels Stromlinien in Abbildung 48 und mittels Isokonturflächen des mittleren Geschwindigkeitsbetrages in Abbildung 49 nicht sichtbar gewesen. In den später gezeigten Schnittansichten des Geschwindigkeitsfeldes ist er jedoch deutlich zu erkennen.

Die Geschwindigkeitsgradienten an der Bodenplatte im unteren Graphen in Abbildung 51 zeigen ein ähnliches Bild wie an der Deckenplatte. Hier legt sich die Strömung entlang der Isokonturlinie bei $x_3 \approx 0,2$ jedoch gleichmäßig an. Die Fußabdrücke der thermischen Konvektionsrollen sind anhand der erhöhten Werte der Geschwindigkeitsgradienten in den Bereichen $x_2 \approx 1,25$ und $x_2 \approx 3,75$ feststellbar. Die Anlegelinie bei $x_3 \approx 0,05$ resultiert hier, wie auch an der Deckenplatte, aus dem Randwirbel, der sich an der Vorderwand entwickelt. Die starke Überhöhung der Gradienten bei $x_3 \approx 1$ resultiert aus der starken Beschleunigung der Strömung beim Eintritt in den Auslasskanal. Eine Ablöse- oder Anlegelinie ist hier nicht vorhanden, die Hauptströmung der erzwungenen Konvektionsrolle teilt sich bei $x_1 > 0$ zwischen dem Auslasskanal und der aufsteigenden Strömung an der Rück-

wand der Zelle auf, was in den Wandschubspannungen somit nicht erkennbar ist. Die Geschwindigkeitsgradienten in x_3 -Richtung spiegeln somit hauptsächlich den Einfluss der erzwungenen Konvektionsrolle auf die wandnahe Strömung in der Zelle wider.

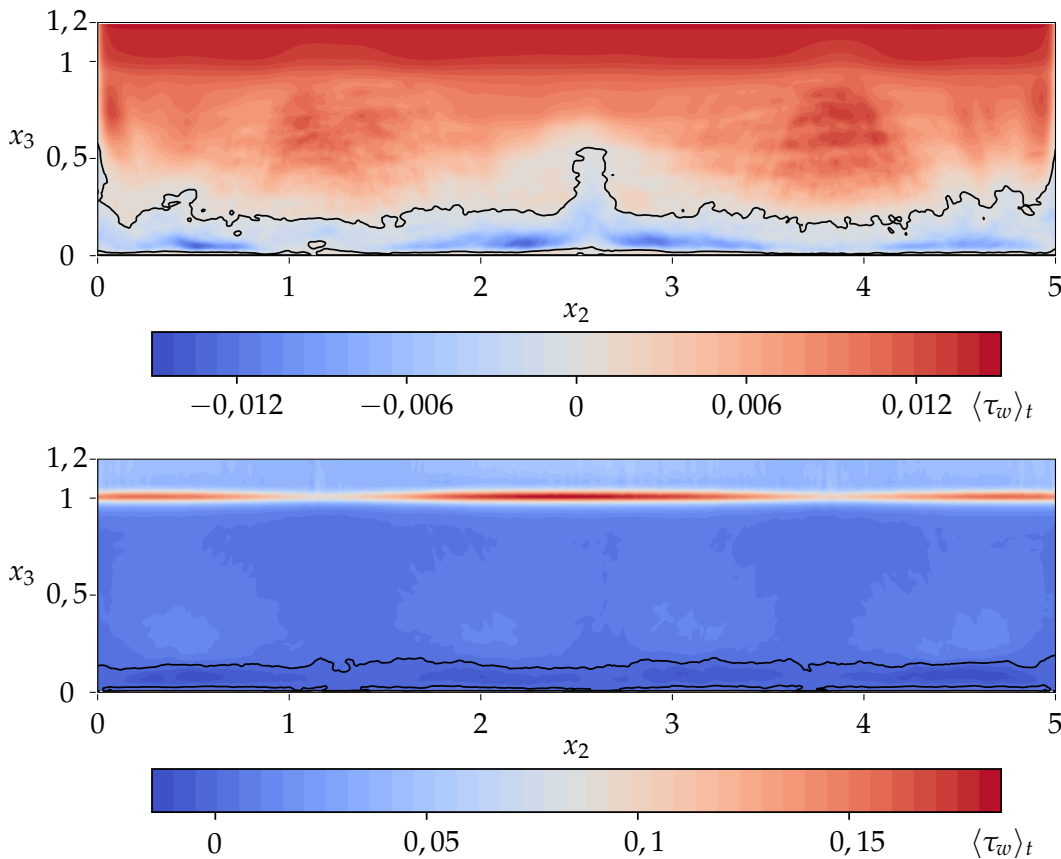


Abbildung 51: Farbkonturen der zeitlich gemittelten Wandschubspannungen $\langle \tau_w \rangle_t$ in x_3 -Richtung an der Deckenplatte (oben) und Bodenplatte (unten) der Zelle. Die durchgezogenen Konturlinien markieren $\tau_w = 0$.

In Abbildung 52 sind Farbkonturen der wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten in Längsrichtung der Zelle äquivalent zu Abbildung 51 dargestellt. Sie liefern Informationen über den Einfluss der thermischen Konvektionsrollen auf die wandnahe Strömung in der Zelle. Im oberen Graphen ist deutlich erkennbar, dass die wandnahe Strömung bei $x_2 \approx 1,25$ und $x_2 \approx 3,75$ als Resultat der aufsteigenden Fluidmassen an der Deckenplatte auseinanderstrebt und dass die so entstehenden Bewegungen im Fluid mit dem Drehsinn der angrenzenden thermischen Konvektionsrollen übereinstimmt. In der Mitte der Zelle ist der Bereich des absinkenden Fluids durch die ineinander verlaufenden Gradienten als Fußabdruck der dortigen Durchmischung des Fluids gekennzeichnet. An den Seitenwänden zeigen sich auch hier, wie schon an Abbildung 48 erläutert, keine Spuren von Randwirbeln unterhalb der Deckenplatte. Weiterhin induzieren die thermischen Konvektionsrollen anscheinend im Einlasskanal bei $x_3 \geq 1$ eine Strömung in x_2 -Richtung. Die auftretenden Geschwindigkeitsgradienten in x_2 -Richtung können nur durch den Einfluss der thermischen Konvektionsrollen entstehen, da das am

Beginn der Einlasskanals vorgegebene Geschwindigkeitsprofil in dieser Richtung keine Geschwindigkeiten beinhaltet.

An der Bodenplatte zeigt sich im Auslasskanal ein ähnliches Bild, nur dass hier der Einfluss der induzierten Querströmungen stärker ist. Die Fußabdrücke der Randwirbel, die anhand des in Abbildung 48 dargestellten Geschwindigkeitsfeldes diskutiert wurden, sind an den Seitenwänden der Bodenplatte durch die Ablöse- und Anlegelinien bei $x_2 \approx 0,25$ und $x_2 \approx 4,75$ begrenzt. Gleichzeitig die Bereiche des mit den thermischen Konvektionsrollen aufsteigenden Fluids ebenso durch die Ablöselinien bei $x_2 \approx 1,25$ und $x_2 \approx 3,75$ begrenzt.

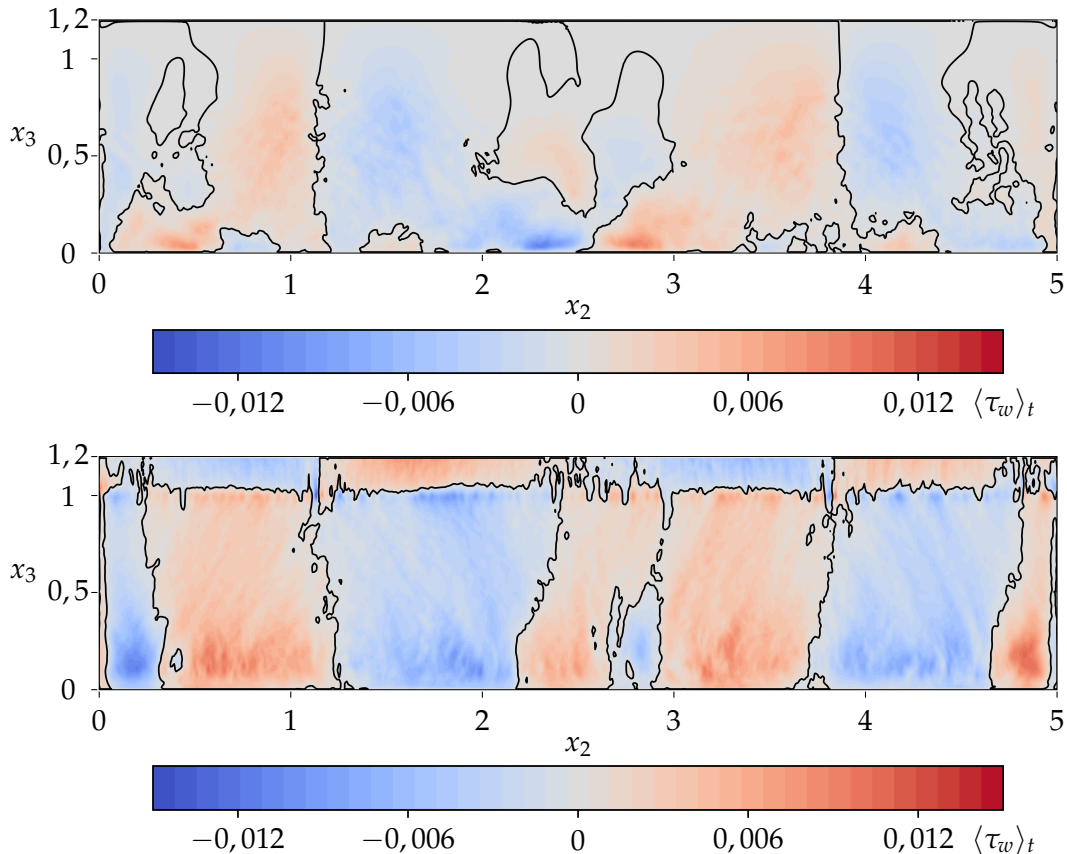


Abbildung 52: Farbkonturen der zeitlich gemittelten Wandschubspannungen $\langle \tau_w \rangle_t$ in x_2 -Richtung an der Deckenplatte (oben) und Bodenplatte (unten) der Zelle. Die durchgezogenen Konturlinien markieren $\tau_w = 0$.

Insgesamt stimmen die gezeigten Ergebnisse der Strömungssimulationen gut mit den Beobachtungen aus den in Abschnitt 1.2.3 vorgestellten experimentellen Untersuchungen überein. Sowohl die erzwungene Konvektionsrolle als auch die thermischen Konvektionsrollen werden durch die Strömungsfelder der DNS gut abgebildet. Die Vorhersage der Strömung durch die durchgeführte DNS ist innerhalb der unterschiedlichen Auswertungen konsistent. Daher scheint `flowsi` für die Durchführung dieser Simulationen gut geeignet zu sein.

5.3 VERGLEICH ZWISCHEN SIMULATIONSERGEBNISSEN UND EXPERIMENTELLEN ERGEBNISSEN

Im Folgenden werden unterschiedliche Auswertungen der Simulationsergebnisse den entsprechenden Auswertungen experimenteller Ergebnisse gegenübergestellt und deren Übereinstimmungen und Unterschiede diskutiert. Dadurch kann beurteilt werden, wie gut die DNS die experimentellen Ergebnisse vorhersagen kann.

