

Schriftenreihe des
DFG Graduiertenkollegs 1462
Modellqualitäten | Heft 2

Bewertungsmethoden für die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons **Evaluation Methods for Prediction Quality of Concrete Creep Models**

Holger Keitel

Bewertungsmethoden für die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Holger Keitel

geboren am 2. April 1982
in Lutherstadt Wittenberg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig-Osburg
Prof. Dr. Guido Morgenthal
Prof. Dr. Dionys van Gemert

Tag der Disputation: 19. Dezember 2011

Impressum

Schriftenreihe des DFG-Graduiertenkollegs Modellqualitäten, Heft 2

Herausgegeben von der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar

Autor: Holger Keitel (holger.keitel@googlemail.com)

Bewertungsmethoden für die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons -
Evaluation Methods for Prediction Quality of Concrete Creep Models

Umschlag: Antje Danz

Druck: docupoint Magdeburg GmbH

Verlag der Bauhaus-Universität Weimar 2012

ISBN: 978-3-86068-466-5

urn: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:gbv:wim2-20120207-15569>

Bestellungen:

verlag@uni-weimar.de

Fax: 03643/581156

Für Tammo und Loki

Vorwort und Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2008 bis 2011 am Graduiertenkolleg 1462 „*Bewertung gekoppelter numerischer Partialmodelle im Konstruktiven Ingenieurbau*“ an der Bauhaus-Universität Weimar sowie während eines dreimonatigen Forschungsaufenthaltes an der Katholieke Universiteit Leuven und wurde von der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar als Dissertation angenommen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG danke ich an dieser Stelle ausdrücklich für die finanzielle Unterstützung.

Frau Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig–Osburg gilt mein besonderer Dank für die gute wissenschaftliche Betreuung, Förderung und das entgegengebrachte Vertrauen. Besonders der von ihr tolerierte Spielraum in der eigenen Themenstellung ermöglichte die kreative Verwirklichung eigener Vorschläge und Ideen, was ich als großen Gewinn empfinde. Herrn Prof. Dr. Luc Schueremans möchte ich für das Interesse an meiner Arbeit sowie seine stets konstruktive Kritik während und nach meinem Aufenthalt an der KU Leuven danken. Dadurch konnte ich meine Arbeit wesentlich verbessern. Weiterhin danke ich Prof. Dr. Dionys van Gemert, der mir im Speziellen in der Anfangsphase der Arbeit beratend zur Seite stand.

Mein Dank gilt ebenso Herrn Prof. Dr. Guido Morgenthal und abermals Herrn Prof. Dr. Dionys van Gemert für die Bereitschaft der Übernahme des Koreferats.

Großen Dank möchte ich ebenfalls den beiden PostDocs des Graduiertenkollegs Herrn Dr.–Ing. Thomas Most und Herrn Dr. rer. nat. Tom Lahmer gegenüber ausdrücken, die mir aufgrund ihres Fachwissens auf dem Gebiet der Stochastik wesentliche Hilfestellung gaben und stets für konstruktive Diskussionen offen waren.

Die Erstellung einer solchen Arbeit wäre ohne die freundschaftliche Hilfe vieler Kollegen am Graduiertenkolleg sowie an der gesamten Universität nicht möglich gewesen. Mein besonderer Dank gilt Hendrik Schröter, Ghada Karaki und Tina Knabe für den fachlichen Rat sowie für die Inspirationen, die sich aus den vielen Gesprächen ergaben. Alexander Flohr danke ich vielmals für die kooperative Zusammenarbeit und die Möglichkeit, seine Messdaten des polymermodifizierten Betons in meiner Arbeit zu verwenden.

Schließlich danke ich meiner Familie für die schon fast selbstverständliche Unterstützung: meinen Eltern und meiner Schwester Anja sowie im Besonderen meiner Frau Nadine und meinem Sohn Tammo, die mich in schweren Phasen stets aufmunterten, mir zur Seite standen und somit einen großen Anteil an der Fertigstellung dieser Arbeit haben. Euch allen gilt ein großes Dankeschön.

Kurzreferat

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Methoden, mit denen die Prognosequalität von Kriechmodellen bestimmt werden kann. Die Methoden werden in zwei Ausgangsszenarien unterschieden: die Bewertung ohne und die Bewertung mit Verwendung von spezifischen Versuchsdaten zum Kriechverhalten des Betons. Die Modellqualität wird anhand der Gesamtunsicherheit der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit, zusammengesetzt aus Parameter- und Modellunsicherheit, quantifiziert. Die Unsicherheit wird für die Kriechprognose ohne Versuchsdaten über eine Unsicherheitsanalyse unter Berücksichtigung korrelierter Eingangsparameter quantifiziert und anschließend wird aus der zeitabhängigen Streuung ein Gesamtmaß für die Modellqualität abgeleitet. Bei der Verwendung experimenteller Daten des Kriechverhaltens werden die stochastischen Eigenschaften der Modellparameter mittels BAYESian Updating bestimmt und die Bewertung erfolgt erneut basierend auf einer Unsicherheitsanalyse. Dies ermöglicht eine Modellbewertung für einen beliebigen Zeitraum, unabhängig von der Dauer des Versuchs. Alternativ für die Evaluierung unter Bezug auf die Versuchsdaten wird die Modellselktion nach BAYES eingeführt, die besonders zur Auswahl der Modellkomplexität rheologischer Kriechmodelle geeignet ist.

Beispielrechnungen zeigen, dass durch die Qualitätsbestimmung und nachfolgende Auswahl eines geeigneten Modells die Unsicherheit in der Kriechprognose und dementsprechend in der Analyse des zeitabhängigen Tragverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen wesentlich reduziert werden kann.

Neben der Evaluierung des Partialmodells Kriechen wird eine auf Graphentheorie und Sensitivitätsanalysen basierende Methode zur Bewertung von gekoppelten Partialmodellen entwickelt. Damit werden der Einfluss eines Partialmodells auf das Verhalten einer globalen Tragstruktur quantifiziert, Interaktionen von Partialmodellen festgestellt und ein Maß für die Qualität eines Gesamtmodells ermittelt.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	xii
1 Einführung	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Zielstellung und Lösungsansatz	3
1.3 Gliederung der Arbeit	4
2 Stand der Forschung	7
2.1 Modelldefinition und Modellbewertung	7
2.1.1 Modelldefinition	7
2.1.2 Bewertungsmethoden für Modelle	8
2.2 Langzeitverhalten des Betons	12
2.2.1 Zeitabhängige Festigkeits- und Steifigkeitsparameter	12
2.2.2 Schwinden und dessen Vorhersageverfahren	15
2.2.3 Kriechen	17
2.2.3.1 Definition und grundlegende Zusammenhänge	17
2.2.3.2 Langzeitverhalten bei konstanter Spannung bzw. Verformung	19
2.2.3.3 Langzeitverhalten bei veränderlicher Spannung bzw. Verformung	22
2.2.3.4 Allgemeine Ansätze der linearen Kriechtheorie	31
2.2.3.5 Vorhersageverfahren für Nachgiebigkeitsfunktionen	33
2.2.3.6 Nichtlinearität des Kriechens unter hohen Spannungen	36
2.2.3.7 Rheologische Modelle zur Beschreibung der Kriechdeformationen	40
2.2.3.8 Anwendung der eindimensionalen Kriechmodelle im mehrachsigen Spannungszustand	45
2.2.3.9 Verbundkriechen	46
2.3 Bewertung von Kriechmodellen des Betons	48
2.3.1 Bewertung anhand von Messdaten	48
2.3.2 Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen der Kriechmodelle	49
3 Stochastische Grundlagen	51
3.1 Zufallsvariablen und Zufallsvektoren	51
3.1.1 Zufallsvariablen	51
3.1.2 Zufallsvektoren	54

3.2	Stichprobenverfahren	55
3.2.1	Monte Carlo Simulation	55
3.2.2	Latin Hypercube Sampling	56
3.3	Antwortflächenverfahren	57
4	Methoden zur Bewertung der Prognosequalität von Kriechmodellen	61
4.1	Definition der Prognosequalität von Kriechmodellen	61
4.2	Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsdaten	63
4.2.1	Parameterunsicherheit	63
4.2.1.1	Unsicherheitsanalyse	63
4.2.1.2	Sensitivitätsanalyse	65
4.2.1.3	Abschätzung der Parameterunsicherheit mit Antwortflächen	67
4.2.2	Modellunsicherheit	70
4.2.3	Bewertung	71
4.3	Bewertung der Modellqualität anhand von Versuchsdaten	73
4.3.1	Bayesian Updating	73
4.3.2	Modelselektion nach Bayes	77
4.3.3	Bewertung	79
4.4	Berücksichtigung der Unsicherheit in der Tragwerksanalyse	80
4.5	Zusammenfassung	81
5	Beispielhafte Qualitätsbewertung von Kriechmodellen	83
5.1	Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsergebnisse	83
5.1.1	Definition der Randbedingungen	83
5.1.2	Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse und Bewertung der Modellqualität	85
5.1.3	Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse	88
5.1.4	Abschätzung der Unsicherheit der Modellprognose und der Modellqualität	91
5.2	Bewertung der Modellqualität anhand von Versuchsergebnissen	93
5.2.1	Analyse von Kurzzeitkriechversuchen	96
5.2.1.1	Versuche von Heirman	96
5.2.1.2	Versuche von Nechvatal	100
5.2.2	Analyse von Langzeitkriechversuchen	103
5.2.3	Auswahl der Modellkomplexität	103
5.2.4	Prognosequalität der Modelle	106
5.2.5	Anwendung der Kriechmodelle auf Sonderbetone am Beispiel des polymermodifizierten Betons (PCC)	108
5.3	Zusammenfassung	111
6	Kriechen in Tragwerken und Bewertung gekoppelter Partialmodelle	113
6.1	Numerisches Berechnungsmodell	113
6.1.1	Grundlagen des FEM Modells	113
6.1.2	Berücksichtigung des Langzeittragverhaltens	120

6.2	Einfluss des Kriechens auf das globale Tragverhalten	122
6.2.1	Spannbetonbrücke mit nachträglichem Verbund	122
6.2.1.1	Kriechprognose ohne Verwendung von Versuchsdaten	123
6.2.1.2	Kriechprognose unter Verwendung von Versuchsdaten	126
6.2.2	Stahlbetonstütze unter hoher Dauerbeanspruchung	127
6.3	Bewertung gekoppelter Partialmodelle	132
6.3.1	Bewertungsmethode	132
6.3.2	Bewertung der Modellqualität einer Durchlaufträgerbrücke	136
6.4	Zusammenfassung	141
7	Zusammenfassung	143
8	Ausblick	147
	Literaturverzeichnis	149
	Ehrenwörtliche Erklärung	159
	Veröffentlichungen des Autors	161
	Lebenslauf	163
A	Anhang	A-1
A	Antwortflächen der Parameterunsicherheit	A-1
A.1	Sensitivität der Eingangsparameter	A-2
A.2	Koeffizienten der Antwortflächen der Parameterunsicherheit	A-3
B	Modellparameter und -qualität für die Versuchsdaten	B-1
B.1	A posteriori und a priori Parameter der Kriechmodelle	B-1
B.2	Modellselektionsfaktoren und Modellqualität	B-9

Symbolverzeichnis

Bezeichnungen, die in der Liste nicht aufgeführt sind, werden im laufenden Text erklärt.

Lateinische Buchstaben

A	allgemein fettgedrucktes Symbol: Vektor bzw. Matrix
C_c	Kriechmaß, Kriechnachgiebigkeit
d_1	Schwerpunktlage der Bewehrung
E	Elastizitätsmodul
EA, EI	Dehn- und Biegesteifigkeit
E_{c0}	Tangentenmodul des Betons
E_{ca}	asymptotischer Elastizitätsmodul des Betons
E_{cm}	Sekantenmodul des Betons
$F(\sigma_c)$	Nichtlinearitätsfunktion
f_c	Druckfestigkeit des Betons
f_{ct}	Zugfestigkeit des Betons
$f_{c,T}$	Langzeitfestigkeit des Betons
$f_{p0,1k}$	Spannung des Spannstahls bei der Dehnung $\varepsilon = 1\%$
f_y	Streckgrenze der Bewehrung
J_c	Gesamtnachgiebigkeit des Betons
M	Anzahl der Messpunkte
M	Klasse von Partialmodellen
MSF	Modellselektionsfaktor
MSF^N	normierter Modellselektionsfaktor
N	Anzahl der Zeitinkremente
N_{PM}	Anzahl der Partialmodelle einer Modellklasse
N_M	Anzahl der Klassen von Partialmo- dellen
$N_{M,red}$	reduzierte Anzahl der Klassen von Partialmodellen

n_1	Anzahl Messpunkte in einer loga- rithmischen Zeitdekade
n_d	Anzahl logarithmischer Zeitde- kaden
N, M	Schnittgrößen: Normalkraft und Biegemoment
MQ_{cr}	Modellqualität bestimmt über die Gesamtunsicherheit
P	Parameteranzahl
PM	Partialmodell
p/c	Polymer-Zement-Verhältnis
t	Betonalter
t_0	Betonalter bei Belastungsbeginn
t_d	Betonalter bei Trocknungsbeginn
t_Z	Dauer des Versuchs
u, w, φ	Verschiebung, Durchbiegung und Verdrehung
X	allgemein: Parameter
Y	allgemein: Modellprognose
Z	allgemein: Messdaten

Griechische Buchstaben

α	Unsicherheit Kriechphänomen
α_{int}	interne Variablen des nichtlinearen Materialverhaltens
β_{cc}	Verlaufsfunktion der Festigkeitszu- nahme infolge Nacherhärtung
$\beta_{c,sus}$	Verlaufsfunktion der Festigkeitsab- nahme infolge Langzeitbelastung
β_{ct}	Faktor zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

β_E	Verlaufsfunktion der Steifigkeitszunahme infolge Nacherhärtung	b	Unterscheidungsfaktor zwischen Plastizität und Schädigung
$\Delta(\cdot)$	Inkrement	c	Zementgehalt
ϵ	Messfehler	$C_{c,0}$	Grundkriechmaß des Betons
ϵ_0	Dehnung im Schwerpunkt	$C_{c,d}$	Trocknungskriechmaß des Betons
$\epsilon_{c,0}$	Vordehnung des Betons	d	Summand der Zeitverlaufsfunktion
$\epsilon_{c,c1}$	Dehnung bei maximaler Druckspannung des Betons	D	Anzahl an Schichten bzw. Fasern
$\epsilon_{c,c1u}$	Bruchstauchung des Betons	D_c	Schädigung des Betons
$\epsilon_{c,da}$	Dehnung infolge Schädigung	$D_{c,cr}$	Kriechschädigung des Betons
$\epsilon_{c,el}$	elastische Dehnung	\mathbf{D}_k	Differentialoperator
$\epsilon_{c,hyd}$	Dehnung infolge Hydratation	$E_{c,v-el}$	Elastizitätsmodul der Feder im visko-elastischen Modell
$\epsilon_{c,pl}$	plastische Dehnung	$E_{c,v-pl}$	Elastizitätsmodul der Feder im visko-plastischen Modell
$\epsilon_{c,rev}$	reversible Dehnung	e_d, g_d	Schädigungsparameter
$\epsilon_{c,cr}$	Kriechdehnung	$f-a$	Anteil der Feinbestandteile
$\epsilon_{c,cr,da}$	Kriechdehnung infolge Schädigung	H	mittlere Porenfeuchte
$\epsilon_{c,cr,in}$	inelastische Kriechdehnung	h	effektive Bauteildicke
$\epsilon_{c,cr,hyd}$	Kriechdehnung infolge Hydratation	k, K	lokale und globale Steifigkeitsmatrix
$\epsilon_{c,cr,v-el}$	visko-elastische Kriechdehnung	k_s	Geometriebeiwert
$\epsilon_{c,cr,v-pl}$	visko-plastische Kriechdehnung	L	Grad des Polynoms
$\epsilon_{c,cr,y}$	Fließdehnung	L	Länge
$\epsilon_{c,sh}$	Schwinddehnung	m, n	Anzahl der rheologischen Kriechketten
ϵ_{sy}	Fließdehnung des Betonstahls	\mathbf{P}	Knotenkräfte des Gesamtsystems
ϵ_{su}	Grenzdehnung des Betonstahls	q	Knotenkräfte eines Elements
φ_c	Kriechzahl des Betons	Q	Zeitverlaufsfunktion
$\varphi_{c,eff}$	effektive Kriechzahl des Betons	q_1	Anfangsnachgiebigkeit
$\varphi_{c,v}$	Verbundkriechzahl des Betons	q_2	alterungsabhängige visko-elastische Nachgiebigkeit
$\eta_{c,d}$	Viskosität des Dämpfers	q_3	alterungsunabhängige visko-elastische Nachgiebigkeit
κ	Krümmung	q_4	visko-plastische Nachgiebigkeit (Fließen)
λ	Schlankheit	q_5	Nachgiebigkeit infolge Trocknungskriechen
ρ_c	Relaxationskennwert des Betons	RH	relative Luftfeuchtigkeit
τ	Betonalter zu Intervallbeginn	s	Erhärtingsbeiwert des Zements
τ_R	Retardationszeit	sl	Ausbreitmaß
σ	Spannung	T	Temperatur
Ψ_c	Relaxationszahl des Betons	t_T	effektives Betonalter
$\Psi_{mod,cr}$	Modellunsicherheitsfaktor	\mathbf{U}	Verformungsvektor
Modellparameter und Formelzeichen		V	Volumen
Lateinische Buchstaben		V/S	Volumen-Oberflächen-Verhältnis
a	Luftporengehalt		
$a_{c,cr}$	Kriechparameter, Kombination visko-elastisch und visko-plastisch		
$a_{c,cr,v-el}$	Kriechparameter visko-elastisch		
$a_{c,cr,v-pl}$	Kriechparameter visko-plastisch		
a/c	Zuschlag-Zement-Verhältnis		
B	B-Matrix, Differentiation der Formfunktion		

\mathbf{v}	Vektor der Knotenverformungen	Exp	Exponentialverteilung
W_i	innere Verzerrungsenergie	$F_X(x)$	Verteilungsfunktion
W_a	äußere Arbeit	$f_X(x)$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
w/c	Wasser-Zement-Verhältnis	H	Entropie
Griechische Buchstaben		$H(\mathbf{X})$	Hesse-Matrix
$\alpha_{c,cr}$	Geschichtsvariable der maximalen Spannung des Reibelements	K	Anzahl der Samples
$\alpha_{c,cr,v-el}$	Nichtlinearitätsfunktion des viskoelastischen Modells	K_S	Anzahl der Subsamples
$\alpha_{c,cr,v-pl}$	Nichtlinearitätsfunktion des viskoplastischen Modells	$L(.. ..)$	Likelihoodfunktion
β_c	Zeitverlaufsfunction	\mathcal{N}	Normalverteilung
β_{f_c}	Korrekturfaktor Betonfestigkeit	P	Wahrscheinlichkeit
β_H	Korrekturfaktor Zeitverlauf in Abhängigkeit der Luftfeuchte	$P(.. ..)$	bedingte Wahrscheinlichkeit
β_{t_0}	Korrekturfaktor Belastungsbeginn	P'	<i>a priori</i> Wahrscheinlichkeit
$\varepsilon_{c,da0}$	Grenzdehnung des schädigungsfreien Betons	P''	<i>a posteriori</i> Wahrscheinlichkeit
Φ	Parameter zur Berücksichtigung der Austrocknung des Betons vor Belastungsbeginn	P_K	Anzahl der Zufallsvariablen bzw. der stochastischen Parameter
$\varphi_{c,\infty}$	Endkriechzahl	P_R	Anzahl der Regressionskoeffizienten
φ_{RH}	Grundkriechzahl in Abhängigkeit zur Luftfeuchte	P_{red}	reduzierte Parameteranzahl
$\gamma(..)$	diverse Korrekturbeiwerte	\mathbf{p}	Polynombasis der Regression
γ_{la}	Korrekturbeiwert Belastungsbeginn	Q	Anzahl der Momente
Ω	Ansatzfunktionen	R^2	Bestimmtheitsmaß
Π	Potential	R^2_{adj}	angepasstes Bestimmtheitsmaß
Ψ	Exponent Zeitverlaufsfunction	S	Sensitivitätsindex
$\sigma_{c,y}$	Fließspannung des Betons	S_i	<i>First Order</i> Sensitivitätsindex
Parameter und Formelzeichen der Stochastik und Antwortflächenverfahren		ST_i	<i>Total Effects</i> Sensitivitätsindex
Lateinische Buchstaben		SS_E	Summe Fehlerquadrate
\hat{X}	approximierter Wert	s	standardisierte Fehler
\bar{X}	Mittelwert	V	Varianz
\tilde{X}	optimaler Wert	w_i	Wichtungsfaktor
b^q	statistisches Moment	X	Zufallsvariable
C_{XX}	Kovarianzfunction	X_j^{MC}	diskrete Zufallsvariable zur Modellwahl innerhalb einer Modellklasse
\mathbf{C}_{XX}	Kovarianzmatrix	X_i^M	diskrete Zufallsvariable zum aktivieren / deaktivieren der Modellklasse M
CV_X	Variationskoeffizient	\mathbf{X}	Zufallsvektor
c, c_0, c_1	Normierungskonstanten	Griechische Buchstaben	
e	Fehlerterm	β_X	Wölbung
$E[X]$	Erwartungswert	β	Regressionskoeffizienten
		$\eta_0, \eta_{\sim p}$	Regressionskoeffizienten
		γ_X	Exzess
		λ_i	LAGRANGE-Multiplikatoren
		ν_X	Schiefe
		$\rho_{X_1 X_2}$	Korrelationskoeffizient
		ρ_0, ρ_p	Regressionskoeffizienten
		σ_X	Standardabweichung
		σ_X^2	Varianz

σ_Z	Messfehler
θ_0, θ_p	Regressionskoeffizienten

Häufig verwendete Indizes

$(\cdot\cdot)_{(\cdot),28}$	28-Tage-Wert
$(\cdot\cdot)_c$	Beton
$(\cdot\cdot)^C$	korreliert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),cr}$	Kriechen
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),d}$	Dämpfer
$(\cdot\cdot)_d$	Bemessungswert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),da}$	infolge Schädigung
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),el}$	elastisch
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),hyd}$	infolge Hydratation
$(\cdot\cdot)_i$	Wert am Inkrement i
$(\cdot\cdot)^i$	Kriechkette i
$(\cdot\cdot)^j$	Kriechkette j
$(\cdot\cdot)_k$	aktueller Wert
$(\cdot\cdot)^k$	Wert Sample k
$(\cdot\cdot)^M$	Klasse von Partialmodellen
$(\cdot\cdot)_m$	am Messpunkt m
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),m}$	Mittelwert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),max}$	Maximalwert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),min}$	Minimalwert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),mod}$	Modell
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),nl}$	nichtlinear
$(\cdot\cdot)^N$	auf 1 normiert
$(\cdot\cdot)^{MC}$	Modellwahl
$(\cdot\cdot)_p$	aktueller Parameter
$(\cdot\cdot)_p$	Spannstahl
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),par}$	Parameter
$(\cdot\cdot)_{perm}$	permanenten bzw. quasi-ständiger Anteil
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),pl}$	plastisch
$(\cdot\cdot)_{red}$	reduziert
$(\cdot\cdot)_s$	Feder
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),t}$	zum Zeitpunkt t
$(\cdot\cdot)_{tot}$	gesamt
$(\cdot\cdot)^U$	unkorreliert
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),v-el}$	visko-elastisch
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),v-pl}$	visko-plastisch
$(\cdot\cdot)_{(\cdot),\infty}$	Endwert

CI	Konfidenzintervall
CV	Variationskoeffizient
FO	First Order
Gl.	Gleichung
GM	Gesamtmodell
LHS	Latin Hypercube Sampling
MC	Modellwahl
MCS	Monte Carlo Simulation
MQ	Modellqualität
NB	Normalbeton
PCC	polymermodifizierter Beton - <i>Polymermodified Cement Concrete</i>
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
PM	Partialmodell
Tab.	Tabelle
TE	Total Effects

Häufig verwendete Abkürzungen

Abb.	Abbildung
AWF	Antwortfläche

1 Einführung

1.1 Problemstellung

Die zunehmende Berücksichtigung wirtschaftlicher und ressourcenschonender Aspekte im Bauwesen führt zu höheren Anforderungen an Tragwerke und deren Berechnung. Immer schlankere und materialeffizientere Konstruktionen bedingen eine zuverlässige Prognose der Gebrauchstauglichkeit und Tragfähigkeit dieser Systeme, sowohl für den Ist-Zustand als auch für die gesamte Nutzungsdauer. Diese Prognose basiert im Ingenieurwesen auf Modellen, die im Allgemeinen durch Abstraktionsprozesse aus Beobachtungen der Realität abgeleitet werden. Dabei werden Teilaspekte in Partialmodellen zusammengefasst und anschließend zu einem Gesamtmodell kombiniert. Oftmals liegen für einen Aspekt verschiedene Varianten eines Partialmodells vor, die sich im Abstraktionsgrad, den darstellbaren Phänomenen, der Theorie oder den getroffenen Annahmen bzw. Vereinfachungen unterscheiden. Die Prognosequalität und folglich die Zuverlässigkeit der Tragwerksanalyse ist maßgeblich von der Wahl der geeigneten Partialmodelle und deren Kopplung abhängig. Die Entscheidung, für welchen Anwendungsfall ein Modell gegenüber einem anderen vorzuziehen ist, obliegt zumeist der Erfahrung des Ingenieurs oder wird anhand von Versuchsdaten getroffen. Eine Methode zur Quantifizierung der Modellqualität liegt im Allgemeinen nicht vor. Aus diesem Grund beschäftigt sich das von der DFG geförderte Graduiertenkolleg 1462 - „*Bewertung gekoppelter numerischer Partialmodelle im Konstruktiven Ingenieurbau*“ mit der Entwicklung neuer methodischer Grundlagen zur Bewertung der Prognosequalität. Ausgehend von der Betrachtung einzelner Partialmodelle wird die Qualität von Gesamtmodellen quantitativ bewertet. Hiermit soll dem praktisch tätigen Ingenieur ein Hilfsmittel zur Auswahl der geeigneten Modelle bzw. deren Detaillierungsgrad bereitgestellt werden. Im Rahmen dieser Arbeit, die am Graduiertenkolleg 1462 entstand, wird das Partialmodell Kriechen und dessen Kopplung eingehend untersucht.

Das Kriechen ist ein bedeutendes Phänomen des zeitabhängigen Verhaltens von Beton und beeinflusst die Dauerhaftigkeit von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen. Unter Kriechen wird die verzögerte, zeitabhängige Verformungszunahme des Betons infolge dauerhafter Spannungen verstanden. Ursachen hierfür sind im Wesentlichen Umlagerungen von Wassermolekülen im Zementstein sowie die Bildung von Mikrorissen im Kontaktbereich zwischen Zementstein und Zuschlag [58]. Die zeitabhängigen Deformationen sind sowohl reversibel bzw. visko-elastisch als auch irreversibel bzw. visko-plastisch. Bei einem geringen Spannungsniveau sind die Kriechverformungen proportional zur Spannung, bezeichnet als lineares Kriechen, und die Rate der Kriechdeformation klingt mit zunehmender Belastungsdauer ab. Für ein höheres Spannungsniveau

veau nehmen die Deformationen infolge Kriechens überproportional zur Spannung zu, nichtlineares Kriechen genannt, und es kann zum Versagen des Betons infolge hoher Dauerbelastung kommen [61].

Die Vorhersage des Kriechens des Betons ist seit mehreren Jahrzehnten Gegenstand intensiver Forschungen. Aus zahlreichen experimentellen Untersuchungen wurden wesentliche physikalische und chemische Kriechmechanismen identifiziert und aufbauend darauf Modelle zur Beschreibung dieses Phänomens abgeleitet. Dennoch sind die Ursachen des Kriechverhaltens von Beton nicht vollkommen geklärt, so dass in der Literatur verschiedene Modelle zu finden sind, die sich in der Theorie und den zugrunde liegenden Annahmen unterscheiden.

Einfache Modelle, wie beispielsweise nach Model Code 90-99 [38] bzw. Model Code 2010 [39] oder nach dem Amerikanischen Betoninstitut ACI209 [2], basieren auf der Visko-Elastizitätstheorie und definieren die Kriechverformungen als pauschale Erhöhung der elastischen Beton- deformation in Abhängigkeit zur Belastungsdauer. BAŽANT und BAJEWA [14] formulieren das Modell B3 basierend auf der Verfestigungstheorie, einer Betrachtung der Mikrostruktur des Zementsteins. Die Kriechverformungen werden explizit in visko-elastische und visko-plastische Komponenten unterteilt. Entgegen dem theoretisch fundierten Modell B3 entwickelten GARDNER und LOCKMAN [57] das rein empirisch basierte Kriechmodell GL2000, das durch Regression mit vorliegenden Versuchsdaten aufgestellt wurde. Durch die rasche Entwicklung der Computertechnik in den letzten Jahren wird die Simulation von immer komplexeren numerischen Modellen ermöglicht. Damit kann eine Vielzahl weiterer Kriechphänomene beschrieben werden. Die rheologischen Modelle von SHEN [126], MAZZOTTI [94] und BOCKHOLD [28, 30, 29] berücksichtigen neben dem nichtlinearen Kriechen die zunehmende Schädigung des Betons infolge Langzeitbelastung, so dass primäre, sekundäre und tertiäre Kriechphasen simuliert werden können. HEIDOLF [70, 71] entwickelte ein Modell, das selbst zyklische Belastungen des Betons - sowohl im Zug- als auch im Druckbereich - simulieren kann. Aus der Aufzählung der vorliegenden Kriechmodelle wird deutlich, dass sich diese sehr stark in ihrer jeweiligen Theorie, Komplexität und den darstellbaren Kriechphänomenen unterscheiden.

Die Bestimmung der Qualität eines Kriechmodells basiert bislang auf den Erfahrungen der Anwender oder wird durch den Vergleich experimenteller Ergebnisse mit der rechnerischen Kriechprognose [8, 15, 56] bestimmt. Komplexere Modelle weisen gegenüber einfacheren Modellen aufgrund ihrer Flexibilität zumeist eine höhere Übereinstimmung der Modellprognose mit den Versuchsdaten - und folglich eine höhere Qualität - auf. Bei dieser Gegenüberstellung wird jedoch außer Acht gelassen, dass mit zunehmender Komplexität der Modelle die Unschärfe der Prognose im Allgemeinen zunimmt, so dass die Qualität gemindert wird [121]. Die Berücksichtigung der streuenden Parameter nebst der Unsicherheit aus der Modellabweichung zu Versuchsergebnissen wird nur ansatzweise von MADSEN und BAŽANT [90] und YANG [149] vorgeschlagen.

Im Regelfall wird das Kriechverhalten anhand von Randbedingungen, wie beispielsweise Umweltparameter oder Betonzusammensetzung und -festigkeit, prognostiziert, woraus große Unsicherheiten resultieren. Um diese Unsicherheiten für sicherheitsrelevante Bauwerke reduzieren zu

können, werden Versuche mit der speziellen Betonzusammensetzung durchgeführt und die Modellparameter daran kalibriert [10, 28, 70]. Dabei wird die Unsicherheit in der experimentellen Bestimmung des Kriechverhaltens vernachlässigt. Messdaten von HEIRMAN [72] zeigen jedoch, dass die experimentellen Kriechkurven eines Betons beträchtlich variieren können. Diese Streuung der Versuchsdaten führt zu einer ungenauen Ermittlung der Parameter der Kriechmodelle und folglich zu einer unscharfen Prognose.

Für die Analyse eines gesamten Tragsystems werden unterschiedliche Klassen von Partialmodellen miteinander kombiniert, beispielsweise sind dies Last-, Struktur- und Materialmodelle. Für jede dieser Klassen liegen verschieden detaillierte bzw. komplexe Modelle vor, mit denen der jeweilige Sachverhalt abgebildet werden kann. Um die Anforderung an die Qualität der Partialmodellklasse festlegen zu können, bedarf es einer Quantifizierung des Einflusses des jeweiligen Partialmodells auf das globale Tragsystem. Damit kann entsprechend der Signifikanz des Partialmodells im globalen Kontext eine Modellauswahl getroffen werden. Zum heutigen Zeitpunkt liegen jedoch nur qualitative Aussagen zur Bedeutung der jeweiligen Partialmodelle für die Gesamtstruktur vor. Für das Phänomen Kriechen ist beispielsweise bekannt, dass das Tragverhalten vorgespannter Konstruktionen oder stabilitätsgefährdeter Bauteile stark durch die Kriechdeformationen beeinflusst wird. Eine geeignete Methode, um diesen Einfluss gegenüber anderen Partialmodellen der Struktur zu bewerten, liegt nach Kenntnis des Autors nicht vor.

1.2 Zielstellung und Lösungsansatz

Die erläuterte Problemstellung zeigt, dass zum heutigen Zeitpunkt keine Methoden vorhanden sind, um die Qualität von Kriechmodellen umfassend zu beurteilen. Die bisherige Bewertung über den „simplen“ Vergleich der Modellprognose mit Messdaten vernachlässigt die Parameterunsicherheiten, die in komplexeren Modellen stärker ausgeprägt sind.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Methoden, mit denen die Prognosequalität von Kriechmodellen bestimmt werden kann. Dabei wird die Unterscheidung in zwei Szenarien vorgenommen. Im ersten Szenario liegen keine Versuchsdaten zum Kriechverhalten des Betons vor, so dass die Parameter der Kriechmodelle aus Vorhersageverfahren bestimmt werden und keine spezifische Abweichung zu Versuchsdaten ermittelt werden kann. Im zweiten Szenario werden aus Versuchen ermittelte Kurven der Kriechnachgiebigkeit berücksichtigt, nach denen die Parameter der Kriechmodelle kalibriert werden. Zusätzlich gilt zu prüfen, ob durch eine Modifikation der Modellparameter eine Anwendbarkeit der Modelle auf polymermodifizierten Beton (PCC) gegeben ist. Es ist nicht die Zielstellung dieser Schrift, eine Bewertung aller vorhandenen Kriechmodelle durchzuführen, sondern eine allgemein anwendbare Bewertungsmethode aufzustellen. Es besteht auch nicht die Intention, die Kriechmodelle anhand der Versuchsdaten allgemeingültig zu validieren, denn die in dieser Arbeit eingesetzten Modelle sind bereits von ihrem jeweiligen Aufsteller für die allgemeine Anwendbarkeit geprüft worden. Aus diesem

Grund wird die Analyse nur auf Kriechmodelle der Makroskala beschränkt, da Modelle auf der Meso- oder Mikroskala noch nicht ausreichend validiert sind.

Die Modellqualität wird in dieser Arbeit anhand der Gesamtunsicherheit der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit quantifiziert. Die Gesamtunsicherheit wird zum einen durch die Parameterunsicherheit beeinflusst, die infolge streuender Eingangsparameter zu einer Variation der Kriechprognose führt. Zum anderen charakterisiert die Modellunsicherheit den allgemeinen Fehler eines Modells gegenüber einem beobachteten Verhalten, so dass damit die Gesamtunsicherheit vergrößert wird. Die Qualitätsbewertung ohne Verwendung von Versuchsdaten basiert auf einer Unsicherheitsanalyse der Modelle, deren zeitabhängige Gesamtunsicherheit zur Modellqualität führt. Unter Verwendung von Versuchsdaten werden mittels BAYESIAN Updatings die stochastischen Eigenschaften der Parameter der Kriechmodelle sowie die Modellunsicherheit bestimmt. Im Rahmen des Updatings wird die Streuung der experimentell ermittelten Kriechkurven berücksichtigt, so dass aus dem Versuch zusätzliche Unsicherheiten in die Modellparameter einfließen. Alternativ zur Quantifizierung der Modellqualität über die Unsicherheit der Prognose wird die Modellselektion nach BAYES angewandt.

Zusätzlich wird eine Methode entwickelt, die basierend auf Graphentheorie und Sensitivitätsanalysen die Bedeutung der Kriechmodelle am Gesamtsystem quantifiziert. Damit wird es ermöglicht, die erforderliche Qualität der Partialmodelle zu bestimmen. Da jedes Bauwerk im Allgemeinen einem Unikat entspricht, kann diese Quantifizierung nicht allgemeingültig, sondern nur für den Einzelfall erfolgen.

1.3 Gliederung der Arbeit

Im *ersten Kapitel* wurde die allgemeine Problematik der Modellbewertung mit dem Schwerpunkt der Kriechmodelle analysiert sowie die Zielstellung und der Lösungsansatz der vorliegenden Arbeit skizziert.

Das *zweite Kapitel* stellt den Stand der Forschung der Modellbewertung allgemein im Bauingenieurwesen und im Speziellen für Kriechmodelle dar. Ferner werden das zeitabhängige Verformungsverhalten des Betons und im Besonderen das Phänomen Kriechen erläutert. Ein Überblick über die in der Literatur vorhandenen Kriechmodelle wird gegeben und die in dieser Arbeit verwendeten Modelle werden detailliert erläutert.

Im *dritten Kapitel* werden allgemeine stochastische Grundlagen dargestellt. Diese beinhalten generelle Erklärungen zu den in dieser Arbeit angewandten Verteilungsfunktionen, Samplingstrategien sowie Antwortflächenverfahren.

Das *vierte Kapitel* zeigt die entwickelten Bewertungsmethoden auf. Im Detail werden Unsicherheitsanalysen, Sensitivitätsanalysen und Antwortflächenverfahren zur Approximation der Unsicherheit vorgestellt. Weiterhin wird das BAYESIAN Updating erläutert, mit dem die Parameter anhand von Versuchsdaten kalibriert werden. Die Modellqualität wird unter Bezug auf die Unsicherheit der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit definiert. Alternativ zu der auf dieser

Unsicherheit basierenden Bewertung erfolgt für den Fall der Verwendung von Versuchsdaten die Beschreibung der Modellselektion nach BAYES.

Das *fünfte Kapitel* rückt die beispielhafte Anwendung der entwickelten Methoden für beide Szenarien der Modellbewertung in den Mittelpunkt. Bei der Verwendung von Versuchsdaten wird neben der Anwendung auf Normalbeton auch exemplarisch die Applikation der Kriechmodelle auf polymermodifizierten Beton aufgezeigt.

Im *sechsten Kapitel* wird der Einfluss des Kriechens auf das Tragverhalten eines Gesamtsystems erfasst. Hierfür wird einleitend das entwickelte, auf der Finite-Elemente-Methode basierende Berechnungsprogramm erläutert. Als veranschaulichende Beispiele des Einflusses des Kriechens auf das Tragverhalten dienen die Systeme einer Spannbetonbrücke und einer Stahlbetonstütze. Weiterhin wird eine Bewertungsmethode für gekoppelte Partialmodelle vorgeschlagen und deren Funktionsweise anhand einer Durchlaufträgerbrücke gezeigt.

Das *siebte Kapitel* fasst die Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen.

Im *achten Kapitel* wird ein Ausblick auf den aus diesem Thema resultierenden, weiteren Forschungsbedarf gegeben.

2 Stand der Forschung

2.1 Modelldefinition und Modellbewertung

2.1.1 Modelldefinition

Ein Modell ist ein Abbild der Wirklichkeit, eine Repräsentation eines Systems. Dabei wird unter einem System ein abgeschlossener Teil der (physikalischen) Umwelt bezeichnet. Systeme bestehen aus einzelnen Elementen bzw. Teilsystemen, deren wechselseitigen Beziehungen untereinander sowie der Wechselwirkung des Systems mit der Umwelt. Ein Modell ist nicht dafür konzipiert, alle Merkmale des Systems wiederzugeben. Folglich wird stets ein Ausschnitt der Realität dargestellt und das Systemverhalten approximiert. Dabei dient das Modell dem Zweck der Beschreibung und der Prognose eines Systems - seines Prototyps. Es können verschiedene Aspekte beschrieben werden, daher gibt es eine Vielzahl von Modellen zur Beschreibung eines Systems. Selbst für die Deskription eines Sachverhalts können unterschiedliche Modelle konzipiert werden. Diese unterscheiden sich in den berücksichtigten Teilsystemen bzw. deren Wechselwirkungen.

Für die Formulierung eines Modells muss zunächst das System, respektive die physikalische Realität samt seiner Elemente sowie inneren und äußeren Wechselwirkungen identifiziert werden. Dies resultiert in einem konzeptionellen Modell [124, 1], Abb. 2.1. Die Weiterentwicklung des Modells teilt sich in den Entwurf eines experimentellen und mathematischen Modells. Das experimentelle Modell dient der Konzeption eines Experiments, welches einen Ausschnitt der Realität darstellt. Das mathematische Modell basiert ebenfalls auf dem konzeptionellen Modell, kann jedoch in ein Computermodell umgesetzt werden. Dies wird zu einem Simulationsmodell erweitert, mit dem numerische Beispielrechnungen durchgeführt werden können. Der Prozess vom mathematischen Modell hin zur Simulation wird auch als Verifizierung bezeichnet [5]. Die Verifizierung ist unabhängig vom konzeptionellen Modell und stellt lediglich die korrekte Umsetzung des mathematischen Modells dar. Der Abgleich der Simulation mit den Ergebnissen des Experiments ist die Validierung. Die Bewertung der Modellqualität beschäftigt sich mit der Frage, wie das Simulationsmodell dem konzeptionellen Modell entspricht.

Sind die betrachteten Systeme sehr komplex, so werden diese in der Regel in verschiedene Teilsysteme zerlegt. Die Modellbildung geht dazu äquivalent vor, in dem ein Gesamtmodell in Partialmodelle geteilt wird. Jedes Partialmodell stellt dabei einen gewissen Teilaspekt dar und kann wiederum aus verschiedenen Partialmodellen zusammengesetzt sein. Zwischen diesen Teilsystemen findet häufig eine Interaktion statt, welche in der Modellbildung durch die Kopplung der Partialmodelle berücksichtigt wird. Oft werden aus Gründen der Lös- und Handhabbarkeit

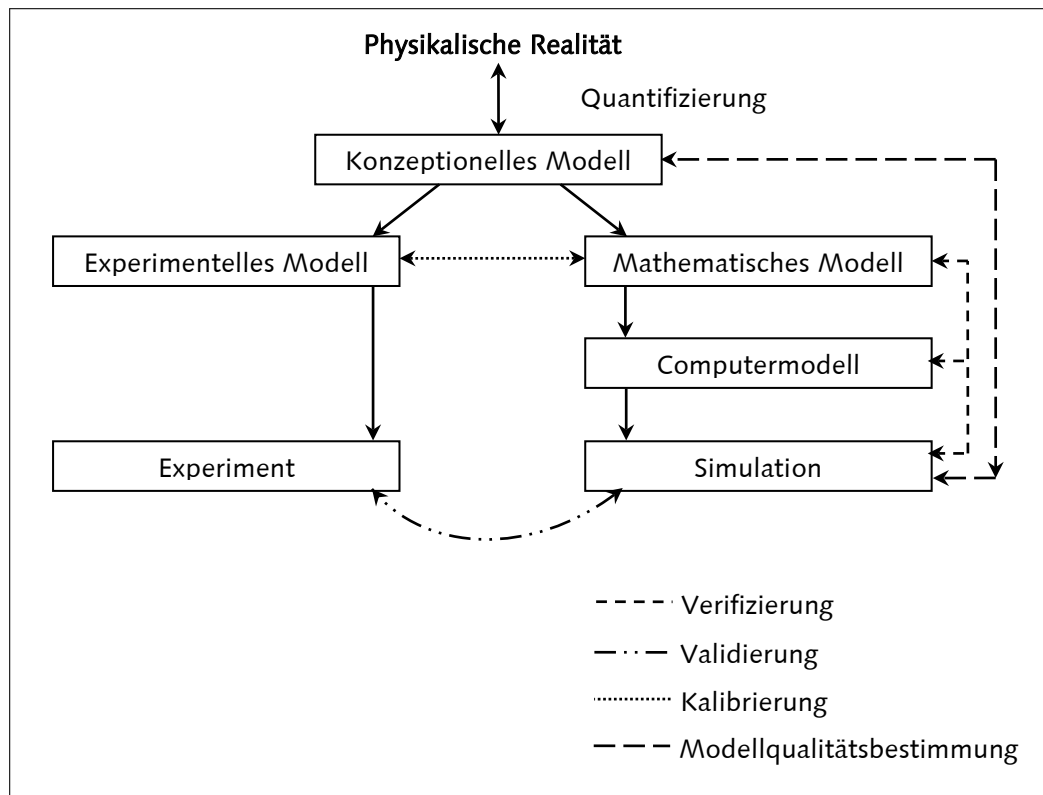


Abb. 2.1: Qualitätsbestimmung im Modellierungsprozess [129], in Anlehnung an [124]

die Teilmodelle separat gelöst und über Kopplungsbedingungen anschließend zusammengeführt. Durch diese Entkopplung werden nichtlineare Wechselwirkungen unter den Partialmodellen vernachlässigt, die einen entscheidenden Einfluss auf die Antwort des Gesamtmodells haben können [129].

2.1.2 Bewertungsmethoden für Modelle

Auf der Basis von Modellprognosen werden wichtige Entscheidungen getroffen. Im Bereich des Bauingenieurwesens betrifft dies die Wahl bzw. Bemessung einer Konstruktion, in anderen Bereichen dienen Modelle beispielsweise als Entscheidungshilfe für politische oder ökonomische Maßnahmen. Allen Bereichen ist gemein, dass der Qualität des Modells eine entscheidende Bedeutung zukommt, wobei verschiedene Kriterien für die Bewertung der Qualität berücksichtigt werden können. Neben der Zuverlässigkeit der Modellprognose können weitere Modelleigenschaften wie Komplexität, Anwendbarkeit, Objektivität, Flexibilität, Abstraktionsgrad und der Bedarf an Rechenzeit im Vordergrund stehen [130, 1]. Entsprechend der Definition zur Qualität des Modells ergeben sich unterschiedliche Bewertungsmethoden, die im Folgenden kurz dargestellt werden. Eine ausführliche Zusammenfassung der Konzepte wird in [82] gegeben.

Die **Modellunsicherheit** stellt ein stochastisches Maß für die Modellqualität dar. Die Unsicherheit eines Modells ergibt sich aus den aleatorischen und den epistemischen Unsicherheiten. Die aleatorische Unsicherheit, auch Parameterunsicherheit genannt, resultiert aus dem stochastischen Charakter der Eingangsgrößen und kann beispielsweise über die Varianz der Modellantwort quantifiziert werden. Unter epistemischer Unsicherheit, auch als Modellunsicherheit

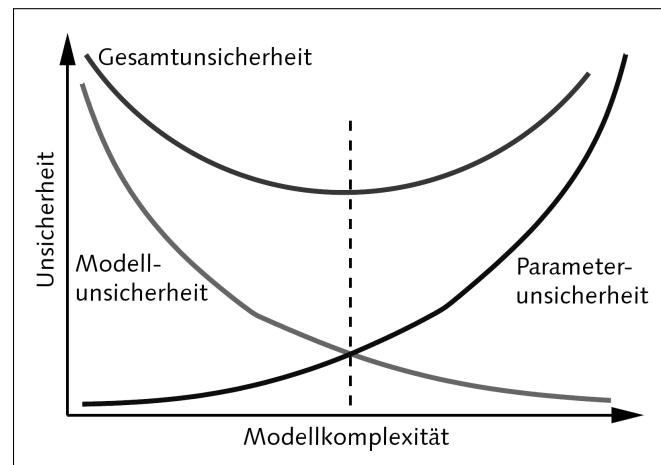


Abb. 2.2: Schematische Darstellung der Parameter- und Modellunsicherheit in Abhängigkeit der Komplexität, in Anlehnung an [1]

bezeichnet, wird die Abweichung der deterministischen Modellprognose zur Realität verstanden. Folglich beschreibt diese Unsicherheit den konzeptionellen Fehler des Modells, da das physikalische Verhalten nicht hinreichend beschrieben wird. Dieser Fehler entsteht durch Vereinfachungen in der Modellbildung oder durch nicht erfassbare Einflüsse, die jedoch in der Wirklichkeit präsent sind. Die Quantifizierung der epistemischen Unsicherheiten erfolgt durch die Validierung des Modells mit Versuchsergebnissen. Die Gesamtunsicherheit aus Parameter- und Modellunsicherheit, Abb. 2.2, dient als Qualitätsmaß des Modells. Weitere Unsicherheiten, die beispielsweise aus einer Fehlanwendung des Modells resultieren, wie das Verlassen des Anwendungsbereichs der Eingangsparameter, sind bedingt durch den Nutzer und resultieren nicht aus dem Modell. Eine interessante Diskussion über die Bedeutung der Unsicherheiten der Modelle im Bauwesen wurde unter anderem von HAMPE [65] geführt.

Die Modellunsicherheit kann im Rahmen von Sensitivitäts- und Unsicherheitsanalyse bestimmt und ausgewertet werden. Die Unsicherheitsanalyse quantifiziert die Varianz der Modellantwort. Die Sensitivitätsanalyse bestimmt, zu welchen Teilen die Varianz der Modellantwort auf die einzelnen Modelleingangsgrößen zurückzuführen ist [121, 147]. Diese Eingangsparameter können Konstitutivparameter, Konstitutivbeschreibungen, Geometrieabmessungen etc. darstellen, wobei diese als stochastische Variablen zu definieren sind, Abb. 2.3. In der Literatur wird eine Vielzahl von Methoden der Sensitivitätsanalyse diskutiert [121, 122, 137, 53, 147]. Aus den Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse können verschiedene Rückschlüsse gezogen werden [121]:

- Parameterfixierung: Besitzen in einem Modell Parameter eine sehr geringe Sensitivität und sind folglich nicht aktiv, können diese im weiteren Vorgehen als deterministische Größen betrachtet werden.
- Parameterpriorisierung: Besitzen in einem Modell Parameter eine sehr hohe Sensitivität, so kann durch eine Reduktion der Varianz dieser Parameter die Streuung der Antwortgröße entscheidend verringert werden. Dies kann als Anlass für weiterführende Untersuchungen der Eingangsparameter, beispielsweise zusätzliche experimentelle Messungen, dienen.

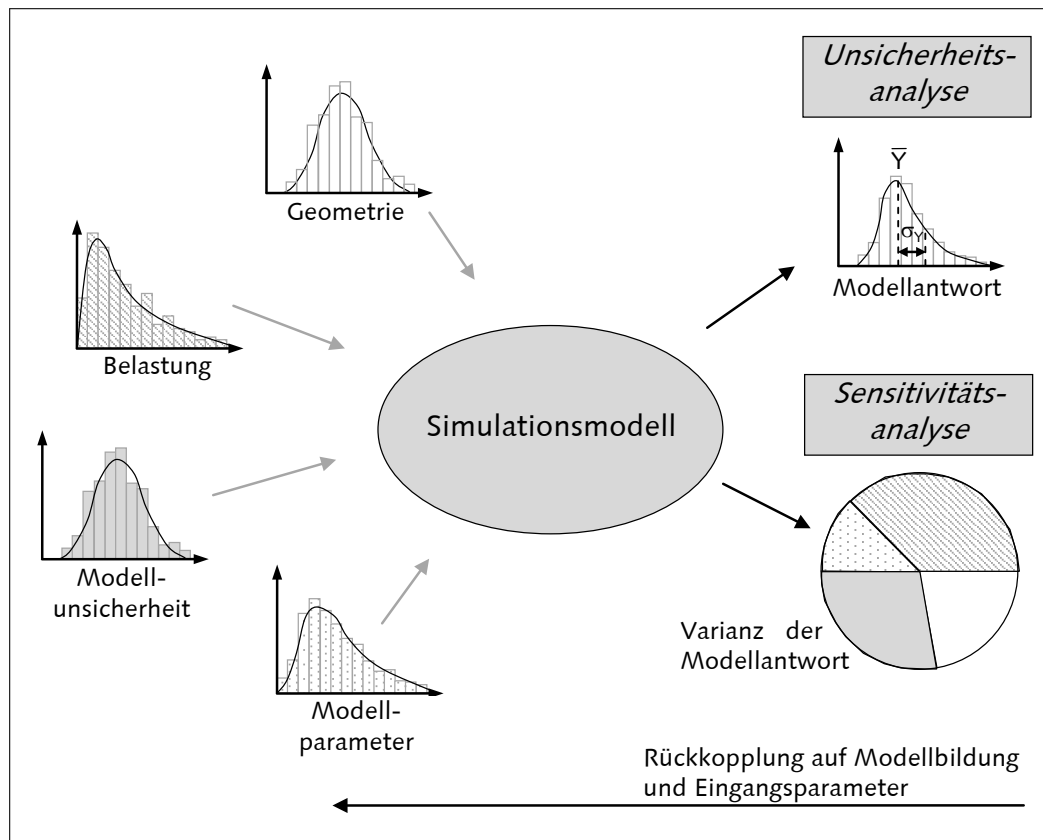


Abb. 2.3: Sensitivitäts- und Unsicherheitsanalyse, in Anlehnung an [121]

- **Parametermapping:** Es kann festgestellt werden, welche Parametervariation zum Überschreiten einer gewissen Grenze, beispielsweise eines Versagenskriteriums, führt.

Ein aus der Modellunsicherheit abgeleitetes Maß für die Modellqualität ist die **Modellrobustheit**. Dieses von TAGUCHI entwickelte Maß beschreibt ebenfalls die Streuung der Modellantwort um den Sollwert und wird in seiner ursprünglichen Form als Signal-Störgrößen-Verhältnis bezeichnet [31].

Die Bewertung über die **Modellkomplexität** stellt ebenso eine Balance zwischen der Parameter- und Modellunsicherheit dar. Mit Komplexität wird im Allgemeinen eine Zunahme der Komponenten eines Modells verstanden, die häufig adäquat zur Zunahme der Modellparameter verläuft. Mit zunehmender Komplexität nimmt die epistemische Unsicherheit ab, da mehr Phänomene und Zusammenhänge beschrieben werden können. Gleichzeitig nimmt die aleatorische Unsicherheit durch zusätzlich eingeführte Modellparameter zu, so dass bei der Modellwahl stets ein Kompromiss zwischen Simplizität und Genauigkeit gefunden werden muss, Abb. 2.2. SNOWLING und KRAMER [128] sowie LINDENSCHMIDT [84] schlagen zwei Formen des *Model Utility Factors* - eines Modellnutzwertes - vor, um die Qualität in Abhängigkeit zur Komplexität und den Nutzeranforderungen zu beschreiben. Weitere Vergleichswerte sind das von AKAIKE entwickelte *Akaike Information Criterion* - *AIC* [3, 95] - sowie das von SCHWARZ beschriebene *Bayesian Information Criterion* - *BIC* [123]. Diese Kriterien berücksichtigen neben der Modellunsicherheit, beschrieben über die Likelihood der Modellprognose zu Messdaten, eine pauschale Abminderung der Qualität in Abhängigkeit der Parameteranzahl. MACKAY [88] erweitert diese

Konzepte zur *Bayesian Model Selection*, in der anstelle der pauschalen Abminderung anhand der Parameteranzahl die Berücksichtigung der stochastischen Eigenschaften der Modellparameter eingeht.

Die Beurteilung der Modellqualität über **Vertrauensfaktoren** wird von LUCAS, OHWADI und ORTIZ vorgeschlagen [86]. Das Vertrauen in ein Modell wird dabei unter Berücksichtigung der Unsicherheiten der Prognose, der Modellpräzision sowie dem Abstand zu einer vordefinierten Grenze ermittelt. Je größer der Abstand der unsicheren Modellprognose zum Grenzwert ist, desto höher der Vertrauensfaktor respektive die Modellqualität.

Unter Berücksichtigung von Messdaten können **inverse Ansätze** als Bewertungsansatz für die Modellqualität herangezogen werden. Die Modelleingangsparameter werden entsprechend der Messwerte kalibriert, woraus eine verbesserte Prognosequalität resultiert [136]. Die Kalibrierung der Parameter kann jedoch nur selten durch eine einfache Rückrechnung erfolgen. In der Regel werden die Parameter mittels Minimierung der Fehlerquadrate in einer nichtlinearen Optimierung bestimmt. Durch die Minimierung der Unterschiede zwischen Modell und Messdaten ergibt sich der optimale Satz der Parameter. Anschließende statistische Untersuchungen basierend auf der Sensitivität der Modellparameter bezüglich der Messdaten erlauben Rückschlüsse auf die stochastischen Eigenschaften der Parameter [51]. Durch den Vergleich der Residuen der Modellprognose des optimalen Parametersatzes zu den Messwerten, beispielsweise über das Bestimmtheitsmaß, lassen sich Aussagen über die Modellpräzision ableiten. Alternativ zur Optimierung und der anschließenden statistischen Analyse können auch stochastische Ansätze, wie zum Beispiel das *Bayesian Updating* [32], zur Ermittlung der stochastischen Modellparameter angewandt werden.

Eine in der Mechanik sehr verbreitete Methode zur Modellbewertung sind **Modellfehlerschätzer**, in denen der Fehler eines vereinfachten Modells gegenüber einem komplexeren Modell abgeschätzt wird [104, 106]. Die Differenz zwischen zwei hierarchisch aufeinander aufgebauten Modellen unterschiedlicher Komplexität wird mittels analytischer und numerischer Methoden quantifiziert. Ausgehend von der Größe des geschätzten Fehlers des einfacheren Modells können Rückschlüsse gezogen werden, ob die Qualität eines simplen Modells noch angemessen ist oder das komplexere Modell bevorzugt werden sollte. In Analogie zu Fehlerschätzern von Diskretisierungsfehlern kann diese Bewertungsstrategie in ein adaptives Verfahren überführt werden.

Ganzheitliche oder **multikriterielle Bewertungsstrategien** [52, 113] beziehen sich anstelle nur eines Kriteriums auf mehrere verschiedene Kriterien. Neben der reinen Aussagegenauigkeit des Modells können somit weitere Aspekte wie Nutzen, Aufwand und Anwendbarkeit in den Fokus rücken. Da diese Kriterien verschiedenen physikalischen Einheiten entsprechen können, bedarf es einer Normierung der Einzelkriterien [82]. Nach einer individuellen Wichtung der Einzelkriterien kann eine Gesamtaussage über die Modellqualität erzielt werden.

2.2 Langzeitverhalten des Betons

2.2.1 Zeitabhängige Festigkeits- und Steifigkeitsparameter

Die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften des Betons sind wesentlich durch die Hydratation des Zements beeinflusst. Die Hydratation ist ein zeitabhängiger, strukturbildender Prozess, der kontinuierlich voranschreitet, weshalb auch die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften des Betons zeitlich veränderlich sind. Die zeitabhängige Betonfestigkeit kann unter Berücksichtigung der 28-Tage Druckfestigkeit $f_{c,28}$ und einer Zeitfunktion berechnet werden. Nach fib Model Code 2010 [39] wird die Festigkeitszunahme durch den zeitabhängigen Koeffizienten $\beta_{cc}(t)$ beschrieben

$$f_c(t) = \beta_{cc}(t) f_{c,28} = e^s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] f_{c,28}. \quad (2.1)$$

Darin ist t das Betonalter, gegebenenfalls in Abhängigkeit von der Temperatur modifiziert, und s ein von der Zementart abhängiger Erhärtingsbeiwert, Tab. 2.1. Weitere Modelle der Festigkeitsentwicklung berücksichtigen unter anderem einen logarithmisch [100] oder hyperbolisch [34, 2] zeitabhängigen Verlauf der Verfestigung. MANDALENO [92] gibt einen detaillierten Überblick über Modelle zur Beschreibung der zeitabhängigen Festigkeit.

Zementart	langsam erhärtend (SL)	normal und schnell erhärtend (N,R)	schnell erhärtend hochfest(RS)
Zementfestigkeitsklasse	32,5 N	32,5 R, 42,5 N	42,5 R, 52,5 N, 52,5 R
Erhärtingsbeiwert s	0,38	0,25	0,20

Tab. 2.1: Erhärtingsbeiwert s in Abhängigkeit der Zementart

Bei dauerhaft belastetem Beton zeigt sich ein weiterer Effekt. Durch zunehmende Schädigung bzw. Mikrorissbildung, unter anderem durch das Kriechen des Betons hervorgerufen, nimmt die Druckfestigkeit des Materials bei einer Dauerbelastung ab. Folglich kann bereits bei einer Langzeitbelastung unterhalb der Kurzzeitfestigkeit des Betons Versagen auftreten. Die resultierende maximale Beanspruchbarkeit des Materials zu einer Zeit t wird auch als Zeitstandfestigkeit bezeichnet. Mit einer Reduktion der aufgetragenen Spannung nehmen die Bruchstauchungen sowie die Zeit bis zum Versagen des Betons überproportional zu [118]. Die Bruchspannungen nähern sich asymptotisch einem Wert an, Abb. 2.4, welcher der Dauerstandfestigkeit des Betons entspricht und für Normalbeton mit einem Belastungsalter von $t_0 = 28 \text{ d} - 56 \text{ d}$ im Bereich von 80 % – 85 % der Kurzzeitfestigkeit [101, 100] liegt.

Die Reduktion der Betonfestigkeit wird im Model Code 2010 durch die Abminderungsfunktion für Langzeitbelastung $\beta_{c,sus}(t, t_0)$ erfasst

$$\beta_{c,sus}(t, t_0) = 0,96 - 0,12 [\ln(72 \cdot (t - t_0))]^{0,25}, \text{ für } (t - t_0) > 0,015 \text{ d} \approx 20 \text{ min}. \quad (2.2)$$

Vereinfachend wird beispielsweise in der DIN 1045-1 [48] ein pauschaler Abminderungsfaktor $\kappa = 0,85$ festgelegt, der die Kurzzeitfestigkeit für Bemessungsaufgaben reduziert. Aus Kom-

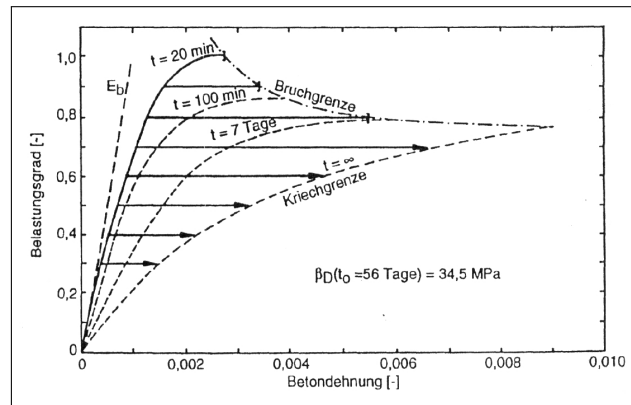


Abb. 2.4: Einfluss der Belastungsdauer auf die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons [118]

bination der Zunahme der Festigkeit durch Nacherhärtung, Gl. (2.1), sowie der Abnahme der Festigkeit durch Strukturschädigung infolge Dauerbelastung, Gl. (2.2), ergibt sich die Zeitstandfestigkeit zu

$$f_c(t, t_0) = f_{c,28} \beta_{cc}(t) \beta_{c,sus}(t, t_0). \quad (2.3)$$

In Abb. 2.5 sind die Auswirkungen der beiden gegenläufigen Effekte für einen Beton, hergestellt aus einem normal erhärtenden Zement, dargestellt. Wird die Zeitstandfestigkeit auf die Kurzzeitfestigkeit zum Zeitpunkt t_0 (Abb. 2.5 (a)) bezogen, ist ersichtlich, dass alle Kurven ein Minimum aufweisen. Dies bedeutet, dass zunächst die Strukturschädigung infolge der Dauerbelastung maßgebend ist und erst nach einer gewissen Belastungsdauer die Strukturbildung durch Hydratation dieser Schädigung entgegenwirkt. Weiterhin ist die Dauerstandfestigkeit im Speziellen bei älteren Betonen auf ca. 75 % - 85 % der Festigkeit zu Belastungsbeginn reduziert. Dies ist in der nur noch sehr geringen Nachverfestigung bei Betonen mit hohen Betonaltern begründet. Wird die Zeitstandfestigkeit hingegen auf den 28-Tage-Wert der Kurzzeitfestigkeit (Abb. 2.5 (b)) bezogen, entspricht diese bei einem nach sieben Tagen belasteten Beton kurzzeitig lediglich 65 % des 28-Tage-Werts. Der Vergleich der Reduktion der Zeitstandfestigkeit mit dem in der Norm angegebenen $\kappa = 85 \%$ zeigt, dass dies nur für Betone mit einem Belastungsalter von zwei Monaten zutrifft.

Der zeitliche Verlauf der Zugfestigkeit - unter diesem Begriff werden im Folgenden die zentrische Zugfestigkeit und Biegezugfestigkeit zusammengefasst, da deren zeitabhängige Entwicklung identisch verlaufen - lässt sich speziell für Zeiten $t < 28$ d nur schwer beschreiben. Dies ist bedingt durch den großen Einfluss der Eigenspannungen, die zu erheblichen Schwankungen der Zugfestigkeit führen. Die Gefügespannungen entstehen unter anderem durch abfließende Hydratationswärme sowie Schwindprozesse und sind von einer Vielzahl von Faktoren abhängig. Für Zeiten $t > 28$ d kann nach [39] näherungsweise ein zur Entwicklung der Druckfestigkeit affiner Verlauf angenommen werden

$$f_{ct}(t) = \beta_{cc}(t) f_{ct,28}, \quad \text{für } t > 28 \text{ d}. \quad (2.4)$$

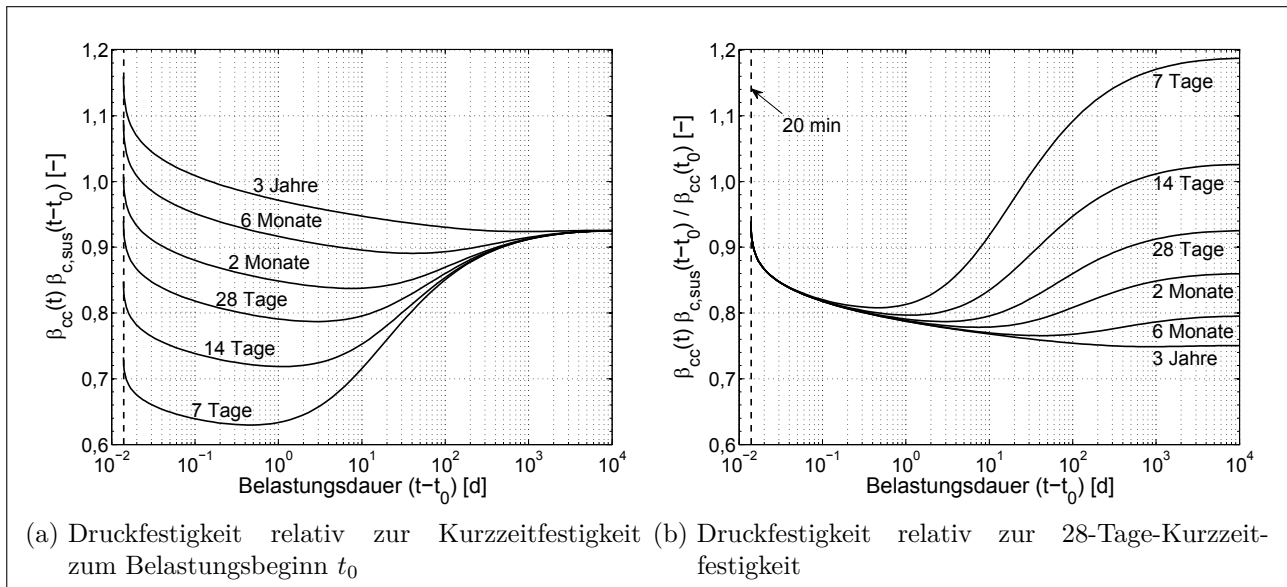


Abb. 2.5: Einfluss der Strukturschädigung und Strukturbildung auf die Druckfestigkeit, nach [39]

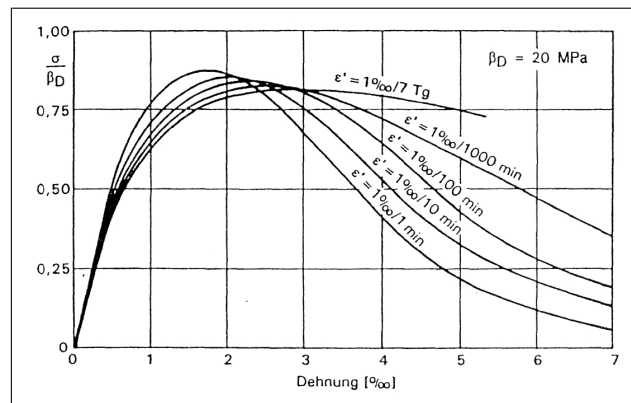


Abb. 2.6: Einfluss der Dehnungsrate auf die Spannungs-Dehnungs-Linie des Betons [112]

Weitere Ansätze zur Zugfestigkeitsentwicklung jungen Betons wurden unter anderem von DE SCHUTTER und TAERWE [43] sowie BYFORS [34] aufgestellt.

Neben der Festigkeit beeinflusst die Strukturbildung auch die Steifigkeit des Betons. Die Strukturbildung im jungen Beton wirkt sich sehr stark auf die Steifigkeit aus, so dass ein stärkerer Anstieg in Relation zur Festigkeit verzeichnet werden kann. Im weiteren Verlauf der Strukturbildung ist der Anstieg der Steifigkeit jedoch geringer als der der Festigkeit. Nach Model Code 2010 wird zeitliche Verlauf über den zeitabhängigen Koeffizienten $\beta_E(t)$ berechnet

$$E_c(t) = \beta_E(t) E_{c,28}, \text{ mit } \beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5}. \quad (2.5)$$

Eine gute Zusammenfassung weiterer Modelle zur zeitlichen Entwicklung der Steifigkeit ist in [92] dargestellt. Infolge der Strukturschädigung wird eine Degradation der Steifigkeit bewirkt. Neben der Belastungsdauer beeinflusst die Belastungsgeschwindigkeit das Verformungsverhalten des Betons, da Beton bereits für sehr kurze Zeiträume viskose Verformungen aufweist. Dies wird in den Ergebnissen der Untersuchungen von RASCH [112] deutlich, Abb. 2.6. Die Arbeitslinie des Betons ist umso steiler, je kürzer der Zeitraum ist, in dem die volle Last aufgebracht

wird. Vergrößert sich der Belastungszeitraum, treten erhöhte viskose Verformungen auf. Diese überlagern sich mit den elastischen Verformungen und führen zu einer scheinbar geringeren elastischen Steifigkeit bei Kurzzeitbelastung des Materials. Weiterhin kann beobachtet werden, dass bei sehr hohen Belastungsgeschwindigkeiten die Krümmung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung nahezu verschwindet. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass die für die Krümmung der Arbeitslinie verantwortlichen Mikrorisse eine gewisse Zeit benötigen, um sich voll zu entwickeln [45]. Die experimentellen Ergebnisse von RASCH [112] zeigen weiterhin die Zunahme der Bruchdehnung sowie die Abnahme der Bruchspannung für geringe Belastungsgeschwindigkeiten. Dies verdeutlicht, dass bei geringen Dehnungsgeschwindigkeiten die Berücksichtigung der viskosen Verformungen von Bedeutung ist.

2.2.2 Schwinden und dessen Vorhersageverfahren

Das Phänomen Schwinden ist die Volumenveränderung des Betons ohne eine äußere mechanische Belastung. Es kann in die zwei Kategorien „chemisches Schwinden“ und „Trocknungsschwinden“ unterteilt werden. Durch die Hydratation des Zements zum Zementstein sowie durch die Karbonatisierung wird das Volumen reduziert. Dies wird als chemischen Schwinden bezeichnet. Das Trocknungsschwinden wird durch den Feuchteaustausch des Betonkörpers mit der Umgebung verursacht und tritt nur bei Luftfeuchten kleiner 100 % auf. Diese Austrocknung endet erst, wenn die Ausgleichsfeuchte erreicht ist, d.h. die relative Feuchte des Betons mit seiner Umgebung im Gleichgewicht ist. Aus Sicht des Ingenieurs können beide Prozesse zu einem gemeinsamen Schwinden zusammengefasst werden [58].

Die Schwindverformungen sind über die Tiefe des Querschnitts nicht linear verteilt (Abb. 2.7, links). Auf den Außenflächen des Betonkörpers, an denen die Feuchte an die Umwelt abgegeben wird, ist die Schwinddehnung größer als im Inneren des Probekörpers, wo die Feuchte nur sehr langsam heraus diffundiert. Dadurch entwickelt sich ein Eigenspannungszustand im Querschnitt mit Zugspannungen an den Außenseiten und Druckspannungen im Inneren [58]. Infolge der Eigenspannungen entstehen elastische und Kriechdehnungen (Abb. 2.7, Mitte), deren Addition mit den verteilten Schwinddehnungen eine annähernd gleichmäßige Dehnungsverteilung ergibt (Abb. 2.7, rechts). Die Gesamtdehnungen sind somit wieder linear verteilt, für gleiche Trocknungsbedingungen an der Ober- und Unterseite des Querschnitts sogar konstant. Weitere Gefügespannungen treten zwischen Zementstein und Gesteinskörnung auf. Die Gesteinskörnung wird auf Druck und der Zementstein auf Zug beansprucht, wodurch selbst im unbelasteten Zustand Mikrorisse in der Kontaktzone entstehen.

Die an der Außenfläche des Querschnitts auftretenden Zugspannungen führen häufig zu Schwindrissen, eine der häufigsten Ursachen für die Rissbildung im Beton [58, 127]. Abgesehen von den lokalen Eigenspannungen treten bei einem freien Schwinden keine Kräfte auf. Wird das freie Schwinden jedoch durch Festhaltungen, oder im Verbundquerschnitt durch Bewehrung, behindert, bilden sich weitere Zwangsspannungen aus. Im Allgemeinen führt dies zu Zugspannungen im Beton und Druckspannungen in der Bewehrung. Liegt eine unsymmetrische Bewehrungsanordnung vor, so wird zusätzlich eine Krümmung bewirkt und es treten vertikale Verformun-

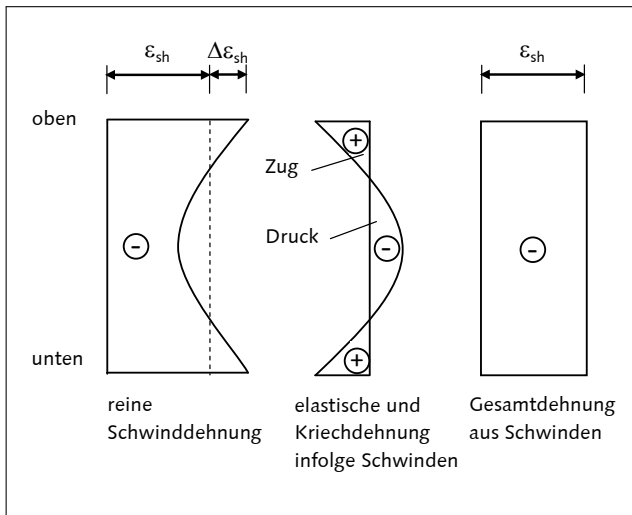


Abb. 2.7: Schwinddehnungen am Querschnitt [58]

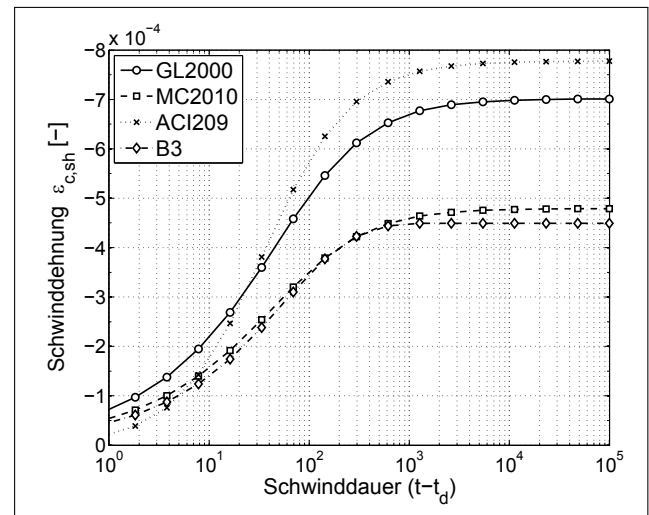


Abb. 2.8: Schwindverformung der Modelle B3, ACI209, MC10 und GL2000

gen auf. Diese zusätzlichen Verformungen und Schnittkräfte infolge Zwangsbeanspruchung aus Schwinds können Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetontragwerken haben. Verstärkt wird dieser Effekt für statisch unbestimmte Tragsysteme.

Die Schwinddehnung ist maßgeblich vom Wassergehalt, dem Wasser-Zement-Wert, der Art der Zuschläge, der Luftfeuchte sowie der Form und der Größe des Betonkörpers abhängig. Je höher der Wassergehalt bzw. je niedriger die Umgebungsfeuchte, desto größere Schwinddehnungen treten auf. Je kleiner das Verhältnis aus Volumen zu Oberfläche V/S , umso höher das erwartete Schwinds bzw. umso steiler der Verlauf der Schwindkurve, da aufgrund der hohen Außenfläche ein besserer Feuchteaustausch vom Betonkörper zur Umgebung stattfindet. Für sehr große Querschnittsdicken gestaltet sich der Feuchtetransport im Beton schwieriger, so dass sich gegebenenfalls in Querschnittsmitte keine Ausgleichsfeuchte einstellt und die Schwindverformungen folglich reduziert sind.

Die Vorhersage des Schwinds gestaltet sich durch die Vielzahl der Eingangsparameter als schwierig. In der Literatur sind viele Modelle aufgestellt worden, alle weisen jedoch beim Vergleich mit der Vielzahl von experimentellen Ergebnissen der RILEM Datenbank [99] Abweichungen auf. Physikalisch höherwertige Ansätze, wie das Modell B3 von BAŽANT und BAJEWA [14], sowie Modelle, die eine Vielzahl verschiedener Betonparameter berücksichtigen, z.B. das Modell nach ACI209 [2], zeigen ebenso Differenzen wie einfache Modelle, beispielsweise das Modell GL2000 von GARDNER und LOCKMAN [57] und das Modell nach Model Code 2010 [39]. Die Abweichungen der Modellprognose zu den experimentellen Daten, ausgedrückt durch den Variationskoeffizienten CV, liegen in Bereichen von 37% (B3), über 43% (GL2000) und 44% (ACI209) bis zu 48% für das Modell MC2010 [8]. Die analytischen Formeln basieren auf Exponential- oder Potenzfunktionen und sind in Tab. 2.2 zusammengestellt.

Die Abb. 2.8 zeigt den Vergleich der errechneten Schwindverformungen für die zuvor genannten vier Modelle unter Anwendung eines Betons C30/37. Weitere Parameter sind: $RH = 65\%$, $T = 20^\circ\text{C}$, $V/S = 25\text{ mm}$ und $t_d = 7\text{ d}$. Da die Modelle abweichende Eingangsparameter

Modell	Formel	Erläuterung
GL2000	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{shu}(f_{cm}) \beta_{RH} \left(\frac{t-t_d}{t-t_d+0,15(V/S)^2} \right)^{0,5}$ (2.6)	ε_{shu} = Grundswindmaß β_{RH} = Faktor Luftfeuchte V/S = Geometrieparameter
MC2010	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{ds0}(f_{cm}) \beta_{RH} \left(\frac{(t-t_d)}{0,035h^2+(t-t_d)} \right)^{0,5} + \varepsilon_{as0}(f_{cm}) \left(1 - e^{-0,2\sqrt{t}} \right)$ (2.7)	ε_{ds0} = Grundmaß Trocknungsschwinden ε_{as0} = Grundmaß autogenes Schwinden β_{RH} = Faktor Luftfeuchte h = Geometrieparameter
ACI209	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{shu} \gamma_{sh} \frac{(t-t_d)}{f+(t-t_d)}$ (2.8)	ε_{shu} = Grundswindmaß γ_{sh} = Korrekturfaktor für Luftfeuchte, Betonzusammensetzung und Geometrie f = Verlaufsbeiwert, 35d/55d
B3	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = -\varepsilon_{sh\infty} k_h \tanh \left(\frac{t-t_d}{\tau_{sh}} \right)^{0,5}$ (2.9)	$\varepsilon_{sh\infty}$ = Grundswindmaß k_h = Faktor Luftfeuchte τ_{sh} = Schwindhalbwertszeit

Tab. 2.2: Vorhersageverfahren der Schwinddehnung

benötigen, ist der Vergleich nicht allgemein gültig. Dennoch werden die großen Unterschiede zwischen den einzelnen Schwindkurven der Modelle darin sehr deutlich.

2.2.3 Kriechen

2.2.3.1 Definition und grundlegende Zusammenhänge

Die zeitabhängige Zunahme der Dehnungen von Beton unter mechanischer Beanspruchung, d.h. unter einer aufgetragenen Spannung, wird als Kriechen bezeichnet. Dabei findet das Kriechen eines Betonkörpers fast ausschließlich im Zementstein statt, die Gesteinskörnung wirkt meist elastisch und kriecht folglich nicht. Physikalisch gesehen kann das Kriechen in zwei Anteile unterschieden werden: das Grund- und das Trocknungskriechen. Als Grundkriechen wird die Verformungszunahme eines Betons verstanden, dessen Feuchtegehalt mit der Umgebungsfeuchte im Gleichgewicht ist. Infolge der Umlagerung von Wassermolekülen durch Kapillarporen im Zementsteingel werden Gleit- und Verdichtungsvorgänge zwischen den Gelpartikeln ausgelöst. Die freien Wassermoleküle werden mit fortschreitender Hydratation verringert, weshalb für ältere Betone ein geringeres Kriechen auftritt. Weiterhin führt GILBERT [58] die zusätzliche Bildung von Mikrorissen im Kontaktbereich zu den Zuschlägen infolge des viskosen Verhaltens von Zementstein als weiteres Motiv für Kriechvorgänge auf. Als Trocknungskriechen, auch mit „PICKETT-Effekt“ bezeichnet, wird die Zunahme der Kriechverformungen bei Austrocknung des Betons während der Belastung verstanden [18]. Durch die zusätzliche Austrocknung wird das Kriechen beschleunigt und wesentlich verstärkt. Der Verlauf des Trocknungskriechens ist affin

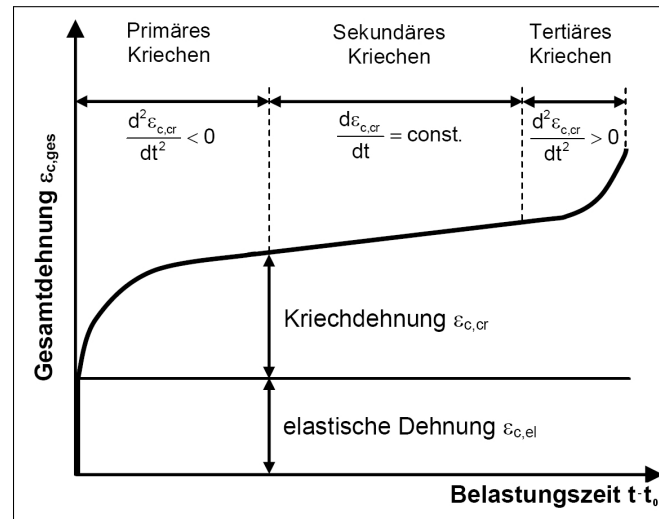


Abb. 2.9: Dehnungs-Zeit-Diagramm der verschiedenen Kriechphasen [126]

zu den Schwindvorgängen. Die auftretenden Kriechverformungen können in reversible visko-elastische und irreversible visko-plastische Anteile unterteilt werden.

Das Kriechen des Betons unter Zugspannung ist bislang nicht sehr intensiv erforscht, da der Zugtragfähigkeit des Materials nur eine untergeordnete Bedeutung zukommt. Das Verhalten unter Zugbeanspruchung kann jedoch bis zum Erreichen der Zugfestigkeit näherungsweise wie im Druckbereich beschrieben werden [58, 39].

Kriechen zeichnet sich zu Beginn der Belastungsdauer durch einen raschen Anstieg der Verformungen aus. Für eine Belastung unterhalb der Dauerstandfestigkeit nimmt die Rate der Kriechdehnung jedoch sukzessive ab und scheint gegen null zu konvergieren. Ob das Kriechen für $t \rightarrow \infty$ gegen einen Grenzwert konvergiert, ist noch nicht vollständig geklärt und wird vielfältig diskutiert [100]. Die Entwicklung der Kriechverformungen kann in drei Phasen unterteilt werden: Primär-, Sekundär- und Tertiärkriechen, Abb. 2.9. Erstgenanntes liegt bei einer Belastung unterhalb der Dauerstandfestigkeit vor und zeigt, wie bereits erläutert, eine kontinuierliche Abnahme der Kriechrate. Bei einer Belastung oberhalb der Dauerstandfestigkeit treten nach einer gewissen Belastungszeit Trennrisse in der Zementmatrix auf und die Kriechverformungen gehen in den sekundären Bereich über. Dieser weist eine zeitlich konstante Kriechrate auf und stellt den Übergang zur Tertiärphase dar, in der eine Beschleunigung der Kriechdehnungen auftritt und der Beton versagt.

Die Kriechverformungen können bis zu einem Spannungsniveau von 40 % bis 45 % der Betondruckfestigkeit als annähernd proportional zur aufgebrachten Spannung angesehen werden (lineares Kriechen). Überschreitet die Spannung diese Grenze, wachsen die Kriechverformungen überproportional an (nichtlineares Kriechen), was auf die vermehrte Bildung von Rissen infolge der Dauerbelastung zurückzuführen ist [131, 61].

Die Kriechdehnung, wie auch die Kriechgeschwindigkeit, ist von vielen verschiedenen Parametern abhängig. Das Alter des Betons bei Belastungsbeginn t_0 ist der wesentliche Faktor. Durch die gesteigerte Reife des Betons infolge des fortgeschrittenen Hydratationsprozesses ist die Kriechneigung für ältere Betone stark reduziert. Der Zeitpunkt des Trocknungsbeginns

t_d hat eine große Bedeutung für das Trocknungskriechen wie auch auf den Hydratationsprozess. Weiterhin ist das Kriechen von der Temperatur sowie von der Betonfestigkeit und -zusammensetzung abhängig. Zu nennen sind dabei der Wasser-Zement-Wert, der Zuschlag-Zement-Wert, die Steifigkeit der Zuschläge sowie der Zementgehalt. Das Trocknungskriechen wird zusätzlich durch die Umgebungsfeuchte sowie die Querschnittsgeometrie beeinflusst.

Die Auswirkungen der Kriechverformungen auf Stahlbetontragwerke sind vielschichtig. Generell kann von einer reduzierten Steifigkeit des Betons gesprochen werden, die sich hauptsächlich auf Aspekte der Gebrauchstauglichkeit auswirkt und sich in größeren Verformungen und Rissbreiten zeigt. Andererseits werden dadurch Zwängungen abgebaut. Dies hat Bedeutung für statisch unbestimmte Systeme aber auch für vorgespannte Konstruktionen, in denen die Vorspannkraft reduziert wird. Einen großen Einfluss haben die zusätzlichen Deformationen für stabilitätsgefährdete Bauteile, deren Tragfähigkeit durch das Kriechen gemindert wird. Wird der Verbundwerkstoff Stahlbeton betrachtet, gibt es durch die zeitlich veränderlichen Kriechdehnungen eine stete Spannungumlagerung am Querschnitt, der Beton entzieht sich den Drucklasten und die Druckspannung im Bewehrungsstahl wird erhöht. Dieser Effekt wirkt sich auch auf den Schnittgrößenzustand statisch unbestimmter Systeme aus [58].

Die Berechnung der Kriechverformung erfolgt meist über die Bestimmung der Kriechzahl φ_c , die in die Berechnung des Kriechmaßes bzw. der Kriechnachgiebigkeit eingeht. Diese sogenannten Nachgiebigkeitsfunktionen werden in den Abschnitten 2.2.3.2 bis 2.2.3.6 erläutert. Eine Alternative zu den Nachgiebigkeitsfunktionen stellt die Anwendung rheologischer Modelle dar, die im Abschnitt 2.2.3.7 näher aufgezeigt werden. Die Verknüpfung der eindimensionalen Kriechmodelle mit dreidimensionalen Materialmodellen wird in Abschnitt 2.2.3.8 diskutiert. Der Abschnitt 2.2.3.9 thematisiert das Verbundkriechen.

2.2.3.2 Langzeitverhalten bei konstanter Spannung bzw. Verformung

Zur Beschreibung der Kriechverformungen des Betons infolge einer konstanten Spannung σ_c wird das Kriechmaß C_c , auch als Kriechnachgiebigkeit oder im englischsprachigen als *creep compliance* bezeichnet, verwendet. Das Kriechmaß stellt das Verhältnis zwischen Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr}$ und aufgebrachtener Spannung dar. Neben vielen Materialeigenschaften hängt das Kriechmaß hauptsächlich vom Betonalter t , dem Betonalter bei Belastungsbeginn t_0 sowie der aufgetragenen Spannung σ_c ab

$$C_c(t, t_0, \sigma_c) = \frac{\varepsilon_{c,cr}(t, t_0, \sigma_c)}{\sigma_c(t_0)}. \quad (2.10)$$

Unter der Voraussetzung linearen Kriechens entfällt die Abhängigkeit des Kriechmaßes von der Spannung. Die Kriechdehnungen ergeben sich zu

$$\varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = C_c(t, t_0) \sigma_c(t_0). \quad (2.11)$$

Anstelle des Kriechmaßes wird in der linearen Kriechtheorie häufig die dimensionslose Kriechzahl φ_c verwendet, welche das Verhältnis der Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr}$ zur elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$

darstellt. Die Kriechverformung kann somit als ein Vielfaches der initialen elastischen Verformung des Betons aufgefasst werden

$$\varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \varphi_c(t, t_0) \varepsilon_{c,el}(t_0). \quad (2.12)$$

Neben den beiden Zeiten t und t_0 gehen je nach Vorhersageverfahren weitere Material- und Umgebungsparameter in die Berechnung der Kriechzahl φ_c ein. Eine Auswahl der entsprechenden Vorhersageverfahren ist in Abschnitt 2.2.3.5 zusammengestellt. Aus Gl. (2.10) und Gl. (2.12) ergibt sich unter Anwendung des HOOKE'schen Gesetzes das Kriechmaß C_c zu

$$C_c(t, t_0) = \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t_0}}. \quad (2.13)$$

Die zeit- und belastungsabhängige Gesamtverformung wird somit bei Vernachlässigung der Nacherhärtung des Betons mit

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) + \varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) \right] = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1 + \varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t_0}} \right] \quad (2.14)$$

bestimmt. Viele Kriechmodelle, wie beispielsweise das des Model Codes 2010 [39] sowie das Modell GL2000 [57], verwenden anstelle des Elastizitätsmoduls bei Belastungsbeginn E_{c,t_0} den 28-Tage-Wert der Steifigkeit $E_{c,28}$ als Referenz. Folglich wird Gl. (2.14) modifiziert

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) + \varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,28}} \right]. \quad (2.15)$$

Mit der Einführung der Gesamtnachgiebigkeit des Betons $J_c(t, t_0)$ können Gl. (2.14) und (2.15) folgendermaßen umgeschrieben werden

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0). \quad (2.16)$$

Werden die zuvor aufgeführten Gleichungen um die Berücksichtigung der Nacherhärtung des Betons erweitert, ergeben sich neben der elastischen $\varepsilon_{c,el}$ sowie der Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr}$ noch Anteile einer Hydratationsdehnung $\varepsilon_{c,hyd}$, die auf die Hydratation des Betons im belasteten Zustand zurückzuführen sind. Die Abb. 2.10 verdeutlicht dieses Phänomen unter Vernachlässigung der Kriechverformungen. Bei Belastung mit der Spannung σ_c zum Zeitpunkt t_0 ergeben sich die elastische Verformungen zu

$$\varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{c,t_0}}. \quad (2.17)$$

Infolge der Nacherhärtung erhöht sich der Elastizitätsmodul mit der Zeit. Bei konstanter Spannung σ_c bedeutet dies eine Reduktion der elastischen Verformung. Da die Gesamtdehnung über die Zeit jedoch konstant bleibt, entsteht ein neuer Verformungsanteil, die sogenannte Hydrata-

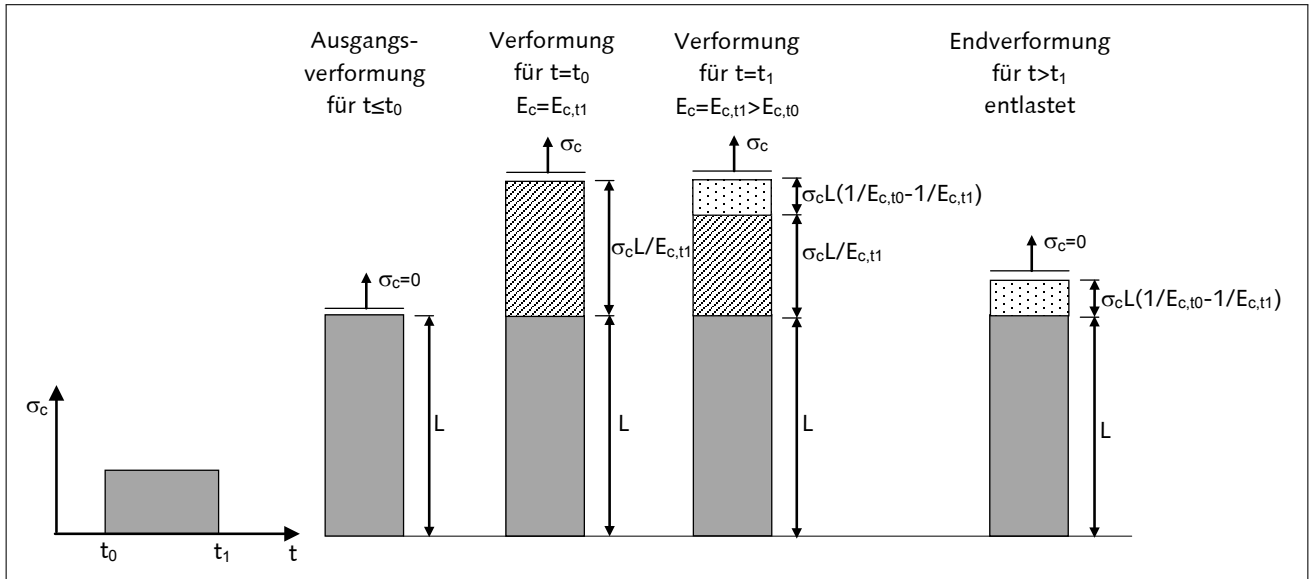


Abb. 2.10: Einfluss der Nacherhärtung auf den Verformungszustand belasteten Betons unter Vernachlässigung des Kriechens, in Anlehnung an [28]

tionsdehnung $\varepsilon_{c,hyd}$. Die Größe dieser Dehnungskomponente ergibt sich aus den Kompatibilitätsbedingungen

$$\varepsilon_{c,hyd}(t, t_0) = \varepsilon_c(t, t_0) - \varepsilon_{c,el}(t) = \sigma_c \left(\frac{1}{E_{c,t_0}} - \frac{1}{E_{c,t}} \right). \quad (2.18)$$

Die Hydratationsdehnung ist eine irreversible Dehnung, welche nach einer Entlastung des Betons verbleibt.

Neben der zuvor beschriebenen Verformungszunahme infolge einer konstanten Spannung σ_c tritt im Beton eine zeitabhängige Spannungsabnahme bei konstanter Verformung auf. Dieses als Relaxation bezeichnete Phänomen und das Kriechen sind konjugierte Eigenschaften. Die Relaxation wird über die zeitvariante, dimensionslose Relaxationszahl Ψ_c , adäquat zur Kriechzahl φ_c für das Kriechen, beschrieben. Die Relaxationszahl ergibt sich aus der relativen Spannungsänderung bei Belastungsbeginn $\sigma_c(t_0)$ zur aktuellen Spannung $\sigma_c(t)$

$$\Psi_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0) - \sigma_c(t)}{\sigma_c(t_0)} = \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)}. \quad (2.19)$$

Aufgrund der konjugierten Eigenschaften der Relaxation und des Kriechens kann die Relaxationszahl aus der Kriechzahl berechnet werden

$$\Psi_c(t, t_0) = \frac{\varphi_c(t, t_0)}{1 + \rho_c(t, t_0) \varphi_c(t, t_0)}. \quad (2.20)$$

Der Relaxationskennwert ρ_c berücksichtigt den Einfluss der Alterung des Betons und der abnehmenden Spannungen. Weitere Details zum Relaxationskennwert werden im nächsten Abschnitt diskutiert.

2.2.3.3 Langzeitverhalten bei veränderlicher Spannung bzw. Verformung

Das Kriechen unter konstanter Spannung bzw. die Relaxation unter konstanter Dehnung sind Sonderfälle, die bei Stahlbeton-, Spannbeton- bzw. Stahl-Beton-Verbundkonstruktionen nicht auftreten können. Aufgrund der unterschiedlichen Langzeiteigenschaften der im Verbund liegenden Materialien Beton und Stahl treten permanent Spannungsumlagerungen auf, so dass der Fall konstanter Spannung bzw. Dehnung praktisch nicht relevant ist. Die bislang erläuterten Ansätze müssen für die Berücksichtigung variabler Spannungen bzw. Dehnungen durch Integral- bzw. Differentialausdrücke erweitert werden.

Unter der Voraussetzung linearen Kriechens kann das allgemeine Superpositionsprinzip für linear visko-elastische Materialien von BOLTZMANN auf Beton angewendet werden. Dieses beinhaltet gegenüber dem Superpositionsprinzip für linear elastische Werkstoffe die Berücksichtigung von Belastungs- und Verformungszuständen mit unterschiedlichem Belastungsbeginn bzw. unterschiedlicher -dauer. Damit ist es möglich, den Einfluss der genauen Belastungsgeschichte des Betons für die Berechnung der Kriechdehnungen zu berücksichtigen [140]. Da der Spannungsverlauf im Vorhinein nicht bekannt ist, ist eine geschlossene Integration über die Zeit nicht möglich und die Berechnung der Kriechdehnung muss numerisch erfolgen. Der Spannungsverlauf wird in Spannungsinkremente $\Delta\sigma_c$ unterteilt (Abb. 2.11 (a)) und die Gesamtverformung zum Zeitpunkt t ergibt sich aus der Summe über alle N Inkremente

$$\varepsilon_c = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0) + \sum_{i=1}^N \Delta\sigma_c(t_i) J_c(t, t_i). \quad (2.21)$$

Unter der Voraussetzung der Differenzierbarkeit der Spannungsfunktion kann die Summation in eine integrale Beschreibung überführt werden

$$\varepsilon_c = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial\sigma_c(\tau)}{\partial\tau} J_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.22)$$

Wird Gl. (2.22) partiell integriert und die Nacherhärtung des Betons vernachlässigt, resultiert dies in folgendem Zusammenhang:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} - \int_{t_0}^t \frac{\partial J_c(t, \tau)}{\partial\tau} \sigma_c(t, \tau) d\tau, \quad (2.23)$$

bzw. bei Formulierung der Kriechrate

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} - \int_{t_0}^t \frac{\partial \dot{J}_c(t, \tau)}{\partial\tau} \sigma_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.24)$$

Gl. (2.23) ist adäquat zur Herleitung der Kriechdehnung für die Unterteilung des Spannungsverlaufs in Spannungsimpulse (Abb. 2.11 (b)). Die Formulierungen nach Gl. (2.22) und (2.23) können als gleichwertig betrachtet werden.