In einem qualitativen Vergleich werden Isokonturflächen des Geschwindigkeitsbetrages ähnlich zu Abbildung 49 im linken Viertel der Zelle zwischen Simulation und Experiment verglichen, um die Abbildung der Strömungstopologie zu beurteilen. Für diesen Vergleich werden Ergebnisse aus tomographischen PIV-Messungen von Mommert [61] herangezogen. Die Messungen wurden für $Re_H = 0,72 \cdot 10^4$, $Gr = 1,89 \cdot 10^8$ und somit $Ar = 3,68$ durchgeführt. Damit sind die Reynolds- und Grashof-Zahl um 13% und 18% niedriger als in der durchgeführten DNS, die Archimedes-Zahl ist im Vergleich um 10% höher. Da die Strömung in diesem Parameterbereich nicht sehr empfindlich gegenüber Schwankungen der charakteristischen Kennzahlen in dieser Größenordnung ist, kann davon ausgegangen werden, dass sich die experimentellen Daten für einen qualitativen Vergleich der Strömungstopologien zwischen DNS und Experiment eignen. Der Vergleich ist in Abbildung 53 durch Isokonturflächen des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsbetrages $\langle |u_i| \rangle_t = 0.15$ dargestellt. Die linke Abbildung zeigt die Ergebnisse der DNS aus der vorliegenden Arbeit, die rechte Abbildung die Ergebnisse aus den tomographischen PIV-Messungen, die nur das dargestellte linke Viertel der Zelle umfassen. Die dargestellten mittleren Strömungsfelder sind über $10s \hat{=} 5,34$ dimensionslose Zeiteinheiten gemittelt, was etwa einem Umlauf der erzwungenen Rollenstruktur entspricht.

Im Vergleich der beiden Abbildungen zeigt sich, dass die grundlegenden topologischen Merkmale der Strömungen sehr ähnlich sind, auch wenn die gezeigten Strukturen in den experimentellen Ergebnissen etwas größer ausgeprägt sind als in den numerischen Ergebnissen. Die Unterschiede im Detailgrad der Abbildungen gehen auf die wesentlich geringere räumliche Auflösung der tomographischen PIV-Messung von $N_1 \times N_2 \times N_3 = 24 \times 29 \times 24$ Stützstellen zurück. Die großskalige erzwungene Rollenstruktur geht von der Seitenwand aus und erstreckt sich bis zum rechten Rand der Abbildung, wo sie durch aufsteigendes Fluid der thermischen Konvektionsrolle unterbrochen wird. Etwa in der Mitte der Abbildungen entsteht jeweils der sogenannte 'Brückenarm', der sich dann bis zur Vorderwand unterhalb der Deckenplatte erstreckt und die Verbindung zu der angrenzenden Konvektionsrolle bildet. Die Rotationsrichtungen der erzwungenen Konvektionsrolle sind gleich und die Maximalwerte der dargestellten vertikalen Geschwindigkeiten weichen um etwa 17,6% voneinander ab. Dieser Unterschied ist hier durch die Abweichungen der charakteristischen Kennzahlen erklärbar. Insgesamt korrelieren die Vorhersagen der DNS sehr gut mit den experimentellen Daten. Die Topologie der beobachteten großskaligen Strömungsstruktur wird durch flowsi im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen gut vorhergesagt.

In den Abbildungen 54 und 55 sind Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen bei $x_2 \in \{0,1;0,3;0,5;0,7;0,9;1,1\}$ von der linken Seitenwand ausgehend dar-

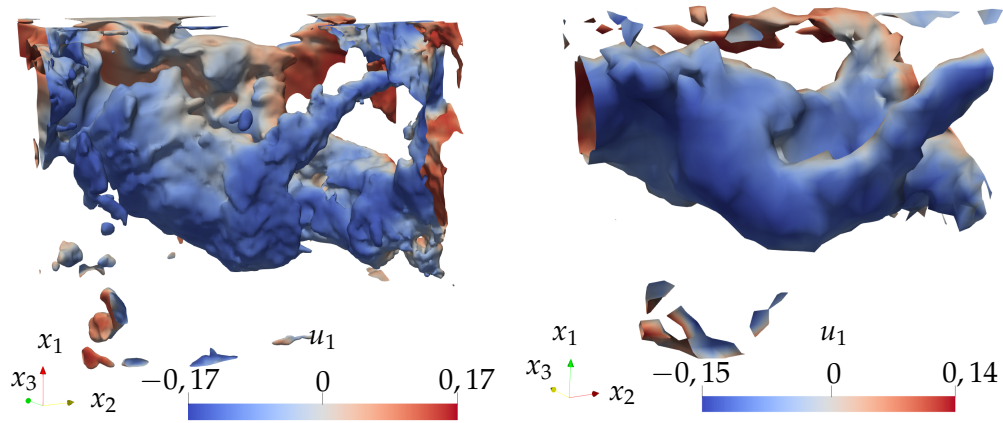


Abbildung 53: Isokonturflächen des zeitlich gemittelten Geschwindigkeitsbetrages $\langle |u_i| \rangle_t = 0.15$. Links: Ergebnisse der DNS aus der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse der tomographischen PIV von Mommert [61].

gestellt. Die Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 in der Ebene sind durch Vektorpfeile und die dazu senkrechte Geschwindigkeitskomponente u_2 ist durch Farbkonturen dargestellt. Die linken Abbildungen sind Schnittebenen durch die Strömungsfelder der DNS und wurden aus 27 instantanen Geschwindigkeitsfeldern über 5,34 dimensionslose Zeiteinheiten gemittelt. Dieser Mittelungszeitraum entspricht etwa 10 Sekunden realer Zeit und damit einem Umlauf der erzwungenen Konvektionsrolle. Die rechten Abbildungen stammen aus den Auswertungen von stereoskopischen Particle Image Velocimetry-Messungen (Stereo-PIV) von Mommert [61] und wurden über 2400 instantane Bilder gemittelt. Diese wurden mit 4 Hz aufgenommen und decken somit einen Zeitraum von 10 Minuten ab, was etwa 60 Umläufen der erzwungenen Konvektionsrolle entspricht. Die dargestellten Ergebnisse der Stereo-PIV wurden bei den gleichen Re_H und Gr wie der durchgeführten DNS erfasst. Der Bereich des Ein- und Auslasskanals wurde in den Stereo-PIV-Messungen nicht erfasst und wird daher in der Darstellung der numerischen Ergebnisse für eine bessere Vergleichbarkeit ebenfalls nicht dargestellt. In den rot umrandeten Bereichen am linken Rand der PIV-Felder traten Reflektionen im Messbereich auf. Bedingt durch die Anordnung der Kameras in der Messung sind dort nur die Werte der Geschwindigkeitskomponente u_2 unphysikalisch und werden im Vergleich der Geschwindigkeitsfelder nicht betrachtet.

In den Abbildungen befindet sich am linken Rand die Vorderwand der Zelle, am rechten Rand dementsprechend die Rückwand mit dem Einlass im oberen und dem Auslass im unteren Teil. Vom Einlasskanal ausgehend lässt sich zunächst in allen Abbildungen der Einlassstrahl ausmachen, der von dort unterhalb der Deckenplatte anliegt und bei $x_3 \approx 0,2$ ablöst. Diese Beobachtung wurde schon anhand von Abbildung 51 diskutiert und bestätigt sich hier. Ebenso zeigt sich im Vergleich zwischen den Abbildungen aus den numerischen und den experimentellen Daten, dass der aus den DNS-Daten bestimmte Ablösepunkt des Einlassstrahls gut mit dem Ablösepunkt übereinstimmt, der sich in den experimentellen Daten einstellt. Zwischen dem Ablösepunkt des Einlassstrahls und der Vorderwand der Zelle liegt in den sechs gezeigten Abbildungen der DNS-Daten das Zentrum ei-

nes Randwirbels bei $(x_1; x_3) \approx (0,95; 0,05)$ In den experimentell ermittelten Geschwindigkeitsfeldern ist dieser Wirbel aufgrund seiner kleinen Abmaße von etwa $x_1 \times x_3 = 0,1 \times 0,1$ und seiner Lage in unmittelbarer Wandnähe kaum erfasst worden.

Die erzwungene Konvektionsrolle dagegen ist in allen gezeigten Strömungsfeldern sowohl in den DNS- als auch PIV-Daten deutlich erkennbar. Angetrieben durch den Einlassstrahl bewegt sich das Fluid mit diesem unter der Deckenplatte entlang, wird dann an der Vorderwand der Zelle nach unten getrieben und über die Bodenplatte und die Rückwand zum Einlass zurückgeführt. Vergleicht man die Lage des Wirbelzentrums in den einzelnen Schnittebenen entlang der x_2 -Achse zeigt sich, dass es sich von Ebene zu Ebene sowohl in x_1 - als auch x_3 -Richtung verschiebt. Ausgehend von Abbildung 54 (a) liegt das Wirbelzentrum zunächst im hinteren oberen Teil der Zelle bei $(x_1; x_3) \approx (0,6; 0,75)$ und ist dort auch in Abbildung 54 (b) wiederzufinden. In Abbildung 54 (c) befindet sich das Zentrum der erzwungenen Konvektionsrolle dann im unteren Teil der Zelle und nimmt dort eine elliptisch verzerrte Form bei $x_1 \approx 0,4$ an. An dieser Stelle lässt sich durch die Verzerrung des Rollen-zentrum bereits die Aufteilung der Rolle in zwei Arme ausmachen, von denen der weiter vorne liegende der bereits beschriebene 'Brückenarm' ist. Abbildung 55 (a) zeigt dann bereits zwei getrennte Wirbelzentren, die in den DNS-Daten bei $x_1 \approx 0,6$ und in den PIV-Daten bei $x_1 \approx 0,35$ zu erkennen sind. Die beobachtete Diskrepanz der Lage der Wirbelzentren lässt sich hier durch den Einfluss der zeitlichen Mittelung erklären: im Laufe der Messungen kann sich der Punkt, an dem die Trennung der erzwungenen Konvektionsrolle stattfindet, in x_2 -Richtung variieren und so die Lage der Wirbelzentren in den gemittelten Daten verschieben. Im Vergleich der numerischen und experimentellen Daten in Abbildung 55 (b) zeigt sich allerdings schon wieder eine bessere Übereinstimmung der Positionen der beobachteten Wirbelzentren, wobei das obere in den DNS-Daten bei $x_1 \approx 0,65$ und in den PIV-Daten bei $x_1 \approx 0,5$ zu finden ist. Auch wenn in Abbildung 55 (c) die Lage des Wirbelzentrums für den Brückenarm gut zwischen den numerischen und experimentellen Daten übereinstimmt, zeigt der untere Teil des Strömungsfeldes große Unterschiede auf. In den DNS-Daten ist hier ein Bereich aufströmenden Fluids erkennbar, während in den PIV-Daten der untere Teil der erzwungenen Konvektionsrolle sehr ausgeprägt ist. Bei $x_2 = 1,1$ ist genau der Ablösebereich der aufsteigenden Plumes lokalisiert, die die thermische Konvektionsrolle mit Drehachse entlang der x_3 -Richtung antreiben. In den PIV-Daten ist dieser Bereich aufsteigenden Fluids nicht sichtbar, da sich dieser über den Mittelungszeitraum in Richtung der x_2 -Achse verschieben kann und somit eventuell nur für einen kurzen Zeitraum mit dementsprechend geringem Einfluss auf das mittlere Feld in dessen Berechnung eingegangen ist.

Leicht oberhalb des Auslasskanals an der Rückseite der Zelle findet sich bei $0,1 < x_1 < 0,18$ der Separationspunkt zwischen der erzwungenen Konvektionsrolle und dem Teil der Strömung, die die Zelle durch den Auslasskanal verlässt. Abgesehen von Abbildung 54 (b) bei $x_2 = 0,3$ ist dieser Separationspunkt im Vergleich der DNS- und PIV-Daten immer auf der gleichen Höhe zu finden.

In allen Strömungsfeldern der DNS und PIV-Messungen befindet sich zusätzlich ein Randwirbel mit einem Zentrum bei $(x_1; x_3) \approx (0,5; 0,5)$. Dieser weist im Ver-

gleich mit dem Randwirbel unterhalb der Deckenplatte eine größere Ausdehnung von $x_1 \times x_3 = 0,15 \times 0,15$ auf und konnte somit auch durch die PIV-Messungen erfasst werden.

Bisher wurden anhand der Abbildungen 54 und 55 lediglich die Ähnlichkeiten und Unterschiede der Strömungsfelder zwischen DNS- und PIV-Daten anhand der Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 parallel zur den dargestellten Schnittebenen diskutiert. Mit den Farbkonturen der Abbildungen ist die u_2 -Komponente des Geschwindigkeitsfeldes dargestellt, die zusätzliche Informationen über die Strömung, in diesem Fall speziell über die Fluidbewegung durch die thermische Konvektionsrolle senkrecht zu der erzwungenen Konvektionsrolle, liefert. Im Vergleich der numerischen und experimentellen Ergebnisse in Abbildung 54 (a) ist zunächst festzustellen, dass die in der u_2 -Komponente erkennbaren Strömungsstrukturen sehr gut korrelieren. Es ist erkennbar, dass das Fluid unterhalb der Einlassstrahls bei $0,8 < x_1 < 0,9$ in Richtung der Seitenwand strömt und bei $0,15 < x_1 < 0,4$ von ihr weg. In allen folgenden Schnittebenen entlang der x_2 -Achse ist dieses Muster ebenso erkennbar, wie auch der durch die erzwungene Konvektionsrolle transportierte Impuls in x_2 -Richtung, der sich als Bereich positiver oder negativer Werte von u_2 um das Zentrum der erzwungenen Konvektionsrolle bewegt. Diese Bereiche positiver und negativer Werte von u_2 sind grob durch eine diagonale Linie von $(x_1; x_3) = (0; 0)$ bis $(1; 1)$ getrennt und zeigen die Überlagerung der Drehachsen von der erzwungenen und thermischen Konvektionsrolle. Diese Kombination der Drehachsen führt zu der bereits erwähnten W- bzw. M-Form der Gesamtrolle. Weiterhin ist speziell in Abbildung 54 (a) für $0 < x_1 < 0,1$ ein Bereich negativer u_2 -Werte erkennbar. Für $0,1 < x_1 < 0,2$ ist dagegen ein Bereich positiver u_2 -Werte sichtbar. Dieser Umschlag des Vorzeichens von u_2 ist ein direkter Hinweis auf den Randwirbel entlang der x_3 -Achse, der in Abbildung 48 oberhalb der Bodenplatte an der Seitenwand sichtbar ist. Der Randwirbel ist also sowohl in den numerischen als auch in den experimentellen Strömungsfeldern vorhanden.

Für einen detaillierteren Vergleich der eben gezeigten und diskutierten Geschwindigkeitsfelder werden im Folgenden Geschwindigkeitsprofile aus allen sechs Schnittebenen der Abbildungen 54 und 55 für die DNS- und PIV-Daten extrahiert. Für Abbildung 56 wurden Geschwindigkeitsprofile von u_1 entlang einer waagerechten Linie bei $x_1 = 0,5$ (links in der Abbildung) und von u_3 entlang einer senkrechten Linie $x_1 = 0,5$ (rechts in der Abbildung) extrahiert und jeweils über x_3 bzw. x_1 aufgetragen. Die durchgezogenen Linien repräsentieren die von der DNS vorhergesagten mittleren Geschwindigkeitsprofile und die Kreuze repräsentieren die experimentell ermittelten mittleren Geschwindigkeitsprofile. Für die räumliche Einordnung der Profile sollte angemerkt werden, dass $x_3 = 0$ die Vorderwand und $x_3 = 1$ die Rückwand der Zelle kennzeichnet, während $x_1 = 0$ die Position an der Bodenplatte und $x_1 = 1$ die Position an der Deckenplatte ist. In den Profilen der PIV-Daten zeigt sich, dass die Geschwindigkeitswerte an den Wänden häufig $u_i|_w \neq 0$ sind, was der physikalischen Realität widerspricht und einen Messfehler darstellt. Es ist bekannt, dass mit der PIV-Messtechnik gerade in Wandnähe falsche Geschwindigkeitswerte gemessen werden.

Im Vergleich zwischen den Profilen zeigt sich qualitativ für beide Geschwindigkeitskomponenten in allen Schnittebenen entlang der x_2 -Achse, dass die Form der Profile gut übereinstimmt. Abweichungen zwischen den DNS- und PIV-Daten sind in der u_1 -Komponente entlang der horizontalen Linie für die Minima bei $x_3 < 0,2$ in Abbildung 57 (a), (b) und (f) sichtbar, wo die DNS einen zu geringen Geschwindigkeitswert vorhersagt. Die Minima der u_1 -Profile für die Abbildungen 57 (c), (d) und (e) sind dagegen fast deckungsgleich. Für die Maxima u_1 -Profile bei $x_3 > 0,8$ zeigt sich, dass die Werte für Abbildung 57 (a) und (b) gut von der DNS vorhergesagt werden, während die Werte in den Abbildungen (c), (d) und (e) unterschätzt und in (f) überschätzt werden. Die Geschwindigkeiten in der Mitte der Zelle für $0,2 \geq x_3 \geq 0,8$ werden von der DNS in allen Schnittebenen ähnlich vorhergesagt wie sie durch die PIV gemessen wurden.

In den Profilen der u_3 -Komponente werden die Werte und Formen der Geschwindigkeitsminima für $x_1 > 0,8$ gut von der DNS vorhergesagt, lediglich in Abbildung 57 (a) erscheint der Wert des Minimums leicht zu gering und mit kleinerer räumlicher Ausdehnung. Die Werte der u_3 -Komponente reflektieren in diesem Bereich die Form und Geschwindigkeit des Einlassstrahls, der in den DNS-Daten räumlich begrenzter erscheint als durch die PIV ermittelt. Die Maximalwerte der u_3 -Komponente für $x_1 < 0,2$ werden von der DNS dagegen in allen gezeigten Profilen leicht unterschätzt.

Vergleicht man die Farbkonturen der u_2 -Komponente in den Abbildungen 54 und 55, erkennt man, dass die von der DNS vorhergesagten Geschwindigkeiten in diesem Bereich oberhalb der Bodenplatte leicht höher sind als die mit der PIV gemessenen. Damit scheint der Impulstransport durch die thermische Konvektionsrolle in dem betrachteten Mittelungsintervall der DNS in Richtung der Zelllänge gegenüber den PIV-Daten leicht erhöht zu sein. Im Bereich $0,2 \geq x_1 \geq 0,8$ werden die mit PIV gemessenen Geschwindigkeitswerte in den Abbildungen 57 (a), (b) und (c) von der DNS gut vorhergesagt, während sie in (d), (e) und (f) leicht über- bzw. unterschätzt werden.

In Abbildung 57 sind die Geschwindigkeitsdifferenzen $\Delta u_i = u_i^{PIV} - u_i^{DNS}$ dargestellt, um die beobachteten Abweichungen zwischen den Geschwindigkeitsprofilen der DNS und der PIV zu quantifizieren. Zusätzlich sind die Werte der lokalen einfachen und zweifachen Standardabweichungen σ_i^{PIV} und $2\sigma_i^{PIV}$ der aus der PIV ermittelten Geschwindigkeitsfelder als gefüllte Flächen hinter den Differenzprofilen dargestellt. Allgemein zeigen die Profile der Geschwindigkeitsdifferenzen die maximalen Abweichungen zwischen den DNS- und PIV-Daten an den Wänden des Strömungsgebietes, wenn dort die mittels PIV gemessenen Geschwindigkeiten $u_i^{PIV} \neq 0$ sind. Daher können diese maximalen Abweichungen auf Messfehler der PIV zurückgeführt werden. Für die u_1 -Komponente in Abbildung 57 (f) und die u_3 -Komponente in Abbildung 57 (a) ergeben sich aus diesen Gründen maximale Abweichungen von $\Delta u_1 = -0,4$ und $\Delta u_3 = -0,52$. Schließt man die so begründeten maximalen Abweichungen aus dem Vergleich der Werte aus betragen die Geschwindigkeitsabweichungen $-0,28 < \Delta u_i < 0,31$.

Es ist anzumerken, dass der Vergleich zwischen den auftretenden Abweichungen Δu_i und den Standardabweichungen σ_i^{PIV} nicht als Fehlerabschätzung im rigorosen Sinne verstanden werden darf. Der vorgestellte Vergleich dient als Beleg da-

für, dass die von der DNS vorhergesagten Geschwindigkeiten die im Experiment gemessenen gut widerspiegelt und so die physikalische Realität abbilden kann. In den Standardabweichungen der PIV-Daten ist nicht nur der Einfluss turbulenter Geschwindigkeitsfluktuationen enthalten, sondern ebenfalls eine Kombination von Messunsicherheiten und systematischen Messfehlern des PIV-Verfahrens selbst. Die Abschätzung der Messunsicherheit für die Geschwindigkeitswerte der u_1 - und u_3 -Komponenten liefert laut Mommert [61] $\epsilon_{1,3} \approx 0,015u_{in}$. Die Messunsicherheit der u_2 -Komponente ist aufgrund des experimentellen Aufbaus des stereoskopischen PIV-Verfahrens höher und beträgt $0,0375u_{in} < \epsilon_2 < 0,045u_{in}$. In dieser Abschätzung wurden die Einflüsse der Kamerapositionen, der Bildauflösung, des Korrelationsverfahrens und der Partikeleigenschaften berücksichtigt. Gerade in den wandnahen Bereichen sind die Standardabweichungen σ_1 und σ_3 höher sind als im inneren Bereich der Zelle. Dieses Auftreten von erhöhten Schwankungswerten hängt damit zusammen, dass die PIV die Geschwindigkeiten in Wandnähe nicht gut erfassen kann, sodass in der Auswertung dort häufiger Messfehler in Form von Ausreißern auftreten als in den anderen Bereichen. Speziell für die u_3 -Komponente treten im Bereich $x_1 > 0,8$ besonders hohe Standardabweichungen auf, die zum Einen durch die Messfehler in Wandnähe und zum Anderen auch durch die Geschwindigkeitsschwankungen des Einlassstrahls beeinflusst werden.

Abbildung 57 zeigt, dass der größte Anteil der Geschwindigkeitsabweichungen Δu_i innerhalb des durch $\pm\sigma_i^{PIV}$ markierten Bereichs liegt. Die restlichen Abweichungen, die nicht aus der Betrachtung ausgeschlossen wurden liegen innerhalb des durch $\pm 2\sigma^{PIV}$ markierten Bereichs. Die aus den DNS-Daten berechneten mittleren Geschwindigkeitswerte sind über einen 60-fach kürzeren Zeitraum als die PIV-Daten gemittelt und können daher als Ausschnitt der längeren Zeitreihe betrachtet werden. Es ist also zu erwarten, dass der Mittelwert einer kürzeren Zeitreihe größtenteils innerhalb einer $\pm 2\sigma^{PIV}$ -Umgebung um den Mittelwert der längeren Zeitreihe schwankt. Daher spiegeln die von der DNS vorhergesagten Geschwindigkeitswerte in diesem Sinne die physikalische Realität wider. Die DNS kann also verwendet werden, um Detailfragen zu klären, für die Strömungsgrößen durch die aktuelle Messtechnik nicht oder nur schwer erfasst werden können.