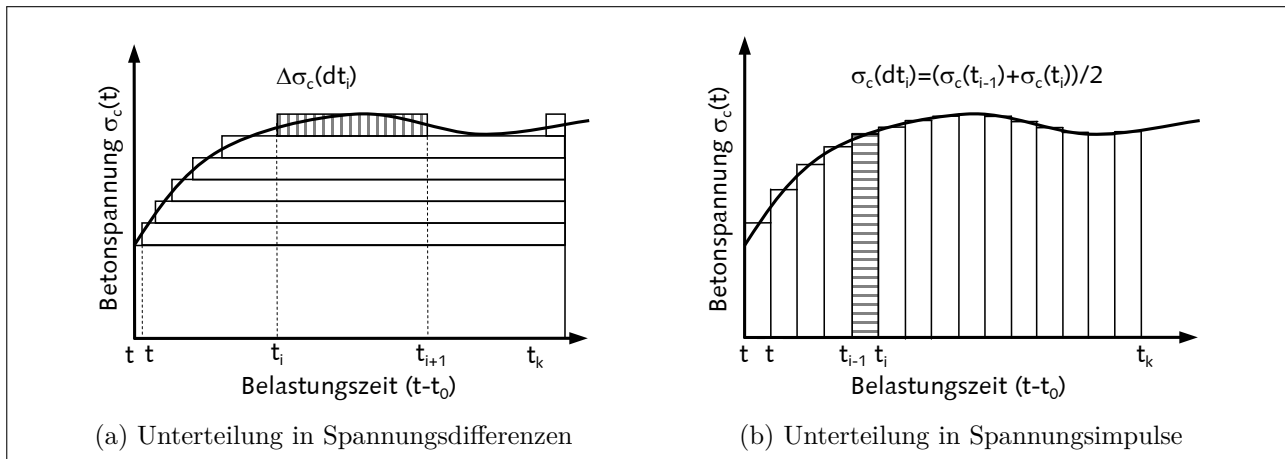


Abb. 2.11: Diskretisierung der Spannungsgeschichte des Betons

Je nach Definition der Gesamtnachgiebigkeit $J_c(t, t_0)$ bzw. des Kriechmaßes $C_c(t, t_0)$ existieren verschiedene Theorien, welche die Langzeitverformung von Beton unter Dauerbeanspruchung darstellen. Die Ansätze sowie deren Vor- und Nachteile werden im Folgenden erläutert.

Theorie des elastisch kriechenden Körpers

In diesem Ansatz (Abb. 2.12, b) wird die Kriechnachgiebigkeit bzw. die Kriechzahl als eine vom Betonalter t und vom Betonalter bei Lasteinleitung t_0 abhängige Größe betrachtet. Dieses Verhalten wurde durch zahlreiche Versuche bestätigt. Eine Schwachstelle der Theorie ist jedoch die Vernachlässigung einer Vorschädigung des Betons zu jedem Zeitpunkt einer Spannungsänderung, die zu geringen Abweichungen führen kann [102].

Die Berechnung der Kriechdehnungen erfolgt über die VOLTERRA'schen Integralgleichungen, Gl. (2.22) und (2.23). Für diese liegt jedoch keine geschlossene Lösung vor, da der Spannungsverlauf $\sigma_c(t)$ *a priori* nicht bekannt ist. Folglich ist für die Anwendung dieser Theorie die numerische Auswertung der Integrale mittels einer Diskretisierung der Zeit notwendig. Hierfür ist es notwendig, die gesamte Belastungsgeschichte des Betons zu berücksichtigen, was bei großen Systemen einen erheblichen Speicher- und Rechenaufwand bedeutet. Das Vorgehen wird in der englischen Sprache auch als *Step-by-Step Method* bezeichnet.

Um diesen Aufwand zu umgehen, gibt es mehrere Alternativen zur Berechnung der Kriechdehnungen bei veränderlichen Spannungen. Die einfachste, jedoch auch unsicherste Methode ist die effektive Steifigkeitsmethode, im Englischen als *Effective Modulus Method (EMM)* bezeichnet. Hierbei wird die Nachgiebigkeit zum Zeitpunkt t durch die Kriechzahl pauschal erhöht

$$J_c(t, t_0) = \frac{1 + \varphi_c(t, t_0)}{E_c}, \quad (2.25)$$

und die Gesamtdehnung mit Gl. (2.16) bestimmt. Die Spannungsgeschichte geht nicht in die Berechnung mit ein, lediglich die zum Zeitpunkt t vorliegenden Spannungen erzeugen Kriechdehnungen. Da diese Spannungen durch Umlagerungseffekte mit dem Bewehrungsstahl jedoch in der Regel geringer sind als zu Kriechbeginn, werden die Kriechverformungen damit unter-

schätzt. Dennoch stellt dieses Vorgehen aufgrund der Simplität eine in der Praxis häufig verwendete Methode dar.

Eine weitere Näherungsmethode stellen das Verfahren von TROST [140] bzw. dessen Formalisierung von BAŽANT [11] dar. Bei dieser im englischsprachigen auch *Age-Adjusted Effective Modulus Method (AEMM)* genannten Methode wird, mit der Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls, Gl. (2.22) in die Form

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} [1 + \varphi_c(t, t_0)] + \frac{1}{E_c} [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] + \frac{1}{E_c} \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \varphi_c(t, \tau) d\tau \quad (2.26)$$

überführt. Weiterhin führt TROST den bereits in Abschnitt 2.2.3.2 erläuterten Relaxationskennwert $\rho_c(t, t_0)$ ein. Dieser wird durch die Integralgleichung

$$\rho_c(t, t_0) = \frac{1}{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \varphi_c(t, t_0)} \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \varphi_c(t, \tau) d\tau \quad (2.27)$$

bestimmt. Somit kann Gl. (2.26) in folgende algebraische Spannungs-Dehnungs-Beziehung überführt werden:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} [1 + \varphi_c(t, t_0)] + \frac{1}{E_c} [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] [1 + \rho_c(t, t_0) \varphi_c(t, t_0)]. \quad (2.28)$$

Der Einfluss der Alterung des Betons auf das Kriechverhalten bei Belastungsänderung für Zeiträume $t > t_0$ wird dabei über den Relaxationskennwert erfasst. Die Lösung des Integrals aus Gl. (2.26) wird somit in die Bestimmung von ρ_c verlagert. Viele theoretische Arbeiten der letzten Jahrzehnte beschäftigten sich mit der Bestimmung dieses Relaxationskennwertes. Aus Grenzwertbetrachtungen ergeben sich die Grenzen $0,5 \leq \rho_c(t, t_0) \leq 1,0$. Der Wert $\rho_c(t, t_0) = 1,0$ stellt die untere Grenze der Kriechverformungen dar, womit das Verfahren identisch zur effektiven Steifigkeitsmethode wird. Für $\rho_c(t, t_0) = 0,5$ wird die Kriechdehnung maximal. Vereinfachend kann nach TROST $\rho_c(t, t_0) = 0,8$ angenommen werden.

BLESSENHOHL kommt in seiner Arbeit [27] nach einer Vielzahl von Berechnungen mit inkrementellen Methoden und der Berücksichtigung der genauen Spannungsgeschichte zu der Erkenntnis, dass der Relaxationskennwert für baupraktische Anwendungsfälle mit $0,7 \leq \rho_c(t, \tau) \leq 0,95$ eingegrenzt werden kann und bestätigt folglich den Vorschlag von TROST.

Theorie des Alterns

Das Kriechvermögen eines belasteten Betonkörpers unter Anwendung der *Alterungstheorie, Rate of Creep Method (RCM)*, ist nur vom aktuellen Betonalter abhängig, das Alter des Betons bei Belastungsbeginn geht nicht in die Berechnung des Kriechkoeffizienten ein

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_c(t) - \varphi_c(t_0). \quad (2.29)$$

Diese von GLANVILLE [59] und WHITNEY [145] entwickelte Theorie kann rheologisch mit einem sogenannten MAXWELL-Körper dargestellt werden, einer Reihenschaltung von Feder und

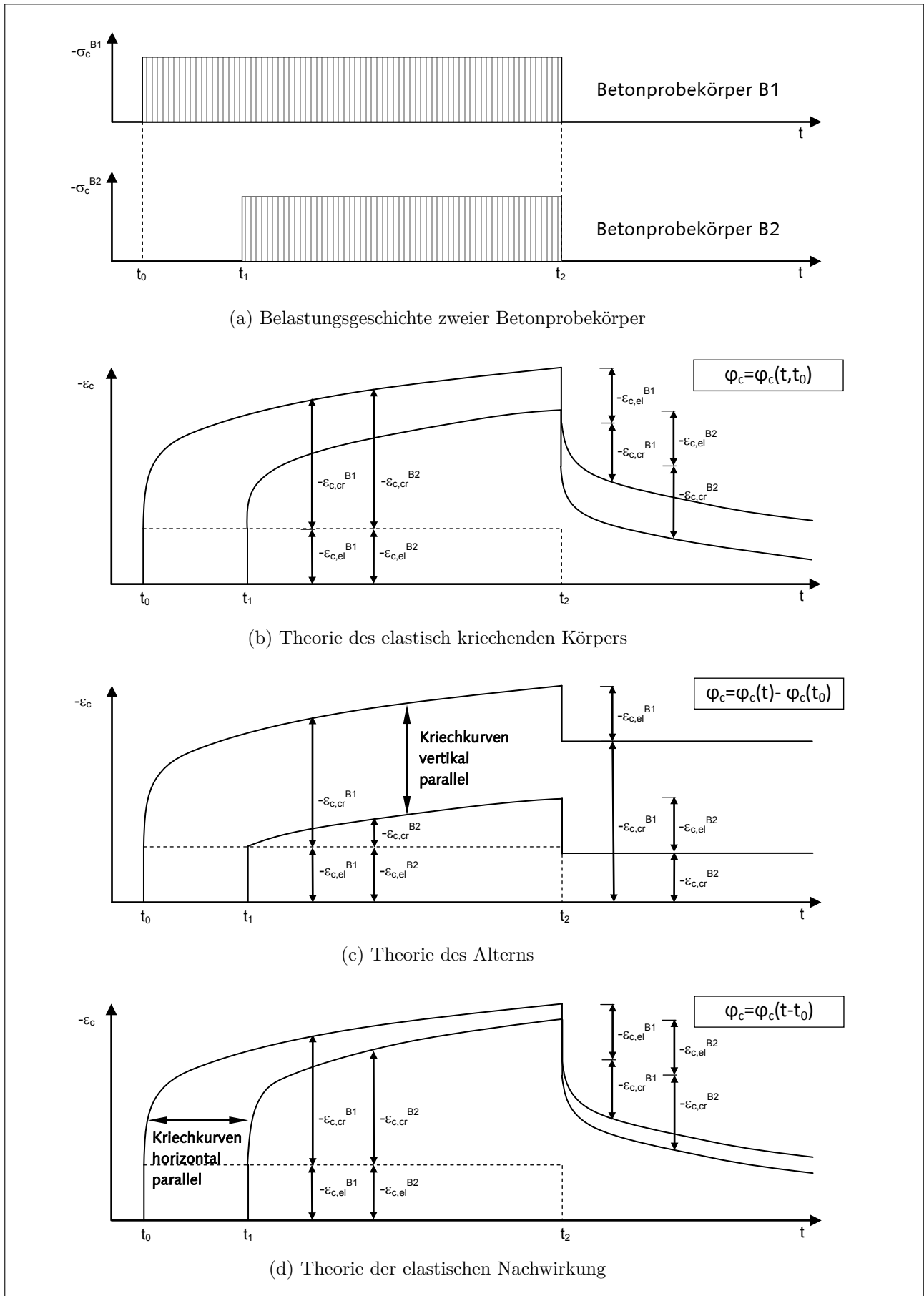


Abb. 2.12: Gegenüberstellung der Kriechtheorien unter Vernachlässigung der Nacherhärtung, in Anlehnung an [45]

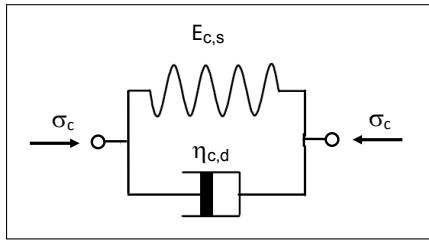


Abb. 2.13: KELVIN-Körper

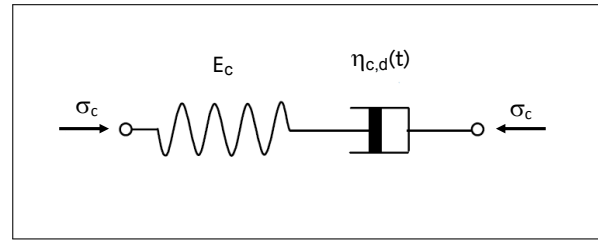


Abb. 2.14: MAXWELL-Körper

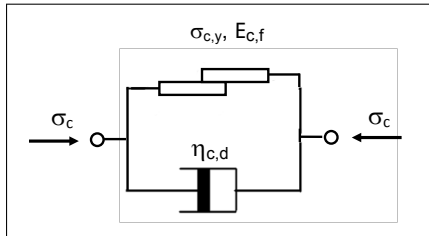


Abb. 2.15: BINGHAM-Körper

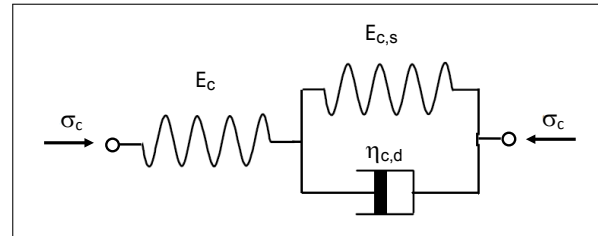


Abb. 2.16: POYNTING-THOMPSON-Körper

Dämpfer, Abb. 2.14. Daraus folgt, dass die Kriechkurven für verschiedene Belastungsalter stets vertikal parallel verlaufen (Abb. 2.12, c). Diese Annahmen führen zu einer wesentlichen Unterschätzung der Kriechdehnungen bei Betonen höheren Belastungsalters, bis hin zu nahezu zeitlich unveränderlichen Verformungen für sehr hohe Alter der Betone bei Belastungsbeginn. Ein weiterer Nachteil der Theorie ist die Vernachlässigung des Rückkriechens. Definitionsgemäß gehen nach Entlastung nur die elastischen Verformungen zurück und die entstandenen Langzeitverformungen sind irreversibel und können als visko-plastisches Fließen aufgefasst werden. Folglich ist die Theorie auf einen relativ frühzeitigen Belastungsbeginn sowie zeitlich annähernd konstante Spannungen begrenzt.

Unter Annahme eines zeitlich konstanten Elastizitätsmoduls E_c lässt sich mit der Theorie des Alterns die bekannte Differentialgleichung nach DISCHINGER [50] für den dargestellten MAXWELL-Körper herleiten:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \dot{\varphi}_c(t) + \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{\partial \varphi_c(t)}{\partial t} + \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t}. \quad (2.30)$$

Dieses Verfahren wurde in der Vergangenheit aufgrund der einfachen Handhabbarkeit sowie bedingt durch den früheren Wissensstand häufig für baupraktische Anwendungen benutzt.

Theorie der verzögerten elastischen Nachwirkung

Die Theorie der elastischen Nachwirkung entspricht rheologisch gesehen einem POYNTING-THOMPSON-Körper, Abb. 2.16, gleichbedeutend mit der Reihenschaltung einer HOOKE'schen Feder und einem KELVIN-Körper, Abb. 2.13. Der Einfluss der Alterung auf die Kriechzahl wird nicht berücksichtigt und diese ist nur von der Dauer der Belastung und nicht vom Zeitpunkt des Belastungsbeginns abhängig

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_c(t - t_0). \quad (2.31)$$

Dies entspricht der klassischen Visco-Elastizitätstheorie eines nichtalternden Materials mit zeitlich konstanten Materialparametern. Wie in Abb. 2.12, d illustriert, können die Kriechkurven horizontal parallel verschoben werden. Folglich streben alle Kriechverformungen dem gleichen Endwert $\varphi_{c,\infty}$ entgegen. Da die Kriechverformungen als verzögert elastisch betrachtet werden, gehen diese bei Entlastung auch vollständig zurück. Wird die Kriechzahl φ_c entsprechend des POYNTING-THOMPSON-Körpers definiert

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau_R}} \right), \quad (2.32)$$

kann aus der Theorie der elastischen kriechenden Körpers nach Gl. (2.22) durch Differentiation nach der Zeit die Differentialgleichung der verzögert elastischen Nachwirkung abgeleitet werden

$$\dot{\varepsilon}_c(t) + \frac{\varepsilon_c(t)}{\tau_R} = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{1 + \varphi_{c,\infty}}{\tau_R} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} + \frac{\varepsilon_c(t)}{\tau_R} = \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{1 + \varphi_{c,\infty}}{\tau_R}. \quad (2.33)$$

Dabei wird mit τ_R die sogenannte Retardationszeit bezeichnet, die sich aus der Viskosität des Dämpfers η_d und dem Elastizitätsmodul der Feder $E_s = E_c$ des KELVIN-Körpers berechnet

$$\tau_R = \frac{\eta_d}{E_s}. \quad (2.34)$$

Durch die Vernachlässigung der Alterung des Betons führt diese Theorie zu einer Überschätzung der Kriechdeformationen, im Speziellen bei einem hohen Alter des Betons bei Belastungsbeginn. Auf der anderen Seite stellt die vollständige Reversibilität der Langzeitverformungen nach Entlastung eine Schwachstelle dar, weshalb der Gebrauch für baupraktische Zwecke nur unter speziellen Umständen zu empfehlen ist.

Erweiterter Dischinger-Ansatz

Aus der Kombination der beschriebenen Theorien entstanden weitere Verfahren, die die Langzeitverformung von Beton detaillierter erfassen. Eines dieser Verfahren ist die *Improved Dischinger Method (IDM)*, auch als *Modified Rate of Creep Method* bezeichnet. Die Kriechzahl wird aus Kombination von visko-elastischen Anteilen nach der Theorie der elastischen Nachwirkung und visko-plastischen Anteilen nach der Theorie des Alterns zusammengesetzt

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,v-el}(t - t_0) + [\varphi_{c,v-pl}(t) - \varphi_{c,v-pl}(t_0)]. \quad (2.35)$$

Der Integralausdruck, der durch Einsetzen von Gl. (2.35) in Gl. (2.22) entsteht, ist im Allgemeinen nicht geschlossen lösbar, so dass erneut numerische Verfahren angewendet werden müssen. Da die Rate der visko-elastischen Verformungsanteile im Vergleich zu den visko-plastischen Verformungsanteilen schnell abklingt, schlägt NIELSEN [103] vor, den visko-elastischen Teil als eine zeitunabhängige, sofort auftretende Dehnung aufzufassen. Dies führt zu einer Überschätzung

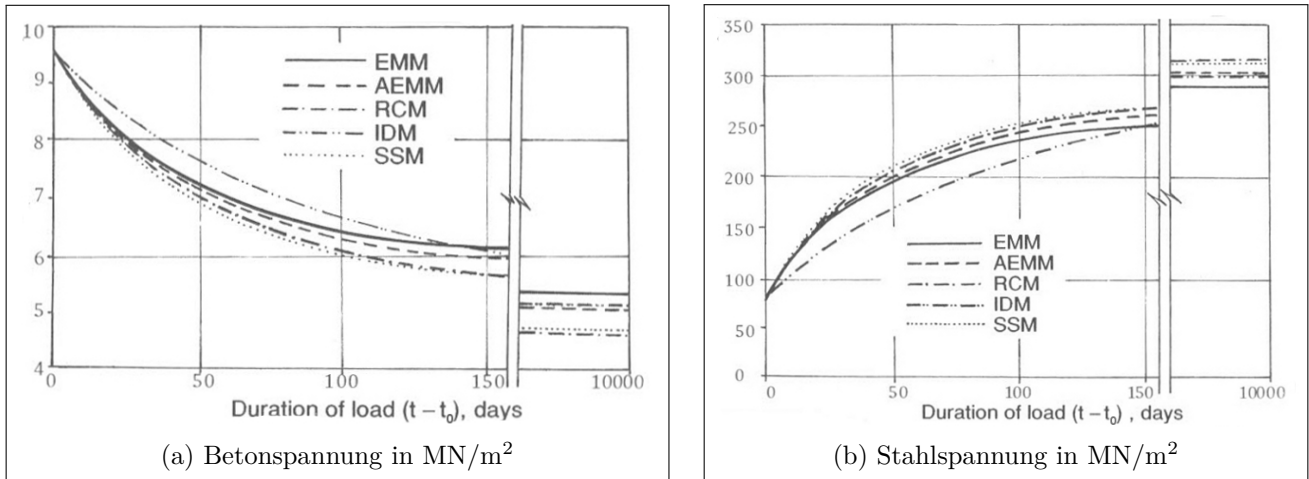


Abb. 2.17: Vergleich der Kriechtheorien für veränderliche Spannungen, aus [58]

der Kriechverformungen für sehr kurze Belastungszeiträume, für spätere Berechnungszeitpunkte werden jedoch hinreichend genaue Ergebnisse erzielt. Unter Annahme eines zeitlich konstanten Elastizitätsmoduls wird durch Ableitung nach der Zeit folgende Differentialgleichung erzielt:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t) + \dot{\varepsilon}_{c,v-el}(t) + \dot{\varepsilon}_{c,v-pl}(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} + \frac{\varphi_{c,v-el}(t)}{E_c} \dot{\sigma}_c(t) + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \dot{\varphi}_{c,v-pl}(t)$$

bzw.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} &= \frac{\partial \varepsilon_{c,el}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{c,v-el}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{c,v-pl}(t)}{\partial t} \\ &= \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\varphi_{c,v-el}(t)}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{\partial \varphi_{c,v-pl}(t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

GILBERT vergleicht in [58] die zuvor genannten fünf praktikablen Methoden zur Berechnung der Kriechdehnung: *Effective Modulus Method (EMM)*, *Age-Adjusted Effective Modulus Method (AEMM)*, *Rate of Creep Method (RCM)*, *Improved Dischinger Method (IDM)* sowie die *Step-by-Step Method (SSM)*. Als Beispiel wird eine axial auf Druck belastete Stahlbetonstütze herangezogen. Die Reduktion der Betonspannung sowie die Erhöhung der Stahlspannung infolge der Kriechverformung sind in Abb. 2.17 dargestellt. Die Step-by-Step Methode (SSM) dient dabei als Referenzwert der genauesten Lösung.

Verfestigungstheorie

BAŽANT und PRASANNAN entwickelten mit der *Solidification Theory* ein Kriechmodell basierend auf Mikrostrukturbetrachtungen des Betons [22, 23], wodurch diese Methode physikalisch wesentlich fundierter ist als die anderen rein phänomenologisch motivierten Theorien. In Anlehnung an die Theorie des Alterns werden die Verformungen in elastische, verzögert elastische und plastische (Fließen) Anteile unterschieden. Sie erweitern diese jedoch durch die Berücksichtigung der Alterungsabhängigkeit der verzögert elastischen und plastischen Verformungsanteile. Aus rheologischer Sicht können die visko-elastischen Verformungen mit einem KELVIN-Element, Abb. 2.13, und die visko-plastischen Verformungen mit einem NEWTON'schen Dämpfer be-

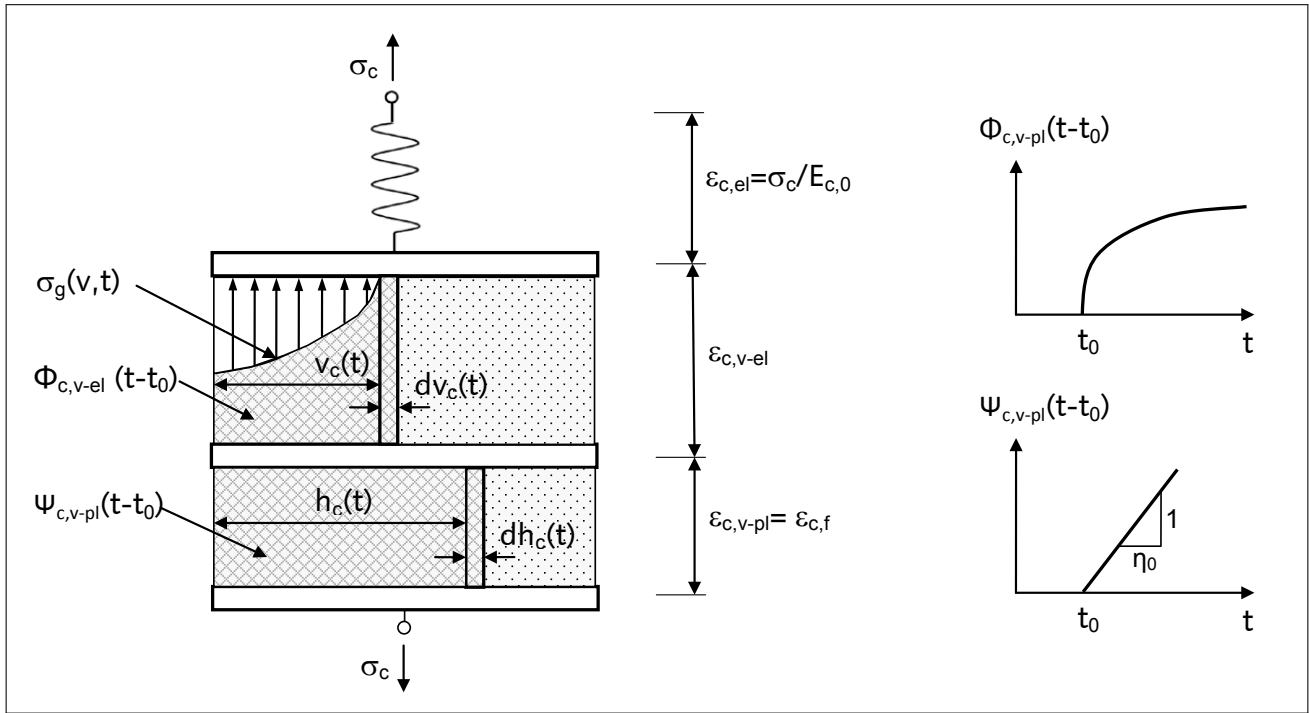


Abb. 2.18: Modellbildung der Verfestigungstheorie, nach [22]

schrieben werden. Das gesamte rheologische Modell ergibt sich aus der Kombination mit einer HOOKE'schen Feder und ist in Abb. 2.18 dargestellt.

Allgemein kann die Kriechfunktion wie folgt aufgestellt werden:

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{ca}} + C_{c,v-el}(t, t_0) + C_{c,v-pl}(t, t_0), \quad (2.37)$$

mit E_{ca} als asymptotischer Elastizitätsmodul, der sich für sehr kurze Belastungszeiträume $t - t_0 \leq 1 \mu\text{s}$ ergibt, sowie den Kriechmaßen für verzögert elastische $C_{c,v-el}$ und fließende Anteile $C_{c,v-pl}$. Die Gl. (2.37) kann durch die Ratenformulierungen der Kriechmaße zu

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{ca}} + \int_{t_0}^t \dot{C}_{c,v-el}(t, t_0) dt + \int_{t_0}^t \dot{C}_{c,v-pl}(t, t_0) dt \quad (2.38)$$

umformuliert werden. Der Kernpunkt der Theorie ist die Formulierung der Alterung als ein Zuwachs an Volumen altersunabhängiger Bestandteile der Mikrostruktur. Unter dieser Annahme sind die allgemeinen Gesetze der Thermodynamik weiterhin gültig, da diese nur für konstante Materialparameter formuliert sind. Das Volumen der Zementmatrix nimmt durch die zeitlich voranschreitende Hydratation permanent zu, so dass sich mehr Material an der Lastabtragung beteiligt und somit die Alterung erfasst wird. Die Rate des Kriechmaßes wird zu:

$$\dot{C}_c(t, t_0) = \dot{C}_{c,v-el}(t, t_0) + \dot{C}_{c,v-pl}(t, t_0) = \frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t - t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t - t_0)}{h_c(t)}. \quad (2.39)$$

Hierin bezeichnen $\dot{\Phi}_{c,v-el}$ und $\dot{\Psi}_{c,v-pl}$ die Rate der Nachgiebigkeitsfunktionen des erhärteten Volumenanteils der Mikrostruktur für visko-elastische und visko-plastische Verformungen. Die

Funktionen $v_c(t)$ und $h_c(t)$ stellen die effektiven Volumenanteile des lastabtragenden Materials dar, die in den Grenzen

$$0 \leq v_c(t) \leq 1 \text{ bzw. } 0 \leq h_c(t) \leq 1 \quad (2.40)$$

liegen. Der Zuwachs von $v_c(t)$ und $h_c(t)$ ist laut BAŽANT nicht nur auf die Hydratation, sondern auch auf das Formen weiterer Verbindungen zwischen den Festbestandteilen im Beton zurückzuführen. Die nacherhärtenden Anteile der Zementmatrix werden jeweils spannungsfrei eingebaut, so dass sich in Abhängigkeit des Zeitpunkts t sowie des jeweiligen Volumenanteils $v_c(t)$ eine eigene Mikrostrukturspannung $\sigma_g(v, t)$ ergibt.

Die Gesamtkriechfunktion ergibt sich aus den Nachgiebigkeitsfunktionen der Mikrostruktur sowie den effektiven Volumenanteilen zu

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c0}} + \int_{t_0}^t \frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} dt + \int_{t_0}^t \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} dt. \quad (2.41)$$

Durch Kombination von Gl. (2.24) und (2.39) ergibt sich die zeitabhängige Dehnungsrate:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_{c0}} + \sigma_c(t_0) \left[\frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} \right] + \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \left[\frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} \right] d\tau. \quad (2.42)$$

Durch partielle Integration sowie die Unterteilung des Spannungsverlaufs in Spannungsimpulse (Abb. 2.11 (b)) wird die Dehnungsgeschwindigkeit zu

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_{c0}} - \frac{1}{v_c(t)} \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{\partial \tau} d\tau - \frac{1}{h_c(t)} \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.43)$$

Die Verfestigungstheorie hat sich als eine der wissenschaftlich anerkanntesten Theorien zur Beschreibung der Kriechverformungen entwickelt. Viele weitere Modelle basieren auf dieser Theorie [94, 108, 107, 87], dennoch sind einige Schwachpunkte enthalten. Beispielsweise sind die Verläufe der effektiven Volumenanteile $v_c(t)$ und $h_c(t)$ empirisch ermittelt. Weiterhin ist die Mikronachgiebigkeitsfunktion $\Phi_{c,v-el}$ nur durch eine Logarithmusfunktion approximiert, so dass insgesamt von einer physikalisch begründeten und empirisch ergänzten Theorie ausgegangen werden kann.

Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie

Die *Microprestress-Solidification Theory* von BAŽANT, HAUGGAARD, BAJEWA und ULM [19] stellt die Erweiterung der Verfestigungstheorie bezüglich der Modellierung des Trocknungskriechens dar. Grund für die Modifizierung ist die Erkenntnis, dass Langzeitkriechprozesse nicht allein mit dem Hydratationsprozess des Betons erklärt werden können. Die Erhärtungsvorgänge klingen nach relativ kurzer Zeit ab, die Kriechprozesse halten jedoch sehr lange an.

Die bereits erläuterte Verfestigungstheorie wird um eine Reihenschaltung eines Feder-Fließelements zur Beschreibung des Trocknungskriechens erweitert, welches eine von den Mikrovorspannungen S abhängige Viskosität $\eta(S)$ besitzt. Die Mikrovorspannungen ergeben sich aus dem in den Gelporen gebundenen Wasser, das infolge von Kapillareffekten, der Oberflächenspannungen sowie der Kristallisation der unhydrierten Zementphase unter ständigen Mikrozugspannungen steht. Die Rate der visko-plastischen Dehnungen des Fließelements kann folglich mit

$$\dot{\epsilon}_{c,v-pl}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{\eta(S)} \quad (2.44)$$

beschrieben werden.

Innerhalb des Mikrogefüges werden die Mikrovorspannungen als Folge des Brechens und des Neuentstehens der Querverbindungen in den Mikroporen einem Relaxationsprozess unterworfen. Die sich ergebende Differentialgleichung der Mikrovorspannung wird in [18] zu

$$\dot{S} + c_0 S^p = -c_1 \frac{\dot{RH}}{RH}, \text{ mit } c_0 = C_S c p \quad (2.45)$$

hergeleitet. Hierin sind c_1 , c und p konstante Parameter, C_S stellt die Steifigkeit des Feder-Fließelements dar. Die Variablen \dot{RH} und RH entsprechen der Rate der Feuchtigkeit bzw. der Feuchtigkeit des Betons. Wie zu erkennen ist, sind die Mikrovorspannungen S und somit die Viskosität des Dämpfers η nur vom internen Feuchtezustand der Struktur abhängig und werden nicht durch die makroskopische Spannung σ_c beeinflusst.

In Kombination dieser Theorie mit hygro-mechanischen gekoppelten Modellen lassen sich über die Feuchteverteilung im Betonquerschnitt das Trocknungskriechen, respektive der PICKETT-Effekt, gut simulieren [60].

2.2.3.4 Allgemeine Ansätze der linearen Kriechtheorie

Die Vorhersage von Kriechverformungen beschäftigt die Forschung schon seit fast 100 Jahren. Dementsprechend vielfältig sind die Ansätze zur analytischen Beschreibung des Langzeitverhaltens. Die wesentlichen Ansätze zur Bestimmung der linearen Kriechzahl φ_c werden im Folgenden dargestellt. Generell kann zwischen einer Produkt- und Summenformulierung unterschieden werden. Der Produktansatz, der auch als affines Kriechen bezeichnet wird, kombiniert eine Alterungsfunktion mit einer Zeitverlaufsfunktion

$$\varphi_c(t, t_0) = [k_1(t_0) k_2] k_3(t - t_0), \quad (2.46)$$

mit den allgemeinen Funktionen bzw. Koeffizienten $k_1 \dots k_3$. Dieser Ansatz wurde u.a. im Model Code 2010 und in die Empfehlungen des Amerikanischen Betoninstituts (ACI) übernommen. Beim Summenansatz werden die entsprechenden visko-elastischen und visko-plastischen Kriechanteile addiert

$$\varphi_c(t, t_0) = k_1(t, t_0) + k_2(t, t_0). \quad (2.47)$$

Dieser Ansatz findet sich in der *Solidification Theory* von BAŽANT wieder. Der Ansatz von RÜSCH [119] beruht ebenso auf der Summenformulierung und wird in DIN 4227 [47] verwendet

$$\varphi_c(t, t_0) = k_1(t) - k_1(t_0) + k_2(t, t_0). \quad (2.48)$$

DISCHINGER [50] führt eine Exponentialfunktion zur Beschreibung der zeitabhängigen Kriechzahl ein

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} [1 - e^{-a(t-t_0)}]. \quad (2.49)$$

Diese strebt für eine lange Belastungsdauer der Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}$ entgegen. PFEFFERLE [109] modifiziert diese, um das rasche Anfangskriechen besser simulieren zu können:

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} [1 - e^{-a\sqrt{t-t_0}}]. \quad (2.50)$$

STRAUB [133] und SHANK [125] entwickelten die Potenzfunktion zur Beschreibung des Verlaufs der Kriechzahl über die Zeit

$$\varphi_c(t, t_0) = a(t - t_0)^b. \quad (2.51)$$

Diese besitzt keinen Endwert und stellt somit einen steten Zuwachs der Kriechverformungen dar. BAŽANT und OSMAN [21] erweitern diese Potenzfunktion um die Abhängigkeit vom Betonalter bei Belastungsbeginn und schlagen eine Doppelpotenzfunktion (*Double Power Law*) vor:

$$\varphi_c(t, t_0) = a t_0^b (t - t_0)^c. \quad (2.52)$$

Aus Kombination dieser Doppelpotenzfunktion mit einem Ansatz von HANSON [66], der das Kriechen mit einer Logarithmusfunktion beschreibt

$$\varphi_c(t, t_0) = a \ln [1 + (t - t_0)], \quad (2.53)$$

entwickelten BAŽANT und CHERN [17] die logarithmische Doppelpotenzfunktion (*Log Double Power Law*)

$$\varphi_c(t, t_0) = a \ln [1 + b t_0^c (t - t_0)^d]. \quad (2.54)$$

Mit diesem Ansatz wird der Übergang von der Potenzfunktion für kurze Belastungszeiträume hin zu logarithmischen Kriechverformungen für lange Belastungsdauern beschrieben.

ROSS [116] und LORMAN [85] führen die Hyperbelfunktion in Kombination mit der Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}$ ein

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \frac{(t - t_0)}{a + (t - t_0)}. \quad (2.55)$$

Da die Hyperbelfunktion gegen den Wert 1 konvergiert, streben die Kriechverformungen ebenfalls gegen die Endkriechzahl. MEYERS ET AL. [96] veränderten diese Hyperbelfunktion zu

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \frac{(t - t_0)^b}{a + (t - t_0)^b}, \quad (2.56)$$

mit $b \approx 0,6$. Diese Form wurde u.a. vom ACI209 [2] übernommen. Eine weitere Modifikation hin zu einer hyperbolischen Funktion

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)}{a + (t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (2.57)$$

findet sich beispielsweise im MC2010 [39] wieder.

2.2.3.5 Vorhersageverfahren für Nachgiebigkeitsfunktionen

Entsprechend der im letzten Abschnitt vorgestellten Funktionsansätze für die Kriechzahl gibt es Vorhersageverfahren für die in den allgemeinen Formeln angegebenen Parameter a , b , c und d . Da es aufgrund der Vielzahl von Funktionsansätzen für die Kriechzahl respektive der Kriechnachgiebigkeit, dementsprechend viele Vorhersageverfahren gibt, beschränkt sich diese Arbeit auf vier wesentliche Modelle:

- Modell ACI209 des American Concrete Institute [2]
- Modell B3 von BAŽANT und BAJEWA [14, 15, 16]
- Modell nach Model Code 2010 [39], ursprünglich in der aktualisierten Auflage des Model Code 90-99 veröffentlicht [38]
- Modell GL2000 von GARDNER und LOCKMAN [57]

Das Kriechen hängt im Allgemeinen von einer Vielzahl von Einflussparametern ab, die jedoch nicht alle in den Modellen erfasst werden können. Je nach Modell werden unterschiedliche Eingangsparameter berücksichtigt.

Das Modell **ACI209** folgt dem Produktansatz nach Gl. (2.46) unter Verwendung der Hyperbel nach MEYERS ET AL. [96] als Zeitverlaufsfunktion und dem Ansatz einer Grundkriech- bzw. Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}$

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)^\Psi}{d + (t - t_0)^\Psi} \right], \quad \text{mit } t \text{ und } t_0 \text{ in [d]}. \quad (2.58)$$

Der Exponent Ψ sowie der Summand des Nenners d liegen in den Grenzen

$$0,4 \leq \Psi \leq 0,8 \quad \text{bzw.} \quad 6 \text{ d} \leq d \leq 30 \text{ d}, \quad (2.59)$$

können jedoch näherungsweise mit $\Psi = 0,6$ und $d = 10$ d angesetzt werden. Die Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}$ ist auf die Betonsteifigkeit bei Belastungsbeginn E_{c,t_0} bezogen. Die Berechnung von $\varphi_{c,\infty}$ basiert auf der Grundannahme, dass Beton eine Endkriechzahl vom 2,35-fachen der 28-Tage Kriechzahl aufweist [58]. Die 28-Tage Kriechzahl wird in Abhängigkeit diverser Parameter modifiziert und das Endkriechmaß errechnet sich dahingehend mit

$$\varphi_{c,\infty} = 2,35 \gamma_{la} \gamma_{RH} \gamma_a \gamma_{v/s} \gamma_{sl} \gamma_{f-a}. \quad (2.60)$$

Darin werden folgende Einflüsse in den Korrekturparametern berücksichtigt: das Betonalter bei Lasteinleitung γ_{la} , die relative Luftfeuchte γ_{RH} , der Luftporenanteil γ_a , das Volumen/Oberflächen-Verhältnis $\gamma_{v/s}$, das Ausbreitmaß γ_{sl} sowie der Anteil der Feinbestandteile an den Zuschlagstoffen γ_{f-a} . Die Kriechnachgiebigkeit ist definiert als

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t}}. \quad (2.61)$$

Das Modell **B3** basiert auf der Verfestigungstheorie und verfolgt demnach den Summenansatz für die Kriechverformungen nach Gl. (2.47). Die Kriechnachgiebigkeit wird in die Anfangsnachgiebigkeit q_1 sowie explizit in das Grund- und Trocknungskriechen, $C_{c,0}$ und $C_{c,d}$, unterteilt

$$J_c(t, t_0, t_d) = q_1 + C_{c,0}(t, t_0) + C_{c,d}(t, t_0, t_d). \quad (2.62)$$

Im Gegensatz zu den anderen Modellen wird die Anfangsnachgiebigkeit q_1 nicht über das Reziproke des Sekantenmoduls E_{c,t_0} ermittelt, sondern mit dem asymptotischen Elastizitätsmodul $E_{ca,28} \approx E_{c,28}/0,6$, da BAŽANT und BAJEWA davon ausgehen, dass in der Bestimmung des Sekantenmoduls bereits Kriechverformungen enthalten sind. Folglich ist dies beim Vergleich der errechneten Kriechverformungen der Modelle zu beachten. Das Grundkriechen wird in die Anteile visko-elastischer (alterungsabhängig q_2 und alterungsunabhängig q_3) und visko-plastischer (Fließen q_4) Nachgiebigkeit differenziert, mit spezifischem Zeitverlauf der jeweiligen Anteile,

$$C_{c,0}(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln \left[1 + (t - t_0)^{0,1} \right] + q_4 \ln \left(\frac{t}{t_0} \right), \quad (2.63)$$

mit der Approximation von $Q(t, t_0)$ nach BAŽANT und PRASANNAN [22, 23]

$$Q(t, t_0) = Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{Z(t, t_0)} \right)^{r(t_0)} \right]^{-1/r(t_0)}, \quad (2.64)$$

sowie

$$Q_f(t_0) = \frac{1}{0,086t_0^{2/9} + 1, 2t_0^{4/9}}, \quad Z(t, t_0) = t_0^{-0,5} \ln \left[1 + (t - t_0)^{0,1} \right], \quad r(t_0) = 1, 7t_0^{0,12} + 8. \quad (2.65)$$

Das Trocknungskriechen wird mit

$$C_{c,d}(t, t_0, t_d) = q_5 \sqrt{e^{-8H(t)} - e^{-8H(t_0)}} \quad (2.66)$$

erfasst, worin $H(t)$ bzw. $H(t_0)$ die mittlere relative Porenfeuchte zur Zeit t bzw. t_0 darstellt. Die Parameter $q_1 \dots q_5$ sind abhängig von der Betonfestigkeit, der Betonzusammensetzung sowie der relativen Luftfeuchte und Probengeometrie (im Grundschildmaß $\varepsilon_{sh\infty}$ enthalten)

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{0,6}{E_{c,28}}, \quad q_2 = 2,33 \cdot 10^{-5} c^{0,5} f_{c,28}^{-0,9}, \quad q_3 = 0,29 \left(\frac{w}{c}\right)^4 q_2, \\ q_4 &= 2,03 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{c}\right)^{-0,7}, \quad q_5 = \frac{0,757}{f_{c,28} \varepsilon_{sh\infty}^{0,6}}, \quad \text{mit } c \text{ in } [\text{kg/m}^3] \text{ und } f_{c,28} \text{ in } [\text{MN/m}^2]. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Die Parameter $q_1 \dots q_5$ werden in $[\text{m}^2/\text{MN}]$ errechnet. Temperatureinflüsse können durch Modifikation der Kriechnachgiebigkeit ebenfalls berücksichtigt werden. BAŽANT gibt in [14] auch eine Kurzform des Modells an, falls keine Kenntnisse der genauen Betonzusammensetzung vorliegen.

Das Modell nach **Model Code 2010** ist dem Modell ACI209 ähnlich, es folgt ebenso der Produktformulierung. Jedoch wird für dieses Modell eine hyperbolische Zeitverlaufsfunktion berücksichtigt. Die zeitabhängige Kriechzahl bezieht sich bei diesem Modell stets auf den 28-Tage-Wert des Elastizitätsmoduls und wird mit

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \beta_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0,3} \quad (2.68)$$

bestimmt. Darin ist β_H ein Faktor, der die Kriechgeschwindigkeit infolge Trocknungskriechens in Bezug zur relativen Luftfeuchte RH in $[-]$, der wirksamen Bauteildicke h in $[\text{mm}]$ sowie eines von der Betonfestigkeit abhängigen Korrekturbeiwerts α_3 erfasst

$$\beta_H = 1,5h \left[1 + (1,2RH)^{18} \right] + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3. \quad (2.69)$$

Die Grundkriechzahl errechnet sich mit

$$\varphi_{c,\infty}(t_0) = \varphi_{RH} \beta(f_c) \beta(t_0). \quad (2.70)$$

Der Faktor φ_{RH} ist analog zu β_H abhängig von der relativen Luftfeuchte und der wirksamen Bauteildicke h

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH}{0,1h^{1/3}} \alpha_1 \right] \alpha_2. \quad (2.71)$$

Weiterhin werden erneut die Korrekturbeiwerte α_1 und α_2 , definiert in Abhängigkeit zur Festigkeit, eingeführt. Ein weiterer Einfluss der Betonfestigkeit wird über

$$\beta(f_c) = \frac{16,8}{\sqrt{f_c}}, \quad \text{mit } f_c \text{ in } \left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right] \quad (2.72)$$

berücksichtigt und das Alter des Betons bei Belastungsbeginn ist im Faktor

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_{0,T})^{0,2}} \quad (2.73)$$

enthalten. Als $t_{0,T}$ wird das effektive Alter des Betons bei Lasteinleitung bezeichnet, das in Abhängigkeit der Zementart sowie der Umgebungstemperatur vom realen Alter abweichen kann. Die Nachgiebigkeit wird bestimmt mit

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_{c,\infty}(t, t_0)}{E_{c0,28}}. \quad (2.74)$$

Das letzte hier vorgestellte Modell **GL2000** ist ein rein empirisches Modell, entwickelt durch Regression von Kriechversuchen der RILEM Datenbank. Das Modell ist durch einen steten Anstieg der Kriechverformungen selbst für hohe Belastungsdauern charakterisiert und benötigt lediglich die relative Luftfeuchte, die Zementart, die Geometrie sowie den Elastizitätsmodul als Eingangsparameter. Die Kriechzahl bezieht sich auf den 28-Tage-Wert des Elastizitätsmoduls und wird wie folgt bestimmt:

$$\begin{aligned} \varphi_{c,28}(t, t_0) = \Phi(t_0, t_d) & \left[2 \left(\frac{(t - t_0)^{0,3}}{(t - t_0)^{0,3} + 14} \right) + \left(\frac{7}{t_0} \right)^{0,5} \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + 7} \right)^{0,5} \right] \\ & + \Phi(t_0, t_d) \left[2,5 \left(1 - 1,086RH^2 \right) \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + 0,15 \left(\frac{V}{S} \right)^2} \right)^{0,5} \right], \text{ mit } \frac{V}{S} \text{ in [mm]}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Der Parameter $\Phi(t_0, t_d)$ berücksichtigt das Austrocknen des Betons vor Erstbelastung ($t_d \leq t_0$) und ist mit

$$\Phi(t_0, t_d) = \left[1 - \left(\frac{t_0 - t_d}{t_0 - t_d + 0,15 \left(\frac{V}{S} \right)^2} \right)^{0,5} \right]^{0,5} \quad (2.76)$$

angegeben. Die Kriech- bzw. Gesamtnachgiebigkeit errechnet sich analog zum MC2010 mit Gl. (2.74).

2.2.3.6 Nichtlinearität des Kriechens unter hohen Spannungen

Die in den vorhergehenden vier Abschnitten beschriebenen Beziehungen zwischen Spannung und Kriechverformung gelten alle unter Voraussetzung des linearen Kriechens, das bei Beton nur im Gebrauchslastbereich bis ca. 45 % der Kurzzeitfestigkeit des Materials vorliegt. Überschreiten die Spannungen den Gebrauchslastbereich, kommt es, wie bereits in Abschnitt 2.2.3.1 beschrieben, zu verstärkter Mikrorissbildung unter Belastung und folglich zu einer überproportionalen Zunahme der Kriechdehnungen in Bezug auf die Spannung. Die Vernachlässigung dieser

Nichtlinearität kann zu einer Unterschätzung der Kriechverformung sowie von Spannungs- bzw. Schnittgrößenumlagerungen bei Stahlbeton- und Spannbetonquerschnitten führen.

Die mathematische Beschreibung des nichtlinearen Kriechens ist seit einigen Jahren Gegenstand vieler Veröffentlichungen. Es entwickelten sich dabei verschiedene Wege, die Nichtlinearität unter hohen Spannungen zu berücksichtigen. Als Erstes sind neue rheologische Modelle von SHEN [126], Mazzotti [94], BOCKHOLD [28] oder HEIDOLF [70] zu nennen, die durch nichtlineare Feder-Dämpfer-Modelle sowie durch deren Differentialgleichungen die nichtlinearen Zusammenhänge zwischen Kriechverformung und Spannung beschreiben. Eine weitere Vorgehensweise ist die Annahme der Kopplung der linearen Kriechzahl φ_c an die Dehnungen der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons für Kurzzeitbeanspruchung [91]. Als Konsequenz dieser Modellannahme verursachen auch inelastische Verformungsanteile Kriechverformungen. STREIT [134] simuliert das nichtlineare Kriechen durch eine Trennung der spannungsunabhängigen linearen und spannungsabhängigen nichtlinearen Anteile. Eine weitere und meist verbreitete Vorgehensweise ist die Erhöhung der linearen Kriechzahl mit einem dimensionslosen, empirisch ermittelten spannungsabhängigen Kriechzahlerhöhungsfaktor [61, 22, 20, 39, 45].

Eine Auswahl der rheologischen Modelle ist Inhalt der nächsten Sektion. In diesem Abschnitt wird auf die Anwendung der Überproportionalitätsfaktoren eingegangen und es werden die bedeutendsten Faktoren erläutert. Generell wird durch den Erhöhungsfaktor F die Kriechzahl φ_c bzw. das Kriechmaß C_c erhöht

$$\varphi_{c,nl} = F(\sigma_c) \varphi_c(t, t_0) \quad \text{bzw.} \quad C_{c,nl} = F(\sigma_c) C_{c,cr}(t, t_0) \quad (2.77)$$

und diese für die Bestimmung der Langzeitverformungen benutzt.

Beim Verfahren nach Model Code 2010 kann der Einfluss der Nichtlinearität für Spannungen $|\sigma_c| \leq 0,4f_c(t_0)$ vernachlässigt werden. Für Spannungen im Bereich $0,4f_{c,t_0} \leq |\sigma_c| \leq 0,6f_{c,t_0}$ wird der Überproportionalitätsfaktor wie folgt angegeben:

$$F(\sigma_c) = e^{\alpha_\sigma \left(\frac{\sigma_c}{f_{c,t_0}} - 0,4 \right)}. \quad (2.78)$$

Der Beiwert α_σ , der im MC2010 mit 1,5 angegeben ist, kann bei sehr massigen Bauteilen und hohen Luftfeuchten auf 0,5 reduziert werden. Bei diesem Verfahren wird die Nichtlinearität als näherungsweise konstant angenommen. Die Kriechfunktion wird damit zu:

$$J_c(\sigma_c, t, t_0) = \frac{1}{E_c(t)} + F(\sigma_c) C_c(t, t_0). \quad (2.79)$$

Weitere Überproportionalitätsfaktoren werden von BAŽANT und PRASANNAN [22]

$$F(\sigma_c) = \frac{1 + s^2}{1 - \Omega} \quad (2.80)$$

sowie BAŽANT und KIM [20]

$$F(\sigma_c) = \frac{1 + 3s^5}{1 - \Omega} \quad (2.81)$$

vorgeschlagen. Darin ist $s = |\sigma_c/f_c|$ das aktuelle Spannungsniveau. Der Parameter $\Omega = s^{10}$ beschreibt die zunehmende Schädigung des Betons, resultierend aus der sukzessiven Mikrorissbildung im bruchnahen Bereich, und ist für $s \leq 0,6$ näherungsweise $\Omega \approx 0$. Beide Nichtlinearitätsfaktoren streben mit einer zunehmenden Betonspannung gegen ∞ , da die Strukturschädigung zunimmt ($\Omega \rightarrow 1$).

GRASSER und KRAEMER [61] kamen anhand der Versuchsdaten von RÜSCH zu dem Ergebnis, dass der Überproportionalitätsfaktor neben dem Spannungsniveau auch von der Belastungsdauer abhängig ist. Die Nichtlinearität des Kriechens stellt sich bei diesen Versuchen ab einem Spannungsniveau von 25 % der Kurzzeitfestigkeit ein. Aus den grafischen Darstellungen von GRASSER und KRAEMER entwickelte DIENER [45] ein empirisch entworfenes Verfahren zur Berechnung des Kriechzahlerhöhungsfaktors

$$F(\sigma_c) = 1 + \beta_{ft}^{1/\alpha} \beta_f \beta_{t_0} \left| \frac{\sigma_c}{f_c} \right|^3. \quad (2.82)$$

Die Faktoren in Gl. (2.82) sind:

$\beta_{ft} = 1,2f_c^{1/6}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Kurzzeitfestigkeit f_c in [kN/cm ²] auf den Einfluss der Belastungsdauer $(t - t_0)$ in [d]
$\beta_f = 0,05f_c + 1,0$	Beiwert zur Berücksichtigung der Kurzzeitfestigkeit f_c in [kN/cm ²]
$\beta_{t_0} = \left(\frac{t_0}{28}\right)^{0,1}$	Beiwert zur Berücksichtigung des Betonalters t_0 in [d] bei Erstbelastung
$\alpha = \sqrt{t - t_0}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Belastungsdauer $(t - t_0)$ in [d].

Die von DIENER aufgestellte Nichtlinearitätsfunktion zeigt mit den experimentell ermittelten Graphen von GRASSER und KRAEMER für eine größere Belastungsdauer eine gute Übereinstimmung. Die Kriechverformungen im Sekunden- und Minutenbereich werden hingegen überschätzt, da der Faktor $\beta_{ft}^{1/\alpha}$ für $(t - t_0) \rightarrow 0$ gegen unendlich strebt. Aus diesem Grund begrenzt DIENER die Anwendung des Überproportionalitätsbeiwerts auf die Belastungsdauer $(t - t_0) \geq 0,5$ d.

Die erläuterten Überproportionalitätsfaktoren sind in Abb. 2.19 in Abhängigkeit des Spannungsniveaus gegenübergestellt. Entsprechend der Grenzen der Linearität des Kriechens ergibt sich bei DIENER und BAŽANT/PRASANNAN bereits bei niedrigen Spannungen ein nichtlineares Verhalten. Bis zu einem Spannungsniveau von $\sigma_c \leq 0,6f_c$ sind zwischen den Funktionen keine großen Unterschiede zu erkennen. Wird diese Grenze jedoch überschritten, prognostizieren die Faktoren nach BAŽANT/PRASANNAN sowie BAŽANT/KIM eine wesentlich größere Nichtlinearität.

Um das nichtlineare Kriechen zeitlich veränderlicher Spannungen zu analysieren, schlagen BAŽANT/PRASANNAN [22] vor, den differentiellen Zuwachs des Kriechens durch den Überpropor-

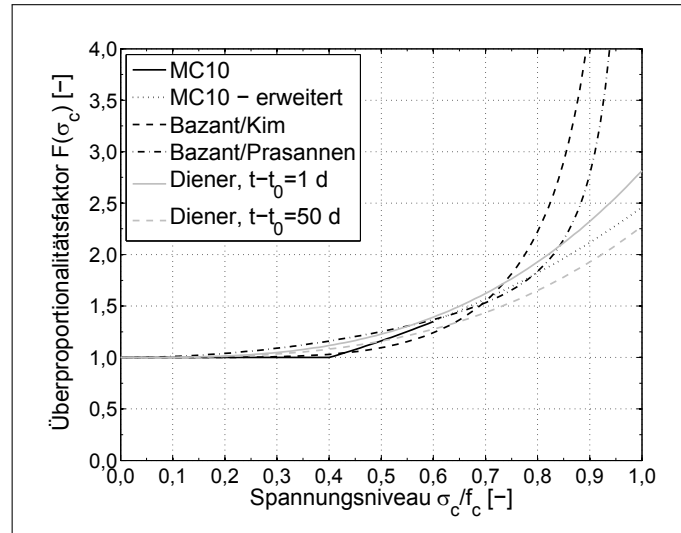


Abb. 2.19: Vergleich der Überproportionalitätsfaktoren nach MC2010, BAŽANT/PRASANNAN, BAŽANT/KIM und GRASSER/KRAEMER/DIENER

tionalitätsfaktor zu beschleunigen. Dieser Erhöhungsfaktor ist von den zum Betrachtungszeitpunkt t vorhandenen Spannungen $\sigma_c(t)$ abhängig

$$\dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau) = F(\sigma_c(t)) \dot{C}_c(t, \tau). \quad (2.83)$$

Das zeitabhängige inkrementelle Materialgesetz für Beton bei veränderlicher Spannungsgeschichte und spannungsabhängiger Kriechfunktion ergibt sich aus Gl. (2.83) und (2.23) zu:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.84)$$

In der Literatur ist zum Teil eine abweichende Formulierung der Gesamtdehnungen bei veränderlichen Spannungen und nichtlinearen Kriechens, basierend auf dem Superpositionsprinzip von BOLTZMANN, angegeben:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial J_c(\sigma_c(t), t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.85)$$

DIENER [45] zeigt, dass die Gültigkeit des Superpositionsprinzips bei nichtlinearem Kriechen zu falschen Resultaten führt. Die Kriechdehnungen bei einer zeitlichen Spannungszunahme werden unterschätzt, wogegen die Dehnungen bei über die Zeit reduzierten Spannungen überschätzt werden.

Da für Stahlbeton-, Spannbeton- und Stahl-Beton-Verbundkonstruktionen die für Gl. (2.84) benötigte analytische Beschreibung des Spannungsverlaufs über die Zeit $\sigma_c(t)$ nicht bekannt ist, muss die integrale Formulierung in eine differentielle Form gebracht werden. DIENER entwickelte in seiner Arbeit eine Näherungslösung, die den Gesamtzeitraum in Zeitinkremente und damit den Spannungsverlauf in Spannungsimpulse (Abb. 2.11 (b)) einteilt. Unter Anwendung des verallgemeinerten Mittelwertsatzes der Integralrechnung kann das Integral in eine Summation

überführt werden und die Kriechrate wird wie folgt berechnet

$$\dot{\varepsilon}_{c,cr}(t_k) = - \sum_{i=0}^{k-1} \sigma_c(t_i + \Theta) \left[\dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_{i+1}) - \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) \right], \quad (2.86)$$

mit der Zeitdifferenz im Intervall $\Theta = (t_{i+1} - t_i) / 2$. Unter der Voraussetzung, dass $\sigma_c(t_i + \Theta)$ näherungsweise durch den Mittelwert der Spannungen an den Intervallgrenzen bestimmt werden kann und die Rate des Kriechmaßes mit

$$\begin{aligned} \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) &= \frac{C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) - C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_i)}{t_k - t_{k-1}} \text{ bzw.} \\ \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) &= \frac{C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) - C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} \end{aligned} \quad (2.87)$$

approximiert wird, ergeben sich die Kriechdehnungen in diskreter Form zu:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,cr,k} &= \varepsilon_{c,cr,k-1} + \sigma_{c,0} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,0} + C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,0}}{2} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^{k-2} \sigma_{c,i} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,i+1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,i+1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,i-1} + C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,i-1}}{2} \right) \\ &+ \sigma_{c,k-1} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,k-2} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,k-2}}{2} \right) + \sigma_{c,k} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,k-1}}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.88)$$

mit $\varepsilon_{c,cr,k} = \varepsilon_{c,cr}(t)$, $\sigma_{c,\bar{k}} = (\sigma_c(t_k) + \sigma_c(t_{k-1})) / 2$, $\sigma_{c,i} = \sigma_c(t_i)$ sowie dem nichtlinearem Kriechmaß $C_{c,nl,\sigma_{c,k},k,i} = C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i)$.

Die aktuelle Kriechdehnung zum Zeitpunkt t_k kann somit aus der Kriechdehnung des letzten Zeitinkrements $\varepsilon_{c,cr}(t_{k-1})$ sowie der Änderung der Kriechdehnung im aktuellen Zeitinkrement $\Delta\varepsilon_{c,cr}(t_k)$ bestimmt werden. Dabei wird die Auswirkung der gesamten Spannungsgeschichte des Betons sowie der Nichtlinearität der Kriechverformungen auf das aktuelle Kriechinkrement berücksichtigt.

2.2.3.7 Rheologische Modelle zur Beschreibung der Kriechdeformationen

Neben den zuvor erläuterten Nachgiebigkeitsfunktionen gibt es noch die Gruppe der rheologischen Modelle, die das Kriechen detailliert simulieren können. Dabei lassen sich durch Kombination der klassischen Grundelemente einer HOOKE'schen Feder, eines NEWTON'schen Dämpfers oder eines ST. VENANT'schen Reiblements beliebig viele verschiedene Modelle aufstellen. Bekannte Beispiele wie der MAXWELL- oder KELVIN-Körper, Abb. 2.14 und 2.13, sind bereits für die Herleitung der Kriechtheorien bzw. Nachgiebigkeitsfunktionen verwendet worden. Unter Beachtung der spezifischen Eigenschaften der Modelle werden Differentialgleichungen für die Bestimmung der Kriechdehnungen aufgestellt, die in der Regel mittels numerischer Verfahren inkrementell gelöst werden können. Wichtige Modelle sind unter anderem in den Arbeiten von SHEN [126], MAZZOTTI [94], BOCKHOLD [28, 30, 29] sowie HEIDOLF [70, 71] zu sehen. In

den detaillierten Erläuterungen wird lediglich auf die Modelle von BOCKHOLD und HEIDOLF eingegangen.

Modell nach Bockhold

BOCKHOLD entwickelte in seiner Arbeit ein Kriechmodell, basierend auf der visko-elastischen elasto-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie. Das Modell beinhaltet folgende wesentliche Phänomene: nichtlinearer Zusammenhang zwischen Kriechdehnung und Spannung, primäre, sekundäre und tertiäre Kriechphasen sowie die Nacherhärtung des Betons. Das rheologische Modell für die zeitinvarianten und zeitvarianten Verformungen ist in Abb. 2.20 dargestellt. Das Kriechmodell wird durch einen modifizierten KELVIN-Körper gebildet, beschrieben durch eine nichtlineare Feder und einen nichtlinearen Dämpfer. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung der Feder des i -ten KELVIN-Körpers wird mit der bekannten Funktion nach dem Model Code 2010 [39] beschrieben, worin die Festigkeit f_c durch die Langzeitfestigkeit $f_{c,T}$ substituiert wird

$$\sigma_{c,s}^i = \frac{E_{c0} \frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{f_{c,T}} + \left(\frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\varepsilon_{c,c1}} \right)^2}{1 - \left(E_{c0} \frac{\varepsilon_{c,c1}}{f_{c,T}} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\varepsilon_{c,c1}} \right)} f_{c,T}. \quad (2.89)$$

Hierin ist E_{c0} die Tangentensteifigkeit des Betons. BOCKHOLD schätzt die Langzeitfestigkeit in

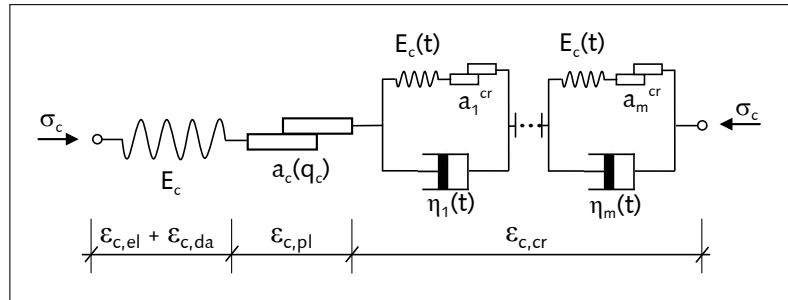


Abb. 2.20: Rheologisches Modell nach BOCKHOLD [28]

Anlehnung an NECHVATAL [100] mit $f_{c,T} \approx 0,8f_c$ ab. Durch das in Reihe geschaltete Reibelement können neben den visko-elastischen Verformungen auch visko-plastische Verformungen beschrieben werden. Entsprechend dem Materialmodell für Kurzzeitbeanspruchung von PÖLLING [111] werden die inelastischen Kriechdehnungen, differenziert in visko-plastische Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr,v-pl}$ und Kriechdehnung infolge Schädigung $\varepsilon_{c,cr,da}$, durch den skalaren Unterscheidungs faktor b unterteilt

$$\varepsilon_{c,cr,v-pl}^i = b\varepsilon_{c,cr,in}^i \quad \text{und} \quad \varepsilon_{c,cr,da}^i = (1-b)\varepsilon_{c,cr,in}^i, \quad \text{mit} \quad \varepsilon_{c,cr,in}^i = \varepsilon_{c,cr}^i - \frac{\alpha_{c,cr}^i}{E_{c0}}. \quad (2.90)$$

Hierin ist $\alpha_{c,cr}^i$ die Geschichtsvariable der maximal erreichten Spannung der i -ten Feder. Die Schädigung der Feder der Kriechkette $D_{c,cr}^i$ wird wie folgt berechnet:

$$D_{c,cr}^i = 1 - \frac{1}{E_{c0} (1-b) \frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\alpha_{c,cr}^i} + b} \quad (2.91)$$

Der Dämpfer d des i -ten KELVIN-Körpers wird über die Viskosität η_c^i definiert, die sich in Abhängigkeit der Zeit t , des Betonalters bei Belastungsbeginn t_0 und dem Beanspruchungsgrad des Betons ergibt

$$\eta_{c,d}^i(\sigma_c, t, t_0) = E_{c0,t_0} \tau_R^i \left(\frac{t - t_0}{\tau_R^i} \right)^{0.5} \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_{c,t_0}} \right)^n. \quad (2.92)$$

Darin ist τ_R^i die Retardationszeit des Dämpfers und der Exponent n legt den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Viskosität und Beanspruchungsgrad fest, mit einem Wertebereich von $1, 0 \leq n \leq 2, 0$. Für die Berechnung der Spannung des Dämpfers muss die Zeit in Zeitinkremente unterteilt werden. Die Spannung im Dämpfer $\sigma_{c,d,n+1}^i$ am Ende des $n + 1$ -ten Intervalls wird über die Kriechrate $\dot{\varepsilon}_{c,n+1}^i$, die Kriechbeschleunigung $\ddot{\varepsilon}_{c,n+1}^i$, das Zeitinkrement $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ und die Spannung zu Beginn des Zeitintervalls $\sigma_{c,d,n}^i$ ermittelt

$$\sigma_{c,d,n+1}^i = \sigma_{c,d,n}^i + \Delta t \dot{\sigma}_{c,d,n+1}^i = \dot{\eta}_{c,n+1}^i \dot{\varepsilon}_{c,cr}^i + \eta_{c,n+1}^i \ddot{\varepsilon}_{c,cr}^i. \quad (2.93)$$

Unter der Voraussetzung eines Spannungsgleichgewichts an der Kriechkette

$$\sigma_{c,n+1}^i = \sigma_{c,s,n+1}^i + \sigma_{c,d,n+1}^i \quad (2.94)$$

können die unbekanntes Kriechdehnungen $\varepsilon_{c,cr,n+1}^i$ der Kriechkette durch eine NEWMARK-Iteration ermittelt werden. Alternativ kann unter Vernachlässigung der Kriechbeschleunigung [110] und Ansatz der klassischen Spannungs-Dehnraten-Beziehung eines Dämpfers

$$\sigma_{c,d} = \eta_c \dot{\varepsilon}_{c,cr} \quad (2.95)$$

das Kriechinkrement des aktuellen Zeitintervalls $\Delta \varepsilon_{c,cr,n+1}$ direkt berechnet werden

$$\Delta \varepsilon_{c,cr,n+1} = \frac{\sigma_{c,n+1}^i - \sigma_{c,s}^i}{E_{c,tan} + \frac{\eta_m}{\Delta t}}. \quad (2.96)$$

Hierin ist $E_{c,tan}$ die aktuelle Tangentensteifigkeit der Feder s .

Werden mehrere Kriechketten i berücksichtigt, ergibt sich die Gesamtkriechdehnung per Summation über alle m Kriechketten

$$\varepsilon_{c,cr,n+1} = \sum_{i=1}^m \varepsilon_{c,cr,n+1}^i, \quad (2.97)$$

worin die Kriechketten unterschiedliche Retardationszeiten τ_R^i aufweisen können. Das Kriechmaß ist definiert als

$$C_c = \frac{\varepsilon_{c,cr,n+1}}{\sigma_c}. \quad (2.98)$$

Die Nacherhärtung des Betons kann durch eine Ratenformulierung der Federspannung berücksichtigt werden. Der aktuelle Elastizitätsmodul $E_c(t)$ sowie die zeitabhängige Betonfestigkeit unter Dauerbelastung $f_{c,T}(t)$ werden entsprechend Gl.(2.1) und (2.5) modifiziert.

Die Modellparameter τ_R^i und n müssen aus Versuchen bestimmt werden. Vorhersageverfahren, wie sie bei den Nachgiebigkeitsfunktionen üblich sind, existieren für dieses Modell noch nicht. Die Versuche müssen demnach so konzipiert werden, dass Randbedingungen, wie beispielsweise das Belastungsalter, identisch zu den Randbedingungen einer späteren Bemessungsaufgabe sind.

Modell nach Heidolf

HEIDOLF entwickelte ein Materialmodell für polymermodifizierten Beton (PCC) unter zyklischer Belastung. Aufgrund der Flexibilität des Modells können auch Langzeitkriechverformungen von Normalbeton simuliert werden. Besonderheiten der Modellbildung sind die Berücksichtigung nichtlinearen Kriechens, der Steifigkeitsdegradation infolge der Kriechprozesse sowie der damit verbundene Festigkeitsverlust, resultierend in sekundären und tertiären Kriechphasen. Die Nacherhärtung des Betons kann ebenfalls simuliert werden. Der rheologische Aufbau ist in Abb. 2.21 dargestellt. Es wird das zeitinvariante Materialmodell mit dem zeitvarianten Kriechmodell, zusammengesetzt aus n KELVIN- (Abb. 2.13) und m BINGHAM-Körpern (Abb. 2.16), kombiniert. Dabei beschreiben KELVIN-Körper die reversiblen, visko-elastischen Dehnungen $\varepsilon_{c,cr,v-el}$, BINGHAM-Körper die irreversiblen, visko-plastische Dehnungen $\varepsilon_{c,cr,v-pl}$ und die HOOKE'sche Feder die zeitunabhängigen Dehnungen.

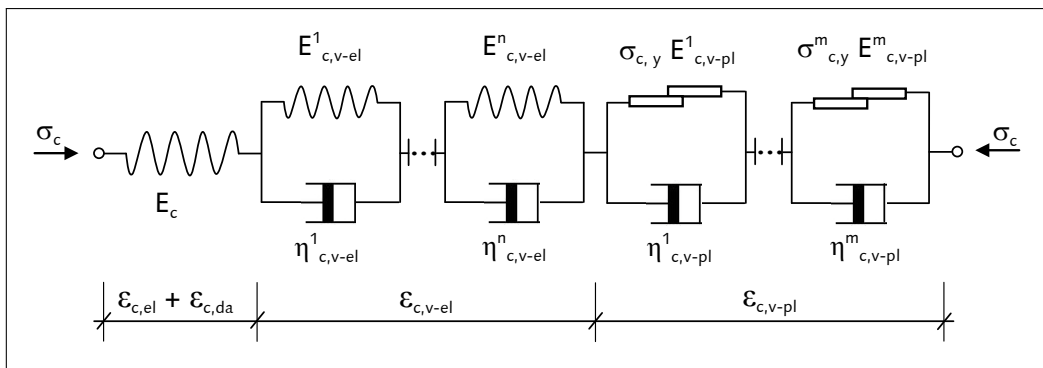


Abb. 2.21: Rheologisches Modell nach HEIDOLF [70]

Das Modell für das Kurzzeitverhalten des Betons wird von HÄUSSLER-COMBE und PRÖCHTEL [69] adaptiert und entspricht im Wesentlichen einer dehnungsbasierten Beschreibung des Betonmodells aus dem Model Code 2010. Dieses Materialgesetz beinhaltet eine mögliche Schädigung, wo hingegen keine plastischen Verformungen auftreten. HEIDOLF koppelt in seinem Modell entgegen HÄUSSLER-COMBE und PRÖCHTEL diese Schädigung nicht nur an die Kurzzeitverformungen, sondern berücksichtigt die gesamten reversiblen Dehnungen $\varepsilon_{c,rev}$ als schädigend. Diese beinhalten die elastischen Dehnungen, die Dehnungen aus Schädigung sowie die visko-elastischen Dehnungen aus dem Kriechmodell

$$\varepsilon_{c,rev} = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} + \varepsilon_{c,cr,v-el}. \quad (2.99)$$

Die Schädigung der Feder des Kurzzeitmaterialmodells ergibt sich aus der kleinsten je erreichten reversiblen Dehnung $\varepsilon_{c,rev,min}$

$$D_c = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{c,rev,min} \geq \varepsilon_{c,da0} \\ 1 - e^{-\left(\frac{\varepsilon_{c,rev,min} - \varepsilon_{c,da0}}{e_d}\right)^{g_d}} & \text{für } \varepsilon_{c,rev,min} < \varepsilon_{c,da0}. \end{cases} \quad (2.100)$$

Darin ist $\varepsilon_{c,da0}$ die Grenzdehnung des schädigungsfreien Betons. Weiterhin sind e_d und g_d Schädigungsparameter, mit denen für $g_d = 2$ eine gute Anpassung an die Arbeitslinie des MC2010 erzielt wird. Die Spannung der Feder kann folglich mit

$$\sigma_c = E_{c0} (1 - D_c) (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) \quad (2.101)$$

bestimmt werden.

Das Modell für die Bestimmung der visko-elastischen Verformungen orientiert sich an der Arbeit von SHEN [126]. Die nichtlineare Feder des KELVIN-Körpers wird über eine Nichtlinearitätsfunktion $\alpha_{c,cr,v-el}^i$ an die Tangentensteifigkeit des Kurzzeitmaterialmodells gekoppelt

$$E_{c,v-el}^i = \frac{E_{c0}}{\alpha_{c,cr,v-el}^i}. \quad (2.102)$$

Dabei ist $\alpha_{c,cr,v-el}^i$ eine Polynomfunktion $L - ten$ Grades, basierend auf den zeitinvarianten Dehnungen

$$\alpha_{c,cr,v-el}^i (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) = \sum_{l=0}^L a_{c,cr,v-el}^{i,l} |\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}|^l. \quad (2.103)$$

Die Koeffizienten $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ definieren die Größe sowie die Nichtlinearität der Kriechverformungen.

Unter der Annahme einer konstanten Retardationszeit τ_R^i sowie zeitschrittweise konstanter zeitinvarianter Dehnung und Steifigkeit ergibt sich die visko-elastische Dehnung des $i - ten$ Elements zu

$$\varepsilon_{c,cr,v-el}^i (t, \tau) = (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) \left[\alpha_{c,cr,v-el}^i \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right] + \left[\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right]. \quad (2.104)$$

Hierin ist τ der Zeitpunkt zu Beginn des Zeitintervalls mit der zugehörigen visko-elastische Verformung $\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i$. Für den Fall der Entlastung der Kriechkette reduziert sich Gl. (2.104) zu

$$\varepsilon_{c,cr,v-el}^i (t, \tau) = \left[\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right]. \quad (2.105)$$

Die Beschreibung der Federsteifigkeit des BINGHAM-Körpers folgt derselben Idee der Kopplung der Steifigkeit mit einer Nichtlinearitätsfunktion $\alpha_{c,cr,v-pl}^j$

$$E_{c,v-pl}^j = \frac{E_{c0}}{\alpha_{c,cr,v-pl}^j}, \quad (2.106)$$

mit der Polynomfunktion

$$\alpha_{c,cr,v-pl}^j (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) = \sum_{l=0}^L a_{c,cr,v-pl}^{j,l} |\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}|^l. \quad (2.107)$$

Durch Lösung der Differentialgleichung der Kriechkette ergibt sich für die im Zeitinkrement konstante zeitinvariante Dehnung und Steifigkeit die visko-plastische Dehnung zu

$$\varepsilon_{c,cr,v-pl}^j(t, \tau) = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} < \varepsilon_{c,cr,y}^j \\ (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) \left(1 - \frac{\varepsilon_{c,cr,y}^j}{\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}}\right) \alpha_{c,cr,v-pl}^j \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^j}}\right) & \text{für } \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} \geq \varepsilon_{c,cr,y}^j, \end{cases} \quad (2.108)$$

mit der Fließdehnung des Reiblements des j -ten BINGHAM-Elements $\varepsilon_{c,cr,y}^j$. Für den Fall der Entlastung verbleiben die visko-plastischen Verformungen $\varepsilon_{c,cr,v-pl,\tau}^j$.

Die gesamte Kriechdehnung des Betons ergibt sich aus der Summe über alle n KELVIN- und m BINGHAM-Elemente

$$\varepsilon_{c,cr} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{c,cr,v-el}^i + \sum_{j=1}^m \varepsilon_{c,cr,v-pl}^j. \quad (2.109)$$

Das Kriechmaß wird analog zu Gl. (2.98) berechnet.

Die zeitabhängige Steifigkeitszunahme des Betons wird über einen nachträglichen Einbau zusätzlicher Federn in das zeitinvariante Materialmodell berücksichtigt. Dadurch reduzieren sich die kriecherzeugenden Dehnungen $\varepsilon_{c,el}$ sowie $\varepsilon_{c,da}$ und es wird folglich die Kriechneigung reduziert. Die Nacherhärtung wird mit der Funktion nach MC2010, Gl. (2.5), beschrieben.

Wie auch beim Modell nach BOCKHOLD müssen die Parameter $a_{c,cr,v-el}^i$ und $a_{c,cr,v-pl}^j$ aus der Nachrechnung experimenteller Daten bestimmt werden, da noch keine Vorhersageverfahren vorliegen. Ebenso gilt, dass die Randbedingungen des Versuchs mit denen der späteren Bemessungsaufgabe des Modells übereinstimmen müssen.

2.2.3.8 Anwendung der eindimensionalen Kriechmodelle im mehrachsigen Spannungszustand

Die bisherige Entwicklung von Kriechmodellen beschränkt sich fast ausschließlich auf die Formulierung von eindimensionalen Beschreibungen. Eine Ausnahme stellt beispielsweise das Modell von TEÉNY [138] dar. BOCKHOLD und STANGENBERG [30] beschreiben in ihrer Arbeit die Möglichkeit, eindimensionale Kriechmodelle auch im mehrachsigen Spannungszustand an-

zuwenden. Kernpunkt der Vorgehensweise ist die Definition einer einheitlichen Fließfunktion ϕ für alle inelastischen Verformungen aus Plastizität, Schädigung und Kriechen. Die Richtung der Kriechdehnung bzw. der Kriechrate $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{c,cr}$ ist folglich äquivalent zu den plastischen und schädigenden Verformungen und kann als verzögert inelastische Verformung aufgefasst werden. Die Größe der Kriechdehnung wird über den Kriechkonsistenzparameter $\lambda_{c,cr}$ gesteuert

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{c,cr} = \lambda_{c,cr} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}. \quad (2.110)$$

Hierin ist $\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}$ die Ableitung der Fließfunktion nach dem Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}_c$. Die Verknüpfung zwischen einer einachsigen Kriechkette und mehrachsiger Kriechverformung wird über eine Energiegleichgewicht hergestellt. Die Energiedissipation der einachsigen Vergleichsspannung $\sigma_c^v(\boldsymbol{\sigma}_c)$, die sich aus dem räumlichen Spannungstensor berechnet, und der zugehörigen Dehnrate $\dot{\epsilon}_{c,cr}$ muss gleich der im äquivalenten dreidimensionalen Raum dissipierten Energie sein

$$\boldsymbol{\sigma}_c : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{c,cr} = \sigma_c^v \cdot \dot{\epsilon}_{c,cr}. \quad (2.111)$$

Damit können aus dem bekannten räumlichen Spannungszustand und einem eindimensionalen Kriechmodell dreidimensionale Kriechverformungen bestimmt werden. Durch Einsetzen von Gl. (2.111) in Gl. (2.110) ergibt sich der entsprechende Kriechkonsistenzparameter zu

$$\lambda_{c,cr} = \frac{\sigma_c^v(\boldsymbol{\sigma}_c) \cdot \dot{\epsilon}_{c,cr}}{\boldsymbol{\sigma}_c : \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}}. \quad (2.112)$$

Mit der beschriebenen Methode können die bereits in Abschnitt 2.2.3.5 und 2.2.3.7 aufgeführten eindimensionalen Kriechmodelle auf dreidimensionale Problemstellungen angewendet werden.

2.2.3.9 Verbundkriechen

Neben dem bereits beschriebenen Kriechen des Betons unter Druck- und Zugbeanspruchung findet zusätzlich ein Verbundkriechen an Stahlbetonbauteilen statt. Dies hat zur Folge, dass die zwischen Beton und Bewehrungsstahl übertragbare Verbundspannung $\tau_{c,v}$ über die Zeit reduziert und die Verschiebung v_c in der Verbundfuge erhöht wird. ROHLING [115] stellt die Verbundspannung-Verschiebungs-Beziehung mit Hilfe der bezogenen Verbundspannung, dem Verhältnis aus Verbundspannung $\tau_{c,v}$ und Würfeldruckfestigkeit β_w , in Abhängigkeit der Belastungsdauer dar, Abb. 2.22. Die bezogenen Verbundspannungen werden infolge des Kriechens auf ca. 60 % der Werte zu Belastungsbeginn reduziert.

Bei konstanter Verbundspannung nimmt die Verschiebung v_c kontinuierlich zu, Abb. 2.23. Nach ROHLING kann für die üblichen Verbundspannungen des Betons $\tau_{c,v}$ im Bereich von $0,3 \tau_{c,v,max} \leq \tau_{c,v} \leq 0,5 \tau_{c,v,max}$ ein linearer Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Verschiebung beobachtet werden. In Analogie zu Abschnitt 2.2.3.4 wird die zeitliche Zunahme der Verschiebung mit der Verbundkriechzahl $\varphi_{c,v}$ beschrieben. ROHLING gibt in Anlehnung

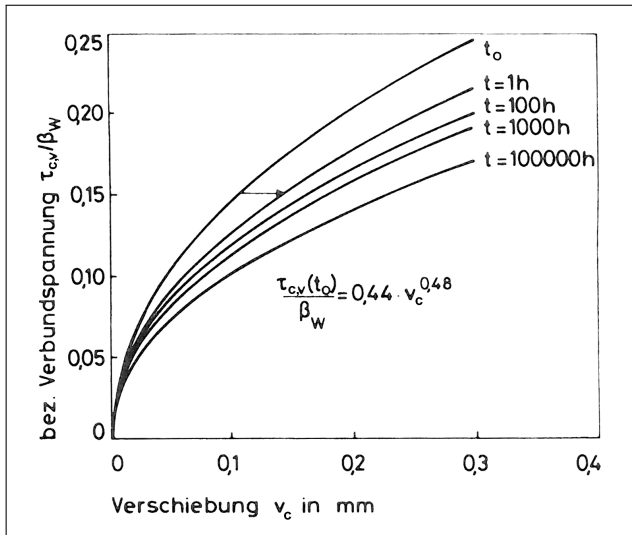


Abb. 2.22: Relative Verbundspannungen $\tau_{c,v}$ in Abhängigkeit von der Belastungsdauer t [115]

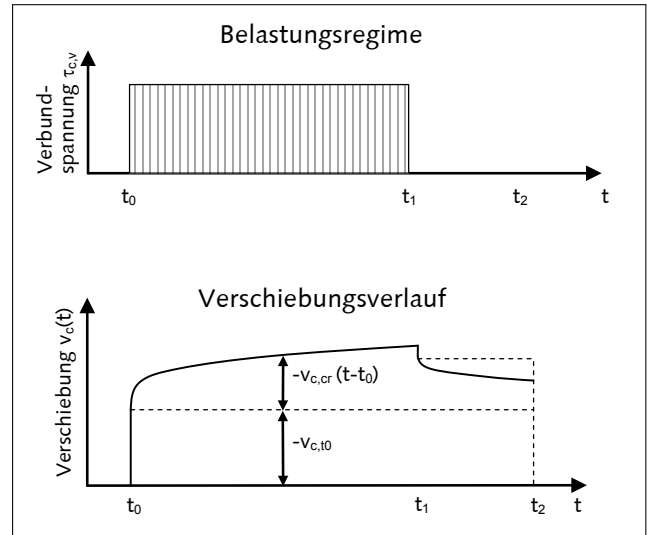


Abb. 2.23: Verbundkriechen unter konstanter Spannung, in Anlehnung an [115]

an SVENSVIK [135] folgende allgemeine Potenzfunktion zur Abschätzung von $\varphi_{c,v}$ an

$$\varphi_{c,v}(t - t_0) = a(t - t_0)^b. \quad (2.113)$$

Die Parameter a und b sind abhängig vom Beton und den vorliegenden Umgebungsbedingungen. Die Verbundkriechzahl hat im Vergleich zur Kriechzahl φ_c eine geringere Größe und ist in der Regel für $t \rightarrow \infty$ kleiner eins. Aufgrund der Linearität kann für veränderliche Beanspruchungen das Superpositionsprinzip verwendet werden.

Das Verbundkriechen bewirkt, dass auch das Mitwirken des Betons zwischen den Rissen, das sogenannte *tension-stiffening*, zeitlich veränderlich ist. Diese kann nach Model Code 90 [37] vereinfacht über eine Abminderung des Faktors β_{ct} , der die Mitwirkung des Betons nach dem Riss definiert, berücksichtigt werden. In der Regel gilt für Kurzzeitbeanspruchung und abgeschlossene Rissbildung $\beta_{ct} = 0,4$. Bei Berücksichtigung des Verbundkriechens reduziert sich dieser Wert für $t \rightarrow \infty$ auf $\beta_{ct} = 0,25$

$$\beta_{ct}(t - t_0) = 0,4 - 0,15\beta_c(t, t_0), \quad (2.114)$$

mit der Verlaufsfunktion $\beta_c(t, t_0)$ nach Gl. (2.68). Liegt ein Kriechmodell ohne Ansatz einer Endkriechzahl vor, kann nach ROHLING für das Verbundkriechen die Belastungsdauer von $t = 10^5$ h als Endzeitpunkt, gleichbedeutend mit dem Wert 1 der Verlaufsfunktion, festgelegt werden.

2.3 Bewertung von Kriechmodellen des Betons

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, existieren verschiedene Bewertungsmethoden und -kriterien für Modelle. Für die Beurteilung von Kriech- und Schwindmodellen gibt BAŽANT [13] fünf wesentliche Aspekte an:

- Statistischer Vergleich zur Kriechdatenbank: Modelle sollen nur eine geringe Abweichung der Modellprognose zu den in großer Anzahl vorhandenen Messdaten einer Kriechdatenbank aufweisen (Abb. 2.24 (a)).
- Anpassung an individuelle Kriechkurven: Nach einer Parameteridentifikation bzw. einer Optimierung der Prognose sollen die experimentelle und rechnerische Kriechkurve eine große Übereinstimmung aufweisen (Abb. 2.24 (b)).
- Physikalisch basierte Theorie: Das mathematische Modell soll in Übereinstimmung zum aktuellen Kenntnisstand der Mechanik des physikalischen Phänomens formuliert sein.
- Extrapolation von Kurzzeitversuchen: Das Modell soll in der Lage sein, Messdaten von Kurzzeitversuchen sinnvoll zu extrapolieren.
- Geringe Parameteranzahl: Das Modell soll eine Überparametrisierung vermeiden.

BAŽANT führt weiterhin an, dass eine hohe Zuverlässigkeit der Prognose des Kriechens und Schwindens nur basierend auf einer Extrapolation der Messdaten aus Kurzzeitversuchen erfolgen kann. Von den Bewertungskriterien werden die beiden erstgenannten in den folgenden zwei Sektionen nähert betrachtet.

2.3.1 Bewertung anhand von Messdaten

Der von BAŽANT genannte Aspekt des Vergleichs der Modellprognose zu einer repräsentativen Kriechdatenbank stellt das wesentliche Kriterium bisheriger Bewertungen von Kriechmodellen dar. Als Datenbank wird die *RILEM Creep Databank* [99] herangezogen, in der über 500 verschiedene Kriechversuche aufgezeichnet sind. Durch ein breites Spektrum der Betonzusammensetzungen, Belastungsintensitäten und -zeiträume sowie Umgebungs- und Geometrierandbedingungen kann durch den Vergleich zu dieser Datenbank eine allgemeingültige Aussage zur Abweichung der Modellprognose gegenüber experimentellen Messungen ermittelt werden. GARDNER [56], AL MANASEER und LAM [4] sowie BAŽANT und LI [8] vergleichen die derzeit wesentlichen Kriechmodelle GL2000, ACI209, MC90-99 bzw. MC10 und B3 mit der RILEM Datenbank. BAŽANT und LI verdeutlichen darin den Einfluss der statistischen Auswertungsmethode auf die Resultate und schlagen einen objektiven Indikator vor.

Entscheidend für eine allgemein gültige Aussage ist die Gruppierung einzelner Kriechexperimente aus der Datenbank in Felder gleichartiger Randbedingungen, beispielsweise ähnlicher Betonfestigkeit oder ähnlichen Belastungsalters, womit jede dieser Gruppierungen den gleichen Einfluss auf die Gesamtvariation erhält [8]. Durch diese Vorgehensweise kann der Einfluss einer

großen Versuchsanzahl für typische Betonarten und Belastungsregime auf die Gesamtaussage relativiert werden. Jedes Einzelexperiment j einer Gruppierung i wird mit dem statistischen Wichtungsfaktor w_i ,

$$w_i = \frac{1}{m_i \bar{w}}, \text{ mit } \bar{w} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i}, \quad (2.115)$$

skaliert. Darin ist m_i die Anzahl der Einzelexperimente in i und n ist die Gesamtanzahl der Gruppierungen. Der standardisierte Fehler der Kriechvorhersage s ergibt sich als Fehler der Regression zu

$$s = \sqrt{\frac{N}{N-P} \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^{m_i} (Y_{ij} - Z_{ij})^2}, \quad (2.116)$$

mit der Anzahl aller Messpunkte der Datenbank N , der Parameteranzahl des Kriechmodells P , den Messwerten Z_{ij} sowie der Modellprognose Y_{ij} . Unter Berücksichtigung der gewichteten mittleren Messwerte \bar{Z} ergibt sich der Variationskoeffizient CV der Kriechprognose zu

$$CV_{Z,cr} = \frac{s}{\bar{Z}}, \text{ mit } \bar{Z} = \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^{m_i} Z_{ij}. \quad (2.117)$$

Über diesen Variationskoeffizienten können die Kriechprognosen allgemeingültig mit den Messungen verglichen werden. In Tab. 2.3 sind die Variationskoeffizienten für die vier bedeutendsten Kriechmodelle angegeben.

Modell	MC2010	ACI209	B3	GL2000
$CV_{Z,cr}$ [-]	0,306	0,388	0,283	0,285

Tab. 2.3: CV der Kriechprognose gegenüber Versuchsdaten [8]

Das von BAŽANT beschriebene zweite Kriterium bezüglich des Vergleichs zu individuellen Kriechkurven wird durch Abb. 2.24 verdeutlicht. Infolge der großen Streuung der Kriechkurven der Datenbank können auch phänomenologisch und physikalisch unbegründbare Modelle (Modell 2) gleiche Abweichungen wie plausible Modelle (Modell 1) aufweisen (Abb. 2.24 (a)). Durch den Vergleich mit individuellen Kriechverläufen (Abb. 2.24 (b)), deren Streuung wesentlich geringer ist, lassen sich unsinnige Modelle besser ausschließen.

2.3.2 Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen der Kriechmodelle

Neben dem Vergleich der Kriechprognose zu Messdaten wurden Kriechmodelle hinsichtlich ihrer Unsicherheit und Sensitivität untersucht. HOWELLS, LARK und BARR [75] studieren den Einfluss der Modellparameter bekannter Kriechmodelle auf die Prognose. Anhand der deterministischen Parameterstudie stellen sie fest, dass mehrere Parameter nur einen marginalen Einfluss auf die Modellantwort besitzen und folglich vernachlässigt werden müssten. Im Gegensatz dazu

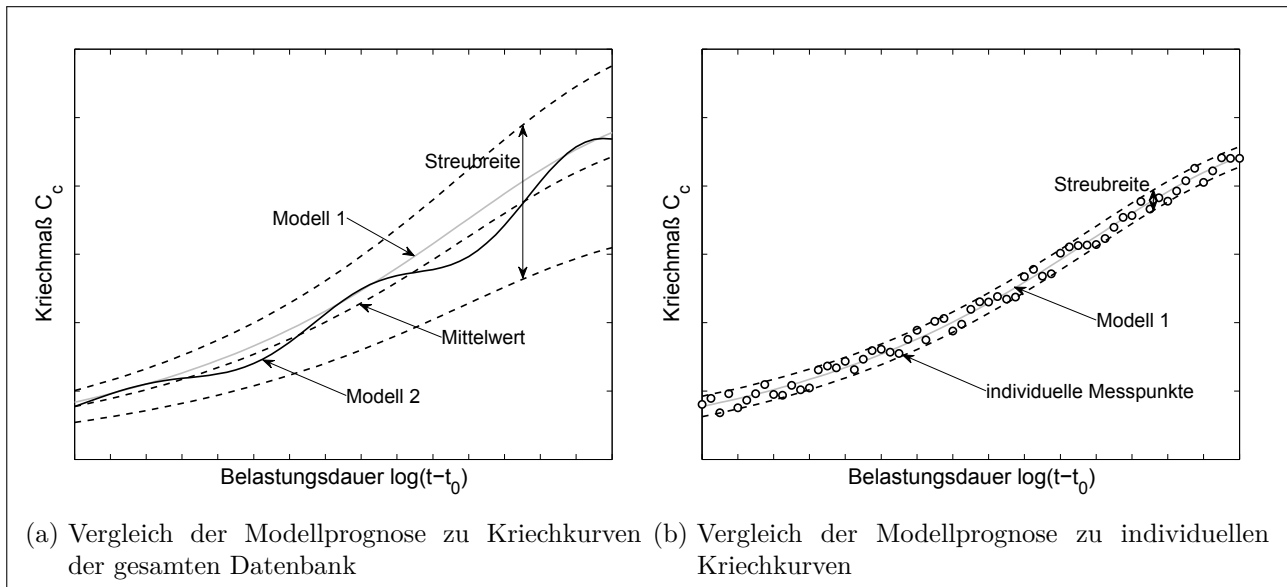


Abb. 2.24: Vergleich der Modellprognose zu experimentellen Kriechkurven [8]

gibt es Parameter, die einen signifikanten Einfluss auf die Modellantwort ausüben und deren Streuung von großer Bedeutung für die Modellantwort ist. HOWELLS, LARK und BARR resümieren, dass für eine Bewertung der Kriechmodelle der Effekt der Variation der Antwort infolge streuender Eingangsgrößen neben der Berücksichtigung der Abweichung zu Versuchsdaten berücksichtigt werden muss.

Dieser Einfluss der streuenden Parameter sowie einer Modellunsicherheit wurde erstmals von MADSEN und BAŽANT [90] für das Kriechmodell BP [9] untersucht. DIAMANTIDIS, MADSEN und RACKWITZ [44] erweiterten diese Unsicherheitsanalyse auf eine variierende Luftfeuchtigkeit am Beispiel des Modells des Model Code 78 [36]. TEPLÝ, KERŠNER und NOVÁK [139] untersuchen den Einfluss der Eingangsparameter auf die Prognoseunsicherheit für die Modelle BP-KX und B3. YANG [149] greift diese auf und ermittelt die Prognoseunsicherheit der Modelle ACI209 und MC90.

Der Einfluss der Kriechunsicherheit auf die Tragwerksantwort wurde bereits von MADSEN und BAŽANT [90] aufgezeigt. YANG [148] zeigt den Einfluss der Schwind- und Kriechunsicherheit auf den Vorspannverlust und die Verkürzung einer Spannbetonbrücke. Die Auswirkung weiterer stochastischer Effekte, die neben dem Kriechen auftreten, wird beispielhaft von LI [83], KHOR [81] und CHOI [42] untersucht.

Entgegen der wirklichkeitsnahen Zusammenhänge unter Materialparametern, die eine mitunter starke Korrelation aufweisen, gehen die bisherigen Untersuchungen stets von unabhängigen bzw. unkorrelierten Parametern aus.

3 Stochastische Grundlagen

Die Bewertung von Unsicherheiten in Modellen bedingt die Beschreibung der Modellparameter mit statistischen Kenngrößen und anschließende stochastische Untersuchungen der Modellantwort. Im Abschnitt 3.1 sind die Grundlagen statistischer Kenngrößen aufgeführt. Abschnitt 3.2 beschreibt zwei unterschiedliche Ansätze der stochastischen Analyse, die *Monte Carlo Simulation* (MCS) sowie das *Latin Hypercube Sampling* (LHS), mit denen die Kenngrößen approximativ ermittelt werden können. Unter Paragraph 3.3 sind die Grundlagen der in dieser Arbeit verwendeten Antwortflächenverfahren dargestellt.