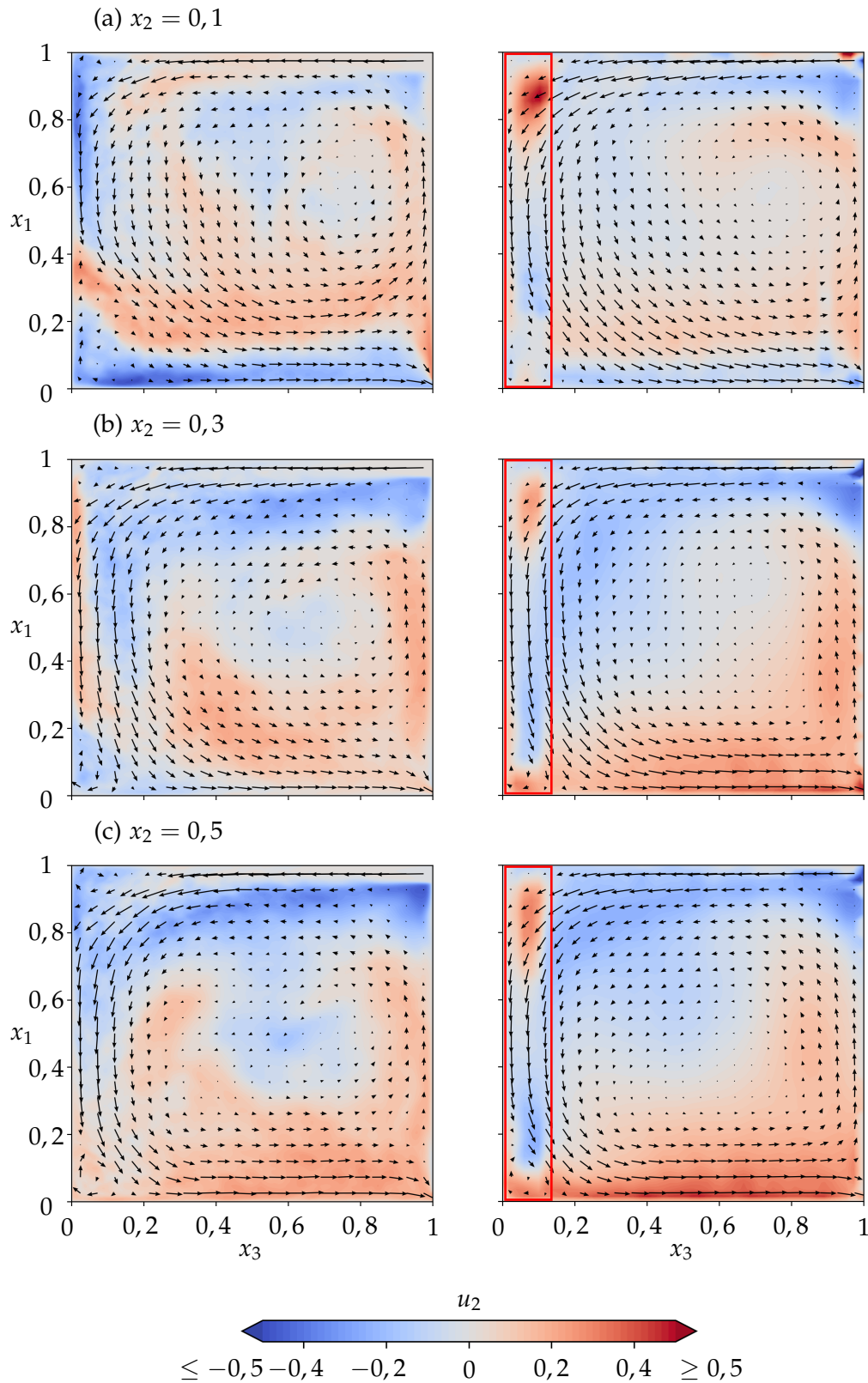


Abbildung 54: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen als Vektordarstellung der Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 in der Ebene ergänzt durch die Farbkonturen der senkrecht dazu stehenden Geschwindigkeitskomponente u_2 . Die Schnittebenen sind oben beginnend bei $x_2 = 0,1$ (a), $x_2 = 0,3$ (b) und $x_2 = 0,5$ (c) aufgenommen. Links: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse aus Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61].

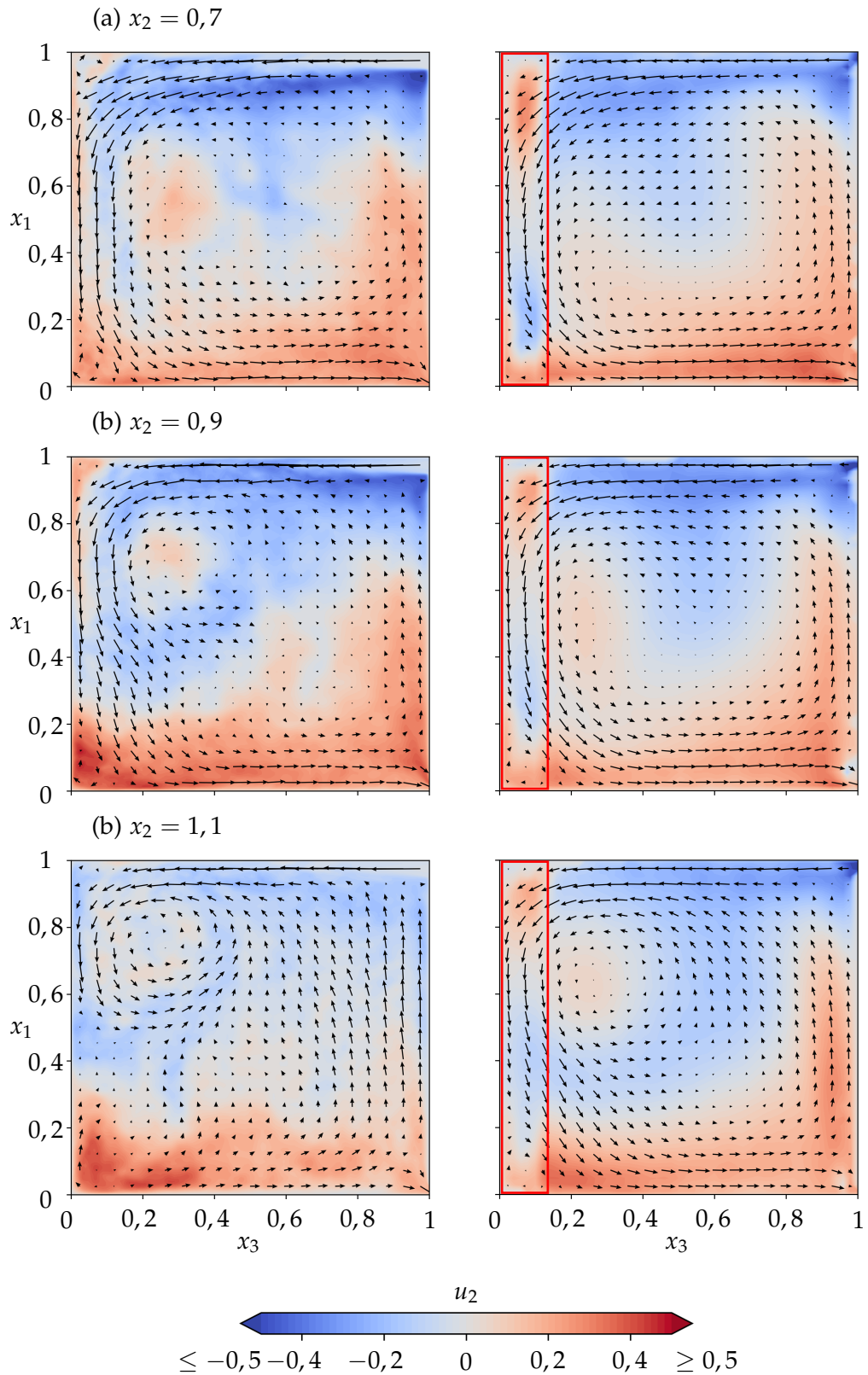


Abbildung 55: Zeitlich gemittelte Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen als Vektordarstellung der Geschwindigkeitskomponenten u_1 und u_3 in der Ebene ergänzt durch die Farbkonturen der senkrecht dazu stehenden Geschwindigkeitskomponente u_2 . Die Schnittebenen sind oben beginnend bei $x_2 = 0,7$ (a), $x_2 = 0,9$ (b) und $x_2 = 1,1$ (c) aufgenommen. Links: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, rechts: Ergebnisse aus Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61].

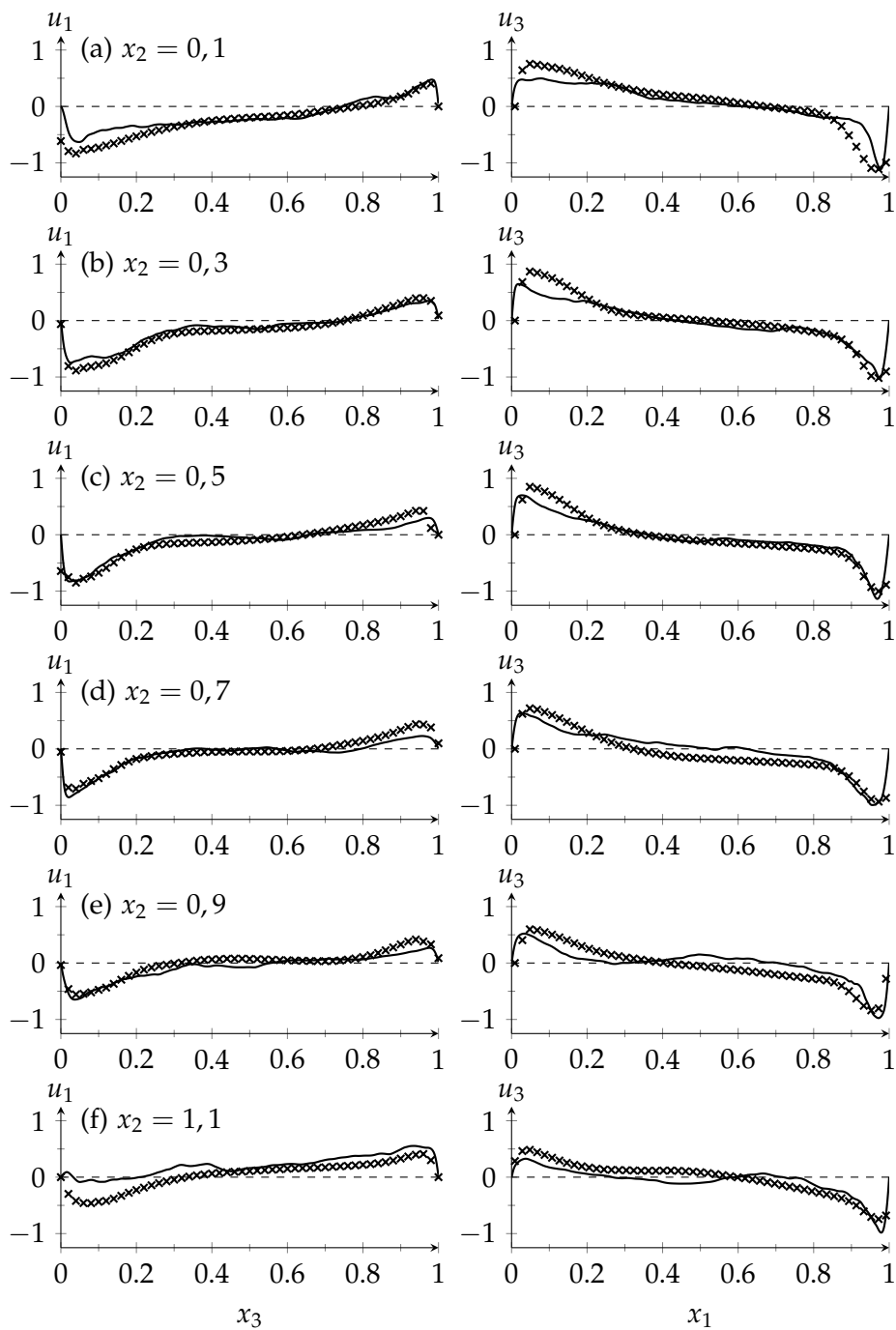


Abbildung 56: Vergleiche zwischen DNS- und PIV-Ergebnissen anhand der Profile von u_1 entlang einer waagerechten Linie $x_1 = 0,5$ (links) und anhand von u_3 entlang einer senkrechten Linie $x_3 = 0,5$ (rechts) in den Schnittebenen $x_2 \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,1\}$ von oben nach unten.
 —: Ergebnisse aus der DNS der vorliegenden Arbeit, \times : Ergebnisse aus den Stereo-PIV-Messungen von Mommert [61].