3.1 Zufallsvariablen und Zufallsvektoren

3.1.1 Zufallsvariablen

Die Variable X sei eine einzelne reale Zufallsvariable. Dann ist die Wahrscheinlichkeit P , dass die Variable kleiner einem deterministischen Wert x ist, durch die kumulative Verteilungsfunktion bzw. Wahrscheinlichkeitsfunktion definiert:

$$F_X(x) = P[X < x]. \quad (3.1)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_X(x)$ (PDF - *probability density function*) wird durch die Ableitung der kumulativen Verteilungsfunktion nach x erzielt

$$f_X(x) = \frac{\delta F_X(x)}{\delta x}. \quad (3.2)$$

Zufallsvariablen werden zumeist durch ihren Mittelwert \bar{X} , die Standardabweichung σ_X und ihren Verteilungstypen charakterisiert. Der Mittelwert ist definiert als:

$$\bar{X} = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx. \quad (3.3)$$

Die Varianz ergibt sich zu

$$V_X = \sigma_X^2 = E\left[(X - \bar{X})^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx, \quad (3.4)$$

sowie die Standardabweichung als Quadratwurzel der Varianz

$$\sigma_X = \sqrt{V_X}. \quad (3.5)$$

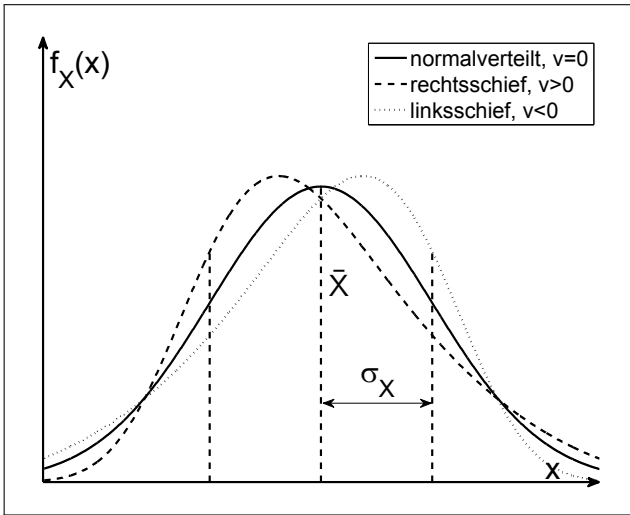


Abb. 3.1: Schiefe ν einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

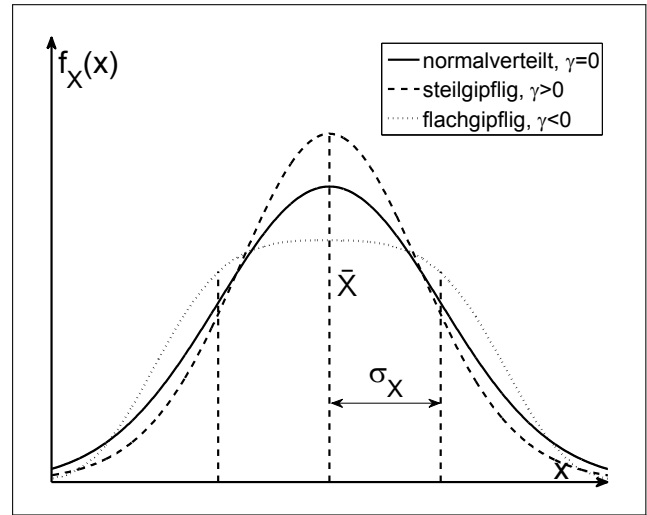


Abb. 3.2: Exzess γ einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Häufig wird der Variationskoeffizient CV_X als normierte Standardabweichung verwendet

$$CV_X = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}. \quad (3.6)$$

Der Mittelwert und die Varianz werden als 1. und 2. statistisches Moment der PDF, b_X^1 und b_X^2 , bezeichnet. Verteilungsfunktionen können weitere Momente aufweisen. Das normierte 3. Moment, die Schiefe ν_X , Abb. 3.1, charakterisiert die Abweichung der PDF von einer zum Mittelwert symmetrischen Verteilung

$$\nu_X = b_X^3 = E \left[\left(\frac{X - \bar{X}}{\sigma_X} \right)^3 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - \bar{X})^3}{\sigma_X^3} f_X(x) dx. \quad (3.7)$$

Das normierte 4. Moment, die Wölbung β_X respektive Kurtosis, ist ein Kennwert für die Steilheit einer Verteilung mit

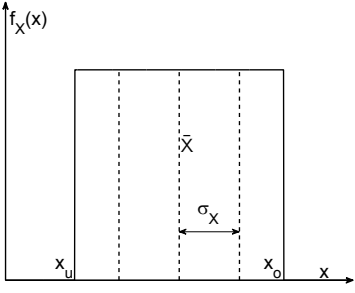
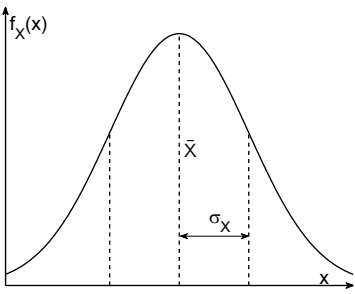
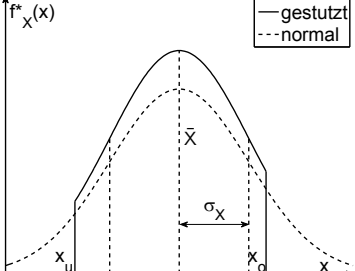
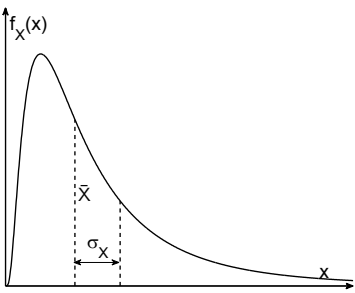
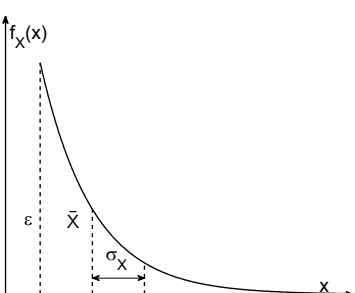
$$\beta_X = b_X^4 = E \left[\left(\frac{X - \bar{X}}{\sigma_X} \right)^4 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - \bar{X})^4}{\sigma_X^4} f_X(x) dx. \quad (3.8)$$

Die Wölbung einer Normalverteilung ist $\beta = 3$, weshalb der Exzess

$$\gamma_X = \beta_X - 3 \quad (3.9)$$

eingeführt wird, der die Abweichung zur Normalverteilung beschreibt, Abb. 3.2.

In Tab. 3.1 sind typische Verteilungsfunktionen dargestellt, die in dieser Arbeit angewendet werden. Dies sind die Gleich-, Normal- (GAUSS-Verteilung), die gestutzte Normal-, Lognormal- und Exponentialverteilung. Mit diesen Verteilungstypen können jedoch nicht alle Momente einer Verteilung beschrieben werden. Zur genaueren Darstellung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion werden Entropieverteilungen eingeführt [114]. Diese maximieren den Informationsgehalt

<p>Gleich- verteilung $x_u \leq x \leq x_o$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{x_o - x_u}$ $F_X(x) = \frac{x - x_u}{x_o - x_u}$ $\bar{X} = \frac{x_u + x_o}{2}$ $\sigma_X = \frac{x_o - x_u}{\sqrt{12}}$	
<p>Normal- verteilung $-\infty \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{X})^2}{2\sigma_X^2}\right)$ $F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t - \bar{X}}{\sigma_X}\right)^2\right) dt$	
<p>Gestutzte Normal- verteilung $x_u \leq x \leq x_o$</p>	$f_X^*(x) = \frac{f_X(x)}{F_X(x_o) - F_X(x_u)}$ $F_X^*(x) = \frac{F_X(x) - F_X(x_u)}{F_X(x_o) - F_X(x_u)}$ <p>$F_X(x)$ und $f_X(x)$ aus Normalverteilung</p>	
<p>Lognormal- verteilung $0 \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x/\mu))^2}{2s^2}\right)$ $F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{(\ln(t/\mu))^2}{2s^2}\right) dt$ $s = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma_X^2}{\bar{X}^2} + 1\right)}$ $\mu = \bar{X} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right)$	
<p>Exponential- verteilung $\varepsilon \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$ $F_X(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$ $\bar{X} = \varepsilon + \lambda$ $\sigma_X = \lambda$ $\lambda = \omega - \varepsilon$	

Tab. 3.1: Typische Verteilungsfunktionen mit den zugehörigen Funktionen $f_X(x)$, $F_X(x)$ sowie speziellen Parametern, nach [97]

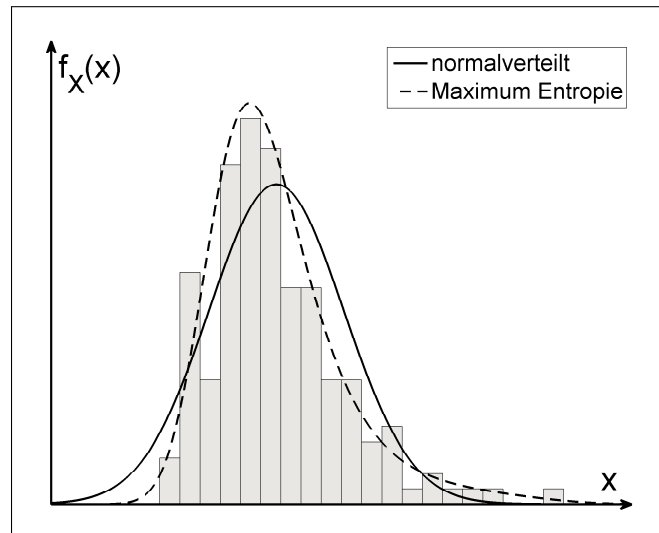


Abb. 3.3: Vergleich der Maximum Entropie Verteilung zur Normalverteilung

der Entropie

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \log(f_X(x)) dx, \quad (3.10)$$

wobei gleichzeitig sichergestellt wird, dass die statistischen Momente b_q von der Entropieverteilung dargestellt werden

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^q f_X(x) dx = b_q, \text{ für } q = 0, 1, \dots, Q, \quad (3.11)$$

mit $b_0 = 1$ und M als die Anzahl der Momente, die abgebildet werden sollen. Die Entropieverteilung ergibt sich zu

$$f_X(x) = \exp(-\lambda_0 - \lambda_1 x - \dots - \lambda_Q x^Q) = \exp(-\lambda_0) \exp\left(-\sum_{q=1}^Q \lambda_q x^q\right), \quad (3.12)$$

worin $\lambda_0 \dots \lambda_q$ die LAGRANGE-Multiplikatoren bezeichnen, die durch Maximierung des Entropiemaßes aus Gl. (3.10) unter Einhaltung der Momentenrestriktionen nach Gl. (3.11) gewonnen werden. Ein Algorithmus zur Berechnung der LAGRANGE-Multiplikatoren wird von ROCKINGER und JONDEAU [114] gegeben. Unter Anwendung der Maximum-Entropieverteilung kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zufallsvariablen genauer dargestellt werden, Abb.3.3. In der Regel wird die Anzahl der Momente auf $Q = 4$ beschränkt.

3.1.2 Zufallsvektoren

Liegen mehrdimensionale stochastische Probleme vor, muss die Korrelation zwischen zwei Zufallszahlen X_1 und X_2 beschrieben werden. Aus der Kovarianzfunktion

$$C_{XX}(X_1, X_2) = E \left[(X_1 - \bar{X}_1) (X_2 - \bar{X}_2) \right] \quad (3.13)$$

kann der Korrelationskoeffizient ρ_{12} abgeleitet werden

$$\rho_{12} = \frac{E \left[(X_1 - \bar{X}_1) (X_2 - \bar{X}_2) \right]}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}} = \frac{C_{XX}(X_1, X_2)}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}}. \quad (3.14)$$

Der Korrelationskoeffizient ist im Bereich $-1 \leq \rho_{12} \leq 1$ definiert. Der Wert von 1 bzw. -1 entspricht einer vollen Korrelation, d.h. der Parameter X_1 kann vollständig durch den Parameter X_2 beschrieben werden. Ist $\rho_{12} = 0$, sind beide Parameter unkorreliert bzw. voneinander unabhängig.

Eine beliebige Anzahl P_K von Zufallsvariablen kann durch den Zufallsvektor

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_{P_K}]^T \quad (3.15)$$

dargestellt werden. Der Vektor der Mittelwerte wird zu

$$\bar{\mathbf{X}} = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{P_K}]^T. \quad (3.16)$$

Die zugehörige Kovarianzmatrix enthält die paarweise angeordneten Werte der Kovarianzfunktion entsprechend Gl. (3.13) und ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{C}_{XX} = E \left[(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^T \right]. \quad (3.17)$$

3.2 Stichprobenverfahren

3.2.1 Monte Carlo Simulation

Die reine Monte Carlo Simulation (MCS) ist ein sehr einfaches und robustes Stichproben- bzw. Samplingverfahren, mit dem stochastische Untersuchungen durchgeführt und statistische Eigenschaften eines Modells numerisch abgeschätzt werden können. Der Erwartungswert $E[...]$ eines Modells $t(\mathbf{X})$, das in Abhängigkeit des Zufallsvektors \mathbf{X} definiert ist, wird mit

$$E[t(\mathbf{X})] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} t(\mathbf{X}) f_{X_1 \dots X_{P_K}}(\mathbf{x}) dx_1 \dots dx_{P_K} \quad (3.18)$$

berechnet. Hierin ist P_K die Anzahl der stochastischen Parameter in \mathbf{X} . Eine Abschätzung dieses Erwartungswerts kann über den Mittelwert aller Stichproben K erfolgen

$$\hat{v} = \hat{E}[t(\mathbf{X})] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t(\mathbf{X}_k), \quad (3.19)$$

mit dem Parametervektor \mathbf{X}_k des k -ten Samples. Folglich kann jedes auf deterministischen Kenngrößen basierende Modell durch ein Sampling stochastisch analysiert werden, insofern Informationen über die stochastischen Eigenschaften der Modellparameter vorliegen. Es werden K Stichproben des Zufallsvektors \mathbf{X} unter Bezug auf die gemeinsamen Dichtefunktion $f_{X_1 \dots X_{P_K}}(\mathbf{x})$

generiert. Für jedes dieser Samples wird das Modell $t(\mathbf{X})$ berechnet und anschließend die approximierten, stochastischen Eigenschaften der Modellantwort abgeleitet. Der Erwartungswert des Modells ergibt sich aus dem Schätzwert \hat{v}

$$\hat{E}[\hat{v}] = \hat{E}[t(\mathbf{X})]. \quad (3.20)$$

Die Varianz ist definiert als:

$$\sigma_{\hat{v}}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{t(\mathbf{X})}^2 \quad (3.21)$$

mit

$$\sigma_{t(\mathbf{X})}^2 = E[(t(\mathbf{X}))^2] - E[t(\mathbf{X})]^2. \quad (3.22)$$

Im Anschluss an die statistische Analyse kann die Genauigkeit der Approximation über die Größe des statistischen Fehlers e berechnet werden

$$e = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{\sigma_{t(\mathbf{X})}}{E[t(\mathbf{X})]}. \quad (3.23)$$

Um numerische Zufallszahlen zu erzeugen, wird häufig eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen 0 und 1 generiert. Diese Zahl entspricht dem Wert der kumulativen Dichtefunktion $F_X(x)$ und wird entsprechend der inversen Verteilungsfunktion der spezifischer Verteilungen transformiert. Der Nachteil der reinen MCS ist die hohe Anzahl der erforderlichen Samples K , um sicherzustellen, dass die statistischen Eigenschaften ausreichend genau bestimmt werden.

3.2.2 Latin Hypercube Sampling

Das Latin Hypercube Sampling (LHS) ist ein verbessertes Samplingverfahren, das auch bei einer geringen Anzahl an Stichproben und großen mehrdimensionalen Verteilungen relativ genau die statistischen Eigenschaften abbilden kann. MACKAY, BECKHAM und CONOVER [89] entwickelten diese Methode 1979. Mittlerweile existieren jedoch zahlreiche Erweiterungen des ursprünglichen Verfahrens, z.B. [76].

Das Grundprinzip der Methode besteht in der Unterteilung des Parameterraums einer Variable x_p in K Klassen D_k gleicher Wahrscheinlichkeit

$$P[x_p \in D_k] = \frac{1}{K}; p = 1, \dots, P_K; k = 1, \dots, K, \quad (3.24)$$

mit der Anzahl der Parameter P_K und Anzahl der Samples K . Das Auftreten eines jeden Parameters x_{kp} ist folglich gleich wahrscheinlich. Um dies zu erreichen, wird zunächst eine $K \times P_K$ Matrix \mathbf{P} erzeugt, in der jede der P_K -Spalten eine zufällige Permutation der Zahlen zwischen $1, \dots, K$ enthält. Danach wird eine zweite $K \times P_K$ Matrix \mathbf{R} erzeugt, bestehend aus

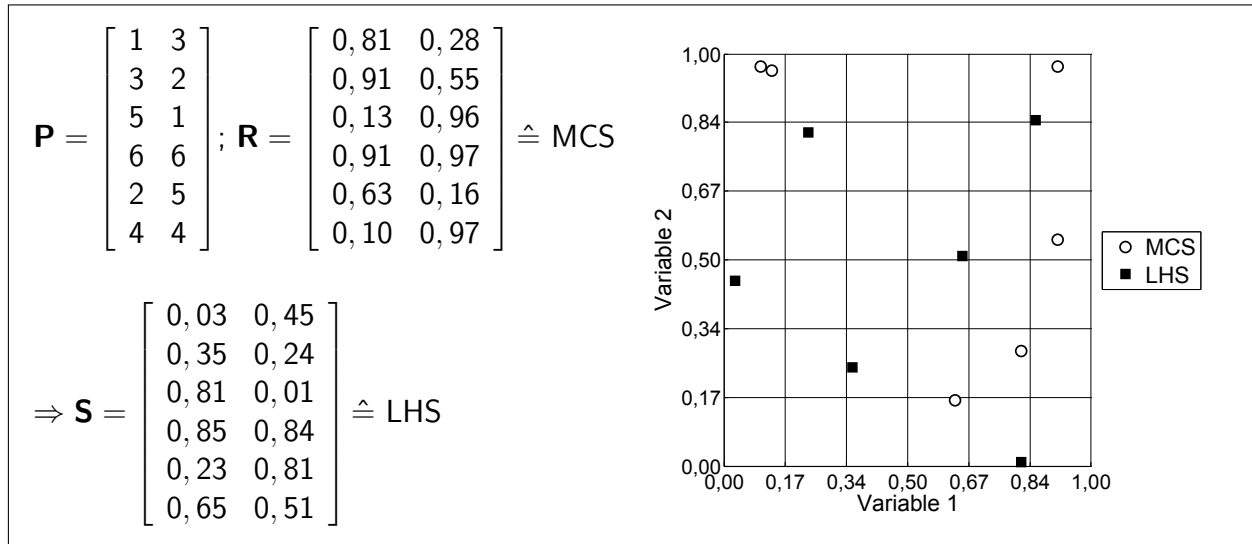


Abb. 3.4: Generierung des Samples mit MCS und LHS

unabhängigen Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Die letztendliche Samplingmatrix \mathbf{S} wird mit

$$\mathbf{S} = \frac{1}{K} (\mathbf{P} - \mathbf{R}) \quad (3.25)$$

berechnet, in der noch immer nur Zahlen zwischen 0 und 1 enthalten sind. Diese Einträge entsprechen der Verteilungsfunktion F_X , so dass die einzelnen Parameter \hat{x}_{kp} mit

$$\hat{x}_{kp} = F_{x_j}^{-1}(s_{kp}) \quad (3.26)$$

ermittelt werden können. Der Zufallsvektor des k -ten Samples wird folglich zu

$$\hat{\mathbf{X}}_k = [\hat{x}_{k1}, \hat{x}_{k2}, \dots, \hat{x}_{kP_K}]^T. \quad (3.27)$$

Erweiterungen der Methode [76] verbessern diese hinsichtlich der Korrelation unter den einzelnen Parametern.

Das LHS ist unabhängig von der Dimension der Zufallsvektoren respektive der Anzahl der Zufallsvariablen. Dies stellt sich als entscheidender Vorteil gegenüber der reinen MCS heraus.

3.3 Antwortflächenverfahren

Antwortflächen (AWF), auch als Metamodelle bezeichnet, stellen eine Approximation eines wahren Modells per Ersatzmodell dar. Um diese AWF zu erzeugen, muss das wahre Modell für das gewünschte Parameterspektrum mehrmals ausgewertet werden, so dass diese Werte in Verbindung mit den jeweiligen Eingangsparametern für die Erzeugung der Eingangs-/ Ausgangsbeziehungen der AWF genutzt werden können. Dabei ist sicherzustellen, dass die prognostizierten Antworten der AWF eine gute Näherung des wahren Modells sind. Eines der am

meisten verwendeten Verfahren stellt die Regression dar, die auch in dieser Arbeit angewandt wird. Dieses Verfahren wird im Folgenden kurz erläutert, wobei nur die lineare Regression, d.h. die lineare Beziehung zwischen Eingangsparametern und Regressionskoeffizienten, betrachtet wird.

Der Antwortvektor des wahren Modells \mathbf{Y} infolge der Eingangsparameter \mathbf{X} wird unter Ansatz einer linearen Polynombasis durch $\hat{\mathbf{Y}}$ approximiert

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_P X_P + \varepsilon = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}, \quad (3.28)$$

mit dem Vektor der Regressionskoeffizienten $\boldsymbol{\beta}$, dem Fehlerterm \mathbf{e} sowie P als Anzahl der Eingangsparameter. Der Fehlerterm liegt vor, wenn das Regressionsmodell \hat{Y} die Werte des wahren Modells Y nicht genau reproduzieren kann. Die Regressionskoeffizienten werden über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate

$$SS_E = \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_i(X_i) - Y_i(X_i))^2 = (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}(\mathbf{X}))^T (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}(\mathbf{X})) \rightarrow MIN \quad (3.29)$$

ermittelt. Ein Minimum der Fehlerquadrate SS_E liegt vor, wenn die partielle Ableitung der Fehlerquadrate nach den Regressionskoeffizienten $\boldsymbol{\beta}$ zu null wird, da gleichzeitig ein Maximum ausgeschlossen werden kann. Diese Lösung kann über die Pseudoinverse der Matrix der Eingangsparameter $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ erfolgen [97]

$$\frac{\delta SS_E}{\delta \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (3.30)$$

Die Güte der Approximation wird über das Bestimmtheitsmaß R^2 kontrolliert

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1, \quad (3.31)$$

mit der Summe der Fehlerquadrate SS_E

$$SS_E = \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (3.32)$$

dem Fehlerterm \mathbf{e}

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} \quad (3.33)$$

sowie der Varianz der Modellantwort

$$SS_T = V(\mathbf{Y}) = (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{Y}})^T (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{Y}}). \quad (3.34)$$

Ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 1$ bedeutet, dass das Regressionsmodell die Antwortgrößen des Ursprungsmodells zu 100 % reproduzieren kann. Je kleiner R^2 , desto schlechter die Approximation. Als Mindestwert für eine aussagekräftige Antwortfläche wird üblicherweise $R^2 \geq 0.8$

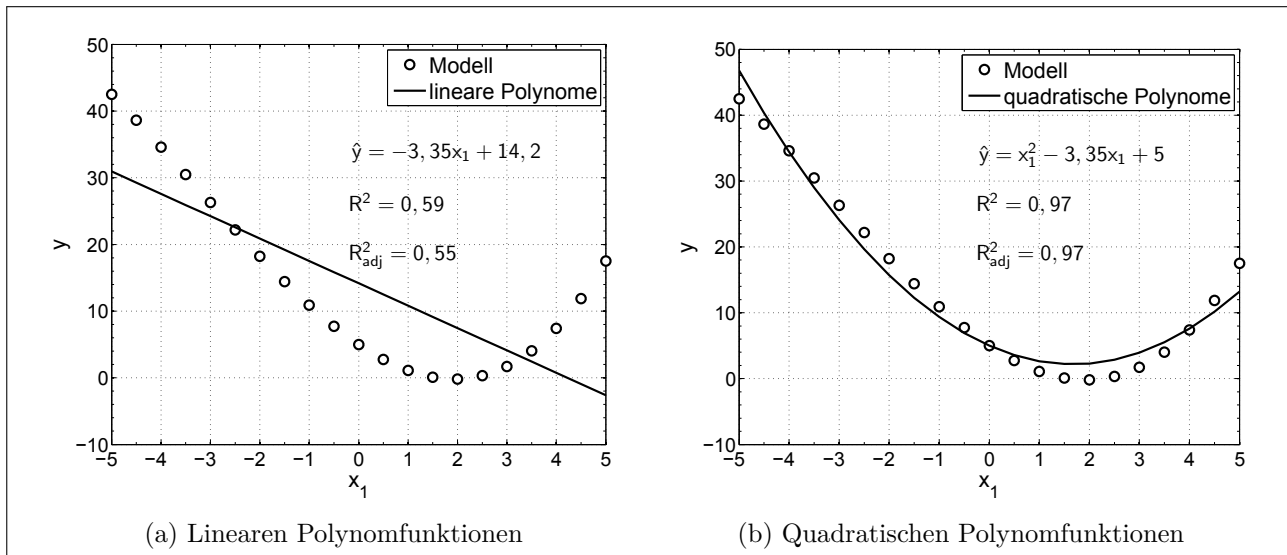


Abb. 3.5: Vergleich der Regressionsmodelle für die Funktion $y = 0,1x_1^3 + 0,6x_1^2 - 3x_1 + 3$

angegeben. Eine Alternative zu R^2 stellt das angepasste Bestimmtheitsmaß R_{adj}^2 , der *adjusted coefficient of determination*, dar. Dieses berücksichtigt den Einfluss der Anzahl der Stützstellen K sowie den Einfluss der Anzahl der Regressionskoeffizienten P_R

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SS_E / (K - P_R)}{SS_T / (K - 1)} = 1 - \frac{K - 1}{K - P_R} (1 - R^2). \tag{3.35}$$

Je geringer die Anzahl der Stützstellen und je höher die Anzahl der Regressionskoeffizienten, desto geringer die Bestimmtheit. Das Maß R_{adj}^2 ist besonders bei geringer Stichprobenzahl und einer hohen Anzahl von Regressionskoeffizienten zu verwenden. Über die Varianz der Fehler

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{K - P_R} \tag{3.36}$$

kann auf die Güte der Approximation sowie auf die Genauigkeit und die stochastischen Eigenschaften der Regressionskoeffizienten β geschlossen werden

$$E[\hat{\beta}] = \beta, \text{ mit } C_{\hat{\beta}\hat{\beta}} = \hat{\sigma}^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}. \tag{3.37}$$

Neben der Regression basierend auf linearen Polynomen nach Gl. (3.28) können auch höherwertige Ansätze basierend auf quadratischen Termen

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{P_K} X_{P_K} + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \dots + \beta_{P_K P_K} X_{P_K}^2 + e \tag{3.38}$$

sowie quadratischen und gemischten Termen

$$\begin{aligned} \hat{Y} = & \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{P_K} X_{P_K} + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \dots + \beta_{P_K P_K} X_{P_K}^2 \\ & + \beta_{12} X_1 X_2 + \dots + \beta_{P_{K-1} P_K} X_{P_{K-1}} X_{P_K} + e \end{aligned} \tag{3.39}$$

angewendet werden.

Beispielhaft für die Anwendung eines Regressionsmodells sind in Abb. 3.5 die Ergebnisse der Näherung der Funktion $y = 0,1x_1^3 + 0,6x_1^2 - 3x_1 + 3$ dargestellt. Es wird deutlich, dass in diesem Fall die Regression basierend auf linearen Polynomfunktionen nicht für die Approximation geeignet ist. Dies wird durch das Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,59$ bzw. $R_{adj}^2 = 0,55$ ausgedrückt. Die Regression basierend auf quadratischen Polynomfunktionen hingegen gibt eine gute Näherung des wahren Funktionsverlaufs wieder.

4 Methoden zur Bewertung der Prognosequalität von Kriechmodellen

4.1 Definition der Prognosequalität von Kriechmodellen

Die Qualität eines Kriechmodells setzt sich im Wesentlichen aus der Zuverlässigkeit der Modellprognose, dem Nutzen der Modellaussage und dem Aufwand der Modellanwendung zusammen. Dabei ist die Qualitätsaussage stets auf eine konkrete Anwendung des Modells bezogen und nicht allgemein gültig. Im Rahmen einer ganzheitlichen Bewertung können diese unterschiedlichen Aspekte miteinander verglichen und eine Gesamtaussage zur Qualität erzielt werden. Die drei Haupteigenschaften: Zuverlässigkeit, Nutzen und Aufwand beinhalten jedoch eine Vielzahl von Einzelkriterien, die beispielhaft in Abb. 4.1 dargestellt sind, jedoch keinen Anspruch auf Vollständigkeit erheben.

Viele dieser Einzelkriterien, im Speziellen Kriterien des Nutzens und des Aufwands, sind dabei nur schwer objektiv zu erfassen, womit zwangsläufig ein subjektiver Einfluss in die Bewertung der Qualität einfließt. Ein weiteres Problem der ganzheitlichen Bewertung ist die Kombination der einzelnen Unterkriterien, da diese in sehr unterschiedlichen Dimensionen und Einheiten beschrieben werden. Daher muss stets eine Normierung der Einzelkriterien erfolgen. Im Anschluss daran werden die normierten Werte der Einzelkriterien miteinander kombiniert, womit es zu einer „Verschmierung“ der Einzelresultate kommt. Dies kann zur Folge haben, dass simple Modelle aufgrund ihrer einfachen Anwendbarkeit qualitativ wertvoller erscheinen, obwohl die Prognoseunsicherheit respektive der Modellfehler, sehr hoch ist. Um diese Fehlinterpretationen in der Bewertung der Modellqualität zu vermeiden, wird in dieser Arbeit nur das Kriterium Zuverlässigkeit, maßgeblich charakterisiert durch die Unsicherheit der Modellprognose, betrachtet. Dies erweist sich auch unter dem Aspekt der hohen Unsicherheit der Kriechvorhersage, bedingt durch die nur partiell verstandenen physikalischen Prozesse, als sinnvoll. Folglich kommt der Reduktion dieser Unsicherheit, gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Modellqualität, eine entscheidende Bedeutung zu.

Die Unsicherheiten eines Modells können dabei unterschiedliche Ursachen haben [10, 124]:

- Unsicherheiten in den Modellparametern, modelliert über stochastische Größen
- Variierende Umgebungsparameter
- Modellunsicherheit - Modellfehler

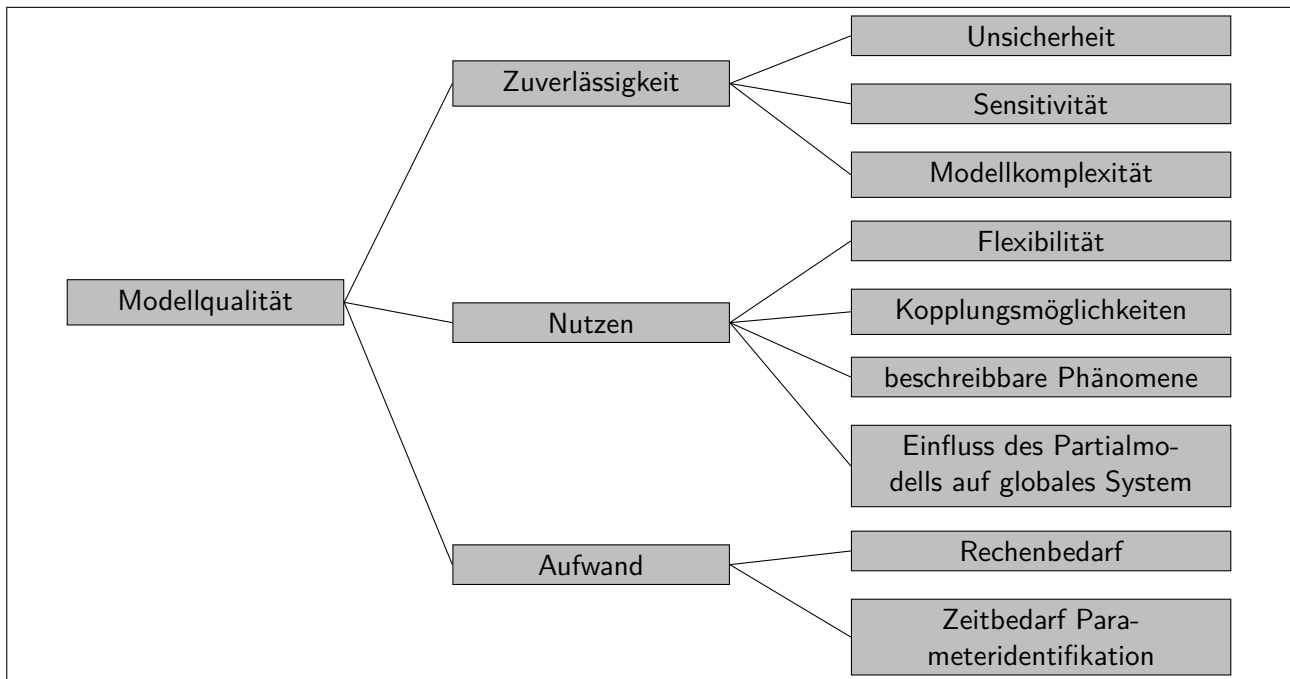


Abb. 4.1: Bewertungsbaum einer ganzheitlichen Bewertung

- Fehlerhafte Modellkalibrierung infolge von Messunsicherheiten
- Fehlerhafte Modellanwendung - Einsatz außerhalb der Modellgrenzen.

Die schwankenden Umgebungsbedingungen und Modellparameter lassen sich zur Parameterunsicherheit zusammenfassen. Die Modellunsicherheit stellt die Abweichung des Modells zu experimentellen Untersuchungen als Abbild der Realität dar. Bei Bestimmung dieser Modellunsicherheit müssen jedoch eventuelle Messfehler berücksichtigt werden. Die Unsicherheit infolge der Fehlanwendung eines Modells stellt eine Größe dar, die lediglich aus einer falschen Anwendung des Modells durch den Nutzer resultiert. Bei einer Einbehaltung der Anwendungsgrenzen eines Modells kann diese Unsicherheit vernachlässigt werden.

Werden all diese Unsicherheiten zu einer Gesamtunsicherheit der Modellprognose zusammengefasst, wird ein stochastisches Maß für die allgemeine Unsicherheit der Modellprognose erzielt. Damit kann dem Modellanwender verdeutlicht werden, wie sicher bzw. wie unsicher die Anwendung eines Modells ist und wie sich die Unsicherheit des Modells im Vergleich zu anderen Modellen verhält.

Der Einfluss der Qualität der Kriechmodelle für die Tragwerksanalyse ist sehr vielschichtig. BAŽANT und BAJEWA [14] schlagen fünf Kategorien von Betontragwerken vor, in denen die Bedeutung der realitätsnahen Kriechvorhersage sukzessive zunimmt:

- Kategorie 1: Stahlbetonbalken, -rahmen und -decken mit Spannweiten unter 20 m und Gebäudehöhen unter 30 m sowie Einzelfundamente und Stützwände
- Kategorie 2: Vorgespannte Balken und Decken mit einer Spannweite von bis zu 20 m, Hochhäuser bis zu 100 m Gebäudehöhe

- Kategorie 3: Hohlkastenträger sowie Bögen mittellanger Brücken von einer Spannweite bis zu 80 m, Silos und Behälter
- Kategorie 4: Vorgespannte Hohlkastenträger und Bögen langer Brücken, große Brücken gebaut in Segmentbauweise, Schwergewichtsstaudämme, Kühltürme, große Schalentragerwerke, Hochhäuser
- Kategorie 5: Brücken und Bögen sehr großer Spannweite, Abschirmung (Containments) nuklearer Anlagen, sehr schlanke Schalentragerwerke, hohe Kühltürme.

Entsprechend dieser Kategorisierung steigt auch die Bedeutung der Qualität der Kriechmodelle. Für kriech-sensitive Strukturen mit einer hohen Funktion für die Allgemeinheit, beispielsweise Brücken und nukleare Einrichtungen, werden daher in der Praxis Kurzzeitkriechversuche durchgeführt. Die Kriechmodelle werden an die experimentellen Versuche angepasst, um die Abweichung der Kriechprognose zur Realität zu mindern.

In Anlehnung an diese Vorgehensweise werden zwei unterschiedliche Methoden zur Bewertung der Modellqualität vorgeschlagen: die Bewertung mit und ohne Verwendung von Versuchsdaten. Ohne die Existenz von experimentellen Untersuchungen ist nach Abschnitt 4.2 vorzugehen, andernfalls wird unter Einbeziehung von Versuchsdaten das Verfahren nach Abschnitt 4.3 angewendet.

4.2 Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsdaten

Die Analyse von Betontragwerken ohne spezielle Versuchsdaten des eingesetzten Betons stellt die Regel der Ingenieurpraxis dar. Für die Berücksichtigung des Kriechens müssen Modelle angewandt werden, deren Parameter anhand von Betonzusammensetzung, Betonfestigkeit und Umgebungsbedingungen abgeschätzt werden können. Diese wurden bereits in Abschnitt 2.2.3.5 erläutert. Die Anwendung hochwertiger rheologischer Modelle ist ohne Versuchsdaten nicht möglich, da deren Modellparameter unter Verwendung experimenteller Messungen identifiziert werden müssen.

Die Bewertung erfolgt über die Unsicherheit des prognostizierten Kriechmaßes. Diese setzt sich aus der Parameter- und Modellunsicherheit zusammen, deren Bestimmung in den folgenden Sektionen erläutert wird.

4.2.1 Parameterunsicherheit

4.2.1.1 Unsicherheitsanalyse

Im Rahmen einer Unsicherheitsanalyse wird untersucht, wie sich die Streuungen der Eingangsparameter auf die Variation der Modellantwort auswirkt. Zunächst werden für die Eingangsparameter die stochastischen Eigenschaften, Mittelwert μ , Standardabweichung σ bzw. Variationskoeffizient CV sowie die Verteilungsfunktion $p(\mu, \sigma)$ definiert. Mittels LHS werden unter

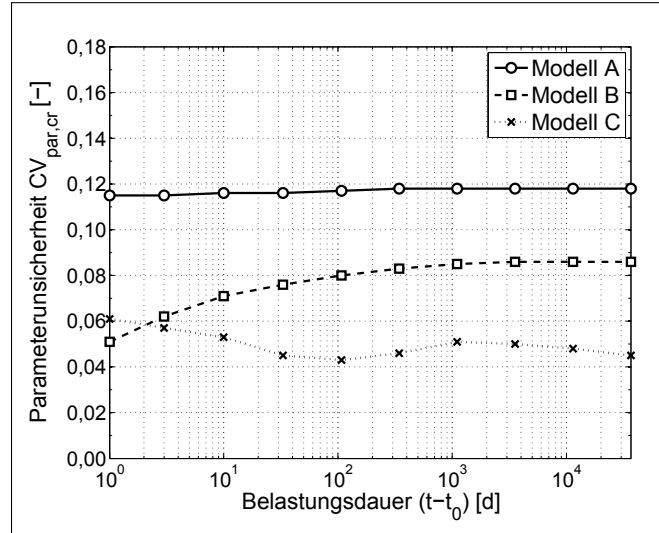


Abb. 4.2: Parameterunsicherheit unterschiedlicher Kriechmodelle, schematisch

Berücksichtigung der Korrelation der Modellparameter untereinander Samplesets - Stichprobenpaare - \mathbf{X} der Eingangsparameter erzeugt. Für jedes der K Samplesets wird das Modell zeitabhängig ausgewertet. Für Kriechmodelle ergibt sich für jedes Sampleset k eine zeitlich veränderliche Kriechnachgiebigkeit $C_c^k(t)$, so dass zu jedem Zeitpunkt t der Mittelwert

$$\bar{C}_{c,t} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_{c,t}^k \quad (4.1)$$

die Standardabweichung

$$\sigma_{par,cr,t} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (C_{c,t}^k - \bar{C}_{c,t})^2 \quad (4.2)$$

sowie der Variationskoeffizient CV der Kriechnachgiebigkeit

$$CV_{par,cr,t} = \frac{\sigma_{par,cr,t}}{\bar{C}_{c,t}} \quad (4.3)$$

bestimmt werden können. Der ermittelte zeitabhängige CV, beispielhaft in Abb. 4.2 dargestellt, zeigt die relative Variation der Modellantwort infolge der streuenden Eingangsparameter. Die Standardabweichung wird ebenfalls häufig als Vergleichsmaß der Streuung herangezogen. Dabei wird jedoch bei gleicher relativer Streubreite stets das Modell bestraft, das die höheren mittleren Kriechwerte $\bar{C}_{c,t}$ prognostiziert. Da die Mittelwerte unterschiedlicher Modelle der Kriechprognose mitunter stark voneinander abweichen, ist die Betrachtung der Standardabweichung nicht empfehlenswert, so dass im Folgenden stets auf die relative Streuung, respektive den Variationskoeffizienten, Bezug genommen wird.

4.2.1.2 Sensitivitätsanalyse

In einer Sensitivitätsanalyse wird untersucht, in welchem Maß die Unsicherheit der Modellantwort auf die einzelnen Eingangsparameter zurückzuführen ist. Folglich ist die Sensitivität nicht direkt für die Bewertung von Modellen geeignet, sondern untersucht nur Ursachen für die Parameterunsicherheit. Aus den Ergebnissen der Analyse können Rückschlüsse über den Einfluss der Parameter bzw. deren Unsicherheit gezogen werden. Parameter, deren Streuung sich nur gering auf die Gesamtunsicherheit auswirkt, können zukünftig als deterministisch betrachtet werden. Weiterhin werden Parameter gefunden, deren Streuung sich maßgeblich auf die Antwort auswirkt. Die Variation dieser Parameter kann durch mögliche zusätzliche Untersuchungen reduziert werden, um die Qualität der Prognose zu erhöhen. Für eine genaue Ermittlung der Sensitivität ist es notwendig, globale Sensitivitätsanalysen durchzuführen. Diese erfassen im Gegensatz zu den lokalen Verfahren, wie beispielsweise partielle Ableitungen, die simultane Streuung aller stochastischen Parameter, wodurch allgemeine Aussagen bezüglich des Einflusses der Parameter unter Berücksichtigung von Interaktionen ermöglicht werden.

Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt dargelegt, ist in der Unsicherheits- sowie Sensitivitätsanalyse die Korrelation unter den Eingangsparametern bei der Generierung des Samplesets während der stochastischen Analyse zu berücksichtigen. Dies hat zur Folge, dass die Sensitivität eines Eingangsparameters nicht allein durch dessen Streuung, sondern auch durch die Streuung der zu ihm korrelierten Parameter bestimmt wird. Die Sensitivitätsmethode von XU und GERTNER [147] berücksichtigt diese Korrelation und wird im Folgendem kurz vorgestellt. Voraussetzung für die Anwendung der Methode ist eine näherungsweise lineare Abhängigkeit der AWF zu den Eingangsdaten (lineare Regression). Diese liegt bei den in dieser Arbeit betrachteten Kriechmodellen vor. Kernpunkt der Methode besteht in der Zerlegung der partiellen Varianz der Modellantwort V_p infolge der Streuung des Parameters p , in einen unkorrelierten V_p^U und einen korrelierten Anteil V_p^C

$$V_p = V_p^U + V_p^C. \quad (4.4)$$

Die partielle Varianz V_p infolge eines Eingangsparameters p wird durch eine Regression der Modellantwort unter alleiniger Berücksichtigung des betrachteten Parameters X_p erzielt

$$\hat{Y}_p = \Theta_0 + \Theta_p X_p + e, \quad (4.5)$$

mit Θ_0 und Θ_p als Regressionskoeffizienten des linearen Regressionsmodells und e als Fehlerterm. Die partielle Varianz kann wie folgt ermittelt werden:

$$\hat{V}_p = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_p^k - \bar{Y})^2, \quad (4.6)$$

mit \hat{Y}_p^k als Wert der AWF \hat{Y}_p für die Stichprobe k .

Für die Bestimmung der unkorrelierten partiellen Varianz V_p^U wird der Eingangsparameter X_p in einen korrelierten \hat{X}_p^C und unkorrelierten Anteil \hat{X}_p^U zerlegt

$$X_p = \hat{X}_p^C + \hat{X}_p^U. \quad (4.7)$$

Hierin ist \hat{X}_p^C die Abschätzung des Anteils des Parameters X_p der unter Berücksichtigung aller anderen Eingangsparameter außer X_p , bezeichnet als $X_{\sim p}$, beschrieben werden kann. Dieser Anteil kann erneut mittels einer linearen Regression beschrieben werden

$$\hat{X}_p^C = \hat{\eta}_0 + \sum_{P_{K-1}} \hat{\eta}_{\sim p} X_{\sim p} + e, \quad (4.8)$$

mit den Regressionskoeffizienten $\hat{\eta}_0$ und $\hat{\eta}_{\sim p}$. Beim Vergleich von Gl. (4.7) und (4.8) wird ersichtlich, dass \hat{X}_p^U der Fehlerterm der Regression von \hat{X}_p^C in Gl. (4.8) ist.

Eine weitere Regression des Modells bezüglich \hat{X}_p^U

$$\hat{Y}_p^U = \rho_0 + \rho_p \hat{X}_p^U + e \quad (4.9)$$

ist notwendig, um die unkorrelierte partielle Varianz

$$\hat{V}_p^U = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_p^{U,k} - \bar{Y})^2 \quad (4.10)$$

zu bestimmen. Mit Gl. (4.4) wird die korrelierte partielle Varianz zu

$$\hat{V}_p^C = \hat{V}_p - \hat{V}_p^U. \quad (4.11)$$

Je nach Struktur des Modells bzw. der Korrelation der Eingangsparameter kann die korrelierte partielle Varianz positiv oder negativ werden. Der negative Fall bedeutet, dass durch die Berücksichtigung der Korrelation die Gesamtvarianz des Modells reduziert wird.

Die Sensitivitätsindizes eines Parameters, die darstellen, inwieweit die Streuung des Parameters die Varianz \hat{V} der Modellantwort beeinflusst, können wie folgt ermittelt werden:

$$\hat{S}_p = \frac{\hat{V}_p}{\hat{V}}, \quad \hat{S}_p^U = \frac{\hat{V}_p^U}{\hat{V}}, \quad \hat{S}_p^C = \frac{\hat{V}_p^C}{\hat{V}}. \quad (4.12)$$

Die Sensitivitätsindizes der Kriechmodelle können einen zeitabhängigen Verlauf aufweisen, wie für ein fiktives Beispiel in Abb. 4.3 dargestellt. Aus der Unterscheidung zwischen unkorreliertem und korreliertem Anteil kann festgestellt werden, ob die Minderung der Streuung eines Parameters oder einer Gruppe von Parametern notwendig ist, um die Varianz der Modellantwort zu reduzieren.

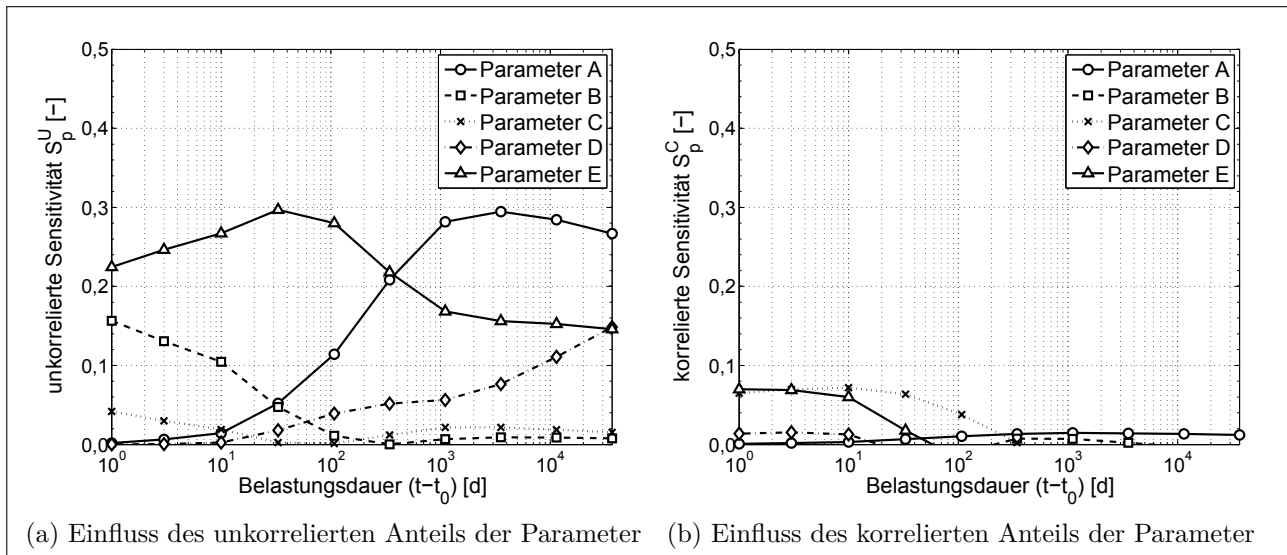


Abb. 4.3: Sensitivitätsindizes eines Modells

4.2.1.3 Abschätzung der Parameterunsicherheit mit Antwortflächen

Die Beurteilung der Parameterunsicherheit ist ein wesentlicher Bestandteil für die Bewertung der Modellqualität. Wie in Abschnitt 4.2.1.1 dargestellt, kann diese im Rahmen einer Unsicherheitsanalyse aus den stochastischen Eingangsparametern unter Festlegung weiterer deterministischer Randbedingungen, wie beispielsweise des Betonalters bei Belastungsbeginn t_0 sowie der Probengeometrie, ermittelt werden. Die Ergebnisse dieser Unsicherheitsanalyse sind jedoch lediglich für die untersuchten Mittelwerte der stochastischen Eingangsparameter sowie für die vorgegebenen Randbedingungen gültig. Eine allgemeine Aussage kann damit nicht erzielt werden, so dass bei jeder Bewertungsaufgabe die Unsicherheit erneut durch eine stochastische Analyse ermittelt werden muss. Deshalb wird in diesem Abschnitt eine Methode erläutert, mit der die Unsicherheit in Abhängigkeit von den Randbedingungen und von den Eingangsparameter mittels einer AWF abgeschätzt werden kann.

Die Methode basiert auf einem zweistufigen Sampling-Prozess und ist schematisch in Abb. 4.4 dargestellt. Zunächst müssen die Eingangsparameter P durch eine untere und obere Grenze restringiert werden. Diese ergibt sich aus der physikalischen Bedeutung des Parameters oder den Anwendungsgrenzen der Modelle. Als Parameter werden sowohl stochastische Eingangsgrößen, zum Beispiel die Betonfestigkeit oder Luftfeuchte, als auch deterministische Eingangswerte, beispielhaft seien hier die Geometrie oder das Betonalter bei Belastungsbeginn genannt, berücksichtigt. Aus diesen Parametern werden mittels LHS und der Annahme gleichverteilter, unkorrelierter Parameter K Samplesets \mathbf{X}_k erzeugt. Die Werte des Samples k dienen im nächsten Schritt als Mittelwert für das Subsampling. In diesem werden für die stochastischen Parameter des Modells P_K mit den realen Verteilungsfunktionen, Variationskoeffizienten und Korrelationen K_S Samples erzeugt. Mit diesen Samples wird in Kombination mit den deterministischen Parametern des Samples k eine Unsicherheitsanalyse durchgeführt. Das Ergebnis ist die Variation der Modellantwort infolge der Eingangsparameter X_k zu spezifizierten Zeitpunkten t .

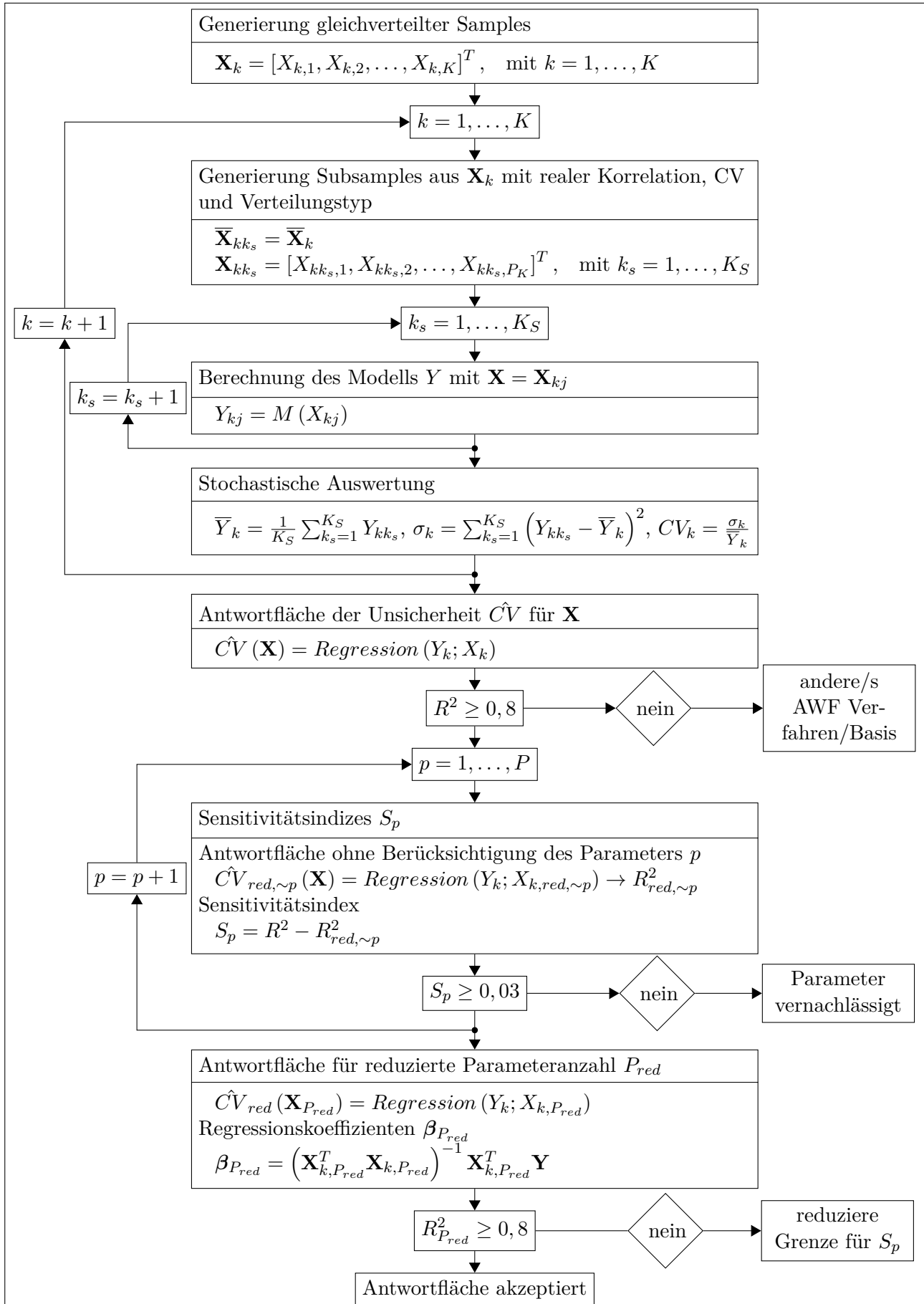


Abb. 4.4: Ablaufdiagramm für die Approximation der Unsicherheit mittels AWF

Aus den K Parametersets X_k und den zugehörigen Unsicherheiten CV_k wird eine AWF $\hat{C}\hat{V}$ erzeugt

$$\hat{C}\hat{V} = \mathbf{p}^T(\mathbf{X}) \boldsymbol{\beta}, \quad (4.13)$$

basierend auf linearen, quadratischen sowie gemischten Termen

$$\mathbf{p}(\mathbf{X}) = [1, X_1, X_2, \dots, X_P, X_1^2, X_2^2, \dots, X_P^2, X_1 X_2, \dots, X_{P-1} X_P]. \quad (4.14)$$

Die Koeffizienten $\boldsymbol{\beta}$ werden nach Gl. (3.30) bestimmt. Die Güte der Regression wird über das Bestimmtheitsmaß R^2 ausgedrückt und sollte mindestens $R^2 \geq 0,8$ betragen.

Da diese AWF bei komplexen Modellen eine Vielzahl von Parametern beinhalten, ist es sinnvoll, die Anzahl der Parameter zu reduzieren. Dafür wird im nächsten Schritt eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Im Gegensatz zu Abschnitt 4.2.1.2 wird jedoch nicht der Einfluss der Parameterstreuung auf die Unsicherheit untersucht, sondern der Einfluss des veränderlichen Mittelwerts des Parameters auf die selbige. Da die Samplings für die Gleichverteilung unkorreliert sind, kann eine einfache Sensitivitätsmethode nach HELTON ET AL. [73], basierend auf der Regressionsfläche $\hat{C}\hat{V}$, angewandt werden. Anstelle des Bestimmtheitsmaßes R^2 , errechnet unter Berücksichtigung aller Parameter X_k , wird ein reduziertes Bestimmtheitsmaß $R_{red, \sim p}^2$ ermittelt. Dafür wird eine zweite AWF generiert, die den zu untersuchenden Parameter k vernachlässigt

$$\hat{C}\hat{V}_{red, \sim p} = \mathbf{p}_{red, \sim p}^T(\mathbf{X}_{red, \sim p}) \boldsymbol{\beta}_{red, \sim p} \quad (4.15)$$

mit

$$\mathbf{p}_{red, \sim p}(\mathbf{X}_{red, \sim p}) = [1 \dots X_{p-1}, X_{p+1} \dots X_{P_K} \dots X_{p-1}^2, X_{p+1}^2 \dots X_{P_K}^2 \dots X_{p-1} X_{P_K}, X_{p+1} X_{P_K} \dots]. \quad (4.16)$$

Für diese AWF wird das Bestimmtheitsmaß $R_{red, \sim p}^2$ ermittelt. Der Sensitivitätsindex des Parameters k ergibt sich aus der Differenz der Bestimmtheitsmaße

$$S_p = R^2 - R_{red, \sim p}^2. \quad (4.17)$$

Anhand des Sensitivitätsindex S_p kann der Einfluss des Parameters abgelesen werden. Parameter mit $S_p \leq 0,03$ werden in dieser Arbeit als nicht signifikant eingestuft und im Folgenden für die Abschätzung der Unsicherheit vernachlässigt.

Für die reduzierte Parameteranzahl K_{red} wird erneut eine AWF $\hat{C}\hat{V}_{red}$ aufgebaut, die nur von den maßgebenden Parametern abhängig ist

$$\hat{C}\hat{V}_{red} = \mathbf{p}_{P_{red}}^T(\mathbf{X}_{red}) \boldsymbol{\beta}_{red} \quad (4.18)$$

mit

$$\mathbf{p}_{P_{red}}(\mathbf{X}_{P_{red}}) = [1, X_1, X_2, \dots, X_{P_{red}}, X_1^2, X_2^2, \dots, X_{P_{red}}^2, X_1 X_2 \dots X_{P_{red}-1} X_{P_{red}}] \quad (4.19)$$

und als finale Approximation der Unsicherheit verwendet wird. Über den Vektor der Koeffizienten $\beta_{P_{red}}$ kann bei Angabe der Mittelwerte der maßgebenden Eingangsparameter die Parameterunsicherheit der Modelle ohne stochastische Analyse direkt berechnet und folglich abgeschätzt werden. Ergeben sich nur ein oder zwei maßgebende Parameter, so kann die AWF der Unsicherheit auch grafisch ausgegeben werden, beispielhaft in Abb. 4.5 ersichtlich.

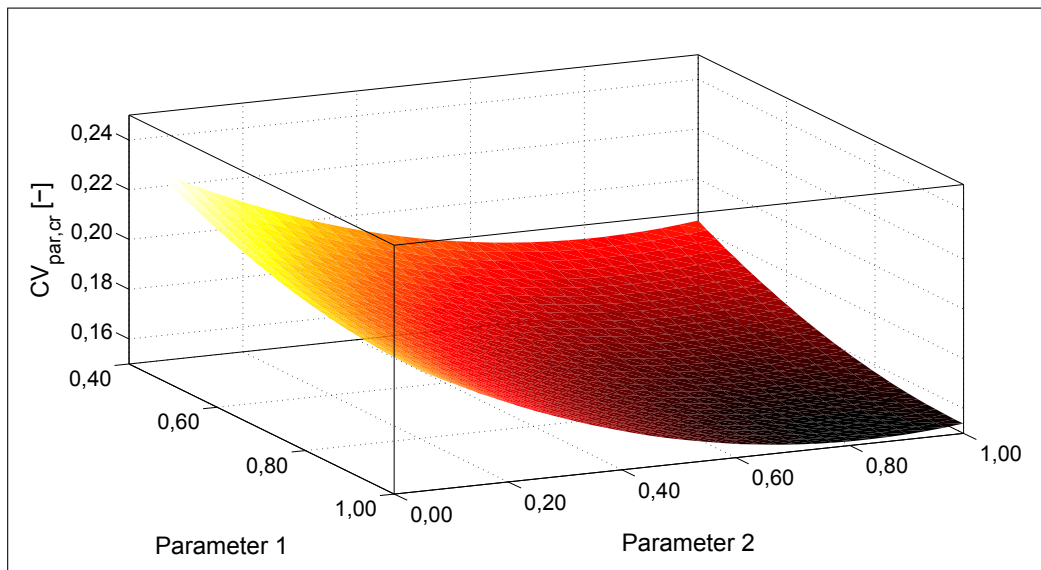


Abb. 4.5: Antwortfläche der Parameterunsicherheit

4.2.2 Modellunsicherheit

Die Modellunsicherheit bezeichnet die allgemeine Abweichung der Modellprognose zur Realität. Diese Diskrepanz kann als Variationskoeffizient bzw. als Unsicherheit beschrieben werden. Die Modellunsicherheit kann speziell für die Prognose eines Versuchs oder aber auch allgemeingültig für die Prognose vieler verschiedener Experimente ermittelt werden. Dieser Abschnitt fokussiert sich auf die allgemeingültige Aussage, weshalb der Vergleich mit einer Vielzahl von Versuchen im Vordergrund steht.

Dieser Abgleich der Modellantwort mit Versuchsdaten liegt bereits vor und wurde in Abschnitt 2.3.1 dargestellt. Die Variation der Modellprognose zu den gemessenen Daten $CV_{Z,cr}$, wie in Tab. 2.3 dargestellt, ergibt sich nach MADSEN [90] aus der Unsicherheit des Kriechmodells $CV_{mod,cr}$, der Messungenauigkeit CV_ϵ sowie der internen Unsicherheit des Kriechphänomens CV_α . Der Variationskoeffizient CV_α beschreibt z.B. die zufälligen Streuungen der Materialeigenschaften innerhalb der Prüfkörper. Durch die Zerlegung der Varianz bzw. der Variationskoeffizienten

$$CV_{Z,cr}^2 = CV_{mod,cr}^2 + CV_\epsilon^2 + CV_\alpha^2, \quad (4.20)$$

kann aus den gemessenen Abweichungen die Unsicherheit der Modellprognose ermittelt werden

$$CV_{mod,cr} = \sqrt{CV_{Z,cr}^2 - CV_{\epsilon}^2 - CV_{\alpha}^2}. \quad (4.21)$$

Der Messfehler kann mit $CV_{\epsilon} \approx 0,05$ und die interne Unsicherheit mit $CV_{\alpha} = 0,06 \dots 0,10 \approx 0,08$ abgeschätzt werden [90].

Die Berücksichtigung der Modellunsicherheit erfolgt über den Modellunsicherheitsfaktor $\Psi_{mod,cr}$, mit dem das Kriechmaß ohne Modellunsicherheit modifiziert wird

$$C_{mod,cr}(t) = \Psi_{mod,cr} C_c(t). \quad (4.22)$$

Darin ist $\Psi_{mod,cr}$ ein normalverteilter stochastischer Parameter mit einem Erwartungswert von $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ und dem Variationskoeffizienten berechnet nach Gl. (2.117) und (4.21). Der Erwartungswert $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ besagt, dass im Mittel die Modellprognose richtig ist. Durch die Normalverteilung wird berücksichtigt, dass das reale Kriechverhalten vom Modell unter- und überschätzt werden kann. Durch die Berücksichtigung des Modellunsicherheitsfaktors wird die Streubreite des Kriechmaßes erhöht, die Prognose wird aufgrund eines fehlerhaften Modells folglich unsicherer.

4.2.3 Bewertung

Die Bewertung der Modelle basiert auf der Gesamtunsicherheit des Kriechmaßes der einzelnen Modelle. Wird eine komplette stochastische Berechnung der Kriechmodelle durchgeführt, so kann neben den stochastischen Eingangsparametern die Modellunsicherheit als zusätzliche stochastische Variable eingeführt werden. Diese kann durch den Modellunsicherheitsfaktor $\Psi_{mod,cr}$ entsprechend Gl. (4.22) berücksichtigt werden. Das Resultat der stochastischen Analyse ist die Gesamtunsicherheit $CV_{tot,cr}$. Wird dem entgegen die Parameterunsicherheit nach Abschnitt 4.2.1.3 abgeschätzt, errechnet sich die Gesamtunsicherheit aus der Quadratwurzel der Summe der Varianzen

$$\hat{C}V_{tot,cr} = \sqrt{\hat{C}V_{par,cr}^2 + CV_{mod,cr}^2}. \quad (4.23)$$

Aus beiden Vorgehensweisen wird die zeitabhängige Gesamtunsicherheit $CV_{mod,cr}(t)$ bestimmt. Die Zeitabhängigkeit resultiert aus der zeitvarianten Parameterunsicherheit. Mit der Gesamtunsicherheit kann für jeden Zeitpunkt t die Modellqualität (MQ) des Modells j in Abhängigkeit dessen Unsicherheit sowie der minimalen Unsicherheit aller Modelle ermittelt werden. In dieser Arbeit ist dies wie folgt definiert:

$$MQ_{cr,j}(t) = \frac{\min(CV_{tot,cr}(t))}{CV_{tot,cr,j}(t)}. \quad (4.24)$$

Das Modell mit der kleinsten Gesamtunsicherheit $CV_{mod,cr}(t)$ entspricht zum Zeitpunkt t dem Modell der höchsten Qualität, gleichbedeutend mit $MQ_{cr}(t) = 1$. Weisen Modelle höhere Streubreiten auf, ist deren Qualität dementsprechend reduziert.

Bedingt durch die zeitliche Variation der Parameterunsicherheit weist MQ_{cr} einen zeitabhängigen Verlauf auf. Um zu einer Gesamtaussage bezüglich der Qualität zu gelangen, wird daher $MQ_{cr}(t)$ über die Zeit integriert

$$MQ_{cr} = c \int_{t_0}^t MQ_{cr}(t, t_0) dt, \quad (4.25)$$

mit der Normierungskonstante c

$$c = \frac{1}{t - t_0}. \quad (4.26)$$

In der Regel wird das Kriechen numerisch mittels einer diskreten Unterteilung der Zeit berechnet, so dass der integrale Ausdruck nach Gl. (4.25) in eine Summation überführt wird

$$MQ_{cr} = c \sum_{i=1}^N \frac{MQ_{cr}(t_i, t_0) + MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)}{2} (t_{i+1} - t_i), \quad (4.27)$$

mit der Anzahl der Zeitinkremente N , dem aktuellen Zeitinkrement i sowie der Modellqualität zu Beginn und Ende eines Zeitintervalls $MQ_{cr}(t_i, t_0)$ und $MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)$.

Da die Inkremente der Kriechnachgiebigkeit und folglich die Bedeutung der Qualität der Kriechmodelle bei logarithmisch diskretisierten Zeitintervallen annähernd konstant sind, empfiehlt es sich, die Zeit in logarithmische Zeitinkremente zu diskretisieren [7]. Gl. (4.27) wird demnach modifiziert zu

$$MQ_{cr} = c \sum_{i=1}^N \frac{MQ_{cr}(t_i, t_0) + MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)}{2} [\log(t_{i+1} - t_0) - \log(t_i - t_0)], \quad (4.28)$$

mit

$$c = \frac{1}{\log(t - t_0)}. \quad (4.29)$$

Die Modellqualität MQ_{cr} dient als Vergleichskriterium zwischen mehreren Modellen, so dass eine Bewertung vorgenommen und ein Modell ausgewählt werden kann. Zusätzlich kann die ermittelte Gesamtunsicherheit der Kriechprognose bzw. die Streuung des Kriechmaßes eines Modells in der Tragwerksanalyse berücksichtigt werden.

4.3 Bewertung der Modellqualität anhand von Versuchsdaten

Für ausgewählte Betontragwerke, in denen Kriechen eine große Bedeutung beigemessen wird, werden im Vorhinein experimentelle Untersuchungen des Kriechverhaltens des zu verwendenden Betons durchgeführt. Aus den vorliegenden Messdaten gelingt es, die Parameter der Kriechmodelle speziell für den Einzelfall zu ermitteln. Dadurch können neben den klassischen Nachgiebigkeitsfunktionen auch rheologische Modelle angewandt werden, für die vorab keine Kenntnis der Parameter vorhanden ist.

Die Parameter werden im Rahmen dieser Arbeit über das sogenannte BAYESian Updating aus den Versuchsdaten bestimmt. Durch diese Methode werden nicht nur die Mittelwerte, sondern auch die Streuungen der Modellparameter gewonnen. Für das Updating werden Messfehler in den Daten - entsprechend der Variation der experimentell ermittelten Kriechkurven - berücksichtigt, womit Unsicherheiten der Kriechversuche direkt in die Parameter übertragen werden. Im nächsten Schritt kann die Bewertung erneut anhand der Gesamtunsicherheit der Kriechprognose erfolgen. Alternativ wird die Modellselektion nach BAYES vorgestellt.

4.3.1 Bayesian Updating

BAYES' Theorem ist ein Ergebnis der Wahrscheinlichkeitstheorie und gibt an, wie bedingte Wahrscheinlichkeiten errechnet werden können. Aus der Wahrscheinlichkeit der Einzelereignisse A und B , $P(A)$ und $P(B)$ sowie der bedingten Wahrscheinlichkeit von B , wenn A eintritt $P(B|A)$, kann die Wahrscheinlichkeit von A unter Auftreten von B berechnet werden

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)}. \quad (4.30)$$

Aus diesem Theorem können viele statistische Rückschlüsse gezogen werden [32].

In dieser Arbeit wird BAYES' Theorem angewandt, um die Parameter der Kriechmodelle aus vorliegenden Versuchskurven zu bestimmen. Entgegen häufig verwendeten Optimierungsstrategien ergeben sich beim BAYESian Updating neben den Erwartungswerten der Parameter ebenfalls die stochastischen Eigenschaften. Ein weiterer Vorteil der Vorgehensweise nach BAYES ist die Berücksichtigung des Vorwissens über die Parameter, der sogenannten *a priori* Information. Die *a posteriori* Verteilung nach dem Updating wird sowohl vom Vorwissen als auch aus den zusätzlichen Informationen der Messdaten bestimmt. Liegt nur eine geringe Anzahl an Messungen vor, werden die Parameter stark vom Vorwissen bestimmt und die Messdaten besitzen nur einen geringen Einfluss. Dem entgegen werden die Parameter bei einer Vielzahl von Messdaten sehr stark durch diese beeinflusst. Im Folgenden wird eine Sampling basierte Methode des BAYESian Updating nach BAŽANT, KIM, WITTMANN und ALOU [12, 7] vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet wird. Eine Alternative zu dieser Vorgehensweise ist der METROPOLIS-HASTINGS-Algorithmus [67, 41]. Dieser eignet sich vor allem bei sehr rechenintensiven Modellen und einer großen Parameteranzahl, wird jedoch nicht weiter erläutert.

Das bereits im Abschnitt 3.2.2 beschriebene Latin Hypercube Sampling ist die Grundlage des Updating Algorithmus'. Die vorgegebene *a priori* Verteilung $p'(X_p)$ der Parameter wird in K Intervalle gleicher Wahrscheinlichkeit unterteilt. Dabei kann das *a priori* Wissen über die Parameter einem beliebigen Verteilungstyp entsprechen. Bei sehr begrenztem Vorwissen ist eine Gleichverteilung zwischen einer oberen und unteren Grenze des Parameters sinnvoll. Für jedes der K Samples wird das Modell an den Messstellen m ausgewertet. Die prognostizierten Modellantworten Y'_m unter Verwendung der *a priori* Information weichen generell von den Messdaten Z_m ab, werden jedoch verwendet, um die Prognosegenauigkeit des Modells zu verbessern.

Die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit der Messdaten Z_m^k des k -ten Samples ist gleich der *a posteriori* Wahrscheinlichkeit der Parameter \mathbf{X}^k , $P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k)$. Während die *a priori* Wahrscheinlichkeit eines jeden Samples k infolge Latin Hypercube Samplings gleich ist, $P'(Z_m^k) = P'(\mathbf{X}^k)$, ist dies für die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit nicht der Fall. Die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit der Messdaten $P''(Z_m^k)$ sowie der Parameter $P''(\mathbf{X}^k)$ ist gleich der bedingten Wahrscheinlichkeit der Parameter in Bezug auf die Messdaten $P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z})$

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z}). \quad (4.31)$$

Nach BAYES' Theorem, Gl. (4.30), ist die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z}) = \frac{P(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k) P'(\mathbf{X}^k)}{P(\mathbf{Z})} = c_1 L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k) P'(\mathbf{X}^k). \quad (4.32)$$

Hierin ist $L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k)$ die Likelihoodfunktion, welche die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Beobachten der Messwerte \mathbf{Z} unter der Bedingung darstellt, dass die Eingangsparameter denen des k -ten Samples entsprechen $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$. Die *a priori* Wahrscheinlichkeit des Samples k ist konstant

$$P'(\mathbf{X}^k) = P'(Z_m^k) = 1/K = \textit{konstant} \quad (4.33)$$

und c_1 eine Normierungskonstante. Diese wird nach dem Theorem der totalen Wahrscheinlichkeit ermittelt

$$\sum_{k=1}^K P''(\mathbf{Z}^k) = 1. \quad (4.34)$$

Die Likelihoodfunktion kann unter Annahme unabhängiger und normal verteilter Messfehler ϵ mit

$$L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k) = \prod_{m=1}^M p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k) \quad (4.35)$$

ermittelt werden. Hierin ist $p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k)$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der bedingten Wahrscheinlichkeit von Z_m für $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$. Diese Wahrscheinlichkeit wird wesentlich durch

die Standardabweichung der Messfehler σ_Z bestimmt. Aus den Gl. (4.33)-(4.35) kann die *a posteriori* Wahrscheinlichkeit errechnet werden

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = c_0 p_k, \quad (4.36)$$

mit

$$p_k = \prod_{m=1}^M p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k) \quad (4.37)$$

und $c_0 = c_1/K = \textit{konstant}$. Die Konstante c_0 kann erneut aus der Normierung bestimmt werden

$$c_0 = \left(\sum_{k=1}^K p_k \right)^{-1}. \quad (4.38)$$

Die resultierenden Mittelwerte und Standardabweichungen der Modellprognose \mathbf{Y}'' sowie der Eingangsparameter \mathbf{X}'' ergeben sich zu

$$\bar{\mathbf{Y}}'' = \frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{Y}'^k, \quad \sigma_{\mathbf{Y}''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(\mathbf{Y}'^k - \bar{\mathbf{Y}}'' \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.39)$$

und

$$\bar{\mathbf{X}}'' = \frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{X}'^k, \quad \sigma_{\mathbf{X}''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(\mathbf{X}'^k - \bar{\mathbf{X}}'' \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.40)$$

Die Kovarianzmatrix der Parameter wird zu

$$C_{\mathbf{X}'' \mathbf{X}''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(X_i'^k - \bar{X}_i'' \right) \left(X_j'^k - \bar{X}_j'' \right) \right]^{1/2}, \quad \text{mit } i, j = 1, 2, \dots, P. \quad (4.41)$$

Die zuvor aufgeführten Beziehungen sind für alle Verteilungstypen gültig. Unter Annahme einer Normalverteilung der Modellprognose errechnet sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion in Gl. (4.35) mit

$$p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k) = \frac{1}{\sigma_{Z_m} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Z_m - Y_m'^k}{\sigma_{Z_m}} \right)^2 \right]. \quad (4.42)$$

Gl. (4.36) wird in Verbindung mit Gl. (4.42) zu

$$p_k = \exp \left[-\sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \left(\frac{Z_m - Y_m'^k}{\sigma_{Z_m}} \right)^2 \right] = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}'^k \right)^T C_{ZZ}^{-1} \left(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}'^k \right) \right], \quad (4.43)$$

in der die multiplikative Konstante $\frac{1}{\sigma_{Z_m} \sqrt{2\pi}}$ eliminiert wurde. Weiterhin wird die Kovarianzmatrix der Messfehler C_{ZZ} eingeführt.

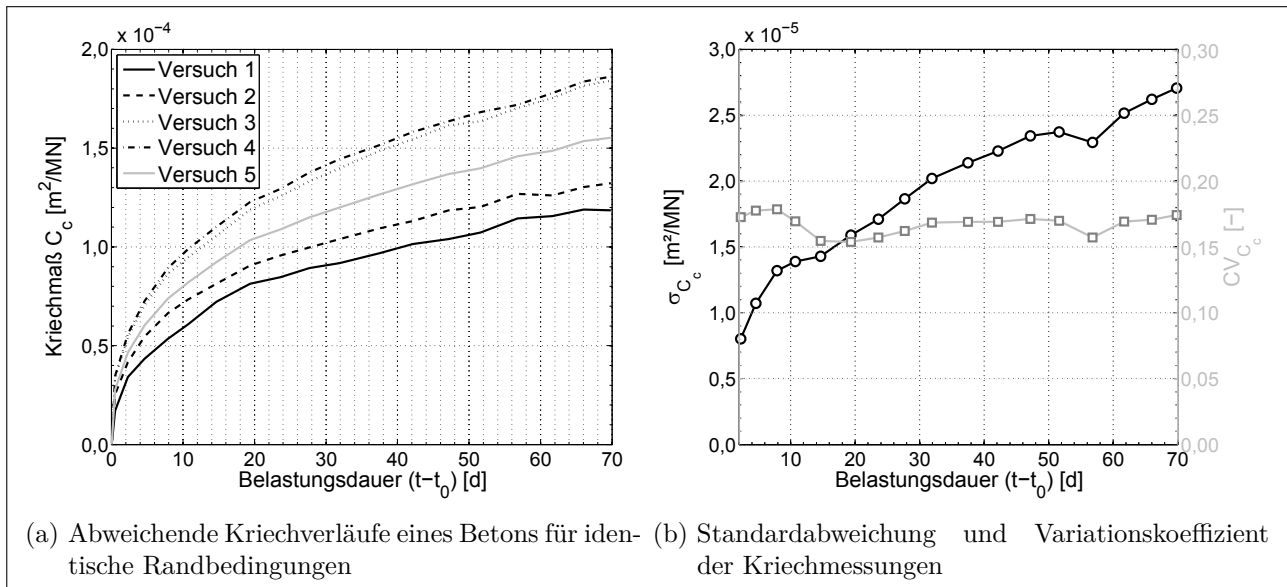


Abb. 4.6: Streuung der experimentell ermittelten Kriechnachgiebigkeit

Unter der Voraussetzung eines perfekten Modells wird die gesamte Abweichung der Prognoseresultate zu den Messdaten auf die Messfehler zurückgeführt. Die Messunsicherheit σ_Z bzw. C_{ZZ} beeinflusst dabei direkt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Für große Messfehler weist $p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k)$ einen flachen Verlauf auf und die ermittelten Parameter und Modellantworten erhalten eine große Streuung.

In dieser Arbeit wird die Abweichung experimentell ermittelter Kriechkurven eines Betons als Messunsicherheit angesetzt, siehe Abb. 4.6. Mit diesem Ansatz fließt die Variation der Kurven des Kriechmaßes beim Versuch respektive die Variation des Kriechphänomens in die Streuung der identifizierten Kriechparameter ein. Dabei wird der Messfehler als unkorreliert betrachtet. Dies bedeutet, dass jede Abweichung eines Messpunktes ϵ_m unabhängig von den anderen Messpunkten ist. Für Kriechexperimente ist dies im Allgemeinen nicht der Fall, da eine Kriechkurve eines Betons in der Regel für benachbarte Messpunkte über oder unter einer anderen Kriechkurve desselben Betons liegt. Folglich ist eine Korrelation der Messwerte an verschiedenen Belastungszeitpunkten vorhanden. Bei Vernachlässigung dieser Korrelation wird die Streuung der identifizierten Parameter reduziert, da der Informationsgehalt der korrelierten Messpunkte überschätzt wird. Um dieses Problem zu umgehen, schlagen BAŽANT ET AL. [7] eine Beschränkung auf 3 - 4 Messpunkte pro logarithmischer Zeitdekade vor, womit die Korrelation wesentlich reduziert wird. Dieser Ansatz wird in der vorliegenden Arbeit weiter verfolgt.

Alternativ kann die wahre Korrelation unter den Messpunkten über die Kovarianzmatrix C_{ZZ} in Gl. (4.43) berücksichtigt werden. Um diese sicher zu ermitteln, bedarf es jedoch einer Vielzahl experimenteller Kriechkurven, so dass die Praxisrelevanz dieser Vorgehensweise nicht gegeben ist. Eine weitere Möglichkeit, die Reduktion der Messpunkte zu umgehen, ist die Identifikation der einzelnen Inkremente der Kriechnachgiebigkeit in den jeweiligen Zeitabschnitten anstelle der Gesamtkriechnachgiebigkeit [7]. Diese Inkremente sind automatisch unkorreliert, da sie sich nicht auf zurückliegende Intervalle beziehen. Die Methode hat jedoch den Nachteil, dass es trotz guter Übereinstimmung vieler Inkremente der Kriechnachgiebigkeit zu einer Fehlprognose der

gesamten Kriechnachgiebigkeit kommen kann, falls beispielsweise nur das erste Inkrement eine größere Abweichung aufweist und sich diese Diskrepanz durch die Prognose der Gesamtkriechnachgiebigkeit fortsetzt.

Im Anschluss an das Updating können die Erwartungswerte der Modellprognose aus den Erwartungswerten der Modellparameter ermittelt werden. Die Abweichung dieser optimalen Prognose Y zu den Messdaten Z stellt die Modellunsicherheit dar und kann nach BAŽANT und BAJEWA [15] mit

$$CV_{\Psi_{mod,cr}} = \frac{1}{\bar{Z}} \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M w_m (Y_m - Z_m)^2}, \text{ mit } \bar{Z} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_m Z_m \quad (4.44)$$

quantifiziert werden. Hierin ist m einer der M Messpunkte. Der Wichtungsfaktor

$$w_m = \frac{M}{n_d n_1} \quad (4.45)$$

bewirkt, dass jede der n_d logarithmischen Zeitdekaden die gleiche Wichtung erhält, unabhängig von der Anzahl der darin enthaltenen Messpunkte n_1 . Hiermit können die stochastischen Eigenschaften des Modellunsicherheitsfaktor $\Psi_{mod,cr}$ mit $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ und $CV[\Psi_{mod,cr}] = CV_{mod,cr}$ angegeben werden.

4.3.2 Modelselektion nach Bayes

Mit der Modelselektion nach BAYES [88] wird unter Berücksichtigung aller vorliegenden Informationen die Wahrscheinlichkeit bestimmt, dass das Modell PM_j dem geeignetsten Modell einer Gruppe M von Modellen entspricht. Die berücksichtigten Informationen sind das Vorwissen über die Modellparameter sowie vorliegende Messdaten, mit denen das Modell kalibriert wird. In den Modelselektionsfaktor (MSF) gehen neben der Übereinstimmung mit den Messdaten, ausgedrückt über die Likelihoodfunktion, der OCKHAM-Faktor [64] ein. Dieser Faktor stellt eine Reduktion der Modellwahrscheinlichkeit infolge zunehmender Parametrisierung eines Modells dar [88]. Durch die Berücksichtigung des OCKHAM-Faktors wird bei ähnlicher Abweichung der Modelle zu den Messdaten die Qualität einfacher Modelle stets höher bewertet als die Qualität komplexerer Modelle, da diese besser identifizierbare Parameter aufweisen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass PM_j das geeignetste Partialmodell darstellt, wird in Abhängigkeit der Messdaten \mathbf{Z} über BAYES' Theorem ermittelt [88]:

$$P(PM_j|\mathbf{Z}, M) = \frac{p(\mathbf{Z}|PM_j, M) P(PM_j|M)}{p(\mathbf{Z}|M)}, \quad (4.46)$$

mit M als Menge aller N_{PM} Modelle und $p(\mathbf{Z}, M) = \sum_{j=1}^{N_{PM}} p(\mathbf{Z}|PM_j, M) P(PM_j|M)$ als Normierungskonstante nach dem Theorem der totalen Wahrscheinlichkeit. Das Vorwissen wird in der *a priori* Wahrscheinlichkeit des Modells $P(PM_j|M)$ ausgedrückt und deren Summe über alle Modelle ist ebenfalls eins, $\sum_{j=1}^{N_{PM}} P(PM_j|M) = 1$. Der verbleibende Faktor $p(\mathbf{Z}|PM_j, M)$ wird als Beweis für das Modell PM_j bezeichnet.

Der Beweis wird aus den experimentellen Daten \mathbf{Z} und dem Prinzip der totalen Wahrscheinlichkeit berechnet

$$p(\mathbf{Z}|PM_j, M) = \int_{\mathbf{X}_j} L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}_j, PM_j) p(\mathbf{X}_j|PM_j) d\mathbf{X}_j, \quad (4.47)$$

mit dem Parametervektor \mathbf{X}_j des Modells PM_j , der Likelihoodfunktion $L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}_j, PM_j)$ und der *a priori* Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Modellparameter $p(\mathbf{X}_j|PM_j)$. In einem global identifizierbaren Fall kann die *a posteriori* PDF mit einer GAUSS-Normalverteilung beschrieben und somit Gl. (4.47) wie folgt approximiert werden [24]:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Z}|PM_j, M) &\approx L(\mathbf{Z}|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) (2\pi)^{M/2} |H_j(\tilde{\mathbf{X}}_j)|^{-1/2} \\ &\approx L(\mathbf{Z}|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) (2\pi)^{M/2} C_{\tilde{\mathbf{X}}_j \tilde{\mathbf{X}}_j}^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Hierin ist $\tilde{\mathbf{X}}_j$ der Vektor der optimalen Modellparameter, $H_j(\tilde{\mathbf{X}}_j)$ die HESSE-Matrix und $C_{\tilde{\mathbf{X}}_j \tilde{\mathbf{X}}_j}$ die Kovarianzmatrix der Modellparameter. Somit kann $p(\mathbf{Z}|PM_j, M)$ unter Anwendung von BAYES' Theorem wie folgt definiert werden:

$$p(\mathbf{Z}|PM_j, M) = L(\tilde{\mathbf{Z}}_j|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) / p(\tilde{\mathbf{X}}_j|\mathbf{Z}, PM_j), \quad (4.49)$$

mit der Likelihoodfunktion $L(\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j)$ sowie der *a priori* $p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j)$ und *a posteriori* $p(\tilde{\mathbf{X}}_j|\mathbf{Z}, PM_j)$ Wahrscheinlichkeitsdichte der optimalen Parameter. In Gl. (4.49) entspricht das Verhältnis $p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) / p(\tilde{\mathbf{X}}_j|\mathbf{Z}, PM_j)$ dem OCKHAM-Faktor, der auch als Maß für die Robustheit eines Modells betrachtet werden kann. Besitzt dieser einen kleinen Wert, entspricht das einer steilen PDF der *a posteriori* Parameter. Das bedeutet, dass geringe Abweichungen in den Messdaten bereits zu großen Abweichungen in den Parametern führen und folglich das Modell wenig robust ist.

Aus Gl. (4.49) kann in Verbindung mit Gl. (4.46) die Wahrscheinlichkeit jedes der N_M Modelle berechnet werden. Anhand dieser Wahrscheinlichkeit können die Modelle untereinander verglichen bzw. bewertet werden. Je wahrscheinlicher ein Modell, desto höher die Qualität.

Beispielhaft ist die Anwendung des MSF in Anlehnung an [132] in Abb. 4.7 dargestellt. Die drei Modelle PM1, PM2 und PM3 entsprechen Polynomfunktionen unterschiedlichen Grades, mit denen die sechs Messpunkte wiedergegeben werden sollen. Der Messfehler wird konstant mit $\sigma_Z = 0,5$ angesetzt. Die *a priori* Verteilung der Parameter ist eine Exponentialverteilung für den Parameter a_1 sowie Normalverteilungen für die weiteren Parameter a_2 und a_3 . Mittels BAYESIAN Updating werden die Modelle den Versuchsdaten angepasst und die *a posteriori* Verteilungen der Parameter ermittelt. Diese sind allesamt normal verteilt und weisen geringere Streuungen als die *a priori* Parameter auf. Durch den Vergleich der Likelihood wird deutlich, dass das Polynom dritten Grades, M3, die Messdaten im Mittel am besten wiedergibt. Jedoch liegt *a priori* wenig Wissen über die Parameter vor, so dass die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Modell die Messdaten prognostiziert, gemindert wird. Es zeigt sich, dass das einfache lineare

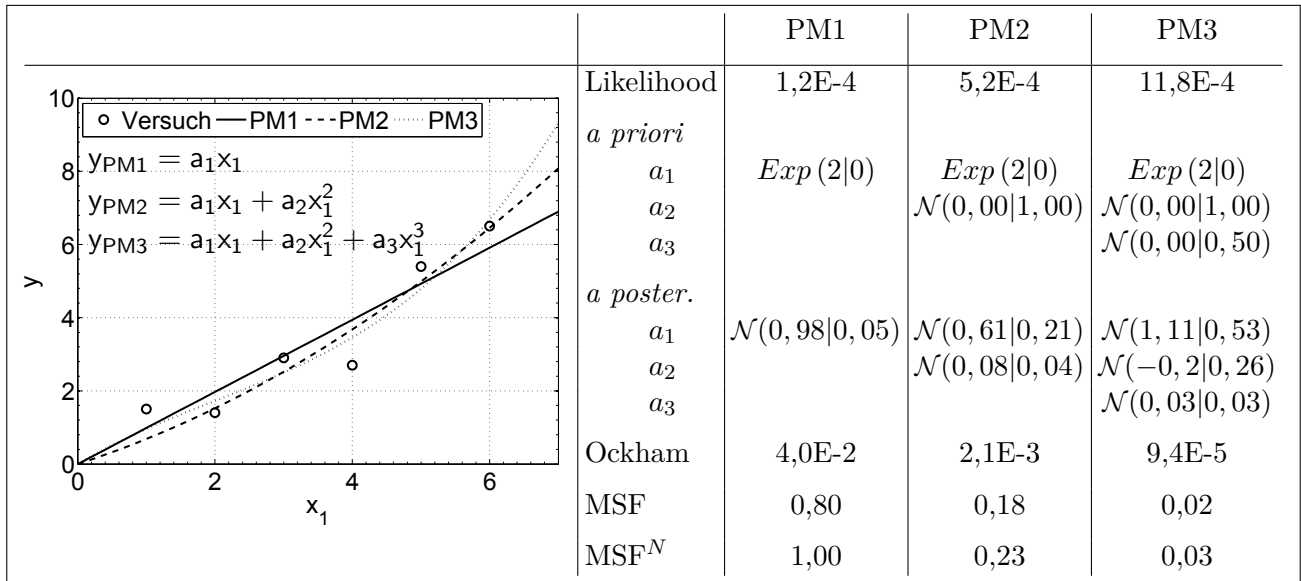


Abb. 4.7: Beispiel der Modellselktion nach BAYES in Anlehnung an [132]

Modell M1 die höchste Wahrscheinlichkeit bzw. den höchsten MSF aufweist, da ein hohes Maß an Vorwissen über die Parameter vorhanden ist.

4.3.3 Bewertung

Die Bewertung der Modelle kann über zwei verschiedene Methoden erfolgen. Zum einen per Modellselktion nach BAYES über den Modellselktionsfaktor oder zum anderen über den Vergleich der Gesamtunsicherheit des prognostizierten Kriechmaßes analog zu Abschnitt 4.2.3.

Bei der Bewertung über den MSF kann die Modellqualität aus den Wahrscheinlichkeiten der Modelle nach Gl. (4.46) abgeleitet werden. Die maximale Wahrscheinlichkeit eines Modells $max(P(PM|\mathbf{Z}, M))$ entspricht der höchsten Qualität. Die Qualität des Modells M_j wird über den normierten Modellselktionsfaktor MSF^N ausgedrückt und ergibt sich folglich zu

$$MSF^N = \frac{P(PM_j|\mathbf{Z}, M)}{max(P(PM|\mathbf{Z}, M))}. \tag{4.50}$$

Bei Anwendung des MSF^N wird jedoch lediglich die Qualität des Modells für den Zeitraum der Versuchsdauer ermittelt, Aussagen für extrapolierte Zeiträume können nicht getroffen werden. Dennoch stellt dies eine Möglichkeit dar, die notwendige Komplexität von Modellen zu bestimmen. Entgegen weiterer informationsbasierter Bewertungsverfahren, wie das *An Information Criterion - AIC* [3, 95] sowie das *Bayesian Information Criterion - BIC* [123], wird die Qualität hierbei nicht einfach pauschal in Abhängigkeit der Parameteranzahl gemindert, sondern die spezifische Kenntnis über die Parameter in Form der PDF berücksichtigt. Dabei fließt auch das Vorwissen über die Modellparameter ein, womit etablierte Modelle, zu denen viel Vorwissen bzw. Erfahrung über die Parameter vorliegen, positiver bewertet werden. Ein Nachteil bei der Verwendung der Modellselktion nach BAYES ist der große Einfluss der Likelihoodfunktion bei vielen Messpunkten, da dieser mit zunehmender Anzahl der Messpunkte

entgegen dem OCKHAM-Faktor exponentiell ansteigt [24]. Besonders geeignet ist das Verfahren für die Auswahl hierarchischer Modelle, da die Komplexität sukzessive gesteigert wird und der MSF stets die Balance zwischen Flexibilität und Robustheit des Modells bewertet. Demzufolge ist die Methode besonders für die Auswahl der notwendigen Anzahl der m bzw. n Kriechketten rheologischer Modelle sinnvoll.

Die Bewertung über die Gesamtunsicherheit erfolgt analog der Bewertung ohne Versuchsdaten. Die durch das BAYESIAN Updating ermittelten stochastischen Werte der Kriechparameter werden zusammen mit dem Modellunsicherheitsfaktor $\Psi_{mod,cr}$ sowie weiteren stochastischen Modellparametern, z.B. dem Elastizitätsmodul, in einer stochastischen Analyse des Modells kombiniert. Darin ist auch die Korrelation der identifizierten Parameter nach Gl. (4.41) zu berücksichtigen. Aus der Berechnung der K Samples wird der Variationskoeffizient in Abhängigkeit von der Zeit t für jedes Modell ermittelt. Daraus lässt sich mit Gl. (4.24) die zeitabhängige Modellqualität sowie im Anschluss mit Gl. (4.28) die Gesamtqualität bestimmen. Der Vorteil der Bewertung über die Unsicherheit ist, dass gegenüber dem MSF auch Aussagen für extrapolierte Belastungsdauern, d.h. der Betrachtungszeitpunkt übersteigt den der experimentellen Untersuchungen, getroffen werden können. Damit wird die Unsicherheit der Verwendung von Kurzzeitkriechversuchen für Langzeitprognosen quantifiziert und bewertet.

4.4 Berücksichtigung der Unsicherheit in der Tragwerksanalyse

Neben der Bewertung der Modellqualität und der Auswahl des geeignetsten Modells kann zusätzlich die Unsicherheit der Kriechprognose in der Tragwerksanalyse berücksichtigt werden. Im Rahmen stochastischer Berechnungen der Tragstruktur wird dabei der Einfluss der Streuung der Kriechvorhersage auf die globale Systemantwort untersucht. Da die stochastische Berechnung einer globalen Struktur im Allgemeinen jedoch mit hohem Rechenaufwand verbunden ist, empfiehlt es sich, den Einfluss der Kriechunsicherheit vereinfacht durch die Berücksichtigung von oberen und unteren Grenzwerten des Kriechmaßes, entsprechend einem zuvor festgelegten Konfidenzintervalls (CI), zu erfassen. Die Grenzwerte des 100 % $(1 - \alpha)$ -CI ergeben sich zu

$$CI_{C_c, 100\%(1-\alpha)} = [F_{\alpha/2}(C_c); F_{1-\alpha/2}(C_c)], \quad (4.51)$$

mit den Quantilwerten $\alpha/2$ und $1 - \alpha/2$ der kumulativen Verteilungsfunktion des Kriechmaßes $F(C_c)$. Für die Kriechprognose wird in der Regel $\alpha = 0,1$ gewählt, so dass das 90 %-CI ermittelt wird.

Liegt eine explizite stochastische Analyse der Kriechunsicherheit vor, können die Quantilwerte basierend auf der Maximum-Entropie-Verteilung, Gl. (3.10)-(3.12), bestimmt werden, um eine höhere Genauigkeit zu erzielen. Wird der Variationskoeffizient der Kriechprognose nach Abschnitt 4.2.1.3 abgeschätzt, kann Gl. (4.51) unter Annahme einer Normalverteilung und der

Betrachtung des 90 % CIs zu

$$CI_{C_c,90\%} = \bar{C}_{cr} \pm F_{0,05}^{-1}(C_c) \sigma_{C_c} = \bar{C}_{cr} \pm 1,64 CV_{C_c} \bar{C}_{cr} \quad (4.52)$$

vereinfacht werden. Hierin ist $F_{0,05}^{-1}$ die inverse Verteilungsfunktion des Kriechmaßes. Weiterhin gilt für die Normalverteilung $F_{0,05}^{-1} = -F_{0,95}^{-1}$.

4.5 Zusammenfassung

Die Bewertung der Qualität von Kriechmodellen wird in zwei Szenarien unterschieden: Die Bewertung mit und ohne Verwendung von Versuchsdaten. Die gesamten Methoden sind in Abb. 4.8 schematisch dargestellt.

Ohne vorliegende experimentelle Ergebnisse zum Kriechverhalten des Betons kann die Bewertung nur für die Modelle durchgeführt werden, deren Parameter vorab aus Randbedingungen abgeschätzt werden können. Die Beurteilung basiert in diesem Fall auf der Unsicherheit der Modellprognose, ausgedrückt durch den Variationskoeffizienten des Kriechmaßes. In diese Variation fließen Parameter- und Modellunsicherheit ein. Diese werden entweder in einer expliziten Unsicherheitsanalyse bestimmt oder mittels Antwortfläche abgeschätzt. Die zeitabhängige Modellqualität wird in Abhängigkeit des Variationskoeffizienten der Kriechnachgiebigkeit eines Modells in Relation zum geringsten Variationskoeffizienten aller Modelle ermittelt. Aus den zeitabhängigen Unsicherheiten und der damit verbundenen zeitvarianten Modellqualität wird per Zeitintegration ein Gesamtmaß der Qualität errechnet.

Die Bewertung unter Verwendung von Versuchsdaten basiert auf dem BAYESian Updating, mit dem die stochastischen Eigenschaften der Modellparameter unter Ansatz einer Unsicherheit der Messdaten ermittelt werden. Die Beurteilung der Qualität erfolgt in Abhängigkeit von der Gesamtunsicherheit analog der Bewertung ohne experimentelle Daten, womit Aussagen für eine Belastungsdauer unabhängig von der des Versuchs getroffen werden können. Alternativ kann mittels der Modellselektion nach BAYES das wahrscheinlichste Modell für den vorliegenden Versuchszeitraum bestimmt werden.

Zusätzlich zur Bestimmung eines besten Modells kann die ermittelte Unsicherheit der Kriechprognose vereinfachend über die Grenzwerte eines Konfidenzintervalls im Rahmen einer deterministischen Tragwerksanalyse berücksichtigt werden.

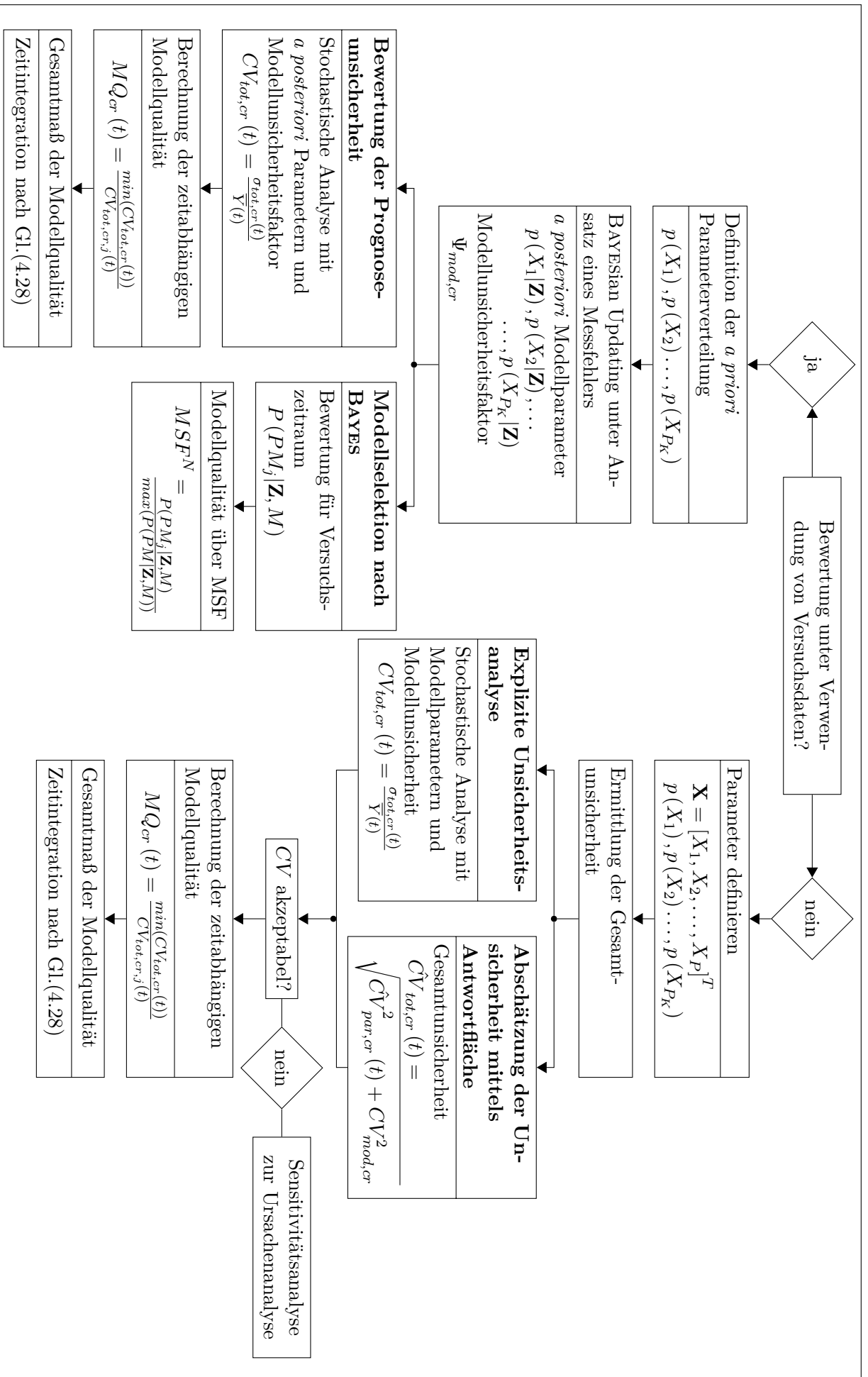


Abb. 4.8: Ablaufdiagramm zur Bewertung von Kriechmodellen

5 Beispielhafte Qualitätsbewertung von Kriechmodellen

5.1 Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsergebnisse

Die Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsdaten wird in dieser Arbeit für die Modelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 dargestellt. Für diese Modelle wird eine vollständige Unsicherheitsanalyse durchgeführt und darauf aufbauend die Modellqualität bewertet. Im Anschluss daran wird im Rahmen von Sensitivitätsanalysen dargelegt, welche Parameter die Unsicherheit wesentlich beeinflussen. Die Unsicherheits- und Sensitivitätsanalysen werden für unkorrelierte und korrelierte Eingangsparameter vorgestellt, um den Einfluss der Korrelation auf die Unsicherheit zu verdeutlichen.