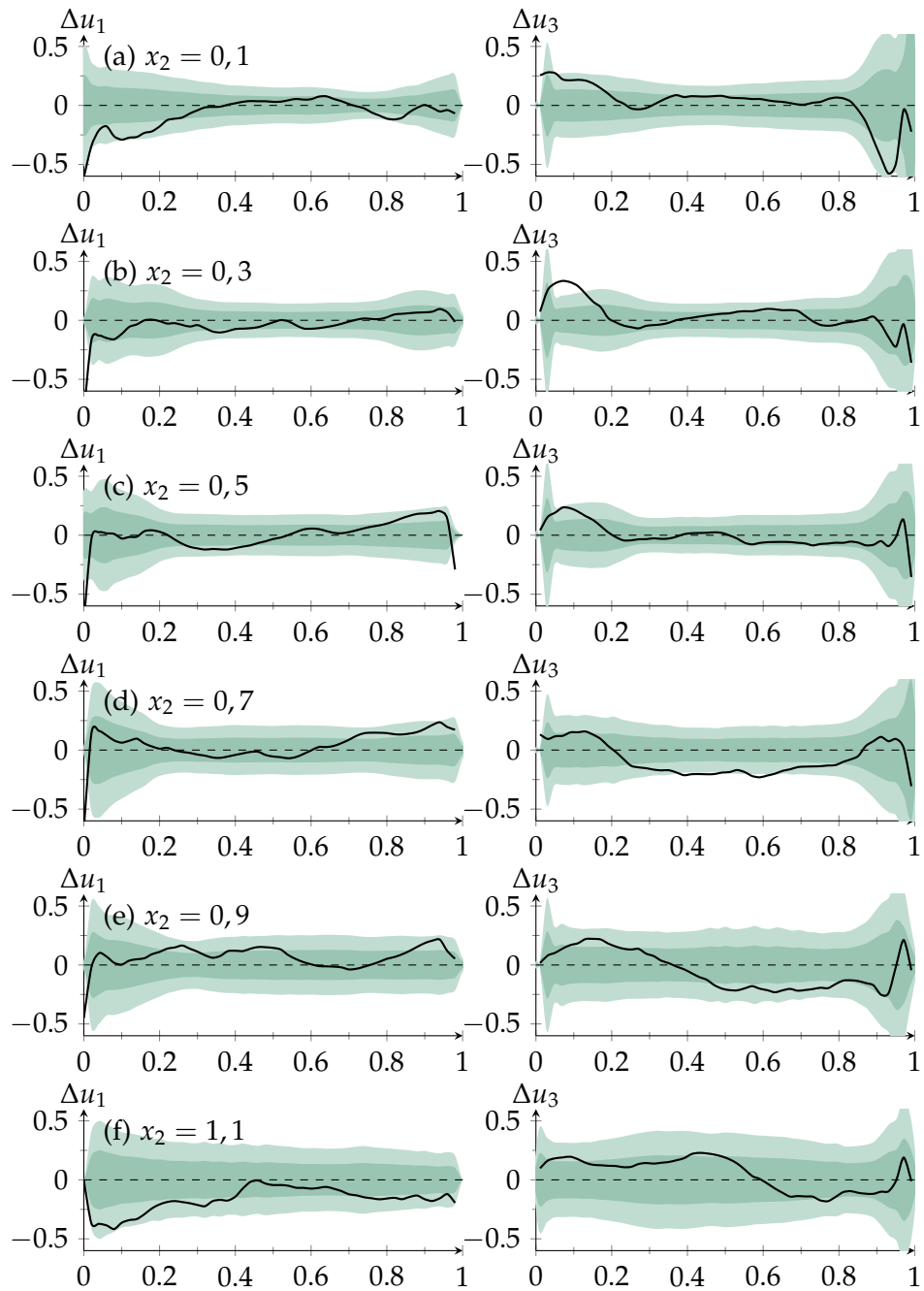


Abbildung 57: Differenzgeschwindigkeiten $\Delta u_i = u_i^{PIV} - u_i^{DNS}$ von DNS- und PIV-Ergebnissen von Mommert [61] anhand der Profile von Δu_1 an einer waagerechten Linie $x_1 = 0,5$ (links) und anhand von Δu_3 an einer senkrechten Linie $x_3 = 0,5$ (rechts) in den Schnittebenen $x_2 \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9; 1,1\}$ von oben nach unten.

—: Differenzgeschwindigkeit, : Standardabweichung σ_i^{PIV} der PIV-Daten, : zweifache Standardabweichung $2\sigma_i^{PIV}$ der PIV-Daten.

FAZIT

6.1 ZUSAMMENFASSUNG

6.1.1 Mischkonvektionsströmung im vertikalen Kanal

Für die Untersuchung von Mischkonvektionsströmungen in einem vertikalen differentiell beheizten Kanal wurden direkte numerische Simulationen mit einem Finite-Volumen-Verfahren durchgeführt. Die verwendeten Interpolationsschemata basieren auf Polynomen vierter Ordnung und liefern zusammen mit dem direkten Drucklöser sehr genaue Vorhersagen für das Strömungsverhalten. Das zweifach periodische Rechengebiet ist von zwei unterschiedlich temperierten, isothermen Wänden berandet, deren Temperaturdifferenz durch die Grashof-Zahl ausgedrückt wird. Untersucht wurde ein Fluid mit $Pr = 0,71$, das bei einer Bulk-Reynolds-Zahl $Re_b = 4328$ und für Grashof-Zahlen $Gr \in \{0; 6,5 \cdot 10^5; 9,5 \cdot 10^5; 1,6 \cdot 10^6\}$ durch einen Druckgradienten gegen die Gravitationbeschleunigung mit Energie versorgt wird. Es ergeben sich ein mitläufiger Strömungsbereich, in dem die Richtungen der natürlichen und erzwungenen Konvektion gleichgerichtet sind, sowie ein gegenläufiger Strömungsbereich, in dem die Richtungen einander entgegengerichtet sind.

Zunächst wurde ein Überblick über ein instantanes Strömungsfeld für $Gr = 9,5 \cdot 10^5$ gegeben, um eine Vorstellung der physikalischen Vorgänge zu erlangen. Die in turbulenten Strömungen vorkommenden Streaks in Wandnähe wurden beschrieben und es wurde gezeigt, dass diese in der mitläufigen Strömung wesentlich glatter und länger erscheinen als in der gegenläufigen Strömung. In der Literatur werden häufig wandnahe Wirbelstrukturen für die Entstehung der Streaks verantwortlich gemacht, weshalb diese mit verschiedenen Wirbelkriterien visualisiert wurden. Es zeigte sich, dass lediglich ein Teil der vorhandenen Streaks durch das Vorhandensein von Wirbelstrukturen erklärt werden konnte. Im weiteren Verlauf des Kapitels wurde ein Mechanismus skizziert, der die Dämpfung und Anfachung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in der mitläufigen und gegenläufigen Strömung erklärt. Die so formulierte Arbeitshypothese geht davon aus, dass die Strömungsstrukturen in Wandnähe entsprechend ihres Ursprungs unterschiedliche Temperaturen haben: In der mitläufigen Strömung tragen Strukturen, die von der beheizten Wand stammen, Fluid mit einer höheren Temperatur als Strukturen, die aus der Kanalmitte kommen. In der gegenläufigen Strömung transportieren umgekehrt Strukturen, die an der gekühlten Wand entstehen, Fluid mit niedrigerer Temperatur als Strukturen, die hier aus der Kanalmitte kommen. Durch die Auftriebskräfte werden wärmere Strukturen beschleunigt und kältere abgebremst, was so zu verringerten Relativgeschwindigkeiten zwischen den unterschiedlichen Strukturen in der mitläufigen Strömung und erhöhten Relativgeschwindigkeiten in der gegenläufigen Strömung führt.

In der statistischen Auswertung der Strömungsfelder zeigte sich, dass die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen in der mitläufigen Strömung trotz der lokal höheren Schubspannungs-Reynolds-Zahl niedriger sind als in der gegenläufigen Strömung und sogar niedriger als die in der isothermen Strömung. In der gegenläufigen Strömung dagegen sind die turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen erhöht. Das gleiche Bild zeigt sich ebenso für die Druck- und Scherfluktuationen, lediglich die Temperaturfluktuationen weisen ein umgekehrtes Verhalten auf.

Eine Untersuchung der physikalischen Prozesse hinter den Quellen und Senken turbulenter Fluktuationsenergie für die Geschwindigkeitskomponenten und die Reynoldsschen Schubspannungen mit Hilfe ihrer Bilanzgleichungen konnte Details zu den beteiligten Transportprozessen klären. Im Speziellen wurde die verringerte und erhöhte Umverteilung von turbulenter kinetischer Energie durch die Druck-Scher-Korrelation als hauptsächlicher Mechanismus für die Dämpfung und Anfachung der turbulenten Fluktuationen benannt. Die verringerte und erhöhte Umverteilung von turbulenter kinetischer Energie resultiert aus den verringerten bzw. erhöhten lokalen Scherfluktuationen durch die Abbremsung und Beschleunigung der turbulenten Strömungsstrukturen. In der mitläufigen Strömung wird durch die verringerte Umverteilung von turbulenter Fluktuationsenergie von der Strömungs- in die wandnormale Richtung die Energie der Reynoldsschen Schubspannungen verringert, die allerdings als Teil des Produktionsterms die maßgebliche Quelle für die Fluktuationen der Strömungsrichtung darstellt. In der gegenläufigen Strömung führt dieser Prozess dann umgekehrt insgesamt zu höheren Geschwindigkeitsfluktuationen.

Weiterhin wurden die Längen und Breiten der turbulenten Strömungsstrukturen mittels Autokorrelationsfunktionen und vormultiplizierter Spektren vermessen. Die Strukturen in der mit- und gegenläufigen Strömung unterscheiden sich zwar in ihrer Länge, weisen allerdings gleiche Breiten auf. Die Längen der Strukturen stimmen mit den aus der Literatur bekannten Werten gut überein. Die Ähnlichkeit zwischen den Strukturgrößen des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes in der mitläufigen Strömung bestärkt die Arbeitshypothese dahingehend, dass beide Felder dort gut korrelieren und somit die Beschleunigungs- und Abbremsseffekte durch die Auftriebskräfte einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung der Strömung haben. In der gegenläufigen Strömung korrelieren die beiden Felder weniger gut, was ebenso wie die dort verringerten Temperaturfluktuationen auf eine bessere Durchmischung des Fluids hindeutet.

Mit einer Auswertung bedingter statistischer Profile konnte schließlich gezeigt werden, dass die Beschleunigung und Abbremsung von Strömungsstrukturen in der mitläufigen Strömung eindeutig stattfindet, in der gegenläufigen Strömung aufgrund der starken Turbulenz nicht deutlich erkennbar ist. Die anfänglich vorgestellte Arbeitshypothese konnte bestätigt werden.

6.1.2 *Mischkonvektionsströmung in der belüfteten Zelle*

Die Untersuchung der Strömung in der belüfteten Mischkonvektionszelle wurde durch Direkte Numerische Simulation mit einem Finite-Volumen-Verfahren durchgeführt. Die implementierten Interpolationsverfahren sind die gleichen, die für

die Simulationen im vertikalen Kanal verwendet wurden, der Drucklöser basiert jedoch auf Trennung der Variablen und der Einflussmatrix-Technik zur Lösung der Poisson-Gleichung. Für einen Vergleich der DNS-Daten mit experimentell ermittelten Geschwindigkeitsfeldern, die durch stereoskopische und tomographische Particle Image Velocimetry gemessen wurden, ist eine Simulation mit einer Reynolds-Zahl $Re = 8300$, einer Grashof-Zahl $Gr = 2,31 \cdot 10^8$ und einer Prandtl-Zahl $Pr = 0,71$ durchgeführt worden.

In der Auswertung der Simulationen wurde zunächst gezeigt, dass die Temperatur innerhalb der Zelle im Rahmen der experimentell ermittelten Schwankungen liegt und somit die Wärmebilanz erfüllt ist. Die Betrachtung des mittleren Strömungsverhaltens zeigte, dass die Strömung in der Zelle in Form der bekannten erzwungenen und thermischen Konvektionsrollen vorliegt und die erwartete Größe und Anzahl dieser Rollen aufweist. Weiterhin sind durch die feine räumliche Auflösung des numerischen Gitters auch kleinskalige Wirbelstrukturen in den Ecken der Zelle vorhanden, die bisher in experimentellen Untersuchungen nur andeutungsweise erkannt werden konnten. Die Analyse der Wandschubspannungen an der Decken- und Bodenplatte zeigte, dass die Ablösungsbereiche des Einlassstrahl und der thermischen Plumes mit den Formen der beobachteten Rollenstrukturen übereinstimmen und somit die interne Konsistenz des Simulationsverfahrens bestätigen.

Im Vergleich zwischen den numerisch ermittelten Geschwindigkeitsfeldern und den mittels tomographischer PIV gemessenen Geschwindigkeitsfeldern zeigte, dass die mittleren Strömungsstrukturen sehr ähnlich sind. Alle markanten Merkmale der durch eine Isokonturfläche des mittleren Geschwindigkeitsbetrages dargestellten Konvektionsrolle in einem Ausschnitt der Konvektionszelle waren in den Ergebnissen der numerischen Simulation ebenso erkennbar wie in den experimentellen Ergebnissen. Die Topologie des Strömungsfeldes wird durch die DNS also gut abgebildet. Ein qualitativer Vergleich der numerisch ermittelten Geschwindigkeitsfelder in Schnittebenen, die experimentell mit stereoskopischer PIV gemessen wurden, zeigte eine sehr gute Übereinstimmung der Geschwindigkeitsfelder. Die quantitative Auswertung dieses Vergleichs anhand von ausgewählten mittleren Geschwindigkeitsprofilen zeigte darüber hinaus, dass die Geschwindigkeiten der DNS, die über einen 60-fach kürzeren Zeitraum als die mittels PIV gemessenen Geschwindigkeiten gemittelt wurden, größtenteils innerhalb einer Umgebung von $\pm\sigma$ um die Referenzprofile der PIV schwanken. Abgesehen von erkläraren Abweichungen bewegt sich die Geschwindigkeitsdifferenz immer in einem Bereich von $\pm 2\sigma$. Der Vergleich zwischen den Simulationsdaten und den experimentellen Daten hat gezeigt, dass die Simulation mit `flowsi` die Strömung in der Mischkonvektionszelle sehr gut vorhersagt.

6.2 SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die eingangs gestellten Forschungsfragen lassen sich anhand der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse beantworten.

- Wie lässt sich der Einfluss der thermischen Auftriebskräfte auf die vertikale Kanalströmung phänomenologisch beschreiben?

In den Darstellungen der instantanen fluktuierenden Geschwindigkeits- und Temperaturfelder zeigt sich ein deutlicher visueller Unterschied in der Form und Größe der turbulenten Strukturen, die in der mitläufigen Strömung wesentlich glatter und geordneter erscheinen als in der gegenläufigen Strömung. Weiterhin lässt sich in den ersten statistischen Momenten der Geschwindigkeits- und Temperaturfelder feststellen, dass die mittlere Geschwindigkeit der Strömung in der Nähe der beheizten Wand höher und in der Nähe der gekühlten Wand niedriger ist als in einer isothermen Strömung mit gleicher Bulk-Reynolds-Zahl und dass eine Verschiebung des mittleren Temperaturprofils hin zur beheizten Wand stattfindet. Aus dieser Veränderung der Geschwindigkeiten ergibt sich eine höhere lokale Schubspannungs-Reynolds-Zahl in der mitläufigen Strömung und eine niedrigere in der gegenläufigen Strömung. Die Werte der Schubspannungs-Reynolds-Zahlen steigen in der mitläufigen Strömung mit zunehmender Grashof-Zahl an und nehmen in der gegenläufigen Strömung ab. In den zweiten statistischen Momenten der turbulenten Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen zeigt sich eine Überhöhung der Werte in der gegenläufigen Strömung und eine Verringerung der Werte in der mitläufigen Strömung. Diese Auswirkungen erscheinen auf den ersten Blick kontraintuitiv, weil man mit einer höheren lokalen Schubspannungs-Reynolds-Zahl in der mitläufigen Strömung klassischerweise höhere Werte der turbulenten Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen und dementsprechend auch niedrigere Werte in der gegenläufigen Strömung erwarten würde. Die Fluktuationen der Temperatur zeigen dagegen ein umgekehrtes Bild mit erhöhten Fluktuationen in der mitläufigen und verringerten Fluktuationen in der gegenläufigen Strömung. Die Darstellung der instantanen Visualisierungen und statistischen Momente der Geschwindigkeitskomponenten hängt stark von der Referenzgröße für die Entdimensionalisierung ab. So sind die beobachteten Effekte am stärksten sichtbar, wenn die lokale Schubspannungs-Geschwindigkeit als Referenzgröße für die Normierung verwendet wird, während die Darstellung mit der Bulk-Geschwindigkeit die beschriebenen Unterschiede nicht so deutlich werden lässt. In einer spektralen Darstellung der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen erkennt man weiterhin, dass sich die Veränderung der Werte nicht auf einzelne Wellenzahlen, sondern das gesamte Spektrum der turbulenten Fluktuationen auswirkt. Die Auswirkungen der Auftriebseffekte sind also nicht nur auf Strömungsstrukturen einer bestimmten Größe begrenzt, sondern umfassen alle Strukturen, die in der Strömung auftreten und in der Simulation aufgelöst werden. Es wird ebenso ersichtlich, dass die Größe der energetisch dominanten Strukturen von ihrer Lage im Strömungsfeld und der Grashof-Zahl abhängig ist.

- Wie wirkt sich die Auftriebskraft auf die Produktion, Umverteilung und Dissipation von turbulenter Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Strömung aus?

Die Produktion, Dissipation und Umverteilung turbulenter Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen wurde in der Auswertung der Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors untersucht. Für die Analyse des

Produktionsterms wurden seine beiden Komponenten, also die mittlere Scherrate und die Reynoldsschen Schubspannungen, herangezogen. Während in der Literatur vermutet wurde, dass die Produktion der turbulenten Energie der Geschwindigkeitsfluktuationen durch die auftriebsinduzierte Veränderung der mittleren Scherrate modifiziert wird, konnte in der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, dass die Scherrate nur einen geringen Einfluss auf die Erhöhung oder Verringerung des Produktionsterms hat. Der hauptsächliche Beitrag zur Abnahme der Produktionsrate turbulenter Fluktuationsenergie in der mitläufigen Strömung und ihrer Zunahme in der gegenläufigen Strömung stammt von den Reynoldsschen Schubspannungen. Diese sind als statistischer Fußabdruck des Impulstransportes in Strömungsrichtung und wandnormaler Richtung zu verstehen und hängen mit den Sweeps und Ejections durch großskalige Strömungsstrukturen zusammen. Da die Produktion turbulenter Fluktuationsenergie im Strömungsfeld in der Strömungsrichtung stattfindet und dann in die anderen beiden Richtungen umverteilt wird, bilden die Reynoldsschen Schubspannungen daher einen Kreislauf im Austausch der turbulenten Fluktuationsenergie. Als Kombination der Fluktuationsenergie in den Geschwindigkeitskomponenten der wandnormalen und Strömungsrichtung kann ihre Stärke über den Umverteilungsmechanismus von Energie in die Geschwindigkeitsfluktuationen der wandnormalen Richtung verändert werden, was in der vorliegenden Arbeit als Ursache für ihre Reduktion bestimmt wurde. In der Analyse des Umverteilungsprozesses der turbulenten Fluktuationsenergie konnte durch die Druck-Scher-Korrelation gezeigt werden, dass die Relativgeschwindigkeit zwischen großskaligen Strömungsstrukturen, hier speziell den Streaks in der Nähe der Wände, einen maßgeblichen Einfluss auf die Stärke der Umverteilung hat. Die Relativgeschwindigkeit zwischen den Strömungsstrukturen wird wiederum von ihrer jeweiligen Temperatur beeinflusst, da warme Strukturen durch die Auftriebskräfte beschleunigt und kalte Strukturen abgebremst werden. Streaks, die aus Ejections in der mitläufigen Strömung entstehen, transportieren Fluid mit höherer Temperatur als Streaks, die dort aus Sweeps entstehen, sodass die Relativgeschwindigkeit zwischen ihnen in der mitläufigen Strömung reduziert wird. Umgekehrt erhöht sich die Relativgeschwindigkeit zwischen den Streaks in der gegenläufigen Strömung. In der Folge treten in der mitläufigen Strömung geringere lokale Scherfluktuationen auf als in der gegenläufigen, was sich in Kombination mit den verringerten und erhöhten Druckfluktuationen direkt auf die Umverteilung der turbulenten Fluktuationsenergie in die wandnormale Geschwindigkeitskomponente auswirkt. Die vorher beschriebene Verringerung der Reynoldsschen Schubspannungen in der mitläufigen Strömung ist daher eine direkte Folge der verringerten Umverteilung turbulenter Fluktuationsenergie in die wandnormale Geschwindigkeitskomponente und führt als Rückkopplungseffekt auch zu einer verringerten Produktion von turbulenter Fluktuationsenergie. Umgekehrt führt die erhöhte Umverteilung von turbulenter Fluktuationsenergie in der gegenläufigen Strömung zu einer Erhöhung der Reynoldsschen Schubspannungen und somit auch zu einer Erhöhung der Produktion von turbulenter Fluktuationsenergie. Die-

ser Prozess befindet sich in einer statistisch stationären Strömung dann im Gleichgewicht. Durch die so verringerten und erhöhten Fluktuationen bildet sich dann entsprechen auch eine verringerte und erhöhte Dissipation in der mit- und gegenläufigen Strömung aus, da sie sich aus dem Quadrat der lokalen fluktuierenden Geschwindigkeitsgradienten ergibt.

- In welchem Maße verändern sich Ausdehnungen und Abstände der turbulenten Strömungsstrukturen in der Nähe der Wände?

Die Ausdehnungen und Abstände der turbulenten Strömungsstrukturen wurden mittels dreidimensionaler Zweipunktkorrelationen und durch vormultiplizierte Spektren der Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen bestimmt. Mit ersterer Methode lässt sich die Größe von Bereichen gleichen oder ähnlichen Impulsgehaltes berechnen, mit zweiterer Methode werden die Längen und Breiten energetisch dominanter Strömungsstrukturen berechnet. Während die Analyse der Zweipunktkorrelationen die Längen und Breiten der Strukturen über ein arbiträr festgelegtes Schwellwertkriterium ermittelt, misst man die Längen und Breiten der energetisch dominanten Strukturen anhand des auftretenden Maximalwertes in den vormultiplizierten Spektren. Damit sind beide Methoden zwar objektiv, die Spektralanalyse lässt allerdings keinen Spielraum bei der Interpretation der Ergebnisse hinsichtlich der energetisch dominanten Strukturgrößen. Beide Methoden zeigen, dass die turbulenten Strömungsstrukturen in der mitläufigen Strömung gegenüber der gegenläufigen Strömung und einer isothermen Vergleichsströmung länger sind, während die Strukturen in der gegenläufigen Strömung kürzer sind. Die berechneten Längen der Strukturen in den Geschwindigkeitsfluktuationen der Strömungsrichtung stimmen mit den in der Literatur beschriebenen Werten gut überein. Die Breite der Strukturen ist für beide Methoden über alle betrachteten Strömungsfälle konstant und wird nicht von den Auftriebskräften beeinflusst.

- Welche Beiträge leisten die langsamen und schnellen Strömungsstrukturen zur Reduktion und Erhöhung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen?

Die Beiträge der langsamen und schnellen Strömungsstrukturen zur Erhöhung und Verringerung der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen wurden mittels bedingter Statistik quantifiziert. Dazu wurden die schnellen Fluidbereiche in der mitläufigen Strömung durch negative Werte der Temperaturfluktuationen und die langsamen Bereiche durch positive Werte der Temperaturfluktuationen identifiziert. In der gegenläufigen Strömung wurden umgekehrt schnelle Bereiche mit positiven Werten der Temperaturfluktuationen und langsame Bereiche mit negativen Werten der Temperaturfluktuationen identifiziert. Es zeigte sich, dass die langsamen Strömungsstrukturen in der mitläufigen Strömung einen leicht höheren Beitrag zu den turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen der Strömungsrichtung leisten als die schnellen Strömungsstrukturen. Über steigende Grashof-Zahl bleibt dieses Verhältnis gleich, auch wenn die Werte insgesamt abnehmen. In der gegenläufigen Strömung ist dieses Verhältnis dagegen von der Grashof-Zahl abhängig, sodass

in isothermer Strömung ebenfalls die langsamen Strukturen einen höheren Beitrag zu den turbulenten Geschwindigkeitsfluktuationen liefern. Mit steigender Grashof-Zahl kehrt sich das Verhältnis allerdings um, sodass dann die schnellen Strukturen einen höheren Beitrag leisten als die langsamen, während die Werte mit der Grashof-Zahl insgesamt ansteigen. Weiterhin wird ersichtlich, dass die schnellen Strukturen ihren maximalen Beitrag zu den Geschwindigkeitsfluktuationen näher an der Wand liefern als die langsamen. Es findet also insgesamt eine Interaktion dieser Strukturen in Abhängigkeit ihres Wandabstandes statt. Dieses Verhalten wird von der Analyse der bedingten rms-Werte für die wandnormale Geschwindigkeitskomponente bestätigt, in der sich zeigte, dass die langsamen Strukturen jeweils in der mit- und gegenläufigen Strömung einen höheren Beitrag zu den turbulenten Fluktuationen der wandnormalen Geschwindigkeitskomponente liefern.