Zusätzlich werden Antwortflächen zur Approximation der Unsicherheit der Kriechprognose für die vier Kriechmodelle aufgestellt und die Ergebnisse der Abschätzung der Unsicherheit mit den Resultaten der expliziten stochastischen Analyse verglichen.

5.1.1 Definition der Randbedingungen

Für die Untersuchung wird ein Beton C30/37, hergestellt aus einem Zement CEM II 42,5N, gewählt. Die Berechnung der Betonzusammensetzung erfolgt in Anlehnung an GRÜBL, WEIGLER und KARL [63]. Die Betonzusammensetzung sowie die weiteren Eingangsparameter sind in Tab. 5.1 aufgeführt. Zu den Erwartungswerten E werden die Variationskoeffizienten CV , die statistischen Verteilungsfunktionen sowie das jeweilige Modell, das den Parameter berücksichtigt, angegeben. Die statistischen Eigenschaften der Parameter wurden der Literatur entnommen, wobei jedoch oft verschiedene Angaben zu einem Parameter vorliegen. Für die Festigkeits- und Steifigkeitseigenschaften des Betons ist beispielhaft in [33] eine Auflistung der unterschiedlichen Ansätze dargestellt.

Der Variationskoeffizient der relativen Luftfeuchte wird nach DIAMANTIDIS, MADSEN und RACKWITZ [44] mit $CV = 0,04$ sehr gering angesetzt, da dieser sich auf die Variation der durchschnittlichen jährlichen Luftfeuchte bezieht. Andere Studien [90, 149] setzen für den Variationskoeffizienten $CV = 0,20 \dots 0,26$ an, beziehen dies aber auf die tägliche Variation der Luftfeuchte. Da in dieser Arbeit vorrangig das Kriechverhalten für lange Belastungszeiträume von Interesse ist, wird der Wert von DIAMANTIDIS ET AL. für die jährliche Variation verwendet. Der Einfluss einer zeitlich veränderlichen Variation der Luftfeuchte, gleichbedeutend mit einer

Parameter	E	CV	Verteilung	Modell	Quelle
RH	65 %	0,04	normal	ACI209, MC10, B3, GL2000	[44]
$f_{c,28}$	38 MN/m ²	0,06	log-normal	MC10, B3	[144]
$E_{c0,28}$	31900 MN/m ²	0,10	log-normal	MC10	[143]
$E_{cm,28}$	27150 MN/m ²	0,15	log-normal	ACI209, GL2000	[143]
c	362 kg/m ³	0,10	normal	B3	[90]
w/c	0,47	0,10	normal	B3	[90]
a/c	5,16	0,10	normal	B3	[90]
f-a	0,5	0,10	normal	ACI209	[149]
sl	38 cm	0,10	normal	ACI209	[149]
a	0,015	0,20	normal	ACI209	Annahme
k_s	1,15	0,05	normal	B3	[90]

Tab. 5.1: Stochastische Eingangsparameter des Betons

Abnahme der Variation bei zunehmender Belastungsdauer, wurde vom Autor bereits in [79] untersucht, wird hier jedoch nicht weiter verfolgt.

Für die Modelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 wird die Modellunsicherheit aus den gemessenen Abweichungen $CV_{Z,cr}$ aus Tab. 2.3 mit Gl. (4.21) umgerechnet. Die Kenngrößen von $\Psi_{mod,cr}$ sind in Tab. 5.2 dargestellt.

Modell	$E[\Psi_{mod,cr}]$	$CV_{Z,cr}$ nach [8]	$CV_{mod,cr}$
MC10	1	0,306	0,291
ACI209	1	0,388	0,376
B3	1	0,283	0,267
GL2000	1	0,285	0,269

Tab. 5.2: Modellunsicherheit

Der untersuchte Betonkörper ist zylindrisch mit einem Durchmesser von 10 cm. Dies entspricht einem Volumen-Oberflächen-Verhältnis von $V/S = 0,05$ m. Nach [90] kann dieses Geometriemaß als deterministisch betrachtet werden. Der Beton wird $t_d = 7$ d lang an der Luft getrocknet und nach $t_0 = 28$ d belastet. Die aufgebrachte Druckspannung ist $\sigma_c = 11,4$ MN/m², gleichbedeutend mit einem Spannungsniveau von ca. $0,3f_{c,t_0}$. Die Temperatur wird mit $T = 20$ °C als konstant und nicht variabel angesetzt.

Die Parameterkorrelationen der Modelle MC10, ACI209 und B3 sind in Tab. 5.3–5.5 dargestellt. Das Modell GL2000 beinhaltet nur unkorrelierte Eingangsparameter. Für die Modelle MC10 und ACI209 wird die Korrelation aus zahlreichen in der Literatur veröffentlichten Versuchsdaten bestimmt [78]. Neben starken Korrelationen von $\rho = 0,4$ und $\rho = 0,8$ werden zusätzlich geringe Korrelationen im Bereich von $\rho \approx 0,1$ berechnet, jedoch aufgrund der Geringfügigkeit in der stochastischen Analyse vernachlässigt. Die Korrelationsdaten für das Modell B3 sind [146] entnommen, wurden im Anschluss gerundet und die sehr kleinen Korrelationen ebenfalls außer Acht gelassen.

Parameter	RH	$f_{c,28}$	$E_{c0,28}$
RH	1	0	0
$f_{c,28}$	0	1	0,8
$E_{c0,28}$	0	0,8	1

Tab. 5.3: Parameterkorrelation MC10

Parameter	RH	$E_{cm,28}$	sl	a	$f-a$
RH	1	0	0	0	0
$E_{cm,28}$	0	1	0	0	0
sl	0	0	1	-0,8	0,8
a	0	0	-0,8	1	-0,6
$f-a$	0	0	0,8	-0,6	1

Tab. 5.4: Parameterkorrelation ACI209

Parameter	RH	c	w/c	a/c	$f_{c,28}$	k_s
RH	1	0	0	0	0	0
c	0	1	-0,4	-0,4	0,4	0
w/c	0	-0,4	1	0	-0,4	0
a/c	0	-0,4	0	1	-0,5	0
$f_{c,28}$	0	0,4	-0,4	-0,5	1	0
k_s	0	0	0	0	0	1

Tab. 5.5: Parameterkorrelation B3 [146]

Die Mittelwerte der prognostizierten Kriechmaße der vier Modelle sind in Abb. 5.1 dargestellt. Es wird deutlich, dass große Unterschiede zwischen den Prognosen der einzelnen Modelle existieren. Dennoch kann keine Aussage darüber getroffen werden, welches Modell die beste Prognosequalität besitzt. Anzumerken ist, dass das Kriechmaß des Modells B3 einen Anteil der elastischen Nachgiebigkeit unter Kurzzeitbelastung enthält, siehe Gl. (2.62)–(2.67), und dies beim Vergleich der Mittelwerte zu berücksichtigen ist.

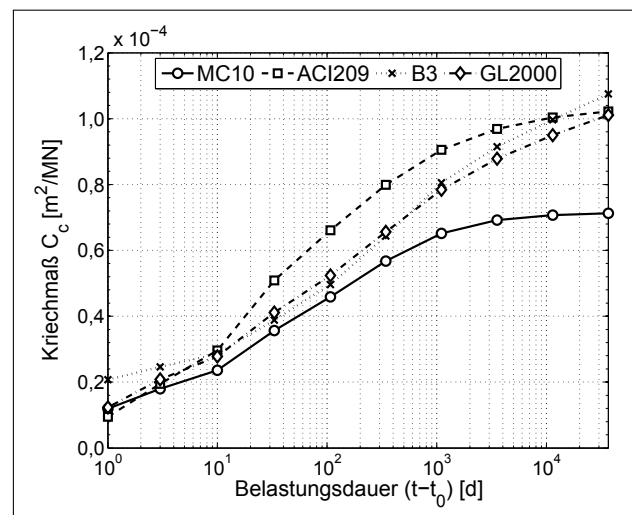
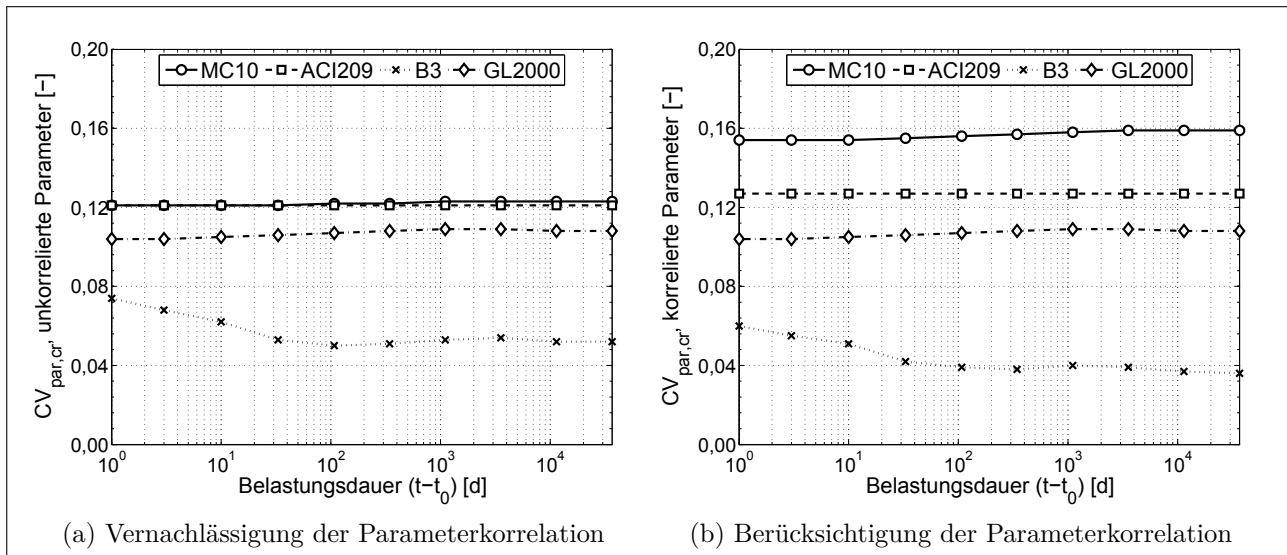
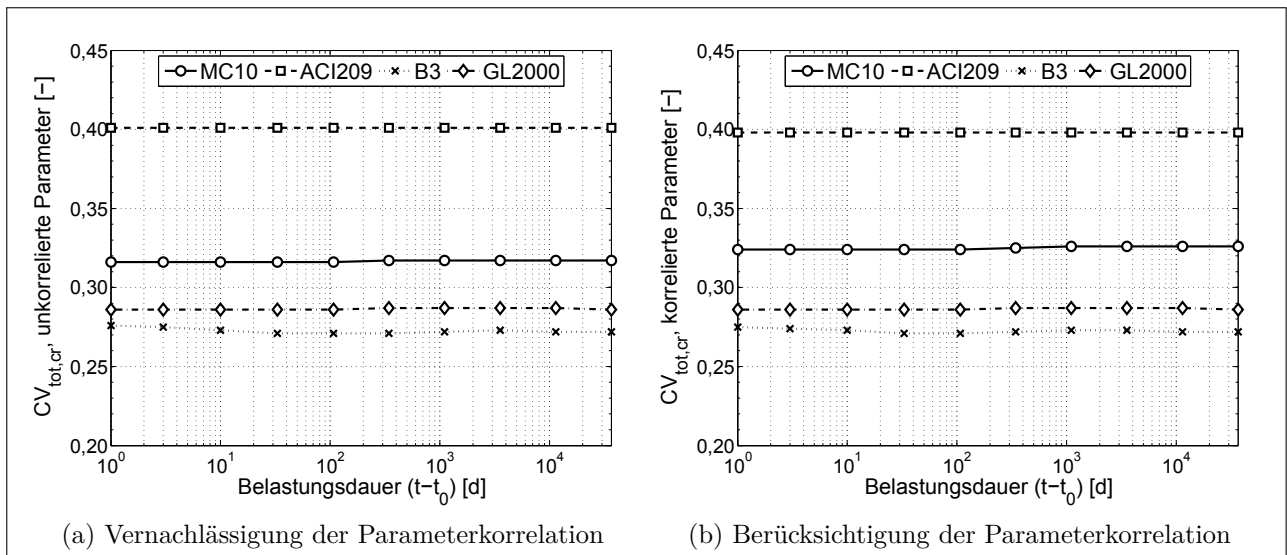


Abb. 5.1: Mittelwert des Kriechmaßes

5.1.2 Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse und Bewertung der Modellqualität

Die Unsicherheitsanalyse dieses Abschnitts wird mittels Latin Hypercube Sampling durchgeführt. Die resultierende zeitabhängige Parameter- und Gesamtunsicherheit der Prognose des

Abb. 5.2: Zeitabhängige Parameterunsicherheit $CV_{par,cr}$ der KriechnachgiebigkeitAbb. 5.3: Zeitabhängige Gesamtunsicherheit $CV_{tot,cr}$ der Kriechnachgiebigkeit

Kriechmaß C_c ist in den Abb. 5.2 und 5.3, jeweils für korrelierte und unkorrelierte Eingangsparameter, dargestellt.

Bei der Betrachtung der Parameterunsicherheit wird der starke Einfluss der Korrelation deutlich. Unter Ansatz unkorrelierter Parameter ist die Unsicherheit für die Modelle MC10 und ACI209 mit $CV_{par,cr}(t-t_0) \approx 0,12$ am größten. Modell B3 weist einen sehr stark zeitabhängigen Verlauf der Unsicherheit auf und variiert zwischen $CV_{par,cr}(t-t_0) = 0,05 \dots 0,08$. Wird die Korrelation berücksichtigt, hat dies für die Modelle jeweils unterschiedliche Auswirkungen. Die Unsicherheit des Modells MC10 wird auf $CV_{par,cr}(t-t_0) \approx 0,16$ wesentlich erhöht. Verantwortlich hierfür ist die starke Korrelation zwischen Festigkeit und Elastizitätsmodul ($\rho_{E_{c0,28},f_{c,28}} = 0,8$). Werden beide gleichzeitig erhöht bzw. verringert, führt dies zu einem wesentlich reduzierten bzw. vergrößerten Kriechmaß. Folglich nimmt die Variation zu. Die Unsicherheit des Modells B3 wird infolge der Parameterkorrelation reduziert. Die Prognoseun-

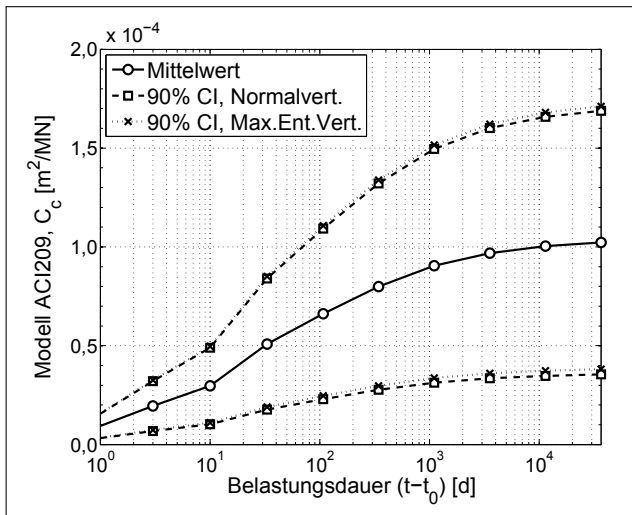


Abb. 5.4: 90%–Konfidenzintervall des Kriechmaßes, ACI209

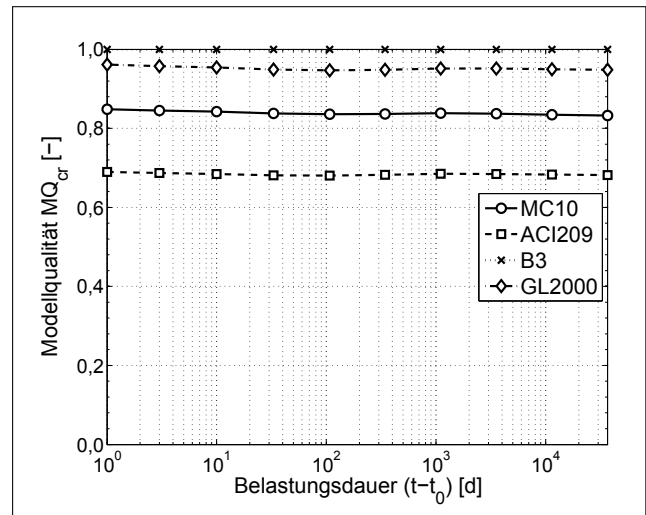


Abb. 5.5: Zeitabhängige Modellqualität MQ_{cr} der Kriechprognose

sicherheit des Modells ACI209 wird durch die Korrelation nur geringfügig beeinflusst, Modell GL2000 besitzt nur unkorrelierte Eingangsparameter und ist unverändert.

Wird die Gesamtunsicherheit der Modelle verglichen, Abb. 5.3, sind die Unterschiede der Analyseergebnisse mit korrelierten und unkorrelierten Parametern verringert. Die relativ große Modellunsicherheit beeinflusst die Gesamtunsicherheit stärker als die Parameterunsicherheit, folglich wird der Einfluss der Korrelation reduziert. Dennoch gibt es beispielsweise für das Modell MC10 einen erkennbaren Einfluss der Korrelation, so dass diese berücksichtigt werden muss. Das Modell B3 weist die geringste Unsicherheit auf. Dies resultiert aus einer ähnlich geringen Modellunsicherheit wie der des Modells GL2000, kombiniert mit der sehr geringen Parameterunsicherheit. Das Modell ACI209 zeigt die größte Unsicherheit aller Modelle. Diese liegt im Bereich von $CV_{par,cr} \approx 0,4$ und entspricht einer sehr starken Streuung.

Die Auswirkung dieser großen Variation auf die Kriechprognose ist anhand des 90%–Konfidenzintervalls (CI) des Modells ACI209 in Abb. 5.4 dargestellt. Dieses beinhaltet zum einen das CI vereinfachend unter der Annahme einer Normalverteilung. Zum anderen wird die Maximum-Entropie-Verteilung verwendet, um die statistischen Eigenschaften der Modellantwort genauer erfassen zu können. Das CI für eine Belastungsdauer von $t - t_0 = 10000$ d erstreckt sich von ca. $0,4E-4 \text{ m}^2/\text{MN} \leq C_c \leq 1,7E-4 \text{ m}^2/\text{MN}$. Die Berücksichtigung dieser großen Streuung im Rahmen der Tragwerksanalyse ist somit dringend notwendig. Diese kann vereinfachend durch den Ansatz der oberen und unteren Grenze des CI erfolgen, ohne eine explizite stochastische Analyse der Tragstruktur durchzuführen. Weiterhin wird sichtbar, dass die Annahme einer Normalverteilung für die Ermittlung der Konfidenzintervalle der Kriechprognose gerechtfertigt ist. Der Unterschied zum Ansatz der Maximum-Entropie-Verteilung ist sehr gering und in Relation zur Gesamtstreuung vernachlässigbar.

Die zeitabhängige Modellqualität ergibt sich nach Gl. (4.24) in Abhängigkeit der Gesamtunsicherheit unter Ansatz korrelierter Parameter und wird in Abb. 5.5 aufgezeigt. Modell B3 besitzt stets die höchste Qualität $MQ_{cr}(t - t_0) = 1$. Die Qualität der weiteren Modelle ist geringfügig von der Belastungsdauer abhängig, so dass für ein Gesamtmaß der Modellqualität

die Integration über die Zeit nach Gl. (4.28) erfolgen muss. Diese Ergebnisse sind in Tab. 5.6 aufgeführt. Modell B3 ist am qualitativ hochwertigsten, es folgen die Modelle GL2000 und MC10. Das Modell ACI209 besitzt eine deutlich reduzierte Modellqualität von $MQ_{cr} = 0,68$, gleichbedeutend mit einem Qualitätsverlust von 32 %.

Modell	MC10	ACI209	B3	GL2000
MQ_{cr}	0,84	0,68	1,00	0,95
$\hat{M}Q_{cr}$	0,80	0,68	1,00	0,93

Tab. 5.6: Gesamtmodellqualität MQ_{cr} der Kriechprognose

5.1.3 Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivitätsanalyse wird nach Abschnitt 4.2.1.2 durchgeführt. Analog zur Unsicherheitsanalyse wird in die zwei Fälle mit und ohne Korrelation der Eingangsparameter unterschieden. Es wird der Einfluss auf die Parameterunsicherheit ermittelt, die Modellunsicherheit wird nicht angesetzt. Die berechneten Sensitivitätsindizes S_p werden auf $\sum_{p=1}^{P_K} S_p = 1$ normiert, da ansonsten für den Fall eines großen Einflusses der Korrelation Sensitivitätsindizes $S_p \geq 1$ auftreten können und sich der Vergleich schwierig gestaltet. Eine hohe Sensitivität S_p bedeutet einen großen Einfluss des Parameters auf die Unsicherheit. Für $S_p = 1$ hat nur der Parameter p einen Einfluss auf die Streuung, für $S_p = 0$ besitzt dieser keinen Einfluss.

Die Parametersensitivität des Modells MC10 ist in Abb. 5.6 aufgezeigt. Zunächst ist ersichtlich, dass die Indizes S_p annähernd zeitlich konstant sind. Der zeitliche Verlauf des Kriechens wird durch die Zeitfunktion $\beta_c(t - t_0)$, Gl. (2.68), beschrieben. Diese wird lediglich durch β_H von der Parameterstreuung beeinflusst. Bei der vorliegenden Geometrie und relativen Luftfeuchte ist die Variation von β_H gering, so dass sich annähernd konstante Sensitivitätsindizes ergeben. Für unkorrelierte Eingangsparameter ist der Elastizitätsmodul der einflussreichste Parameter. Dies erklärt sich durch die relativ große Streuung dieser Größe sowie dem direkten Einfluss auf das Modell, da für die Berechnung des Kriechmaßes die aktuelle Kriechzahl durch E_{c0} dividiert wird, Gl. (2.74). Durch Berücksichtigung der Korrelation der Parameter ergeben sich stark abweichende Sensitivitätsindizes. Infolge der hohen Korrelation zwischen E_{c0} und f_c kann die Ursache der Variation der Kriechprognose nicht nur einem Parameter allein zugewiesen werden, sondern beide haben einen großen Einfluss. Dies wird in Abb. 5.7 deutlich, in der die korrelierten und unkorrelierten Anteile der Sensitivitätsindizes separat aufgeführt sind. Die korrelierte Sensitivität für E_{c0} und f_c ist $S_p^C \approx 0,7$. Dies bedeutet, dass 70 % der Unsicherheit auf die Korrelation beider Parameter zurückzuführen sind, womit der deutlich erhöhte Einfluss der Betonfestigkeit bei Berücksichtigung der Korrelation erklärt werden kann. Der unkorrelierte Anteil der Sensitivität S_p^U fällt wesentlich geringer aus, ist jedoch für die leicht unterschiedliche Gesamtsensitivität der Parameter E_{c0} und f_c verantwortlich.

Die Sensitivitätsindizes des Modells ACI209 sind vollkommen zeitunabhängig, da die stochastischen Parameter die Zeitfunktion nicht beeinflussen. Für unkorrelierte Eingangsparameter

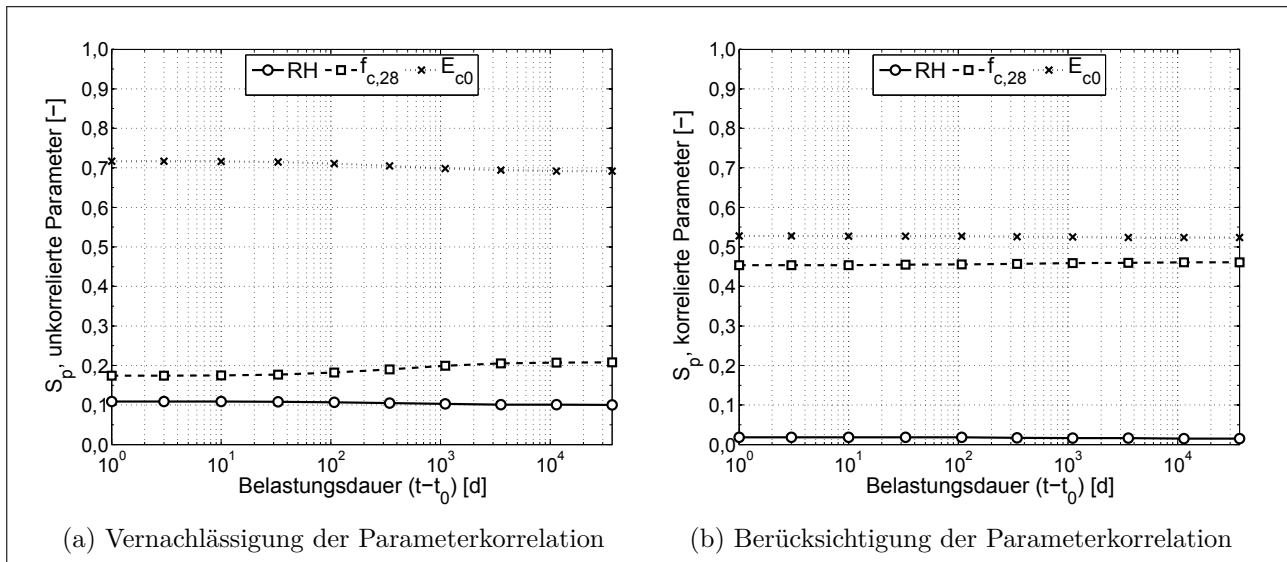
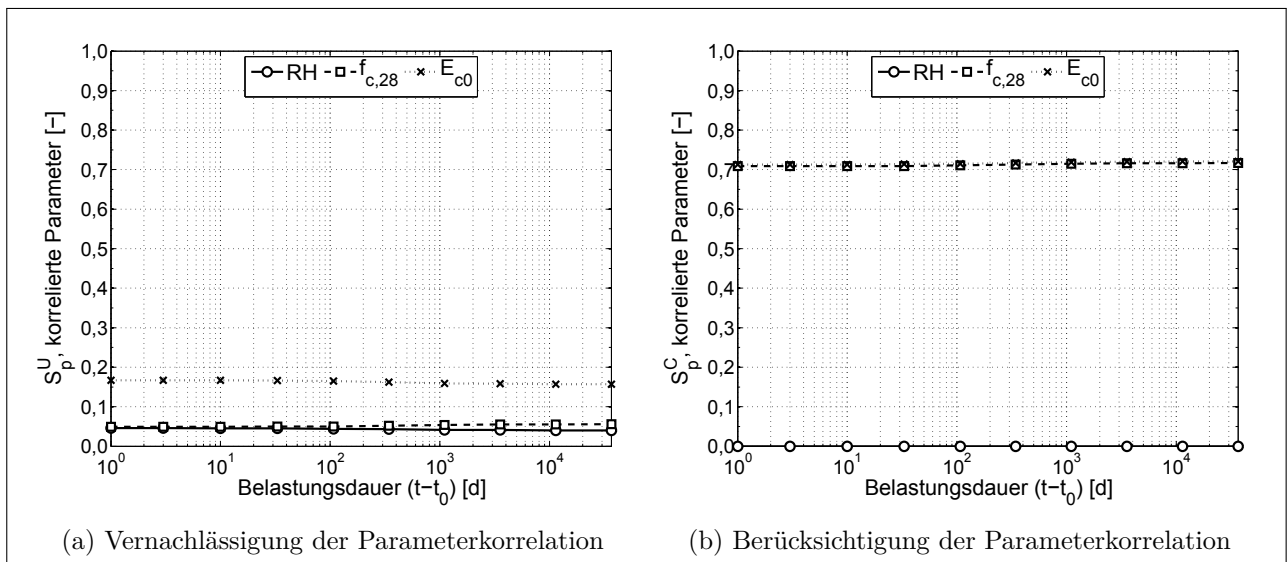
Abb. 5.6: Sensitivitätsindizes S_p für das Modell MC10

Abb. 5.7: Unkorrelierter und korrelierter Anteil der Sensitivitätsindizes für das Modell MC10 bei Ansatz der Parameterkorrelation

besitzt der Elastizitätsmodul die größte Sensitivität. Mit Ausnahme des Ausbreitmaßes sl haben alle weiteren Parameter einen vernachlässigbaren Einfluss. Infolge der Korrelation untereinander wird die Sensitivität des Luftporengehalts a sowie des Anteils der Feinbestandteile $f-a$ erhöht, verbunden mit einer Reduktion des Einflusses von E_{cm} .

Das Modell B3 zeigt einen stark zeitabhängigen Verlauf der Sensitivitätsindizes, da im Modell mehrere Verlaufsfunktionen für die einzelnen Kriechanteile kombiniert werden. Für unkorrelierte Eingangsparameter ist die Betonfestigkeit die wesentliche Ursache für die Variation der Modellantwort. Weiterhin hat der Zementgehalt c einen Einfluss für eine kurze Belastungsdauer, da damit das alterungsabhängige visko-elastische Kriechen definiert wird und dieses sich wesentlich auf das Anfangskriechen auswirkt. Das Zuschlag-Zement-Verhältnis a/c wirkt sich hauptsächlich auf die visko-plastischen Deformationen aus. Da diese erst bei großer Belastungsdauer auftreten, nimmt die Sensitivität dieses Parameters mit der Belastungsdauer zu. Wird die

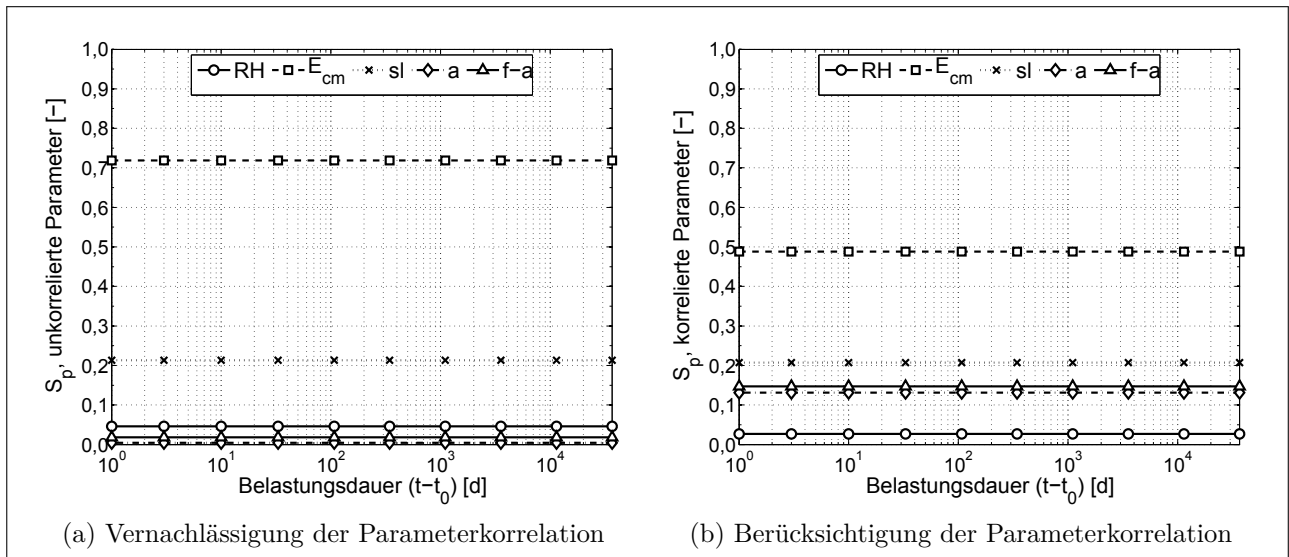


Abb. 5.8: Sensitivitätsindizes S_p für das Modell ACI209

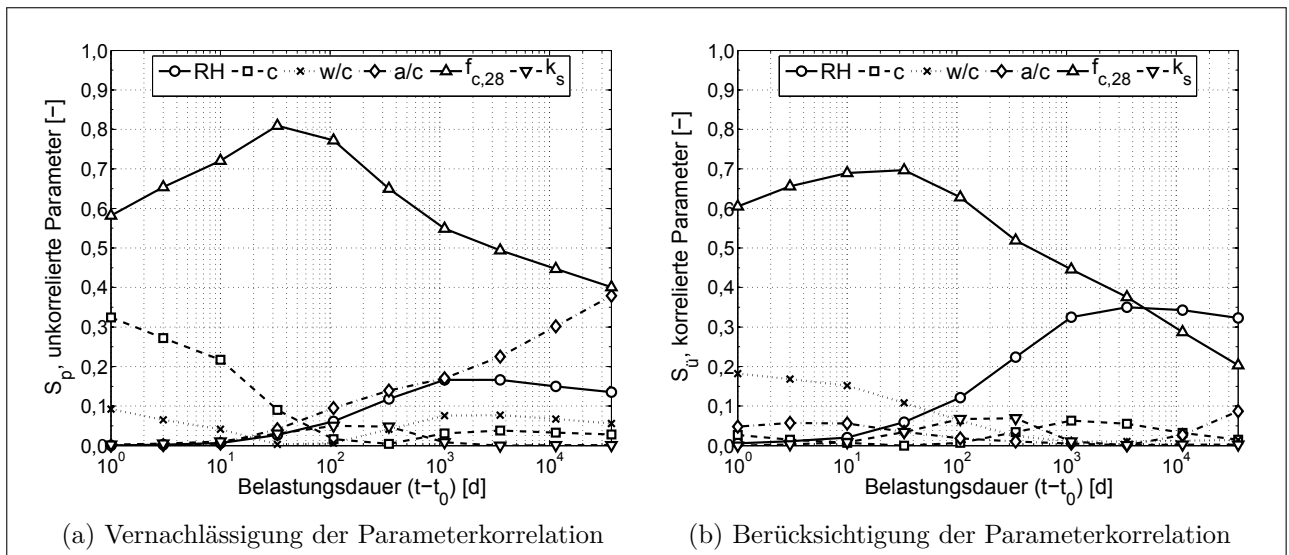


Abb. 5.9: Sensitivitätsindizes S_p für das Modell B3

Korrelation angesetzt, zeigt sich eine Reduktion des Einflusses der Betonfestigkeit bei gleichzeitiger Steigerung der Bedeutung der relativen Luftfeuchte. Infolge der Wechselwirkung der Parameter wird die Gesamtunsicherheit reduziert, wie bereits in Abb. 5.2 gezeigt, weshalb auch Parameter mit relativ geringer Streuung, beispielsweise RH , an Einfluss zunehmen. Weitere Parameter, wie unter anderem der für unkorrelierte Parameter bedeutende Zementgehalt c , sind unbedeutend für die Beurteilung der Unsicherheit unter Ansatz korrelierter Eingangsdaten.

Im Modell GL2000 wirkt sich die Streuung des Elastizitätsmoduls wesentlich auf die Variation der Modellantwort aus. Die Bedeutung der Luftfeuchte erhöht sich zunächst bis zu einer Belastungsdauer von $t - t_0 \approx 250$ d, da bis zu diesem Zeitpunkt der Anteil des Trocknungskriechens am Gesamtkriechen zunimmt. Nach einer Belastungsdauer von ca. 250 d ist bei dieser Probengeometrie die Feuchtigkeit des Betons annähernd im Gleichgewicht mit der Luftfeuchte, so dass das Trocknungskriechen, definiert durch die Luftfeuchte, keinen Einfluss mehr hat. Daher ist der Sensitivitätsindex nach dieser Zeit konstant bzw. leicht abfallend.

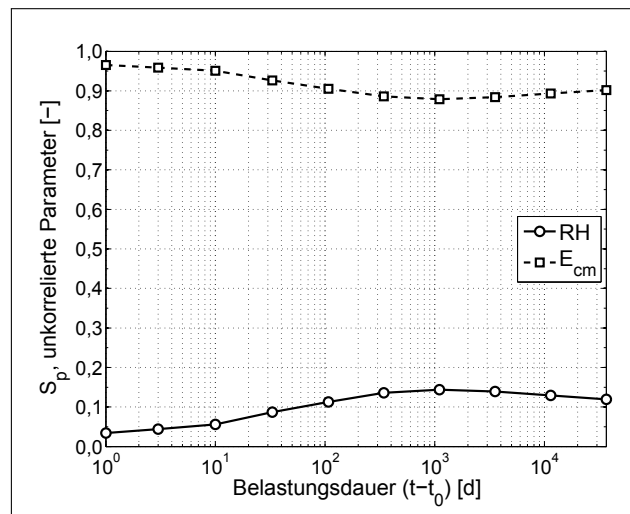


Abb. 5.10: Sensitivitätsindizes S_p für das Modell GL2000, keine Parameterkorrelation

Insgesamt kann festgestellt werden, dass der Elastizitätsmodul den größten Einfluss auf die Unsicherheit hat. Dies ist in der Struktur der Modelle MC10, ACI209 und GL2000 sowie der relativ großen Streuung des Parameters begründet. Das Modell B3 ist unabhängig von E_c , womit sich die im vorhergehenden Abschnitt ermittelte geringere Parameterunsicherheit erklärt.

5.1.4 Abschätzung der Unsicherheit der Modellprognose und der Modellqualität

Die im Abschnitt 5.1.2 durchgeführte Unsicherheitsanalyse und anschließende Modellbewertung ist nur für zuvor festgelegte Randbedingungen gültig. Werden diese Randbedingungen verändert, beispielsweise eine Modifikation des Betonalters bei Belastungsbeginn oder der Geometrie, muss die stochastische Analyse erneut vorgenommen werden. Um dieses rechenintensive Vorgehen zu vermeiden, werden unter Anwendung der in Abschnitt 4.2.1.3 vorgestellten Methode Antwortflächen der Parameterunsicherheit für die Modelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 aufgestellt. Die Antwortflächen sind unabhängig von den Mittelwerten der Parameter bzw. Randbedingungen stets gültig. Mit diesen AWF wird im Anschluss die Unsicherheit und daraus folgend die Modellqualität abgeschätzt.

Die Bestimmung der Antwortflächen erfolgt für die in Tab. 5.7 angegebenen Parameterbereiche. Der Wertebereich der Parameter ergibt sich aus den Anwendungsgrenzen der Modelle sowie physikalischen Randbedingungen. Diese Parameter werden entsprechend der Methode gleichverteilt gesampelt und der Einfluss der Mittelwerte jeder dieser Parameter auf die Unsicherheit bestimmt. Für die Analyse der Variation der Kriechprognose werden dieselben Variationskoeffizienten und Verteilungsformen sowie Korrelationen der vorangegangenen Unsicherheitsanalyse angesetzt, lediglich die Mittelwerte der Parameter werden mit den Werten des Samples der Gleichverteilung ersetzt.

Die Sensitivitätsindizes der Modellparameter sind in den Tab. A.1-A.4 im Anhang A aufgeführt. Es zeigt sich, dass die Mittelwerte einiger Parameter keinen Einfluss auf die Unsicherheit der Prognose haben und somit die Antwortfläche um diesen Parameter reduziert werden kann.

Parameter	RH	V/S	t_0	t_d	$f_{c,28}$	E_{c0}	E_{cm}	sl	a	$f-a$	w/c	a/c	c	k_s
	[-]	[m]	[d]	[d]	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	[-]
min	0,4	0,05	3	1	20	2,0E4	1,8E4	0,05	0,005	0,2	0,3	2	150	1,0
max	1,0	1,0	100	14	80	8,0E4	7,0E4	0,60	0,050	0,8	0,7	8	600	1,5

Tab. 5.7: Grenzen der Eingangsparameter für die Abschätzung der Parameterunsicherheit

Beispielhaft sei der Elastizitätsmodul E_c genannt, dessen Einfluss auf die Unsicherheit unabhängig vom Mittelwert ist. Dies kann mit der Division der Kriechzahl durch diesen Parameter bei der Errechnung des Kriechmaßes begründet werden. Der Elastizitätsmodul kann folglich für die Abschätzung der Unsicherheit vernachlässigt werden.

Die Koeffizienten β der mit den sensitiven Parametern ermittelten, reduzierten Antwortflächen sowie die Bestimmtheitsmaße R^2 sind in den Tab. A.5–A.8 aufgeführt. Mit diesen Koeffizienten kann mit Gl. (4.18) und (4.19) der approximierte Variationskoeffizient $\hat{C}V_{par,cr}$ der Kriechprognose infolge unsicherer Eingangsparameter bestimmt werden.

Die Parameterunsicherheit kann zu entsprechenden Belastungsdauern $t - t_0$ für das Modell ACI209 sehr gut ($R^2 = 0,97$) und für das Modell B3 gut ($R^2 = 0,84 \dots 0,99$) approximiert werden. Beim Vergleich der Bestimmtheitsmaße für die Modelle MC10 und GL2000 wird deutlich, dass für eine kurze Belastungsdauer von $t - t_0 = 10$ d bzw. 100 d die gewählte Form der Antwortfläche keine gute Approximation darstellt ($R^2 \leq 0,8$), obwohl beim Modell GL2000 bereits Terme vierter Ordnung für RH und V/S verwendet wurden. Da der Fokus jedoch auf der Vorhersage langfristiger Kriechverformungen liegt, wird die Ungenauigkeit bei geringer Beanspruchungsdauer vernachlässigt. Die Antwortfläche des Variationskoeffizienten kann in Abhängigkeit von zwei Variablen grafisch dargestellt werden. Abb. 5.11 zeigt dies für das Modell MC10 in Bezug auf die relative Luftfeuchte sowie das Volumen-Oberflächen-Verhältnis. Die Betonfestigkeit wird für die Grafik auf $f_{c,28} = 50$ MN/m² festgesetzt. Es kann ein Anstieg des Variationskoeffizienten mit zunehmender Luftfeuchte und abnehmenden V/S verzeichnet werden. Die Unsicherheit des Modells B3 in Abhängigkeit von der Luftfeuchte sowie des Wasser-Zement-Wertes ist in Abb. 5.12 veranschaulicht. Die weiteren einflussreichen Parameter sind auf $c = 375$ kg/m³, $f_{c,28} = 50$ MN/m², $V/S = 0,5$ m und $t_0 = 50$ d für die Erstellung des Diagramms festgesetzt. Hieraus wird ersichtlich, dass die Unsicherheit der Prognose mit ansteigenden w/z -Wert zunimmt.

Aus der approximierten zeitabhängigen Parameterunsicherheit $\hat{C}V_{par,cr,t}$ wird in Kombination mit der Modellunsicherheit $CV_{mod,cr}$ der einzelnen Modelle, Tab. 5.2, nach Gl.(4.23) die zeitabhängige Gesamtunsicherheit $CV_{tot,cr,t}$ ermittelt; dargestellt in Abb. 5.13. Beim Vergleich mit den Ergebnissen der expliziten Unsicherheitsanalyse, Abb. 5.3 (b), kann eine gute Übereinstimmung festgestellt werden. Diese ist für die aus der Gesamtunsicherheit abgeleiteten, zeitabhängigen Modellqualitäten in Abb. 5.14 ebenfalls festzustellen. Lediglich für das Modell MC10 ergeben sich kleine Unterschiede der Näherung zur exakten Lösung; die Modellqualität wird als zu gering bewertet. Das Gesamtmaß der Modellqualität $\hat{C}V_{cr}$ unter Anwendung der Näherungslösung für die Parameterunsicherheit ist in Tab. 5.6 aufgeführt. Die maximale Abweichung von ca. 4%

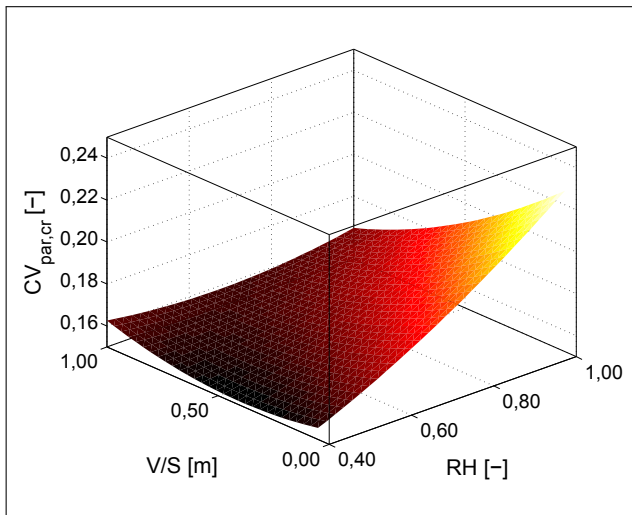


Abb. 5.11: Antwortfläche der Parameterunsicherheit, MC10, $t - t_0 = 100$ y

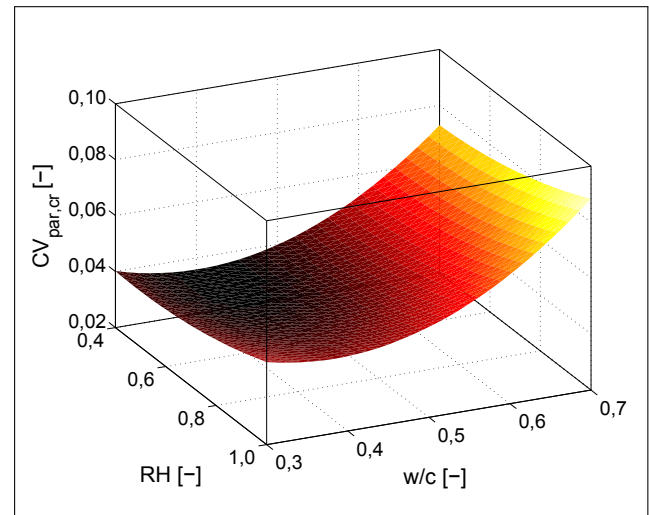


Abb. 5.12: Antwortfläche der Parameterunsicherheit, B3, $t - t_0 = 100$ y

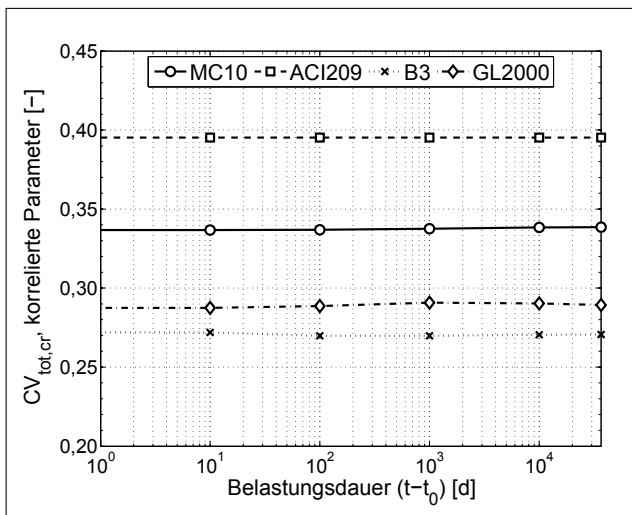


Abb. 5.13: Approximierte zeitabhängige Gesamtunsicherheit $CV_{tot,cr}$ der Kriechnachgiebigkeit

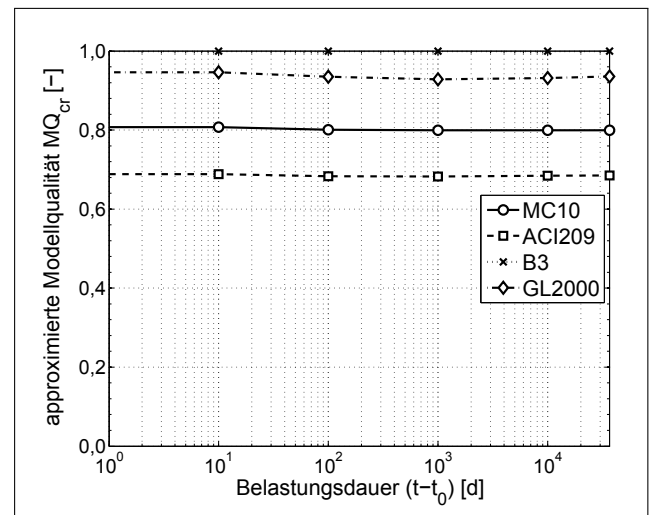


Abb. 5.14: Approximierte zeitabhängige Modellqualität MQ_{cr} der Kriechnachgiebigkeit

für das Modell MC10 ist im akzeptablen Bereich. Eine Modellauswahl ist folglich auch ohne vorhergehende statistische Untersuchung mit den im Anhang A aufgeführten Koeffizienten der Antwortflächen möglich.

5.2 Bewertung der Modellqualität anhand von Versuchsergebnissen

In diesem Abschnitt wird die Modellbewertung, basierend auf Messdaten, beispielhaft vorgestellt. Dafür werden vorhandene Messdaten von HEIRMAN [72], NECHVATAL [100] und ROSTASY ET AL. [117] verwendet. Weiterhin werden Versuchsdaten polymermodifizierten Betons (PCC) von FLOHR [55, 54] benutzt, um die Anwendbarkeit der Modelle auf Sonderbetone zu erproben. Die wesentlichen Randbedingungen der Kriechexperimente sowie die Materialparameter

	$f_{c,28}$ [$\frac{MN}{m^2}$]	$E_{c0,28}$ [$\frac{MN}{m^2}$]	ε_{c1} [0/00]	b [-]	e_d [0/00]	$\varepsilon_{c,0}$ [0/00]	g_d [-]	σ_c [$\frac{MN}{m^2}$]	$\sigma_c/f_{c,t_0}$ [-]	t_0 [d]	$t_{Entl.}$ [d]
Heirman: TC1	36,4	33090	-2,27	1	-3,86	1,02	2	-10,1	0,28	28	-
Heirman: SCC1	43,7	35150	-2,40	1	-3,89	0,76	2	-14,1	0,32	28	-
Heirman: SCC15	35,8	32880	-2,26	1	-3,86	1,04	2	-10,1	0,28	28	-
Heirman: SCC17	30,5	31200	-2,15	1	-3,82	1,24	2	-11,3	0,37	28	-
Nechvatal: 3-14	35,6	39500	-2,25	1	-4,30	1,87	2	-12,8 -17,8 -21,4	0,36 0,50 0,60	28	208
Rostasy: LF	44,8	43650	-2,44	1	-4,53	1,78	2	-9,5	0,21	28	1343
Flohr: Test 1	26,2	25760	-2,40	1	-3,32	0,98	2	-16,4	0,40	75	108
Flohr: Test 2	26,2	25760	-2,40	1	-3,33	0,93	2	-24,8	0,59	265	419

Tab. 5.8: Materialparameter und Randbedingungen der Versuche von HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY und FLOHR

für das Kurzzeit-Materialmodell des Betons sind in der Tab. 5.8 zusammengestellt. Die aufgeführten Steifigkeiten und Festigkeiten werden während der Identifizierung der Kriechparameter als konstante, nicht streuende Kennwerte angesetzt.

Die Parameteridentifikation mittels BAYESIAN Updating sowie die Modellbewertung werden für die Modelle MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD und HEIDOLF durchgeführt. Das Modell GL2000 enthält nur physikalische Eingangsparameter, die vorab gegeben sind und nicht identifiziert werden müssen bzw. können. Daher ist das Modell nicht geeignet, um es an Messdaten anzupassen. Die Qualitätsbestimmung erfolgt zum einen mit der Modellselektion nach BAYES über den Modellselektionsfaktor (MSF). Der Faktor stellt die Wahrscheinlichkeit eines jeden Modells zur Repräsentation der Messdaten dar. Zum anderen wird eine Bewertung basierend auf der Prognoseunsicherheit durchgeführt. Dies erlaubt eine Bewertung für den Versuchszeitraum wie auch für die anschließende Kriechprognose für eine extrapolierte Belastungsdauer.

Unter Verwendung der Messdaten wird die Prognose des Kriechmaßes C_c aktualisiert. Im experimentell ermittelten Kriechmaß ist die Nachgiebigkeit infolge Kurzzeitkriechens für eine Belastungsdauer von bis zu $t - t_0 = 20$ min nicht enthalten. Dies entspricht der allgemeinen Definition der Kriechverformungen bzw. -nachgiebigkeit, die beispielsweise bei der Bestimmung des Elastizitätsmoduls vernachlässigt werden. Das Modell B3 definiert bereits diese Kurzzeitnachgiebigkeit als Kriechmaß, so dass für eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse das Kriechmaß aus Gl. (2.62) mit

$$C_c^{B3} = C_{c,0}^{B3} + C_{c,d}^{B3} - \frac{0,4}{E_{c0,28}} \quad (5.1)$$

umgerechnet werden muss.

Das Vorwissen über die Parameter ist für die einzelnen Modelltypen unterschiedlich. Die Modelle MC10, ACI209 und B3 besitzen Formeln zur Vorhersage der Kriechparameter. Diese Werte werden als Mittelwert einer Normalverteilung angesetzt, deren Variationskoeffizient wird zu

$CV = 0,30$ gewählt. Dies entspricht annähernd der mittleren Prognoseunsicherheit der Modelle, gleichbedeutend mit der Modellunsicherheit ohne Versuchsdaten. Für die rheologischen Modelle nach BOCKHOLD und HEIDOLF ist dieses Vorwissen nicht vorhanden, so dass eine Gleichverteilung zwischen einer oberen und unteren Parametergrenze angesetzt wird. Diese Grenzwerte werden ingenieurmäßig aus der Kenntnis der Modelle und des jeweils vorliegenden Kriechverhaltens abgeschätzt.

Die Anzahl der Messpunkte der Versuchsreihen wird auf 3 - 4 Datenpunkte pro logarithmischer Zeitdekade reduziert, um somit die Korrelation unter den Messfehlern wesentlich zu reduzieren. Die für das Updating erforderliche Messunsicherheit wird für die Versuche von HEIRMAN direkt aus den experimentellen Daten ermittelt, da für jede Betonzusammensetzung jeweils vier Kriechkurven vorliegen, so dass eine statistische Auswertung erfolgen kann. Für die weiteren Experimente liegen nur die Mittelwerte der Kriechnachgiebigkeit vor, so dass die gesamte Unsicherheit des Versuchs mit $CV_Z \approx 0,08$ abgeschätzt wird [90].

Für die Analyse der Gesamtunsicherheit der Kriechprognose werden neben der Variation der identifizierten Kriechparameter auch weitere Modellparameter sowie die Modellunsicherheit $\Psi_{mod,cr}$ als stochastische Größen angesetzt. Die zusätzlichen stochastischen Modellparameter sind der Elastizitätsmodul (log-normal verteilt mit $CV_{E_c} = 0,10$) und die Betonfestigkeit (log-normal verteilt mit $CV_{f_c} = 0,06$), deren Korrelation $\rho_{E_c, f_c} = 0,80$ beträgt. Diese Kennwerte sind im Rahmen der Laboruntersuchungen weitestgehend konstant, für die Verwendung in Betonkonstruktionen ergeben sich jedoch ebenfalls Streuungen, die zu zusätzlichen Unsicherheiten der Kriechprognosen führen und somit berücksichtigt werden müssen.

Die zu identifizierenden Parameter sind für das Modell MC10 die Endkriechzahl φ_∞ sowie der Zeitverlaufparameter β_H , für ACI209 ebenfalls φ_∞ sowie die Verlaufparameter Ψ und d , für B3 die Nachgiebigkeiten q_2, q_3, q_4 und q_5 . Für das Modell BOCKHOLD werden im Vorhinein die Anzahl der Kriechketten m anhand der Höhe des Kriechmaßes gewählt. Im Anschluss werden die Retardationszeiten der Dämpfer τ_c^i sowie die Spannungsnichtlinearität n identifiziert. Für das Modell HEIDOLF werden die Kriechkoeffizienten $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ und $a_{c,cr,v-pl}^{i,l}$ ermittelt. Da viele der Versuche jedoch keine Entlastung enthalten, kann die Verformung bzw. Nachgiebigkeit nicht in visko-elastische und visko-plastische Anteile unterschieden werden. Infolge dessen werden die Kriechparameter $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ und $a_{c,cr,v-pl}^{i,l}$ des Modells HEIDOLF nicht eindeutig identifiziert. Um dies zu vermeiden, wird bei Experimenten ohne Entlastung der Parameter $a_{c,cr}^{i,l}$ eingeführt und aus diesen mit den skalaren Faktoren 0,2 und 0,8 die entsprechenden visko-elastischen und visko-plastischen Anteile bestimmt, $a_{c,cr,v-el}^{i,l} = 0,2a_{c,cr}^{i,l}$ und $a_{c,cr,v-pl}^{i,l} = 0,8a_{c,cr}^{i,l}$. Diese Annahme hat keinen Einfluss auf die Parameteridentifikation im Belastungsbereich und würde sich nur für den Fall der Entlastung auf die Resultate auswirken. Die resultierenden Materialparameter und Modellunsicherheiten sind im Anhang B in den Tab. B.1-B.9 dokumentiert.

Die Auswertung der MSF und Modellqualität befindet sich ebenfalls im Anhang in den Tab. B.10–B.12. Für die Bestimmung des MSF wird die *a priori* Wahrscheinlichkeit des Modells M_j für jedes Modell gleich angesetzt, $p(PM_j|M) = 0,20$.

5.2.1 Analyse von Kurzzeitkriechversuchen

5.2.1.1 Versuche von Heirman

HEIRMAN [72] führte Kriechversuche mit einer Belastungsdauer von 70 Tagen an Normalbeton (CC bzw. hier TC) und selbstverdichtenden Beton (SCC) durch. Diese experimentellen Daten wurden dem Autor dieser Arbeit während des Aufenthalts an der KU Leuven von Prof. VANDEWALLE zur Verfügung gestellt. In dieser Arbeit wird beispielhaft das Kriechverhalten der Betonmischungen TC1, SCC1, SCC15 und SCC17 analysiert. Zu jeder dieser Betonzusammensetzungen wurden vier Kriechexperimente durchgeführt, so dass Daten für die Unsicherheit der Messdaten ermittelt werden können, dargestellt in Abb. 5.15. Es wird deutlich, dass der relative Messfehler mit der Zeit abnimmt und dass der selbstverdichtende Beton wesentlich höhere Streuungen - bis zu einer Höhe von $CV_Z = 0,2$ - als der Normalbeton aufweist.

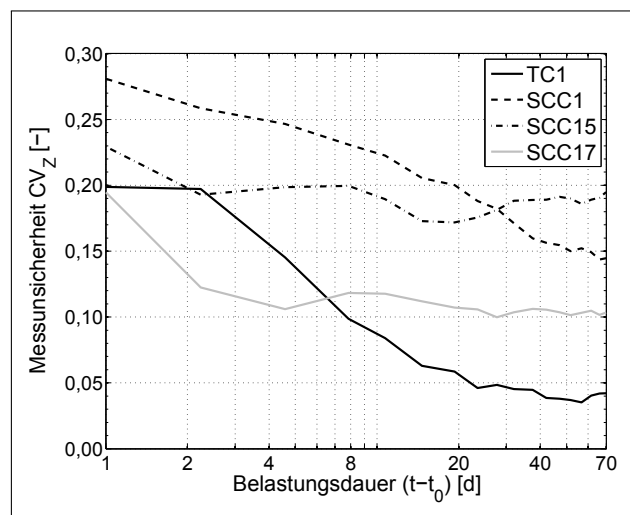


Abb. 5.15: Messunsicherheit der Versuche von HEIRMAN

Die Ergebnisse der anhand der Versuchsdaten angepassten Kriechprognose sind in den Abb. 5.16-5.19 dargestellt. Daran anschließend wird in den Abb. 5.20-5.27 die Unsicherheit der Kriechprognose sowie die zeitabhängige Modellqualität aufgeführt.

Es wird sichtbar, dass alle Modelle das Kriechverhalten des Betons relativ gut wiedergeben können. Lediglich das Modell MC10 (Versuchsreihen TC1, SCC15 und SCC17) und das Modell B3 (Versuchsreihe SCC17) zeigen größere Abweichungen zu den Versuchskurven. Die gute Übereinstimmung wird auch beim Vergleich der ermittelten Modellunsicherheit deutlich, die in der Regel mit $CV_{\Psi_{mod,cr}} \leq 0,08$ klein ist.

Beim Vergleich der Variation der identifizierten Parameter wird erkennbar, dass die Streuung der Parameter für die Versuche SCC1 und SCC15 am größten ist. Dies ist in der hohen Messunsicherheit, speziell zu Versuchsbeginn, begründet. Durch die größere Streuung der identifizierten Parameter weisen die Prognosen der Versuche SCC1 und SCC15 im Allgemeinen eine größere Unsicherheit auf. Ausnahmen sind hierbei die Fälle der großen Modellunsicherheit der Modelle MC10 und B3 beim Versuch SCC17.

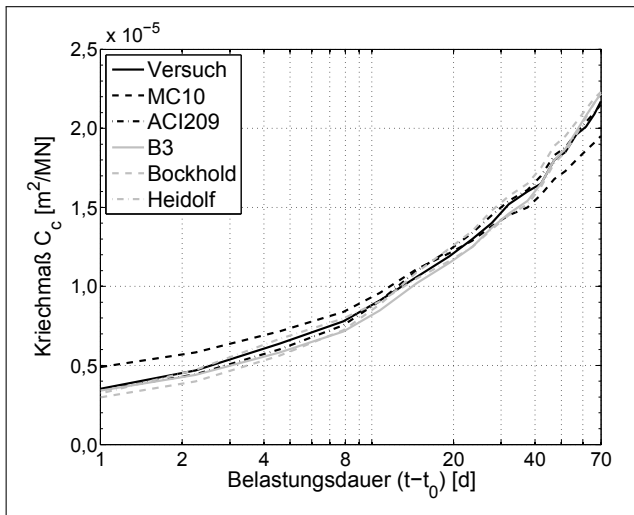


Abb. 5.16: Kriechmaß HEIRMAN TC1

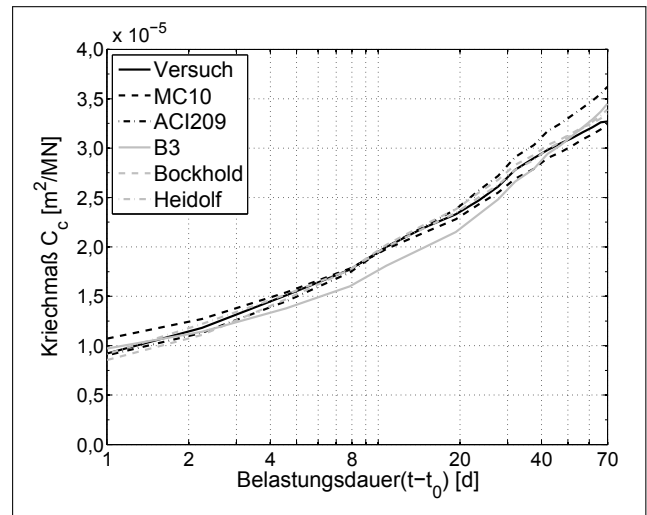


Abb. 5.17: Kriechmaß HEIRMAN SCC1

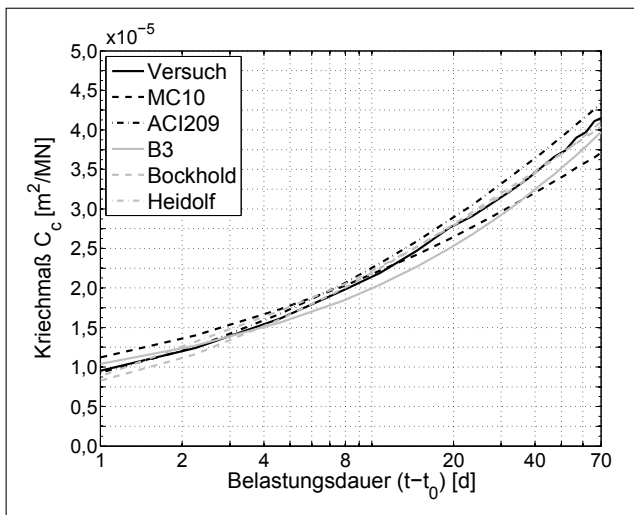


Abb. 5.18: Kriechmaß HEIRMAN SCC15

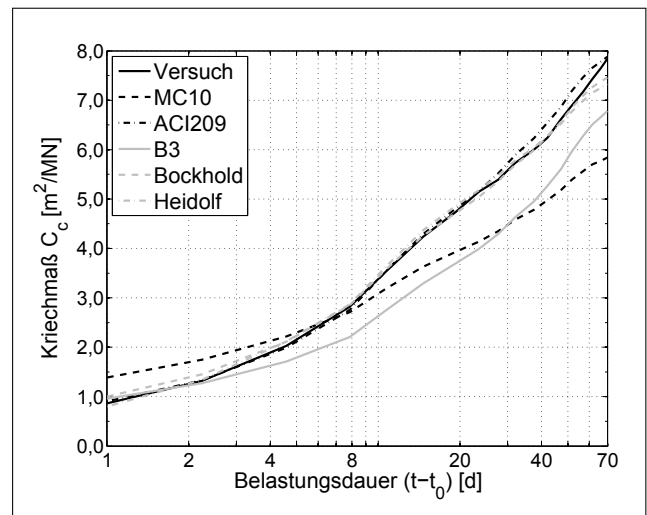


Abb. 5.19: Kriechmaß HEIRMAN SCC17

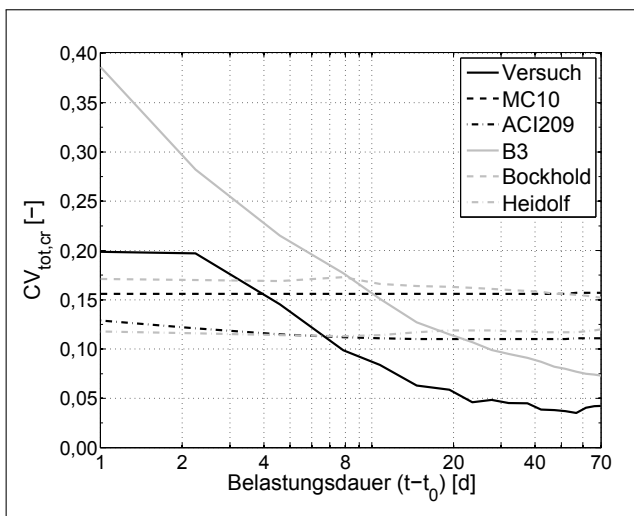


Abb. 5.20: Gesamtunsicherheit HEIRMAN TC1

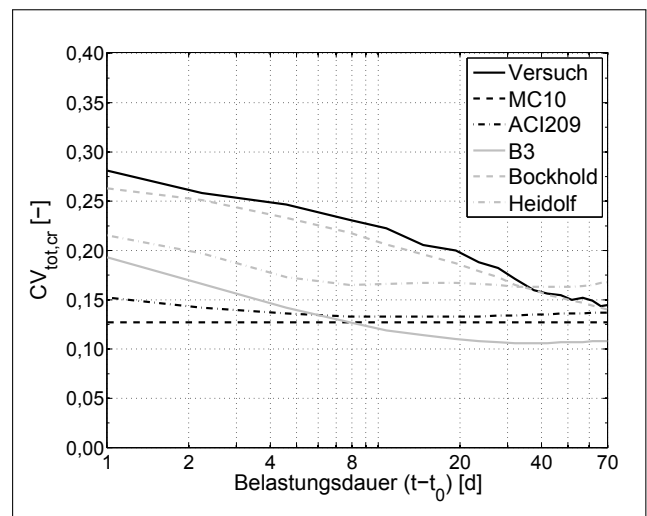


Abb. 5.21: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC1

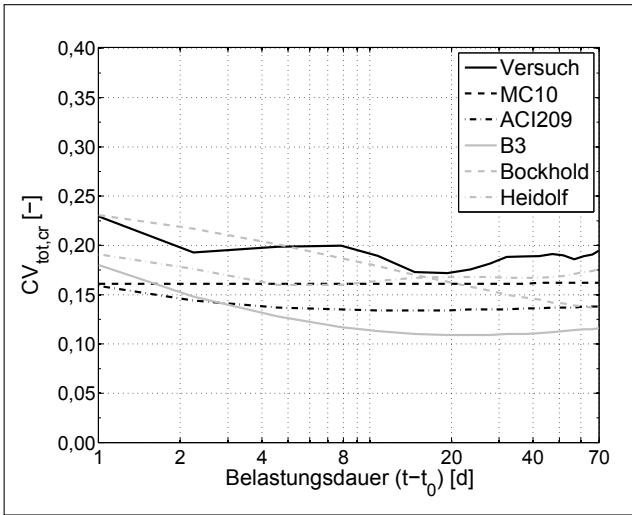


Abb. 5.22: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC15

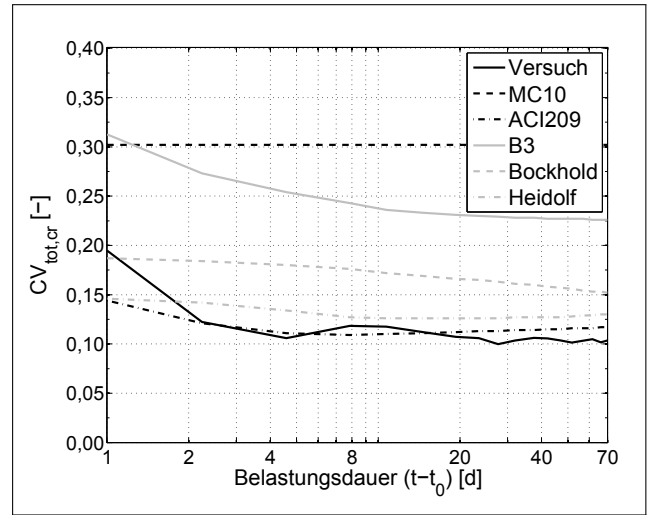


Abb. 5.23: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC17

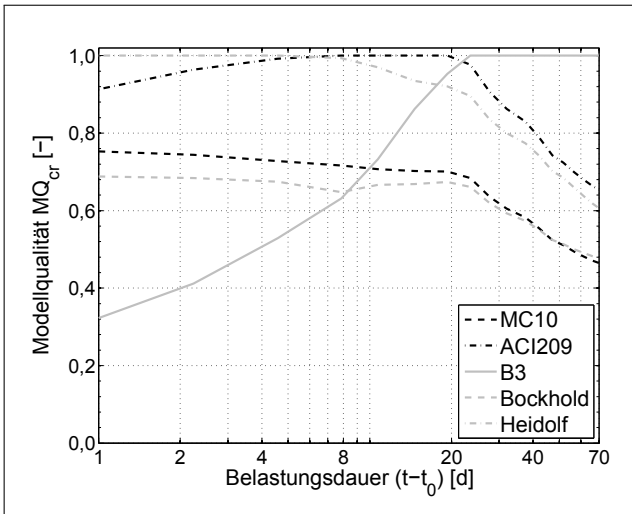


Abb. 5.24: Zeitabhängige Modellqualität HEIRMAN TC1

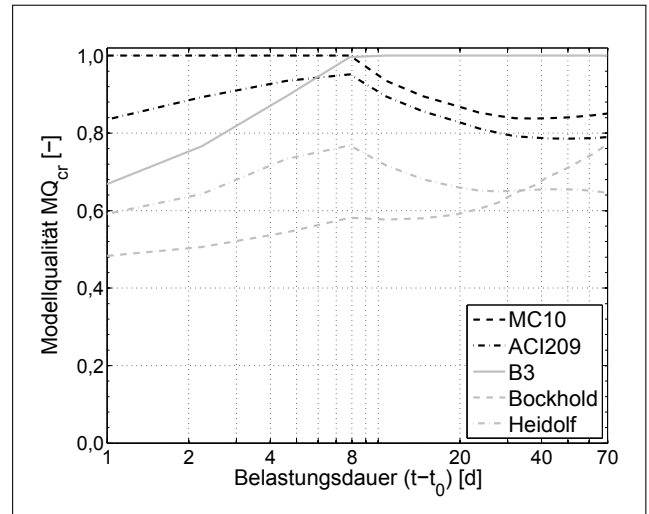


Abb. 5.25: Zeitabhängige Modellqualität HEIRMAN SCC1

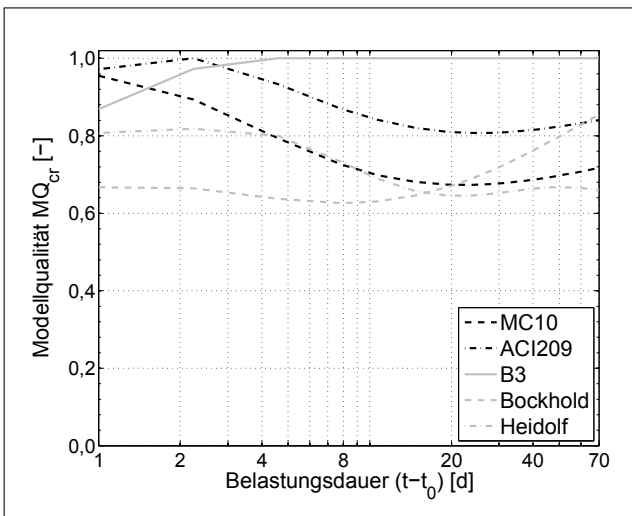


Abb. 5.26: Zeitabhängige Modellqualität HEIRMAN SCC15

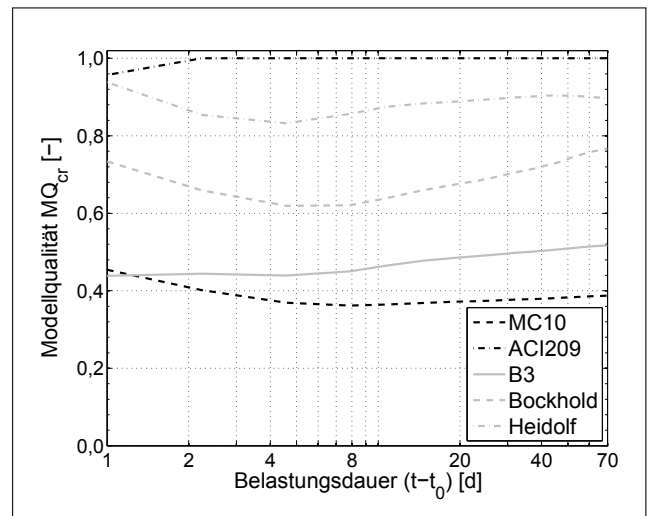


Abb. 5.27: Zeitabhängige Modellqualität HEIRMAN SCC17

Im Vergleich der Prognose- und Messunsicherheit ist erkennbar, dass die sehr hohe Variation in den Versuchen SCC1 und SCC15 nicht ausreichend in die Prognose einfließt. Das bedeutet, dass trotz hoher Messfehler noch ausreichend Informationen zur Bestimmung der Kriechparameter vorliegen. Die Unsicherheit des Versuchs TC1 wird überschätzt, da infolge der Streuung der weiteren Modellparameter E_c und f_c bereits größere Variationen auftreten.

Wird die aus der Unsicherheit abgeleitete Modellqualität betrachtet, ergeben sich stark zeitabhängige Werte. Für TC1 und SCC17 weisen die Modelle ACI209 und HEIDOLF, für SCC1 die Modelle MC10 und B3 sowie für SCC15 das Modell B3 die höchste Qualität auf. Generell steigt die Qualität des Modells B3 mit der Zeit an, wohingegen die Prognosequalität der weiteren Modelle für längere Belastungsdauern reduziert wird.

Das Gesamtmaß der Modellqualität MQ_{cr} , abgeleitet aus der Unsicherheit der Prognose, ist für die Betrachtung der Dauer des Experiments t_Z je nach Versuchsreihe für die Modelle MC10 (SCC1), ACI209 (TC1, SCC17) und B3 (SCC15) am höchsten. Die beiden rheologischen Modelle mit geringen Vorwissen besitzen stets eine geringere Qualität. Das kann damit begründet werden, dass zum einen die Dauer des Versuchs zu gering ist, um die Parameter zuverlässig zu identifizieren und die Prognose besser an die Messdaten anzupassen. Zum anderen treten bei diesen Versuchen keine besonderen Phänomene, wie beispielsweise nichtlineares Kriechen, oder Belastungssituationen, wie eine Entlastung oder zyklische Belastung, auf, die die Verwendung höherwertiger Modelle rechtfertigen würden. Beim Vergleich des MSF mit MQ_{cr} kann weitestgehend eine Übereinstimmung der Rangfolge der Modelle festgestellt werden. Jedoch wird beim MSF die Qualität der Modelle niederen Ranges wesentlich geringer als beim MQ_{cr} bewertet, da die relativen Unterschiede der Modellwahrscheinlichkeit wesentlich größer sind als die Differenzen in den Prognoseunsicherheiten. Dies ist bedingt durch die Berechnungen der Likelihood und führt zu Faktoren von $MSF \approx 0,00$.

Um den Einfluss der Messunsicherheit auf die identifizierten Parameter und die anschließende Prognose zu verdeutlichen, wird die Versuchsreihe SCC17 mit verschiedenen zeitlich konstanten Messfehlern von $CV_Z = 0,05/0,10/0,15/0,20$ erneut untersucht. Bei Betrachtung der Variationskoeffizienten der identifizierten Parameter wird deutlich, dass diese mit steigendem Messfehler zunimmt. Beispielhaft sei der Variationskoeffizient des Endkriechbeiwertes φ_∞ des Modells ACI209 von $CV = 0,12$ auf $CV = 0,18$ aufgeführt. Infolge zunehmender Messunschärfe können den experimentellen Daten weniger Informationen entnommen werden, so dass die Parameter nur undeutlich identifiziert werden. Da der Informationsgehalt der Messdaten reduziert ist, kann der Mittelwert der Kriechkurve schlechter an die gemittelte Versuchskurve angepasst werden, was sich zusätzlich in einer Zunahme der Modellunsicherheit äußert.

Die zeitabhängige Gesamtunsicherheit der Kriechprognose, Abb. 5.28-5.31, steigt ebenfalls mit zunehmendem Messfehler an. Aufgrund der konstanten Streuungen der weiteren Modellparameter E_c und f_c ist diese Zunahme jedoch nicht so stark wie in den reinen Kriechparametern. Die Modelle MC10 und B3 zeigen für alle Messfehler einen sehr hohen Variationskoeffizienten, da die Modellunsicherheit sehr hoch ist. Das Modell ACI209 besitzt den höchsten MSF und die höchste Qualität MQ_{cr} für alle CV_Z , da die Übereinstimmung zu den Messdaten am größten

ist. Mit zunehmender Messunsicherheit reduziert sich der Einfluss der Modellabweichung auf die Likelihood, weshalb die Modelle BOCKHOLD und HEIDOLF einen ansteigenden MSF aufweisen. Die unsicherere Bestimmung der Parameter mit ansteigendem Messfehler führt jedoch insbesondere für das Modell HEIDOLF zu einer Abnahme von MQ_{cr} , so dass Abweichungen zum MSF auftreten.

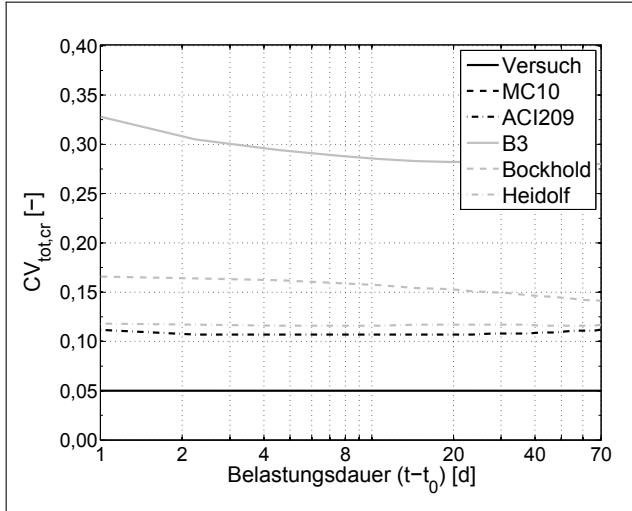


Abb. 5.28: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0,05$

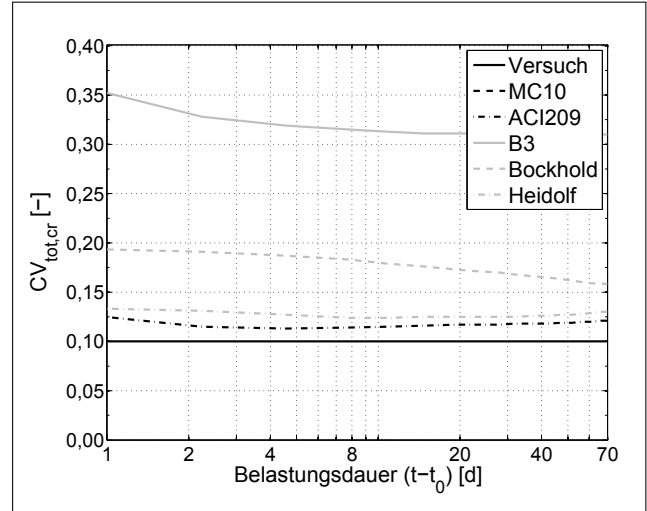


Abb. 5.29: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0,10$

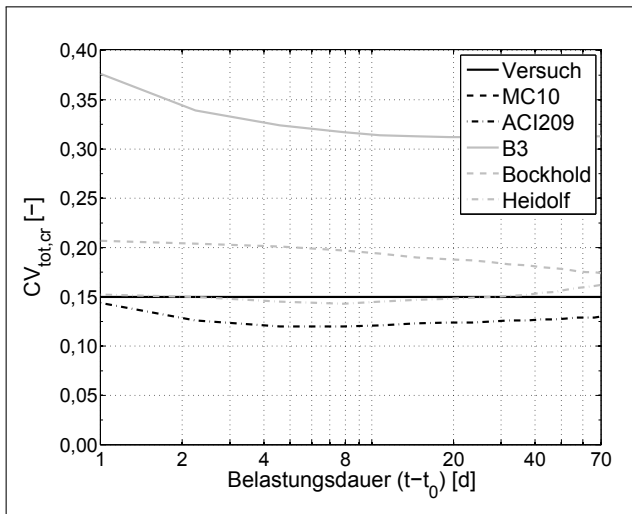


Abb. 5.30: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0,15$

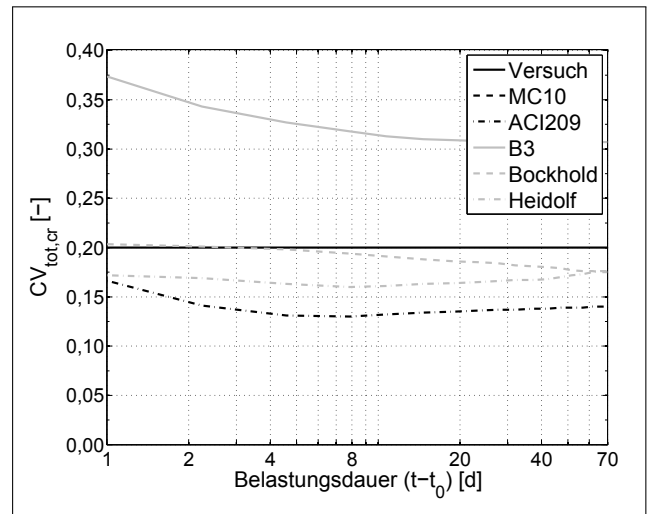


Abb. 5.31: Gesamtunsicherheit HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0,20$

5.2.1.2 Versuche von Nechvatal

NECHVATAL testet in seiner Arbeit [100] das Grundkriechverhalten des Betons unter hohen Spannungen, so dass Trocknungskriechen ausgeschlossen werden kann. Die Serie 3-14 wird für die Spannungsniveaus von $\sigma_c/f_{c,t_0} = 0,36/0,50/0,60$ für eine jeweils 180-tägige Be- und Entlastung untersucht. Die Daten der drei Spannungsstufen werden gemeinsam für die Identifikation der Parameter genutzt, wobei der konstante Messfehler von $CV_Z = 0,08$ angesetzt wird.

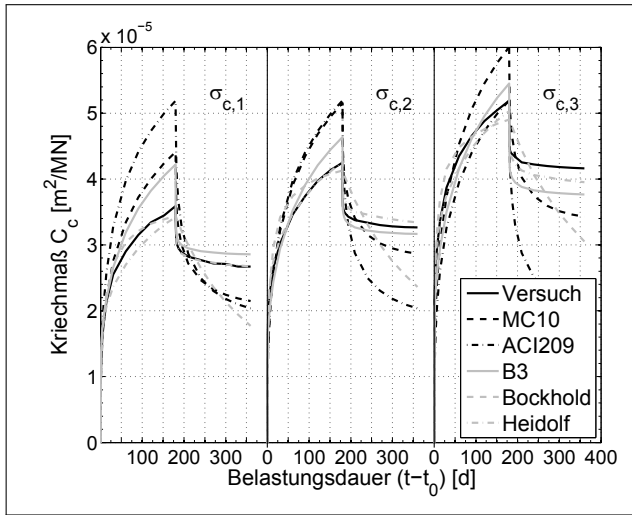


Abb. 5.32: Kriechmaß NECHVATAL

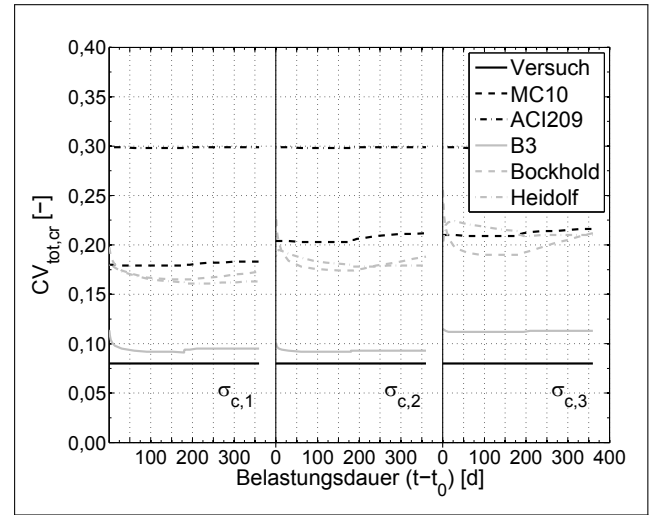


Abb. 5.33: Gesamtunsicherheit NECHVATAL

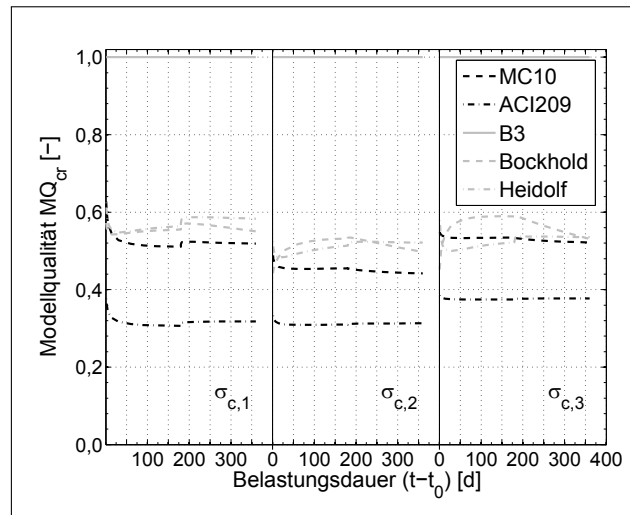


Abb. 5.34: Zeitabhängige Modellqualität NECHVATAL

Um die Entlastung mit den Modellen MC10 und ACI209 zu simulieren, muss eine neue Endkriechzahl zum Zeitpunkt der Entlastung $t_{Entl.}$ berücksichtigt werden. Diese wird durch die Beiwerte des Belastungsalters, β_{t_0} für das Modell MC10, Gl. (2.73), sowie γ_{la} für das Modell ACI209, Gl. (2.60), berechnet. Die Endkriechzahl für Entlastung ergibt sich aus dem Verhältnis der Beiwerte zum Be- und Entlastungszeitpunkt sowie der Endkriechzahl für den Belastungsbeginn bei t_0

$$\varphi_{\infty, t_{Entl.}} = \varphi_{\infty, t_0} \frac{\beta_{t_0, t_0}}{\beta_{t_0, t_{Entl.}}}, \text{ bzw. } \varphi_{\infty, t_{Entl.}} = \varphi_{\infty, t_0} \frac{\gamma_{la, t_0}}{\gamma_{la, t_{Entl.}}} \quad (5.2)$$

Für das Modell B3 gehen nach der Entlastung nur die visko-elastischen Verformungsanteile zurück. Die Nachgiebigkeit q_5 beschreibt nur das Trocknungskriechen und wird für den hier vorliegenden Fall von 100 % Luftfeuchte nicht berücksichtigt. Die Modelle BOCKHOLD und HEIDOLF berücksichtigen ebenfalls irreversible plastischen Verformungen, die nach Entlastung

zurückbleiben. Da verschiedene Spannungsniveaus untersucht werden, können für das Modell HEIDOLF die Kriechkoeffizienten für verschiedene Polynomgrade l , die die Nichtlinearität des Kriechens beschreiben, ermittelt werden.

Wird die Übereinstimmung der Messdaten mit den Modellprognosen überprüft, Abb. 5.32, ist ersichtlich, dass nur das Modell HEIDOLF eine Übereinstimmung für alle drei Belastungsstufen aufweist. Modell MC10 überschätzt die Entlastung deutlich. Dies hat zur Folge, dass die Kriechzahl als sehr groß identifiziert wird, um noch eine geringe Übereinstimmung mit dem Entlastungsast zu erzielen. Modell ACI209 kann kein nichtlineares Kriechen simulieren, daher sind die Prognosen für alle Spannungsstufen gleich. Dies und die zusätzliche Überschätzung der Entlastung führt zu einer schlechten Prognose. Modell B3 kann die Testdaten relativ gut repräsentieren, speziell die Spannungsnichtlinearität wird gut abgebildet. Lediglich die Entlastung wird ein wenig zu groß simuliert. Modell BOCKHOLD liefert eine sehr gute Übereinstimmung für die Belastung. Das Rückkriechen nach Entlastung wird jedoch wesentlich überschätzt. Modell HEIDOLF gibt die quantitativen Verläufe der Be- und Entlastung mit vergleichsweise geringem Modellfehler von $CV_{\Psi_{mod,cr}} = 0,05$ wieder.

Die Unsicherheiten der Prognose sind in Abb. 5.33 dargestellt. Modell ACI209 besitzt aufgrund des hohen Modellfehlers die größte Prognoseunsicherheit. Die Modelle MC10, BOCKHOLD und HEIDOLF weisen wesentlich geringere Streuungen auf, dennoch sind diese im Vergleich zum Modell B3 noch sehr hoch. Die mit der Belastungsintensität erhöhte Unsicherheit der Modelle MC10, B3 sowie BOCKHOLD und HEIDOLF resultiert aus dem gestiegenen Einfluss der streuenden Betonfestigkeit, die in die Überproportionalität des nichtlinearen Kriechens einfließt. Die im Vergleich zu B3 höhere Unsicherheit des Modells MC10 ist bedingt durch einen hohen Modellfehler, so dass trotz der geringen Parameterstreuungen eine hohe Gesamtvariation vorliegt. Den wesentlichen Einfluss auf die Prognoseunschärfe des Modells BOCKHOLD haben die Modellunsicherheit sowie die Variation der Materialparameter E_c und f_c . Die Kriechparameter lassen sich prinzipiell gut bestimmen. Das Modell HEIDOLF weist trotz der besten Übereinstimmung mit den Versuchsdaten eine höhere Gesamtunsicherheit als Modell B3 auf, da eine sehr hohe Parameterunsicherheit vorliegt. Diese resultiert aus der hohen Anzahl von 16 zu bestimmenden Parametern, die für die Simulation des nichtlinearen Kriechens und der Entlastung benötigt werden. Dies ist bei den vorliegenden Versuchsdaten mit großen Streuungen verbunden, so dass trotz kleiner Modellfehler eine große Gesamtunsicherheit resultiert. Dem hingegen können die Parameter des Modells B3 sicher bestimmt werden.

Die Qualität der Prognose, Abb. 5.34, ist ein Spiegelbild der Unsicherheit. Das Modell B3 hat die größte Qualität, was auch beim Vergleich des Gesamtmaßes der Modellqualität MQ_{cr} sichtbar wird. Der MSF ist jedoch für das Modell HEIDOLF mit Abstand am größten. Verantwortlich hierfür ist die Dominanz der Likelihood gegenüber dem OCKHAM-Faktor in der Bestimmung der Modellwahrscheinlichkeit nach Gl. (4.48), wenn, wie bei diesem Versuch, bedingt durch die drei Spannungsintensitäten, viele Messpunkte berücksichtigt werden. Da das Modell HEIDOLF die Messdaten besser repräsentiert, erhält es einen größeren MSF.

5.2.2 Analyse von Langzeitkriechversuchen

Nach den bisherigen Kurzzeitkriechversuchen werden in diesem Abschnitt die Langzeitkriechprognosen untersucht. ROSTASY ET AL. führen in [117] Langzeitkriechversuche von einer Belastungsdauer von $t - t_0 = 1315$ d durch. Anschließend wird das Rückkriechen des Betons für weitere 40 Tage beobachtet. ROSTASY testete den Beton unter 100 % relativer Luftfeuchte, so dass erneut nur Grundkriechen auftritt.

Die Parameteridentifikation wird zum einen für den reinen Belastungsfall, zum anderen für den Fall der Be- und Entlastung durchgeführt. Die Simulation des Rückkriechens wird analog zum vorangegangenen Abschnitt durchgeführt.

Der Vergleich der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit aller Modelle nur für den Belastungsfall, Abb. 5.35, zeigt, dass das Verhalten generell von allen Modellen gut wiedergegeben wird. Die dazugehörigen Unsicherheiten, Abb. 5.37, sind insgesamt gering, da aufgrund der langen Belastungsdauer die meisten Parameter der Modelle gut identifiziert werden. Es zeigt sich, dass durch eine lange Versuchsdauer die Unsicherheit des Kriechmaßes wesentlich reduziert wird. Das Modell B3 weist die geringsten Unsicherheiten auf, da dieses nicht so stark durch die Unsicherheit des Elastizitätsmoduls beeinflusst wird, welches sich bei den anderen Modellen wesentlich auf die Unsicherheit auswirkt. Aufgrund der starken Abnahme der Variation des Modells B3 mit der Belastungsdauer sind auch die einzelnen Modellqualitäten stark zeitabhängig. Der Vergleich von MSF und MQ_{cr} führt zu gleichen Ergebnissen und bewertet das Modell B3 am besten.

Wird derselbe Vergleich für die Be- und Entlastung geführt, Abb. 5.36, 5.38 und 5.40, können nur die Modell B3 und HEIDOLF die Kriechnachgiebigkeit genau wiedergeben. Die anderen Modelle unter- bzw. überschätzen die Entlastung, weshalb der Belastungspfad so angepasst wird, dass die Differenz der Modellprognose zum Versuch während der Entlastung reduziert wird. Die Modellqualität ist erneut für das Modell B3 am höchsten, da hier geringe Modell- und Parameterunsicherheit vorliegen.

5.2.3 Auswahl der Modellkomplexität

In den bisherigen Beispielen wurde die Anzahl der Kriechketten der rheologischen Modelle BOCKHOLD und HEIDOLF im Vorhinein festgelegt und damit die notwendigen Modellparameter bestimmt. In diesem Abschnitt soll demonstriert werden, dass die Algorithmen zur Qualitätsbestimmung ebenfalls dafür geeignet sind, die ideale Komplexität rheologischer Modelle, gleichbedeutend mit der Anzahl an Kriechketten m bzw. n , zu bestimmen.

Hierfür werden erneut die Versuche von ROSTASY, dieses Mal jedoch ohne Entlastungsbereich, zu Rate gezogen und für das Modell HEIDOLF die Modellqualität für eine verschiedene Anzahl von Kriechketten bestimmt. In den Abb. 5.41-5.43 sind die entsprechenden Kriechmaße, Gesamtunsicherheiten und Modellqualitäten dargestellt. Insgesamt kann für jede Komplexität des Modells das Verformungsverhalten gut wiedergegeben werden. Dennoch ergeben sich kleine Unterschiede in der Übereinstimmung mit den Messdaten, die in Tab. 5.9 anhand der Likelihood

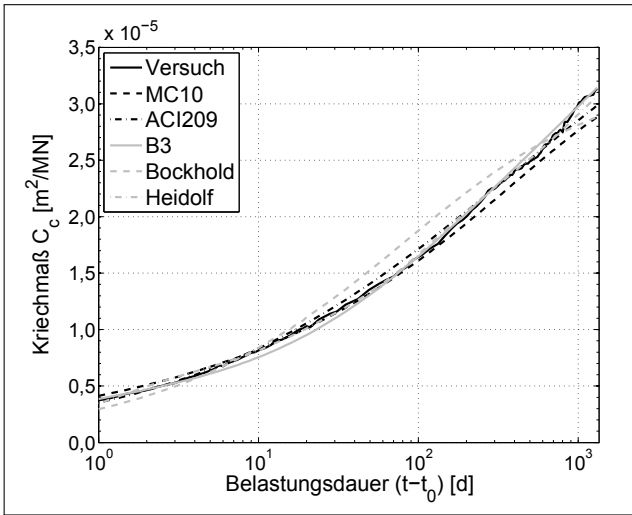


Abb. 5.35: Kriechmaß ROSTASY, alle Tage

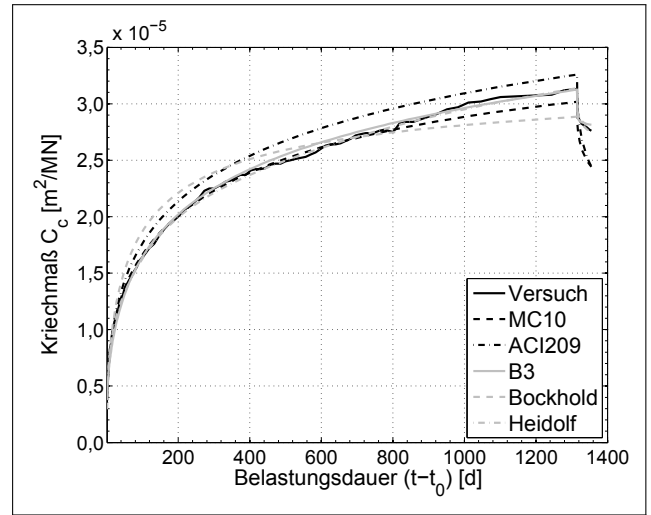


Abb. 5.36: Kriechmaß ROSTASY, mit Entlastung

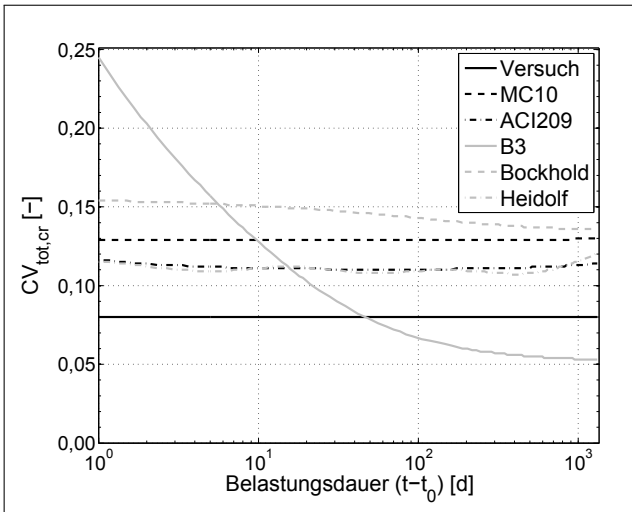


Abb. 5.37: Gesamtunsicherheit ROSTASY, alle Tage

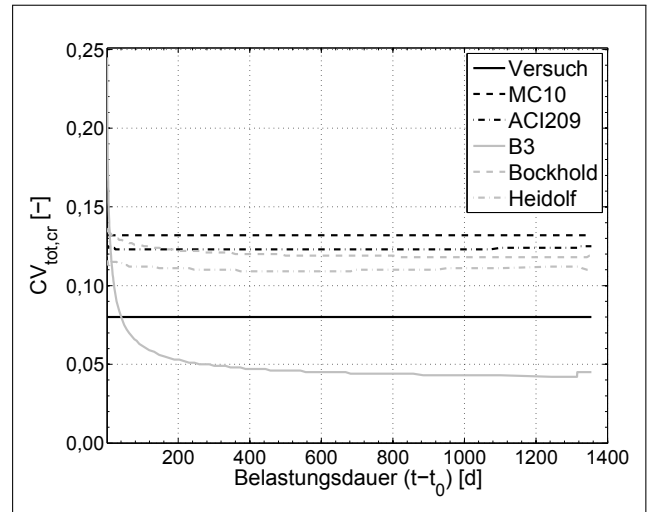


Abb. 5.38: Gesamtunsicherheit ROSTASY, mit Entlastung

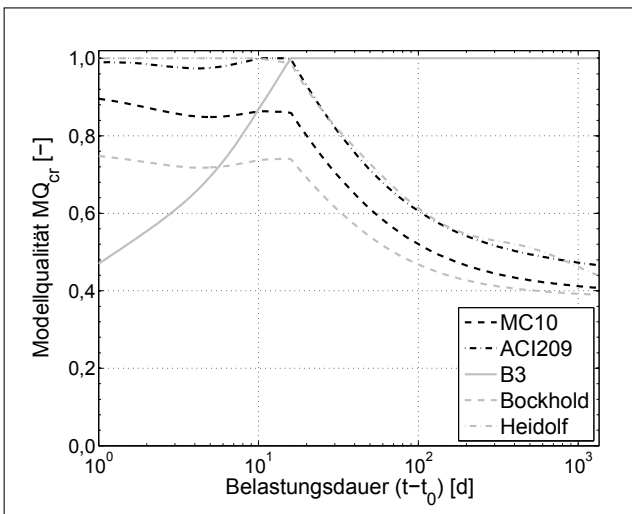


Abb. 5.39: Zeitabhängige Modellqualität ROSTASY, alle Tage

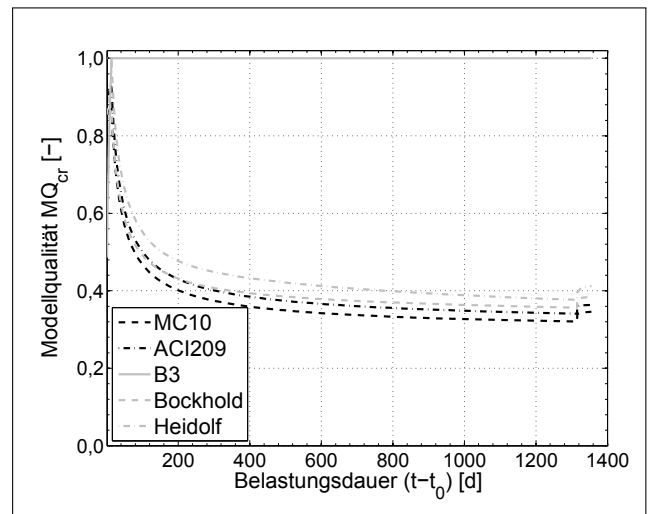


Abb. 5.40: Zeitabhängige Modellqualität ROSTASY, mit Entlastung

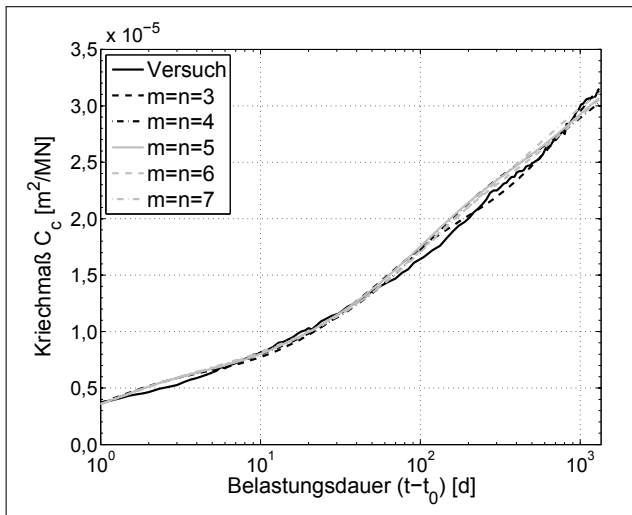


Abb. 5.41: Kriechmaß ROSTASY, Modell HEIDOLF, verschiedene Komplexität

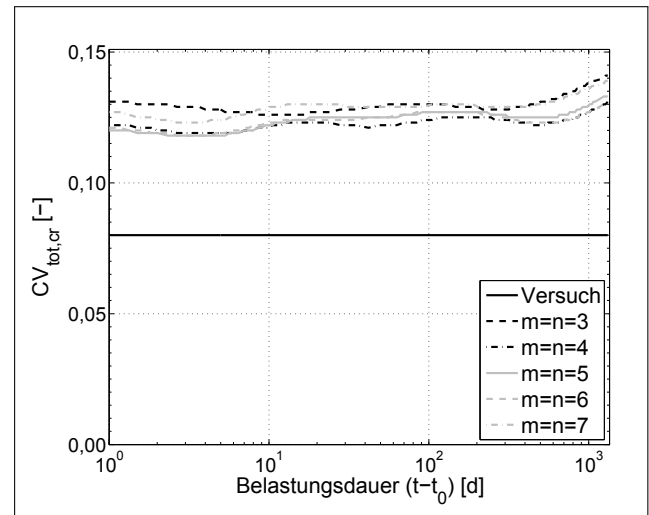


Abb. 5.42: Gesamtuns. ROSTASY, Modell HEIDOLF, verschiedene Komplexität

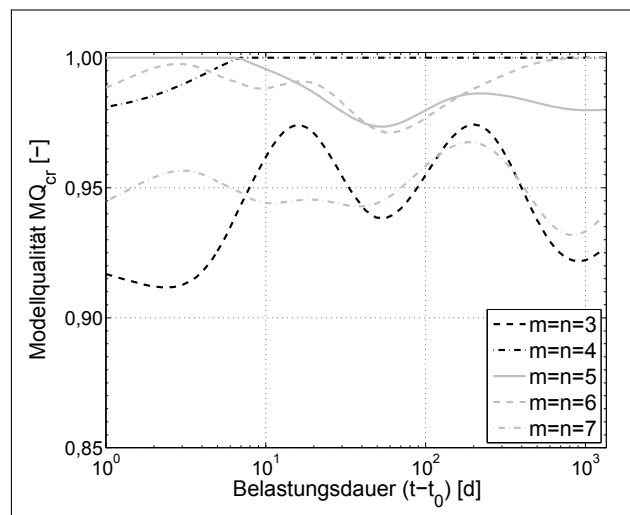


Abb. 5.43: Zeitabhängige Modellqualität ROSTASY, Modell HEIDOLF, verschiedene Komplexität

Modell	$m = n = 3$	$m = n = 4$	$m = n = 5$	$m = n = 6$	$m = n = 7$
Likelihood	3,53E+19	9,95E+19	2,25E+20	2,56E+20	2,72E+20
Ockham-Faktor	1,00E-3	3,57E-3	6,43E-4	4,08E-4	1,84E-4
<i>a posteriori</i> Wahrscheinlichkeitsdichte	7,05E+16	7,10E+16	2,89E+16	2,06E+16	1,00E+16
MSF	0,05	0,52	0,21	0,15	0,07
MSF^N	0,10	1,00	0,41	0,29	0,14
$MQ_{cr,tz}$	0,95	1,00	0,99	0,99	0,95
$AICc$	-77,0	-86,9	-85,1	-81,0	-81,3
$AICc^N$	0,89	1,00	0,98	0,93	0,94
BIC	-79,8	-87,0	-86,0	-83,7	-83,8
BIC^N	0,92	1,00	0,99	0,96	0,97

Tab. 5.9: Likelihood, OCKHAM-Faktor und Modellselektionsfaktor in Abhängigkeit der Anzahl der Kriechketten

nach Gl. (4.35) dargestellt sind. Je komplexer das Modell, desto genauer können Messdaten simuliert werden, welches sich in einer größeren Likelihood ausdrückt. Demgegenüber wird der OCKHAM-Faktor mit zunehmender Anzahl an Kriechketten geringer, da die *a priori* Wahrscheinlichkeit der zahlreichen Kriechparameter sinkt. Beim Vergleich der Wahrscheinlichkeit eines Modells bzw. des MSF wird deutlich, dass das Modell mit $m = n = 4$ Kriechketten am wahrscheinlichsten bzw. am geeignetsten ist. Dasselbe Ergebnis wird bei der Bestimmung der Gesamtqualität MQ_{cr} erzielt.

In dieser Tabelle sind als zusätzliches Vergleichskriterium die in der Literatur häufig verwendeten Informationskriterien AICc [3] und BIC [123] aufgeführt. Diese liefern für den Vergleich der Komplexität des hierarchisch aufgebauten Modells HEIDOLF - hierarchisch durch die ansteigende Komplexität mit Zunahme der Anzahl der Kriechketten - eine ähnliche Rangordnung der Modellqualität. Werden diese Verfahren jedoch für den Vergleich verschiedener Modelle untereinander angewendet, kann es zu Abweichungen in der Bewertung kommen, da die unterschiedlich gute Identifizierbarkeit der Kriechparameter verschiedener Modelle nicht bei der Bewertung berücksichtigt wird.

5.2.4 Prognosequalität der Modelle

In der Ingenieurpraxis werden Messdaten benutzt, um die Modelle damit zu kalibrieren und im Anschluss daran Prognosen durchzuführen, deren Belastungsdauer die des Versuchs übersteigen. Aus zeitlichen Gründen können keine großen Belastungszeiträume untersucht werden. Wie bereits im Abschnitt 5.2.2 gezeigt, nimmt die Unsicherheit der Kriechprognose, im Speziellen die Parameterunsicherheit, mit zunehmender Dauer des Versuchs ab. Daher wird hier untersucht, wie die Parameter- und Modellunsicherheit der Kriechprognose der verschiedenen Modelle von der Versuchsdauer t_Z abhängig ist. Die Daten der unterschiedlich langen Versuchsdauer von $t_Z = 28/56/90/180/360/1315$ d werden dem Versuch von ROSTASY entnommen.

Die Parameterunsicherheit wird für die Dauer der Prognose von $t - t_0 = 50$ d/500 d/100 y in den Abb. 5.44, 5.45 und 5.46 in Abhängigkeit von t_Z dargestellt. Generell kann festgestellt werden, dass die Parameterunsicherheit $CV_{par,cr}$ der Prognose mit zunehmender Versuchsdauer wesentlich reduziert wird. Die Minderung der Variation zeigt sich auch im CV der identifizierten Parameter, siehe Tab. B.1-B.6. Die Parameterunsicherheit erhöht sich mit Zunahme der Belastungsdauer $t - t_0$, da die Parameter zur Beschreibung des Langzeitkriechens aus den vorliegenden Messdaten schlechter bestimmt werden als die Parameter des Kurzzeitkriechens. Werden die Modelle untereinander verglichen, wird deutlich, dass das Modell HEIDOLF am stärksten von der Versuchsdauer t_Z abhängig ist. Nur für eine lange Versuchsdauer von $t_Z = 1315$ d wird für Langzeitprognosen von 100 Jahren die Parameterunsicherheit entscheidend reduziert. Dieser Nachteil des Modells führt zu einer wesentlichen Reduktion der Modellqualität. Für die Modelle B3 und BOCKHOLD ist erkennbar, dass nach $t_Z = 90$ d nur noch eine geringe Reduktion von $CV_{par,cr}$ auftritt, so dass sich für eine Versuchsdauer in diesem Bereich bereits gute Resultate für die Parameter ergeben.

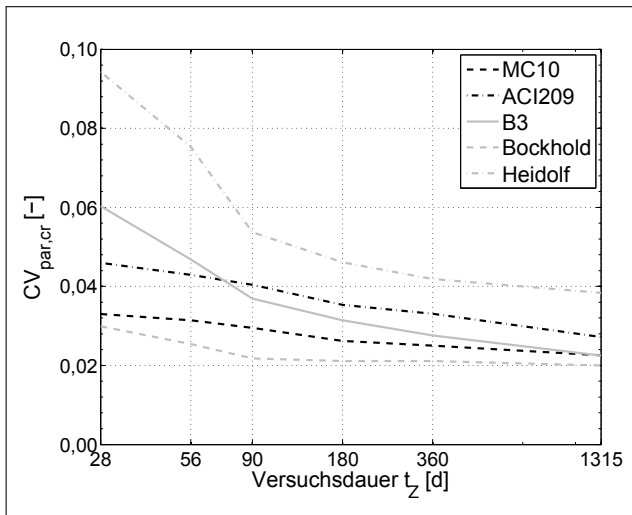


Abb. 5.44: Parameterunsicherheit für verschiedene Versuchsdauer zum Zeitpunkt $t - t_0 = 50$ d, Versuch ROSTASY

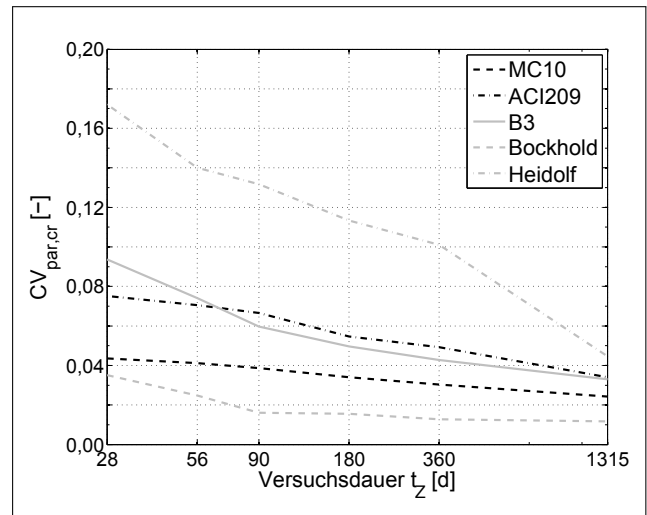


Abb. 5.45: Parameterunsicherheit für verschiedene Versuchsdauer zum Zeitpunkt $t - t_0 = 500$ d, Versuch ROSTASY

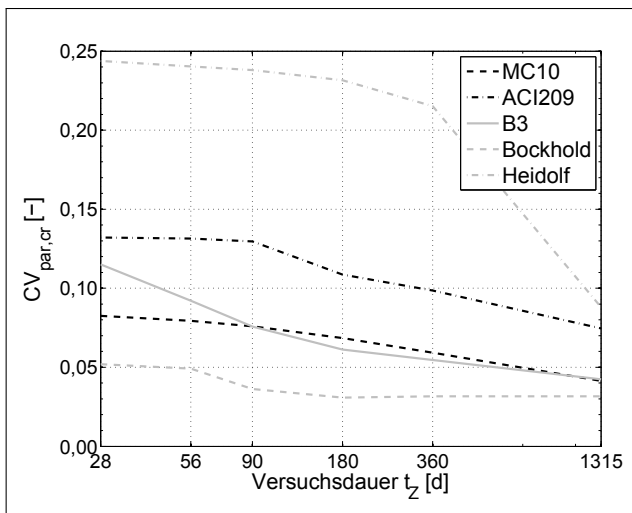


Abb. 5.46: Parameterunsicherheit für verschiedene Versuchsdauer zum Zeitpunkt $t - t_0 = 100$ y, Versuch ROSTASY

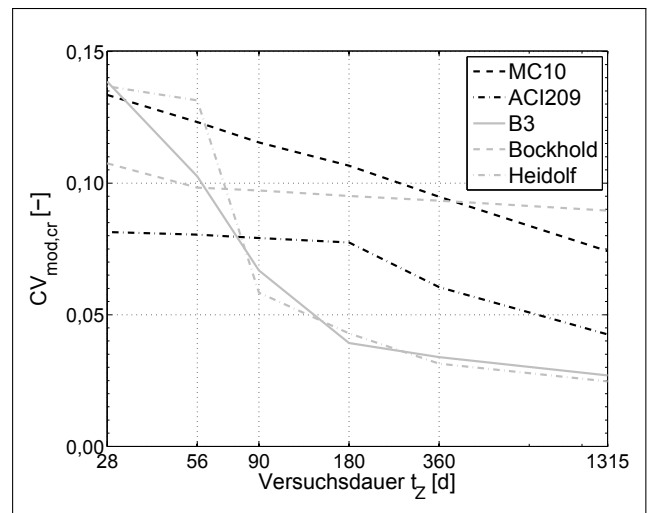


Abb. 5.47: Modellunsicherheit für verschiedene Versuchsdauer, Versuch ROSTASY

Wird die Modellunsicherheit betrachtet, das heißt die Abweichung der experimentellen Daten zur Kriechprognose (für die Gesamtdauer des Versuchs von 1315 Tagen), kann folgerichtig eine Abnahme mit ansteigender Versuchsdauer t_Z beobachtet werden. Dies ist nachvollziehbar, da mit erhöhter Versuchsdauer t_Z die Kriechmodelle besser an das reale Kriechverhalten angepasst werden können. Besonders bei den beiden rheologischen Modellen wird die Prognose bis zu $t_Z = 90$ d wesentlich durch die Versuchsdaten verbessert. Die starke Abhängigkeit erklärt sich aus dem ungenauen Vorwissen der Parameter, wodurch die Modelle flexibler sind, jedoch mehr Informationen benötigen, um an die Messdaten angepasst zu werden.

Die Modellqualität, der die Prognosedauer von 100 Jahren $MQ_{cr,100 y}$ zugrunde liegt, ist unabhängig von der Messdauer stets für das Modell B3 am höchsten. Die Qualität der Modelle MC10 und ACI209 wird mit zunehmender Versuchsdauer reduziert, da die Unsicherheit des

geeignetsten Modells B3 mit längerer Versuchsdauer wesentlich abnimmt. Die beiden rheologischen Modelle weisen in diesem Fall stets eine relativ geringe Qualität auf.

5.2.5 Anwendung der Kriechmodelle auf Sonderbetone am Beispiel des polymermodifizierten Betons (PCC)

Polymermodifizierter Zementbeton (PCC) zeichnet sich im Vergleich zum Normalbeton (CC) durch eine hohe Zugfestigkeit sowie einen hohen Widerstand gegenüber chemischen Beanspruchungen aus [105]. Daher ist es ein wichtiger Baustoff bei der Sanierung von Betonstrukturen, im Speziellen als Schutzschicht für darunter liegende Betonflächen. Weitere Anwendungsmöglichkeiten sind stark chemisch beanspruchte Konstruktionen, wie beispielsweise Industriefußböden. Der Unterschied in der Betonzusammensetzung des PCC zum CC ist die Zugabe von Polymeren zum Frischbeton. Diese liegt in einer Größenordnung des Polymer-Zement-Verhältnisses von $p/c = 0,05 \dots 0,15$. Es können verschiedene Polymere eingesetzt werden, häufig finden Polymere auf der Basis von Styrenbutadien oder Styrenacrylsäureester in Form einer Dispersion oder eines redispersiblen Pulvers Verwendung. Die Art des Polymers sowie die Mindestfilmbildungstemperatur (MFT) haben dabei einen großen Einfluss auf die Eigenschaften des Frisch- und Festbetons. Beispielsweise führt eine Polymermodifikation zu einer wesentlich weicheren Konsistenz [40], woraus eine bessere Verarbeitbarkeit resultiert und die Reduktion des Wasser-Zement-Wertes ermöglicht.

Weiterhin beeinflusst die Kunststoffmodifikation die Hydratation des Zements. Die Polymere bilden bei entsprechender Konzentration einen Film um die Zementpartikel, so dass die Wasserdiffusion zu den unhydrierten Zementpartikeln verlangsamt wird [105]. Als Konsequenz wird die Hydratationsgeschwindigkeit reduziert und es tritt eine verstärkte Nacherhärtung auf. Die Polymerphasen durchdringen die Zementphasen, in der Folge wird die Bindemittelmatrix vom Kunststoff und vom Zement gemeinsam gebildet [46].

Die Eigenschaften des Festbetons werden von den zuvor genannten Phänomenen beeinflusst. Das Porenvolumen nimmt zu, der Elastizitätsmodul und die Druckfestigkeit werden reduziert, die Zug- und Biegezugfestigkeit hingegen um bis zu 100 % erhöht. Weiterhin wird das Materialverhalten, besonders im Druckbereich, wesentlich duktiler. Die verlangsamte Hydratation des Zements in Verbindung mit dem erhöhten Porenvolumen und den viskosen Eigenschaften des Polymers führen zu einem signifikanten viskosen Verhalten des PCCs, resultierend in einer hohen Kriechnachgiebigkeit [55].

MANGAT, BAGGOTT und EVANS [93], BISHARA, ROSE und REDA YOUSSEF [26] sowie VAN GEMERT und VANOVERSHELDE [141] untersuchten das Kriechverhalten des Betons für verschiedene Kunststoffarten und modifizierten bestehende Modelle anhand der Versuchsdaten. Sie kommen zu dem Ergebnis, dass je nach Art und Menge des Polymers unterschiedlich starkes Kriechverhalten auftritt, so dass kein allgemein gültiges Modell vorliegt. Das von HEIDOLF [70] entwickelte rheologische Modell ist speziell für die Beschreibung des Kriechverhaltens von PCC entwickelt worden. Dennoch müssen die Modellparameter stets anhand von Versuchsdaten identifiziert werden.

Im Folgenden wird die Modifikation der Modelle MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD und HEIDOLF für PCC untersucht. Dabei werden Versuchsdaten von FLOHR [55, 54] verwendet. FLOHR fügt der Betonmischung ein Polymer auf der Basis vom Styrenacrylsäureester in Form eines redispersiblen Pulvers (der sogenannte PCC2) mit einem Anteil von $p/z = 0,15$ bei und untersucht das Langzeitverhalten in zwei Versuchen der Belastungsdauer von $t - t_0 = 28$ d und $t - t_0 = 154$ d. Im Test 1 wird der Beton nach $t_0 = 75$ d belastet, im Test 2 erfolgt die Erstbelastung erst nach $t_0 = 265$ d. Die 28-Tage-Werte des Beton sind in Tab. 5.8 aufgeführt, die Festigkeit und Steifigkeit zum Zeitpunkt t_0 sind für Test 1 $f_{c,t_0} = 41,3$ MN/m² und $E_{c_0,t_0} = 27800$ MN/m², sowie für Test 2 $f_{c,t_0} \approx 42,0$ MN/m² und $E_{c_0,t_0} \approx 28300$ MN/m². Da das Kriechvermögen des PCC gegenüber dem Normalbeton stark erhöht ist, kann das Vorwissen der Parameter der Modelle MC10, ACI209 und B3 hier nicht verwendet werden. Daher wird auch für diese Modelle eine Gleichverteilung der *a priori* Parameter angesetzt.

Die Ergebnisse der Identifizierung und die daraus abgeleiteten Modellqualitäten sind für die beiden Versuche in den Abb. 5.48-5.53 dargestellt. Das Modell MC10 kann das Kriechverhalten des PCC nicht abbilden, das Kriechmaß wird unterschätzt. Die Zeitverlaufsfunktion ist nicht flexibel genug, um den Verlauf der Kriechnachgiebigkeit zu simulieren. Dies resultiert in einer hohen Modell- bzw. Gesamtunsicherheit.

Die Verwendung des Modells BOCKHOLD für PCC ist ebenfalls nicht zu empfehlen. Für die Versuche des Belastungsbeginns von $t_0 = 75$ d wird die Nachgiebigkeit deutlich unterschätzt. Wird der zweite Versuch betrachtet, kann das Verhalten teilweise beschrieben werden, doch ist im Besonderen gegen Ende der Belastungszeit die Kriechrate, gleichbedeutend mit der Neigung der Kriechkurve, geringer, so dass für Zeitpunkte, die über die Versuchsdauer hinausgehen, eine zu geringe Kriechneigung prognostiziert wird. Die hohe Modellunsicherheit führt ebenso wie beim Modell MC10 zu einer großen Gesamtunsicherheit bzw. einer geringeren Modellqualität.

Das Modell B3 ist bedingt für die Simulation des PCC geeignet. Die experimentellen Kriechkurven können zufriedenstellend simuliert werden, doch wird die Kriechrate gegen Ende des Experiments wesentlich überschätzt. Infolge des starken Anfangskriechens des PCC werden die Kriechparameter des Modells als sehr groß identifiziert. Für die Beschreibung der relativ geringen Versuchsdauer ergibt dies eine gute Übereinstimmung, doch für längere Prognosezeiträume führt dies zu einer Überschätzung des Kriechens. Der wesentliche Fehler des Modells wird jedoch erst beim Vergleich der Parameter q_2 bis q_5 für die Versuche 1 und 2 deutlich. In diesem Modell sind die Parameter nur von der 28-Tage-Festigkeit und der Betonzusammensetzung abhängig, welche für beide Versuche identisch sind. Insofern sollten auch die Kriechparameter identisch sein. Dies ist jedoch nicht der Fall. Der Grund hierfür ist die hohe Nacherhärtung des PCC, die nicht simuliert werden kann. Dies führt zu der Schlussfolgerung, dass das Modell zwar an die einzelnen Versuchsdaten angepasst werden kann, jedoch die Kriechparameter nicht eindeutig bestimmt werden und keine generelle Verwendung für den PCC2 erfolgen kann. Diese Aussage ergibt sich jedoch nicht aus der Qualitätsbewertung unter Verwendung der entwickelten Methode, da diese ein zuvor umfassend validiertes Kriechmodell voraussetzt. Die Bewertung

über die Methode ist generell nur für einen Einzelversuch gültig und bescheinigt ein hohes Qualitätsmaß.

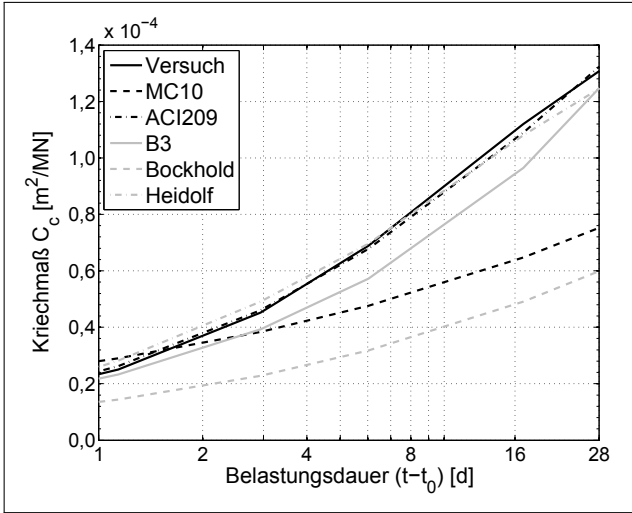


Abb. 5.48: Kriechmaß FLOHR PCC Test 1

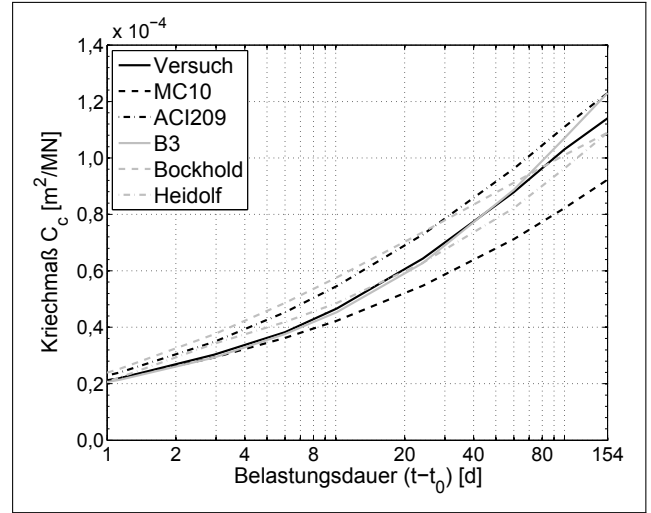


Abb. 5.49: Kriechmaß FLOHR PCC Test 2

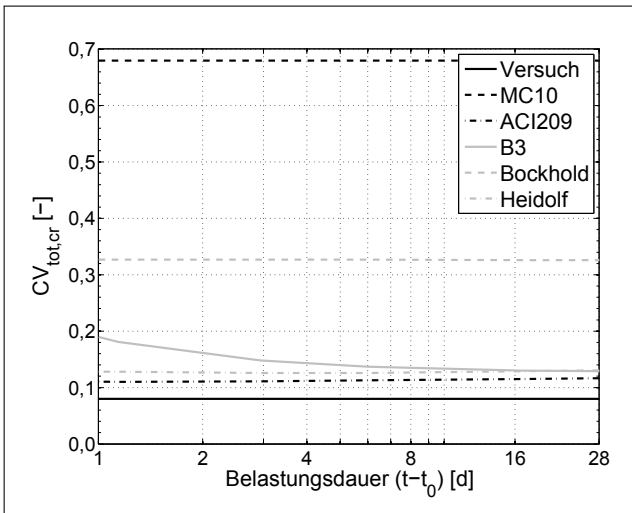


Abb. 5.50: Gesamtunsicherheit FLOHR PCC Test 1

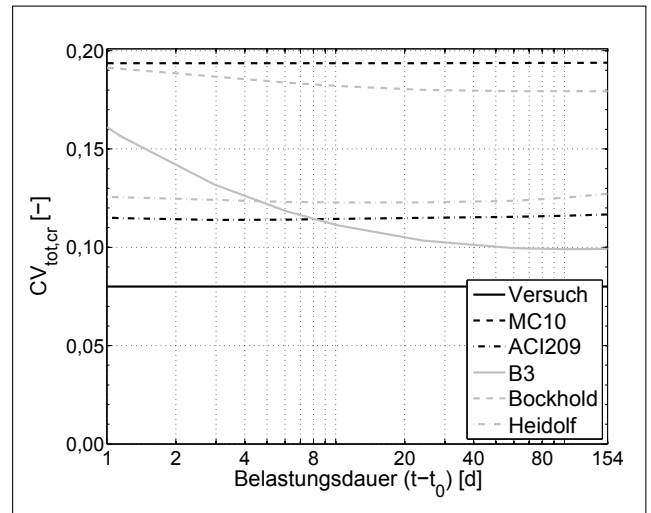


Abb. 5.51: Gesamtunsicherheit FLOHR PCC Test 2

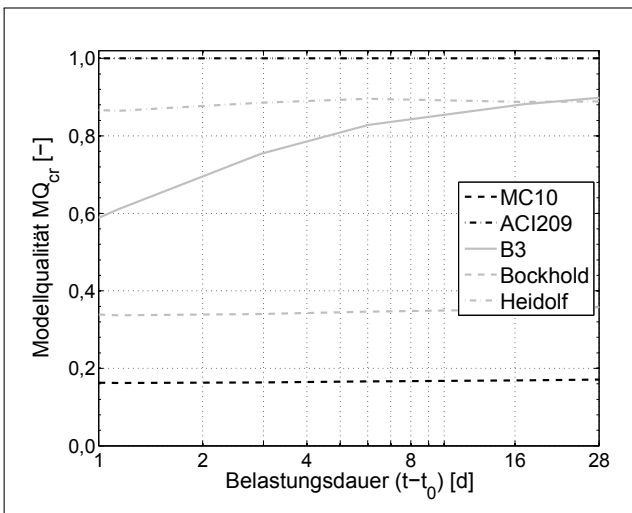


Abb. 5.52: Zeitabhängige Modellqualität FLOHR PCC Test 1

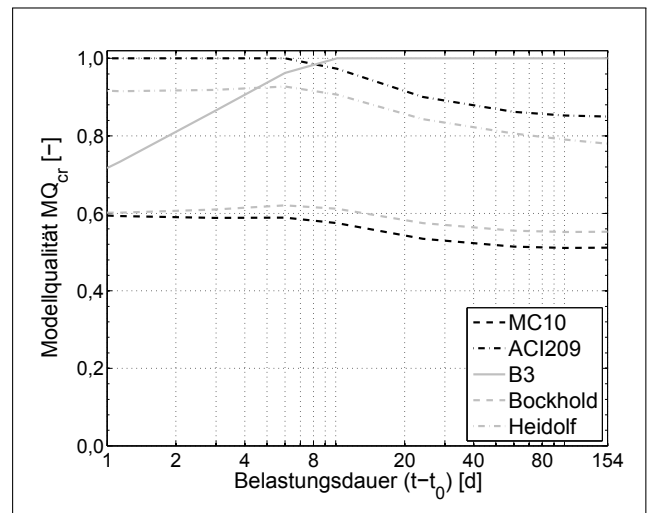


Abb. 5.53: Zeitabhängige Modellqualität FLOHR PCC Test 2

Das Modell ACI209 beschreibt die Versuchsdaten mit einer hohen Übereinstimmung. Für beide Tests ergibt sich die geringste Modellunsicherheit. Hauptverantwortlich dafür ist die Flexibilität der Zeitfunktion. Während die Endkriechzahl nur unwesentlich für die beiden Versuche variiert, passt sich insbesondere der Exponent Ψ der Zeitfunktion für beide Versuche an. Damit kann zum einen das sehr rasche Anfangskriechen des Tests 1 und zum anderen die stete Zunahme der Kriechnachgiebigkeit des Tests 2 simuliert werden. Die annähernd gleiche Endkriechzahl für beide Versuche ergibt sich aus der Reduktion von $\varphi_{c,\infty}$ mit dem Belastungsalter t_0 sowie der Erhöhung durch die gesteigerte Spannungsintensität für Test 2. In weiterführenden Versuchen sollte die Abhängigkeit des Zeitverlaufs vom Betonalter bei Belastungsbeginn eingehender untersucht werden. Die Gesamtunsicherheit des Modells ist für beide Versuche gering.

Die generelle Verwendbarkeit des Modells HEIDOLF für PCC unter zyklischen Lasten wurde bereits nachgewiesen [70]. Bei einer Dauerbelastung eines polymermodifizierten Betons kann das Modell von HEIDOLF die Versuchsdaten ebenfalls reproduzieren. Jedoch ist die Gesamtunsicherheit der Prognose aufgrund der in diesem Fall schlechter identifizierbaren Kriechparameter höher, wodurch die Qualität gemindert wird.

Anhand der beiden Versuche konnte festgestellt werden, dass die Modelle ACI209 und HEIDOLF die Simulation von PCC unter einer Dauerbelastung ermöglichen können. Dennoch muss vor einer Anwendung eine generelle Eignung der Modelle für PCC noch nachgewiesen werden, dafür ist der Abgleich mit zwei Versuchskurven nicht ausreichend. Die Charakterisierung des Kriechverhaltens des Betons für verschiedene Spannungsstufen und variierende Betonalter bei Belastungsbeginn sollte dabei im Vordergrund stehen.

5.3 Zusammenfassung

Die Bewertung der Modellqualität ohne Versuchsdaten wurde für die Modelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 durchgeführt. Es zeigt sich, dass die Parameterunsicherheit des Modells B3 entscheidend geringer als in den anderen Modellen ist. Wird die Gesamtunsicherheit analysiert, hat das Modell ACI209 aufgrund des hohen Modellfehlers die größte Gesamtunsicherheit und als Konsequenz daraus die geringste Qualität. Das Modell B3 zeigt die höchste Prognosequalität, bedingt durch geringe Modell- und Parameterunsicherheit. Die Abschätzung der Parameterunsicherheit mittels Antwortflächen führt zu gleichen Ergebnissen.

Die Modelle MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD und HEIDOLF werden an vorhandene Versuchsdaten angepasst und die Qualität analysiert. Die Bewertung der Modellqualität ist darin abhängig vom individuellen Kriechmaß des Versuchs sowie der angesetzten Messunsicherheit. Es wird deutlich, dass hohe Messunsicherheiten zu einer größeren Streuung der Kriechprognose führen. Wird neben der Belastung auch die Entlastung simuliert, zeigten sich die Modelle B3 und HEIDOLF als geeignet. Generell kann festgestellt werden, dass die Unsicherheit der Modelle mit Zunahme der experimentellen Belastungsdauer reduziert wird. Dies gilt sowohl für die Parameter- als auch die Modellunsicherheit.

Die Bewertung über den Modellselektionsfaktor MSF oder über die Gesamtunsicherheit der Prognose, ausgedrückt durch das Gesamtmaß MQ_{cr} , liefert teilweise abweichende Resultate. Hauptverantwortlich dafür ist die Zunahme der Bedeutung der Likelihood gegenüber dem OCKHAM-Faktor für eine größere Anzahl an Messpunkten sowie der Einfluss des Vorwissens der Kriechparameter auf den MSF. Deshalb sollte die Bewertung bevorzugt über die Gesamtunsicherheit geführt werden. Weiterhin ermöglicht das Gesamtmaß MQ_{cr} eine Bewertung für jede Belastungsdauer unabhängig von der Dauer des Experiments.

Es zeigt sich anhand der Bewertung von Modellen mit unterschiedlicher Anzahl von Kriechketten, dass die vorgeschlagene Bewertungsmethode auch zur Auswahl der geeigneten Komplexität eines hierarchisch aufgebauten Modells verwendet werden kann.

Die Anwendung der Modelle auf zwei unterschiedliche Kriechversuche polymermodifizierten Betons zeigt, dass durch eine Modifikation der Modellparameter die Simulation des Kriechverhaltens durch die Modelle ACI209 und HEIDOLF ermöglicht wird. Für eine generelle Aussage diesbezüglich ist jedoch ein weitaus größerer Probenumfang, im Speziellen die Untersuchung verschiedener Spannungsstufen, notwendig.

6 Kriechen in Tragwerken und Bewertung gekoppelter Partialmodelle

6.1 Numerisches Berechnungsmodell

Für die Analysen globaler Tragstrukturen unter Berücksichtigung des Kriechens werden auf der Finite-Elemente-Methode (FEM) basierende Algorithmen entwickelt und in der Software MATLAB implementiert. Mit der erstellten Applikation wird die Berechnung von geometrisch und physikalisch nichtlinearen Beton-, Stahlbeton- und Spannbetonstrukturen unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Betonverhaltens ermöglicht. Entgegen den meisten kommerziellen Programmen ist die Berechnung nicht auf lineares Kriechen limitiert, es kann die Analyse nichtlinearen Kriechens erfolgen. Das ist die wesentliche Voraussetzung für die Anwendung der rheologischen Kriechmodelle.

Das Programm basiert auf der Kontinuumsmechanik. Risse im Stahlbeton werden folglich als „verschmiert“ betrachtet. Für die Berechnung der Balkenelemente wird die Theorie von BERNOLLI vorausgesetzt, d.h. die Schubverformungen werden vernachlässigt und die Querschnitte bleiben eben. Weitere Annahmen sind: starrer Verbund, wölb- und torsionsfreie Querschnitte sowie die Vernachlässigung der Trägheitskräfte.

Im Folgenden werden die wesentlichen allgemeinen Grundlagen der FEM und die Besonderheiten der eigenen Implementierung dargestellt.

6.1.1 Grundlagen des FEM Modells

Variationsprinzip und allgemeine FEM

Die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen und basiert auf Variationsprinzipien. Die Grundlagen der FEM sind ausführlich in [6, 25, 150] beschrieben und werden im Folgendem kurz dargestellt. Das *Prinzip des Minimums des Gesamtpotentials* bedeutet, dass ein System im Gleichgewicht ist, wenn dessen Potential einen Minimalwert annimmt. Dieses Gesamtpotential Π ergibt sich in Abhängigkeit des Vektors der Verformungen \mathbf{U} aus der Verzerrungsenergie W_i des Systems und dem Potential der äußeren Lasten Π_a , bzw. der äußeren Arbeit W_a ,

$$\Pi(\mathbf{U}) = W_i(\mathbf{U}) + \Pi_a(\mathbf{U}) = W_i(\mathbf{U}) - W_a(\mathbf{U}). \quad (6.1)$$

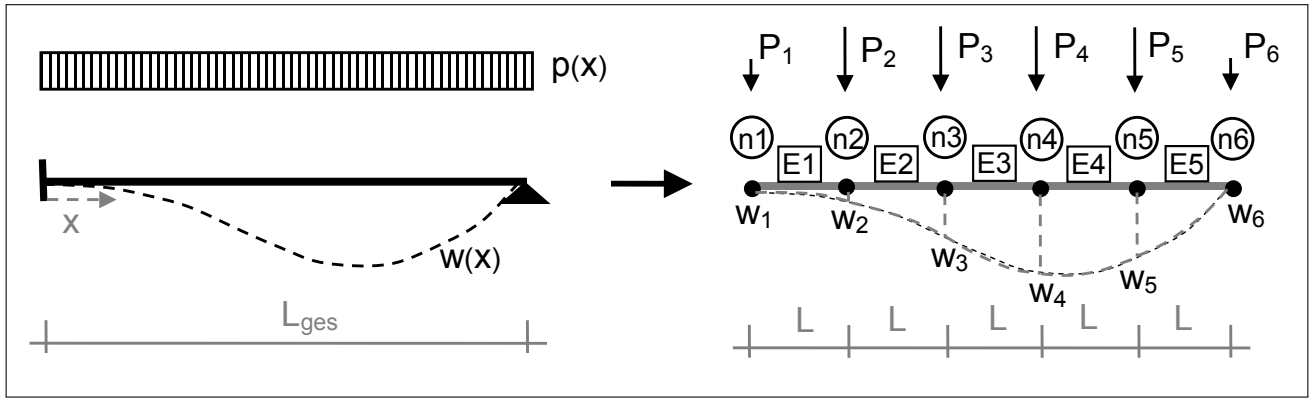


Abb. 6.1: Diskretisierung der Struktur in finite Elemente E und Knoten n , elementweise Approximation der Verformung w

Ein Extremalwert liegt vor, wenn

$$\delta\Pi(\mathbf{U}) = 0. \quad (6.2)$$

Das Verformungsverhalten der Gesamtstruktur \mathbf{U} kann aufgrund der Komplexität nicht mit ganzheitlichen analytischen Funktionen beschrieben werden, daher wird das System in eine endliche Anzahl von Teilelementen diskretisiert, Abb. 6.1. Für ein Element wird Gl. (6.2) zu

$$\delta\Pi^E(\mathbf{u}) = - \int_V \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \delta\mathbf{u}^T \mathbf{p} dV + RT = 0, \quad (6.3)$$

mit den Elementverformungen \mathbf{u} , dem Volumen V , den Verzerrungs- und Spannungsmatrizen $\boldsymbol{\varepsilon}$ und $\boldsymbol{\sigma}$, der Elementbelastung \mathbf{p} sowie den Randtermen RT . Das Verformungsverhalten eines Elements wird mit Formfunktionen $\boldsymbol{\Omega}$ in Abhängigkeit der Knotenfreiheitsgrade des Elements \mathbf{v} approximiert

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v}. \quad (6.4)$$

Unter Anwendung der kinematischen Beziehungen ergeben sich aus den Knotenfreiheitsgraden \mathbf{v} die inneren Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{u} = \mathbf{D}_k \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (6.5)$$

mit dem Differentialoperator \mathbf{D}_k . Die Differentiation der Formfunktionen wird in der \mathbf{B} -Matrix zusammengefasst. Die Spannungen resultieren aus der Anwendung des Materialgesetzes

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (6.6)$$

mit dem Elastizitätsmodul \mathbf{E} . Werden Gl. (6.4) - (6.6) in Gl. (6.3) eingesetzt und die Randterme vernachlässigt, führt dies zu

$$-\delta\mathbf{v}^T \left[\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \mathbf{v} - \int_V \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{p} dV \right] = 0. \quad (6.7)$$

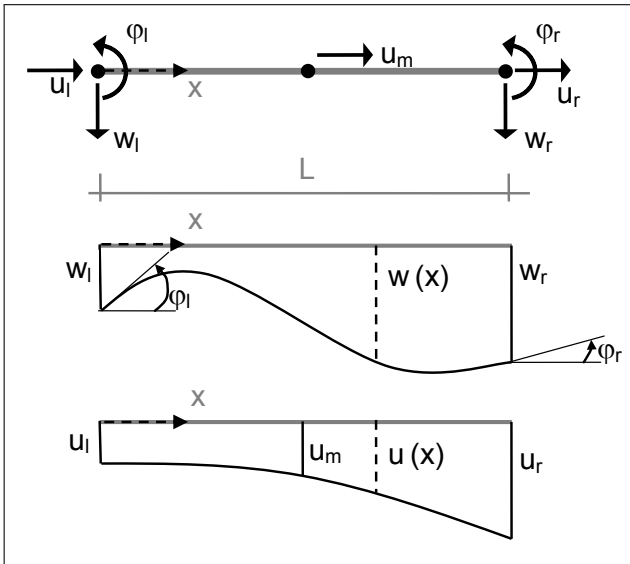


Abb. 6.2: Balkenelement mit sieben Freiheitsgraden, Verlauf von u und w

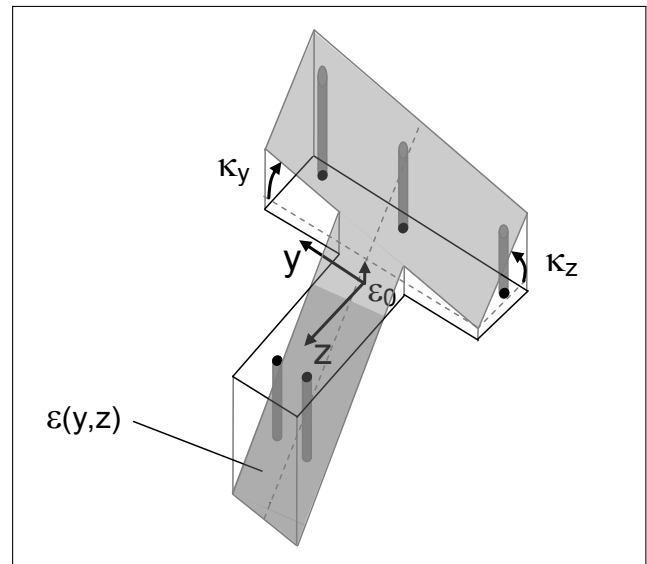


Abb. 6.3: Dehnungsebene bei zweiachsiger Biegung

Weiterhin werden die Steifigkeitsmatrix \mathbf{k} und der Vektor der äußeren Kräfte \mathbf{q} eines Elements mit

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \quad (6.8)$$

und

$$\mathbf{q} = \int_V \mathbf{\Omega}^T \mathbf{p} dV \quad (6.9)$$

definiert. Dies führt zum Elementgleichgewicht in diskreter Form

$$\mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{q}. \quad (6.10)$$

Entsprechend der Beziehungen zwischen lokalen und globalen Freiheitsgraden werden die Steifigkeitsmatrizen und die Vektoren der äußeren Kräfte der einzelnen Elemente zur Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} und zum Lastvektor der äußeren Kräfte \mathbf{P}_{ext} des Gesamtsystems zusammengesetzt. Die Lösung des globalen Systems wird analog zu Gl. (6.10) mit

$$\mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{P}_{int} = \mathbf{P}_{ext} \quad (6.11)$$

erzielt. Der Vektor der inneren Kräfte \mathbf{P}_{int} ist gleich dem Vektor der äußeren Kräfte \mathbf{P}_{ext} , so dass ein Gleichgewichtszustand vorliegt.

Elemente und Ansatzfunktionen

In dieser Arbeit wird ein Balkenelement mit sieben Freiheitsgraden [25] verwendet, Abb. 6.2. Die Durchbiegung w wird mit HERMIT'schen Ansatzfunktionen $\mathbf{N}_w(x)$ - gleichbedeutend mit einem kubischen Polynom - approximiert. Der Verlauf von w in einem Element wird beschrieben

durch

$$w^E(x) = \mathbf{N}_w(x) \mathbf{v}_w = N_{w1}(x) w_l + N_{w2}(x) \varphi_l + N_{w3}(x) w_r + N_{w4}(x) \varphi_r, \quad (6.12)$$

mit

$$\begin{aligned} N_{w1}(x) &= 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}; & N_{w2}(x) &= x - 2\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_{w3}(x) &= 3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3}; & N_{w4}(x) &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Die Freiheitsgrade w_l und w_r sowie φ_l und φ_r sind die Verschiebungen bzw. die Verdrehungen in den Elementknoten. Die Längsverschiebung u wird mit quadratischen Formfunktionen $\mathbf{N}_u(x)$ beschrieben. Diese sind besonders zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Analyse des Tragverhaltens geeignet, da ein linear veränderlicher Dehnungsverlauf über das Element dargestellt werden kann. Die Längsverschiebung im Element wird zu

$$u(x) = \mathbf{N}_u(x) \mathbf{v}_u = N_{u1}(x) u_l + N_{u2}(x) u_m + N_{u3}(x) u_r, \quad (6.14)$$

mit

$$N_{u1}(x) = 1 - 3\frac{x}{L} + 2\frac{x^2}{L^2}; \quad N_{u2}(x) = 4\frac{x}{L} + 4\frac{x^2}{L^2}; \quad N_{u3}(x) = -\frac{x}{L} + 2\frac{x^2}{L^2}. \quad (6.15)$$

Hierin sind u_l , u_m und u_r die Verschiebungsfreiheitsgrade in Längsrichtung.

Verträglichkeitsbeziehungen am Querschnitt und Element

Die Kinematik des ebenen Balkens ist bestimmt durch die Dehnung im Schwerpunkt ε_0 und die Krümmung κ . Diese ergibt sich aus der Differentiation der Formfunktion, ausgedrückt über die **B**-Matrix:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0(x) \\ \kappa(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x & 0 \\ 0 & -d_x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{B} \mathbf{v} \quad (6.16)$$

mit

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} N'_{u1}(x) & 0 & 0 & N'_{u2}(x) & N'_{u3}(x) & 0 & 0 \\ 0 & -N''_{w1}(x) & -N''_{w2}(x) & 0 & 0 & -N''_{w3}(x) & -N''_{w4}(x) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

und

$$\mathbf{v} = \left[u_l \quad w_l \quad \varphi_l \quad u_m \quad u_r \quad w_r \quad \varphi_r \right]^T. \quad (6.18)$$

Für zweiachsige Biegung wird die Krümmung in die jeweilige Achsenrichtung unterschieden. Aus κ und ε_0 kann unter Annahme des Ebenbleibens des Querschnitts, Abb. 6.3, an jeder Stelle des Querschnitts die Dehnung ε aus den Querschnittskordinaten y und z berechnet

werden

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \kappa_y z \quad , \quad \text{bzw.} \quad \varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 + \kappa_y z + \kappa_z y. \quad (6.19)$$

Materialgesetz

Aus der Dehnung ε sowie internen Variablen $\boldsymbol{\alpha}_{int}$, die nichtlineares Materialverhalten charakterisieren, ergibt sich die Spannung σ

$$\sigma = f(\varepsilon, \boldsymbol{\alpha}_{int}). \quad (6.20)$$

Die internen Variablen sind im Allgemeinen vom Belastungspfad sowie vom Dehnungsverlauf abhängig. Es handelt sich hierbei beispielsweise um den Schädigungsindex D_c oder die maximale erreichte Spannung $\alpha_{c,cr}$ des Betons.

Im Rahmen dieser Arbeit werden für die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Druckbereich und das konstante *tension-stiffening* im Zugbereich des Betons die Formulierungen nach MC10 [39] verwendet. Weiterhin kommen die Erweiterungen dieser Materialgesetze auf Schädigungssimulationen von PÖLLING [111] und HÄUSSLER-COMBE [68] zum Einsatz.

Diskretisierung des Querschnitts

Die Dehn- und Biegesteifigkeit des Balkenquerschnitts ergeben sich aus der Integration über die Querschnittsfläche

$$EA = \int_A E(y, z) dA, \quad EI_y = \int_A E(y, z) z^2 dA \quad \text{und} \quad EI_z = \int_A E(y, z) y^2 dA, \quad (6.21)$$

und die Schnittgrößen werden durch die Integration der Spannungen über den Querschnitt bestimmt

$$N = \int_A \sigma(y, z) dA, \quad M_y = \int_A \sigma(y, z) z dA \quad \text{und} \quad M_z = \int_A \sigma(y, z) y dA. \quad (6.22)$$

Im Rahmen dieser Implementation werden die Integrationen ersetzt, indem der Querschnitt in Schichten (einachsige Biegung) und Fasern (zweiachsige Biegung) diskretisiert wird, Abb. 6.4. Die Integrale werden in Summen über alle D Schichten bzw. Fasern überführt. Für jede Schicht/Faser kann eine konstante Steifigkeit sowie ein annähernd linearer Spannungsverlauf angenommen werden, womit Gl. (6.21) und (6.22) durch

$$EA = \sum_{j=1}^D E_j A_j, \quad EI_y = \sum_{j=1}^D E_j A_j z_j^2 \quad \text{und} \quad EI_z = \sum_{j=1}^D E_j A_j y_j^2 \quad (6.23)$$

und

$$N = \sum_{j=1}^D \bar{\sigma}_j A_j, \quad M_y = \sum_{j=1}^D N_j z_j \quad \text{und} \quad M_z = \sum_{j=1}^D N_j y_j. \quad (6.24)$$

ersetzt werden.

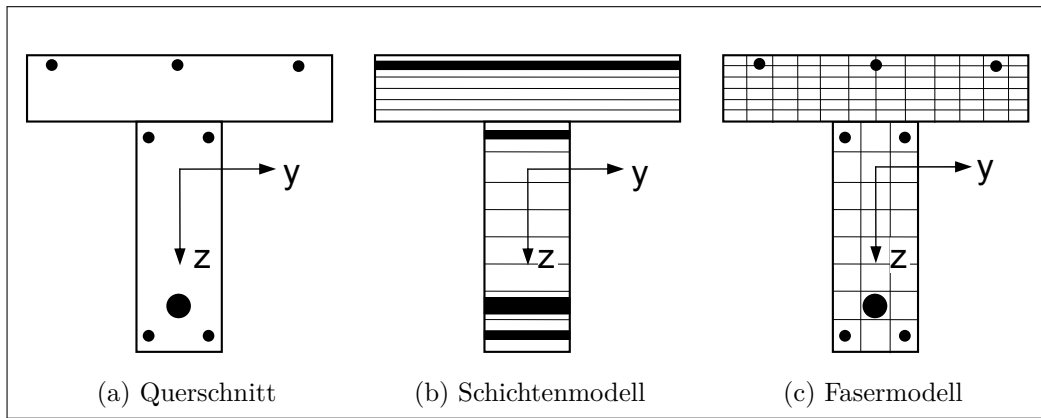


Abb. 6.4: Diskretisierung des Querschnitts in Schichten und Fasern

Für jede Schicht/Faser kann ein unterschiedliches Materialmodell angesetzt werden, so dass die Analyse beliebiger Verbundquerschnitte ermöglicht wird.

Aus den Schnittgrößen setzt sich der Vektor der inneren Kräfte zusammen

$$\mathbf{p}_{int} = [N^l, Q^l, M^l, N^m, N^r, Q^r, M^r]^T. \quad (6.25)$$

Aufstellen der Steifigkeitsmatrizen

Die Steifigkeitsmatrix eines Elements wird nach Gl. (6.8) bestimmt. Für Balkenelemente wird das Integral über das Volumen V mit einem Integral über die Elementlänge L ersetzt [25]. Diese Integration wird für die Durchbiegung w

$$\mathbf{k}_w = \int_0^L EI(x) \mathbf{N}_w''^T(x) \mathbf{N}_w''(x) dx, \quad (6.26)$$

und die Längsverschiebung u

$$\mathbf{k}_u = \int_0^L EA(x) \mathbf{N}_u'^T(x) \mathbf{N}_u'(x) dx \quad (6.27)$$

separat durchgeführt.

Falls $EA = konst.$ und $EI = konst.$, können EA und EI vor das Integral geschrieben werden, so dass eine genaue Lösung der Steifigkeitsmatrix ermöglicht wird. Sind diese, beispielsweise infolge von Rissbildung, über das Element veränderlich, können Gl. (6.26) und (6.27) nur numerisch gelöst werden, da für den Steifigkeitsverlauf $EA(x)$ und $EI(x)$ keine analytische Beschreibung möglich ist. Die GAUSS-LEGENDRE-Quadratur wird dafür angewandt.

Erweiterung auf physikalische und geometrische Nichtlinearität

Infolge physikalischer Nichtlinearität ist der Tangentenmodul E des Materials abhängig vom aktuellen Verformungszustand. Weiterhin wird unter Berücksichtigung der geometrisch nichtlinearen Kinematik des Balkens die Schwerpunktdehnung unter Annahme kleiner Verdrehungen

zu

$$\varepsilon_0(x) = \mathbf{N}'_u(x) \mathbf{v}_u + \frac{1}{2} (\mathbf{N}'_w(x) \mathbf{v}_w)^2. \quad (6.28)$$

Infolge der Verdrehung des Elements tritt eine Zunahme der Längsdehnung auf.

Wird Gl. (6.28) in das Potential nach Gl. (6.3) eingesetzt, führt dies zu einer nichtlinearen Gleichung. Um diese zu lösen, ist eine Linearisierung erforderlich, so dass die Steifigkeitsmatrix \mathbf{k} bzw. \mathbf{K} nicht mehr konstant, sondern vom aktuellen Verformungszustand \mathbf{u} bzw. \mathbf{U} abhängig ist

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{u}) \quad \text{und} \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{U}). \quad (6.29)$$

Daraus folgt, dass das Verformungsverhalten nur inkrementell beschrieben werden kann

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \overset{\dagger}{\mathbf{u}} \quad \text{und} \quad \mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} + \overset{\dagger}{\mathbf{U}}. \quad (6.30)$$

In dieser Gleichung sind $\bar{\mathbf{u}}$ die Verformung des Grundzustandes und $\overset{\dagger}{\mathbf{u}}$ das Verformungskrement. Aus Gl. (6.30) ergibt sich, dass die Dehnungen und Spannungen ebenfalls inkrementell berechnet werden. Weiterhin muss die Steifigkeitsmatrix \mathbf{k} durch die tangentielle Steifigkeitsmatrix \mathbf{k}_T ersetzt werden, die aus vier Anteilen zusammengesetzt ist

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_l + \mathbf{k}_{ul} + \mathbf{k}_{unl} + \mathbf{k}_\sigma. \quad (6.31)$$

Darin ist \mathbf{k}_l die elastische Steifigkeitsmatrix nach Gl. (6.26) und (6.27), in welcher der Elastizitätsmodul \mathbf{E} mit dem aktuellen Tangentenmodul \mathbf{E}_{tan} ersetzt wird. Die weiteren Matrizen sind die lineare \mathbf{k}_{ul} und quadratische \mathbf{k}_{unl} Anfangsverformungsmatrix sowie die Anfangsspannungsmatrix \mathbf{k}_σ , die den Einfluss der geometrisch nichtlinearen Kinematik auf die Systemsteifigkeit berücksichtigen. Zusätzlich ist der Vektor der inneren Knotenkräfte aus Gl. (6.25) entsprechend des nichtlinearen Verformungsverhaltens zu modifizieren. Für weitere Angaben wird auf [6, 150] verwiesen.

Die Konsequenz aus der Verformungsabhängigkeit der Steifigkeitsmatrix ist eine ausschließlich iterative Lösung der Gl. (6.11). Aus der Gleichgewichtsbedingung am Gesamtsystem $\mathbf{P}_{int} = \mathbf{P}_{ext}$ wird das Inkrement der unbekannt globalen Weggrößen bestimmt

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{U}})^{-1} (\mathbf{P}_{ext} - \mathbf{P}_{int}). \quad (6.32)$$

Für nichtlineare Analysen sind im Allgemeinen mehrere Iterationsschritte notwendig, bis ein Gleichgewichtszustand $\mathbf{P}_{int} - \mathbf{P}_{ext} = \mathbf{R} \approx \mathbf{0}$ vorliegt. Nach jedem Iterationsschritt f wird gemäß dem NEWTON-RAPHSON-Verfahren die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_T entsprechend dem aktuellen Tangentenmodul und der aktuellen Verformung angepasst und das neue Verformungskrement $\Delta \mathbf{U}^f$ für die Residualkräfte \mathbf{R} ermittelt. Die Lösung liegt vor, wenn das Konvergenzkriterium

$|\mathbf{R}|/|\mathbf{P}_{ext}| \leq a$ erreicht ist. Die Gesamtverformungen nach F Iterationsschritten werden zu

$$\mathbf{U} = \sum_{f=1}^F \Delta \mathbf{U}^f, \text{ mit } f = 1, \dots, F. \quad (6.33)$$

6.1.2 Berücksichtigung des Langzeittragverhaltens

Basierend auf der BERNOULLI-Hypothese wird mit Gl. (6.19) die Gesamtdehnung ε_{tot} des Querschnitts ermittelt. Bei Berücksichtigung des Kurz- und Langzeitverhaltens des Betons kann diese Gesamtdehnung in folgende Komponenten zerlegt werden [28]:

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,pl} + \varepsilon_{c,da} + \varepsilon_{c,cr} + \varepsilon_{c,sh} + \varepsilon_{c,hyd} + \varepsilon_{c,T}. \quad (6.34)$$

Darin sind $\varepsilon_{c,el}$ die elastische Dehnung, $\varepsilon_{c,pl}$ die plastische Dehnung und $\varepsilon_{c,da}$ die Schädigungsdehnung des Kurzzeitmaterialgesetzes, $\varepsilon_{c,cr}$ die Kriechdehnung, $\varepsilon_{c,sh}$ die Schwinddehnung, $\varepsilon_{c,hyd}$ die Hydratationsdehnung infolge Nacherhärtung des Betons im belasteten Zustand und $\varepsilon_{c,T}$ ist die Dehnung infolge Temperatur. Die Spannung des Betons ergibt sich nur aus der Dehnung des Kurzzeitmaterialverhaltens $\varepsilon_{c,i}$ [37]

$$\sigma_c = f(\varepsilon_{c,i}) = f(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,pl} + \varepsilon_{c,da}) = f(\varepsilon_{c,tot} - \varepsilon_{c,cr} - \varepsilon_{c,sh} - \varepsilon_{c,hyd} - \varepsilon_{c,T}). \quad (6.35)$$

Die Dehnungen aus dem Langzeitverhalten sind spannungsfrei und werden folglich - analog einer Vordehnung - von der Gesamtdehnung abgezogen.

Durch die Verwendung des Schichten- bzw. Fasermodells können beliebig nichtlinear über den Querschnitt verteilte Vordehnungen berücksichtigt werden. Dies ermöglicht unter anderem die Simulation des nichtlinearen Kriechens.

Die Kriechmodelle erfordern teilweise spezielle Ansätze zur Beschreibung des Kurzzeitverhaltens des Betons. Für die Nachgiebigkeitsfunktionen der Kriechmodelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 wird linear-elastisches Kurzzeitmaterialverhalten im Druckbereich sowie im Zugbereich bis zur Zugfestigkeit vorausgesetzt, so dass keine plastischen Dehnungen oder Schädigungsdehnungen auftreten. Das Modell BOCKHOLD basiert auf dem Materialmodell von PÖLLING [111] für Kurzzeitbelastung. Dieses entspricht für einachsiale Beanspruchung der bekannten Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Model Code 10. Modell HEIDOLF verwendet das Kurzzeitmaterialgesetz von HÄUSSLER-COMBE [68], dessen Parameter so angepasst werden, dass das Modell der Betonkennlinie des MC10 entspricht.

Einfluss der Nacherhärtung

Infolge der Nacherhärtung des Betons nimmt die Steifigkeit $E_c(t)$ zu. Dies muss in der Berechnung der elastischen Dehnung bei zeitlich veränderlichen Spannungen berücksichtigt werden und führt zu einer inkrementellen Formulierung des Materialgesetzes. Nach GILBERT [58] kann für ein linear-elastisches Materialverhalten die Dehnung zum aktuellen Zeitpunkt t_k per Inte-

gration bzw. Summation über die N vorangegangenen Zeitintervalle ermittelt werden

$$\varepsilon_{c,el}(t_k) + \varepsilon_{c,hyd}(t_k) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)}. \quad (6.36)$$

Hierin ist $\Delta\sigma_c(t_i)$ die Spannungsdifferenz im Zeitintervall i

$$\Delta\sigma_c(t_i) = \sigma_c(t_i) - \sigma_c(t_{i-1}). \quad (6.37)$$

Für $i = N$ entspricht die Spannung $\sigma_c(t_i)$ der Spannung zum aktuellen Zeitpunkt t_k . Durch Umstellen der Gleichung nach $\sigma_c(t_i)$, mit $i = N$ für t_k , kann in Abhängigkeit der gesamten Spannungsgeschichte die Spannung aus der aktuellen Dehnung ermittelt werden.

Die aktuelle elastische Dehnung wird anschließend aus der Steifigkeit zum Zeitpunkt t_k , $E_c(t_k)$, sowie der aktuellen Spannung $\sigma_c(t_k)$ berechnet

$$\varepsilon_{c,el} = \frac{\sigma_c(t_k)}{E_c(t_k)}, \quad (6.38)$$

woraus sich im Umkehrschluss die Hydratationsdehnung $\varepsilon_{c,hyd}(t_k)$ aus der Differenz

$$\varepsilon_{c,hyd}(t_k) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)} - \frac{\sigma_c(t_k)}{E_c(t_k)} \quad (6.39)$$

ergibt.

Das Modell BOCKHOLD berücksichtigt die Nacherhärtung des Betons über eine Ratenformulierung der Feder, indem die Tangentensteifigkeit der Kriechfeder neben der Dehnung auch von der Zeit abhängig ist. Das Modell HEIDOLF beachtet den zeitlichen Zuwachs an Steifigkeit durch zusätzliche Federn i , deren Steifigkeit E_c^i der Differenz des Elastizitätsmoduls zweier Zeitpunkte t_i und t_{i-1} entsprechen [70]

$$E_c^i = E_c(t_i) - E_c(t_{i-1}). \quad (6.40)$$

Da diese Federn im belasteten Zustand eingebaut werden, wird jeder Feder i die aktuelle elastische Dehnung als Vordehnung zugewiesen und so automatisch der Effekt der Nacherhärtung im belasteten Zustand berücksichtigt.

Ermittlung der Kriechdehnung

Bei der Ermittlung der Kriechdehnungen wird zwischen Nachgiebigkeitsfunktionen und rheologischen Kriechmodellen unterschieden. Für die Nachgiebigkeitsfunktionen ist eine Integration der Spannungen über die Zeit notwendig. Hierfür wird in dieser Arbeit die Zeitintegration nach DIENER, Gl. (2.88), verwendet, die auch eine Anwendung auf nichtlineares Kriechen ermöglicht. Die Kriechdehnung des aktuellen Zeitschritts ergibt sich in Abhängigkeit des gesamten vorangegangenen Spannungsverlaufs. Für lineares Kriechen werden dieselben Resultate wie nach dem Superpositionsprinzip von BOLTZMANN, Gl. (2.21), erzielt.

Die rheologischen Modelle ermitteln die Kriechdehnung des aktuellen Zeitinkrements in Abhängigkeit von der Spannung sowie der Kriechdehnung und der Kriechrate des vorangegangenen Zeitschritts. Eine Integration über die gesamte Belastungszeit ist nicht notwendig. Für die Modelle BOCKHOLD und HEIDOLF ist die Vorgehensweise in Abschnitt 2.2.3.7 beschrieben.

Das Kriechen unter Zugbeanspruchung wird für alle Modelle als visko-elastisch betrachtet. Treten Risse im Beton auf, wird zusätzlich das Verbundkriechen durch eine zeitabhängige Reduktion des Mitwirkens des Betons zwischen den Rissen nach Gl. (2.114) berücksichtigt. Infolge der zeitabhängigen Umlagerung der Spannungen verschiebt sich die Nulllinie des Querschnitts. Daher kann unter anderem die Dehnung im Zugbereich eines Querschnitts reduziert werden, z.B. eine Minderung der Dehnung auf einen Wert unterhalb der Rissdehnung des Betons. Dies kann dazu führen, dass bereits gerissene Bereiche rechnerisch erneut Zugspannungen übertragen könnten. Um dies zu verhindern, wird die Schädigung infolge Rissbildung in der Schädigungsvariablen des Betons $D_{c,t}$ gespeichert [111]. Damit wird zeitübergreifend dokumentiert, ob es sich um einen bereits gerissenen oder noch ungerissenen Beton handelt.

6.2 Einfluss des Kriechens auf das globale Tragverhalten

6.2.1 Spannbetonbrücke mit nachträglichem Verbund

Am Beispiel einer Spannbetonbrücke mit nachträglichem Verbund wird die Auswirkung der unterschiedlichen Modellqualitäten bzw. Prognoseunsicherheiten der Kriechmodelle auf das Tragverhalten verdeutlicht. In der Auswertung wird auf den Spannkraftverlust infolge Kriechens sowie die Endverschiebung respektive Verkürzung des Überbaus Bezug genommen. Zunächst wird die Kriechprognose der Modelle MC10, ACI209, B3 und GL2000 ohne die Verwendung von Versuchsdaten untersucht und im darauf folgenden Abschnitt werden aus Versuchsdaten identifizierte Kriechparameter verwendet.

Die Geometrie, Vorspannung und Belastung der Brücke ist in Anlehnung an [74] gewählt und in Abb. 6.5 dargestellt. Das Eigengewicht der Brücke beträgt $g = 166 \text{ kN/m}$ bei einer Nutzlast von $p = 20 \text{ kN/m}$. Für die Berechnung des Langzeitverhaltens wird nur der quasi-ständige Anteil der Nutzlast, 40 % von p , angesetzt. Die zehn parabolisch verlaufenden Spannglieder aus Spannstahl Y1770C werden mit einer Kraft von jeweils $P = 1606 \text{ kN}$ vorgespannt.

Für die zeitabhängige Berechnung wird nur der Einfluss des Kriechens betrachtet. Weitere Phänomene, die sich ebenfalls auf den Verlust der Vorspannkraft oder die zeitvariante Brückenverkürzung auswirken, wie beispielsweise Reibungsverluste beim Vorspannen, das Schwinden des Betons oder die Relaxation des Spannstahls, werden vernachlässigt. Für die Berechnung der zeitabhängigen Zunahme der Steifigkeit und Festigkeit des Betons werden die Ansätze nach MC10, Gl. (2.1) und (2.5), verwendet.

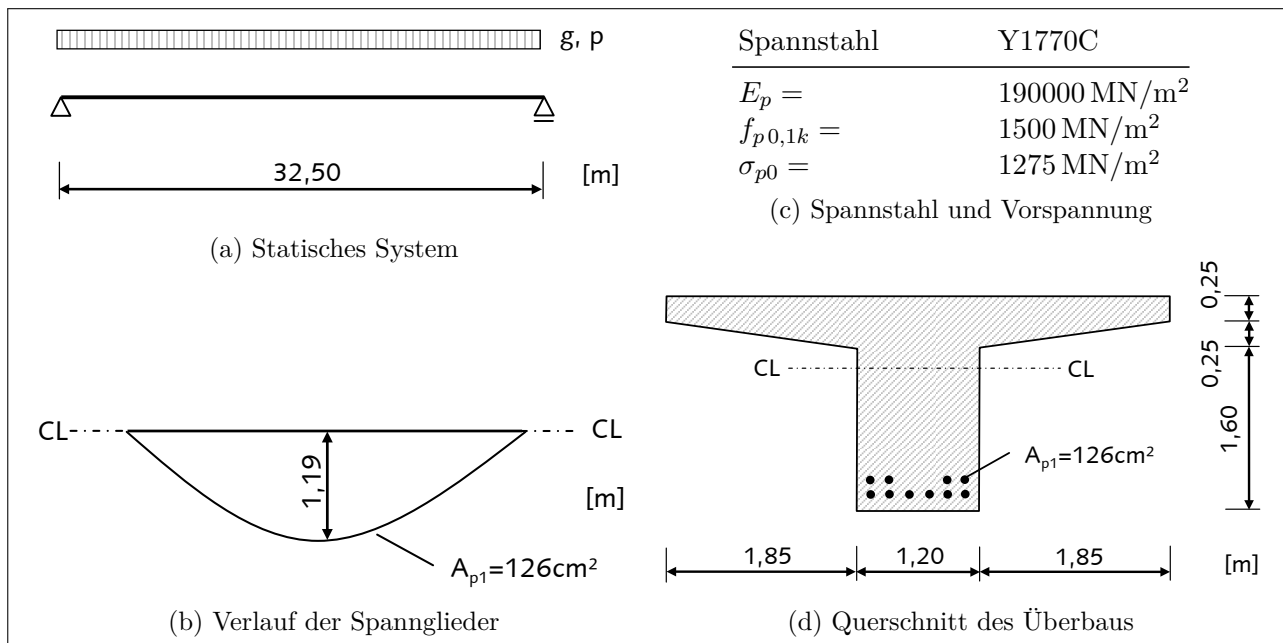


Abb. 6.5: Brückengeometrie und Vorspannung

6.2.1.1 Kriechprognose ohne Verwendung von Versuchsdaten

Die Berechnung der Brücke erfolgt für einen Beton C30/37 mit der bereits in Tab. 5.1 aufgeführten Betonzusammensetzung. Die in dieser Tabelle enthaltenen stochastischen Eingangsparameter werden mit den in Tab. 5.2 angegebenen Modellunsicherheiten kombiniert. Die Parameterkorrelation wird berücksichtigt.

Die Austrocknung des Betons beginnt nach $t_d = 3$ d, die Vorspannung und das Eigengewicht wird nach $t_0 = 5$ d aktiviert. Bei einem Betonalter von $t = 150$ d wird die Belastung um den quasi-ständigen Anteil der Nutzlast erhöht.

Die Mittelwerte und Variationskoeffizienten der stochastischen Analyse sind aus den Abb. 6.6–6.9 ersichtlich. Zunächst werden die Unterschiede in den einzelnen Modellprognosen deutlich. Zwischen dem geringsten Vorspannverlust $\Delta P = 68$ kN, prognostiziert mit dem Modell MC10, und dem größten Vorspannverlust $\Delta P = 120$ kN, errechnet mit den Modellen B3 und GL2000, bestehen erhebliche Differenzen, womit die Bedeutung der Wahl des geeignetsten Modells herausgestellt wird.

Die Modelle B3 und GL2000 zeigen entgegen MC10 und ACI209 eine stete Reduktion der Vorspannkraft, die auf die Definition der Kriechnachgiebigkeit der Modelle ohne Endkriechzahl zurückzuführen ist. Zum Zeitpunkt $t = 150$ d nimmt für alle Modelle die Zugkraft im Spannglied geringfügig zu, da sich infolge der Lasterhöhung zusätzliche Zugkräfte im Spannstahl ergeben. Der Verlauf der Endverschiebung u entspricht qualitativ dem Verlauf des Spannkraftverlusts, da beide durch die zeitliche Entwicklung des Kriechens maßgeblich beeinflusst werden. Der Sprung nach $t = 150$ d ist im Verlauf der Endverschiebung nicht zu erkennen, da durch die zusätzliche Biegebelastung der quasi-ständigen Nutzlast keine Verkürzung der Brücke eintritt. Die Unsicherheit des Spannkraftverlusts wird aufgrund von Umlagerungseffekten am Querschnitt zeitabhängig reduziert. Dieses Verhalten kann wie folgt erklärt werden: Ergibt sich

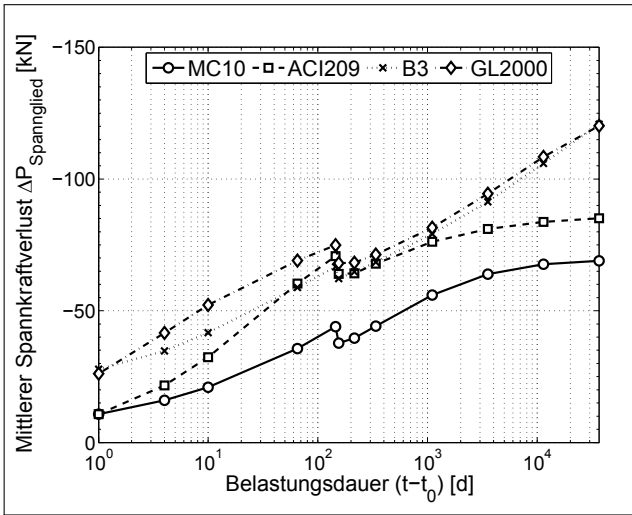


Abb. 6.6: Mittelwert des Spannkraftverlusts ΔP pro Spannglied

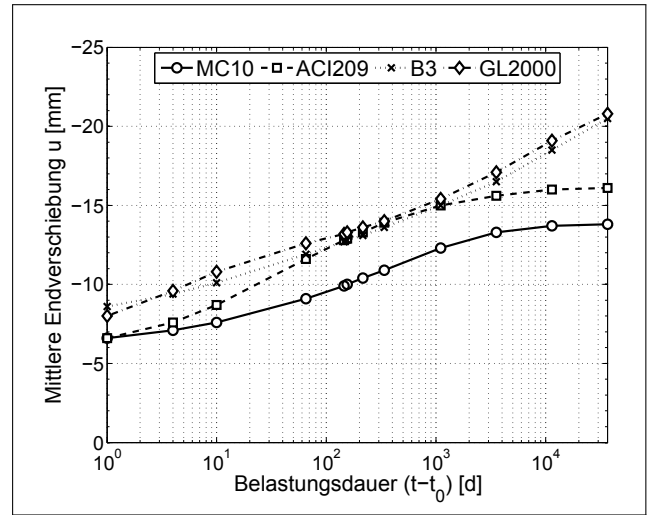


Abb. 6.7: Mittelwert der Endverschiebung u

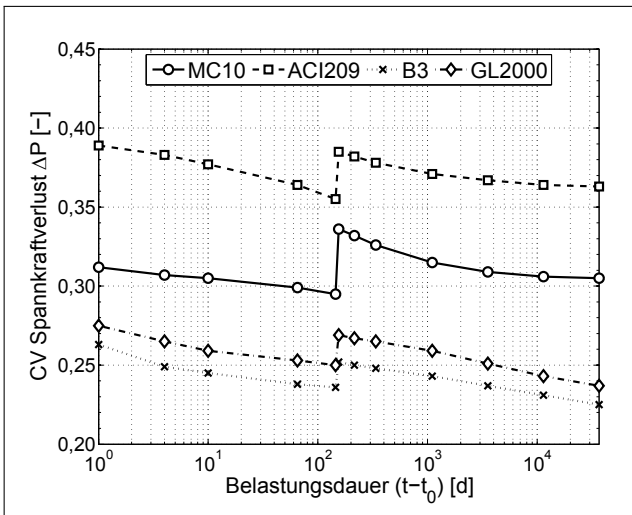


Abb. 6.8: Unsicherheit des Spannkraftverlusts ΔP

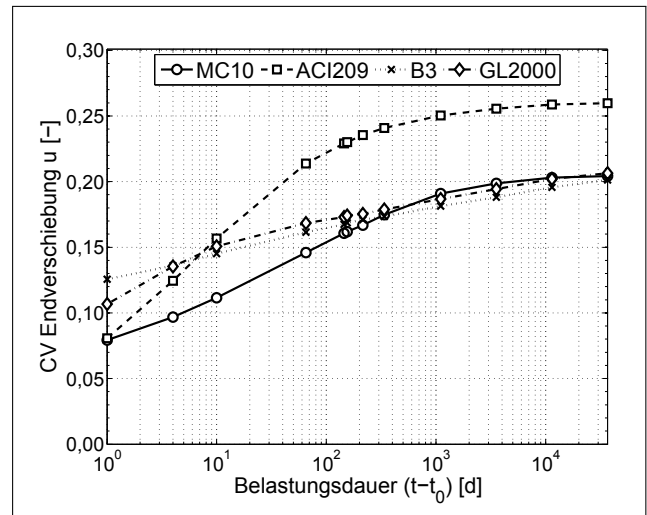


Abb. 6.9: Unsicherheit der Endverschiebung u

infolge der stochastischen Parameter eine hohe Kriechnachgiebigkeit, wird die Betonspannung dementsprechend stark zeitabhängig reduziert, so dass die Kriechdeformationen in der Folgezeit weniger stark zunehmen. Dadurch werden große Unterschiede im Kriechmaß unter konstanter Spannung durch die Umlagerung reduziert. Dennoch ist die Auswirkung der Kriechunsicherheit groß - bis zu $CV_{\Delta P} = 0,36$ für das Modell ACI209. Die Prognose des Modells B3 enthält die geringsten Streuungen, dicht gefolgt vom Modell GL2000. Eine geringe Unsicherheit entspricht einer hohen Qualität eines Modells, demzufolge ist das Modell B3 qualitativ am hochwertigsten. Es folgen die Modelle GL2000, MC10 und ACI209. Die Zunahme der Unsicherheit zum Zeitpunkt $t = 150$ d ergibt sich aus der streuenden Kriechnachgiebigkeit des Materials bis zu diesem Zeitpunkt. Diese wirkt sich bedingt durch Umlagerungseffekte weiterhin stark auf die Erhöhung der Zugkraft im Spannstahl infolge der zusätzlichen Belastung aus der Nutzlast auf. Die Abschätzung der Unsicherheit und Modellqualität für die vorliegenden Rahmenbedingungen ist in Tab. 6.1 dokumentiert. Diese Ergebnisse weichen geringfügig von Tab. 5.6 des letzten

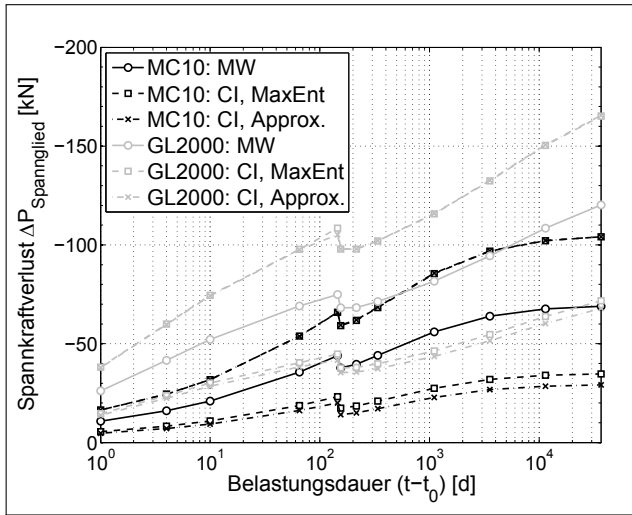


Abb. 6.10: 90 %-CI des Spannkraftverlusts ΔP , MC10 und GL2000

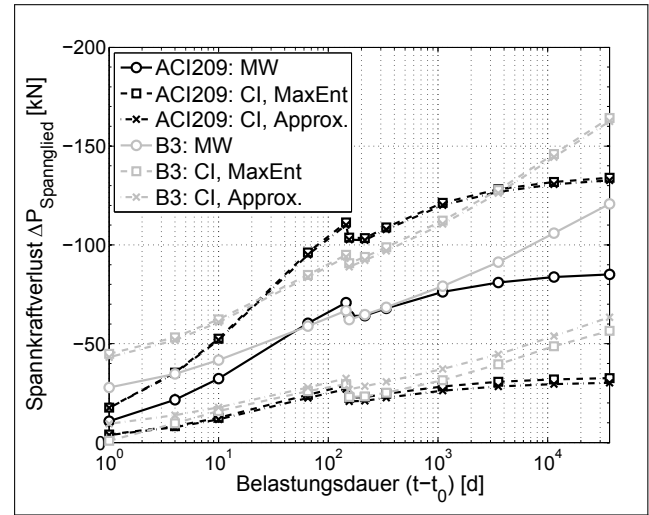


Abb. 6.11: 90 %-CI des Spannkraftverlusts ΔP , ACI209 und B3

Kapitels ab, da das V/S -Verhältnis und das Betonalter bei Belastungs- t_0 und Trocknungsbeginn t_d modifiziert sind. Die Resultate belegen, dass mit der Abschätzung der Modellqualität das geeignetste Modell für das Gesamttragssystem gefunden wird. Die hohe Qualität des Modells B3 führt zur geringsten Streuung des Spannkraftverlusts der Brücke.

Wird die Endverschiebung u betrachtet, kann neben den Modellen B3 und GL2000 auch das Modell MC10 relativ sichere Prognosen erzielen. Diese zum Spannkraftverlust widersprüchliche Beobachtung lässt sich damit erklären, dass dieses Modell sehr geringe Kriechverformungen prognostiziert und demnach die elastische Verkürzung der Brücke zum Zeitpunkt $t = t_0$ infolge Vorspanns, in diesem Beispiel als deterministisch betrachtet, einen größeren Anteil an der gesamten Längenänderung hat. Damit reduziert sich im Vergleich zu den anderen Modellen der Variationskoeffizient der Endverschiebung. Bei einem hypothetischen Vergleich der Endverschiebung u einzig als Konsequenz des Kriechens, ohne die elastische Verkürzung des Vorspanns, würden zum Spannkraftverlust analoge Ergebnisse erzielt.

In der folgenden Untersuchung wird verdeutlicht, dass durch die Approximation der Gesamtunsicherheit der Kriechprognose eine Unsicherheitsanalyse der Tragstruktur durch einfache deterministische Berechnungen ersetzt werden kann. Es wird die im Abschnitt 4.4 beschriebene, vereinfachte Bestimmung der Quantilwerte des Kriechmaßes verwendet. Das deterministisch ermittelte Kriechmaß wird um den Faktor $\Psi_{tot,cr}$ erhöht bzw. reduziert. Dabei ergibt sich $\Psi_{tot,cr}$ für ein 90 %-CI zu

$$\Psi_{tot,cr,F_{0,05}} = 1 - 1,64 \times \hat{C}\hat{V}_{tot,cr,\bar{t}} \quad \text{und} \quad \Psi_{tot,cr,F_{0,95}} = 1 + 1,64 \times \hat{C}\hat{V}_{tot,cr,\bar{t}}, \quad (6.41)$$

mit der approximierten, zeitlich gemittelten Gesamtkriechunsicherheit $\hat{C}\hat{V}_{tot,cr,\bar{t}}$ aus Tab. 6.1. Demnach müssen anstelle einer Unsicherheitsanalyse nur zwei deterministische Berechnungen unter Berücksichtigung von $\Psi_{tot,cr,F_{0,05}}$ und $\Psi_{tot,cr,F_{0,95}}$ als pauschale Vorfaktoren des Kriechmaßes erfolgen.

Modell	MC10	ACI209	B3	GL2000
$\hat{C}V_{par,cr,\bar{t}}$	0,18	0,12	0,04	0,11
$\hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}$	0,34	0,39	0,27	0,29
$\hat{M}Q_{cr}$	0,79	0,69	1,00	0,93
$\Psi_{tot,cr,F_{0,05}}$	0,44	0,36	0,56	0,52
$\Psi_{tot,cr,F_{0,95}}$	1,56	1,64	1,44	1,48

Tab. 6.1: Approximierte Unsicherheit $\hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}$ und Modellqualität $\hat{M}Q_{cr}$ der Kriechprognose, Faktoren des 90 %-CI

Die Abb. 6.10 und 6.11 zeigen den Vergleich des 90 %-CIs des Spannkraftverlusts für zwei Fälle. Zum einen wird die Kriechunsicherheit vereinfacht über Quantilwerte des Kriechmaßes berücksichtigt. Es werden lediglich zwei deterministische Berechnungen durchgeführt. Zum anderen wird das CI aus einer expliziten stochastischen Analyse der Spannbetonbrücke unter Ansatz der Maximum-Entropie-Verteilung ermittelt. Es ist deutlich zu erkennen, dass beide Vorgehensweisen annähernd die gleichen Konfidenzintervalle prognostizieren. Lediglich für den unteren Grenzwert ergeben sich sichtbare, aber dennoch geringe Abweichungen.

Aus den Ergebnissen lassen sich folgende Schlussfolgerungen ableiten:

- eine höhere Qualität der Kriechmodelle führt zu geringeren Streuungen der globalen Modellantwort
- infolge der unsicheren Kriechprognose ergeben sich große Variationen der globalen Tragwerksantwort, welche in der Bemessung berücksichtigt werden sollten
- unter Verwendung der approximierten Gesamtunsicherheit der Kriechprognose können die Konfidenzintervalle der globalen Modellantwort zuverlässig über deterministische Berechnungen bestimmt werden.

6.2.1.2 Kriechprognose unter Verwendung von Versuchsdaten

In diesem Abschnitt erfolgt die Berechnung der Spannbetonbrücke unter Ansatz des von ROSTASY ET AL. [117] untersuchten Betons, dessen Kenngrößen in Tab. 5.8 aufgeführt sind. Die Parameter der Kriechmodelle sind in Abschnitt 5.2.2 unter Berücksichtigung von Be- und Entlastung identifiziert worden und können dem Anhang B entnommen werden. Analog zum Experiment wird der Beton nach $t_0 = 28$ d erstbelastet, dies entspricht dem Aufbringen der Vorspannkraft und des Eigengewichts. Der Unterschied des Zeitpunkts der Erstbelastung dieses zum vorhergehenden Abschnitt ergibt sich aus den Randbedingungen des Versuchs von ROSTASY, der ein Betonalter von 28 Tagen bei Erstbelastung vorsieht. Im Betonalter von $t = 150$ d wird der quasi-ständige Anteil der Belastung zusätzlich aufgebracht.

Die Mittelwerte des Spannkraftverlusts sind in Abb. 6.12 dargestellt. Der Vergleich des Spannkraftverlusts zeigt sehr ähnliche Verläufe für alle Modelle bis zu $t = 150$ d, da jedes Modell an identischen Versuchsdaten kalibriert wurde. Aufgrund der sukzessiven Spannungsreduktion infolge Kriechens und Umlagerung am Querschnitt ergeben sich für längere Belastungsdauer

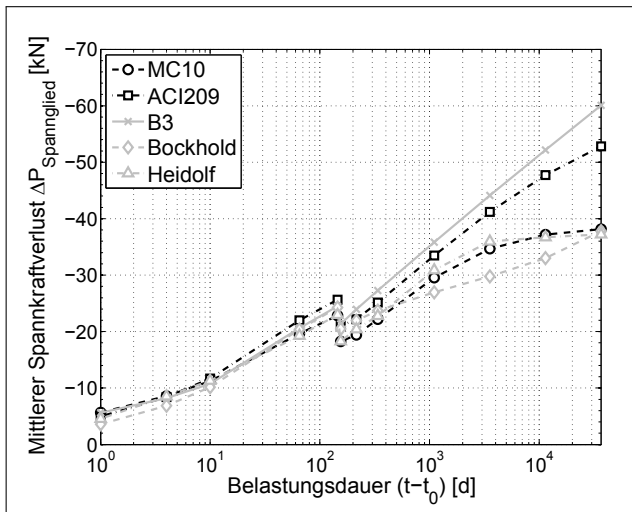


Abb. 6.12: Mittelwert des Spannkraftverlusts ΔP pro Spannglied, Beton nach ROSTASY

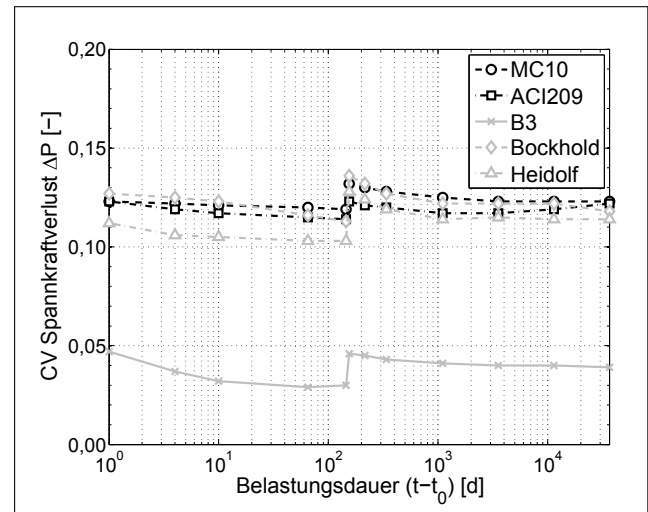


Abb. 6.13: Unsicherheit des Spannkraftverlusts ΔP , Beton nach ROSTASY

jedoch Unterschiede. Besonders für Belastungsdauer $t > 1000$ d treten trotz der angepassten Kriechparameter Abweichungen unter den Modellprognosen auf, da nur Versuchsdaten mit einer Belastungsdauer von ca. $t - t_0 = 1400$ d für die Identifikation verwendet wurden.

Die Unsicherheit der Prognose des Spannkraftverlusts ist in Abb. 6.13 veranschaulicht. Es werden deutliche Unterschiede zwischen den Modellen sichtbar. Die Prognosen der Modelle MC10, ACI209 sowie nach BOCKHOLD und HEIDOLF weisen wesentlich größere Streuungen als das Modell B3 auf. Diese Diskrepanz zeigte sich bereits in der Unsicherheit der Versuchssimulation sowie in der daraus resultierenden Modellqualität im letzten Kapitel, Abb. 5.38 und Abb. 5.40. Das Modell B3 hat eine wesentlich höhere Modellqualität als die weiteren Modelle. Ein Unterschied der Unsicherheit des Spannkraftverlusts zur Unsicherheit der Versuchsnachrechnung ist der geringe Variationskoeffizient des Modells B3 kurz nach Belastungsbeginn bei der Analyse der Vorspannkraft. Diese Abweichung ergibt sich aus der Definition der Kriechnachgiebigkeit für die Versuchsnachrechnung, Gl. (5.1), um für die Modelle im vorhergehenden Kapitel einen Vergleich zu ermöglichen. Wird anstelle der Kriechnachgiebigkeit C_c die Gesamtnachgiebigkeit des Betons J_c definiert, wie am Beispiel der Brücke, ist die Unsicherheit der Prognose des Modells B3 geringer, da die Abhängigkeit der initialen Nachgiebigkeit vom stark streuenden Elastizitätsmodul reduziert wird.

Insgesamt zeigt das Beispiel erneut, dass mit der Bestimmung der Qualität der Kriechmodelle und der Auswahl des geeignetsten Modells eine Reduktion der Streuung der globalen Tragwerksantwort erzielt werden kann.

6.2.2 Stahlbetonstütze unter hoher Dauerbeanspruchung

Mit dem Beispiel einer Stahlbetonstütze unter hoher Dauerbeanspruchung soll der Einfluss der unterschiedlichen Methoden zur Berücksichtigung der Kriechverformungen auf die Tragfähig-

keit schlanker Stahlbetontragglieder verdeutlicht werden. Weiterhin wird die Auswirkung der Unsicherheit der Kriechprognose auf die Tragfähigkeit dargelegt.

Es erfolgt ebenso ein Vergleich der rechnerischen Traglast des nichtlinearen Verfahrens nach DIN 1045-1-2008 [48] mit dem vereinfachten Modellstützenverfahren. Da das Modellstützenverfahren für die Bemessung von Stützen ausgelegt ist, muss der Vergleich der unterschiedlichen Methoden im Grenzzustand der Tragfähigkeit und unter Berücksichtigung der normativen Vorgaben bezüglich des Sicherheitsniveaus (Bemessungswerte der Materialparameter und Belastung) erfolgen.

Das in DIN 1045-1-2008 enthaltene Kriechmodell entspricht dem Modell MC10. Die Berücksichtigung des Kriechens in der geometrisch und physikalisch nichtlinearen Analyse erfolgt über zwei verschiedene Vorgehensweisen, die gegenübergestellt werden. Zum einen wird die vereinfachte Berücksichtigung des Kriecheinflusses über die Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Kurzzeitbelastung mit dem Faktor $(1 + \varphi_{c,eff})$ (DIN 1045-1-2008, Abschnitt 8.6.3 (10,11)) verwendet. Zum anderen wird die Methode der Integration des Spannungsverlaufs über die Zeit nach Gl. (2.21) angesetzt.

Für die Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wird die effektive Kriechzahl benötigt. Diese ergibt sich aus der Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}$ und dem Verhältnis der Dauerlast P_{perm} zur Bemessungslast P_d

$$\varphi_{c,eff} = \varphi_{c,\infty} P_{perm} / P_d. \quad (6.42)$$

Bei Anwendung der Zeitintegration wird die Stütze zunächst mit einer Belastung P_{perm} für 70 Jahre beansprucht und die Kriechdehnungen $\varepsilon_{c,cr}$ bestimmt. Nach 70 Jahren wird die Belastung auf den Bemessungswert im Grenzzustand der Tragfähigkeit P_d erhöht und die Kriechdehnung $\varepsilon_{c,cr}$ als spannungsfreie Vordehnungen des Betons berücksichtigt. Das Modellstützenverfahren bezieht die Auswirkung des Kriechens über dem Faktor K_φ in die Ermittlung der Ausmitte aus Theorie II. Ordnung ein und definiert K_φ in Abhängigkeit der Schlankheit, der Betonfestigkeit und der effektiven Kriechzahl.

Für die nichtlineare Analyse der Stahlbetonstütze nach DIN 1045-1-2008 Ab. 8.6.1 (7) werden die Mittelwerte der Festigkeit und Steifigkeit angesetzt, diese jedoch mit dem Teilsicherheitsbeiwert für Beton $\gamma_c = 1,5$ bzw. für Betonstahl $\gamma_s = 1,15$ reduziert. Beispielhaft ergibt sich die rechnerische Betonfestigkeit zu f_{cm}/γ_c . Die Materialgesetze und -parameter für die Schnittgrößenermittlung sind in Abb. 6.14 aufgeführt. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons im Druckbereich nach DIN 1045-1-2008 entspricht der bekannten Formulierung nach Model Code 10 [39]. Im Zugbereich wird konstantes Mitwirken des Betons zwischen den Rissen angenommen, jedoch ist die Konstante β_{ct} infolge Verbundkriechens zeitlich veränderlich, Gl. (2.114). Mit dem nichtlinearen Verfahren werden die Bemessungsschnittgrößen bestimmt und ein globales Stabilitätsversagen ausgeschlossen. Im Anschluss daran erfolgt für die zuvor ermittelten Schnittgrößen der normative Nachweis der Querschnittstragfähigkeit mit Bemessungswerten der Festigkeiten, z.B. $f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c$ und $f_{ct} = 0$.