- Welcher physikalische Mechanismus ist für die bereits in der Literatur beobachtete Reduktion und Erhöhung der turbulenten Geschwindigkeits- und Temperaturfluktuationen verantwortlich und wie lässt sich dieser formulieren?

Aus der Beantwortung der vorangegangenen Forschungsfragen ergibt sich der für die Verringerung und Erhöhung der turbulenten Geschwindigkeits-, Druck-, und Temperaturfluktuationen verantwortliche Mechanismus direkt. Die Reduktion der Relativgeschwindigkeiten in Strömungsrichtung zwischen den Strömungsstrukturen führt in der mitläufigen Strömung zu einer verringerten Umverteilung von turbulenter Fluktuationsenergie in die wandnormale Richtung und Querströmungsrichtung und somit zu einer verringerten Produktion von turbulenter Fluktuationsenergie. Umgekehrt führt die Erhöhung der Relativgeschwindigkeiten zwischen den Strömungsstrukturen in der gegenläufigen Strömung zu erhöhter Umverteilung und damit zu erhöhter Produktion von turbulenter Fluktuationsenergie. Diese Prozesse befinden sich in einer ausgebildeten, statistisch stationären turbulenten Strömung im Gleichgewicht und weisen die verringerten und erhöhten turbulenten Geschwindigkeits- und Druckfluktuationen auf, die sich in den statistischen Momenten widerspiegeln. Die Produktion und Umverteilung der Energie lassen sich als Kreislauf verstehen, der durch die Bilanzgleichungen des Reynoldsschen Spannungstensors mathematisch beschrieben wird. Die gefundene Beschreibung des Mechanismus erweitert das Verständnis turbulenter Strömungen dahingehend, dass in der vorliegenden Arbeit die Modifikation der Scherschichten zwischen den Strömungsstrukturen durch die thermischen Auftriebskräfte als hauptsächliche Ursache der beobachteten Auftriebseffekte auf die Strömung ausgemacht werden konnte.

- Wie gut stimmen die Ergebnisse aus den numerischen Simulationen der belüfteten Mischkonvektionszelle in dieser Arbeit mit Ergebnissen aus experimentellen Untersuchungen überein?

Im Rahmen des Vergleichs zwischen numerischen und experimentellen Ergebnissen konnte gezeigt werden, dass `flowsi` sehr gut dazu geeignet ist, hochaufgelöste Simulationen von thermischer Mischkonvektion durchzuführen.

ren. Die Übereinstimmung zwischen den Geschwindigkeiten, die in Simulation und Experiment ermittelt wurden liegt in einem statistisch sinnvollen Bereich, der durch die zweifache Standardabweichung des experimentell ermittelten Geschwindigkeitsfeldes begrenzt wird. Die Plausibilität der numerischen Ergebnisse konnte gezeigt werden, auch wenn eine rigorose Validierung der Daten nicht erzielt werden konnte. Dafür wäre es nötig, numerische Simulationen in einem weiteren Parameterbereich durchzuführen, der dann durch experimentelle Untersuchungen der Strömung in diesem Bereich ergänzt wird, sodass bei entsprechender Fehlerabschätzung für die experimentellen Werte eine Validierung der numerischen Daten erfolgen kann.

- Welche Erkenntnisse können aus den Simulationsergebnissen der Mischkonvektionszelle in die Erklärung des Strömungsverhaltens übertragen werden?

Durch die Direkte Numerische Simulation der Strömung in der belüfteten Zelle können räumlich hoch aufgelöste Geschwindigkeits- und Temperaturfelder berechnet werden, die allerdings dann aufgrund des hohen Rechenaufwandes nur über einen begrenzten Zeitraum vorliegen können. Im Vergleich dazu können experimentelle Messungen am realen System über einen wesentlichen längeren Zeitraum durchgeführt werden, liegen allerdings im Normalfall mit einer wesentlich geringeren räumlichen Auflösung und nur für Teile des Gesamtsystems vor. Gerade die Strömung in Wandnähe kann durch Messungen nur schlecht bis gar nicht erfasst werden, sodass die DNS-Daten in diesem Bereich und ebenso für die Analyse kleiner Strömungsstrukturen genutzt werden kann. Die Beantwortung von Fragestellungen, die Informationen über genau diese Bereiche in der Strömung erfordern, kann daher durch eine Kombination von Erkenntnissen aus der numerischen und experimentellen Betrachtung ermöglicht werden. Aufgrund des bereits erwähnten hohen Rechenaufwandes für die DNS kann so allerdings nur für genau bestimmte Parameter eine Simulation durchgeführt werden, sodass es sinnvoll erscheint, die aus der DNS gewonnenen Erkenntnisse für die Entwicklung von Turbulenzmodellen zu verwenden. Mit entsprechenden Modellen können dann Large-Eddy-Simulationen durchgeführt werden, die Informationen über die großskaligen Strömungsstrukturen im gesamten Rechengebiet bei wesentlich geringerem Rechenaufwand als eine DNS liefern können.

LITERATUR

- [1] G. Ahlers, S. Grossmann und D. Lohse. "Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In: *Reviews of modern physics* 81.2 (2009), S. 503.
- [2] T. Aicher und H. Martin. "New correlations for mixed turbulent natural and forced convection heat transfer in vertical tubes". In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 40.15 (1997), S. 3617–3626.
- [3] W. Aung und G. Worku. "Developing Flow and Flow Reversal in a Vertical Channel With Asymmetric Wall Temperatures". In: *Journal of Heat Transfer* 108.2 (Mai 1986), S. 299.
- [4] W. Aung und G. Worku. "Theory of Fully Developed, Combined Convection Including Flow Reversal". In: *Journal of Heat Transfer* 108.2 (1986), S. 485.
- [5] J. H. Bae, J. Y. Yoo, H. Choi und D. M. McEligot. "Effects of large density variation on strongly heated internal air flows". In: *Physics of Fluids* 18.7 (2006), S. 1–25.
- [6] A. Barletta und E. Zanchini. "On the choice of the reference temperature for fully- developed mixed convection in a vertical channel". In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (1999), S. 3169–3181.
- [7] G. K. Batchelor. "Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid Part 1. General discussion and the case of small conductivity". In: *Journal of Fluid Mechanics* 5.1 (1959), S. 113–133.
- [8] C. Bauer. *Private Kommunikation*.
- [9] A. Boulemtafes-Boukadoum und A. Benzaoui. "CFD based analysis of heat transfer enhancement in solar air heater provided with transverse rectangular ribs". In: *Energy Procedia* 50 (2014), S. 761–772.
- [10] G. P. Celataa, F. Dannibale, A. Chiaradia und M. Cumo. "Upflow turbulent mixed convection heat transfer in vertical pipes". In: *International journal of heat and mass transfer* 41.24 (1998), S. 4037–4054.
- [11] C.-H. Cheng, H.-S. Kou, W.-H. Huang, S.-Y. Tan und C. E. Lan. "Flow reversal and heat transfer of fully developed mixed convection in vertical channels". In: *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 4.3 (1990), S. 375–383.
- [12] F. Chillà und J. Schumacher. "New perspectives in turbulent Rayleigh-Bénard convection". In: *The European Physical Journal E* 35.7 (2012), S. 1–25.
- [13] A. J. Chorin. "Numerical solution of the Navier-Stokes equations". In: *Mathematics of Computation* 22 (1968), S. 745–762.
- [14] T. Czarnota und C. Wagner. "Turbulent convection and thermal radiation in a cuboidal Rayleigh-Bénard cell with conductive plates". In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 57 (Feb. 2016), S. 150–172.

- [15] T. Czarnota. "Interactions between turbulent convection and thermal radiation in direct numerical simulations". Diss. Technische Universität Ilmenau, Mai 2016.
- [16] T. Czarnota und C. Wagner. "DIRECT NUMERICAL SIMULATIONS OF THE TURBULENT CONVECTION AND THERMAL RADIATION IN A RAYLEIGH-BENARD CELL". In: *elib.dlr.de* 1997 (2009), S. 1–6.
- [17] L. Davidson, D. Cuturic und S.-H. Peng. "DNS in a Plane Vertical Channel With and Without Buoyancy". In: *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4*. Hrsg. von K. Hanjalic, Y. Nagano und M. Tummers. Begell House, Inc., 2003, S. 401–408.
- [18] A. Fabregat, J. Pallares, A. Vernet, I. Cuesta, J. a. Ferré und F. X. Grau. "Identification of near-wall flow structures producing large wall transfer rates in turbulent mixed convection channel flow". In: *Computers and Fluids* 39.1 (2010), S. 15–24.
- [19] D. Feldmann. "Eine numerische Studie zur turbulenten Bewegungsform in der oszillierenden Rohrströmung". Diss. Technische Universität Ilmenau, Dez. 2015.
- [20] D. Feldmann und C. Wagner. "Direct numerical simulation of fully developed turbulent and oscillatory pipe flows at $Re_\tau = 1440$ ". In: *Journal of Turbulence* 13.32 (2012), S. 1–28.
- [21] M. P. I. Forum. *MPI : A Message-Passing Interface Standard*. "Message Passing Interface Forum", 2015.
- [22] S. Gao, Z. Yang und P. R. Voke. *Balance Equations in Finite-Volume Large Eddy Simulations*. Techn. Ber. Guildford GU2 5XH, United Kingdom: University of Surrey, Dept. of Mechanical Engineering, Sep. 1994.
- [23] Y. Gao und C. Liu. "Vortex and comparison with eigenvalue-based vortex identification criteria". In: *Physics of Fluids* 30.8 (2018), S. 085107.
- [24] G. Günther, J. Bosbach, J. Pennecot, C. Wagner, T. Lerche und I. Gores. "Experimental and numerical simulations of idealized aircraft cabin flows". In: *Aerospace Science and Technology* 10.7 (2006), S. 563–573.
- [25] S. Habchi und S. Acharya. "Laminar Mixed Convection in a Symmetrically or Asymmetrically Heated Vertical Channel". In: *Numerical Heat Transfer* 9.5 (1986), S. 605–618.
- [26] G. Haller. "An objective definition of a vortex". In: *Journal of Fluid Mechanics* 525 (2005), S. 1–26.
- [27] T. Hamadah und R. Wirtz. "Analysis of Laminar Fully Developed Mixed Convection in a Vertical Channel With Opposing Buoyancy". In: *Journal of Heat Transfer* 113 (1991), S. 507–510.
- [28] S. He, K. He und M. Seddighi. "Laminarisation of flow at low Reynolds number due to streamwise body force". In: *Journal of Fluid Mechanics* 809 (Nov. 2016), S. 31–71.
- [29] H. Herwig. *Strömungsmechanik*. 1. Aufl. Wiesbaden: Vieweg + Teubner Verlag, 2008, S. 234.