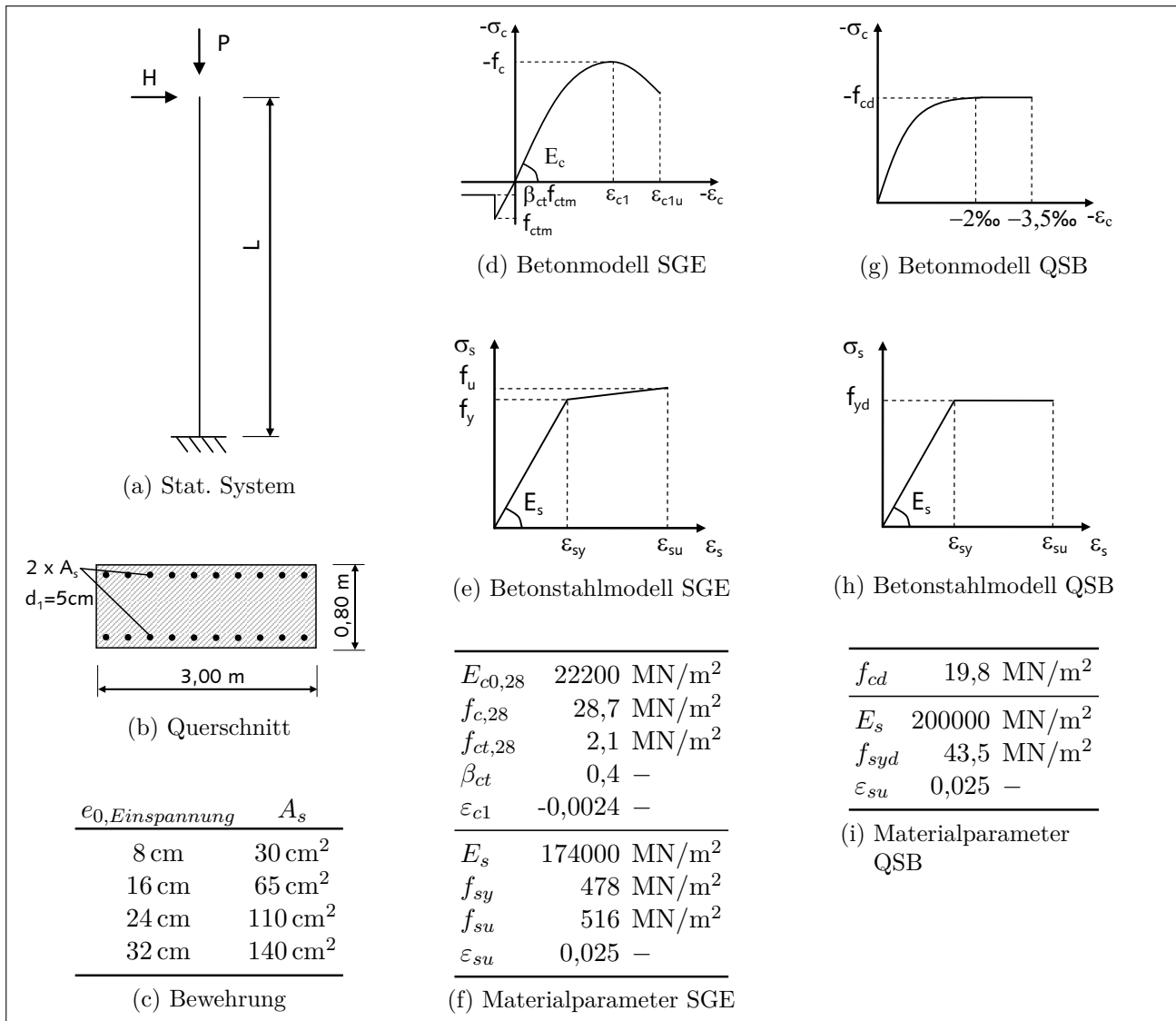


Abb. 6.14: Stützegeometrie und Materialeigenschaften für die Schnittgrößenermittlung (SGE) und die Querschnittsbemessung (QSB)

Die Geometrie und Belastung der Kragstütze sind ebenfalls in Abb. 6.14 aufgeführt. Es wird ein aus CEM II 42,5N hergestellter Beton C35/45, mit $f_{cm,28} = 43 \text{ MN/m}^2$, und ein Bewehrungsstahl BSt500S verwendet. Die Bewehrungsmenge wird entsprechend dem aus der planmäßigen Exzentrizität resultierenden Einspannmoment nach Theorie I. Ordnung gewählt und konstant über die Stützhöhe verteilt. Die Traglastanalyse erfolgt für verschiedene Schlankheiten $\lambda = 35 \dots 90$. Der Bewehrungsgrad wird nicht mit zunehmender Schlankheit angepasst. Die am Stützenkopf angreifende Horizontallast H wird in Abhängigkeit der Stützenlänge so gewählt, dass die planmäßige Exzentrizität e_0 an der Einspannung für alle Stützenlängen bzw. -schlankheiten eines Bewehrungsgrades konstant ist. Folglich wird H mit zunehmender Stützenlänge indirekt proportional reduziert. Die Dauerbelastung P_{perm} wird nach $t_0 = 14 \text{ d}$ aufgebracht und hat eine Größe von $P_{perm} = 0,5P_d$. Diese relativ hohe Dauerbeanspruchung liegt beispielsweise bei Stützen von Massivbaubrücken vor. Die Umgebungsfuchte beträgt $RH = 0,8$, der Zeitpunkt zum Trocknungsbeginn des Betons ist $t_d = 7 \text{ d}$.

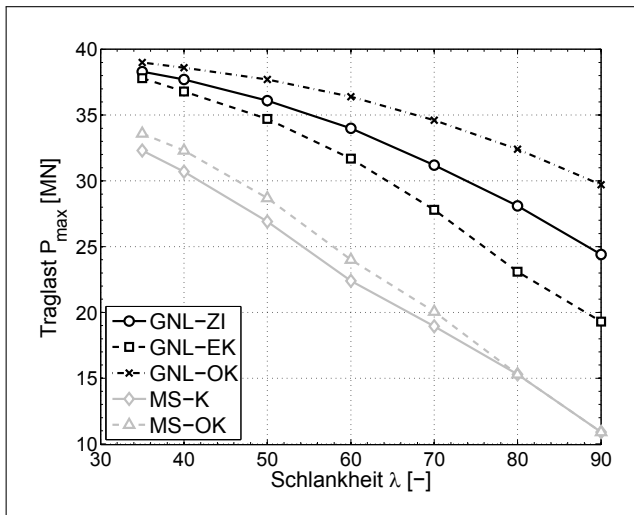


Abb. 6.15: Traglast der Stütze für $e_0 = 8$ cm

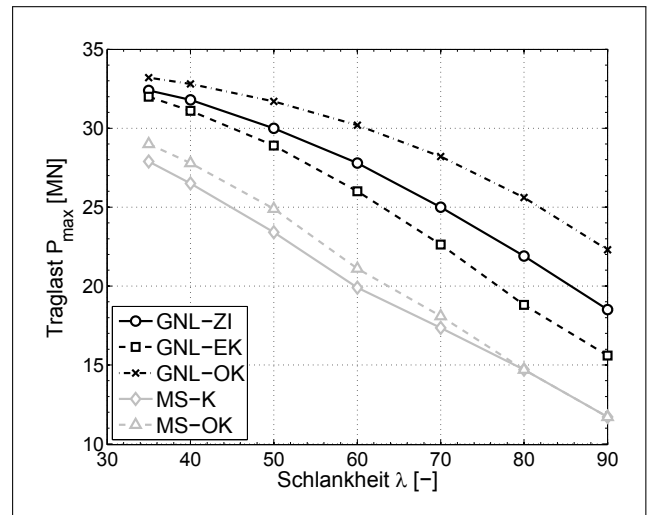


Abb. 6.16: Traglast der Stütze für $e_0 = 16$ cm

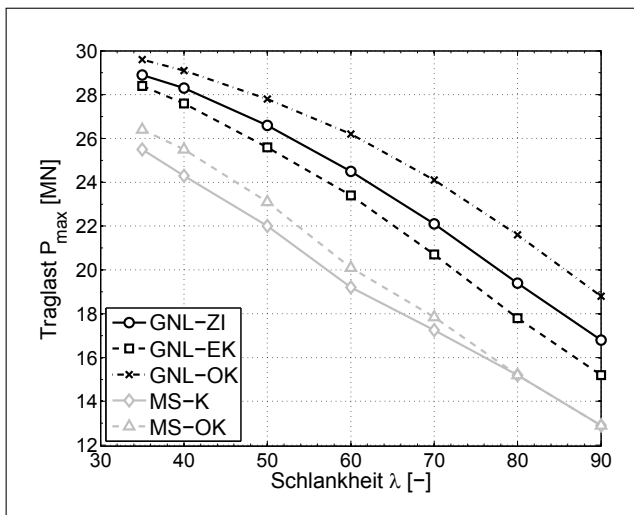


Abb. 6.17: Traglast der Stütze für $e_0 = 24$ cm

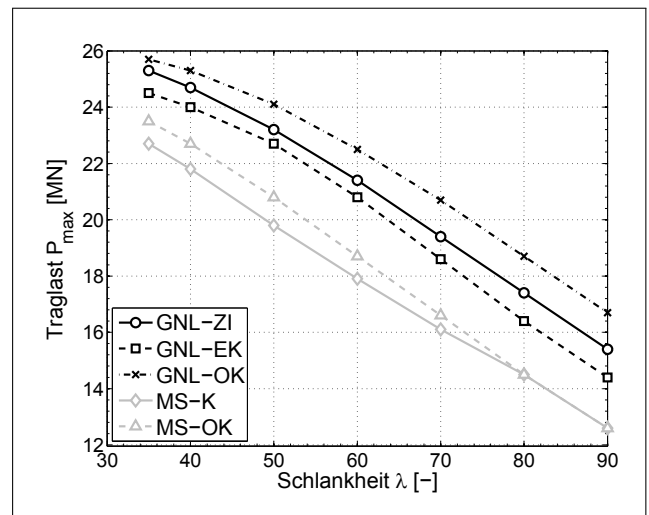


Abb. 6.18: Traglast der Stütze für $e_0 = 32$ cm

Die numerisch bestimmte maximal aufnehmbare Belastung P_{max} der Stütze ist in Abhängigkeit von der Stützenschlankheit λ für verschiedene Exzentrizitäten e_0 in Abb. 6.15–6.18 aufgeführt. Die verwendeten Abkürzungen in den Legenden sind: GNL - geometrisch nichtlineare Analyse, MS - Modellstützenverfahren, ZI - Zeitintegration nach DIENER, EK - vereinfachte Berücksichtigung des Kriechens über Modifikation der Arbeitslinie, K - Berücksichtigung des Kriechens im Modellstützenverfahren und OK - ohne Kriechen. Für die folgende Auswertung bezüglich der Methoden der Kriechanalyse wird in Bezug auf [58] angenommen, dass das Verfahren der Zeitintegration die realistischsten Ergebnisse liefert.

In den Abbildungen wird deutlich, dass das Kriechen die Tragfähigkeit der Stütze wesentlich reduziert. Durch die Kriechverformung vergrößert sich die Lastausmitte der Vertikalkraft am Stützenkopf, so dass infolge der Effekte aus Theorie II. Ordnung Zusatzmomente entstehen und diese zum Versagen der Stütze führen. Insbesondere im Bereich kleiner planmäßiger Ausmitten von $e_0 = 0,08$ cm und $e_0 = 0,16$ cm sind die Unterschiede zur Analyse ohne Kriecheinfluss signifikant. Für große Exzentrizitäten wird die Steifigkeit der Stütze aufgrund der zunehmenden Rissbildung stärker reduziert, wodurch der relative Einfluss des Kriechens auf die Traglast

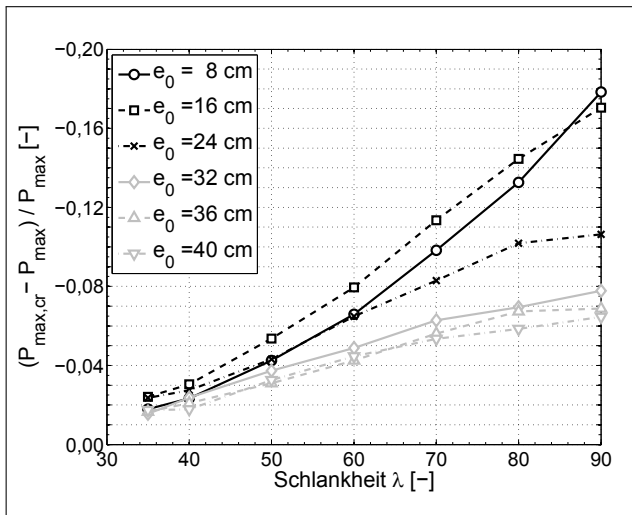


Abb. 6.19: Minderung der Traglast infolge Kriechens

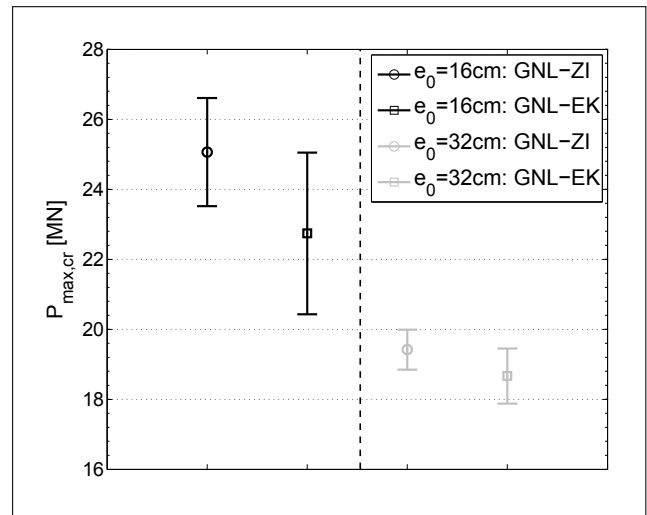


Abb. 6.20: 90 %-CI der Traglast infolge der Unsicherheit der Kriechprognose

gemindert wird. Bei der Gegenüberstellung des Einflusses des Kriechens auf die Tragfähigkeit zwischen der geometrisch nichtlinearen Berechnung und dem Modellstützenverfahren zeigen sich große Unterschiede. Ist das Kriechen für die Beurteilung der Tragfähigkeit im Modellstützenverfahren nur von marginaler Bedeutung, so ist es für das nichtlineare Verfahren wesentlich. Weitere Unterschiede werden beim Vergleich der Methoden der Berücksichtigung des Kriechens deutlich. Das vereinfachte Verfahren mit Modifikation der Betonarbeitslinie prognostiziert gegenüber der expliziten Berücksichtigung der Kriechdehnung per Zeitintegration stets geringere Traglasten. Der relative Unterschied dieser beiden Verfahren ist bei kleinem e_0 verstärkt, da die Kriechverformungen einen größeren Einfluss auf die Tragfähigkeit haben.

Die Differenzen zwischen dem vereinfachten Modellstützenverfahren und der geometrisch nichtlinearen Berechnung belegen, dass das Modellstützenverfahren stets weit auf der sicheren Seite liegt. Für kleine planmäßige Exzentrizitäten wird die Traglast der Stütze jedoch wesentlich unterschätzt und das vereinfachte Verfahren wird zunehmend unwirtschaftlich.

Die relative Abnahme der Tragfähigkeit infolge Kriechens ist in Abb. 6.19 für die Methode GNL-ZI dargestellt. Wie bereits ausgeführt, ist der Einfluss des Kriechens auf die Traglast bei geringer planmäßiger Auermittigkeit vergrößert. Bei $e_0 = 8$ cm und einer Schlankheit von $\lambda = 90$ ist dies beispielsweise eine Minderung von $P_{max,cr}$ gegenüber P_{max} von 18 %. Die Reduktion der Traglast infolge Kriechens ist bis zu $\lambda = 70$ annähernd proportional zur Schlankheit. Für größere Schlankheiten wird die Verformung sowie die damit verbundene zusätzliche Lastausmitte bei Maximallast maßgebend und die Reduktion infolge Kriechens ist nicht mehr linear.

Anhand einer probabilistischen Untersuchung mittels Latin Hypercube Sampling wird der hohe Einfluss der Unsicherheit der Kriechprognose auf die Tragfähigkeit der Stütze demonstriert. Die in der Unsicherheitsanalyse berücksichtigten stochastischen Parameter des Kriechmodells MC10 sind in Tab. 6.2 angegeben. Die Parameterkorrelation wird entsprechend Tab. 5.3 angesetzt. Mit dem Modellunsicherheitsfaktor $\Psi_{mod,cr}$ wird im Rahmen der geometrisch nichtlinearen Berechnung mit Zeitintegration die unter Ansatz der Parameterstreuung ermittelte Kriechnachgiebigkeit nach Gl. (4.22) modifiziert. Analog dazu wird in der vereinfachten Kriechanalyse

die unter Beachtung der Parametervariation ermittelte, effektive Kriechzahl $\varphi_{c,eff,par}$ mit der Modellunsicherheit kombiniert

$$\varphi_{c,eff,tot} = \Psi_{mod,cr} \varphi_{c,eff,par}. \quad (6.43)$$

Parameter	E	CV	Verteilung	Quelle
RH	50 %	0,04	normal	[44]
$f_{cm,28}$	43 MN/m ²	0,06	log-normal	[144]
$E_{c0,28}$	33300 MN/m ²	0,10	log-normal	[143]
$\Psi_{mod,cr}$	1,00	0,29	normal	Tab. 5.2

Tab. 6.2: Stochastische Eingangsparameter des Kriechmodells MC10

Für eine Schlankheit von $\lambda = 70$ und für die Exzentrizitäten von $e_0 = 16$ cm und $e_0 = 32$ cm sind die Ergebnisse der Unsicherheitsanalyse anhand des 90 %-CIs dargestellt. Allein durch die Streuung der Kriechprognose ergibt sich für die Kombination GNL–EK und $e_0 = 16$ cm eine CI von $20,4 \text{ MN} \leq P_{max,cr} \leq 25,0 \text{ MN}$. Die Unsicherheit der ermittelten Tragfähigkeit ist enorm hoch. Weiterhin ist zu erkennen, dass die vereinfachte Berücksichtigung des Kriechens zu größeren Streuungen der Tragfähigkeit führt, da hierbei als Konsequenz der Variation von $\varphi_{c,eff,tot}$ die gesamte nichtlineare Arbeitslinie des Betons beeinflusst ist.

6.3 Bewertung gekoppelter Partialmodelle

6.3.1 Bewertungsmethode

Neben der Bewertung der einzelnen Partialmodelle (PMe) bedarf es auch der Betrachtung des Zusammenwirkens dieser Modelle im Gesamtmodell (GM). Die Qualität des Gesamtmodells ist abhängig von der Qualität der beteiligten Partialmodelle sowie dem Einfluss der jeweiligen Partialmodelle auf die globale Antwortgröße. In diesem Abschnitt wird eine Bewertungsmethode, basierend auf Graphentheorie sowie Sensitivitätsanalysen, erläutert, mit welcher der Einfluss der Partialmodelle auf die Gesamtqualität quantifiziert wird. Weiterhin werden mit der Methode Kopplungseffekte zwischen den Partialmodellen sichtbar. Die Bedeutung eines einzelnen Partialmodells für das Gesamtmodell variiert je nach Struktur und Antwortgröße, so dass keine generellen Aussagen getroffen werden können.

Die Idee der Anwendung der Graphentheorie auf die Bewertung komplexer Gesamtmodelle im konstruktiven Ingenieurbau wurde bereits von STEIN, LAHMER und BOCK in [129] beschrieben. Der Graph, beispielhaft in Abb. 6.21 dargestellt, besteht aus Knoten (Rechtecke) und Kanten (Pfeile). Die Knoten entsprechen den PMen und die Kanten der Kopplung dieser PMe. Die Bewertung der Partialmodelle sowie deren Kopplungen können separat erfolgen. Mit der Graphentheorie werden problematische Modellverknüpfungen direkt sichtbar, indem die Kante (Kopplung) mit einer sehr geringen Qualität bewertet wird. Solche Modellkonstellationen können direkt ausgeschlossen werden. Die im Rahmen der Arbeit entwickelte Bewertungsmethode

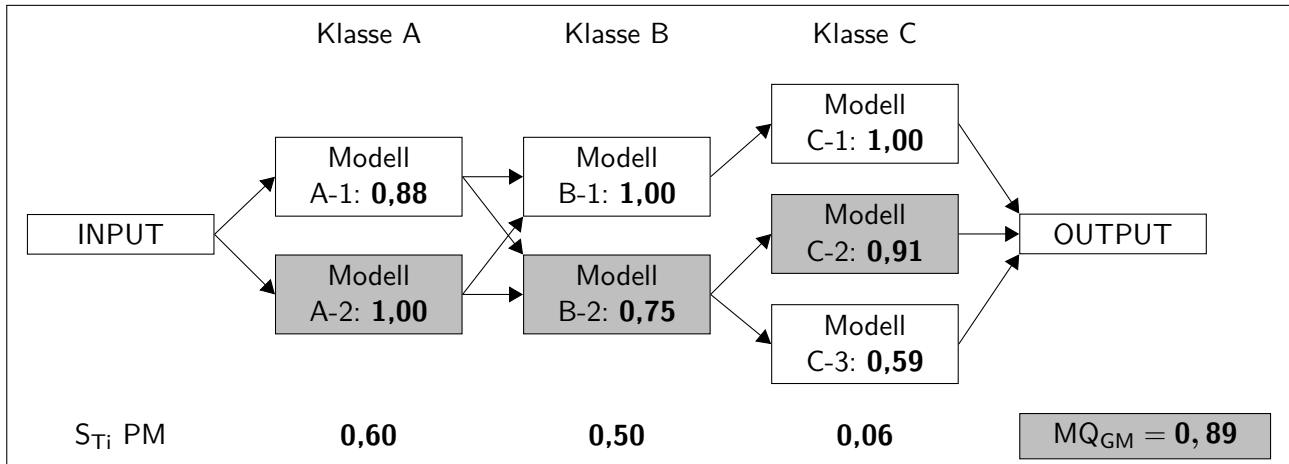


Abb. 6.21: Bewertungsschema gekoppelter Partialmodelle nach der Graphentheorie

der verbliebenen Modellkombinationen vernachlässigt die Qualität der Kanten bzw. Kopplungen. Die Qualität des Gesamtmodells ergibt sich nur aus der Qualität der einzelnen Partialmodelle. Die Erweiterung zur Berücksichtigung der Kantenbewertung wird von KEITEL, KARAKI, LAHMER, NIKULLA und ZABEL in [80] erläutert.

Die Bewertungsmethode ist ein zweistufiger Prozess. Im ersten Schritt wird untersucht, ob eine Klasse von Partialmodellen M_i einen Einfluss auf die globale Modellantwort besitzt. Im nächsten Schritt wird die Auswirkung der Wahl der unterschiedlichen Partialmodelle einer Klasse M_i auf die Antwortgröße bestimmt.

Beide Schritte basieren auf varianzbasierten Sensitivitätsanalysen nach SALTELLI ET AL. [121, 120], die im Folgenden erläutert werden. Die Untersuchungen werden in die Berechnung der *First Order* S_i und der *Total Effects* S_{T_i} Sensitivitätsindizes unterschieden. Die *First Order* Sensitivitätsindizes S_i beschreiben den alleinigen Einfluss eines Parameters X_i auf die Antwortgröße und können mit

$$S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y|X_i))}{V(Y)} = 1 - \frac{E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))}{V(Y)} \quad (6.44)$$

bestimmt werden. Wobei $V_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ die Varianz der Modellantwort Y in Folge der Variation von X_i ist und $V(Y)$ die Varianz der Systemantwort bei Streuung aller Parameter darstellt. Weiterhin ist $E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ der Erwartungswert der Varianz, wenn alle Parameter außer X_i streuen. Der Wert von S_i liegt stets zwischen null und eins. Die Summe aller *First Order* Sensitivitätsindizes ist ein Maß für die Additivität des Modells

$$\sum S_i = \sum_{i=1}^{P_K} S_i. \quad (6.45)$$

Eine Summe $\sum S_i = 1$ entspricht einem vollständig additiven Modell, d.h. es gibt keine Kopplungseffekte zwischen den Modellparametern X_i . Ist $\sum S_i < 1$ bedeutet dies, dass Teile der Varianz der Systemantwort bei Vernachlässigung der Parameterinteraktion nicht beschrieben werden können. Um diese Kopplungseffekte zu berücksichtigen, wird der *Total Effects* Sensitivitätsindex verwendet.

vitätsindex S_{T_i} eingeführt

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)} = \frac{E(V(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)}, \quad (6.46)$$

mit dem Erwartungswert der Varianz $E(V(Y|X_{\sim i}))$ und der Varianz $V(E(Y|X_{\sim i}))$ für den Fall, dass alle Parameter außer X_i selbst variiert werden. Die Summe aller S_{T_i} ist stets größer eins

$$\sum S_{T_i} = \sum_{i=1}^{P_K} S_{T_i} \geq 1. \quad (6.47)$$

Im S_{T_i} wird neben dem alleinigen Einfluss des Parameters X_i auf die Varianz der Antwort auch die Auswirkung der Interaktion des Parameters mit anderen Parametern $X_{\sim i}$ berücksichtigt. Kopplungseffekte, die im Modell enthalten sind, können durch den Vergleich der *First Order*-Indizes mit den *Total Effects*-Indizes quantifiziert werden. Eine große Differenz entspricht einer starken Interaktion der Parameter. Die numerische Ermittlung der beiden Indizes im Rahmen eines speziellen Samplings und der anschließenden, stochastischen Analyse ist unter anderem in [121] beschrieben.

Schritt 1: Sensitivität bezüglich der Modellklasse

Mit den erläuterten Sensitivitätsindizes wird im ersten Schritt der Methode untersucht, ob eine Klasse von Partialmodellen M_i einen Einfluss auf die Systemantwort des Gesamtmodells besitzt und ob es Interaktionen zwischen verschiedenen Modellklassen gibt. Eine Klasse von Partialmodellen M_i sind beispielsweise die Kriechmodelle. Dabei wird in dieser Arbeit jede Klasse als diskrete Zufallsvariable X_i^M definiert

$$X_i^M \in \{0, 1\}, \text{ mit } j = 1, \dots, N_M, \quad (6.48)$$

mit der Anzahl der unterschiedlichen Klassen der Partialmodelle N_M . Die Variable X_i^M kann die Werte null und eins annehmen, wobei null eine deaktivierte und eins eine aktivierte Klasse bezeichnen. Deaktiviert bedeutet, dass beispielsweise kein Kriechen berücksichtigt wird. Aktiviert heißt, dass ein PM der Modellklasse, z.B das Modell MC10 für Kriechen, in der globalen Analyse angesetzt wird. Dabei empfiehlt sich die Analyse des komplexesten Partialmodells, um mögliche Interaktionen mit weiteren Modellklassen nicht durch eine zu geringe Komplexität auszuschließen.

Mit diesen N_M Zufallsvariablen werden die Sensitivitätsindizes S_i^M und $S_{T_i}^M$ bezüglich der Klassen von Partialmodellen berechnet. Für den hier vorliegenden Fall diskreter Eingangsparameter mit einem jeweils endlichen Parameterraum können Gl. (6.44) und (6.46) in Abhängigkeit der diskreten Modellantworten exakt berechnet werden. Dafür müssen lediglich die jeweiligen Erwartungswerte $E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ und $E(V(Y|X_{\sim i}))$ bestimmt werden.

Die Betrachtung von $S_{T_i}^M$ verdeutlicht den Gesamteinfluss von M_i auf die globale Antwortgröße. Im Rahmen dieser Arbeit wird definiert, dass der Einfluss von M_i mit $S_{T_i}^M \leq 0,03$ von unterge-

ordneter Bedeutung ist, so dass keine gesonderten Untersuchungen bezüglich der Qualität der Klasse M_i durchgeführt werden müssen. Dadurch wird bei der Kombination vieler Klassen der gesamte Rechenaufwand deutlich reduziert. Die reduzierte Anzahl der Klassen wird mit $N_{M,red}$ bezeichnet. Durch den Vergleich von S_i^M mit $S_{T_i}^M$ werden die Kopplungseffekte zwischen den Modellklassen deutlich.

Schritt 2: Sensitivität bezüglich der Modellwahl

In einem zweiten Schritt wird die Bedeutung der Modellwahl - *model choice (MC)* - innerhalb einer Klasse M_i für die globale Systemantwort analysiert. Dabei wird jeweils eine diskrete Zufallsvariable X_i^{MC} pro Klasse M_i definiert, jedoch ist deren Anzahl nach Schritt 1 auf $N_{M,red}$ reduziert. Die Modellklassen mit geringem Einfluss können weiterhin in der Tragwerksberechnung berücksichtigt werden, es wird jedoch nicht der Einfluss der Modellwahl für die Klasse untersucht. Nach MOST [98] entspricht der Wertebereich von X_j^{MC} der Anzahl der unterschiedlichen Modellvarianten N_{PM_i} in M_i

$$X_i^{MC} \in \{1, 2, \dots, N_{PM_i}\}, \text{ mit } i = 1, \dots, N_{M,red}. \quad (6.49)$$

Im Anschluss an eine erneute Sensitivitätsanalyse nach SALTELLI können die Sensitivitätsindizes bezüglich der Modellwahl S_i^{MC} und $S_{T_i}^{MC}$ ausgewertet werden. Für Klassen von Partialmodellen, deren unterschiedliche Modellwahl sich nur geringfügig auf die Systemantwort auswirkt, da die unterschiedlichen Partialmodelle übereinstimmende Prognosen treffen, ergeben sich geringe Sensitivitätsindizes $S_{T_i}^{MC}$. Ein hoher $S_{T_i}^{MC}$ entspricht einem hohen Einfluss der Modellwahl, gleichbedeutend mit einer großen Bedeutung der Wahl des geeignetsten bzw. qualitativ hochwertigsten Modells.

Die Qualität des Gesamtmodells MQ_{GM} wird aus der Qualität der Partialmodelle MQ_{PM} sowie dem Einfluss der PME auf das GM, ausgedrückt über die $S_{T_i}^{MC}$, ermittelt

$$MQ_{GM} = \sum_i^{N_{M,red}} \frac{S_{T_i}^{MC} \cdot MQ_{PM_j}}{\sum_{i=1}^{N_{M,red}} S_{T_i}^{MC}}. \quad (6.50)$$

Die Sensitivitätsindizes entsprechen somit einem Wichtungsfaktor für die Qualität der einzelnen Klassen M_i . Die Gesamtqualität ist analog zur Qualität der PME als ein Wert zwischen null und eins definiert. Klassen von PMen ohne großen Einfluss auf die globale Modellantwort werden entweder bereits im Schritt 1 ausgeschlossen oder mit einer geringen Wichtung in Schritt 2 versehen. Die Qualität des GMs ist folglich nur von den Modellklassen mit signifikantem Einfluss abhängig und wird entsprechend quantifiziert.

Beispielhaft ist in Abb. 6.21 die Bewertung eines Gesamtmodells, bestehend aus den Partialmodellklassen A, B und C, dargestellt. Zunächst wird sichtbar, dass gewisse Modellkonstellationen, z.B. B1→C2, durch fehlende oder unzureichende Kopplungsmöglichkeiten ausgeschlossen werden können. Aus der Qualität der einzelnen Partialmodelle, gekennzeichnet durch die Zahl neben der Modellbezeichnung, sowie den Sensitivitätsindizes $S_{T_i}^{MC}$ ergibt sich nach Gl. (6.50)

die Gesamtqualität $MQ_{GM} = 0,89$ für die Modellkombination A-2→B-2→C-2. Unter Anwendung von Methoden der Graphentheorie können die optimalen Modellkombinationen selbst bei sehr komplexen Graphen algorithmisch ermittelt werden.

6.3.2 Bewertung der Modellqualität einer Durchlaufträgerbrücke

Das Beispiel einer Durchlaufträgerbrücke, das im Rahmen eines Referenzprojekts am Graduiertenkolleg 1462 bearbeitet wird, zeigt die Bewertung und Interaktion gekoppelter PMe anhand einer Brücke. Die Auswertung der dynamischen Ergebnisse ist ausführlich in [80] aufgeführt. In dieser Arbeit werden nur die vom Autor erarbeiteten, wesentlichen Erkenntnisse bezüglich des statischen Tragverhaltens dargestellt.

Die untersuchten PMe sind: Kriechen (K) und Schwinden (S), Modelle zur Beschreibung geometrisch nichtlinearen Strukturverhaltens (GNL) sowie Modelle der dynamischen Fahrzeug-Struktur-Interaktion (L). Die Brückengeometrie ist in Anlehnung an [35] gewählt worden. Der Überbau ist ein Hohlkastenquerschnitt aus Beton C50/60 mit parabolisch verlaufenden Spanngliedern, vorgespannt mit $\sigma_{p0} = 1295 \text{ MN/m}^2$. Die rechteckige Stütze wurde aus einem Beton C35/45 gefertigt, symmetrisch bewehrt mit Stabstahl BSt500S. Geometrie und Materialdaten sind in Abb. 6.22 zusammengefasst. Vereinfachend wird die gesamte Breite des Betonquerschnitts als mitwirkend betrachtet. Das statische System aus [35] wird geringfügig modifiziert, um die geometrisch nichtlinearen Effekte der Stütze zu erhöhen.

Zur Berechnung der zeitabhängigen Verformungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird ein linear-elastisches zeitabhängiges Materialverhalten des Betons im Druckbereich angenommen. Die Analysen im Grenzzustand der Tragfähigkeit werden unter Berücksichtigung der Vordehnungen aus Kriechen $\varepsilon_{c,cr}$ und Schwinden $\varepsilon_{c,sh}$ geführt und die nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons nach MC10 [39] verwendet. Das Verhalten des Betons unter Zugbeanspruchung ist linear-elastisch bis zur Zugfestigkeit, danach wird im bewehrungsnahen Bereich ($2,5d_1$) ein konstantes Mitwirken des Betons zwischen den Rissen - *tension stiffening* - mit $\beta_{ct} = 0,4$ angesetzt. Verbundkriechen wird nach Gl. (2.114) berücksichtigt. Für reine Betonquerschnittsteile liegt kein Mitwirken zwischen den Rissen vor, $\sigma_c = 0$. Das Materialverhalten des Betonstahls wird mit der bekannten bilinearen Spannungs-Dehnungs-Linie beschrieben.

Die Brücke wird nach $t_d = 3 \text{ d}$ der Umgebungsfeuchte von $RH = 0,8$ ausgesetzt und vereinfachend der Belastungsbeginn von $t_0 = 10 \text{ d}$ für alle Teile der Struktur angesetzt. Dieser bezieht sich ebenso auf den Vorspannzeitpunkt. Die Brücke wird mit einem Eigengewicht aus Überbau und Fahrbahnbelag von $g = 166 \text{ kN/m}$ sowie einer gleichverteilten Nutzlast von $p = 46 \text{ kN/m}$ nach Lastmodell 1 [49] beansprucht. Die am Stützenkopf eingetragene Horizontalkraft entspricht $H = 295/545 \text{ kN}$ (quasi-ständige- / Bemessungslast). Die Einzellast eines Fahrzeugs ergibt sich aus der dynamischen Analyse. Das Schwerlastfahrzeug entstammt der Arbeit von GREEN [62]. Es wird das Schwerlastfahrzeug als einachsiges Masse-Dämpfer-Modell, „1/4 Fahrzeug“, mit zwei Freiheitsgraden angesetzt, Tab. 6.3 und [77]. Für die Berechnung der Struktur-Fahrzeug-Interaktion und demzufolge des dynamischen Lasterhöhungsfaktors wird die Rauig-

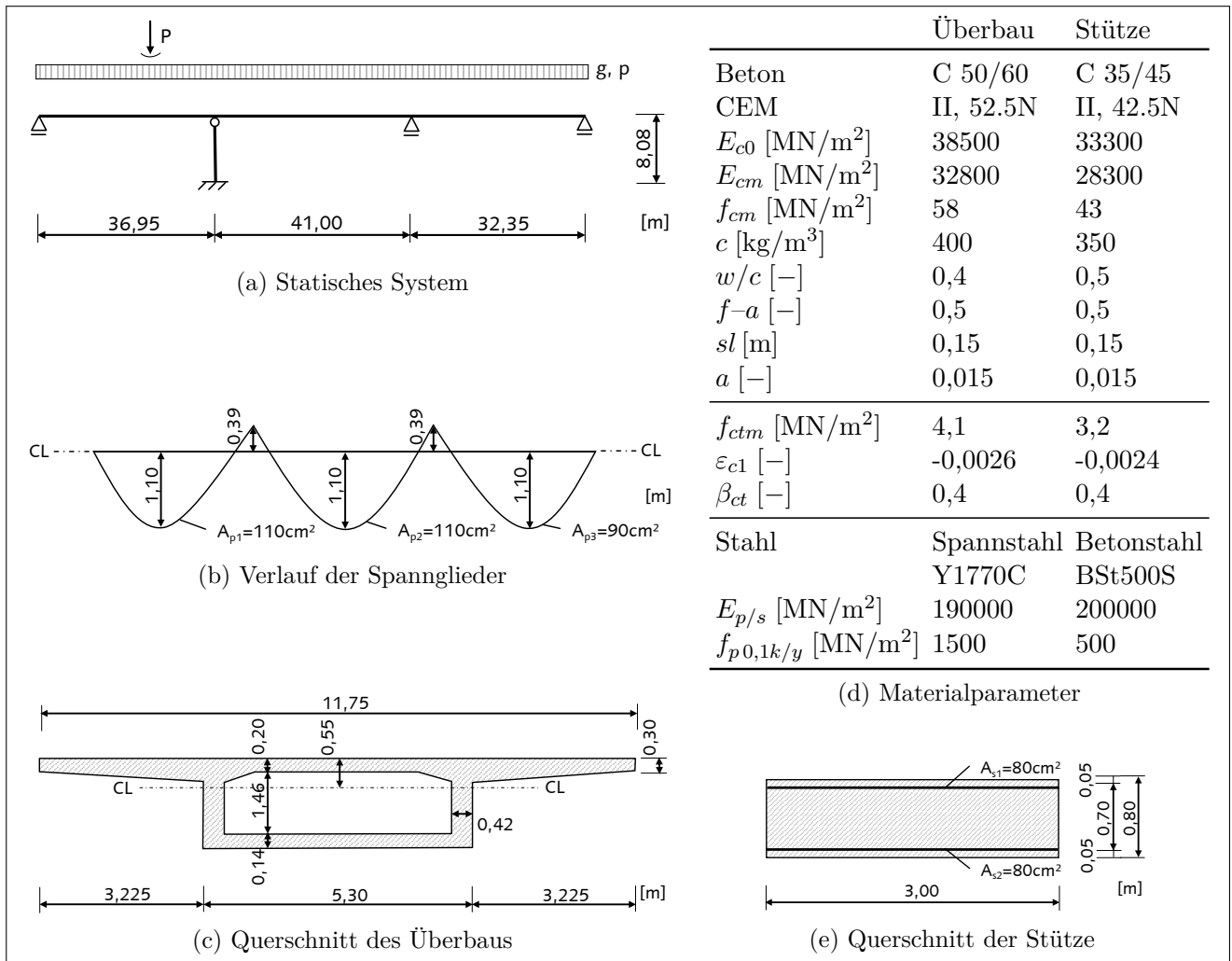
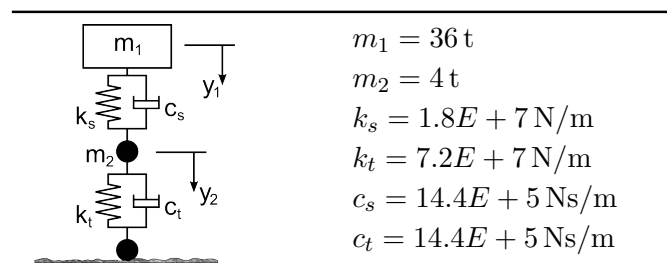


Abb. 6.22: Brückengeometrie und Materialeigenschaften

keit der Fahrbahnoberfläche für einen guten bis sehr guten Zustand der Straße berücksichtigt. Weitere Details zum Fahrzeugmodell sowie den Parametern sind in [80] angegeben.



Tab. 6.3: Daten des einachsigen Fahrzeugs [80]

Die Kriech- und Schwindverformungen werden unter Berücksichtigung geometrisch nichtlinearer Kinematik für quasi-ständige Belastung und einer Belastungsdauer von 100 Jahren ermittelt. Im Anschluss an die Analyse der Langzeitverformungen erfolgt eine dynamische Analyse der Überfahrt eines Schwerlastfahrzeugs unter Berücksichtigung der Fahrzeug-Struktur-Interaktion. Dabei werden die Verformungen des Überbaus für $t = 100 \text{ y}$ berücksichtigt. Die Erhöhung der statischen Last des Fahrzeugs wird für die Berechnung der Schnittkräfte der Stütze im Grenzzustand der Tragfähigkeit berücksichtigt.

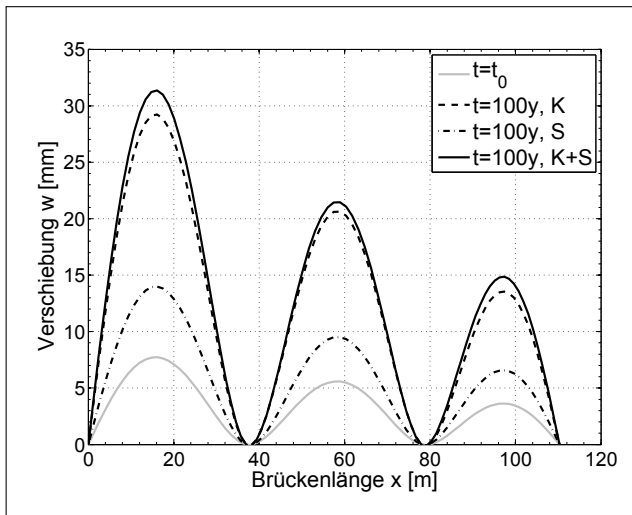


Abb. 6.23: Anfangs- und Endverformung des Überbaus in Abhängigkeit der Partialmodellklassen

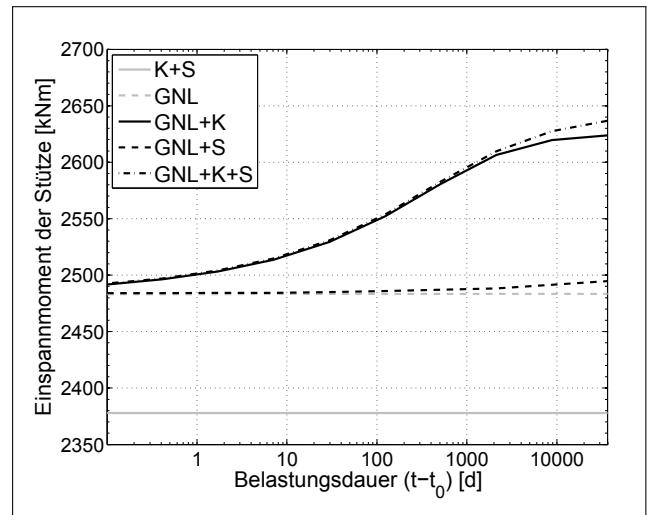


Abb. 6.24: Zeitabhängiges Einspannmoment der Stütze in Abhängigkeit der Partialmodellklassen

Die verwendeten Modelle für die Simulation des Kriechens und Schwindens sind: MC10, ACI209, B3 und GL2000. Der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität wird über die genaue Kinematik GNL_{exakt} oder vereinfachend über das $P-\Delta$ -Verfahren beschrieben. Für den ersten Schritt der Bewertung gekoppelter PMe wird jeweils nur ein PM pro Klasse M_i angesetzt, um nicht zeitgleich den Einfluss der Modellwahl innerhalb einer Klasse von Partialmodellen zu berücksichtigen. Als Kriech- und Schwindmodell wird aufgrund der gut bestimmbaren Eingangsparameter das Modell nach GL2000 gewählt - der Einfluss der Modellqualität ist in diesem Schritt von untergeordneter Bedeutung. Die geometrische Nichtlinearität und das Lastmodell werden mit den jeweils hochwertigsten Modellen, GNL_{exakt} und das Modell der Struktur-Fahrzeug-Interaktion mit Fahrbahnrauigkeit, abgebildet, um mögliche Interaktionen bei den komplexen Modellen mit zu erfassen.

Die Verformung des Überbaus unter quasi-ständiger Belastung sind in Abhängigkeit der Kombination der Klassen von PM in Abb. 6.23 dargestellt. Infolge des Kriechens und Schwindens wird die Vorspannkraft reduziert, so dass sich für $t-t_0 = 100$ y größere Verformungen w einstellen. Weiterhin reduziert sich durch das Kriechen die effektive Steifigkeit des Betons, wodurch w zusätzlich ansteigt. Beim Vergleich der Verformungen aufgrund von Kriechen und Schwinden wird deutlich, dass die Schwindverformungen nur einen geringen Einfluss haben.

Einen ähnlichen Rückschluss lässt Abb. 6.24 zu. Diese zeigt das zeitabhängige Einspannmoment M der Stütze unter quasi-ständiger Belastung für verschiedene Kombinationen von Modellklassen. Es stellt sich heraus, dass Kriechen in Kombination mit der geometrischen Nichtlinearität einen wesentlichen Einfluss auf M hat. Die Auswirkungen des Schwindens hingegen sind marginal. Weiterhin wird sichtbar, dass Kriechen und Schwinden nur in Kombination mit GNL zu einer Erhöhung von M führen, da erst durch die Berücksichtigung des Gleichgewichts im verformten Zustand aus der zusätzlichen Verformung infolge K+S Zusatzmomente entstehen. Demzufolge findet eine Interaktion unter den PMen statt.

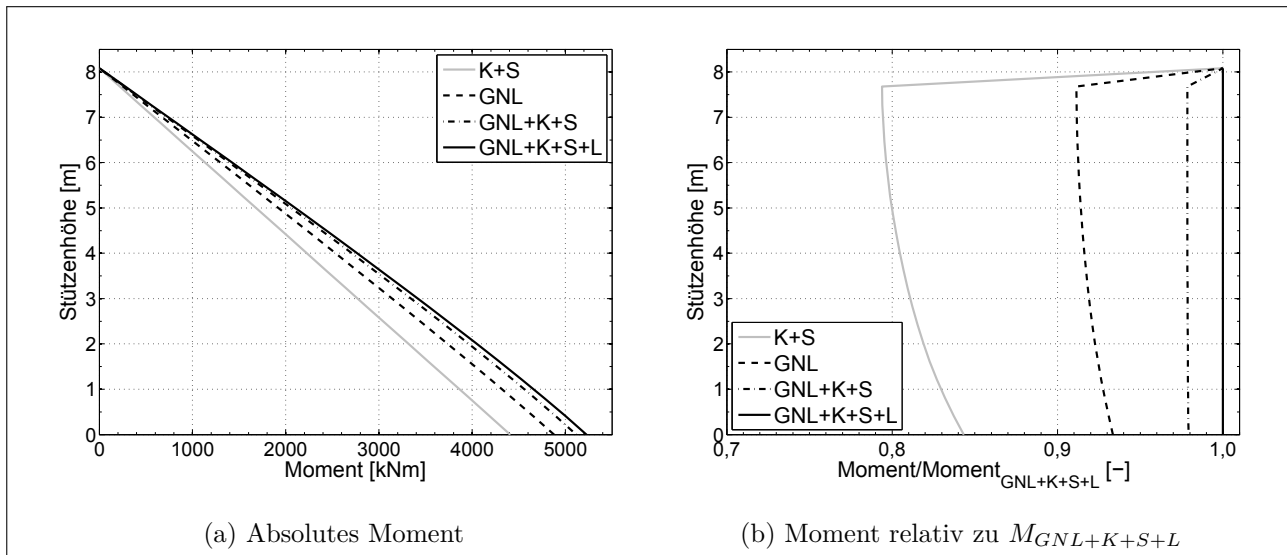


Abb. 6.25: Absoluter und relativer Momentenverlauf im GZT, verschiedene Modellklassen

Der große Einfluss der Kriechverformungen auf das zeitabhängige Einspannmoment der Stütze ergibt sich aus der verminderten effektiven Steifigkeit der Stütze. Für die Bemessung im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) wird die Steifigkeit durch Rissbildung und das nichtlineare Verhalten im Druckbereich des Betons zusätzlich gemindert. Es stellt sich die Frage, wie viel Einfluss die Langzeitverformungen auf die Bemessungsschnittkräfte im GZT haben. Dafür ist der Verlauf des Biegemoments über die Stützhöhe in Abb. 6.25, sowohl absolut als auch relativ zum Moment bei Berücksichtigung aller Partialmodellklassen, dargestellt. Der Unterschied zwischen geometrisch linearer und nichtlinearer Analyse ist wesentlich. Weiterhin wird durch Kriechen und Schwinden das Einspannmoment der Stütze erhöht, jedoch nicht in der Größenordnung wie unter quasi-ständiger Belastung. Die Berücksichtigung der Struktur-Fahrzeug-Interaktion, charakterisiert durch die Erhöhung der statischen Last des Schwerlastfahrzeugs infolge dynamischer Effekte, führt lediglich zu einer geringfügigen Erhöhung von M .

Wird anstelle des Einflusses der Modellklassen der Einfluss der Wahl des PMs untersucht, Abb. 6.26, zeigen sich geringere absolute und auch relative Unterschiede in den Biegemomenten. Für den Vergleich des Einspannmoments wird deutlich, dass die unterschiedlichen Methoden der Berücksichtigung der geometrisch nichtlinearen Effekte, GNL_{exakt} und $P-\Delta$, zu geringeren Abweichungen als die unterschiedliche Wahl der Kriechmodelle, ACI209 und B3, führen. Weiterhin wirken sich die unterschiedlichen Methoden der GNL auf den Verlauf des Biegemoments über die Stützhöhe aus. Mit dem $P-\Delta$ -Verfahren ergibt sich definitionsgemäß eine lineare Momentenverteilung. Dem entgegen berücksichtigt die exakte GNL-Berechnung den genauen Verformungsverlauf der Stütze, so dass sich eine gekrümmte Momentenlinie ergibt.

Zur Quantifizierung des Einflusses der PMe sowie deren Interaktion für die Bestimmung des Einspannmoments der Stütze im GZT wird die in Abschnitt 6.3.1 vorgestellte Methode angewandt. Im ersten Schritt wird die Sensitivität des Einspannmoments bezüglich der Klassen von PMen M_i untersucht. Dafür werden Eingangsparameter X_i^M , mit $i = 1, \dots, 4$, definiert und die *First Order* S_i^M und *Total Effects* $S_{T_i}^M$ Sensitivitätsindizes ermittelt. Diese sind in Tab. 6.4 oben

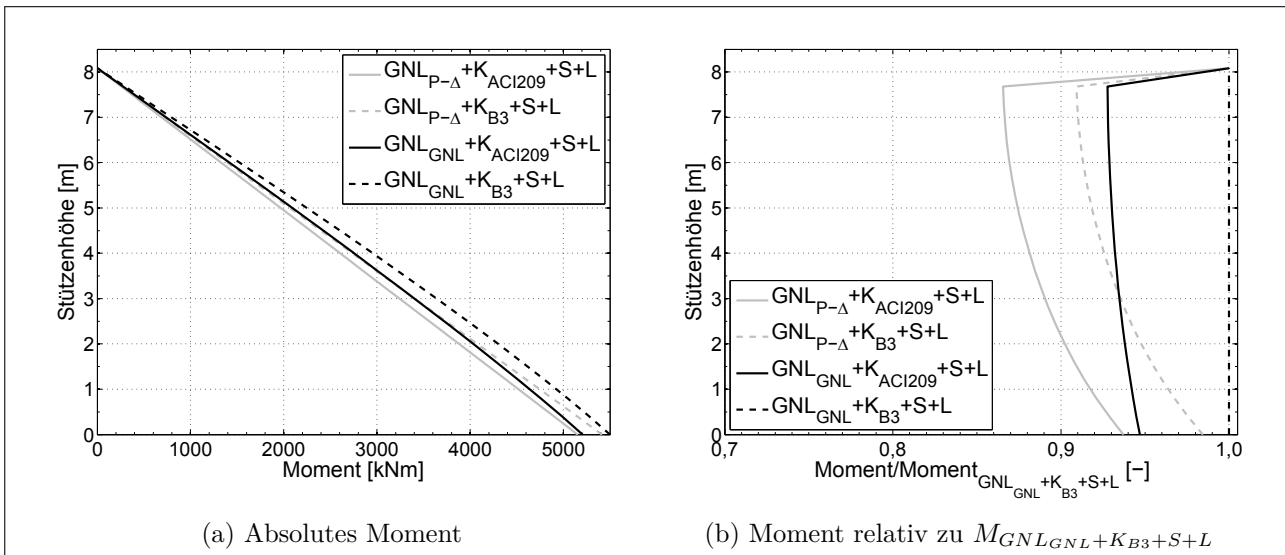


Abb. 6.26: Absoluter und relativer Momentenverlauf im GZT, verschiedene Modellwahl

aufgeführt. Das Einspannmoment ist am sensitivsten gegenüber geometrischer Nichtlinearität. Diese Erkenntnis ist nachvollziehbar, da durch die Berücksichtigung der Effekte aus Theorie II.-Ordnung große Zusatzmomente infolge der Verformung der schlanken Stütze entstehen. Die Sensitivität gegenüber dem dynamischen Lastmodell ist relativ gering. Zwar wird durch die Fahrzeug-Struktur-Interaktion die Belastung der Stütze infolge dynamischer Effekte erhöht, jedoch ist diese Zunahme in Relation zur großen Belastung aus Eigengewicht und verteilter Nutzlast gering. Der Einfluss des Kriechens liegt bei $S_{Ti}^M = 0,09$ und ist nicht zu vernachlässigen. Durch die Differenz $S_{Ti}^M - S_i^M = 0,05$ von GNL und K wird die Interaktion zwischen diesen Modellklassen quantifiziert. Infolge der Kriechverformungen unter quasi-ständiger Belastung ergibt sich eine größere Ausmitte der Vertikallast, so dass bei gleichzeitiger Berücksichtigung der geometrisch nichtlinearen Effekte das Einspannmoment vergrößert wird. Der Einfluss des Schwindens ist marginal und kann vernachlässigt werden.

	GNL	K	S	L
S_i^M	0,89	0,04	0,00	0,02
S_{Ti}^M	0,94	0,09	0,00	0,02
$S_{Ti}^M - S_i^M$	0,05	0,05	0,00	0,00
S_i^{MC}	0,07	0,93	-	-
S_{Ti}^{MC}	0,07	0,93	-	-
$S_{Ti}^{MC} - S_i^{MC}$	0,00	0,00	-	-

Tab. 6.4: Sensitivitätsindizes für M

X_1^{MC}	GNL	MQ_{PM}	X_2^{MC}	Kriechen	MQ_{PM}
1	GNL _{exakt}	1,00	1	ACI209	0,69
2	P-Δ	0,95	2	MC10	0,78
			3	B3	1,00
			4	GL2000	0,93

Tab. 6.5: Auswahl und Qualität der PM

Für die Untersuchung des Einflusses der Modellwahl werden nur die einflussreichen Modellklassen geometrische Nichtlinearität und Kriechen berücksichtigt. Das Schwinden und die Struktur-Fahrzeug-Interaktion bleiben aktiviert, jedoch werden keine unterschiedlichen PMe dafür berücksichtigt. Die möglichen Werte der Parameter X_1^{MC} und X_2^{MC} , welche die Modellauswahl bestimmen, sind in Tab. 6.5 dargestellt. In dieser Tabelle sind zusätzlich die Qualitäten der

einzelnen PMe aufgeführt. Für die Kriechmodelle wird die individuelle Qualität nach Abschnitt 4.2.1.3 und 4.2.3 abgeschätzt. Die Bewertung der GNL Modelle ist in [80] erläutert und wird hier nicht thematisiert. Die Sensitivität des Stützmoments bezüglich der Modellwahl ist für die Kriechmodelle mit $S_{T_i}^{MC} = 0,93$ am größten. Auf den ersten Blick ist dieses Ergebnis ein Widerspruch zu den Ergebnissen der Sensitivität bezüglich der Modellklasse, in welcher die GNL-Modelle den wesentlichen Einfluss haben. Der Grund für dieses unerwartete Ergebnis ist die große Streuung in der Prognose der unterschiedlichen Kriechmodelle. Diese Variation führt, wie in Abb. 6.26 dargestellt, zu größeren Differenzen des Einspannmoments als die unterschiedliche Berücksichtigung der geometrisch nichtlinearen Effekte durch GNL_{exakt} und $P-\Delta$. Daher ist die Wahl eines geeigneten Kriechmodells von größerer Bedeutung. Weitere Untersuchungen des Autors zeigen, je höher die Belastung der Stütze ist, umso größer sind die Unterschiede zwischen dem $P-\Delta$ -Verfahren und GNL_{exakt} . Als Konsequenz daraus ergibt sich ein höherer Sensitivitätsindex $S_{T_i}^{MC}$ für die Modellklasse GNL für Belastungen nahe der Grenzlast.

Aus dem hohen Sensitivitätsindex $S_{T_i}^{MC}$ für Kriechmodelle und der Wichtung nach Gl. (6.50) resultiert, dass die Qualität des GMs wesentlich durch die Qualität des Kriechmodells bestimmt wird. Selbst die Anwendung des hochwertigen geometrisch nichtlinearen Modells GNL_{exakt} mit $MQ_{PM,GNL} = 1,00$ führt bei einem vergleichsweise ungeeigneten Kriechmodell, zum Beispiel ACI209 mit $MQ_{PM,K} = 0,69$, zu einer geringen Gesamtqualität von $MQ_{GM} = 0,71$. Im Gegensatz dazu wird bei Anwendung des qualitativ hochwertigsten Kriechmodells B3 selbst mit dem $P-\Delta$ -Verfahren eine sehr hohe Gesamtqualität des gekoppelten Modells $MQ_{GM} = 0,99$ erzielt.

6.4 Zusammenfassung

Das entwickelte Berechnungsprogramm auf der Grundlage der Finite-Elemente-Methode ist für die effiziente, zeitabhängige, geometrisch und physikalisch nichtlineare Analyse von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken gut geeignet. Auf Grundlage der Unterteilung des Querschnitts in Schichten bzw. Fasern können beliebig verteilte Vordehnungen aus Kriechen und Schwinden in die Berechnung einfließen, so dass nichtlineares Kriechen bzw. spezielle rheologische Kriechmodelle modelliert werden können.

Die Auswirkungen der Kriechdeformationen auf das Tragverhalten von Spannbetonbrücken sowie die Tragfähigkeit schlanker Stahlbetonstützen sind signifikant. Dabei können unter Berücksichtigung der Streuung der Kriechprognose nur unsichere Aussagen zur globalen Modellantwort getroffen werden, selbst wenn die Variation durch die Verwendung experimenteller Daten des eingesetzten Betons reduziert wird. Unter Anwendung der Bewertung der Modellqualität und der anschließenden Auswahl eines geeigneten Modells kann die Prognosesicherheit maßgeblich erhöht werden. Mittels Approximation der Gesamtunsicherheit des prognostizierten Kriechmaßes kann die Streuung der globalen Systemantwort infolge Kriechens ohne explizite stochastische Analyse unter Ansatz der Konfidenzintervalle abgeschätzt werden.

Die Bewertung der Gesamtqualität gekoppelter PMe bedingt die Analyse des Einflusses der jeweiligen Klassen von PMen auf das globale Tragverhalten. Die Gesamtqualität wird in der dargestellten Methode neben der Qualität des PMs auch von dessen Einfluss auf das Gesamtsystem bestimmt. Neben der Gesamtqualität gekoppelter PMe können mit dieser Methode Interaktionen zwischen den Partialmodellklassen quantifiziert werden.

7 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurden die entwickelten Methoden zur Bewertung der Prognosequalität von Kriechmodellen des Normalbetons vorgestellt. Die Unsicherheitsanalyse der Prognose der Kriechnachgiebigkeit bildet hierbei die Grundlage der aufgestellten Methoden. Die Methodik wird in zwei Ausgangsszenarien unterschieden: Die Modellbewertung ohne und mit Verwendung von Versuchsdaten.

Die Kriechprognose ohne Verwendung von spezifischen, experimentellen Daten zum Kriechverhalten des Betons wird mittels Vorhersageverfahren in Abhängigkeit von der Betonzusammensetzung, der Betonfestigkeit sowie weiterer Randbedingungen ermittelt. Die Qualität der Modelle wird über die Gesamtunsicherheit der Prognose des Kriechverhaltens, ausgedrückt mit einem zeitlich veränderlichen Variationskoeffizienten, quantifiziert. Die Gesamtunsicherheit ergibt sich aus den Anteilen der Parameter- und der Modellunsicherheit. Die Parameterunsicherheit bezeichnet die Variation des prognostizierten Kriechverhaltens infolge streuender Eingangsparameter und wurde in dieser Arbeit erstmalig für korrelierte Eingangsparameter der Kriechmodelle untersucht. Die Modellunsicherheit stellt den allgemeinen Fehler eines Modells gegenüber einem beobachteten Verhalten dar. Aus der zeitlich veränderlichen Gesamtunsicherheit wird mittels einer Zeitintegration ein Gesamtmaß für die Modellqualität bestimmt. Um die Ursachen der Prognoseunsicherheit zu erforschen, wurde ein für Kriechmodelle geeignetes Verfahren der Sensitivitätsanalyse von XU und GERTNER vorgeschlagen, mit dem die Sensitivität selbst für korrelierte Eingangsparameter bestimmt werden kann. Damit können die Quellen der Variation der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit ermittelt und im Anschluss daran zielgerichtete Maßnahmen zur Reduktion der Streuung initiiert werden. Weiterhin wurde ein neues Verfahren entworfen, mit dem die Unsicherheit der Prognose mit Antwortflächen approximiert werden kann. Als Konsequenz daraus kann die Modellbewertung ohne explizite Unsicherheitsanalysen erfolgen und eine praxisgerechte Evaluierung der Prognosequalität wird ermöglicht.

Liegen Versuchsdaten zum Kriechverhalten des eingesetzten Betons vor, wird die Modellprognose an die gemessene Kriechnachgiebigkeit angepasst. Dafür werden mit dem Verfahren des BAYESian Updatings die stochastischen Eigenschaften der Parameter der Kriechmodelle sowie deren Korrelation bestimmt und im Anschluss daran die Modellunsicherheit aus der Übereinstimmung der optimierten Modellprognose mit dem experimentellen Kriechverhalten ermittelt. Durch die Kalibrierung der Kriechmodelle an den Versuchsdaten wird die Prognosequalität der Modelle wesentlich erhöht. Eine Neuheit dieser Arbeit ist, dass im Rahmen des Updatings die Streuung der experimentell ermittelten Kriechnachgiebigkeit berücksichtigt wird. Damit ergeben sich infolge der Variation der Messdaten zusätzliche Unsicherheiten in den Modellpa-

parametern. Die Variation der experimentellen Bestimmung des Kriechverhaltens wird folglich in das Kriechmodell bzw. dessen Parameter überführt. Da die Unsicherheit experimenteller Kriechuntersuchungen verhältnismäßig hoch ist, stellt diese Vorgehensweise eine wesentliche Voraussetzung zur realitätsnahen Parameterbestimmung dar und sollte in zukünftigen Parameteridentifikationen Berücksichtigung finden. Die Bewertung der Qualität der Kriechprognose der Modelle erfolgt erneut über eine Unsicherheitsanalyse unter Berücksichtigung der Parameter- und Modellunsicherheit. Hiermit lassen sich Aussagen zur Prognosequalität der Modelle für beliebige Zeiträume treffen, unabhängig von der Dauer der experimentellen Untersuchung. Alternativ wurde zur Quantifizierung der Modellqualität über die Unsicherheit der Prognose die Modellselktion nach BAYES vorgestellt und erstmals auf Kriechmodelle angewendet. Mit dieser Methode wird die Prognosequalität für den Zeitraum eines Versuchs bestimmt. Diese Vorgehensweise erwies sich besonders bei der Bewertung hierarchisch aufgebauter Kriechmodelle als sinnvoll.

Die Anwendung der Methode der Modellbewertung ohne Versuchsdaten erfolgte beispielhaft an den Modellen ACI209, MC10, B3 und GL2000. Für die in den Beispielen gewählten Randbedingungen zeigte sich, dass die Modelle B3 und GL2000 die Kriechnachgiebigkeit am zuverlässigsten prognostizieren und folglich deren Qualität am höchsten zu bewerten ist. Diese Schlussfolgerung kann für andere Randbedingungen abweichen. Die Funktionalität der entwickelten Methode beeinflusst dies jedoch nicht. Die durchgeführten Sensitivitätsanalysen zeigen, dass die relativ hohe Streuung des Elastizitätsmoduls im Wesentlichen für die Parameterunsicherheit der Modelle ACI209, MC10 und GL2000 verantwortlich ist. Das Modell B3 definiert die Kriechnachgiebigkeit ohne den Elastizitätsmodul, womit die geringere Parameterunsicherheit zu erklären ist. Weiterhin wurde deutlich, dass die in dieser Arbeit berücksichtigte Korrelation unter den Parametern die Sensitivität respektive die Unsicherheit der Kriechprognose für die Modelle MC10 und B3 signifikant beeinflusst. Als Konsequenz daraus ist die Parameterkorrelation für diese Modelle stets anzusetzen. Die Approximation der Gesamtunsicherheit mit Antwortflächen führte zu zufriedenstellenden Ergebnissen. Mit der abgeschätzten Modellqualität ergeben sich nur geringe Unterschiede zu der Bewertung auf Grundlage der expliziten Unsicherheitsanalyse. Mit der Approximation der Unsicherheit wird eine effiziente Modellbewertung ermöglicht.

Die Bewertungsmethode für den Fall der Verwendung von Versuchsdaten wurde auf die Modelle ACI209, MC10, B3, BOCKHOLD und HEIDOLF angewendet. Die Randbedingungen des Experiments sind in puncto Belastungsregime, Belastungszeitpunkt, Betonzusammensetzung und Umgebungsbedingungen so zu wählen, dass diese Konditionen bei einer späteren Verwendung für die Kriechprognose im Rahmen der Berechnung einer Gesamtstruktur ebenfalls annähernd auftreten. Es zeigte sich, dass die Unsicherheit der Kriechprognose im Vergleich zur Vernachlässigung von Versuchsdaten signifikant verringert wird. Weiterhin wurde deutlich, dass die Qualität der Kriechmodelle stets von den spezifischen, experimentellen Messungen abhängig ist und nur für den Einzelfall eine Empfehlung eines Modells ausgesprochen werden kann. Allgemein gültig kann festgehalten werden, dass bei einer hohen Streuung der Messdaten oder bei relativ kurzen Versuchsdauern von ca. zwei bis drei Monaten den Modellen mit einem hohen

Grad an Vorwissen eine höhere Qualität attestiert wird als beispielsweise den rheologischen Modellen von BOCKHOLD und HEIDOLF, zu denen nur wenig *a priori* Kenntnisse zu den Parametern vorliegen. Die Informationen in den experimentellen Daten sind in diesem Fall nicht ausreichend, um die flexiblen Modelle zuverlässig zu kalibrieren. Eine Reduktion der Messunsicherheit und eine Verlängerung der Versuchsdauer führen zu einer Minderung der Streuung der Prognose des Kriechverhaltens. Mit der Bewertung über die Gesamtunsicherheit der Prognose wird das geeignetste Modell für die gesamte Belastungsdauer ermittelt. Die Modellselektion nach BAYES ist stark von der Anzahl der verwendeten Messpunkte sowie vom Vorwissen über die Kriechparameter abhängig. Weiterhin wird damit nur eine Bewertung der Modellqualität für einen Zeitraum äquivalent zur Versuchsdauer ermöglicht. Folglich wird die Modellselektion nach BAYES nur für die Auswahl der Komplexität eines Kriechmodells - gleichbedeutend mit den Anzahl der Kriechketten - empfohlen. Die Ergebnisse der Modellbewertung belegen, dass die zukünftige Forschung im Bereich der Kriechmodelle nicht nur auf die Darstellbarkeit vieler Phänomene, sondern auch auf die Identifizierbarkeit der jeweiligen Modellparameter fokussiert sein sollte, da die Identifizierbarkeit sich wesentlich auf die Prognosequalität auswirkt.

Die Anwendung der vorhandenen Kriechmodelle des Normalbetons auf polymermodifizierten Beton offenbarte, dass zwar das Kriechverhalten mit den Modellen ACI209 und HEIDOLF für ein Einzelexperiment nachvollzogen werden kann, jedoch beim Vergleich der Modellparameter einzelner Versuche Widersprüche auftreten. Diese Diskrepanz zeigte sich in abweichenden Mittelwerten der Modellparameter, obwohl diese bei gleicher Betonzusammensetzung identisch bzw. ähnlich sein sollten. Eine allgemeine Anwendbarkeit der Modelle auf PCC kann bislang nicht empfohlen werden. Diese Aussage gilt es jedoch anhand weiterer Versuche und deren Nachrechnungen zu überprüfen.

Der Einfluss des Phänomens Kriechen bzw. die Auswirkung der Unsicherheit der Kriechprognose auf das Verhalten globaler Tragstrukturen wurde an den Beispielen einer Spannbetonbrücke sowie einer Stahlbetonstütze verdeutlicht. Infolge der Variation der Vorhersage des Kriechmaßes ergeben sich große Streuungen des Spannkraftverlusts der Brücke und des Momentenverlaufs der Stütze. Im Rahmen einer Bemessung von Tragwerken können diese Unsicherheiten der Kriechprognose durch den Ansatz von Konfidenzintervallen des Kriechmaßes vereinfachend berücksichtigt werden. Weiterhin zeigte sich, dass durch eine vorgeschaltete Qualitätsbewertung und die anschließende Auswahl eines geeigneten Kriechmodells die Unsicherheit der Prognose des Tragverhaltens der Gesamtstruktur verringert wird.

Zusätzlich zu Methoden der Bewertung des Partialmodells Kriechen wurde in dieser Arbeit eine Methodik entwickelt, die basierend auf Graphentheorie und Sensitivitätsanalysen die Signifikanz eines Partialmodells in einem Gesamtmodell, bestehend aus gekoppelten Partialmodellen, quantifiziert. Dies ermöglicht, Aussagen zur Prognosequalität eines Gesamtmodells in Abhängigkeit der verwendeten Partialmodelle zu treffen. Ferner werden mit der aufgestellten Methode Interaktionen zwischen Partialmodellen quantifiziert. Diese Kenntnis über die Wechselwirkungen der Partialmodelle schafft die Grundlage für ein besseres Verständnis des Tragverhaltens komplexer Strukturen. Die Qualität des Gesamtmodells wird anhand der Qua-

litäten der einzelnen Partialmodelle und deren Einfluss auf die globale Modellantwort quantifiziert. Am Beispiel einer Durchlaufträgerbrücke inklusive Unterbaus wurde diese Methode erprobt. Es wurde festgestellt, dass für die Ermittlung des Schnittgrößenzustands des Unterbaus die Partialmodellklassen Kriechen und geometrische Nichtlinearität gegenüber Schwinden und Fahrzeug-Struktur-Interaktion maßgebend sind. Ferner definiert die Qualität des Kriechmodells im Wesentlichen die Qualität des Gesamtmodells.

8 Ausblick

Die in der Arbeit entwickelten Methoden konzentrierten sich auf die Bewertung der Kriechmodelle auf Grundlage der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit. Neben den unterschiedlichen Kriechmodellen gibt es verschiedene Analysemethoden, um mit den für konstante Spannung entwickelten Kriechmodellen den Fall zeitlich veränderlicher Spannungen im Beton simulieren zu können. Neben der in dieser Dissertation verwendeten Integration über die Belastungsdauer sind dies beispielsweise die „*Effective Modulus Method*“ und die „*Age Adjusted Effective Modulus Method*“. Aufbauend auf Sensitivitätsanalysen ist die Bedeutung der Wahl des Kriechmodells zur Wahl der Analysemethode der Zeitintegration quantitativ gegenüberzustellen.

Eine Erweiterungsmöglichkeit der Methode zur Parameteridentifikation mittels BAYESIAN Updating ist die Berücksichtigung einer Korrelation der Messfehler. Hierfür ist eine große Anzahl an Probekörpern für gleiche experimentelle Randbedingungen zu untersuchen. Im Anschluss daran können aus den ermittelten einzelnen Kriechkurven explizit die Messunsicherheit und die Korrelation unter den Messfehlern errechnet werden. Infolge der Berücksichtigung der Korrelation im Updating wird in der anschließenden Berechnung die Streuung der Versuchsdaten mit den Kriechmodellen besser nachvollzogen.

Die allgemeine Anwendung der vorhandenen Kriechmodelle auf polymermodifizierten Beton ist weiterhin zu klären. Anhand weiterer Versuche mit einem breiten Spektrum an Betonzusammensetzung, an Belastungsalter- und intensität sowie weiterer variabler Randbedingungen kann die allgemeine Anwendbarkeit der Modelle auf PCC geprüft und eine mögliche Modifikation der Modelle vorgenommen werden. Weiterhin besteht die Möglichkeit, ein neues Kriechmodell eigens für PCC aufzustellen. Aufgrund des großen Einflusses der Polymermodifikation auf die Mikrostruktur empfiehlt sich hierbei ein Multiskalenansatz zur Beschreibung des Kriechverhaltens.

Weiterhin ist die in der Arbeit vorgestellte Methode zur Quantifizierung des Einflusses der Klassen von Partialmodellen am Gesamtsystem auf die Berücksichtigung der Qualität von Kopplungen zu erweitern. Damit erfolgt eine ganzheitliche Aussage über die Prognosequalität gekoppelter Partialmodelle. Mittels Klassifikation typischer Konstruktionen des Hoch- und Ingenieurbaus und der Anwendung der Bewertungsmethode auf diese Bauwerkstypen kann eine allgemeingültige Signifikanz der Partialmodelle für Berechnungsaufgaben abgeleitet werden. Diese Erkenntnisse können in Empfehlungen für die Analyse dieser Bauwerkstypen einfließen. Aus dem Forschungsansatz der Analyse der Messfehler ergibt sich die Frage der Qualität des Experiments. In einer Weiterführung dieser Arbeit kann anstelle der Bewertung der Qualität der Modellprognose auf die Bewertung der Qualität von Experimenten eingegangen werden.

Die in dieser Arbeit entwickelte Bewertungsmethode für Kriechmodelle des Betons kann auch auf weitere Partialmodelle des Betons, beispielsweise Schwindmodelle, angewandt werden. Ferner zeigen andere Materialien, wie zum Beispiel historisches Mauerwerk, ein zum Beton affines Kriechverhalten, so dass dementsprechend vergleichbare Modelle zu dessen Beschreibung vorliegen [142]. In einer Erweiterung dieser Dissertation kann die Bewertungsmethode in Bezug auf die spezifischen Anforderungen der Evaluierung dieser Mauerwerksmodelle modifiziert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Guidance on the Development, Evaluation, and Application of Environmental Models / United States Environmental Protection Agency. 2009. – Forschungsbericht 7, 8, 9
- [2] ACI209: Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures / American Concrete Institute. 1992. – Forschungsbericht 2, 12, 16, 33
- [3] AKAIKE, H.: A new Look at the Statistical Model Identification. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (6) (1974), S. 716–723 10, 79, 106
- [4] AL-MANASEER, A. ; LAM, J.-P.: Statistical Evaluation of Shrinkage and Creep Models. In: *ACI Materials Journal* 102 (3) (2005), S. 170–176 48
- [5] BABUSKA, I. ; ODEN, J.T.: Verification and Validation in Computational Engineering and Science: Basic Concepts. In: *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 (2004), S. 4057–4066 7
- [6] BATHE, K.-J.: *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996 113, 119
- [7] BAŽANT, Z.P. ; KIM, J.K. ; WITTMANN, F.H. ; ALOU, F.: Statistical Extrapolation of Shrinkage Data - Part II: Bayesian Updating. In: *ACI Materials Journal* 84 (1987), S. 83–91 72, 73, 76
- [8] BAŽANT, Z.P. ; LI, G.-H.: Unbiased Statistical Comparison of Creep and Shrinkage Prediction Models. In: *ACI Materials Journal* 105(6) (2008), S. 610–621 2, 16, 48, 49, 50, 84
- [9] BAŽANT, Z.P. ; PANULA, L.: Practical Prediction of Time-Dependent Deformations of Concrete: Part III. In: *Materials and Structures* 12 (1978), S. 415–423 50
- [10] BAŽANT, Z.P. ; WITTMANN, F.H. ; KIM, J.K. ; ALOU, F.: Statistical Extrapolation of Shrinkage Data - Part I: Regression. In: *ACI Materials Journal* 84 (1987), S. 20–34 3, 61
- [11] BAŽANT, Z.P.: Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method. In: *ACI Journal* 69 (1972), S. 212–217 24
- [12] BAŽANT, Z.P.: Probabilistic Analysis of Creep Effects in Concrete Structures. In: *Proceedings of 4th International Conference on Structural Safety and Reliability*, 1985, S. I-331–I-334 73
- [13] BAŽANT, Z.P.: Criteria for Rational Prediction of Creep and Shrinkage of Concrete. In: *ACI Materials Journal* 194 (2000), S. 215–236 48
- [14] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures - Model B3. In: *Materials and Structures* 28 (1995), S. 357–365 2, 16, 33, 35, 62
- [15] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Justificaton and Refinements of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage 1. Statistics and Sensitivity. In: *Materials and Structures* 28 (1995), S. 415–430 2, 33, 77
- [16] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Justificaton and Refinements of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage 2. Updating and Theoretical Basis. In: *Materials and Structures* 28 (1995), S. 488–495 33

- [17] BAŽANT, Z.P. ; CHERN, J.C.: Log Double Power Law for Concrete Creep. In: *ACI Journal* 82-59 (1985), S. 665–675 32
- [18] BAŽANT, Z.P. ; HAUGGAARD, A.B. ; BAWEJA, S. ; ULM, F.-J.: Mircoprestress-Solidification Theory for Concrete Creep. I: Aging and Drying Effects. In: *Journal of Engineering Mechanics* 123 (11) (1997), S. 1188–1194 17, 31
- [19] BAŽANT, Z.P. ; HUET, C. ; MÜLLER, H.S.: Comment on Recent Analysis of Concrete Creep Linearity and Applicability of Principle of Superposition. In: *Materials and Structures* 27 (1994), S. 359–361 30
- [20] BAŽANT, Z.P. ; KIM, J.K. ; PANULA, L.: Improved Prediction Model for Time Dependent Deformations of Concrete. Part 2: Basic Creep. In: *Materials and Structures* 24 (1991), S. 409–420 37, 38
- [21] BAŽANT, Z.P. ; OSMAN, E.: Double Power Law for Basic Creep of Concrete. In: *Materials and Structures* 9(49) (1976), S. 3–11 32
- [22] BAŽANT, Z.P. ; PRASANNAN, S.: Solidificaton Theory for Concrete Creep. I: Formulation. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (1989), S. 1691–1703 28, 29, 34, 37, 38
- [23] BAŽANT, Z.P. ; PRASANNAN, S.: Solidificaton Theory for Concrete Creep. II: Verification and Application. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (8) (1989), S. 1704–1725 28, 34
- [24] BECK, J.L. ; YUEN, K.-V.: Model Selection Using Response Measurements: Bayesian Probabilistic Approach. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130 (2) (2004), S. 192–203 78, 80
- [25] BETTEN, J.: *Finite Elemente für Ingenieure 2*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2004 113, 115, 118
- [26] BISHARA, A.G. ; ROSE, J.D. ; REDA YOUSSEF, M.A.: Shrinkage and Creep Characteristics of Latex-Modified Concrete. In: *Journal of the ACI* 75 (1978), S. 204–208 108
- [27] BLESSENSOHL, B.: *Zur numerischen Berechnung der Auswirkungen des Kriechens und Schwindens auf Betonverbundtragwerke - Grundlagen und Algorithmen für die EDV*, Rhein-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1990 24
- [28] BOCKHOLD, J.: *Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2005 2, 3, 21, 37, 40, 41, 120
- [29] BOCKHOLD, J.: 3D Material Model for Nonlinear Basic Creep of Concrete. In: *Computers and Concrete* 4 (2) (2007), S. 101–117 2, 40
- [30] BOCKHOLD, J. ; STANGENBERG, F.: Modellierung des nichtlinearen Kriechens von Beton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 99 (3) (2004), S. 209–216 2, 40, 45
- [31] BOX, G.E.P. ; BISGAARD, S. ; FUND, C.A.: An Explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering. In: *Quality and Reliability Engineering International* 4 (1988), S. 123–131 10
- [32] BOX, G.E.P. ; TIAO, G.C.: *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. John Wiley and Sons, 1992 11, 73
- [33] BROSSMANN, M.: *Analyse von Stahlbeton-Stabtragwerken mit der mathematischen Optimierung unter Berücksichtigung der Steifigkeitsdegradation und stochastischer Einflüsse*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2007 83
- [34] BYFORS, J.: Plain Concrete at Early Ages. In: *Swedish Cement and Concrete Research Institute, Forsking Research Fo. 3:80*. 1980 12, 14

- [35] CANTIENI, R.: Dynamic Behavior of Highway Bridges under the Passage of Heavy Vehicles / EMPA. 1992. – Forschungsbericht 136
- [36] CEB - COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code for Concrete Structures / Comité Bulletin No. 124/125-E. 1978. – Forschungsbericht 50
- [37] CEB - COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code 1990 / Comite Euro-International du Beton. 1993. – Forschungsbericht 47, 120
- [38] CEB - COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON: Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance - Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 90 : Volume 1-3 / Comité Euro-International du Beton. 1999. – Forschungsbericht 2, 33
- [39] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (FIB): fib Model Code 2010 - First Complete Draft - Volume 1 / International Federation for Structural Concrete (fib). 2010. – Forschungsbericht 2, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 33, 37, 41, 117, 128, 136
- [40] CHANDRA, A. ; OHAMA, Y.: *Polymers in Concrete*. CRC Press, Inc., 1994 108
- [41] CHIB, S. ; GREENBERG, E.: Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm. In: *The American Statistician* 49(4) (1995), S. 327–335 73
- [42] CHOI, B.S. ; SCANLON, A. ; JOHNSON, P.A.: Monte Carlo Simulation of Immediate and Time-Dependent Deflections of Reinforced Concrete Beams and Slabs. In: *ACI Structural Journal* 101 (5) (2004), S. 633–641 50
- [43] DE SCHUTTER, G. ; TAERWE, L.: Degree of Hydration-Based Description of Mechanical Properties of Early Age Concrete. In: *Materials and Structures* 29 (1996), S. 335–344 14
- [44] DIAMANTIDIS, D. ; MADSEN, H.O. ; RACKWITZ, R.: On the Variability of the Creep Coefficient of Structural Concrete. In: *Matériaux et Constructions* 17 (100) (1984), S. 321–328 50, 83, 84, 132
- [45] DIENER, J.: *Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Berechnung langzeitbelasteter Bauteile aus Stahlbeton und Spannbeton unter besonderer Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Rissbildung*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 1998 15, 25, 37, 38, 39
- [46] DIMMIG, A.: *Einflüsse von Polymeren auf die Mikrostruktur und die Dauerhaftigkeit kunststoffmodifizierter Mörtel (PCC)*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2002 108
- [47] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN 4227, Teil 1: Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung / Beuth Verlag, Berlin. 1988. – Norm 32
- [48] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton / Beuth Verlag, Berlin. 2008. – Norm 12, 128
- [49] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN EN 1991-2: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken / Beuth Verlag, Berlin. 2010. – Norm 136
- [50] DISCHINGER, F.: Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken. In: *Der Bauingenieur* 18 (1937), S. 487–520, 539–552, 595–621 26, 32
- [51] DONALDSON, J.R. ; SCHNABEL, R.B.: Computational Experience with Confidence Regions and Confidence Intervals for Nonlinear Least Squares / University of Colorado at Boulder. 1985. – Forschungsbericht 11
- [52] EISERT, D.: *Die Effizienzwertmethode (EWW)*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2004 11

- [53] FANG, S. ; GERTNER, G.Z. ; SHINKAREVA, S. ; WANG, G. ; ANDERSON, A.: Improved Generalized Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) for Model Assessment. In: *Statistics and Computing* 13 (2003), S. 221–226 9
- [54] FLOHR, A.: *Langzeitkriechversuche von PCC*. – Experimentelle Untersuchungen der Juniorprofessur „Polymere Bindemittel und Werkstoffe“ der Bauhaus-Universität Weimar - unveröffentlicht 93, 109
- [55] FLOHR, A.: *Stoffliche Aspekte des Einflusses einer Polymermodifikation auf die statischen und dynamischen Eigenschaften von Konstruktionsbeton*, Bauhaus-Universität Weimar, Diplomarbeit, 2005 93, 108, 109
- [56] GARDNER, N.J.: Comparison of Prediction Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal-Strength Concretes. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 31 (2004), S. 767–775 2, 48
- [57] GARDNER, N.J. ; LOCKMAN, M.J.: Design Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal-Strength Concrete. In: *ACI Materials Journal* 98 (2001), S. 159–167 2, 16, 20, 33
- [58] GILBERT, R.I.: *Time Effects in Concrete Structures*. Elsevier, 1988 1, 15, 16, 17, 18, 19, 28, 34, 120, 130
- [59] GLANVILLE, W.H.: *Studies in Reinforced Concrete - III: The Creep or Flow of Concrete under Load* / Department of Scientific and Industrial Research, London. 1930. – Forschungsbericht 24
- [60] GRASBERGER, S. ; MESCHKE, G.: Drying Shrinkage, Creep and Cracking of Concrete: From Coupled Material Modelling to Multifield Structural Analysis. In: DE BORST, R. (Hrsg.) ; BIČANIĆ, N. (Hrsg.) ; MANG, H. (Hrsg.) ; MESCHKE, G. (Hrsg.): *Computational Modelling of Concrete Structures*, 2003, S. 703–727 31
- [61] GRASSER, E. ; KRAEMER, U.: Kriechen von Beton unter hoher zentrischer und exzentrischer Druckbeanspruchung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 358*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1985 2, 18, 37, 38
- [62] GREEN, M. ; CEBON, D.: Dynamic Response of Highway Bridges to Heavy Vehicle Loads: Theory and Experimental Validation. In: *Journal of Sound and Vibration* (1994), Nr. 170, S. 51–78 136
- [63] GRÜBL, P. ; WEIGLER, H. ; KARL, S. ; KUPFER, H. (Hrsg.): *Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften*. Ernst & Sohn, 2001 (2) 83
- [64] GULL, S.F.: Bayesian Inductive Inference and Maximum Entropy. In: ERICKSON, G.J. (Hrsg.) ; SMITH, C.R. (Hrsg.): *Maximum entropy and Bayesian methods in science and engineering, vol.1: Foundations*. Kluwer, 1988 77
- [65] HAMPE, E.: Von der unsicheren Sicherheit zur sicheren Unsicherheit. In: *Bautechnik* 66 (10) (1989), S. 329–335 9
- [66] HANSON, J.A.: A 10-Year Study of Creep Properties of Concrete, Concrete Laboratory Report SP-38 / Design and Construction Division, Engineering Laboratories Branch, Denver. 1953. – Forschungsbericht 32
- [67] HASTINGS, W.K.: Monte Carlo Sampling Methods using Markov Chains and their Application. In: *Biometrika* 57 (1970), S. 97–109 73
- [68] HÄUSSLER-COMBE, U.: Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Beton - Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 101 (3) (2006), S. 175–186 117, 120

- [69] HÄUSSLER-COMBE, U. ; PRÖCHTEL, P.: Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Betone mit normaler und hoher Festigkeit. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 100 (1) (2005), S. 52–62 43
- [70] HEIDOLF, T.: *Zeit- und beanspruchungsabhängiges Tragverhalten von polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Beanspruchung*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2007 2, 3, 37, 40, 43, 108, 111, 121
- [71] HEIDOLF, T.: Zeitvariantes Trag- und Schädigungsverhalten von mehrfach wiederholt beanspruchtem polymermodifiziertem Beton (PCC), Teil 2: Modellbildung zum Tragverhalten von Beton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 104 (12) (2009), S. 823–834 2, 40
- [72] HEIRMAN, G. ; VANDEWALLE, L. ; VAN GEMERT, D. ; BOEL, V. ; AUDENAERT, K. ; DE SCHUTTER, G. ; DESMET, B. ; VANTOMME, J.: Time-Dependent Deformations of Limestone Powder Type Self-Compacting Concrete. In: *Engineering Structures* 30 (2008), S. 2945–2956 3, 93, 96
- [73] HELTON, J.C. ; JOHNSON, J.D. ; SALLABERRY, C.J. ; STORLIE, C.B.: Survey of Sampling-Based Methods for Uncertainty and Sensitivity Analysis / Sandia National Laboratories. 2006. – Forschungsbericht 69
- [74] HOLST, K.-H. ; HOLST, R.: *Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton : Entwurf, Konstruktion und Berechnung*. Ernst & Sohn, 2004 122
- [75] HOWELLS, R.W. ; LARK, R.J. ; BARR, B.I.G.: A Sensitivity Study of Parameters used in Shrinkage and Creep Prediction Models. In: *Magazine of Concrete Research* 57-10 (2005), S. 589–602 49
- [76] IMAN, R.L. ; CONOVER, W.J.: Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models with an Application to Risk Assessment. In: *Communications in Statistics* A9 (17) (1980), S. 1749–842 56, 57
- [77] KARAKI, G. ; FREUNDT, U.: Probabilistic Sensitivity and Uncertainty Analyses for the Responses of the Bridge-Vehicle-Interaction. In: *Computers & Structures* submitted (2011) 136
- [78] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models for Uncorrelated and Correlated Input Parameters. In: *Engineering Structures* 32 (11) (2010), S. 3758–3767 84
- [79] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Prediction Models in Concrete Structures. In: *Proceedings of 8th fib international PhD Symposium*, 2010, S. 213–218 84
- [80] KEITEL, H. ; KARAKI, G. ; NIKULLA, S. ; LAHMER, T. ; ZABEL, V.: Evaluation of Coupled Partial Models in Structural Engineering using Graph Theory and Sensitivity Analyses. In: *Engineering Structures* 33 (2011), S. 3726–3736 133, 136, 137, 141
- [81] KHOR, E.H. ; ROSOWSKY, D.V. ; STEWART, M.G.: Probabilistic Analysis of Time-Dependent Deflections of RC Flexural Members. In: *Computers and Structures* 79 (2001), S. 1461–1472 50
- [82] LAHMER, T. ; KNABE, T. ; NIKULLA, S. ; REUTER, M.: Bewertungsmethoden für Modelle des konstruktiven Ingenieurbaus. In: *Bautechnik Sonderheft* (2011) 8, 11
- [83] LI, C.Q. ; MELCHERS, R.E.: Reliability Analysis of Creep and Shrinkage Effects. In: *Journal of Structural Engineering* 118 (9) (1992), S. 2223–2237 50
- [84] LINDENSCHMIDT, K.-E.: The Effect of Complexity on Parameter Sensitivity and Model Uncertainty in River Water Quality Modelling. In: *Ecological Modelling* 190 (2006), S. 72–86 70
- [85] LORMAN, W.R.: Theory of Concrete Creep. In: *Proceedings ASTM* 40, 1940 32

- [86] LUCAS, L.J. ; OWHADI, H. ; ORTIZ, M.: Rigorous Verification, Validation, Uncertainty Quantification and Certification through Concentration-of-Measure Inequalities. In: *Computer Methods Application Mechanical Engineering* 197 (2008), S. 4591–4609 11
- [87] MABROUK, R. ; ISHIDA, T. ; MAEKAWA, K.: A Unified Solidification Model of Hardening Concrete Composite for Predicting the Young Age Behavior of Concrete. In: *Cement & Concrete Composites* 26 (2004), S. 453–461 30
- [88] MACKAY, D.J.C.: Bayesian Interpolation. In: *Neural Computation* 4 (1992), S. 415–447 10, 77
- [89] MACKAY, M.D. ; BECKHAM, R.J. ; CONOVER, W.J.: A Comparison of three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. In: *Technometrics* 21 (1979), S. 239–245 56
- [90] MADSEN, H.O. ; BAŽANT, Z.P: Uncertainty Analysis of Creep and Shrinkage Effects in Concrete Structures. In: *ACI Journal* 80 B (1983), S. 116–127 2, 50, 70, 71, 83, 84, 95
- [91] MAIER, A.: *Ein verbessertes Verfahren zur Berücksichtigung des Kriecheinflusses auf die Traglast knickgefährdeter Stahlbetondruckglieder*, Technische Universität München, Dissertation, 1978 37
- [92] MANDALENO, A.C.L.: *Erfassung von Verformungs- und Spannungszuständen im jungen Beton infolge Temperatur*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2002 12, 14
- [93] MANGAT, P.S. ; BAGGOTT, R. ; EVANS, D.A.: Creep Characteristics of Polymer Modified Concrete under Sustained Compression. In: *Polymers in Concrete: 3rd International Congress on Polymers in Concrete*, 1981 108
- [94] MAZZOTTI, C. ; SAVOIA, M.: Nonlinear Creep Damage Model for Concrete under Uniaxial Compression. In: *Journal of Engineering Mechanics* 129 (9) (2003), S. 1065–1075 2, 30, 37, 40
- [95] MCQUARRIE, A.D.R. ; TSAI, C.-L.: *Regression and Time Series Model Selection*. World Scientific, 1998 10, 79
- [96] MEYER, B.L. ; BRANSON, D.E. ; SCHUMANN, C.G. ; CHRISTIASON, M.L.: The Prediction of Creep and Shrinkage Properties of Concrete - Final Report No. 70-5 / Iowa Highway Commission. 1970. – Forschungsbericht 33
- [97] MONTGOMERY, D.C. ; RUNGER, G.C.: *Applied Statistics and Probability for Engineers, Third Edition*. Wiley, 2003 53, 58
- [98] MOST, T.: Assessment of Structural Simulation Models by Estimating Uncertainties due to Model Selection and Model Simplification. In: *Computers and Structures* 89 (2011), S. 1664-1672 135
- [99] MÜLLER, H.S.: *RILEM Data Bank, provided by Dr. H.S. Müller, Universität Karlsruhe (TH), Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Abteilung Baustofftechnologie, 76128 Karlsruhe, Germany* 16, 48
- [100] NECHVATAL, D.: *Normalbeton unter hohen Dauerlasten bei verhindertem Feuchteaustausch*, Technische Universität München, Dissertation, 1996 12, 18, 41, 93, 100
- [101] NECHVATAL, D. ; STÖCKL, S. ; KUPFER, H.: Kriechen, Rückkriechen und Dauerstandfestigkeit von Beton bei unterschiedlichem Feuchtegehalt und Verwendung von Portlandzement bzw. Portlandkalksteinzement. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 442*. Beuth-Verlag, Berlin, 1994 12
- [102] NEVILLE, A.M. ; DILGER, W.H. ; BROOK, J.J.: *Creep of Plain Structural Concrete*. Construction Press, London, New York, 1983 23

- [103] NIELSEN, L.F.: Kriechen und Relaxation des Betons. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 65 (1970), S. 272–275
27
- [104] ODEN, J.T. ; PRUDHOMME, S.: Estimation of Modeling Error in Computational Mechanics. In: *Journal of Computational Physics* 182 (2) (2002), S. 496–115 11
- [105] OHAMA, Y.: *Handbook of Polymer-Modified Concrete and Mortars*. Noyes Publications, 1995 108
- [106] OHNIMUS, S.: *Theorie und Numerik dimensions- und modelladaptiver Finite-Element-Methoden von Flächentragwerken*, Universität Hannover, Dissertation, 1996 11
- [107] ØSTERGAARD, L. ; LANGE, D.A. ; ALTOUBAT, S.A. ; STANG, H.: Tensile Basic Creep of Early-Age Concrete under Constant Load. In: *Cement & Concrete Research* 31 (2001), S. 1895–1899 30
- [108] OZBOLT, J. ; REINHARDT, H.W.: Creep-Cracking Interaction of Concrete - Threedimensional Finite Element Model. In: ULM, F.-J. (Hrsg.) ; BAŽANT, Z. P. (Hrsg.) ; WITTMANN, F. H. (Hrsg.): *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Proceedings of CONCREEP 6*, Elsevier Science Ltd., 2001 30
- [109] PFEFFERLE, R.: *Zur Theorie des Betonkriechens*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1971 32
- [110] PFISTER, R.: *Ein Ermüdungsschädigungsmodell für Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetontragwerken*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2007 42
- [111] PÖLLING, R.: *Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2000 41, 117, 120, 122
- [112] RASCH, C.: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 154*. Beuth-Verlag, Berlin, 1962 14, 15
- [113] REUTER, M.: Modellbildung beim Entwurf stählerner Rahmentragwerke. In: *Proceedings of the 17th DAST-Kolloquium*, 2010 11
- [114] ROCKINGER, M. ; JONDEAU, E.: Entropy Densities with an Application to Autoregressive Conditional Skewness and Kurtosis. In: *Journal of Econometrics* 106 (2002), S. 119–142 52, 54
- [115] ROHLING, A.: *Zum Einfluss des Verbundkriechens auf die Rissbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1987 46, 47
- [116] ROSS, A.D.: Concrete Creep Data. In: *The Structural Engineer* 15(8) (1937), S. 314–326 32
- [117] ROSTASY, F.S. ; TEICHEN, K.-H. ; ENGELKE, H.: Beitrag zur Klärung des Zusammenhangs von Kriechen und Relaxation bei Normalbeton / Otto-Graf-Institut - Amtliche Forschungs- und Materialprüfanstalt für das Bauwesen - Universität Stuttgart. 1973. – Forschungsbericht 93, 103, 126
- [118] RÜSCH, H.: Researches towards a General Flexural Theory for Structural Concrete. In: *ACI Journal* 57(7) (1960), S. 1–28 12, 13
- [119] RÜSCH, H. ; JUNGWIRTH, D.: *Stahlbeton Spannbeton, Band 1: Werkstoffeigenschaften und Bemessungsverfahren*. Werner Verlag, Düsseldorf, 1972 32
- [120] SALTELLI, A. ; ANNONI, P. ; AZZINI, I. ; CAMPOLONGO, F. ; RATTO, M. ; TARANTOLA, S.: Variance Based Sensitivity Analysis of Model Output. Design and Estimator for the Total Sensitivity Index. In: *Computer Physics Communications* 181 (2010), S. 259–270 133

- [121] SALTELLI, A. ; RATTO, M. ; ANDRES, T. ; CAMPOLONGO, F. ; CARIBONI, J. ; GATELLI, D. ; SAISANA, M. ; TARANTOLA, S.: *Global Sensitivity Analysis. The Primer*. John Wiley and Sons, 2008 2, 9, 10, 133, 134
- [122] SALTELLI, A. ; TARANTOLA, S. ; CAMPOLONGO, F. ; RATTO, M.: *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. John-Wiley & Sons, 2004 9
- [123] SCHWARZ, G. ...: Estimating the Dimension of a Model. In: *Annals of Statistics* 6(2) (1978), S. 461–464 10, 79, 106
- [124] SCHWER, L.E.: Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, V & V 10 / ASME. 2006. – Forschungsbericht 7, 8, 61
- [125] SHANK, J.R.: The Plastic Flow of Concrete. In: *Ohio State University Eng. Exp. Sta. Bull.* 91, 1935 32
- [126] SHEN, J.-H.: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - Heft 432*. Beuth Verlag GmbH, 1992 2, 18, 37, 40, 44
- [127] ŠMERDA, Z. ; KRÍSTEK, V.: *Creep and Shrinkage of Concrete Elements and Structures*. Elsevier, 1988 15
- [128] SNOWLING, S.D. ; KRAMER, J.R.: Evaluating Modelling Uncertainty for Model Selection. In: *Ecological Modelling* 138 (2001), S. 17–30 10
- [129] STEIN, P. ; LAHMER, T. ; BOCK, S.: Synthese und Analyse von gekoppelten Modellen im konstruktiven Ingenieurbau. In: *Bautechnik Sonderheft* (2011) 8, 132
- [130] STERMAN, J.D.: A Skeptic's Guide to Computer Models. In: BARNEY, G.O. ET AL (Hrsg.): *Managing a Nation: The Microcomputer Software Catalog*. Westview Press, 1991, S. 209–229 8
- [131] STÖCKL, S.: Versuche auf den Einfluß der Belastungshöhe auf das Kriechen des Betons. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 324*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1981 18
- [132] STRAUB, D.: *Bayesian Methods for Model Selection and Model Fusion*. Summer School, Bauhaus-Universität Weimar. August 2010 78, 79
- [133] STRAUB, L.G.: Plastic Flow in Concrete Arches. In: *Proceedings ASCE* 95, 1931 32
- [134] STREIT, W.: *Zeitabhängige Verformungen von Beton infolge hoher Druckbeanspruchungen*, Technische Universität München, Dissertation, 1991 37
- [135] SVENSVIK, B.: *Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1981 47
- [136] TARANTOLA, A.: *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005 11
- [137] TARANTOLA, S. ; GATELLI, D. ; MARA, T.A.: Random Balance Designs for the Estimation of First Order Global Sensitivity Indices. In: *Reliability Engineering and System Safety* 91 (2006), S. 717–827 9
- [138] TEÉNY, M.: Deformation Modes and Structural Parameters in Cemented Granular Systems. In: *Proceeding of Symposium on Materials*, 1969 45
- [139] TEPLÝ, B. ; KERŠNER, Z. ; NOVÁK, D.: Sensitivity Study of BP-KX and B3 Creep and Shrinkage Models. In: *Materials and Structures* 29 (1996), S. 500–505 50

- [140] TROST, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton- und Spannbeton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 62 (1967), S. 230–238 & 261–269 22, 24
- [141] VAN GEMERT, D. ; VANOVERSCHELDE, C.: Simulatie von Betonkruip door middel van Polyestermikro- beton / Katholieke Universiteit te Leuven. 1983. – Forschungsbericht 108
- [142] VERTRYNGE, E.: *Long-Term Behaviour of Monumental Masonry Constructions: Modelling and Probabilistic Evaluation (Levensverwachting van monumentale metselwerkconstructies: modellering en probabilistische beoordeling)*, Katholieke Universiteit Leuven, PhD Thesis, 2010 148
- [143] VISMANN, U.: *Zuverlässigkeitstheoretische Verifikation von Bemessungskriterien im Stahlbetonbau*, Technische Universität München, Dissertation, 1995 84, 132
- [144] VROUWENVELDER, T. ; STRUCTURAL SAFETY, Joint C. on (Hrsg.): Probabilistic Model Code, 12th draft / Joint Committee on Structural Safety. 2002. – Forschungsbericht 84, 132
- [145] WHITNEY, C.S.: Plain and Reinforced Concrete Arches. In: *ACI Journal* 28 (1932), S. 479–519 24
- [146] XI, Y. ; BAŽANT, Z.P.: Sampling Analysis of Concrete Structures for Creep and Shrinkage with Correlated Random Material Parameters. In: *Probabilistic Engineering Mechanics* 4 (4) (1989), S. 174–186 84, 85
- [147] XU, C. ; GERTNER, G.Z.: Uncertainty and Sensitivity Analysis for Models with Correlated Parameters. In: *Reliability Engineering and System Safety* 93 (2008), S. 1563–1573 9, 65
- [148] YANG, I.H.: Uncertainty and Updating of Long-Term Prediction of Prestress Forces in PSC Box Girder Bridges. In: *Computers and Structures* 83 (2005), S. 2137–2149 50
- [149] YANG, I.H.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Time-Dependent Effects in Concrete Structures. In: *Engineering Structures* 29 (2007), S. 1366–1374 2, 50, 83, 84
- [150] ZAHLTEN, W.: *Höhere Mechanik 2 - Nichtlineare Methoden*. Bergische Universität Wuppertal. 2006 113, 119

Ehrenwörtliche Erklärung

Ich erkläre hiermit ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weitere Personen waren an der inhaltlich-materiellen Erstellung der vorliegenden Arbeit nicht beteiligt. Insbesondere habe ich hierfür nicht die entgeltliche Hilfe von Vermittlungs- bzw. Beratungsdiensten (Promotionsberater oder anderer Personen) in Anspruch genommen. Niemand hat von mir unmittelbar oder mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Ich versichere ehrenwörtlich, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.



Weimar, im Dezember 2011

Holger Keitel

Veröffentlichungen des Autors

International reviewed Journals:

- [1] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models for Uncorrelated and Correlated Input Parameters. In: *Engineering Structures* 32 (11) (2010), S. 3758–3767
- [2] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A. ; VANDEWALLE, L. ; SCHUEREMANS, L.: Selecting Creep Models using Bayesian Methods. In: *Materials and Structures* submitted (2010)
- [3] KEITEL, H. ; KARAKI, G. ; NIKULLA, S. ; LAHMER, T. ; ZABEL, V.: Evaluation of Coupled Partial Models in Structural Engineering using Graph Theory and Sensitivity Analyses. In: *Engineering Structures* 33 (2011), S. 3726-3736

National Journals:

- [4] KEITEL, H. ; NIKULLA, S.: Traglastanalyse schlanker Stahlbetonstützen unter Kriechbeanspruchung. In: *Bautechnik Sonderheft* 6 (88) (2011), S. 53–59

International Conference Papers:

- [5] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A. ; ZABEL, V.: Characterization of Time-Dependent Deformations of Polymer Modified Cement Concrete (PCC). In: *18th Int. Conf. on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering*, 2009
- [6] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Prediction of Creep Deformation of PCC using Models of Standard Cement Concrete. In: AGUIAR, J. B. (Hrsg.) ; S., Jalali (Hrsg.) ; CAMÕES, A. (Hrsg.) ; FERREIRA, R. M. (Hrsg.): *Proceedings of 13th International Congress on Polymers in Concrete*, 2010, S. 457–464
- [7] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Prediction Models in Concrete Structures. In: *Proceedings of 8th fib international PhD Symposium*, 2010, S. 213–218

Lebenslauf

Persönliche Angaben:

Name: Holger Keitel
Geburtsdatum: 2. April 1982
Geburtsort: Lutherstadt Wittenberg
Familienstand: verheiratet, 2 Kinder

Schulbildung:

1988-1992 Grundschule Heinrich-Heine Reinsdorf
1992-2000 Lucas-Cranach-Gymnasium Piesteritz, Abitur

Studium:

2001-2004 Bauhaus-Universität Weimar, Bachelor of Science
2004-2006 Bauhaus-Universität Weimar, Diplom-Ingenieur

Berufstätigkeit:

2000-2001 Paul-Gerhard-Stift Wittenberg, Zivildienst
2007-2008 Voss & Kamb und Partner GmbH Kaiserslautern, Tragwerksplanung und
Projektleitung im Industriebau
seit 2008 Graduiertenkolleg 1462, Bauhaus-Universität Weimar, Doktorand
2009 Katholieke Universiteit Leuven, Forschungsaufenthalt im Rahmen der
Promotion

A Anhang

A Antwortflächen der Parameterunsicherheit

A.1 Sensitivität der Eingangsparameter

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0,711	0,774	0,813	0,832	0,861
S_{RH}	0,37	0,37	0,38	0,40	0,40
S_{f_c}	0,12	0,12	0,16	0,24	0,27
$S_{E_{c0}}$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$S_{V/S}$	0,36	0,36	0,35	0,33	0,31
S_{t_0}	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Tab. A.1: Sensitivitätsindizes der Parameterunsicherheit bezogen auf die Mittelwerte der Eingangsparameter, Modell MC10

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0,989	0,989	0,989	0,989	0,989
S_{RH}	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
S_{E_c}	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
S_{sl}	0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
S_a	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
S_{f-a}	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
$S_{V/S}$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
S_{t_0}	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Tab. A.2: Sensitivitätsindizes der Parameterunsicherheit bezogen auf die Mittelwerte der Eingangsparameter, Modell ACI209

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0,993	0,991	0,965	0,918	0,915
S_{RH}	0,04	0,05	0,10	0,18	0,28
S_c	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05
$S_{w/c}$	0,62	0,61	0,59	0,49	0,39
$S_{a/c}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,03
S_{f_c}	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
S_{k_s}	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02
$S_{V/S}$	0,01	0,03	0,04	0,08	0,09
S_{t_0}	0,25	0,20	0,12	0,09	0,06
S_{t_d}	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01

Tab. A.3: Sensitivitätsindizes der Parameterunsicherheit bezogen auf die Mittelwerte der Eingangsparameter, Modell B3

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0,747	0,751	0,843	0,881	0,897
S_{RH}	0,24	0,31	0,43	0,57	0,79
S_{E_c}	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$S_{V/S}$	0,62	0,55	0,50	0,36	0,15
S_{t_0}	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02
S_{t_d}	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01

Tab. A.4: Sensitivitätsindizes der Parameterunsicherheit bezogen auf die Mittelwerte der Eingangsparameter, Modell GL2000

A.2 Koeffizienten der Antwortflächen der Parameterunsicherheit

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0,697	0,754	0,803	0,812	0,840
β_0	—	62,8E-3	66,4E-3	90,8E-3	138,5E-3	151,4E-3
β_1	RH	238,4E-3	230,9E-3	180,6E-3	77,8E-3	48,3E-3
β_2	$f_{c,28}$	132,5E-6	131,2E-6	98,9E-6	-28,6E-6	-65,2E-6
β_3	V/S	54,6E-3	51,8E-3	34,2E-3	4,6E-3	-2,5E-3
β_{11}	RH^2	51,4E-3	52,4E-3	58,3E-3	71,1E-3	75,8E-3
β_{22}	$f_{c,28}^2$	8,2E-6	8,1E-6	7,6E-6	6,3E-6	5,9E-6
β_{33}	V/S^2	77,1E-3	74,9E-3	61,6E-3	42,2E-3	38,2E-3
β_{12}	$RH \times f_{c,28}$	-2,0E-3	-2,0E-3	-1,9E-3	-1,5E-3	-1,3E-3
β_{13}	$RH \times V/S$	-257,7E-3	-249,9E-3	-200,3E-3	-114,4E-3	-93,4E-3
β_{23}	$V/S \times f_{c,28}$	-19,9E-6	-7,0E-6	58,6E-6	100,9E-6	96,1E-6

Tab. A.5: Regressionskoeffizienten der Antwortfläche der Parameterunsicherheit, Modell MC10, mit $f_{c,28}$ in $[MN/m^2]$, RH in $[-]$ und V/S in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0,971	0,971	0,971	0,971	0,971
β_0	—	90,4E-3	90,4E-3	90,4E-3	90,4E-3	90,4E-3
β_1	RH	15,3E-3	15,3E-3	15,3E-3	15,3E-3	15,3E-3
β_2	sl	59,2E-3	59,2E-3	59,2E-3	59,2E-3	59,2E-3
β_3	$f-a$	12,9E-3	12,9E-3	12,9E-3	12,9E-3	12,9E-3
β_{11}	RH^2	-6,3E-3	-6,3E-3	-6,3E-3	-6,3E-3	-6,3E-3
β_{22}	sl^2	-36,6E-3	-36,6E-3	-36,6E-3	-36,6E-3	-36,6E-3
β_{33}	$f-a^2$	-7,9E-3	-7,9E-3	-7,9E-3	-7,9E-3	-7,9E-3
β_{12}	$RH \times sl$	2,2E-3	2,2E-3	2,2E-3	2,2E-3	2,2E-3
β_{13}	$RH \times f-a$	1,9E-3	1,9E-3	1,9E-3	1,9E-3	1,9E-3
β_{23}	$sl \times f-a$	6,4E-3	6,4E-3	6,4E-3	6,4E-3	6,4E-3

Tab. A.6: Regressionskoeffizienten der Antwortfläche der Parameterunsicherheit, Modell ACI209, mit RH in $[-]$, $f-a$ in $[-]$ und sl in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0,697	0,691	0,823	0,871	0,892
β_0	—	98,2E-3	91,9E-3	84,6E-3	111,4E-3	140,4E-3
β_1	RH	5,1E-3	21,3E-3	26,4E-3	-93,1E-3	-194,5E-3
β_2	V/S	1,1E-3	9,6E-3	34,4E-3	39,7E-3	14,3E-3
β_{11}	RH^2	1,6E-3	2,6E-3	31,1E-3	157,4E-3	243,4E-3
β_{22}	V/S^2	9,3E-3	27,6E-3	42,7E-3	9,3E-3	3,0E-3
β_{1111}	RH^4	-1,2E-3	-2,3E-3	-10,3E-3	-39,4E-3	-57,1E-3
β_{2222}	V/S^4	-5,5E-3	-17,5E-3	-28,7E-3	-5,4E-3	1,8E-3
β_{12}	$RH \times V/S$	-16,9E-3	-64,0E-3	-143,5E-3	-103,5E-3	-32,1E-3
β_{1122}	$RH^2 \times V/S^2$	8,7E-3	32,6E-3	67,9E-3	29,3E-3	-9,8E-3

Tab. A.7: Regressionskoeffizienten der Antwortfläche der Parameterunsicherheit, Modell GL2000, mit RH in $[-]$ und V/S in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0,990	0,977	0,931	0,851	0,843
β_0	—	175,4E-3	178,9E-3	158,6E-3	168,7E-3	167,5E-3
β_1	RH	2,4E-3	-25,6E-3	-46,7E-3	-56,6E-3	-64,5E-3
β_2	c	15,5E-6	-26,7E-6	-60,6E-6	-100,7E-6	-103,2E-6
β_3	w/c	-599,4E-3	-544,0E-3	-405,5E-3	-352,8E-3	-305,9E-3
β_4	$f_{c,28}$	-404,9E-6	-350,9E-6	6,9E-6	-93,7E-6	-309,3E-6
β_5	V/S	18,2E-3	6,8E-3	-35,6E-3	-85,4E-3	-81,9E-3
β_6	t_0	-718,6E-6	-828,6E-6	-405,1E-6	1,3E-6	111,7E-6
β_{11}	RH^2	1,7E-3	19,7E-3	35,4E-3	38,2E-3	36,8E-3
β_{22}	c^2	-23,8E-9	-10,5E-9	3,5E-9	31,1E-9	36,2E-9
β_{33}	w/c^2	646,0E-3	560,4E-3	417,2E-3	324,0E-3	268,5E-3
β_{44}	$f_{c,28}^2$	1,8E-6	4,1E-6	4,1E-6	3,1E-6	3,5E-6
β_{55}	V/S^2	-11,0E-3	-11,1E-3	4,2E-3	19,4E-3	11,8E-3
β_{66}	t_0^2	-2,7E-6	-784,3E-9	-726,8E-9	-744,3E-9	-882,8E-9
β_{12}	$RH \times c$	-4,9E-6	-6,5E-6	-11,6E-6	-7,7E-6	-4,5E-6
β_{13}	$RH \times w/c$	19,9E-3	26,0E-3	25,8E-3	41,6E-3	47,4E-3
β_{14}	$RH \times f_{c,28}$	56,8E-6	169,3E-6	164,4E-6	194,4E-6	277,2E-6
β_{15}	$RH \times V/S$	-16,0E-3	-18,3E-3	-8,4E-3	1,1E-3	11,1E-3
β_{16}	$RH \times t_0$	13,1E-6	77,7E-6	105,2E-6	73,7E-6	45,9E-6
β_{23}	$c \times w/c$	13,3E-6	78,6E-6	108,4E-6	105,9E-6	89,5E-6
β_{24}	$c \times f_{c,28}$	95,6E-9	76,0E-9	23,3E-9	107,4E-9	149,9E-9
β_{25}	$c \times V/S$	4,1E-6	8,6E-6	23,2E-6	41,8E-6	39,8E-6
β_{26}	$c \times t_d$	73,8E-9	122,4E-9	67,3E-9	-21,7E-9	-22,5E-9
β_{34}	$w/c \times f_{c,28}$	62,3E-6	-636,2E-6	-1,2E-3	-979,3E-6	-829,8E-6
β_{35}	$w/c \times V/S$	10,4E-3	31,8E-3	53,3E-3	80,6E-3	71,3E-3
β_{36}	$w/c \times t_0$	2,4E-3	2,0E-3	968,0E-6	350,6E-6	214,5E-6
β_{45}	$f_{c,28} \times V/S$	-74,7E-6	-57,4E-6	38,8E-6	234,5E-6	255,3E-6
β_{46}	$f_{c,28} \times t_0$	920,5E-9	-523,9E-9	-700,4E-9	-722,7E-9	-783,7E-9
β_{56}	$V/S \times t_0$	124,0E-6	142,1E-6	81,3E-6	-47,6E-6	-53,9E-6

Tab. A.8: Regressionskoeffizienten der Antwortfläche der Parameterunsicherheit, Modell B3, mit RH in $[-]$, V/S in $[m]$, c in $[kg/m^3]$, w/c in $[-]$, $f_{c,28}$ in $[MN/m^2]$ und t_0 in $[d]$

B Modellparameter und -qualität für die Versuchsdaten

B.1 A posteriori und a priori Parameter der Kriechmodelle

A posteriori	$\Psi_{mod,cr}$	φ_{∞,t_0}		β_H	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
A priori		E	CV	E	CV
<i>A priori</i>		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
Heirman: TC1	0,12	1,16 2,68	0,05 0,30	450 314	0,16 0,30
Heirman: SCC1	0,05	1,90 2,22	0,10 0,30	330 314	0,26 0,30
Heirman: SCC15	0,11	2,05 2,73	0,10 0,30	350 314	0,25 0,30
Heirman: SCC17	0,43	2,66 3,24	0,06 0,30	415 314	0,19 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,05$	0,43	2,79 3,24	0,05 0,30	480 314	0,14 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,10$	0,43	2,62 3,24	0,07 0,30	390 314	0,20 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,15$	0,43	2,57 3,24	0,08 0,30	370 314	0,22 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,20$	0,43	2,55 3,24	0,10 0,30	350 314	0,24 0,30
Nechvatal: 3-14	0,15	2,56 2,37	0,06 0,30	630 1480	0,27 0,30
Rostasy: LF alle Tage	0,07	2,97 1,16	0,04 0,30	1270 1320	0,13 0,30
Rostasy: LF 1 d-28 d	0,06	1,45 1,16	0,08 0,30	1090 1320	0,24 0,30
Rostasy: LF 1 d-56 d	0,06	1,34 1,16	0,08 0,30	1100 1320	0,24 0,30
Rostasy: LF 1 d-90 d	0,06	1,20 1,16	0,08 0,30	1110 1320	0,23 0,30
Rostasy: LF 1 d-180 d	0,06	1,37 1,16	0,07 0,30	1140 1320	0,21 0,30
Rostasy: LF 1 d-360 d	0,07	1,40 1,16	0,06 0,30	1180 1320	0,18 0,30
Rostasy: LF mit Entlastung	0,08	1,55 1,16	0,02 0,30	1400 1320	0,06 0,30
Flohr: PCC Test 1	0,65	4,84 <i>1,00</i>	0,11 <i>6,00</i>	1030 <i>0</i>	0,30 <i>1500</i>
Flohr: PCC Test 2	0,17	4,77 <i>1,00</i>	0,08 <i>6,00</i>	1140 <i>0</i>	0,23 <i>1500</i>

Tab. B.1: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY und FLOHR, Modell MC10

	$\Psi_{mod,cr}$	φ_{∞,t_0}		Ψ		d	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [d]	CV
A posteriori		E	CV	E	CV	E	CV
A priori		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
Heirman: TC1	0,03	1,42 1,51	0,17 0,30	0,49 0,6	0,07 0,30	10,9 10	0,18 0,30
Heirman: SCC1	0,07	3,21 5,83	0,17 0,30	0,45 0,6	0,09 0,30	13,1 10	0,19 0,30
Heirman: SCC15	0,04	3,45 6,02	0,18 0,30	0,46 0,6	0,10 0,30	13,0 10	0,18 0,30
Heirman: SCC17	0,03	3,86 5,48	0,16 0,30	0,60 0,6	0,05 0,30	10,8 10	0,17 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,05$	0,02	3,68 1,51	0,12 0,30	0,61 0,6	0,04 0,30	10,2 10	0,14 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,10$	0,03	3,99 1,51	0,16 0,30	0,60 0,6	0,06 0,30	11,2 10	0,18 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,15$	0,03	4,09 1,51	0,17 0,30	0,60 0,6	0,08 0,30	11,5 10	0,19 0,30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,20$	0,03	4,14 1,51	0,18 0,30	0,59 0,6	0,10 0,30	11,7 10	0,19 0,30
Nechvatal: 3-14	0,28	4,09 2,78	0,05 0,30	0,40 0,6	0,01 0,30	10,3 10	0,07 0,30
Rostasy: LF alle Tage	0,04	1,82 2,34	0,10 0,30	0,42 0,6	0,04 0,30	12,7 10	0,12 0,30
Rostasy: LF 1 d-28 d	0,03	1,66 2,34	0,16 0,30	0,43 0,6	0,05 0,30	11,5 10	0,18 0,30
Rostasy: LF 1 d-56 d	0,02	1,66 2,34	0,17 0,30	0,43 0,6	0,05 0,30	11,5 10	0,19 0,30
Rostasy: LF 1 d-90 d	0,02	1,66 2,34	0,17 0,30	0,43 0,6	0,05 0,30	11,4 10	0,19 0,30
Rostasy: LF 1 d-180 d	0,02	1,67 2,34	0,14 0,30	0,43 0,6	0,05 0,30	11,5 10	0,16 0,30
Rostasy: LF 1 d-360 d	0,03	1,71 2,34	0,13 0,30	0,42 0,6	0,05 0,30	11,9 10	0,14 0,30
Rostasy: LF mit Entlastung	0,07	2,22 2,34	0,09 0,30	0,42 0,6	0,04 0,30	15,8 10	0,09 0,30
Flohr: PCC Test 1	0,03	6,47 <i>1</i>	0,15 <i>8</i>	0,69 <i>0,4</i>	0,06 <i>0,6</i>	10,5 <i>6</i>	0,18 <i>30</i>
Flohr: PCC Test 2	0,05	6,78 <i>1</i>	0,13 <i>8</i>	0,43 <i>0,4</i>	0,05 <i>0,6</i>	11,5 <i>6</i>	0,15 <i>30</i>

Tab. B.2: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY und FLOHR, Modell ACI209

A posteriori A priori A priori	$\Psi_{mod,cr}$		q_2		q_3		q_4		q_5	
	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$
		E	CV	E	CV	E	CV	E	CV	E
		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	
Heirman: TC1	0,04	1,06E-4	0,03	1,77E-6	0,26	4,43E-6	0,19	2,41E-4	0,14	
		1,38E-4	0,30	1,80E-6	0,30	6,42E-6	0,30	4,06E-4	0,30	
Heirman: SCC1	0,07	1,30E-4	0,09	1,55E-6	0,30	6,61E-6	0,27	3,56E-4	0,30	
		1,17E-4	0,30	1,52E-6	0,30	6,60E-6	0,30	3,44E-4	0,30	
Heirman: SCC15	0,07	1,32E-4	0,09	3,75E-6	0,30	7,43E-6	0,29	4,33E-4	0,30	
		1,40E-4	0,30	3,73E-6	0,30	6,68E-6	0,30	3,61E-4	0,30	
Heirman: SCC17	0,25	1,28E-4	0,04	2,73E-6	0,18	5,50E-6	0,16	1,21E-3	0,02	
		1,62E-4	0,30	6,10E-6	0,30	6,73E-6	0,30	3,88E-4	0,30	
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,05$	0,19	1,14E-4	0,02	5,11E-6	0,18	9,74E-6	0,12	1,22E-3	0,07	
		1,62E-4	0,30	6,10E-6	0,30	6,73E-6	0,30	3,88E-4	0,30	
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,10$	0,30	1,06E-4	0,03	1,77E-6	0,22	4,43E-6	0,19	2,41E-4	0,09	
		1,62E-4	0,30	6,10E-6	0,30	6,73E-6	0,30	3,88E-4	0,30	
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,15$	0,30	1,11E-4	0,06	4,79E-6	0,26	9,85E-6	0,28	1,03E-3	0,11	
		1,62E-4	0,30	6,10E-6	0,30	6,73E-6	0,30	3,88E-4	0,30	
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,20$	0,29	1,13E-4	0,09	6,89E-6	0,26	1,05E-5	0,29	9,31E-4	0,14	
		1,62E-4	0,30	6,10E-6	0,30	6,73E-6	0,30	3,88E-4	0,30	
Nechvatal: 3-14	0,09	1,57E-4	0,03	3,54E-6	0,18	1,04E-5	0,03	-	-	
		1,29E-4	0,30	4,84E-6	0,30	5,52E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF alle Tage	0,03	9,40E-5	0,02	8,98E-7	0,31	5,90E-6	0,05	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF 1 d-28 d	0,03	9,30E-5	0,02	9,08E-7	0,30	6,90E-6	0,14	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF 1 d-56 d	0,03	9,33E-5	0,02	8,93E-7	0,30	6,61E-6	0,11	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF 1 d-90 d	0,04	9,35E-5	0,02	9,09E-7	0,29	6,31E-6	0,09	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF 1 d-180 d	0,04	9,38E-5	0,02	8,92E-7	0,29	6,06E-6	0,08	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF 1 d-360 d	0,03	9,38E-5	0,02	9,01E-7	0,29	6,00E-6	0,07	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Rostasy: LF mit Entlastung	0,02	9,40E-5	0,02	9,16E-7	0,29	5,85E-6	0,04	-	-	
		1,10E-4	0,30	9,03E-7	0,30	6,08E-6	0,30	-	-	
Flohr: PCC Test 1	0,08	6,06E-5	0,65	8,55E-6	0,53	9,04E-6	0,65	4,34E-2	0,06	
		0,00	1,00E-2	0,00	2,00E-4	0,00	2,00E-4	0,00	5,00E-2	
Flohr: PCC Test 2	0,06	3,55E-4	0,26	9,53E-6	0,59	8,58E-6	0,67	2,91E-2	0,06	
		0,00	1,00E-2	0,00	2,00E-4	0,00	2,00E-4	0,00	5,00E-2	

Tab. B.3: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY und FLOHR, Modell B3

A posteriori A priori	$\Psi_{mod,cr}$	τ_c^1		τ_c^2		τ_c^3		τ_c^4		n	
	CV	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [-] min	CV max
Heirman: TC1	0,06	510 10	0,19 1000	4,8E+9 1000	0,59 1E+10	- -	- -	- -	- -	1,55 1,00	0,18 2,00
Heirman: SCC1	0,04	200 10	0,56 1000	24000 1000	0,58 1E+5	4,8E+9 1E+5	0,61 1E+10	- -	- -	1,56 1,00	0,18 2,00
Heirman: SCC15	0,04	210 10	0,64 1000	4200 1000	0,68 1E+5	4,9E+9 1E+5	0,59 1E+10	- -	- -	1,55 1,00	0,18 2,00
Heirman: SCC17	0,07	430 10	0,37 1000	810 100	0,35 5000	2020 500	0,56 1E+5	4,8E+9 1E+5	0,60 1E+10	1,74 1,00	0,12 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,05$	0,05	530 10	0,33 1000	770 100	0,25 5000	1500 500	0,47 1E+5	4,9E+9 1E+5	0,62 1E+10	1,77 1,00	0,11 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,10$	0,07	410 10	0,41 1000	860 100	0,42 5000	2300 500	0,57 1E+5	4,8E+9 1E+5	0,57 1E+10	1,74 1,00	0,12 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,15$	0,09	360 10	0,49 1000	970 100	0,50 5000	2600 500	0,53 1E+5	5,0E+9 1E+5	0,57 1E+10	1,70 1,00	0,14 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,20$	0,11	350 10	0,54 1000	1050 100	0,52 5000	2800 500	0,50 1E+5	5,1E+9 1E+5	0,57 1E+10	1,67 1,00	0,15 2,00
Nechvatal: 3-14	0,12	130 10	0,09 1000	2,1E+5 1000	0,15 1E+6	2,1E+9 10000	0,40 1E+10	- -	- -	1,94 1,00	0,02 2,00
Rostasy: LF alle Tage	0,09	540 10	0,06 1000	3,2E+5 1000	0,34 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,87 1,00	0,06 2,00
Rostasy: LF 1 d-28 d	0,10	550 10	0,10 1000	1,9E+5 1000	0,65 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,86 1,00	0,07 2,00
Rostasy: LF 1 d-56 d	0,10	550 10	0,07 1000	2,7E+5 1000	0,56 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,87 1,00	0,07 2,00
Rostasy: LF 1 d-90 d	0,11	535 10	0,07 1000	3,1E+5 1000	0,39 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,85 1,00	0,07 2,00
Rostasy: LF 1 d-180 d	0,10	550 10	0,06 1000	3,1E+5 1000	0,32 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,84 1,00	0,07 2,00
Rostasy: LF 1 d-360 d	0,09	540 10	0,07 1000	3,5E+5 1000	0,35 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,88 1,00	0,06 2,00
Rostasy: LF mit Entlastung	0,06	540 10	0,06 1000	3,1E+5 1000	0,33 1E+6	- -	- -	- -	- -	1,83 1,00	0,06 2,00

Tab. B.4: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von HEIRMAN, NECHVATAL und ROSTASY, Modell Bockhold

A posteriori A priori	Flohr: PCC Test 1		Flohr: PCC Test 2	
	E min	CV max	E min	CV max
$\Psi_{mod,cr}$		0,33		0,15
τ_c^1	160 d 10 d	0,19 200 d	15 d 10 d	0,23 200 d
τ_c^2	310 d 100 d	0,31 500 d	200 d 100 d	0,40 500 d
τ_c^3	560 d 300 d	0,30 1000 d	500 d 300 d	0,28 1000 d
τ_c^4	1030 d 500 d	0,38 2000 d	920 d 500 d	0,34 2000 d
τ_c^5	5,1E+9 d 1000 d	0,58 1E+10 d	5,6E+9 d 1000 d	0,53 1E+10 d
n	1,42 1,00	0,13 2,00	1,51 1,00	0,20 2,00

Tab. B.5: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von FLOHR, Modell Bockhold

	$\Psi_{mod,cr}$	$a_{c,cr}^{1,0}$ ($\tau_c^1 = 1d$)	$a_{c,cr}^{2,0}$ ($\tau_c^2 = 10d$)	$a_{c,cr}^{3,0}$ ($\tau_c^3 = 100d$)	$a_{c,cr}^{4,0}$ ($\tau_c^4 = 1000d$)				
A posteriori	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
A priori		min	max	min	max	min	max	min	max
Heirman: TC1	0,03	0,19 0,00	0,09 0,50	0,09 0,00	0,53 1,00	0,68 0,00	0,18 1,50	0,43 0,00	0,52 2,00
Heirman: SCC1	0,02	0,31 0,00	0,28 0,50	0,34 0,00	0,53 1,00	0,69 0,00	0,49 1,50	1,06 0,00	0,51 2,00
Heirman: SCC15	0,04	0,32 0,00	0,24 0,50	0,34 0,00	0,53 1,00	0,86 0,00	0,44 1,50	1,08 0,00	0,52 2,00
Heirman: SCC17	0,06	0,42 0,00	0,08 0,50	0,75 0,00	0,13 1,00	1,25 0,00	0,17 1,50	1,17 0,00	0,47 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,05$	0,05	0,42 0,00	0,06 0,50	0,72 0,00	0,08 1,00	1,35 0,00	0,10 1,50	1,20 0,00	0,41 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,10$	0,07	0,41 0,00	0,09 0,50	0,77 0,00	0,15 1,00	1,17 0,00	0,22 1,50	1,15 0,00	0,48 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,15$	0,09	0,41 0,00	0,12 0,50	0,78 0,00	0,16 1,00	1,07 0,00	0,30 1,50	1,08 0,00	0,52 2,00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0,20$	0,10	0,41 0,00	0,14 0,50	0,79 0,00	0,18 1,00	1,00 0,00	0,34 1,50	1,10 0,00	0,49 2,00
Rostasy: LF alle Tage	0,03	0,16 0,00	0,08 0,50	0,13 0,00	0,29 1,00	0,41 0,00	0,22 1,50	0,66 0,00	0,26 2,00
Rostasy: LF 1 d–28 d	0,03	0,17 0,00	0,08 0,50	0,10 0,00	0,49 1,00	0,51 0,00	0,35 1,50	0,81 0,00	0,49 2,00
Rostasy: LF 1 d–56 d	0,03	0,17 0,00	0,08 0,50	0,11 0,00	0,47 1,00	0,48 0,00	0,33 1,50	0,83 0,00	0,45 2,00
Rostasy: LF 1 d–90 d	0,03	0,16 0,00	0,08 0,50	0,12 0,00	0,35 1,00	0,43 0,00	0,27 1,50	0,79 0,00	0,51 2,00
Rostasy: LF 1 d–180 d	0,03	0,16 0,00	0,08 0,50	0,13 0,00	0,29 1,00	0,40 0,00	0,26 1,50	0,70 0,00	0,54 2,00
Rostasy: LF 1 d–360 d	0,02	0,17 0,00	0,08 0,50	0,13 0,00	0,31 1,00	0,40 0,00	0,28 1,50	0,71 0,00	0,53 2,00
Flohr: PCC Test 1	0,07	0,55 0,00	0,08 1,00	1,77 0,00	0,09 2,00	1,39 0,00	0,29 2,50	1,75 0,00	0,40 3,00
Flohr: PCC Test 2	0,07	0,74 0,00	0,05 1,00	0,56 0,00	0,12 2,00	1,68 0,00	0,11 2,50	1,77 0,00	0,34 3,00

Tab. B.6: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von HEIRMAN, ROSTASY und FLOHR, Modell Heidolf

	$\Psi_{mod,cr}$	$i = 1$ ($\tau_c^1 = 1d$)		$i = 2$ ($\tau_c^2 = 10d$)		$i = 3$ ($\tau_c^3 = 100d$)		$i = 4$ ($\tau_c^4 = 1000d$)	
A posteriori	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
A priori		min	max	min	max	min	max	min	max
$a_{c,cr,v-el}^{i,0}$		0,06	0,42	0,04	0,58	0,06	0,62	0,15	0,52
		0,00	0,10	0,00	0,10	0,00	0,40	0,00	0,40
$a_{c,cr,v-el}^{i,1}$		151	0,31	50	0,40	46	0,49	59	0,43
	0,05	0	400	0	400	0	400	0	400
$a_{c,cr,v-pl}^{i,0}$		0,09	0,41	0,05	0,41	0,28	0,26	0,59	0,23
		0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,80	0,00	0,80
$a_{c,cr,v-pl}^{i,1}$		548	0,15	83	0,64	143	0,57	160	0,47
		0	800	0	800	0	800	0	800

Tab. B.7: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von NECHVATAL, Modell Heidolf

	$\Psi_{mod,cr}$	$i = 1$ ($\tau_c^1 = 1d$)		$i = 2$ ($\tau_c^2 = 10d$)		$i = 3$ ($\tau_c^3 = 100d$)		$i = 4$ ($\tau_c^4 = 1000d$)	
A posteriori	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
A priori		min	max	min	max	min	max	min	max
$a_{c,cr,v-el}^{i,0}$		0,08	0,14	0,06	0,46	0,05	0,59	0,05	0,49
	0,02	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20
$a_{c,cr,v-pl}^{i,0}$		0,08	0,19	0,10	0,32	0,29	0,18	0,72	0,15
		0,00	0,30	0,00	0,50	0,00	1,00	0,00	1,00

Tab. B.8: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuche von ROSTASY mit Entlastung, Modell Heidolf

	$m = n = 3$		$m = n = 4$		$m = n = 5$		$m = n = 6$		$m = n = 7$	
A posteriori	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
A priori	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
$\Psi_{mod,cr}$		0,064		0,046		0,041		0,036		0,032
$\alpha_{c,cr}^{1,0}$ ($\tau_c^1 = 1d$)	0,19	0,05	0,18	0,07	0,18	0,06	0,17	0,09	0,17	0,10
	0,00	0,50	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20
$\alpha_{c,cr}^{2,0}$ ($\tau_c^2 = 5d$)	-	-	-	-	-	-	0,04	0,71	0,04	0,75
	-	-	-	-	-	-	0,00	0,20	0,00	0,20
$\alpha_{c,cr}^{3,0}$ ($\tau_c^3 = 10d$)	-	-	0,08	0,47	0,07	0,52	0,04	0,74	0,05	0,70
	-	-	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20	0,00	0,20
$\alpha_{c,cr}^{4,0}$ ($\tau_c^4 = 50d$)	0,43	0,11	-	-	0,10	0,59	0,09	0,64	0,09	0,57
	0,00	0,80	-	-	0,00	0,40	0,00	0,20	0,00	0,20
$\alpha_{c,cr}^{5,0}$ ($\tau_c^5 = 100d$)	-	-	0,51	0,17	0,40	0,26	0,39	0,27	0,32	0,33
	-	-	0,10	0,80	0,10	0,80	0,10	0,80	0,10	0,80
$\alpha_{c,cr}^{6,0}$ ($\tau_c^6 = 500d$)	-	-	-	-	-	-	-	-	0,30	0,48
	0,00	0,50	-	-	-	-	-	-	0,10	0,80
$\alpha_{c,cr}^{7,0}$ ($\tau_c^7 = 1000d$)	0,81	0,18	0,54	0,30	0,59	0,28	0,61	0,28	0,34	0,48
	0,00	1,50	0,10	1,00	0,10	1,00	0,10	1,00	0,10	1,00

Tab. B.9: *A posteriori* und *a priori* Parameterverteilung, Versuch von ROSTASY, alle Tage, Modell Heidolf, verschiedene Anzahl der Kriechketten

B.2 Modellselektionsfaktoren und Modellqualität

	MC10		ACI209		B3		Bockhold		Heidolf	
	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N
	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
Heirman: TC1	0,00	0,00	0,67	1,00	0,05	0,07	0,27	0,39	0,01	0,01
Heirman: SCC1	0,78	1,00	0,01	0,01	0,09	0,11	0,08	0,10	0,04	0,05
Heirman: SCC15	0,28	0,82	0,02	0,07	0,34	1,00	0,30	0,89	0,06	0,17
Heirman: SCC17	0,00	0,00	0,41	1,00	0,00	0,00	0,38	0,91	0,21	0,52
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,05$	0,00	0,00	0,97	1,00	0,00	0,00	0,03	0,03	0,00	0,00
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,10$	0,00	0,00	0,58	1,00	0,00	0,00	0,34	0,59	0,08	0,14
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,15$	0,00	0,00	0,44	1,00	0,00	0,00	0,37	0,85	0,19	0,44
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,20$	0,00	0,00	0,40	1,00	0,00	0,00	0,37	0,93	0,23	0,59
Nechvatal: 3-14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,99	1,00
Rostasy: LF, alle Tage	0,21	0,36	0,14	0,24	0,57	1,00	0,00	0,00	0,08	0,15
Rostasy: LF, 1 d-28 d	0,38	0,97	0,076	0,17	0,40	1,00	0,00	0,00	0,15	0,39
Rostasy: LF, 1 d-56 d	0,36	0,93	0,09	0,23	0,40	1,00	0,00	0,00	0,15	0,39
Rostasy: LF, 1 d-90 d	0,39	1,00	0,12	0,32	0,37	0,96	0,00	0,00	0,12	0,31
Rostasy: LF, 1 d-180 d	0,41	1,00	0,15	0,37	0,34	0,83	0,00	0,00	0,10	0,25
Rostasy: LF, 1 d-360 d	0,33	0,83	0,14	0,35	0,39	1,00	0,00	0,00	0,14	0,36
Rostasy: LF, mit Entlastung	0,01	0,01	0,01	0,01	0,97	1,00	0,00	0,00	0,01	0,01
Flohr: PCC Test 1	0,00	0,00	0,86	1,00	0,11	0,12	0,00	0,00	0,03	0,04
Flohr: PCC Test 2	0,00	0,00	0,40	1,00	0,38	0,92	0,01	0,01	0,21	0,50

Tab. B.10: Modellselektionsfaktor (MSF)

	MC10		ACI209		B3		Bockhold		Heidolf	
	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}
	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y
	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
Heirman: TC1	0,72	0,61	1,00	0,78	0,80	1,00	0,69	0,65	0,69	0,72
Heirman: SCC1	1,00	0,96	0,93	0,88	0,99	1,00	0,62	0,93	0,60	0,63
Heirman: SCC15	0,77	0,79	0,90	0,90	1,00	1,00	0,68	0,96	0,60	0,66
Heirman: SCC17	0,38	0,44	1,00	1,00	0,47	0,57	0,66	0,93	0,79	0,88
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,05$	0,24	0,28	1,00	1,00	0,37	0,44	0,69	0,93	0,85	0,93
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,10$	0,26	0,30	1,00	1,00	0,37	0,43	0,65	0,91	0,81	0,90
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,15$	0,28	0,32	1,00	1,00	0,38	0,45	0,64	0,88	0,75	0,81
Heirman: SCC17, $CV_Z = 0,20$	0,30	0,34	1,00	1,00	0,42	0,48	0,71	0,91	0,74	0,79
Nechvatal: 3-14	0,52		0,35		1,00		0,53		0,53	
Rostasy: LF, alle Tage	0,75	0,63	0,86	0,72	1,00	1,00	0,66	0,56	0,87	0,71
Rostasy: LF, 1 d–28 d	0,90	0,92	1,00	0,91	0,74	1,00	0,64	0,71	0,95	0,72
Rostasy: LF, 1 d–56 d	0,93	0,85	1,00	0,83	0,82	1,00	0,71	0,71	0,99	0,73
Rostasy: LF, 1 d–90 d	0,86	0,76	1,00	0,82	0,84	1,00	0,66	0,62	0,98	0,70
Rostasy: LF, 1 d–180 d	0,87	0,76	0,97	0,83	0,87	1,00	0,63	0,59	1,00	0,74
Rostasy: LF, 1 d–360 d	0,89	0,72	1,00	0,78	0,98	1,00	0,70	0,59	0,94	0,65
Rostasy: LF, mit Entlastung	0,70		0,74		1,00		0,71		0,81	
Flohr: PCC Test 1	0,17	0,21	1,00	0,92	0,85	1,00	0,35	0,45	0,89	0,87
Flohr: PCC Test 2	0,53	0,65	0,88	0,97	1,00	1,00	0,57	0,73	0,82	0,81

Tab. B.11: Modellqualität für den Dauer des Versuchs $t = t_Z$ und bis $t = 100 y$

	$m = n = 3$	$m = n = 4$	$m = n = 5$	$m = n = 6$	$m = n = 7$
MSF [-]	0,07	0,73	0,12	0,06	0,02
MSF^N [-]	0,10	1,00	0,16	0,08	0,03
MQ_{cr}, t_Z [-]	0,95	1,000	0,99	0,99	0,95
$MQ_{cr}, 100 y$ [-]	0,95	1,00	0,98	0,98	0,96

Tab. B.12: Modellselektionsfaktor und Modellqualität, Versuch von ROSTASY, alle Tage, Modell Heidolf, verschiedene Anzahl der Kriechketten

Übersetzung / Translation

Evaluation Methods for Prediction Quality of Concrete Creep Models

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Holger Keitel

geboren am 2. April 1982
in Lutherstadt Wittenberg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig-Osburg
Prof. Dr. Guido Morgenthal
Prof. Dr. Dionys van Gemert

Tag der Disputation: 19. Dezember 2011

For Tammo and Loki

Preface and Acknowledgments

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2008 bis 2011 am Graduiertenkolleg 1462 „*Bewertung gekoppelter numerischer Partialmodelle im Konstruktiven Ingenieurbau*“ an der Bauhaus-Universität Weimar sowie während eines dreimonatigen Forschungsaufenthaltes an der Katholieke Universiteit Leuven und wurde von der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar als Dissertation angenommen. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft DFG danke ich an dieser Stelle ausdrücklich für die finanzielle Unterstützung.

Frau Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig–Osburg gilt mein besonderer Dank für die gute wissenschaftliche Betreuung, Förderung und das entgegengebrachte Vertrauen. Besonders der von ihr tolerierte Spielraum in der eigenen Themenstellung ermöglichte die kreative Verwirklichung eigener Vorschläge und Ideen, was ich als großen Gewinn empfinde. Herrn Prof. Dr. Luc Schueremans möchte ich für das Interesse an meiner Arbeit sowie seine stets konstruktive Kritik während und nach meinem Aufenthalt an der KU Leuven danken. Dadurch konnte ich meine Arbeit wesentlich verbessern. Weiterhin danke ich Prof. Dr. Dionys van Gemert, der mir im Speziellen in der Anfangsphase der Arbeit beratend zur Seite stand.

Mein Dank gilt ebenso Herrn Prof. Dr. Guido Morgenthal und abermals Herrn Prof. Dr. Dionys van Gemert für die Bereitschaft der Übernahme des Koreferats.

Großen Dank möchte ich ebenfalls den beiden PostDocs des Graduiertenkollegs Herrn Dr.-Ing. Thomas Most und Herrn Dr. rer. nat. Tom Lahmer gegenüber ausdrücken, die mir aufgrund ihres Fachwissens auf dem Gebiet der Stochastik wesentliche Hilfestellung gaben und stets für konstruktive Diskussionen offen waren.

Die Erstellung einer solchen Arbeit wäre ohne die freundschaftliche Hilfe vieler Kollegen am Graduiertenkolleg sowie an der gesamten Universität nicht möglich gewesen. Mein besonderer Dank gilt Hendrik Schröter, Ghada Karaki und Tina Knabe für den fachlichen Rat sowie für die Inspirationen, die sich aus den vielen Gesprächen ergaben. Alexander Flohr danke ich vielmals für die kooperative Zusammenarbeit und die Möglichkeit, seine Messdaten des polymermodifizierten Betons in meiner Arbeit zu verwenden.

Schließlich danke ich meiner Familie für die schon fast selbstverständliche Unterstützung: meinen Eltern und meiner Schwester Anja sowie im Besonderen meiner Frau Nadine und meinem Sohn Tammo, die mich in schweren Phasen stets aufmunterten, mir zur Seite standen und somit einen großen Anteil an der Fertigstellung dieser Arbeit haben. Euch allen gilt ein großes Dankeschön.

Abstract

The goal of this doctoral thesis is the development of methods for the evaluation of the prediction quality of creep models. The methods are distinguished into two scenarios: the evaluation with and without experimental data about the creep behavior of concrete. The model quality is quantified by the total uncertainty of the predicted creep compliance, composed of parameter and model uncertainty. The uncertainty of the creep prognosis without using measurement data is quantified by an uncertainty analysis taking into account the parameter correlation. In this case, the total model quality is determined from the time-dependent variation of the creep compliance. When experimental data of the creep behavior is considered the stochastic properties of the creep model parameters are found by means of BAYESian Updating. The evaluation is once more based on an uncertainty analysis using the identified model parameters. To provide an alternative for the evaluation method considering measurements, the BAYESian model selection is for the first time applied to creep models. This methodology is especially recommended for the evaluation of rheological creep models with hierarchical complexity. Examples show that the application of the developed methods enables efficient model quality evaluation. Furthermore, the choice of the most appropriate model reduces the uncertainty of the creep prognosis and as consequence the variation incorporated in the time-dependent analysis of global models of reinforced and prestressed concrete structures is reduced as well. Besides the evaluation of the creep partial model, an assessment method of coupled partial models based on graph theory and sensitivity analysis is developed. Therewith, the influence of classes of partial models on the global model response is quantified, interactions of partial models are detected, and a measure for the quality of the global model is derived.

Contents

Symbols and Abbreviations	xii
1 Introduction	1
1.1 Motivation	1
1.2 Objective and Approach	3
1.3 Outline of the Thesis	4
2 State of the Art	5
2.1 Definition and Evaluation of Models	5
2.1.1 Model Definition	5
2.1.2 Evaluation Methods for Models	6
2.2 Long-Term Behavior of Concrete	9
2.2.1 Time-Dependent Strength and Stiffness Parameters	9
2.2.2 Shrinkage and Shrinkage Models	12
2.2.3 Creep	15
2.2.3.1 Definition and Basic Interrelations	15
2.2.3.2 Long-Term Behavior at Constant Stress or Displacement	17
2.2.3.3 Long-Term Behavior at Variable Stress or Displacement	19
2.2.3.4 General Approaches of Linear Creep Theory	28
2.2.3.5 Prediction Models for the Creep Compliance	30
2.2.3.6 Non-Linearity of Creep under high Stresses	33
2.2.3.7 Rheological Models for the Description of the Creep Deformation	37
2.2.3.8 Application of One-Dimensional Creep Models for Multiaxial	
Stresses	42
2.2.3.9 Creep of Bond	43
2.3 Evaluation of Creep Models of Concrete	44
2.3.1 Evaluation Based on Measurement Data	44
2.3.2 Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models	46
3 Stochastic Fundamentals	49
3.1 Random Variables and Random Vectors	49
3.1.1 Random Variables	49
3.1.2 Random Vectors	52

3.2	Sampling Strategies	53
3.2.1	Monte Carlo Simulation	53
3.2.2	Latin Hypercube Sampling	54
3.3	Response Surface Methods	55
4	Evaluation Methods for the Prediction Quality of Creep Models	59
4.1	Definition of Quality of Creep Models	59
4.2	Evaluation of Model Quality without Measurement Data	61
4.2.1	Parameter Uncertainty	61
4.2.1.1	Uncertainty Analysis	61
4.2.1.2	Sensitivity Analysis	62
4.2.1.3	Approximation of Parameter Uncertainty using Response Surfaces	64
4.2.2	Model Uncertainty	68
4.2.3	Evaluation	69
4.3	Evaluation of Model Quality using Measurement Data	70
4.3.1	Bayesian Updating	71
4.3.2	Bayesian Model Selection	75
4.3.3	Evaluation	77
4.4	Consideration of Uncertainty in Structural Analysis	78
4.5	Summary	78
5	Examples of Model Quality Evaluation of Creep Models	81
5.1	Evaluation of Model Quality without Measurement Data	81
5.1.1	Definition of Boundary Conditions	81
5.1.2	Results of the Uncertainty Analysis and Evaluation of Model Quality . .	83
5.1.3	Results of the Sensitivity Analysis	86
5.1.4	Approximation of the Uncertainty of Model Prognosis and Model Quality	89
5.2	Evaluation of Model Quality using Measurement Data	91
5.2.1	Analyses of Short-Term Creep Experiments	94
5.2.1.1	Experimental Tests of Heirman	94
5.2.1.2	Test of Nechvatal	99
5.2.2	Analyses of Long-Term Creep Experiments	101
5.2.3	Selection of Model Complexity	101
5.2.4	Prediction Quality of the Creep Models	104
5.2.5	Application of Creep Models to Special Concretes using the Example of Polymermodified Concrete (PCC)	106
5.3	Summary	109
6	Creep in Structures and Evaluation of Coupled Partial Models	111
6.1	Numerical Model	111
6.1.1	Fundamentals of the FEM Model	111
6.1.2	Consideration of Long-Term Behavior	118

6.2	Influence of Creep on Global Structural Behavior	120
6.2.1	Prestressed Concrete Bridge with Post-Tensioning	120
6.2.1.1	Creep Prediction without Measurement Data	120
6.2.1.2	Creep Prediction using Measurement Data	124
6.2.2	Reinforced Concrete Column under Sustained Loading	125
6.3	Evaluation of Coupled Partial Models	130
6.3.1	Evaluation Method	130
6.3.2	Model Quality Evaluation of a Continuous Beam Bridge	134
6.4	Summary	139
7	Summary	141
8	Outlook	145
	References	147
	Solemn Declaration	157
	Publications of the Author	159
	Curriculum Vitae	161
	Appendix	A-1
A	Response Surfaces of Parameter Uncertainty	A-1
A.1	Sensitivity of Input Parameters	A-2
A.2	Coefficients of Response Surfaces of Parameter Uncertainty	A-3
B	Model Parameters and Model Quality considering Experimental Data	B-1
B.1	Prior and Posterior Parameters of Creep Models	B-1
B.2	Model Selection Factors and Model Quality	B-9

Symbols and Abbreviations

Symbols and abbreviations, which are not listed in the following tables, will be explained in the text.

Latin letters

A	general bold symbol: vector, matrix
C_c	creep compliance
d_1	distance from center of reinforcement to the boundary
E	elastic modulus
EA, EI	axial and flexural stiffness
E_{c0}	tangent modulus of concrete
E_{ca}	asymptotic elastic modulus of concrete
E_{cm}	secant modulus of concrete
$F(\sigma_c)$	non-linearity function
f_c	compressive strength of concrete
f_{ct}	tensile strength of concrete
$f_{c,T}$	long-term compressive strength of concrete
$f_{p0.1k}$	stress of prestressing steel at strain $\varepsilon_p = 1\%$
f_y	yielding strength of reinforcement
J_c	total compliance of concrete
M	number of measurement points
M	class of partial models
MSF	model selection factor
MSF^N	normalized model selection factor
N	number of time increments
N_{PM}	number of partial models within one model class
N_M	number of model classes
$N_{M,red}$	reduced number of model classes
n_1	number of measurement points within one logarithmic time decade

n_d	number of logarithmic time decades
N, M	section forces: normal force and bending moment
MQ_{cr}	model quality, evaluated by total uncertainty
P	number of parameters
PM	partial model
p/c	polymer-cement-ratio
t	age of concrete
t_0	age of concrete at beginning of loading
t_d	age of concrete at beginning of drying
t_Z	duration of experiment
u, w, φ	displacements and rotations
X	parameter
Y	model prognosis
Z	measurement data

Greek letters

α	uncertainty of creep phenomenon
α_{int}	internal variable of non-linear material behavior
β_{cc}	coefficient describing the increase of strength due to hardening
$\beta_{c,sus}$	coefficient describing the decrease of strength due to sustained loading

β_{ct}	factor describing the tension stiffening effect	$a_{c,cr,v-el}$	creep parameter visco-elastic
β_E	coefficient describing the increase of stiffness due to hardening	$a_{c,cr,v-pl}$	creep parameter visco-plastic
$\Delta(\cdot)$	increment	a/c	aggregate-cement-ratio
ϵ	measurement error	B	B-matrix, differentiation of shape function
ϵ_0	strain at centroid	b	factor to distinguish between plasticity and damage
$\epsilon_{c,0}$	prestrain of concrete	c	cement content
$\epsilon_{c,c1}$	strain at compressive strength of concrete	$C_{c,0}$	basic creep compliance of concrete
$\epsilon_{c,c1u}$	strain at compressive failure of concrete	$C_{c,d}$	drying creep compliance of concrete
$\epsilon_{c,da}$	strain due to damage	d	summand of time function
$\epsilon_{c,el}$	elastic strain	D	number of layers / fibers
$\epsilon_{c,hyd}$	strain due to hydration	D_c	damage index of concrete
$\epsilon_{c,pl}$	plastic strains	$D_{c,cr}$	creep damage index of concrete
$\epsilon_{c,rev}$	reversible strains	D_k	differential operator
$\epsilon_{c,cr}$	creep strain	$E_{c,v-el}$	elastic modulus of the spring in the visco-elastic-model
$\epsilon_{c,cr,da}$	creep strain due to damage	$E_{c,v-pl}$	elastic modulus of the spring in the visco-plastic-model
$\epsilon_{c,cr,in}$	inelastic creep strain	e_d, g_d	damage parameter
$\epsilon_{c,cr,hyd}$	creep strain due to hydration	$f-a$	fine-aggregate-ratio
$\epsilon_{c,cr,v-el}$	visco-elastic creep strain	H	average pore relative humidity of cross-section
$\epsilon_{c,cr,v-pl}$	visco-plastic creep strain	h	effective thickness of cross section
$\epsilon_{c,cr,y}$	yielding strain	k, K	local and global stiffness matrix
$\epsilon_{c,sh}$	shrinkage strain	k_s	geometry coefficient
ϵ_{sy}	yielding strain of reinforcement	L	degree of polynomial
ϵ_{su}	ultimate strain of reinforcement	L	length
φ_c	creep coefficient of concrete	m, n	number of rheological creep chains
$\varphi_{c,eff}$	effective creep coefficient of concrete	P	nodal forces of a global system
$\varphi_{c,v}$	creep coefficient of bond of concrete	q	nodal forces of an element
$\eta_{c,d}$	viscosity of a damper	Q	time function
κ	curvature	q_1	instantaneous compliance
λ	slenderness	q_2	aging visco-elastic compliance
ρ_c	relaxation coefficient of concrete	q_3	non-aging visco-elastic compliance
τ	age of concrete at the beginning of the time interval	q_4	visco-plastic compliance (flow)
τ_R	retardation time	q_5	compliance due to drying creep
σ	stress	RH	relative humidity
Ψ_c	relaxation function of concrete	s	hardening coefficient of the cement
$\Psi_{mod,cr}$	model uncertainty factor	sl	slump
		T	temperature
		t_T	effective age of concrete
		U	vector of global displacements
		V	volume
		V/S	volume-surface-ratio

Model parameter and symbols

Latin letters

a	void volume
$a_{c,cr}$	creep parameter, combination of visco-elastic and visco-plastic

\mathbf{v}	Vector of nodal displacements
W_i	internal strain energy
W_a	external energy
w/c	water-cement-ratio

Greek letters

$\alpha_{c,cr}$	history variable of maximum stress of friction element
$\alpha_{c,cr,v-el}$	non-linearity function of the visco-elastic model
$\alpha_{c,cr,v-pl}$	non-linearity function of the visco-plastic model
β_c	time function
β_{f_c}	adjustment factor depending on concrete strength
β_H	adjustment factor of the time function depending on relative humidity
β_{t_0}	adjustment factor depending on the age of concrete at beginning of loading
$\varepsilon_{c,da0}$	limit strain of undamaged concrete
Φ	adjustment factor taking into account drying before loading
$\varphi_{c,\infty}$	ultimate creep coefficient
φ_{RH}	notional creep coefficient depending on relative humidity
$\gamma(..)$	miscellaneous adjustment factors
γ_{la}	adjustment factor depending on the age of concrete at beginning of loading
Ω	shape function
Π	potential
Ψ	exponent of time function
$\sigma_{c,y}$	yielding stress of concrete

Parameter and symbols of stochastic and response surface methods**Latin letters**

\hat{X}	approximated value
\bar{X}	mean value
\tilde{X}	optimal value
b^q	statistic moment
C_{XX}	covariance function
$\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$	covariance matrix
CV_X	coefficient of variation
c, c_0, c_1	normalizing constants

e	error term
$E[X]$	expected value
Exp	exponential distribution
$F_X(x)$	probability function
$f_X(x)$	probability density function
H	entropy
$H(\mathbf{X})$	Hesse-matrix
K	number of samples
K_S	number of subsamples
$L(.. ..)$	likelihood function
\mathcal{N}	normal distribution
P	probability
$P(.. ..)$	conditional probability
P'	prior probability
P''	posterior probability
P_K	number of random variables / number of stochastic parameters
P_R	number of regression coefficients
P_{red}	reduced number of parameters
\mathbf{p}	polynomial basis of regression
Q	number of statistical moments
R^2	coefficient of determination
R_{adj}^2	adjusted coefficient of determination
S	sensitivity index
S_i	first order sensitivity index
S_{Ti}	total effects sensitivity index
SS_E	sum of error squares
s	normalized errors
V	variance
w_i	weighting factor
X	random variable
X_j^{MC}	discrete random variable accounting for model choice
X_i^M	discrete random variable accounting for model activation / deactivation
\mathbf{X}	vector of random variables

Greek letters

β_X	kurtosis
β	regression coefficients
$\eta_0, \eta_{\sim p}$	regression coefficients
γ_X	excess
λ_i	LAGRANGE-multipliers
ν_X	skewness
$\rho_{X_1 X_2}$	coefficient of correlation

ρ_0, ρ_p	regression coefficients
σ_X	standard deviation
σ_X^2	variance
σ_Z	measurement error
θ_0, θ_p	regression coefficients

CI	confidence interval
CV	coefficient of variation
FO	first order
Eq.	equation
Fig.	figure
GM	global model
LHS	Latin Hypercube Sampling
MC	model choice
MCS	Monte Carlo Simulation
MQ	model quality
PCC	polymermodified cement concrete
PDF	probability density function
PM	partial model
RS	response surface
Tab.	table
TE	total effects

Frequently used indices

$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),28}$	28-days values
$(\cdot\cdot)_c$	concrete
$(\cdot\cdot)^C$	correlated
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),cr}$	creep
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),d}$	damper
$(\cdot\cdot)_d$	design value
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),da}$	due to damage
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),el}$	elastic
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),hyd}$	due to hydration
$(\cdot\cdot)_i$	value at increment i
$(\cdot\cdot)^i$	rheological creep chain i
$(\cdot\cdot)^j$	rheological creep chain j
$(\cdot\cdot)_k$	actual value
$(\cdot\cdot)^k$	value of sample k
$(\cdot\cdot)^M$	class of partial models
$(\cdot\cdot)_m$	value at measurement point m
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),m}$	mean value
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),max}$	maximum value
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),min}$	minimum value
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),mod}$	model
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),nl}$	non-linear
$(\cdot\cdot)^N$	normalized with respect to 1
$(\cdot\cdot)^{MC}$	model choice
$(\cdot\cdot)_p$	actual parameter
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),par}$	parameter
$(\cdot\cdot)_{perm}$	permanent / quasi-static
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),pl}$	plastic
$(\cdot\cdot)_{red}$	reduced
$(\cdot\cdot)_s$	spring
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),t}$	at time t
$(\cdot\cdot)_{tot}$	total
$(\cdot\cdot)^U$	uncorrelated
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),v-el}$	visco-elastic
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),v-pl}$	visco-plastic
$(\cdot\cdot)_{(\cdot\cdot),\infty}$	ultimate value

Frequently used abbreviations

CC	standard concrete
----	-------------------

1 Introduction

1.1 Motivation

The increasing consideration of economical and resource-friendly aspects in the construction industry lead to higher requirements on the structures and their calculation. More slender and material-efficient designs require a reliable prediction of the serviceability and load-bearing capacity of these systems, both for the current state and for the entire lifetime. In engineering, this prognosis is based on models, which are generally derived by abstraction processes from observations of reality. These aspects are summarized in partial models, and then combined into a global overall model. Often different variants of a partial model exist for one aspect, which differ in the degree of abstraction, the reproducible phenomena, theory, or the assumptions and simplifications. The quality of the prognosis and consequently the reliability of the structural analysis is mainly dependent on the choice of the appropriate partial models and their coupling. The decision which model to prefer over another one for a specific application is nowadays mainly based on the experience of the engineer or is made on the basis of experimental data. A method for quantifying the model quality is generally not available. For this reason, the work of the DFG-funded Research Training Group 1462 - *"Numeric evaluation of coupled partial models in structural engineering"* - deals with the development of new methodological bases for evaluating the prediction quality. Starting from the assessment of individual partial models the quality of global coupled models is to be evaluated. This is done in order to provide a tool for the practical engineer by means of choosing the appropriate models and their level of detail. In the present thesis the partial model creep and its coupling are investigated in detail.

Creep is a significant phenomenon of the time-dependent behavior of concrete and affects the durability of concrete and reinforced concrete structures. Creep is understood as the delayed, time-dependent increase in deformation of the concrete as a result of sustained stresses. Reasons for this are mainly rearrangements of water molecules in the cement paste and the formation of microcracks in the contact area between cement paste and aggregates [58]. The time-dependent deformations are both reversible or visco-elastic, and visco-plastic or irreversible. At a low stress level, the creep deformation is proportional to the stress, referred to as linear creep, and the rate of creep deformation decays with increasing load duration. For a higher stress level, the deformations due to creep become over-proportional to the stress, called non-linear creep, and it can cause failure of the concrete due to high sustained stress [61].

The prediction of creep behavior of concrete has been the subject of intense research for several decades. Numerous experimental studies have identified significant physical and chemical creep

mechanisms, and models have been derived to describe this phenomenon. Nevertheless, the causes of the creep of concrete are not fully clarified, so when studying literature, several models differing in theory and the underlying assumptions are found.

Simple models, such as the models according to Model Code 90-99 [38], Model Code 2010 [39], or according to the American Concrete Institute ACI209 [2] are based on the visco-elasticity theory and define the creep deformation as a global increase of the elastic deformation of concrete depending on the load duration. Model B3 developed by BAŽANT and BAJEWA [14] is based on solidification theory, a consideration of the microstructure of the hardened cement paste. The creep deformations are explicitly distinguished in visco-elastic and visco-plastic components. Contrary to the theory-based model B3, GARDNER and LOCKMAN [57] come up with a purely empirically based creep model GL2000, which was obtained by regression with experimental data. Due to the rapid development of computer technology in recent years, the simulation of more complex numerical models is possible. Thus, a variety of other creep phenomena can be described. The rheological models of SHEN [125], MAZZOTTI [93], and BOCKHOLD [28, 30, 29] take into account the non-linear creep as well as the degradation of the concrete due to sustained loading, so that primary, secondary, and tertiary creep phases can be simulated. HEIDOLF [70, 71] developed a model to simulate cyclic loading of the concrete for compression and tension. From the list of available creep models it becomes clear that they differ strongly in their respective theory, complexity, and the reproducible creep phenomena.

So far, the assessment of the quality of creep models has been based on the experience of the user or has been conducted by comparing experimental results with theoretical creep prognoses [8, 15, 56]. Due to their flexibility, more complex models in most cases show a better agreement of the updated model prognosis to experimental data than simpler models - and consequently their quality is ranked higher. In this comparison, however, it is neglected that in general with increasing model complexity the uncertainty of the prognosis increases [120], resulting in a quality decrease. The consideration of the scattering parameters together with the model uncertainty is rudimentarily proposed by MADSEN and BAŽANT [89] as well as YANG [148].

In general, the creep compliance is predicted in dependence on the specific boundary conditions, such as environmental parameters, concrete composition, and strength. This prediction includes high uncertainties. To reduce these uncertainties for safety-relevant structures, experimental tests of the specific concrete are conducted and this data is used to calibrate the creep model parameters [10, 28, 70]. Thereby, the uncertainty in the experimental determination of the creep compliance is neglected. Tests of HEIRMAN [72] demonstrate that the measured creep compliance of concrete varies significantly. This variability in the experimental data leads to an inaccurate calibration of the creep model parameters and consequently to a scattering prognosis.

For the analysis of a global structural system different classes of partial models are combined, for example the load, structural, and material models are coupled. For each of these different classes varying detailed and complex models exist which can be used to describe the relevant aspects. To determine the quality requirement of the partial model classes, it is necessary to

quantify the influence of each model class on the global model response. Thus, the choice of the individual partial models can be done based on their significance for the global system. However, nowadays only qualitative statements about the importance of the respective partial models for the global model are present. For example, the phenomenon of creep is known to be influential for the structural behavior of prestressed concrete structures or stability-sensible slender concrete columns. A suitable method to evaluate this influence on other partial models of the structure is, to the knowledge of the author, not available.

1.2 Objective and Approach

As mentioned above, there are no methods to assess the quality of creep models comprehensively. The previous evaluation of the "simple" comparison of model predictions with measured data neglects the parameter uncertainties, which are more pronounced in more complex models. The aim of this work is to develop methods that can be used to determine the quality of the creep prognosis. Here is distinguished between two scenarios. In the first scenario, there is no experimental data on the creep behavior of concrete so that the parameters of the models are determined from prediction methods and no specific deviation of the model prognosis to measurements can be calculated. The second scenario takes into account the creep curves determined from tests, which are used to calibrate the parameters of creep models. Additionally, it should be investigated if the creep models developed for standard concrete can be modified in order to simulate the specific creep behavior of polymermodified concrete (PCC). It is not the goal of this work to assess all existing creep models, but to establish a generally applicable method of evaluation. It is also not the intention to validate the creep models universally, because the models used in this work have already been tested for the general applicability by their respective developer. For this reason the analysis is restricted to creep models of the macro scale, as there are no models on the meso or micro scale that have been sufficiently validated.

The model quality is quantified in this thesis based on the total uncertainty of the predicted creep compliance. The total uncertainty is influenced by parameter and model uncertainty. The parameter uncertainty results from scattering input parameters that lead to a variation of the creep prognosis. Further, model uncertainty characterizes the general error of a model compared to an observed behavior. The quality assessment without the use of experimental data is based on an uncertainty analysis and the model quality is derived with respect to the time-dependent total uncertainty. Using experimental data, BAYESian Updating is applied to determine the stochastic properties of the model parameters as well as the model uncertainty. Within the framework of BAYESian Updating the scatter of the experimental creep is taken into account so that an additional uncertainty arises in the calibrated parameters from the uncertain measurements. Alternatively to the quantification of model quality using the total uncertainty, BAYESian model selection is applied.

In addition, a method based on graph theory and sensitivity analysis is developed to quantify the influence of creep models on the global structural behavior. Thus, the determination of the required quality of the partial models is allowed for. Since each building is somewhat like a unique piece, this quantification is done individually for specific cases and is not generally valid.

1.3 Outline of the Thesis

In the *first chapter*, the general problem of model evaluation with an emphasis on creep models was analyzed, and the goal and the approach of the present work were outlined.

The *second chapter* represents the state of the art of model evaluation in civil engineering in general and specifically in creep models. Furthermore, the time-dependent deformation behavior of concrete and in particular the creep phenomenon is explained. An overview of the existing literature of creep models is given and the models used in this work are described in detail.

In *chapter three*, general stochastic principles are presented. These include an explanation of the distribution functions used in this work, sampling strategies, and response surface methods. The *fourth chapter* shows the developed evaluation methods. In detail, uncertainty analysis, sensitivity analysis, and response surface methods for the approximation of uncertainty are presented. Furthermore, the BAYESian updating is described which is used to calibrated the model parameters based on experimental data. The model quality is defined with reference to the uncertainty of the predicted creep compliance. As an alternative to the assessment based on the uncertainty when experimental data is considered, the BAYESian model selection is presented.

The *fifth chapter* focuses on the exemplary application of the developed methods for both scenarios. With the use of experimental data, in addition to examples of standard concrete, the existing creep models are applied to polymermodified concrete.

In *chapter six*, the influence of creep on the structural behavior of a global system is detected. For this, the developed Finite-Element-Method-based calculation program is described. A prestressed concrete bridge and a reinforced concrete column serve as illustrative examples of the influence of creep on the structural behavior of global systems. Furthermore, an evaluation method for coupled partial models is proposed and demonstrated using the example of a continuous beam bridge.

The *seventh chapter* summarizes the findings of the present thesis.

Moreover, *Chapter eight* provides an outlook on the further research possibilities in the area of creep models and model evaluation in general which result from this thesis.

2 State of the Art

2.1 Definition and Evaluation of Models

2.1.1 Model Definition

A model is an image of the reality, it is a representation of a system. A system can be understood as an enclosed part of the (physical) environment. These systems are composed of several elements or subsystems, respectively, their bidirectional relations, and the interaction of the system with the environment. A model is not designed to represent all properties of a system. Consequently, it always depicts an extract of the reality and the behavior of the system is approximated. The objective of modeling is the description and prognosis of a system - its prototype. Several aspects of a reality can be described. Thus, multiple models are available to characterize a system. Even for the description of one aspect of a system different models can be designed, varying e.g. in the considered subsystems and their interaction, respectively. In order to build a model, the system with its physical reality, its elements, and its internal and external interactions needs to be identified in the first instance. This results in a conceptual model [123, 1], Fig. 2.1. The further development of the models is splitted into the design of the experimental and mathematical models. The experimental model is required for the conception of an experiment, which represents an extract of the reality. The mathematical model is also based on the conceptual model, but can be converted into a computational model. The further extension of the computational model into a simulation model allow for the calculation of numerical examples of the system and its behavior. The process from the mathematical model to the simulation is called verification [5]. This verification is independent from the conceptual model and represents only the correct implementation of the mathematical model. The comparison of simulation model with the results of the experiments is called validation. The evaluation of model quality deals with the question of whether the simulation model corresponds to the conceptual model.

Very complex systems are, in general, subdivided into different partial systems. Modeling uses the same approach. In this, a global model is subdivided into partial models and each partial model describes a specific aspect. These partial models can be splitted into further partial models again. The existing interaction of the partial systems is realized by coupling partial models in the modeling process. Due to reasons of solvability and manageability, the partial models are often solved separately and subsequently combined considering the coupling conditions. Using this decoupled solution, non-linear interactions among the partial models are neglected, which might be of major influence for the response of the global model [128].

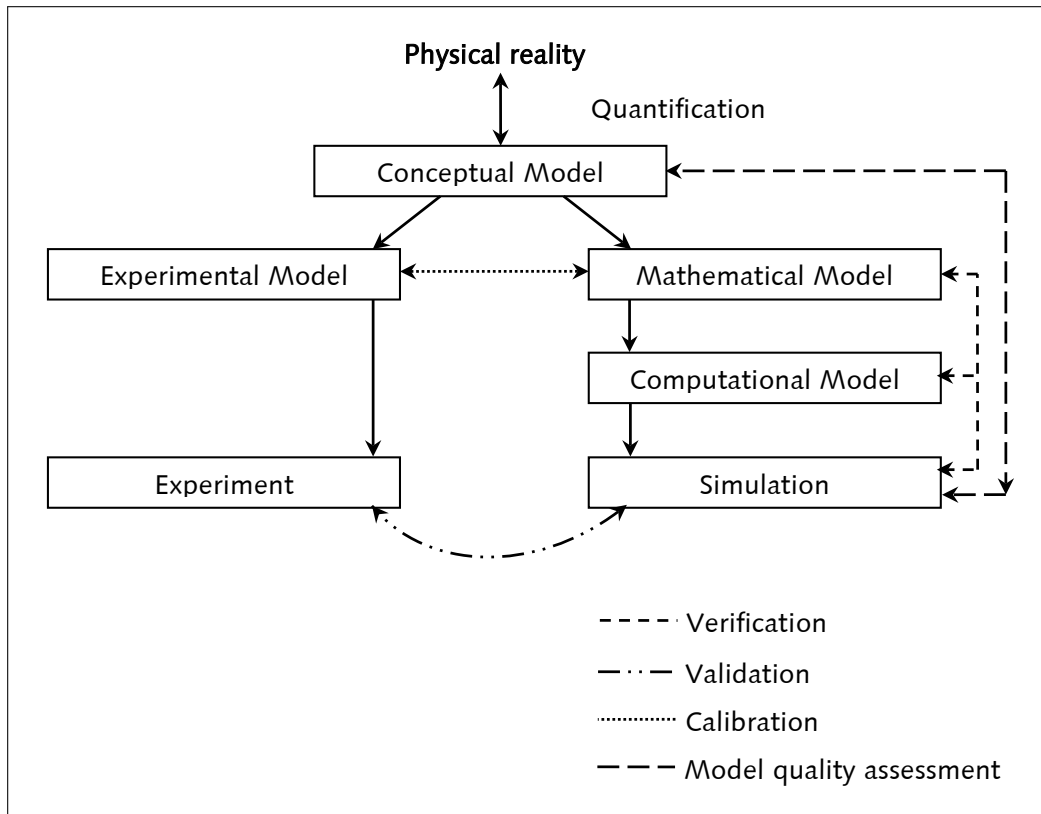


Fig. 2.1: Quality evaluation in the process of modeling [128], according to [123]

2.1.2 Evaluation Methods for Models

Important decisions were made based on model prognoses. In the field of civil and structural engineering, these decisions are related to the choice of the construction and its design. In other areas the model outcome is used as decision support for political and economical arrangements, e.g-. The quality of the model prognosis is of main importance for all of these fields, whereat different criteria for the evaluation of quality can be taken into account. Besides the reliability of the model prognosis, the further model properties like complexity, applicability, objectivity, flexibility, degree of abstraction, or the demand of computational time might be in the focus [129, 1]. Corresponding to the definition of model quality, different evaluation methods arise, which will be explained briefly in the following. An extensive summary of these concepts is given in [81].

Model Uncertainty is a stochastic measure of the model quality. The uncertainty results from the aleatoric and epistemic uncertainties. The aleatoric uncertainty, also called parameter uncertainty, arises from the stochastic character of the input parameters and is quantified by the variance of the model response. The epistemic uncertainty, also called model uncertainty, represents the deviation of the deterministic model prognosis to the reality. Thus, this uncertainty characterizes the conceptual error of the model due to a non sufficient description of the physical behavior. This error results from simplifications in the modeling process and unascertainable effects that are present in the reality but not in the model. The quantification of the epistemic uncertainties is done by model validation using experimental results. The total uncertainty is composed of both parameter and model uncertainty, Fig. 2.2, and can be used as

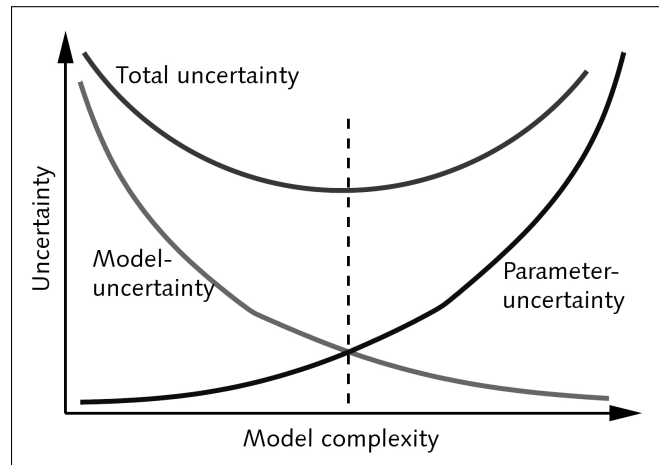


Fig. 2.2: Schematic parameter and model uncertainty depending on complexity, according to [1]

a quality indicator of the model. Further uncertainties, e.g. coming from a misuse of the model out of its application limitations, are caused by the user and do not arise from the model itself. An interesting discussion of the importance of uncertainties within the framework of modeling in structural engineering was given by HAMPE [65].

Model uncertainty is determined and evaluated within the framework of uncertainty and sensitivity analyses. Uncertainty analyses quantify the variance of the model output. Sensitivity analyses determine how the model output uncertainty can be apportioned to the input parameters [120, 146]. These input parameters might be constitutive parameters, constitutive descriptions, geometrical dimensions, et cetera, and are all defined in terms of stochastic variables, Fig. 2.3. Many different methods of sensitivity analyses are discussed in literature [120, 121, 136, 53, 146]. The outcome of a sensitivity analysis can be used for various conclusions [120]:

- Parameter fixing: model parameters with low sensitivity can be considered as deterministic values in further investigations.
- Parameter prioritization: model parameters with a significantly high sensitivity are identified and it can be concluded that a reduction of the variance of these parameters results in a major decrease of uncertainty of the model output. This might justify further investigations, e.g. experimental testings, to improve the knowledge of the sensitive parameters.
- Parameter mapping: it is found out which parameter variation leads to an excess of a certain limit, e.g. a failure criterion.

A further quality measure derived from the model uncertainty is the **Model Robustness**, developed first by TAGUCHI. This robustness also describes the scatter of the model output with respect to the mean value, originally known as signal-to-noise-ratio [31].

The assessment concerning the **Model Complexity** also aims to balance between parameter and model uncertainty. In general, complexity is understood as the increase of model components - primarily equivalent to an increase of model parameters. With an increasing complexity

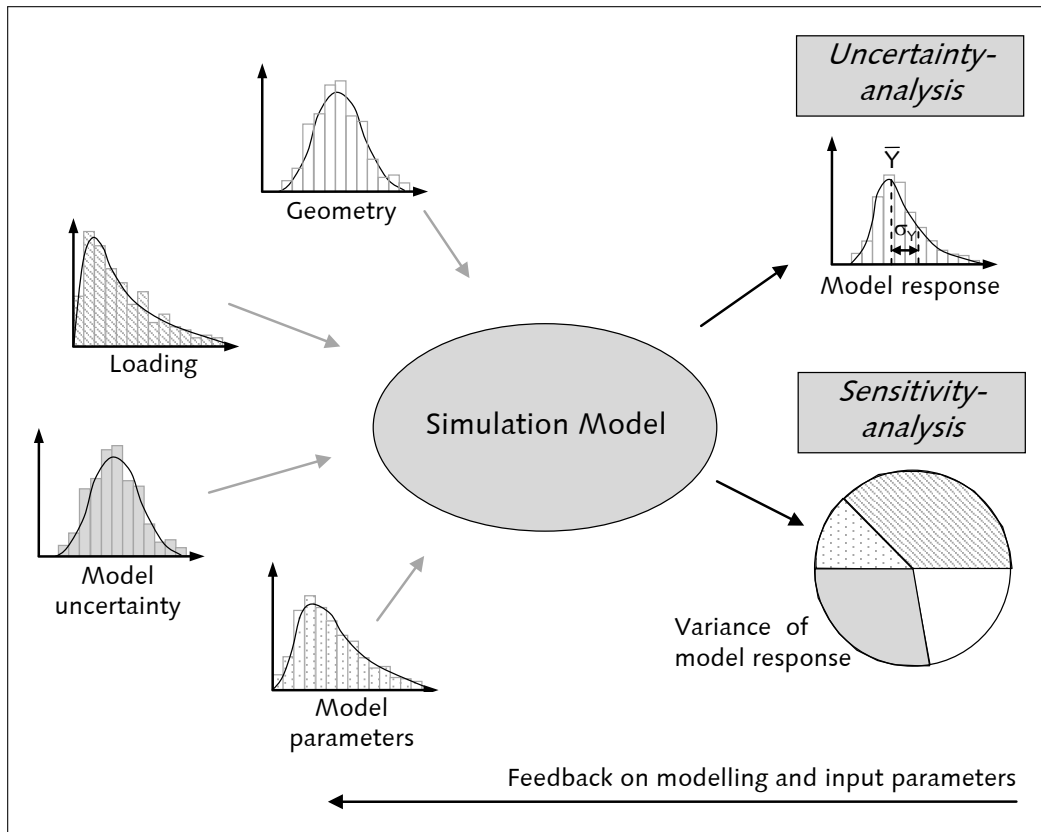


Fig. 2.3: Sensitivity and uncertainty analysis, according to [120]

the epistemic uncertainty is reduced, because more phenomena and interrelations can be described. Due to the introduction of additional model parameters, the aleatoric uncertainty increases simultaneously so that the most appropriate model is always a compromise between simplicity and accuracy, Fig. 2.2. SNOWLING and KRAMER [127] as well as LINDENSCHMIDT [83] propose two different formulations of *Model Utility Factors*, defining the model quality depending on the complexity and the specific requirements of the user. Further quality measures taking into account the complexity were developed by AKAIKE, *Akaike Information Criterion - AIC* [3, 94], and SCHWARZ, *Bayesian Information Criterion - BIC* [122]. These criteria consider the model uncertainty, defined by the likelihood of the model prognosis representing given measurement data, and a global reduction of model quality depending on the number of input parameters. MACKAY [87] extends these concepts and developed the *Bayesian Model Selection*, which reduces the model quality depending on the stochastic properties of the input parameters instead of the pure number of input parameters.

The evaluation of model quality using **Confidence Factors** is proposed by LUCAS, OHWADI, and ORTIZ [85]. The confidence in a model is calculated by considering the uncertainty of the model prognosis, the model accuracy, and the distance of the model prognosis to a predefined threshold. The higher the distance of the uncertain model output to the given threshold, the higher the confidence and model quality, respectively.

When considering measured data **Inverse Approaches** can be used for model assessment. The models' input parameters are calibrated taking into account the measurements, which results in a higher quality of the model prognosis [135]. Usually the parameter calibration cannot be done

by simple backward calculations. The parameters are determined by minimizing the sum of the squared errors within the framework of non-linear optimizations. The optimal set of parameters results from the minimization of the difference of the model prognosis to the measurements. Subsequent statistical evaluations based on sensitivity analyses of the model parameters with respect to the specific measurement data enable conclusions regarding the stochastic properties of the parameters [51]. The model precision can be calculated by comparison of the experimental data to the model prognosis considering the optimal parameter set, e.g. using the coefficient of determination. Stochastic approaches can be used as an alternative to the optimization algorithms in terms of the determination of the statistics of the model parameters, for example *Bayesian Updating* [32].

A well-known method of model evaluation in the field of mechanics are **Model Error Estimators**. They estimate the error of a simple model in comparison to a complex one [103, 105]. The difference of hierarchically structured build models of different complexity is quantified by analytical and numerical methods. Based on the magnitude of the error of the simple model it is concluded whether the quality of the simpler model is still sufficient enough or whether the more complex model should be preferred. This evaluation strategy can be compromised in adaptive procedures, analog to error estimators of discretization errors.

Holistic or Multicriterial Evaluation Methods [52, 112] take into account many different criteria instead of only one criterion. Apart from the pure accuracy or uncertainty of the model prognosis further aspects of a model, e.g. benefit, expenditure or applicability, are in the focus. Due to different dimensions and physical units of the several criteria, a normalization of the each criterion is necessary [81]. A global measure of the model quality can be derived by combining all criteria.

2.2 Long-Term Behavior of Concrete

2.2.1 Time-Dependent Strength and Stiffness Parameters

The strength and stiffness properties of concrete are mainly influenced by the cement hydration. The hydration is a time-dependent process with a continuous formation of structures within the cement paste. Hence, the strength and stiffness properties are also time-dependent. The time-dependent compressive strength of concrete is calculated considering the 28-day compressive strength of concrete $f_{c,28}$ and a time function. According to CEB-FIP Model Code 2010 [39] the increase of strength is described by the time-dependent coefficient $\beta_{cc}(t)$

$$f_c(t) = \beta_{cc}(t) f_{c,28} = e^s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0.5} \right] f_{c,28}. \quad (2.1)$$

Herein, t is the age of the concrete, modified e.g. by taking into account the influence of the temperature, and s is a hardening coefficient depending on the type of cement, Tab. 2.1. Further models of the strength evolution consider a logarithmic [99] or hyperbolic [34, 2] increase of

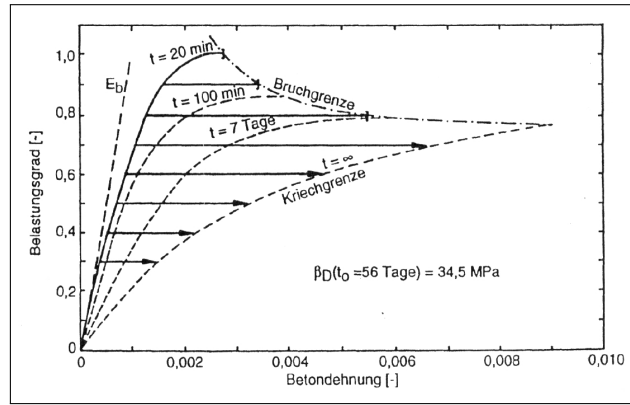


Fig. 2.4: Influence of load duration on the stress-strain-relation of concrete [117]

strength over time. A detailed overview of models characterizing the time-dependent concrete strength is given by MANDALENO in [91].

type of cement	slowly hardening (SL)	normal and rapid hardening (N,R)	rapid hardening high strength (RS)
cement strength class	32.5 N	32.5 R, 42.5 N	42.5 R, 52.5 N, 52.5 R
hardening coefficient s	0.38	0.25	0.20

Tab. 2.1: Hardening coefficient s depending on type of cement

Concrete under sustained loading shows a further effect. Due to progressing damage and formation of microcracks caused by creep of concrete, the compressive strength of the material is reduced. Thus, in the case of sustained loading, material failure can even occur at stress levels below the short-term material strength of concrete. The resulting maximal resistance of the material at time t is called time-dependent creep strength. The strain at failure and time until failure of concrete increase over-proportionally with a reduction of the applied stresses [117]. The failure stress asymptotically approaches a specific value, Fig. 2.4, called creep strength. For standard concrete the creep strength of concrete with an age at the beginning of loading of $t_0 = 28 \text{ d} - 56 \text{ d}$ is in the range of 80% – 85% of the short-term strength [100, 99].

The Model Code 2010 takes into account the decrease of concrete strength due to sustained loading by introducing a reduction function $\beta_{c,sus}(t, t_0)$ with

$$\beta_{c,sus}(t, t_0) = 0.96 - 0.12 [\ln(72 \cdot (t - t_0))]^{0.25}, \text{ for } (t - t_0) > 0.015 \text{ d} \approx 20 \text{ min}. \quad (2.2)$$

The German code DIN 1045-1 [48] uses a simplified approach and introduces a global reduction factor $\kappa = 0.85$ that decreases the short-term strength of concrete for design purposes. The combination of strength increase due to post-hardening, Eq. (2.1), and the decrease in strength resulting from progressing damage of the concrete due to sustained loading, Eq. (2.2), results in the time-dependent creep strength

$$f_c(t, t_0) = f_{c,28} \beta_{cc}(t) \beta_{c,sus}(t, t_0). \quad (2.3)$$

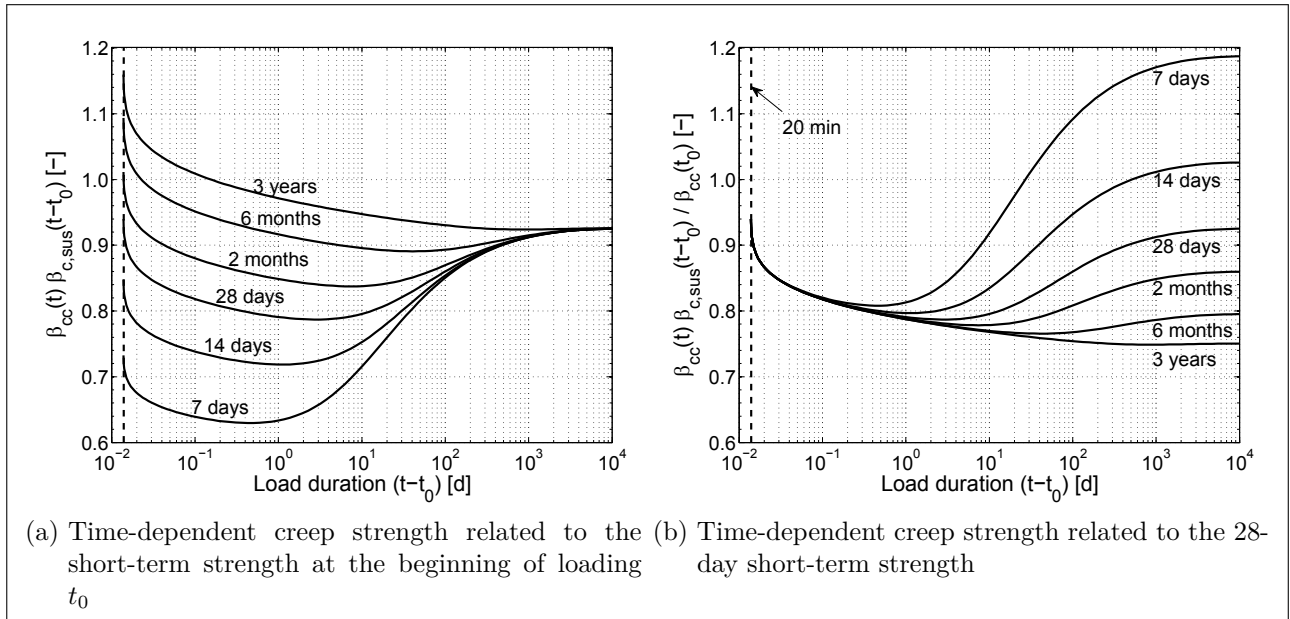


Fig. 2.5: Influence of damage and post-hardening on the compressive strength, according to [39]

Fig. 2.5 shows the two counteracting effects for an exemplarily chosen concrete made of normal hardening cement. When relating the time-dependent creep strength to the short-term strength at time t_0 , Fig. 2.5 (a), it is obvious that all curves show one minimum value. This means, that right after the beginning of loading the damage of concrete due to sustained loading is dominant and after a while the new formation of cement paste structures due to hydration counteracts the damage. Furthermore, Fig. 2.5 (a) depicts, that especially for elder concretes, the creep strength is only approximately 75 % - 85 % of the strength at t_0 , caused by the little post-hardening of elder concretes. Fig. 2.5 (b) shows the time-dependent creep strength related to the 28-day short-term strength. It is observed that this time-dependent creep strength is only at 65 % of the 28-day-strength when loaded after seven days. This comparison indicates that the strength reduction according to the German code taking into account $\kappa = 85\%$ is only valid for concrete with an age at the beginning of loading of at least two months.

The time-dependent evolution of the tensile strength - in the following the term tensile strength denominates axial and flexural tensile strengths, because their time-dependent behavior is identical - is hard to describe for times of $t < 28$ d. This originates from the large influence of residual stresses in the concrete leading to major variations of the tensile strength. Among others, these stresses of the microstructure result from effluent hydration heat and shrinkage processes and are influenced by many factors. For times $t > 28$ d the evolution of the tensile strength is assumed to be affine to the evolution of the compressive strength [39]

$$f_{ct}(t) = \beta_{cc}(t) f_{ct,28} \quad , \text{ for } t > 28 \text{ d.} \quad (2.4)$$

Other approaches for the characterization of the time-dependent tensile strength of young concrete were developed by DE SCHUTTER and TAERWE [43] as well as BYFORS [34].

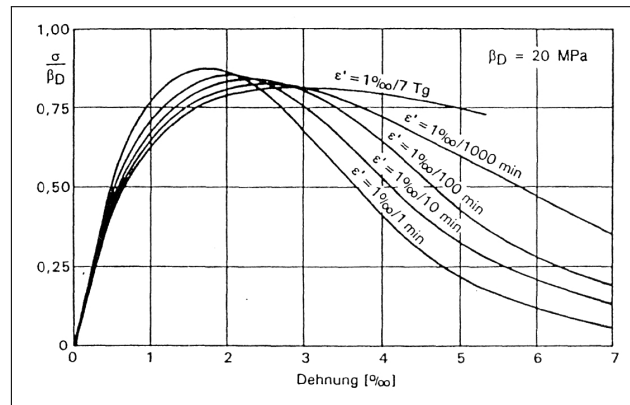


Fig. 2.6: Influence of the strain rate on the stress-strain relation of concrete [111]

Besides the strength, the formation of structure also influences the stiffness of concrete. The increase of stiffness is significant for very young concrete. But with increasing concrete age the time-dependent increase of the strength is more pronounced than the increase of stiffness. According to Model Code 2010 the time-dependent stiffness is described by the coefficient $\beta_E(t)$

$$E_c(t) = \beta_E(t) E_{c,28}, \text{ with } \beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0.5}. \quad (2.5)$$

An extensive summary of further models for the characterization of the time-dependent evolution of stiffness can be found in [91]. Equivalent to the strength, the damage of structure causes a degradation of the stiffness.

In addition to the load duration, the deformational behavior of concrete is also influenced by the rate of loading, because even for small time durations viscous deformation occurs. Experimental investigations of RASCH [111] clarify this interrelation, Fig. 2.6. The stress-strain relation of concrete is steeper the higher the rate of loading. With a decreasing rate of loading more viscous deformation occurs superimposing with the elastic strains and leading to an apparent reduction of the elastic stiffness of the material for short-term loading. Furthermore, it is observed that for very high rates of loading, the curvature of the stress-strain relation becomes close to zero. The other way round, this means that the microcracks causing the curvature of the stress-strain-relation need a certain time to develop completely [45]. The experimental results of RASCH [111] also show that the strain at failure increases and the compressive strength decreases in the case of lower rates of loading. This indicates that the consideration of the viscous deformation is of high importance when low strain rates occur.

2.2.2 Shrinkage and Shrinkage Models

The shrinkage phenomenon stands for the volume change of concrete without any external mechanical loading. It can be subdivided into the two categories "chemical shrinkage" and "drying shrinkage". The total volume decreases due to the hydration of cement to cement paste as well as due to the carbonation. This process is called chemical shrinkage. Drying

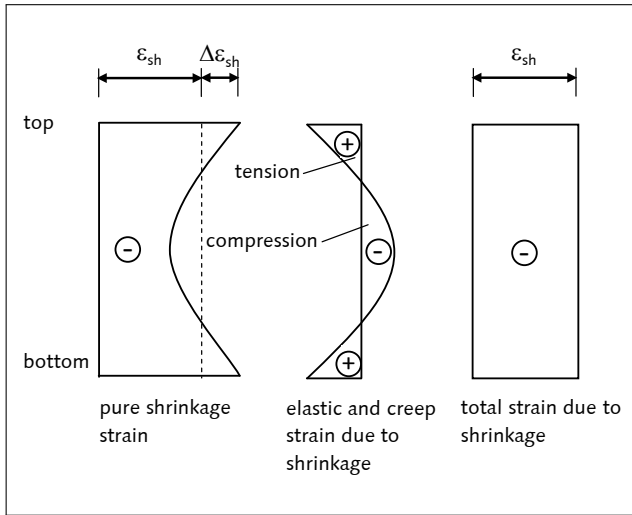


Fig. 2.7: Shrinkage strains at cross-section [58]

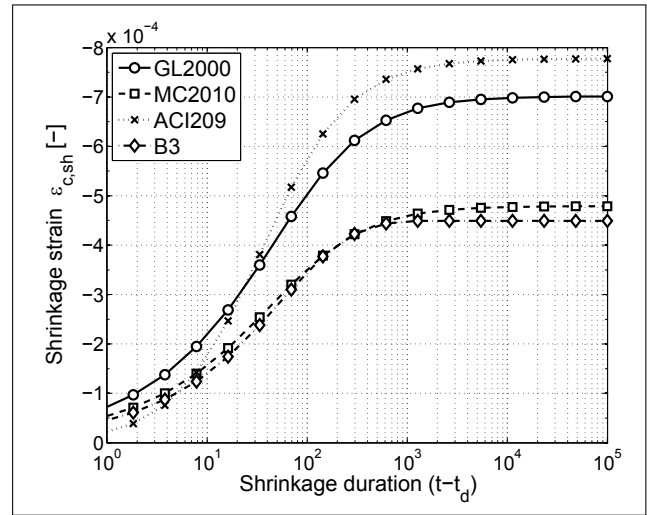


Fig. 2.8: Shrinkage strains of the models B3, ACI209, MC10 and GL2000

shrinkage is caused by the loss of volume due to moisture exchange of the concrete with the environment and occurs only at less than 100% humidity. This drying only stops when the relative humidity of the concrete is balanced with the relative humidity of the environment. From an engineering point of view, both processes can be combined to a joint shrinkage [58]. The shrinkage strains are distributed in a non-linear manner across the depth of the cross-section (Fig. 2.7, left). At the surface of the cross-section the moisture is emitted to the environment. Hence, high shrinkage strains occur. In the middle of the cross-section the moisture diffuses slowly out of the cross-section resulting in lower shrinkage strains. As a consequence of the non-linear shrinkage strains, residual stresses develop, in detail tensile stresses in areas close to the surface and compressive stresses at the mid of the cross-section [58]. As a result of the residual stresses elastic and creep strains occur (Fig. 2.7, mid). The superposition of the distributed shrinkage, creep, and elastic strains shows an approximative uniform distribution (Fig. 2.7, right). Consequently, the total strains are distributed linearly across the depth of the cross-section, even constantly for the same drying condition at both surfaces of the cross-section. Further residual stresses develop between cement paste and aggregates, because both parts are bond together and only the cement paste reduces its volume due to shrinkage. This leads to compressive stresses of the aggregates and tensile stresses of the cement paste so that even without external loading in the contact zone between aggregates and cement paste, microcracks may appear.

The tensile stresses close to the surfaces of the cross-section often results in shrinkage cracks, which are one main source of cracks in concrete [58, 126]. Besides these local residual stresses, no further forces occur in the case of free shrinkage. Further stresses due to restraint effects develop if the free shrinkage is impeded by constraints or reinforcement of the composite cross-section. In general, tensile stresses in the concrete and compressive stresses in the reinforcement arise. In case of an asymmetrical adjustment of the reinforcement bars an additional curvature and vertical displacements of RC-beams are caused. These additional displacements and sectional forces due to restraint effects from shrinkage can have an influence on the deformational

model	formula		description
GL2000	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{shu}(f_{cm}) \beta_{RH} \left(\frac{t-t_d}{t-t_d+0.15(V/S)^2} \right)^{0.5}$ (2.6)		ε_{shu} = ultimate shrinkage β_{RH} = coefficient humidity V/S = geometry parameter
MC2010	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{ds0}(f_{cm}) \beta_{RH} \left(\frac{(t-t_d)}{0.035h^2+(t-t_d)} \right)^{0.5} + \varepsilon_{as0}(f_{cm}) \left(1 - e^{-0.2\sqrt{t}} \right)$ (2.7)		ε_{ds0} = ultimate drying shrinkage ε_{as0} = ultimate chemical shrinkage β_{RH} = coefficient humidity h = geometry parameter
ACI209	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = \varepsilon_{shu} \gamma_{sh} \frac{(t-t_d)}{f+(t-t_d)}$ (2.8)		ε_{shu} = ultimate shrinkage γ_{sh} = coefficient depending on humidity, concrete composition, and geometry f = factor time-ratio, 35d/55d
B3	$\varepsilon_{c,sh}(t, t_d) = -\varepsilon_{sh\infty} k_h \tanh \left(\frac{t-t_d}{\tau_{sh}} \right)^{0.5}$ (2.9)		$\varepsilon_{sh\infty}$ = ultimate shrinkage k_h = coefficient humidity τ_{sh} = shrinkage half-time

Tab. 2.2: Shrinkage prediction models

behavior of reinforced concrete structures. These effects are intensified for statical indetermined structures.

The shrinkage strain mainly depends on water content, water-cement-ratio, type of aggregates, humidity, as well as shape and size of the concrete object. The higher the water content and the lower the environmental humidity, the larger the shrinkage strain. Further, the smaller the volume-to-surface-ratio V/S the higher the expected shrinkage and the steeper the evolution of the shrinkage curve. This is justified with the better and faster moisture exchange with the environment in the case of low V/S . For large depth of the cross-section the moisture transfer to the surfaces is hindered so that in some cases no equilibrium of concrete moisture and environmental humidity is enabled in the middle of the cross-section. Thus, the total shrinkage will be reduced.