- [30] H. Herwig und C. H. Kautz. *Technische Thermodynamik*. Pearson Studium, 2007.
- [31] S. Horn, O. Shishkina und C. Wagner. "On non-Oberbeck-Boussinesq effects in three-dimensional Rayleigh-Benard convection in glycerol". In: *Journal of Fluid Mechanics* 724 (2013), S. 175–202.
- [32] S. Horn. "Rotation and non-Oberbeck-Boussinesq effects in turbulent Rayleigh-Benard convection". Diss. Georg-August-Universität Göttingen, 2014.
- [33] S. Horn und O. Shishkina. "Rotating non-Oberbeck-Boussinesq Rayleigh-Benard convection in water". In: *Physics of Fluids* 26.5 (2014).
- [34] F. Hussain. "Coherent Structures - reality and myth". In: *Physics of Fluids* 26.10 (Okt. 1983), S. 2816–2850.
- [35] J. D. Jackson, M. A. Cotton und B. P. Axcell. "Studies of mixed convection in vertical tubes". In: *International journal of heat and fluid flow* 10.1 (1989), S. 2–15.
- [36] J. D. Jackson und W. B. Hall. "Forced convection heat transfer to fluids at supercritical pressure". In: *Turbulent forced convection in channels and bundles* 2 (1979), S. 563–611.
- [37] J. Jeong und F. Hussain. "On the identification of a vortex". In: *Journal of fluid mechanics* 285 (1995), S. 69–94.
- [38] J. Jimenez. "Near-wall Turbulence". In: *Physics of Fluids* 25.101302 (Okt. 2013), S. 29.
- [39] M. Kaczorowski, A. Shishkin, O. Shishkina und C. Wagner. "Development of a Numerical Procedure for Direct Simulations of Turbulent Convection in a Closed Rectangular Cell". In: *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VI*. Hrsg. von C. Tropea, S. Jakirlic, H. Heinemann, R. Henke und H. Hönlinger. New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VI. Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design (NNFM). 96: Springer, Berlin, Heidelberg, 2007, S. 381–388.
- [40] M. Kaczorowski und C. Wagner. "Analysis of the thermal plumes in turbulent Rayleigh-Bénard convection based on well-resolved numerical simulations". In: *Journal of Fluid Mechanics* 618 (2009), S. 89–112.
- [41] M. Kaczorowski. "Untersuchung turbulenter thermischer Konvektion in kartesischen Geometrien mittels DNS und LES". Diss. Technische Universität Ilmenau, 2009.
- [42] N. Kasagi, Y. Sumitani, Y. Suzuki und O. Iida. "Kinematics of the quasi-coherent vortical structure in near-wall turbulence". In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 16 (1995), S. 2–10.
- [43] N. Kasagi und M. Nishimura. "Direct numerical simulation of combined forced and natural turbulent convection in a vertical plane channel". In: *International Journal of Heat and Fluid Flow* 96 (1997).
- [44] J. Kim, P. Moin und R. Moser. "Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number". In: *Journal of Fluid Mechanics* 177 (1987), S. 133–166.

- [45] W. S. Kim, S. He und J. D. Jackson. "Assessment by comparison with DNS data of turbulence models used in simulations of mixed convection". In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51.5-6 (2008), S. 1293–1312.
- [46] P. Klebanoff. "Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient". In: *NACA Technical Notes* (1954).
- [47] S. Kline, W. Reynolds, F. Schraub und P. Runstadler. "The structure of turbulent boundary layers". In: *Journal of Fluid Mechancis* 30.4 (März 1967), S. 741–773.
- [48] A. N. Kolmogorov. "Dissipation of energy in locally isotropic turbulence". In: *Dokl. Akad. Nauk SSSR*. Bd. 32. 1. 1941, S. 16–18.
- [49] M. Kühn, J. Bosbach und C. Wagner. "Experimental parametric study of forced and mixed convection in a passenger aircraft cabin mock-up". In: *Building and Environment* 44.5 (2009), S. 961–970.
- [50] J. Kühnen, D. Scarselli, M. Schaner und B. Hof. "Relaminarization by steady modification of the streamwise velocity profile in a pipe". In: (5. Feb. 2018).
- [51] B. E. Launder, W. C. Reynolds und W. Rodi. "Turbulence models and their applications. Volume 2 Second-moment closure: Methodology and practice". In: *Paris* (1984).
- [52] J. Lee. "The flow structure under mixed convection in a uniformly heated vertical pipe". Magisterarb. Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [53] C. Liu, Y. Gao, S. Tian und X. Dong. "Rortex—A new vortex vector definition and vorticity tensor and vector decompositions". In: *Physics of Fluids* 30.3 (2018), S. 035103.
- [54] D. Liu und H. Gu. "Mixed convection heat transfer in a 5x5 rod bundles". In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 113 (2017), S. 914–921.
- [55] D. Lohse und K.-Q. Xia. "Small-scale properties of turbulent Rayleigh-Bénard convection". In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 42 (2010).
- [56] S. S. Lu und W. W. Willmarth. "Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer". In: *Journal of Fluid Mechanics* 60.3 (1973), S. 481–511.
- [57] S. Lyons, T. Hanratty und J. McLaughlin. "Turbulence-Producing Eddies in the Viscous Wall Region". In: *American Institute of Chemical Engineers Journal* 35.12 (1989), S. 1962–1974.
- [58] N. N. Mansour, J. Kim und P. Moin. "Reynolds-stress and dissipation-rate budgets in a turbulent channel flow". In: *Journal of Fluid Mechanics* 194.-1 (Sep. 1988), S. 15.
- [59] B. Metais. "Criteria for mixed convection". In: *University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota* (1963), S. 49.
- [60] B. Metais und E. R. G. Eckert. "Forced, Mixed, and Free Convection Regimes". In: *Journal of Heat Transfer* 86.2 (Mai 1964), S. 295–296.
- [61] M. Mommert. *Private Korrespondenz*.

- [62] R. Narasimha und K. R. Sreenivasan. *Relaminarization of fluid flows*. 1979.
- [63] C. L. M. H. Navier. "Sur les Lois des Mouvement des Fluides, en Ayant Egard a L'adhesion des Molecules". In: *Ann. Chim. Paris* 19 (1821), S. 244–260.
- [64] B. S. Petukhov, A. F. Polyakov und B. E. Launder. *Heat transfer in turbulent mixed convection*. Hemisphere Pub. Corp., 1988.
- [65] B. Podvin und A. Sergent. "Proper orthogonal decomposition investigation of turbulent Rayleigh-Bénard convection in a rectangular cavity". In: *Physics of Fluids* 24.10 (2012), S. 105106.
- [66] S. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge, 2000.
- [67] M. Quadrio, B. Frohnapfel und Y. Hasegawa. "Does the choice of the forcing term affect flow statistics in DNS of turbulent channel flow?" In: *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 55, Part 2 (2016), S. 286–293.
- [68] W. Rybinski und J. Mikielwicz. "Analytical Solutions of heat transfer for Laminar flow in rectangular channels". In: *archives of thermodynamics* 35.4 (2014), S. 29–42.
- [69] S. Saha, M. N. Hasan und I. A. Khan. "Double diffusive mixed convection heat transfer inside a vented square cavity". In: *Chemical Engineering Research Bulletin* 13.1 (2009), S. 17–24.
- [70] S. Saha, G. Saha, M. Ali und M. Q. Islam. "Combined free and forced convection inside a two-dimensional multiple ventilated rectangular enclosure". In: *ARPJ Journal of Engineering and Applied Sciences* 1.3 (2006), S. 23–35.
- [71] D. Schmeling, J. Bosbach und C. Wagner. "Measurements of the dynamics of thermal plumes in turbulent mixed convection based on combined PIT and PIV". In: *Experiments in Fluids* 56.6 (2015), S. 1–20.
- [72] D. Schmeling, J. Bosbach und C. Wagner. "Oscillations of the large-scale circulation in turbulent mixed convection in a closed rectangular cavity". In: *Experiments in fluids* 54.5 (2013), S. 1–15.
- [73] D. Schmeling, A. Westhoff, M. Kühn, J. Bosbach und C. Wagner. "Large-scale flow structures and heat transport of turbulent forced and mixed convection in a closed rectangular cavity". In: *International journal of heat and fluid flow* 32.5 (2011), S. 889–900.
- [74] L. Schmitt und R. Friedrich. *Numerische Simulation turbulenter Grenzschichten (Large-Eddy-Simulation)*. Techn. Ber. München: Technische Universität München, 1982, S. 190.
- [75] U. Schumann und J. Benner. "Direct Solution of the Discretized Poisson-Neumann Problem on a Domain Composed of Rectangles". In: *Journal of Computational Physics* 46 (1982), S. 1–14.
- [76] U. Schumann, G. Grötzbach und L. Kleiser. *Direct Numerical Simulation of Turbulence*. Techn. Ber. 1979, S. 140.
- [77] U. Schumann und R. A. Sweet. "Direct poisson equation solver for potential and pressure fields on a staggered grid with obstacles". In: Springer, 1976, S. 398–403.

- [78] U. Schumann und R. A. Sweet. "A direct method for the solution of Poisson's equation with Neumann boundary conditions on a staggered grid of arbitrary size". In: *Journal of Computational Physics* 20.2 (1976), S. 171–182.
- [79] U. Schumann. "Ein Verfahren zur direkten numerischen Simulation turbulenter Strömungen in Platten- und Ringspaltkanälen und über seine Anwendung zur Untersuchung von Turbulenzmodellen". Diss. Universität Karlsruhe (TH), 1973.
- [80] A. Sergent und P. Le Quéré. "Long time evolution of large-scale patterns in a rectangular Rayleigh-Bénard cell". In: *Journal of Physics: Conference Series*. Bd. 318. 8. IOP Publishing. 2011, S. 082010.
- [81] O. Shishkina, A. Shishkin und C. Wagner. "Simulation of turbulent thermal convection in complicated domains". In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 226.2 (2009), S. 336–344.
- [82] O. Shishkina und C. Wagner. "A fourth order accurate finite volume scheme for numerical simulations of turbulent Rayleigh-Benard convection in cylindrical containers". In: *Comptes Rendus Mecanique* 333 (2005), S. 17–28.
- [83] O. Shishkina und C. Wagner. "A fourth order finite volume scheme for turbulent flow simulations in cylindrical domains". In: *Computers & fluids* 36 (2007), S. 484–497.
- [84] O. Shishkina und C. Wagner. "Stability conditions for the Leapfrog-Euler scheme with central spatial discretization of any order". In: 326.1 (2004), S. 315–326.
- [85] J. A. Sillero, J. Jiménez und R. D. Moser. "Two-point statistics for turbulent boundary layers and channels at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$ ". In: *Physics of Fluids* 26.10 (2014), S. 105109.
- [86] A. Steiner. "On the reverse transition of a turbulent flow under the action of buoyancy forces". In: *Journal of Fluid Mechanics* 47.3 (1971), S. 503–512.
- [87] G. G. Stokes. *On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums*. Bd. 9. Pitt Press Cambridge, 1851.
- [88] G. G. Stokes. "On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion, and of the Equilibrium and Motion of Elastic Solids". In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 8 (1845).
- [89] J. D. Swearingen und R. F. Blackwelder. "The growth and breakdown of streamwise vortices in the presence of a wall". In: *Journal of Fluid Mechanics* 182 (1987), S. 255–290.
- [90] J. Taghinia, M. Rahman und T. Siikonen. "Simulation of indoor airflow with RAST and SST-SAS models: A comparative study". In: *Building Simulation* 8.3 (2015), S. 297–306.
- [91] J. F. Thompson, Z. U. A. Warsi und C. W. Mastin. *Numerical grid generation: foundations and applications*. Bd. 45. North-holland Amsterdam, 1985.
- [92] A. Townsend. "Equilibrium Layers and wall turbulence". In: *Journal of Fluid Mechancis* 11.1 (1961), S. 97–120.

- [93] F. Unger. "Direkte Numerische Simulation Turbulenter Rohrstroemungen". Diss. 1994, S. 223.
- [94] C. Wagner. *Private Korrespondenz*.
- [95] F. Waleffe. "On a self-sustaining process in shear flows". In: *Physics of Fluids* 9.4 (1997), S. 883–900.
- [96] A. Westhoff, J. Bosbach, D. Schmeling und C. Wagner. "Experimental study of low-frequency oscillations and large-scale circulations in turbulent mixed convection". In: *International journal of heat and fluid flow* 31.5 (2010), S. 794–804.
- [97] J. You, J. Y. Yoo und H. Choi. "Direct numerical simulation of heated vertical air flows in fully developed turbulent mixed convection". In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 46.9 (2003), S. 1613–1627.
- [98] B. Zamora und A. S. Kaiser. "Thermal and dynamic optimization of the convective flow in Trombe Wall shaped channels by numerical investigation". In: *Journal of Heat and Mass Transfer* 45 (2009), S. 1393–1407.