Due to the many influences on the shrinkage behavior of concrete, the prognosis of the shrinkage strain is difficult. Various different models have been proposed so far, but there still is a huge discrepancy of the models' prognoses to the large number of experimental shrinkage results of the RILEM data bank [98]. Highly sophisticated models, for example model B3 by BAŽANT and BAJEWA [14], as well as models taking into account a huge number of input parameters, e.g. model according to ACI209 [2], also show differences to the experimental data than simpler models, e.g. model GL2000 by GARDNER and LOCKMAN [57] and the model according to Model Code 2010 [39]. This discrepancy of the models' prognoses to the experimental shrinkage strains is expressed by the coefficient of variation CV and is in the range from 37% (B3), over 43% (GL2000) and 44% (ACI209) up to 48% for model MC2010 [8]. The analytical formulae are based on exponential and power functions, summarized in Tab. 2.2.

Fig. 2.8 depicts the comparison of calculated shrinkage strains of the aforementioned four models. The calculation is based on concrete C30/37 with the further parameters: $RH = 65\%$,

$T = 20^\circ\text{C}$, $V/S = 25\text{ mm}$ and $t_d = 7\text{ d}$. Due to different considerations of input parameters of all the models this comparison is not generally valid. But still, the large differences in the prediction of shrinkage strains of this specific concrete indicate the high variations in shrinkage predictions.

2.2.3 Creep

2.2.3.1 Definition and Basic Interrelations

The time-dependent increase of strains of concrete applied with a constant sustained load is called creep. The creep mainly takes place in the cement paste. The aggregates behave more or less elastically and do not show any creep effects. From a physical point of view the creep phenomenon can be distinguished into two parts: basic and drying creep. Basic creep is the increase of concrete deformations if the moisture content of the concrete is in balance with the humidity of the environment. This behavior is caused by sliding and consolidation processes in between the gel particles due to a rearrangement of water molecules in the capillary pores of the cement paste. Due to the progressing hydration, the number of free water molecules decreases leading to a reduction of creep affinity of elder concretes. Furthermore, GILBERT [58] mentions the continuous formation of microcracks in the contact zone of aggregates and cement paste, originating from the viscous behavior of the cement paste, as an additional reason of creep. Drying creep is also called "PICKETT-effect" and denotes the additional creep deformation when the concrete is exposed to drying during loading [18]. The process of drying leads to an acceleration of the creep effects and an increase of the total creep strain. The evolution of drying creep is affine to shrinkage processes. The developing creep strains can be classified into reversible visco-elastic and irreversible visco-plastic fractions.

The creep of concrete under tensile stresses has not been investigated thoroughly in the past, because the bearing capacity of concrete under tension is of less importance. In general, the tensile creep behavior of the material is assumed to be approximately similar to the behavior under compression when the loading is below the tensile strength [58, 39].

One characteristic of creep is a rapid increase of deformation right after applying the load. The creep rate shows a steady decrease over time for stresses below the creep strength and seems to converge to zero. Whether the creep deformations approach a specific value for $t \rightarrow \infty$ is not fully proven yet and is still discussed [99]. The evolution of creep deformation can be distinguished into three phases: primary, secondary, and tertiary creep, Fig. 2.9. The phase mentioned first is present for stresses below the creep strength of the material and shows, as already mentioned, a steady decrease of the creep rate over time. For stress levels above the creep strength larger cracks in the cement paste occur after a certain load duration and the creep deformations turn into the secondary phase. This phase is characterized by a constant creep rate and marks the changeover to the tertiary creep phase, wherein an acceleration of the creep deformations takes place and failure of concrete occurs.

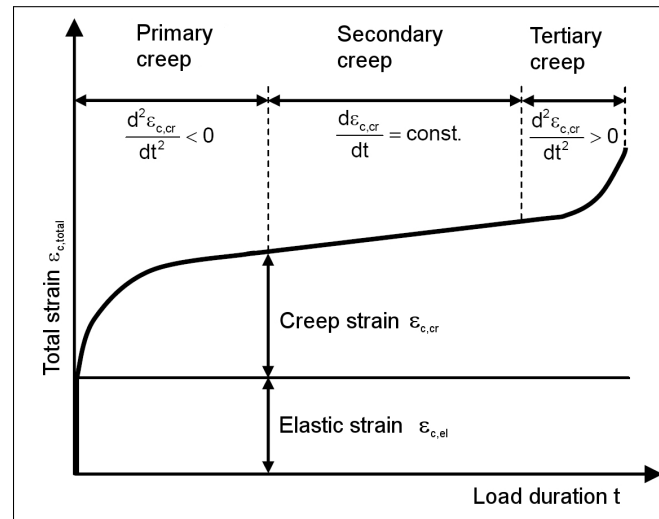


Fig. 2.9: Strain-time-diagram of different creep phases [125]

For stress levels of up to 40 %–45 % of the short-term strength of concrete, the creep deformations are approximately proportional to the applied stress (linear creep). For stresses exceeding this level, the creep strains increase over-proportional (non-linear creep), caused by the steady evolution of cracks due to sustained loading [130, 61].

The creep strain and the creep rate, respectively, depend on many different parameters. The age of concrete at the beginning of loading t_0 is the main factor. Due to the enhanced maturity of concrete caused by hydration, the creep affinity of elder concrete is significantly reduced. The age of concrete at the beginning of drying t_d is of importance for drying creep as well as the hydration process. Furthermore, the creep is affected by temperature, concrete strength, and concrete composition, for example described by water-cement-ratio, aggregate-cement-ratio, stiffness of the aggregates, or cement content. Drying creep is additionally influenced by the relative humidity of the environment and the geometry of the cross-section.

The effects of the creep deformation on reinforced concrete structures are complex. In general, the stiffness of the concrete is reduced, which mainly influences aspects of the serviceability limit state, e.g. creep causing larger displacements and crack widths. On the other hand creep reduces restraints, for example originating from shrinkage. This is especially important for statically indetermined systems or prestressed structures, wherein a prestressing force is reduced. Furthermore, dealing with slender structures and stability issues, creep has a major impact on the load-bearing capacity. In the case of the composite material reinforced concrete, the time-dependent creep deformation causes a continuous redistribution of stress at the cross-section, the compressive stress of the concrete decreases and the compressive stress of the steel bars increases. The effects also influences the section forces of statical indetermined structures [58].

In the majority of cases the calculation of the creep strains is based on the creep coefficient φ_c , which is subsequently used for the determination of the creep compliance. These so called compliance functions will be explained in section 2.2.3.2 to 2.2.3.6. Rheological models are an alternative to the compliance functions, whereby these are dealt with in section 2.2.3.7.

The link between one-dimensional creep models and three-dimensional material modeling is discussed in section 2.2.3.8. Finally, section 2.2.3.9 deals with the creep of bond.

2.2.3.2 Long-Term Behavior at Constant Stress or Displacement

The so-called creep compliance C_c is used to characterize the creep deformation of concrete applied with constant stresses σ_c . The creep compliance stands for the ratio of the creep strain $\varepsilon_{c,cr}$ and the applied stress. Along with many material parameters, the creep compliance depends on the actual age of the concrete t , the age of the concrete at beginning of loading t_0 , and the stress σ_c

$$C_c(t, t_0, \sigma_c) = \frac{\varepsilon_{c,cr}(t, t_0, \sigma_c)}{\sigma_c(t_0)}. \quad (2.10)$$

Assuming linear creep, the dependence of the creep compliance on the stresses vanishes. The creep strain becomes to

$$\varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = C_c(t, t_0) \sigma_c(t_0). \quad (2.11)$$

Instead of the creep compliance the dimensionless creep coefficient φ_c is used in the case of linear creep. The creep coefficient characterizes the ratio of the creep strain $\varepsilon_{c,cr}$ to the elastic strain $\varepsilon_{c,el}$. The creep deformation can be interpreted as a multiple of the elastic deformation of concrete

$$\varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \varphi_c(t, t_0) \varepsilon_{c,el}(t_0). \quad (2.12)$$

Apart from the times t and t_0 , many other parameters define the creep coefficient φ_c . These required material and environmental parameters depend on the specific creep model. An assortment of typical creep models based on compliance functions is presented in section 2.2.3.5. Applying HOOKE'S law to Eq. (2.10) and Eq. (2.12) results in the following definition of the creep compliance C_c :

$$C_c(t, t_0) = \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t_0}}. \quad (2.13)$$

Neglecting the post-hardening of concrete the time- and stress-dependent total strain of concrete becomes

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) + \varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) \right] = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1 + \varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t_0}} \right]. \quad (2.14)$$

Many creep models, e.g. the model according to Model Codes 2010 [39] and the model GL2000 [57], refer the creep coefficient to the 28-day-value of the YOUNG'S modulus $E_{c,28}$ instead of the

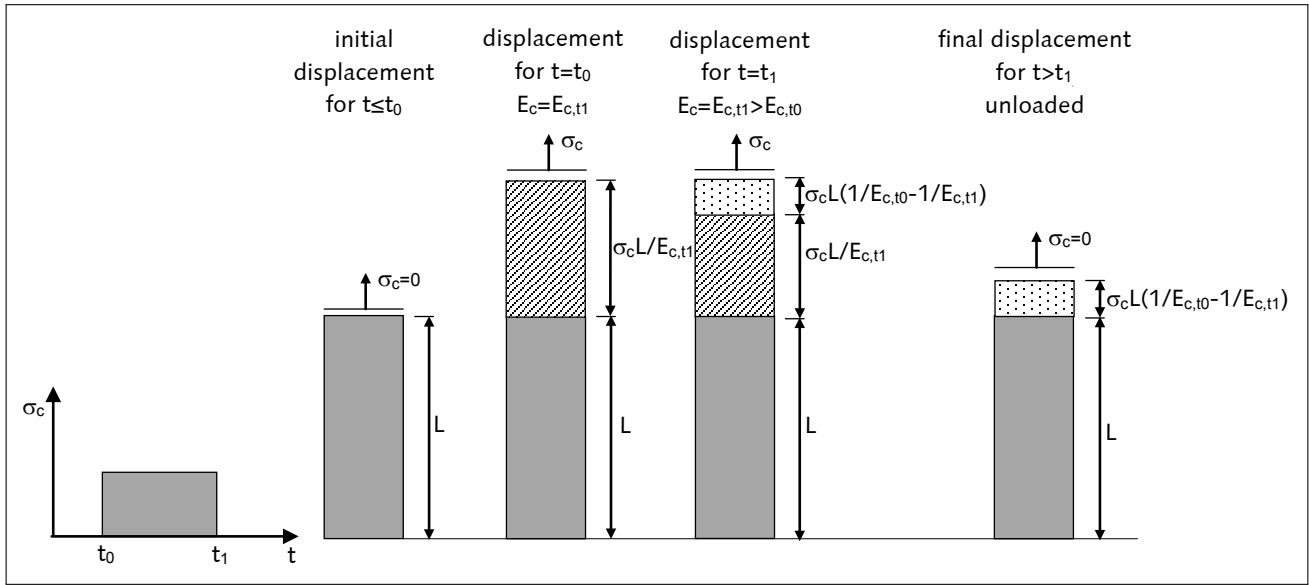


Fig. 2.10: Influence of hardening on the deformational behavior of concrete under sustained loading neglecting creep, according to [28]

stiffness at the beginning of loading E_{c,t_0} . Hence, Eq. (2.14) is modified to

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) + \varepsilon_{c,cr}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[\frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,28}} \right]. \quad (2.15)$$

By introducing the total compliance of concrete $J_c(t, t_0)$, Eq. (2.14) and (2.15) are converted to

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0). \quad (2.16)$$

If the aforementioned equations are extended to the consideration of the post-hardening of concrete, an additional strain component needs to be taken into account: the hydration strain $\varepsilon_{c,hyd}$, that occurs if concrete is loaded during hardening. Fig. 2.10 illustrates this phenomenon. The creep deformations are neglected in this figure in order to avoid confusion. When the concrete is loaded at t_0 with the stress σ_c elastic strains occur

$$\varepsilon_c(t_0) = \varepsilon_{c,el}(t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{c,t_0}}. \quad (2.17)$$

Due to post-hardening, the elastic modulus increases over time. Assuming constant stresses σ_c this is equivalent to a reduction of the elastic strain. Neglecting creep, the total strain remains constant, therefore an additional strain component, the so-called hydration strain $\varepsilon_{c,hyd}$ develops. The magnitude of this strain component is calculated with the compatibility conditions

$$\varepsilon_{c,hyd}(t, t_0) = \varepsilon_c(t, t_0) - \varepsilon_{c,el}(t) = \sigma_c \left(\frac{1}{E_{c,t_0}} - \frac{1}{E_{c,t}} \right). \quad (2.18)$$

The hydration strain is an irreversible strain, remaining constant after unloading of concrete.

In addition to the prescribed increase of deformation over time due to constant stress σ_c a time-dependent decrease of stresses of concrete for constant deformation takes place. This phenomenon is called relaxation and it is a conjugate property to the phenomenon of creep. The relaxation is characterized by the time-dependent, dimensionless relaxation function Ψ_c , equivalent to the creep coefficient φ_c for creep. This function is defined as the relative difference of the actual stress $\sigma_c(t)$ to the stress at the beginning of loading $\sigma_c(t_0)$

$$\Psi_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0) - \sigma_c(t)}{\sigma_c(t_0)} = \frac{\Delta\sigma_c(t, t_0)}{\sigma_c(t_0)}. \quad (2.19)$$

Due to the conjugated properties of relaxation and creep, the relaxation function is calculated using the creep coefficient

$$\Psi_c(t, t_0) = \frac{\varphi_c(t, t_0)}{1 + \rho_c(t, t_0) \varphi_c(t, t_0)}. \quad (2.20)$$

The aging coefficient ρ_c takes into account the influence of the aging of concrete and the decreasing stresses. Further details regarding the aging coefficient will be explained in the next section.

2.2.3.3 Long-Term Behavior at Variable Stress or Displacement

Creep at constant stress or relaxation at constant deformation, respectively, are special cases that do not occur in reinforced concrete, prestressed concrete, or steel-concrete-composite structures. Caused by the bond of the materials steel and concrete, a permanent redistribution of stresses takes place so that the case of constant stress or displacement is not practically relevant. Thus, the approaches explained in the last section need to be modified into integral or differential formulations in order to simulate variable stresses or displacements.

Assuming linear creep, the superposition principle for linear viscous-elastic materials from BOLTZMANN can be applied to concrete. This principle takes into account the loading and deformational states for different beginnings of loading or durations of loading. Hence, it is possible to consider the explicit loading history of concrete when calculating the creep strains [139]. The stress history is unknown in advance so that a direct integration of the stresses over time is impossible. Hence, a numerical calculation of the creep strains is necessary. The stress history is divided into stress increments $\Delta\sigma_c$ (Fig. 2.11 (a)) and the total displacement at time t results from the sum over all N increments

$$\varepsilon_c = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0) + \sum_{i=1}^N \Delta\sigma_c(t_i) J_c(t, t_i). \quad (2.21)$$

Assuming differentiability of the stresses, this sum can be converted into an integral description

$$\varepsilon_c = \sigma_c(t_0) J_c(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial\sigma_c(\tau)}{\partial\tau} J_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.22)$$

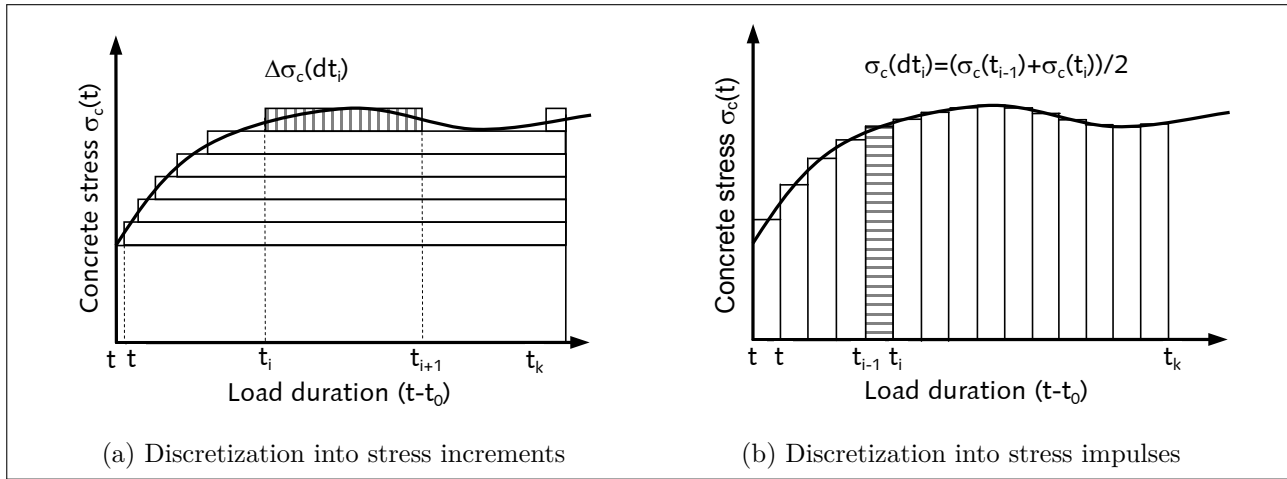


Fig. 2.11: Discretization of the stress history of concrete

By partial integration of Eq. (2.22) and neglecting the post-hardening of concrete, this results in the following formulation of the creep strain

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} - \int_{t_0}^t \frac{\partial J_c(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma_c(t, \tau) d\tau, \quad (2.23)$$

or the creep rate

$$\dot{\varepsilon}_c = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} - \int_{t_0}^t \frac{\partial \dot{J}_c(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.24)$$

Eq. (2.23) is equivalent to the derivation of the creep strain using the discretization of stresses into stress impulses (Fig. 2.11 (b)). Both formulations, Eq. (2.22) and (2.23), can be regarded as equal.

Depending on the definition of the total compliance $J_c(t, t_0)$ or the creep compliance $C_c(t, t_0)$, different theories for the determination of the long-term deformation at varying stresses exist. The main approaches as well as their pros and cons are explained in the following.

Theory of Elastic Creep

This approach (Fig. 2.12, b) defines the creep compliance and the creep coefficient in dependence of the actual time t and the concrete age at the beginning of loading t_0 . This dependence has been proven by various experimental testing so far. A weak point of this theory is the negligence of a damage of concrete at the time of stress changes which may lead to small deviations of the real behavior [101].

The creep strains are calculated with VOLTERRAS integral equations, Eq. (2.22) to (2.23). Due to the *a priori* unknown stress history $\sigma_c(t)$, no analytical integration is possible and a numerical solution of the integral using time discretization is required. For this purpose it is required to take into account and save the complete load history, which requires an enormous demand of memory and computational time in the case of large structures. The method is also known as *Step-by-Step Method*.

To avoid this effort some simplifications of this method exist. The simplest but most uncertain method is the *Effective Modulus Method (EMM)*. The compliance at time t is simply increased by the creep coefficient

$$J_c(t, t_0) = \frac{1 + \varphi_c(t, t_0)}{E_c}, \quad (2.25)$$

and the total strain is calculated with Eq. (2.16). The time history is not considered and only the stresses at time t cause creep deformations. Due to effects of redistribution at cross-section level, these stresses are always lower than at the beginning of loading, thus the creep deformations are underestimated. Nevertheless, due to its simplicity this method is used quite often for practical applications.

A further simplification of the time integration is the procedure according to TROST [139], also known as *Age-Adjusted Effective Modulus Method (AEMM)* introduced by BAŽANT [11]. Assuming a time-independent elastic modulus, Eq. (2.22) is converted to

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} [1 + \varphi_c(t, t_0)] + \frac{1}{E_c} [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] + \frac{1}{E_c} \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \varphi_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.26)$$

The redistribution effects that occur within the total time span are considered by the aging coefficient $\rho_c(t, t_0)$, already introduced in section 2.2.3.2. This factor is calculated with the integral equation

$$\rho_c(t, t_0) = \frac{1}{[\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] \varphi_c(t, t_0)} \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \varphi_c(t, \tau) d\tau. \quad (2.27)$$

By consideration of $\rho_c(t, t_0)$ Eq. (2.26) can be transposed into the following algebraic stress-strain-relation:

$$\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c} [1 + \varphi_c(t, t_0)] + \frac{1}{E_c} [\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)] [1 + \rho_c(t, t_0) \varphi_c(t, t_0)]. \quad (2.28)$$

The influence of aging of concrete on the creep behavior in case of varying stresses for times $t > t_0$ is described by the aging coefficient. The solution of the integral in Eq. (2.26) is shifted into the determination of ρ_c . Many theoretical work has been performed in the last decades to calculate the aging coefficient. Analyzing the limit values reveals that the aging coefficient is in the range of $0.5 \leq \rho_c(t, t_0) \leq 1.0$. The value of $\rho_c(t, t_0) = 1.0$ characterizes the lower limit of the creep deformations so that this method becomes similar to the *Effective Modulus Method*. In case of $\rho_c(t, t_0) = 0.5$ the creep strains are maximal. For simplification reasons, TROST proposes to assume $\rho_c(t, t_0) = 0.8$.

In the thesis of BLESSENSOHL [27] many calculations of creep under varying stresses were performed using incremental algorithms taking into account the explicit stress history. BLESSENSOHL concludes that the aging coefficient is always in the range of $0.7 \leq \rho_c(t, \tau) \leq 0.95$ for practical applications so that the assumption of TROST is verified.

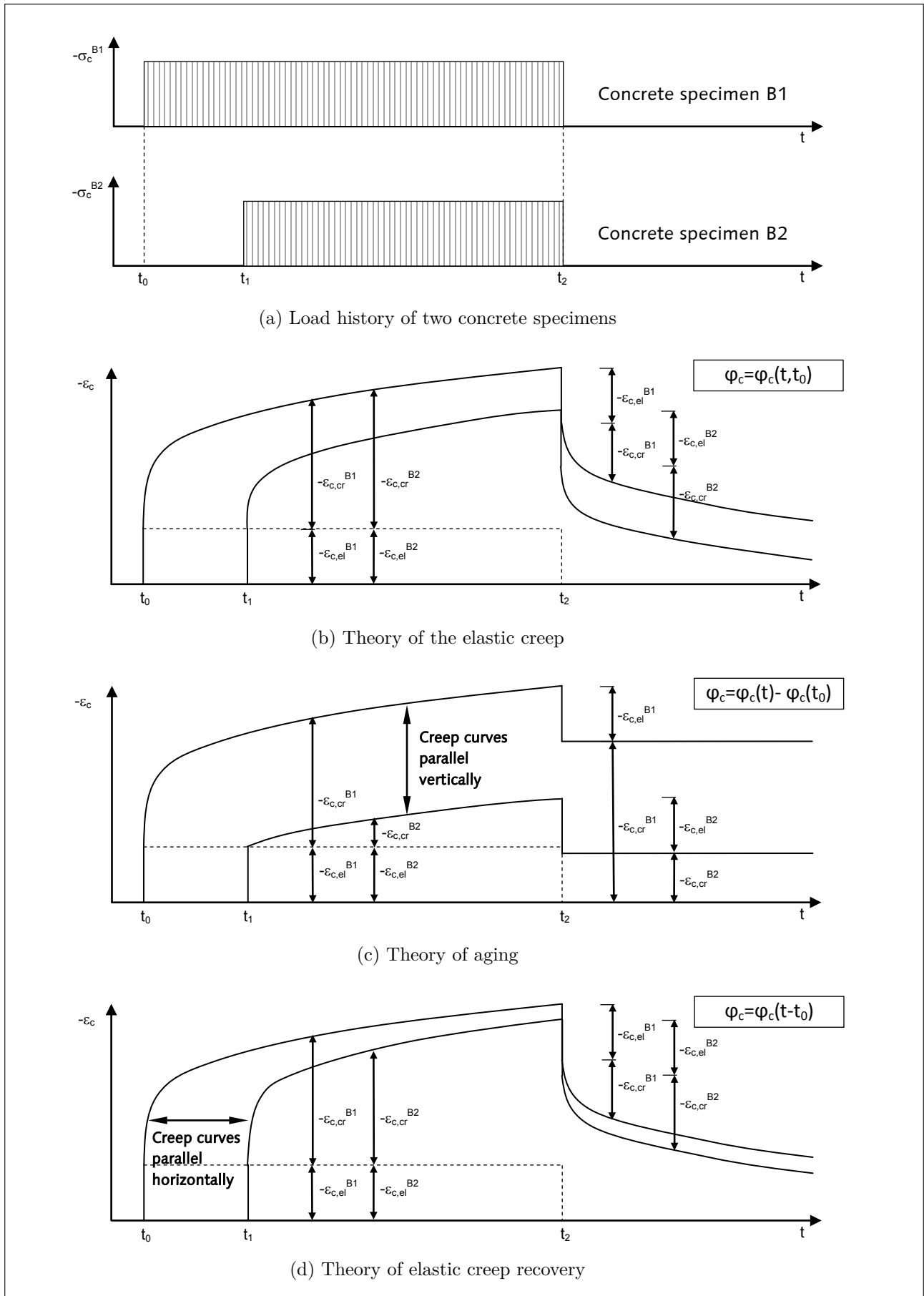


Fig. 2.12: Comparison of creep theories neglecting post-hardening, according to [45]

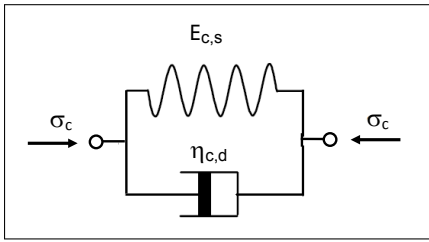


Fig. 2.13: KELVIN-element

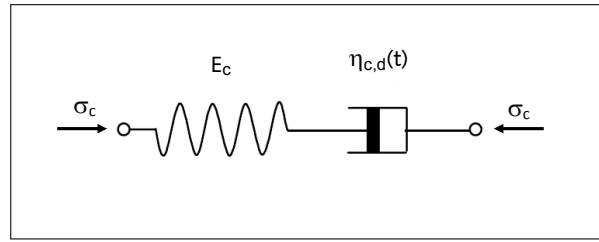


Fig. 2.14: MAXWELL-element

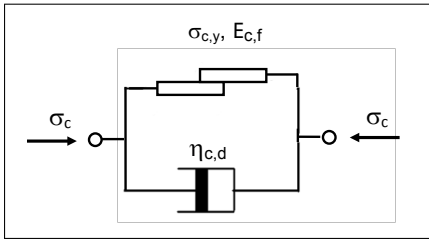


Fig. 2.15: BINGHAM-element

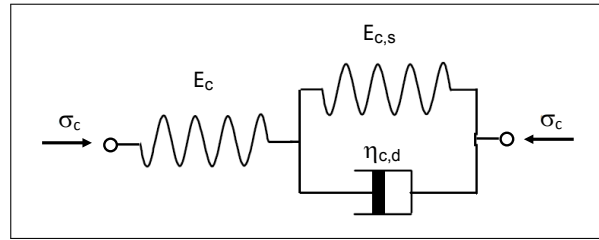


Fig. 2.16: POYNTING-THOMPSON-element

Theory of Aging

The creep affinity of concrete using the *theory of aging*, also known as *Rate of Creep Method (RCM)*, depends only on the actual age of concrete

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_c(t) - \varphi_c(t_0). \quad (2.29)$$

The age of the concrete at the beginning of loading is not taken into account. This theory was developed by GLANVILLE [59] and WHITNEY [144] and can be represented by the well-known MAXWELL-element, describing a series connection of a spring and a damper, Fig. 2.14. By definition, the creep curves of different ages of concrete at the beginning of loading are always parallel vertically (Fig. 2.12, c). This assumption leads to a significant underestimation of creep strains of elder concretes to the point of no creep strains for very old concrete. A further disadvantage of the theory is the negligence of creep recovery. After unloading only the elastic strains dissolve, the creep strains are irreversible. Thus, this theory of aging is limited to young concretes at the beginning of loading and an approximatively constant concrete stress.

Assuming a time-independent constant elastic modulus E_c , the theory of aging is described by the differential equation of DISCHINGER [50], deduced for the MAXWELL-element:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \dot{\varphi}_c(t) + \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} \quad \text{or} \quad \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{\partial \varphi_c(t)}{\partial t} + \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t}. \quad (2.30)$$

This method has been used in the past because of its simple handling and the limited knowledge of former days, but is not recommended today.

Theory of Delayed Creep Recovery

The theory of delayed creep recovery is symbolized by the POYNTING-THOMPSON-element, Fig. 2.16, equivalent to a series connection of HOOKES spring and a KELVIN-element, Fig. 2.13. The influence of aging on the creep coefficient is not taken into account and this coefficient

depends only on the load duration and not on the age of concrete at the beginning of loading

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_c(t - t_0). \quad (2.31)$$

This equates the classical theory of visco-elasticity of a non-aging material with time-independent material parameters. Fig. 2.12, d illustrates that the creep curves are moved horizontally. Hence, all creep deformations approach the same ultimate value $\varphi_{c,\infty}$. Due to the assumption of delayed elasticity, all creep strains recover after unloading. The creep coefficient φ_c according to a POYNTING-THOMPSON-element is defined as

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau_R}} \right), \quad (2.32)$$

and is deduced from theory of elastic creep by differentiating Eq. (2.22) with respect to time

$$\dot{\varepsilon}_c(t) + \frac{\varepsilon_c(t)}{\tau_R} = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{1 + \varphi_{c,\infty}}{\tau_R} \quad \text{or} \quad \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} + \frac{\varepsilon_c(t)}{\tau_R} = \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{1 + \varphi_{c,\infty}}{\tau_R}. \quad (2.33)$$

The retardation time τ_R is defined as the ratio of the viscosity of the damper η_d and the elastic modulus of the spring $E_s = E_c$ of the KELVIN-element

$$\tau_R = \frac{\eta_d}{E_s}. \quad (2.34)$$

As a consequence of the negligence of aging of concrete the creep strains are overestimated, especially for concretes with a high age at the beginning of loading. Furthermore, the complete creep recovery after unloading is an additional weak point of the theory so that any application for practical issues is recommended only in special cases.

Improved Dischinger Method

In order to analyze the long-term behavior of concrete, further methods were developed by combining different theories. One of these methods is the *Improved Dischinger Method (IDM)*, also known as *Modified Rate of Creep Method*. The creep coefficient is defined as a combination of visco-elastic parts according to the theory of delayed elasticity and visco-plastic parts according to the theory of aging

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,v-el}(t - t_0) + [\varphi_{c,v-pl}(t) - \varphi_{c,v-pl}(t_0)]. \quad (2.35)$$

The integral formulation resulting from the combination of Eq. (2.35) and Eq. (2.22) cannot be solved directly, thus numerical methods are applied. In contrast to the rate of the visco-plastic creep the rate of the visco-elastic creep decreases rapidly. NIELSEN [102] proposes to consider the visco-elastic part as a time-independent, instantaneous strain. Doing so the creep strains for short load durations are overestimated, but with increasing load duration accurate results

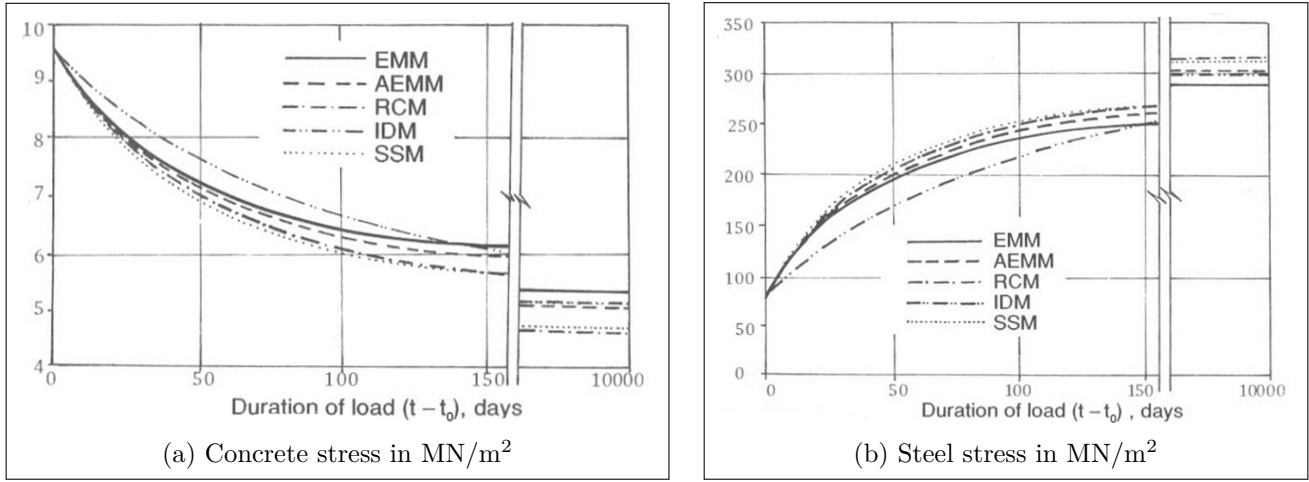


Fig. 2.17: Comparison of creep theories under varying stresses, according to [58]

were achieved. The differential equation is the following:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t) + \dot{\varepsilon}_{c,v-el}(t) + \dot{\varepsilon}_{c,v-pl}(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c} + \frac{\varphi_{c,v-el}(t)}{E_c} \dot{\sigma}_c(t) + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \dot{\varphi}_{c,v-pl}(t)$$

or

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_c(t)}{\partial t} &= \frac{\partial \varepsilon_{c,el}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{c,v-el}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_{c,v-pl}(t)}{\partial t} \\ &= \frac{1}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\varphi_{c,v-el}(t)}{E_c} \frac{\partial \sigma_c(t)}{\partial t} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \frac{\partial \varphi_{c,v-pl}(t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

GILBERT [58] compares the aforementioned five practical methods of creep calculations: *Effective Modulus Method (EMM)*, *Age-Adjusted Effective Modulus Method (AEMM)*, *Rate of Creep Method (RCM)*, *Improved Dischinger Method (IDM)*, as well as the *Step-by-Step Method (SSM)*. He uses the example of a RC-column loaded with an axial compression force. The reduction of concrete stress and the increase of steel stress are shown in Fig 2.17. The Step-by-Step Method (SSM) gives the most accurate results and serves as a reference value.

Solidification Theory

BAŽANT and PRASANAN developed the *Solidification Theory* [22, 23], which is a creep model based on examinations of the microstructure of concrete. In comparison to the other theories, the *Solidification Theory* is rather based on physics than on phenomenological observations. Similar to the *Theory of Aging*, the deformations are subdivided into elastic, delayed elastic, and plastic (flow) parts. But BAŽANT and PRASANAN extend this theory and take into account the age-dependence of the delayed and plastic deformations. From a rheological point of view the model is characterized by the following: a KELVIN-element to represent the visco-elastic deformations, Fig. 2.13, and a NEWTON damper to represent the visco-elastic deformations. The complete rheological model results from a combination with HOOKES spring and is depicted in Fig. 2.18.

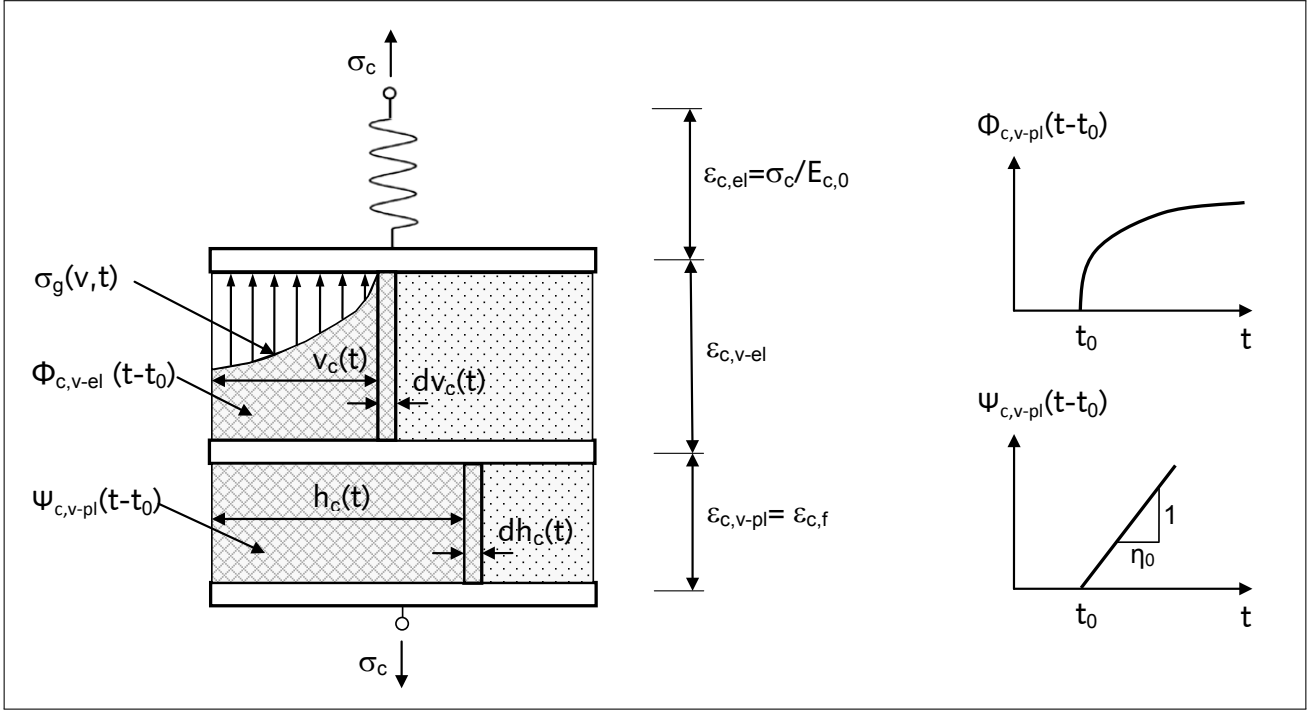


Fig. 2.18: Creep model according to solidification theory [22]

The creep function is defined in the following way:

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{ca}} + C_{c,v-el}(t, t_0) + C_{c,v-pl}(t, t_0), \quad (2.37)$$

with E_{ca} as asymptotical elastic modulus which is present for very short load durations $t - t_0 \leq 1 \mu s$, the creep compliance of the delayed elastic parts $C_{c,v-el}$, and the flow compliance $C_{c,v-pl}$. Using a rate-type formulation of Eq. (2.37) results in

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{ca}} + \int_{t_0}^t \dot{C}_{c,v-el}(t, t_0) dt + \int_{t_0}^t \dot{C}_{c,v-pl}(t, t_0) dt. \quad (2.38)$$

The core of the theory is the formulation of aging as an increase of volume of age-independent constituents of the microstructure. With this assumption the main laws of thermodynamics are not transgressed, because these are only formulated for constant material parameters. The volume of the cement matrix increases over time due to the hydration of the cement particles so that more and more material participates in the load transfer. The rate of the creep compliance becomes

$$\dot{C}_c(t, t_0) = \dot{C}_{c,v-el}(t, t_0) + \dot{C}_{c,v-pl}(t, t_0) = \frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t - t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t - t_0)}{h_c(t)}. \quad (2.39)$$

Herein $\dot{\Phi}_{c,v-el}$ and $\dot{\Psi}_{c,v-pl}$ are the rate of the compliance function of the hardened volume fraction of the microstructure for visco-elastic and visco-plastic deformations. The functions $v_c(t)$ and $h_c(t)$ characterize the effective volume of the load-bearing material within the limits

of

$$0 \leq v_c(t) \leq 1 \text{ and } 0 \leq h_c(t) \leq 1. \quad (2.40)$$

According to BAŽANT the increase of $v_c(t)$ and $h_c(t)$ results from the hydration of the cement and the formation of further connections in between the hardened particles of the concrete. The freshly hardened particles of the cement matrix are considered stress free so that a stress of the microstructure $\sigma_g(v, t)$ arises, which depends on the actual time t and the specific volume fraction $v_c(t)$.

The total creep function is obtained by combination of the compliance functions of the microstructure with the effective volume fractions

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c0}} + \int_{t_0}^t \frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} dt + \int_{t_0}^t \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} dt. \quad (2.41)$$

The time-dependent strain rate results from the combination of Eq. (2.24) and (2.39):

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_{c0}} + \sigma_c(t_0) \left[\frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} \right] + \\ \int_{t_0}^t \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} \left[\frac{\dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{v_c(t)} + \frac{\dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{h_c(t)} \right] d\tau. \end{aligned} \quad (2.42)$$

By partial integration and the discretization of the stress history in stress impulses (Fig. 2.11 (b)) the strain rate becomes

$$\dot{\epsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_{c0}} - \frac{1}{v_c(t)} \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{\Phi}_{c,v-el}(t-t_0)}{\partial \tau} d\tau - \frac{1}{h_c(t)} \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{\Psi}_{c,v-pl}(t-t_0)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.43)$$

The solidification theory is the most scientifically acknowledged theory for the characterization of creep deformation. Many further models are based on this theory, e.g. [93, 107, 106, 86]. Nevertheless, still a few weak points are presently included. For example, is it still necessary to define the time-dependent effective volume fractions $v_c(t)$ and $h_c(t)$ empirically. Furthermore, the micro compliance function $\Phi_{c,v-el}$ is only approximated by a logarithmic function. By the knowledge of these few drawbacks, this theory can be deemed physically based but empirically extended.

Microprestress-Solidification Theory

The *Microprestress-Solidification Theory* by BAŽANT, HAUGGAARD, BAJEWA and ULM [19] is an extension of the solidification theory with respect to the modeling of drying creep. The reason for the extension can be attributed to the fact that long-term creep processes cannot be justified only with hydration processes, because these hardening processes decay faster than the creep processes do. Consequently, another source of creep needs to be modeled.

The already explained solidification theory is extended by a series connection of a spring-yielding-element with the viscosity $\eta(S)$ depending on microprestresses S . The microprestresses

result from bonded water in the gel pores which is always stressed by micro-tensile stresses caused by capillary effects, stresses of the surface, and crystallization of unhydrated cement phases. The rate of the visco-plastic strains of a yielding element is calculated with

$$\dot{\epsilon}_{c,v-pl}(t) = \frac{\sigma_c(t)}{\eta(S)}. \quad (2.44)$$

Due to breakage and new formation of connections between the micro pores, a relaxation process of the micro-stresses takes place. The time-dependent microprestresses are described by a differential equation

$$\dot{S} + c_0 S^p = -c_1 \frac{\dot{RH}}{RH}, \text{ with } c_0 = C_S c_p \quad (2.45)$$

in detail presented in [18]. Herein c_1 , c , and p are constants and C_S is the stiffness of the spring-yielding-element. The variable \dot{RH} is the rate of the moisture content of the concrete and RH is the moisture content of the concrete itself. It can be seen that the microprestresses and viscosity only depend on the internal moisture content and not on the macroscopic stresses σ_c .

The combination of this theory with hygro-mechanical models allows for the calculation of drying creep by considering the moisture distribution over the cross-section so that the PICKETT-effect can be simulated well [60].

2.2.3.4 General Approaches of Linear Creep Theory

The prediction of creep deformation has been a field of extensive research over the past decades. Consequently, many different approaches regarding an analytical description of the long-term behavior exist. The major models for the calculation of the linear creep coefficient φ_c are shown in the following. In general, these approaches are subdivided into a summation ansatz and a product ansatz. The product formulation combines an aging function with a time function

$$\varphi_c(t, t_0) = [k_1(t_0) k_2] k_3(t - t_0), \quad (2.46)$$

wherein $k_1 \dots k_3$ are general functions or coefficients. For example, this approach is adopted in the model according to Model Code 2010 and in the recommendation of the American Concrete Institute (ACI). The summation ansatz sums up visco-elastic and visco-plastic creep components

$$\varphi_c(t, t_0) = k_1(t, t_0) + k_2(t, t_0). \quad (2.47)$$

This approach is, e.g., incorporated in the *Solidification Theory* by BAŽANT or in the model by RÜSCH [118]

$$\varphi_c(t, t_0) = k_1(t) - k_1(t_0) + k_2(t, t_0), \quad (2.48)$$

which is used with the former DIN 4227 [47].

DISCHINGER [50] introduces an exponential function to describe the time-dependent creep coefficient

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[1 - e^{-a(t-t_0)} \right]. \quad (2.49)$$

For large load durations the creep coefficient converges to the ultimate creep coefficient $\varphi_{c,\infty}$. PFEFFERLE [108] modified this model to improve the simulation of the rapid creep right after the beginning of loading:

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[1 - e^{-a\sqrt{t-t_0}} \right]. \quad (2.50)$$

STRAUB [132] and SHANK [124] developed a power function to describe the time-dependent creep coefficient

$$\varphi_c(t, t_0) = a(t - t_0)^b. \quad (2.51)$$

By defining a power function no ultimate creep coefficient exists and a steady increase of creep deformation over time is simulated. BAŽANT and OSMAN [21] upgrade the power function. This function is defined in dependence on the concrete age at the beginning of loading and the so-called *Double Power Law* is proposed:

$$\varphi_c(t, t_0) = a t_0^b (t - t_0)^c. \quad (2.52)$$

HANSON [66] defines a logarithmic increase of the creep coefficient over time

$$\varphi_c(t, t_0) = a \ln [1 + (t - t_0)], \quad (2.53)$$

and BAŽANT and CHERN [17] combine this logarithmic formulation with the *Double Power Law* to the *Log Double Power Law*

$$\varphi_c(t, t_0) = a \ln \left[1 + b t_0^c (t - t_0)^d \right]. \quad (2.54)$$

This definition enables the changeover from the description of the creep deformation with a power law for short load duration to a logarithmic formulation for large load duration.

ROSS [115] and LORMAN [84] introduced a hyperbolic function in combination with an ultimate creep coefficient $\varphi_{c,\infty}$

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \frac{(t - t_0)}{a + (t - t_0)}. \quad (2.55)$$

The hyperbolic function converges to the value of 1 so that the creep converges to the ultimate creep coefficient. MEYERS ET AL. [95] modified this hyperbolic function to

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \frac{(t - t_0)^b}{a + (t - t_0)^b}, \quad (2.56)$$

where $b \approx 0.6$. For example, this definition is incorporated in the model ACI209 [2]. A further revision of the hyperbolic function is used within the MC2010 [39]

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)}{a + (t - t_0)} \right]^{0.3}. \quad (2.57)$$

2.2.3.5 Prediction Models for the Creep Compliance

Different models exist to estimate the parameters a , b , c , and d of the general creep function described in the foregoing section. Due to the various number of approaches of the creep coefficient and creep compliance, respectively, there are many prediction models. Therefore, only the four major models are presented here:

- model ACI209 of the American Concrete Institute [2]
- model B3 by BAŽANT and BAJEWA [14, 15, 16]
- model according to Model Code 2010 [39], originally published in the updated version of the Model Code 90-99 [38]
- model GL2000 by GARDNER and LOCKMAN [57]

In general, creep depends on a multitude of parameters. Non of the models takes into account all parameters so that each of the models requires different input parameters.

Model **ACI209** follows the product formulation according to Eq. (2.46), taking into account the hyperbolic time function by MEYERS ET AL. [95] and an ultimate creep coefficient $\varphi_{c,\infty}$

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)^\Psi}{d + (t - t_0)^\Psi} \right], \text{ with } t \text{ and } t_0 \text{ in [d]}. \quad (2.58)$$

The exponent Ψ as well as the addend of the denominator d are within the range of

$$0.4 \leq \Psi \leq 0.8 \text{ and } 6 \text{ d} \leq d \leq 30 \text{ d}, \quad (2.59)$$

but can be approximated with $\Psi = 0.6$ and $d = 10 \text{ d}$. The ultimate creep coefficient $\varphi_{c,\infty}$ refers to the concrete stiffness at the beginning of loading E_{c,t_0} . The calculation of $\varphi_{c,\infty}$ is based on

the assumption that the ultimate creep coefficient is 2.25 times the 28-day creep coefficient [58]. The 28-day creep coefficient is defined in dependence on diverse parameters and the ultimate creep coefficient becomes

$$\varphi_{c,\infty} = 2.35 \gamma_{la} \gamma_{RH} \gamma_a \gamma_{v/s} \gamma_{sl} \gamma_{f-a}. \quad (2.60)$$

Herein, the following influences are considered by the correction parameters: concrete age at the beginning of loading γ_{la} , relative humidity γ_{RH} , void volume γ_a , volume/surface-ratio $\gamma_{v/s}$, slump γ_{sl} , and the fine-aggregate-ratio γ_{f-a} . The creep compliance is defined as

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_c(t, t_0)}{E_{c,t}}. \quad (2.61)$$

Model **B3** is based on the *Solidification Theory* and follows the summation ansatz, Eq. (2.47). The total compliance is subdivided into the instantaneous compliance q_1 and explicitly into the basic and drying creep compliances, $C_{c,0}$ and $C_{c,d}$,

$$J_c(t, t_0, t_d) = q_1 + C_{c,0}(t, t_0) + C_{c,d}(t, t_0, t_d). \quad (2.62)$$

In contrast to the other models, the initial compliance q_1 is not defined as the reciprocal of the secant modulus E_{c,t_0} , instead the asymptotical elastic modulus $E_{ca,28} \approx E_{c,28}/0.6$ is used. BAŽANT and BAJEWA argue that the measured secant modulus already includes short-term creep deformation, thus $E_{ca,28}$ is introduced. This discrepancy has to be taken into account when comparing different creep models. Basic creep is distinguished into visco-elastic (age-dependent q_2 and age-independent q_3) and visco-plastic (flow q_4) compliance, each part with a specific time function:

$$C_{c,0}(t, t_0) = q_2 Q(t, t_0) + q_3 \ln \left[1 + (t - t_0)^{0.1} \right] + q_4 \ln \left(\frac{t}{t_0} \right), \quad (2.63)$$

with the approximation of $Q(t, t_0)$ according to BAŽANT and PRASANNAN [22, 23]

$$Q(t, t_0) = Q_f(t_0) \left[1 + \left(\frac{Q_f(t_0)}{Z(t, t_0)} \right)^{r(t_0)} \right]^{-1/r(t_0)}, \quad (2.64)$$

and

$$Q_f(t_0) = \frac{1}{0.086t_0^{2/9} + 1.2t_0^{4/9}}, \quad Z(t, t_0) = t_0^{-0.5} \ln \left[1 + (t - t_0)^{0.1} \right], \quad r(t_0) = 1.7t_0^{0.12} + 8. \quad (2.65)$$

The drying creep compliance becomes

$$C_{c,d}(t, t_0, t_d) = q_5 \sqrt{e^{-8H(t)} - e^{-8H(t_0)}} \quad (2.66)$$

with $H(t)$ and $H(t_0)$ as the mean pore moisture content of the concrete at times t and t_0 . The parameters $q_1 \dots q_5$ depend on concrete strength, concrete composition, relative humidity, and probe geometry (included in the ultimate shrinkage strain $\varepsilon_{sh\infty}$)

$$\begin{aligned} q_1 &= \frac{0.6}{E_{c,28}}, \quad q_2 = 2.33 \cdot 10^{-5} c^{0.5} f_{c,28}^{-0.9}, \quad q_3 = 0.29 \left(\frac{w}{c}\right)^4 q_2, \\ q_4 &= 2.03 \cdot 10^{-5} \left(\frac{a}{c}\right)^{-0.7}, \quad q_5 = \frac{0.757}{f_{c,28} \varepsilon_{sh\infty}^{0.6}}, \quad \text{with } c \text{ in } [\text{kg/m}^3] \text{ and } f_{c,28} \text{ in } [\text{MN/m}^2]. \end{aligned} \quad (2.67)$$

The unit of $q_1 \dots q_5$ is $[\text{m}^2/\text{MN}]$. The influence of the temperature can be considered by a modification of the creep compliance. BAŽANT [14] also developed a short version of the model which can be used in case of limited knowledge of the concrete composition.

The model according to **Model Code 2010** is similar to model ACI209, using a product formulation. A hyperbolic time-function is applied. The creep coefficient always refers to the 28-day value of the elastic modulus and is defined as

$$\varphi_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \beta_c(t, t_0) = \varphi_{c,\infty} \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{0.3}. \quad (2.68)$$

Herein, β_H is a factor to consider the influence of drying creep on the creep rate. In dependence on the relative humidity RH in $[-]$, the effective width h in $[\text{mm}]$, and the correction factor α_3 , conditioned to the concrete strength, β_H becomes

$$\beta_H = 1.5h \left[1 + (1.2RH)^{18} \right] + 250\alpha_3 \leq 1500\alpha_3. \quad (2.69)$$

The notional creep coefficient is calculated with

$$\varphi_{c,\infty}(t_0) = \varphi_{RH} \beta(f_c) \beta(t_0). \quad (2.70)$$

Analog to β_H , the factor φ_{RH} depends on the relative humidity and the effective width h

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH}{0.1h^{1/3}} \alpha_1 \right] \alpha_2. \quad (2.71)$$

Furthermore the two correction factors α_1 and α_2 are introduced, again depending on the concrete strength. The additional influence of the concrete strength is characterized by

$$\beta(f_c) = \frac{16.8}{\sqrt{f_c}}, \quad \text{with } f_c \text{ in } \left[\frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right], \quad (2.72)$$

the age of concrete at the beginning of loading is considered by the factor

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0.1 + (t_{0,T})^{0.2}}. \quad (2.73)$$

Herein, $t_{0,T}$ is the effective age of the concrete at the beginning of loading and depends on the cement type and the temperature of environment. The total compliance is defined as

$$J_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + C_c(t, t_0) = \frac{1}{E_{c,t_0}} + \frac{\varphi_{c,\infty}(t, t_0)}{E_{c0,28}}. \quad (2.74)$$

The latter of the presented models is model **GL2000**. This model is purely empirically based, developed by regression of experimental creep data of the RILEM database. The model is characterized by a steady increase of the creep compliance even for a large load duration and requires only the input parameters relative humidity, cement type, geometry, and elastic modulus. The creep coefficient refers to the 28-day value of the elastic modulus and is calculated as the following:

$$\begin{aligned} \varphi_{c,28}(t, t_0) = \Phi(t_0, t_d) & \left[2 \left(\frac{(t - t_0)^{0.3}}{(t - t_0)^{0.3} + 14} \right) + \left(\frac{7}{t_0} \right)^{0.5} \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + 7} \right)^{0.5} \right] \\ & + \Phi(t_0, t_d) \left[2.5 \left(1 - 1.086RH^2 \right) \left(\frac{t - t_0}{t - t_0 + 0.15 \left(\frac{V}{S} \right)^2} \right)^{0.5} \right], \text{ with } \frac{V}{S} \text{ in [mm]}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

The parameter $\Phi(t_0, t_d)$ takes into account the drying of concrete before loading ($t_d \leq t_0$) and is given by

$$\Phi(t_0, t_d) = \left[1 - \left(\frac{t_0 - t_d}{t_0 - t_d + 0.15 \left(\frac{V}{S} \right)^2} \right)^{0.5} \right]^{0.5}. \quad (2.76)$$

The creep and total compliance are calculated simultaneously to model MC2010, Eq. (2.74).

2.2.3.6 Non-Linearity of Creep under high Stresses

The relations of stresses and creep strains described above are only applicable in the case of linear creep, which takes place up to a concrete stress of approximately 45 % of the short-term strength of the material. If the stresses exceed this ratio, as already mentioned in section 2.2.3.1, an increasing formation of microcracks occurs and the creep strains increase over-proportionally to the applied stresses. Neglecting this non-linear creep can lead to an underestimation of the creep deformation as well as the redistribution of stresses and section forces of reinforced and prestressed concrete sections.

The mathematical description of non-linear creep has been the object of many publications in the last couple of years. Different methods of considering the non-linearity have been developed so far. First, rheological models, e.g. by SHEN [125], Mazzotti [93], BOCKHOLD [28], or HEIDOLF [70] were developed. All of them use non-linear spring-damper-models which are formulated in terms of non-linear differential equations. A further way taking into account the non-linearity is to couple the linear creep coefficient φ_c with the strains of the non-linear

stress-strains-relation of concrete under short-term loading [90]. As a consequence, inelastic deformations also cause creep strains. STREIT [133] simulated non-linear creep by subdividing the stress-independent linear and stress-dependent non-linear parts of the creep strains. A further way to consider non-linear creep is to increase the linear creep compliance by a dimensionless, empirically determined stress-dependent creep coefficient increase factor [61, 22, 20, 39, 45].

An extract of rheological models is contained in the next section. The current section deals with the application of over-proportionality factors and the main factors are described. In general, the creep compliance C_c or creep coefficient φ_c are increased by the increasing factor F

$$\varphi_{c,nl} = F(\sigma_c) \varphi_c(t, t_0) \text{ or } C_{c,nl} = F(\sigma_c) C_{c,cr}(t, t_0), \quad (2.77)$$

which in the following are used for the determination of the long-term deformation.

The method according to Model Code 2010 neglects non-linear creep for stresses below $|\sigma_c| \leq 0.4f_c(t_0)$. For stresses in the range of $0.4f_{c,t_0} \leq |\sigma_c| \leq 0.6f_{c,t_0}$ the over-proportionality factor is given by:

$$F(\sigma_c) = e^{\alpha_\sigma \left(\frac{\sigma_c}{f_{c,t_0}} - 0.4 \right)}. \quad (2.78)$$

In general, the coefficient α_σ is 1.5, but can be reduced to 0.5 in the case of massive concrete components and high relative humidity. MC10 assumes an approximative constant non-linearity. The total compliance results in

$$J_c(\sigma_c, t, t_0) = \frac{1}{E_c(t)} + F(\sigma_c) C_c(t, t_0). \quad (2.79)$$

Further over-proportionality factors were proposed by BAŽANT and PRASANNAN [22]

$$F(\sigma_c) = \frac{1 + s^2}{1 - \Omega} \quad (2.80)$$

as well as BAŽANT and KIM [20]

$$F(\sigma_c) = \frac{1 + 3s^5}{1 - \Omega}. \quad (2.81)$$

Herein $s = |\sigma_c/f_c|$ is the actual stress level. The parameter $\Omega = s^{10}$ characterizes the increasing damage of concrete resulting from the successive formation of microcracks when the concrete is close to failure and is approximately $\Omega \approx 0$ for $s \leq 0.6$. Both non-linearity factors tend to ∞ for increasing concrete stresses, caused by the increasing structural damage ($\Omega \rightarrow 1$).

GRASSER and KRAEMER [61] concluded, considering experimental data from RÜSCH, that the over-proportionality factors depend, along with the stress level, also on the load duration. With respect to this test data, the non-linearity of creep already occurs for stress levels of 25% of the short-term strength. Using the graphical illustration from GRASSER and KRAEMER, DIENER

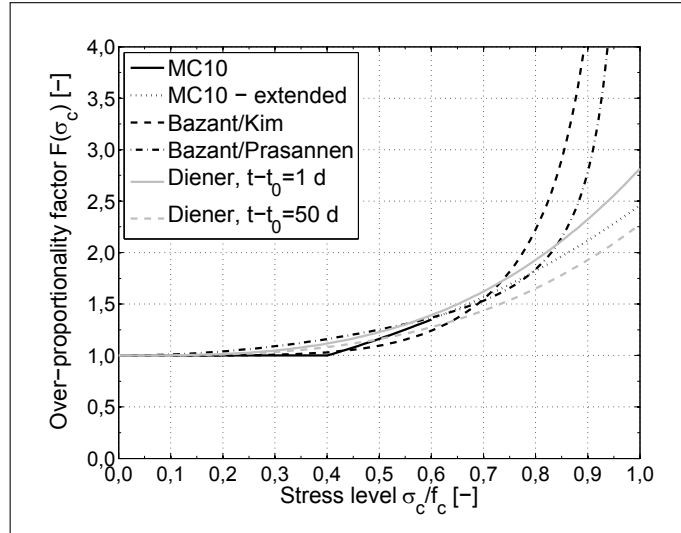


Fig. 2.19: Comparison of over-proportionality factors according to MC10, BAŽANT/PRASANAN, BAŽANT/KIM and GRASSER/KRAEMER/DIENER

[45] developed an empirically designed method to calculate the creep coefficient increase factor

$$F(\sigma_c) = 1 + \beta_{ft}^{1/\alpha} \beta_f \beta_{t_0} \left| \frac{\sigma_c}{f_c} \right|^3. \quad (2.82)$$

The factors included in Eq. (2.82) are:

$\beta_{ft} = 1.2f_c^{1/6}$	coefficient to consider the short-term strength f_c in [kN/cm ²] on the influence of the load duration $(t - t_0)$ in [d]
$\beta_f = 0.05f_c + 1.0$	coefficient to consider the influence of the short-term strength f_c in [kN/cm ²]
$\beta_{t_0} = \left(\frac{t_0}{28}\right)^{0.1}$	coefficient to consider the age of the concrete at the beginning of loading t_0 in [d]
$\alpha = \sqrt{t - t_0}$	coefficient to consider the load duration $(t - t_0)$ in [d].

For large load durations the non-linearity functions developed by DIENER show good agreement with the experimentally determined graphs from GRASSER and KRAEMER. In contrast to this, the creep deformation for several seconds and minutes of load duration are overestimated, caused by the factor $\beta_{ft}^{1/\alpha}$ tending to infinity for $(t - t_0) \rightarrow 0$. Hence, DIENER restricts the application of this over-proportionality factor to the load duration of $(t - t_0) \geq 0.5$ d.

The mentioned over-proportionality factors are illustrated in Fig. 2.19 in dependence on the stress level. According to the limit of linear creep the factors by DIENER and BAŽANT/PRASANAN behave in a non-linear manner even for small stress levels. Up to a stress level of $\sigma_c \leq 0.6f_c$ no significant differences between all the functions can be observed. Exceeding this limit, the factors by BAŽANT/PRASANAN as well as BAŽANT/KIM show a major increasing non-linearity in comparison to the other factors.

BAŽANT/PRASANNAN [22] propose to increase the differential creep rate by the over-proportionality factor in order to analyze the non-linear creep for stresses varying over time. This increase factor depends on the actual time t and the actual stress $\sigma_c(t)$

$$\dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau) = F(\sigma_c(t)) \dot{C}_c(t, \tau). \quad (2.83)$$

The time-dependent incremental material law of concrete for varying stress history and the stress-dependent creep compliance function result from Eq. (2.83) and (2.23) to:

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial \dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.84)$$

Studying literature, a different formulation based on the superposition principle by BOLTZMANN can be found. It defines the total strain depending on varying stresses and the non-linear creep compliance:

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \frac{\partial J_c(\sigma_c(t), t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (2.85)$$

DIENER [45] showed that the validity of this superposition principle is not applicable in the case of non-linear creep. The creep strains for time-dependent decreasing stresses are underestimated and the strains for time-dependent increasing stresses are overestimated.

Due to the unknown analytical stress history $\sigma_c(t)$ in case of reinforced concrete, prestressed concrete, or concrete-steel composites constructions, the integral formulation of Eq. (2.84) needs to be converted to a differential formulation. DIENER developed an approximative solution that divides the total time into time increments and consequently the stress history is divided into stress increments (Fig. 2.11 (b)). The integral is converted to a summation and the creep rate becomes the following:

$$\dot{\varepsilon}_{c,cr}(t_k) = - \sum_{i=0}^{k-1} \sigma_c(t_i + \Theta) \left[\dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_{i+1}) - \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) \right], \quad (2.86)$$

with the time difference in an interval $\Theta = (t_{i+1} - t_i) / 2$. Assuming that the stress in a time interval $\sigma_c(t_i + \Theta)$ can be approximated with the mean value of both interval borders, the rate of the creep compliance becomes

$$\begin{aligned} \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) &= \frac{C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) - C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_i)}{t_k - t_{k-1}} \text{ and} \\ \dot{C}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) &= \frac{C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) - C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}}. \end{aligned} \quad (2.87)$$

The discrete formulation of the creep strain results in:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c,cr,k} = & \varepsilon_{c,cr,k-1} + \sigma_{c,0} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,0} + C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,0}}{2} \right) \\ & + \sum_{i=1}^{k-2} \sigma_{c,i} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,i+1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,i+1} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,i-1} + C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,i-1}}{2} \right) \\ & + \sigma_{c,k-1} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,k-2} - C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k-1,k-2}}{2} \right) + \sigma_{c,k} \left(\frac{C_{c,nl,\sigma_{c,\bar{k}},k,k-1}}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.88)$$

with $\varepsilon_{c,cr,k} = \varepsilon_{c,cr}(t)$, $\sigma_{c,\bar{k}} = (\sigma_c(t_k) + \sigma_c(t_{k-1})) / 2$, $\sigma_{c,i} = \sigma_c(t_i)$ and the non-linear creep compliance $C_{c,nl,\sigma_{c,k},k,i} = C_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i)$.

The actual creep strain at time t_k is calculated using the creep strain of the foregoing time interval $\varepsilon_{c,cr}(t_{k-1})$ and the additional creep strain in the actual time-increment $\Delta\varepsilon_{c,cr}(t_k)$. In the calculation of $\Delta\varepsilon_{c,cr}(t_k)$ the total stress history of the concrete including the non-linearity of the creep compliance is taken into account.

2.2.3.7 Rheological Models for the Description of the Creep Deformation

Besides the aforementioned compliance function creep can be simulated in detail using rheological models. By combination of the classical basis elements of HOOKES spring, NEWTONS damper, or ST. VENANTS friction element various different models can be developed. Well known examples are the MAXWELL- or KELVIN-element, Fig. 2.14 and 2.13, which were already used in the derivation of the creep theories and the compliance functions, respectively. Taking into account the specific properties of the models, differential equations were derived in order to determine the creep deformation. In general, these differential equations were solved numerically by incremental methods. Important models were proposed by SHEN [125], MAZZOTTI [93], BOCKHOLD [28, 30, 29] as well as HEIDOLF [70, 71]. In the following, detailed explanations and mathematical formulas were given for the model according to BOCKHOLD and the model according to HEIDOLF.

Model according to Bockhold

BOCKHOLD developed a creep model based on the visco-elastic elasto-plastic continuum damage theory. The model includes the following major phenomena: non-linear relation of creep strain and applied stress, primary, secondary, and tertiary creep phases as well as post-hardening of concrete. The rheological model for the time-invariant and time-variant deformations is depicted in Fig. 2.20. The creep model is represented by a modified KELVIN-element which is described by a non-linear spring and a non-linear damper. The stress-strain relation of the spring of the i -th KELVIN-element is characterized by the well-known function according to Model Code 2010 [39], where the short-term compressive strength f_c is substituted by the

long-term compressive strength $f_{c,T}$

$$\sigma_{c,s}^i = \frac{E_{c0} \frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{f_{c,T}} + \left(\frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\varepsilon_{c,c1}} \right)^2}{1 - \left(E_{c0} \frac{\varepsilon_{c,c1}}{f_{c,T}} - 2 \right) \left(\frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\varepsilon_{c,c1}} \right)} f_{c,T}. \quad (2.89)$$

Herein E_{c0} is the tangent modulus of the concrete.

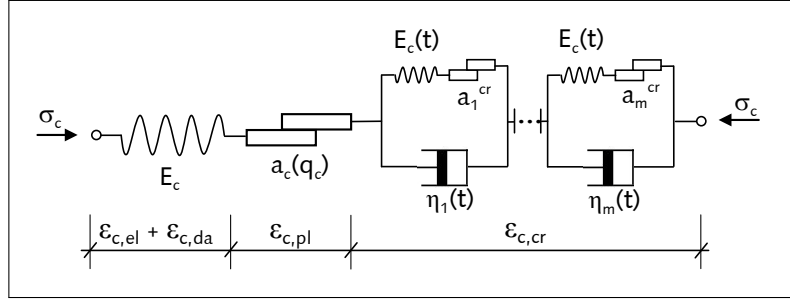


Fig. 2.20: Rheological model according to BOCKHOLD

On the basis of NECHVATAL [99], BOCKHOLD approximates the long-term compressive strength with $f_{c,T} \approx 0.8f_c$. Due to the series connection of the friction element, visco-plastic strains can occur along with visco-elastic ones. The short-term material model is formulated in the style of PÖLLING [110]. Doing so, the scalar factor b distinguishes the inelastic creep strains into visco-plastic creep strains $\varepsilon_{c,cr,v-pl}$ and creep strains due to damage $\varepsilon_{c,cr,da}$

$$\varepsilon_{c,cr,v-pl}^i = b\varepsilon_{c,cr,in}^i \quad \text{and} \quad \varepsilon_{c,cr,da}^i = (1-b)\varepsilon_{c,cr,in}^i, \quad \text{with} \quad \varepsilon_{c,cr,in}^i = \varepsilon_{c,cr}^i - \frac{\alpha_{c,cr}^i}{E_{c0}}. \quad (2.90)$$

Herein $\alpha_{c,cr}^i$ is a history variable representing the all-time maximum stress of the i -th spring. The damage of a spring of a creep chain $D_{c,cr}^i$ is calculated with

$$D_{c,cr}^i = 1 - \frac{1}{E_{c0} (1-b) \frac{\varepsilon_{c,cr}^i}{\alpha_{c,cr}^i} + b}. \quad (2.91)$$

The damper d of the i -th KELVIN-element is defined by the viscosity η_c^i , which depends on the actual time t , the age of the concrete at the beginning of loading t_0 , and the stress level of the concrete

$$\eta_{c,d}^i(\sigma_c, t, t_0) = E_{c0,t_0} \tau_R^i \left(\frac{t-t_0}{\tau_R^i} \right)^{0.5} \left(1 - \frac{\sigma_c}{f_{c,t_0}} \right)^n. \quad (2.92)$$

Herein τ_R^i is the retardation time of the damper and n is an exponent to define the non-linear relation of the viscosity and the stress level. The exponent n is always in the range of $1.0 \leq n \leq 2.0$. In order to calculate the stresses of the damper, the time space needs to be divided into time increments. The stress of the damper $\sigma_{c,d,n+1}^i$ at the end of the $n+1$ -th time interval results from the creep rate $\dot{\varepsilon}_{c,n+1}^i$, the creep acceleration $\ddot{\varepsilon}_{c,n+1}^i$, the time increment

$\Delta t = t_{n+1} - t_n$, and the stress at the beginning of the time interval $\sigma_{c,d,n}^i$

$$\sigma_{c,d,n+1}^i = \sigma_{c,d,n}^i + \Delta t \dot{\sigma}_{c,d,n+1}^i = \eta_{c,n+1}^i \varepsilon_{c,cr}^i + \eta_{c,n+1}^i \ddot{\varepsilon}_{c,cr}^i. \quad (2.93)$$

By postulating stress equilibrium for one creep chain

$$\sigma_{c,n+1}^i = \sigma_{c,s,n+1}^i + \sigma_{c,d,n+1}^i, \quad (2.94)$$

the unknown creep strains $\varepsilon_{c,cr,n+1}^i$ of the creep chain are estimated by a NEWMARK-Iteration. As an alternative, the creep acceleration can be neglected [109] and the classical approach of the stress-strain rate-relation of a damper can be used

$$\sigma_{c,d} = \eta_c \dot{\varepsilon}_{c,cr}. \quad (2.95)$$

With this assumption the creep increment of the actual time interval $\Delta \varepsilon_{c,cr,n+1}$ can be calculated directly

$$\Delta \varepsilon_{c,cr,n+1} = \frac{\sigma_{c,n+1}^i - \sigma_{c,s}^i}{E_{c,tan} + \frac{\eta_m}{\Delta t}}. \quad (2.96)$$

Herein $E_{c,tan}$ is the actual tangent modulus of the spring s .

In general, many different creep chains i are considered. The total creep strains are determined by a summation of all m creep chains

$$\varepsilon_{c,cr,n+1} = \sum_{i=1}^m \varepsilon_{c,cr,n+1}^i, \quad (2.97)$$

wherein the creep chains usually differ in their retardation time τ_R^i . The creep compliance is defined as the following:

$$C_c = \frac{\varepsilon_{c,cr,n+1}}{\sigma_c}. \quad (2.98)$$

Post-hardening of concrete is taken into account by a rate-type formulation of the stresses of the spring. The elastic modulus $E_c(t)$ and the time-dependent concrete strength under sustained loading $f_{c,T}(t)$ were modified according to Eq. (2.1) and (2.5).

The model parameters τ_R^i and n have to be determined from back-analysis of experimental tests. Prediction formulas, as in the case of the usual compliance function, do not exist for this model yet. Consequently, the experimental boundary conditions need to be chosen in conformance with the future engineering application of the model, e.g. regarding the age of concrete at the beginning of loading.

Model according to Heidolf

HEIDOLF developed a material model for polymermodified cement concrete (PCC) under cyclic loading as well. Due to the flexibility of the model, long-term creep deformation of standard

concrete can be simulated. Specific characteristics of the model are the consideration of non-linear creep, stiffness degradation, and strength reduction due to creep processes, which results in secondary and tertiary creep phases. Post-hardening of concrete can be simulated as well. The rheological model is illustrated in Fig. 2.21. The time-invariant material model is combined with the time-variant creep model, which is composed of n KELVIN- (Fig. 2.13) and m BINGHAM-elements (Fig. 2.15). The KELVIN-element characterizes the reversible, visco-elastic strains $\varepsilon_{c,cr,v-el}$, the BINGHAM-element represents the irreversible, visco-plastic strains $\varepsilon_{c,cr,v-pl}$, and HOOKES spring simulates the time-independent strains.

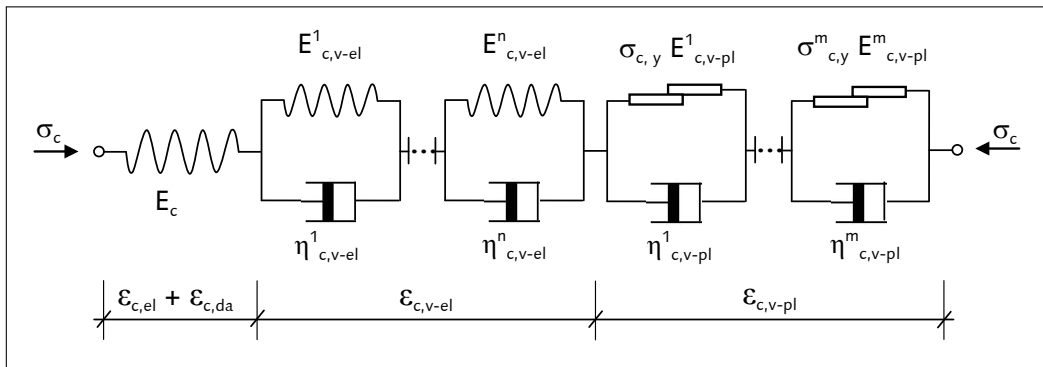


Fig. 2.21: Rheological model according to HEIDOLF [70]

The model of the short-term material behavior of concrete is adapted from HÄUSSLER-COMBE and PRÖCHTEL [69], which is mainly a strain-based description of the concrete model according to Model Code 2010. This material model comprises possible damage, but no plastic deformation can occur. HEIDOLF modifies the model from HÄUSSLER-COMBE and PRÖCHTEL in the way all reversible strains $\varepsilon_{c,rev}$ cause damage on the short-term model. The reversible strains $\varepsilon_{c,rev}$ are composed of elastic strains, strains due to damage, and visco-elastic creep strains

$$\varepsilon_{c,rev} = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} + \varepsilon_{c,cr,v-el}. \quad (2.99)$$

The damage of the spring of the short-term material model results from the smallest reversible strain $\varepsilon_{c,rev,min}$ of the whole lifetime

$$D_c = \begin{cases} 0 & \text{for } \varepsilon_{c,rev,min} \geq \varepsilon_{c,da0} \\ 1 - e^{-\left(\frac{\varepsilon_{c,rev,min} - \varepsilon_{c,da0}}{e_d}\right)^{g_d}} & \text{for } \varepsilon_{c,rev,min} < \varepsilon_{c,da0}. \end{cases} \quad (2.100)$$

Herein $\varepsilon_{c,da0}$ is the limit strain of the undamaged concrete. The parameters e_d and g_d are damage parameters, whereat $g_d = 2$ is recommended in order to have a good agreement with the stress-strain-relation of the MC2010. The stress of the spring is calculated with the following equation

$$\sigma_c = E_{c0} (1 - D_c) (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}). \quad (2.101)$$

The part of the model used for the determination of the visco-elastic deformation is developed in the style of SHEN [125]. The non-linear spring of the KELVIN-element is coupled on the tangent stiffness of the short-term material using the non-linearity function $\alpha_{c,cr,v-el}^i$

$$E_{c,v-el}^i = \frac{E_{c0}}{\alpha_{c,cr,v-el}^i}. \quad (2.102)$$

Herein $\alpha_{c,cr,v-el}^i$ is a polynomial function of degree L , based on the time-invariant strains

$$\alpha_{c,cr,v-el}^i(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) = \sum_{l=0}^L a_{c,cr,v-el}^{i,l} |\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}|^l. \quad (2.103)$$

The coefficients $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ characterize the amplitude and the non-linearity of the creep deformation.

Assuming a constant retardation time τ_R^i and a constant time-invariant strain and stiffness within one time interval, the visco-elastic strain of the i -th element becomes

$$\varepsilon_{c,cr,v-el}^i(t, \tau) = (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) \left[\alpha_{c,cr,v-el}^i \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right] + \left[\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right]. \quad (2.104)$$

Herein τ is the time at the beginning of the time interval with the corresponding visco-elastic strain $\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i$. In the case of unloading of the creep chain, Eq. (2.104) is reduced to

$$\varepsilon_{c,cr,v-el}^i(t, \tau) = \left[\varepsilon_{c,cr,v-el,\tau}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^i}} \right) \right]. \quad (2.105)$$

The description of the spring stiffness of the BINGHAM-element follows the same idea of coupling the stiffness with a non-linearity function $\alpha_{c,cr,v-pl}^j$

$$E_{c,v-pl}^j = \frac{E_{c0}}{\alpha_{c,cr,v-pl}^j}, \quad (2.106)$$

with the polynomial function

$$\alpha_{c,cr,v-pl}^j(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) = \sum_{l=0}^L a_{c,cr,v-pl}^{j,l} |\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}|^l. \quad (2.107)$$

Solving the differential equation of the creep chain, once again assuming a constant time-invariant strain and stiffness within one time interval, leads to the formulation of the viscoplastic strain

$$\varepsilon_{c,cr,v-pl}^j(t, \tau) = \begin{cases} 0 & \text{for } \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} < \varepsilon_{c,cr,y}^j \\ (\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}) \left(1 - \frac{\varepsilon_{c,cr,y}^j}{\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da}} \right) \alpha_{c,cr,v-pl}^j \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_R^j}} \right) & \text{for } \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,da} \geq \varepsilon_{c,cr,y}^j \end{cases} \quad (2.108)$$

with the yielding strain of the friction element of the j -th BINGHAM-element $\varepsilon_{c,cr,y}^j$. In the case of unloading the visco-plastic strain $\varepsilon_{c,cr,v-pl,\tau}^j$ remains constant.

The total creep strain of the concrete results from the summation of all n KELVIN- and m BINGHAM-elements

$$\varepsilon_{c,cr} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{c,cr,v-el}^i + \sum_{j=1}^m \varepsilon_{c,cr,v-pl}^j. \quad (2.109)$$

The creep compliance is calculated analog to Eq. (2.98).

The time-dependent increase of stiffness of the concrete is taken into account by a subsequent integration of additional springs into the time-invariant material model. As a consequence, the creep inducing strains $\varepsilon_{c,el}$ and $\varepsilon_{c,da}$ are reduced and the creep affinity decreases. The post-hardening is characterized by the well-known function according to MC2010, Eq. (2.5).

Alike the model according to BOCKHOLD, the creep parameters $a_{c,cr,v-el}^i$ and $a_{c,cr,v-pl}^j$ need to be determined by back-analysis of experimental tests, because no prediction formulae exist yet. Likewise the boundary conditions of the experiment have to be similar to the conditions of the engineering application.

2.2.3.8 Application of One-Dimensional Creep Models for Multiaxial Stresses

Most of the existing creep models are limited to a one-dimensional description of the creep behavior. For example, one exception is the model of TEÉNY [137]. BOCKHOLD and STANGENBERG [30] propose a possibility to apply the one-dimensional creep models in case of multiaxial stress states. The core of this method is the definition of a unique yielding function ϕ for all inelastic deformations, resulting from plasticity, damage, and creep. The direction of the creep strain and creep rate $\dot{\varepsilon}_{c,cr}$, respectively, are equivalent to the direction of the plastic and damage strains. In other words, the creep strains are characterized as delayed elastic deformation. The amplitude of the creep strain is defined by means of the creep consistency parameter $\lambda_{c,cr}$

$$\dot{\varepsilon}_{c,cr} = \lambda_{c,cr} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}. \quad (2.110)$$

Herein $\frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}$ is the derivative of the yielding function with respect to the stress tensor $\boldsymbol{\sigma}_c$. The link of the one-dimensional creep chain and the multiaxial creep deformation is defined by energy balance. The dissipated energy of the one-axial equilibrium stress $\sigma_c^v(\boldsymbol{\sigma}_c)$, calculated from the spatial stress tensor, and the conjugated strain rate $\dot{\varepsilon}_{c,cr}$ are similar to the equivalent energy of the three-dimensional space

$$\boldsymbol{\sigma}_c : \dot{\varepsilon}_{c,cr} = \sigma_c^v \cdot \dot{\varepsilon}_{c,cr}. \quad (2.111)$$

Therewith, the unknown three-dimensional creep deformation can be calculated with the known three-dimensional stress state and a one-dimensional creep model. By combination of Eq. (2.111)

and Eq. (2.110) the creep consistency parameter results in

$$\lambda_{c,cr} = \frac{\sigma_c^v(\boldsymbol{\sigma}_c) \cdot \dot{\epsilon}_{c,cr}}{\boldsymbol{\sigma}_c : \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}_c}}. \quad (2.112)$$

Combining the procedure by BOCKHOLD and STANGENBERG with the one-dimensional creep models explained in section 2.2.3.5 and 2.2.3.7 allows for the calculation of three-dimensional material models taking into account the long-term creep deformation.

2.2.3.9 Creep of Bond

Besides the already mentioned creep of concrete loaded with compression or tension, an additional creep of bond occurs. As a consequence, the maximum bond stress $\tau_{c,v}$ between concrete and reinforcing steel is reduced over time and the deformation v_c of the joint increases. ROHLING [114] proposes a stress-displacement-relation of the bond behavior using the relative bond stress, which is the ratio between bond stress $\tau_{c,v}$ and the compressive strength of a cube β_w , depending on the load duration, Fig. 2.22. The relative bond stresses are reduced due to creep to approximately 60 % of the values at the beginning of loading.

For a constant bond stress the displacement v_c increases continuously, Fig. 2.23. According to ROHLING a linear relation of bond stress $\tau_{c,v}$ and displacement is observed with the usual range of bond stress of concrete $0.3 \tau_{c,v,max} \leq \tau_{c,v} \leq 0.5 \tau_{c,v,max}$. The time-dependent increase of the displacement is described by the bond creep coefficient $\varphi_{c,v}$, in analogy to section 2.2.3.4. In the style of SVENSVIK [134] ROHLING develops a power-function to estimate $\varphi_{c,v}$

$$\varphi_{c,v}(t - t_0) = a(t - t_0)^b. \quad (2.113)$$

The parameters a and b depend on the concrete and the environmental conditions. The bond creep coefficient φ_c is smaller than the usual creep coefficient and for $t \rightarrow \infty$ it is usually smaller than one. Due to the linear dependence of the displacements on the stress, the superposition principle can be used.

Due to the creep of bond, the so-called *tension-stiffening* is also time-dependent. The simple tension stiffening model according to Model Code 90 [37] assumes a constant contribution of the concrete after cracking, quantified by the reduction factor β_{ct} . For short-term loading and completed crack formation $\beta_{ct} = 0.4$ is proposed. Taking into account the creep of bond this factor is reduced to $\beta_{ct} = 0.25$ for $t \rightarrow \infty$. Consequently, the time-dependent tension stiffening factor becomes

$$\beta_{ct}(t - t_0) = 0.4 - 0.15\beta_c(t, t_0), \quad (2.114)$$

with the time function $\beta_c(t, t_0)$ according to Eq. (2.68). When using a creep model without ultimate creep coefficient, ROHLING suggests to assume $t = 10^5$ h as the time for the end of creep, which is equivalent to the value of one of the time function $\beta_c(t, t_0)$.

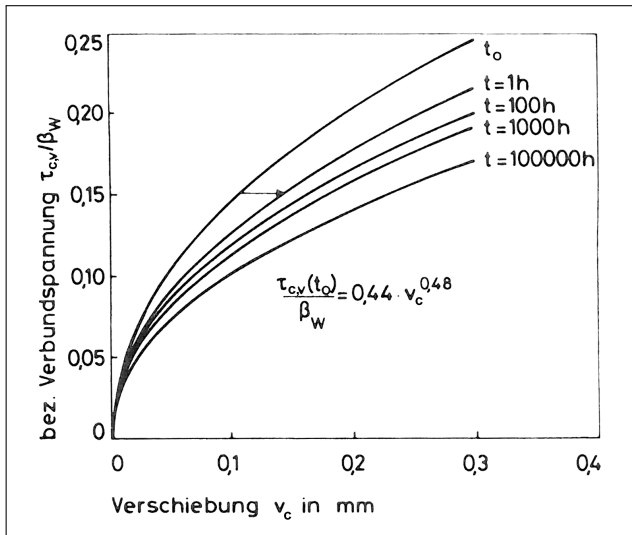


Fig. 2.22: Relative bond stress $\tau_{c,v}$ depending on the load duration t and displacement v_c [114]

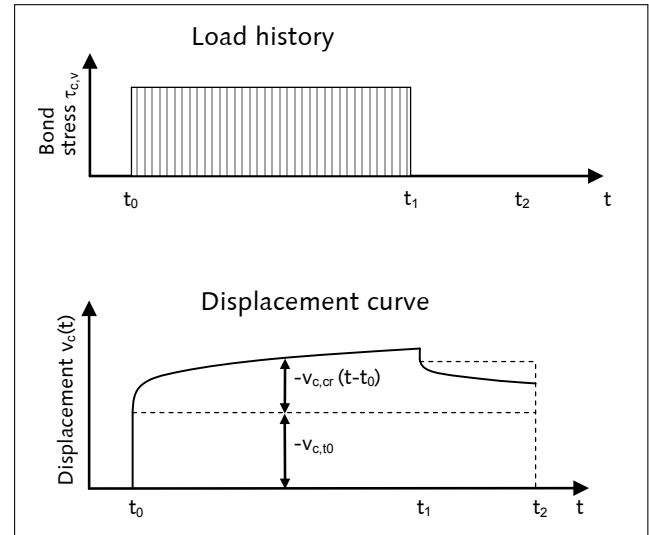


Fig. 2.23: Creep of bond under constant stress according to [114]

2.3 Evaluation of Creep Models of Concrete

As already mentioned in section 2.1.2 many different model evaluation methods and model evaluation criteria exist so far. In order to assess creep and shrinkage models of concrete, BAŽANT [13] names five main aspects for the evaluation:

- Statistical comparison of creep prognosis with creep database: models' prognoses should show only small differences to the large number of existing measurement data of a creep database (Fig. 2.24 (a)).
- Adjustment of individual creep curves: the experimental and calculated creep curve should show only minimal differences after a parameter identification or model optimization, respectively (Fig. 2.24 (b)).
- Physically based theory: the mathematical model should agree with the actual state of the art of the mechanics of the physical phenomenon.
- Extrapolation of short-term creep measurements: The model should allow for a reasonable and reliable extrapolation of short-term creep measurements.
- Limited number of parameters: the model should avoid an over-parametrization.

BAŽANT also states that a reliable prediction of creep and shrinkage behavior is only possible when the prognosis is based on the extrapolation of short-term creep measurements. In the following subsections the first two of the five evaluation criteria will be explained in detail.

2.3.1 Evaluation Based on Measurement Data

The comparison of the model prognosis with a representative creep database is used most as evaluation criterion of creep models so far. Usually the *RILEM creep data bank* [98] is consid-

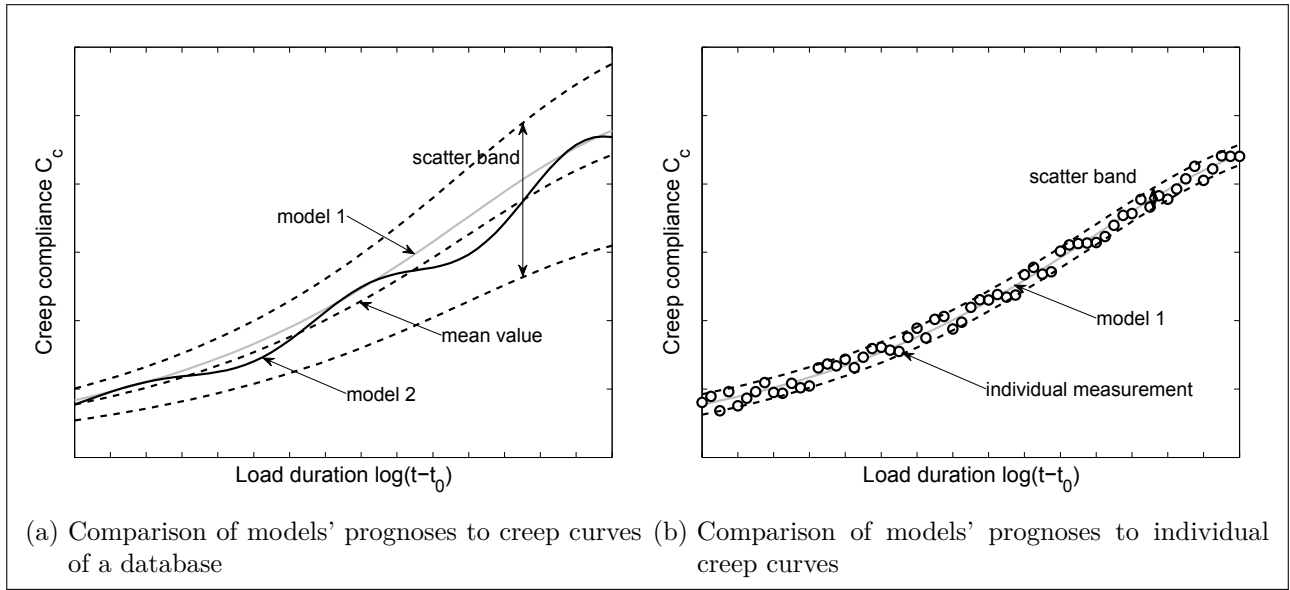


Fig. 2.24: Comparison of model prognosis to experimental creep curves [8]

ered, as over 500 various creep tests are documented therein. By taking into account a wide spectrum of concrete compositions, load intensities, and load durations as well as environmental and geometry conditions, a general statement regarding the deviation of the model prognosis to the experimental measurements can be made by this comparison. GARDNER [56], AL MANASEER and LAM [4] as well as BAŽANT and LI [8] compared the current four major creep models GL2000, ACI209, B3 and MC90-99, or MC10 respectively, with the RILEM creep data bank. BAŽANT and LI point out in their publication that the method of statistical comparison influences the results and propose an objective indicator.

Grouping the individual creep experiments of the database into boxes of similar boundary conditions, for example the same concrete strength or the same age of concrete at the beginning of loading, is substantial for the general validity of this comparison. Doing so each group of concrete has the same influence on the total variation [8] and it is avoided that groups with a large number of individual experiments, e.g. with typical concrete composition, have too large an influence on the results. Each individual experiment j of a group i is scaled by a weighting factor w_i

$$w_i = \frac{1}{m_i \bar{w}}, \text{ with } \bar{w} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{m_i}. \quad (2.115)$$

Herein m_i is the number of individual experiments in i and n is the total number of groups. The standardized error of the creep prediction s results from the error of the regression

$$s = \sqrt{\frac{N}{N-P} \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^{m_i} (Y_{ij} - Z_{ij})^2}, \quad (2.116)$$

with the number of measurement points N within the database, the number of parameters P of the creep model, the measured creep compliance Z_{ij} , and the predicted creep compliance Y_{ij} .

By taking into account the weighted mean creep compliance \bar{Z} the coefficient of variation CV of the creep compliance becomes

$$CV_{Z,cr} = \frac{s}{\bar{Z}}, \text{ with } \bar{Z} = \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^{m_i} Z_{ij}. \quad (2.117)$$

Using these coefficients of variation, a generally valid comparison of the creep prognoses of different models is enabled. For the four major creep models these CVs are given in Tab. 2.3.

model	MC2010	ACI209	B3	GL2000
$CV_{Z,cr}$ [-]	0.306	0.388	0.283	0.285

Tab. 2.3: CV of the creep prognosis in comparison with measurement data [8]

The second criterion of creep model evaluation mentioned by BAŽANT, which is the comparison of the creep prediction to individual creep curves, is made clear in Fig. 2.24. Due to the large scatter of creep curves of a database even phenomenological and physically unsubstantiated models (model 2) can show the same difference to measurements as plausible models (model 1) (Fig. 2.24 (a)). By comparing the creep prediction to individual creep curves (Fig. 2.24 (b)), whose scatter is significantly reduced, nonsensical models can be excluded.

2.3.2 Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models

Besides the comparison of the prognosis to measurements, creep models were examined regarding their uncertainty and sensitivity. HOWELLS, LARK and BARR [74] studied the influence of model parameters of common creep models on their prognoses. Conducting deterministic parameter studies, they concluded that several parameters only have a negligibly small influence on the results and could be neglected subsequently. In contrast to these parameters, further parameters exist that have a significant influence on the creep prediction and whose variation is of huge importance for the model response. HOWELLS, LARK and BARR conclude that a reasonable evaluation of creep models should, apart from considering the differences of the model prognoses to measurement data, take into account the effects of the variation of the model response due to scattering input parameters.

The influence of scattering input parameters and the effect of model uncertainty was at first investigated by MADSEN and BAŽANT [89] for the creep model BP [9]. DIAMANTIDIS, MADSEN and RACKWITZ [44] extended the uncertainty analysis with respect to a varying humidity for the model according to Model Code 78 [36]. TEPLÝ, KERŠNER and NOVÁK [138] analyzed the influence of the input parameters on the uncertainty of the prognosis for the models BP-KX and B3. YANG [148] picks up this procedure and determines the uncertainty of the prediction of the models ACI209 and MC90.

The influence of the uncertainty of the creep prediction was already shown by MADSEN and BAŽANT [89]. YANG [147] depicts the influence of shrinkage and creep uncertainty on the loss

of pretension force and shortening using the example of a prestressed bridge. The impact of further stochastic effects that occur in addition to creep is shown exemplarily by LI [82], KHOR [80] and CHOI [42].

In contrast to the realistic relation between model parameters, which often shows large correlations, all of the existing studies assume independent and uncorrelated input parameters.

3 Stochastic Fundamentals

The evaluation of uncertainties of models requires the definition of the models' parameters by means of their statistical properties and subsequent stochastic analyses of the models' response. In section 3.1 the basics of stochastic parameters are explained. Section 3.2 describes two different sampling strategies for stochastic analyses, *Monte Carlo Simulation* (MCS) and *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Using these numerical methods, the approximation of stochastic properties of the model response is enabled. Finally in section 3.3, the fundamentals of the response surface methods which are used in this thesis are presented.

3.1 Random Variables and Random Vectors

3.1.1 Random Variables

The variable X is a single, real random variable. The probability P , that this variable is smaller than a deterministic value x , is described by the cumulative distribution function:

$$F_X(x) = P[X < x]. \quad (3.1)$$

The probability density function $f_X(x)$ (PDF) is defined as the derivative of the cumulative distribution function with respect to x

$$f_X(x) = \frac{\delta F_X(x)}{\delta x}. \quad (3.2)$$

Random variables are usually described by their mean value \bar{X} , standard deviation σ_X , and the corresponding distribution type. The mean value is defined as:

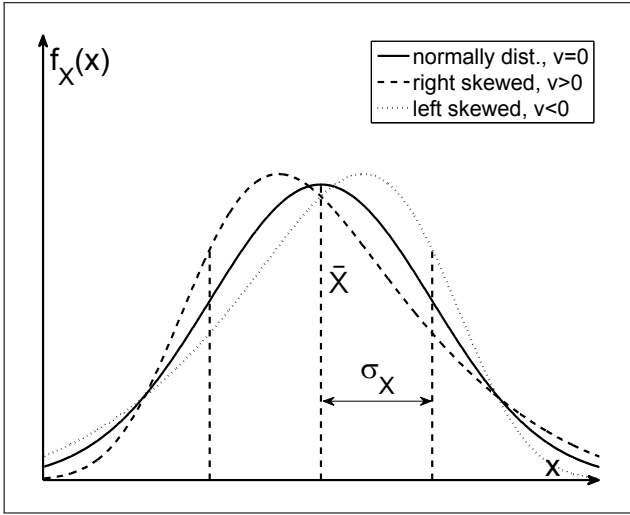
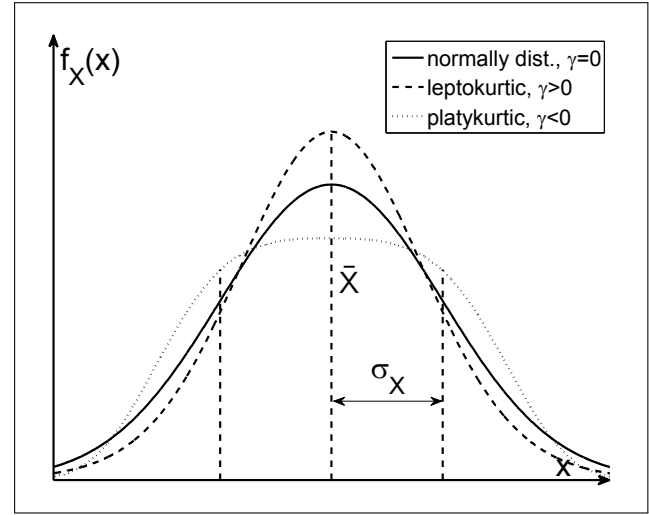
$$\bar{X} = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx. \quad (3.3)$$

The variance of X becomes

$$V_X = \sigma_X^2 = E\left[(X - \bar{X})^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx, \quad (3.4)$$

and the standard deviation is the square root of the variance

$$\sigma_X = \sqrt{V_X}. \quad (3.5)$$

Fig. 3.1: Skewness ν of PDFFig. 3.2: Excess γ of PDF

Often the standard deviation is written by its normalized value, the so-called coefficient of variation CV_X

$$CV_X = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}. \quad (3.6)$$

The mean value and the variance of a random variable X are denominated as first and second statistical moment of the PDF, b_X^1 and b_X^2 . Distribution functions may have further moments. The normalized third moment, the skewness ν_X , Fig. 3.1, characterizes the deviation of the PDF from a distribution which is symmetric with respect to the mean value

$$\nu_X = b_X^3 = E \left[\left(\frac{X - \bar{X}}{\sigma_X} \right)^3 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - \bar{X})^3}{\sigma_X^3} f_X(x) dx. \quad (3.7)$$

The normalized fourth moment, the kurtosis β_X , is a measure for the slope of a distribution

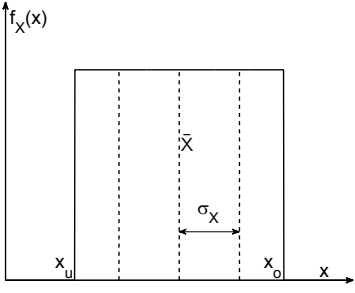
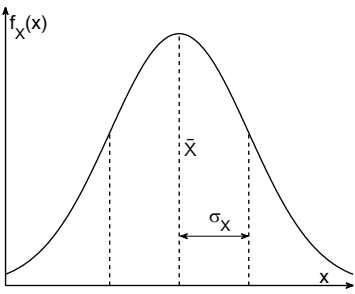
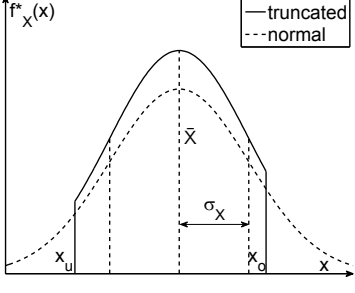
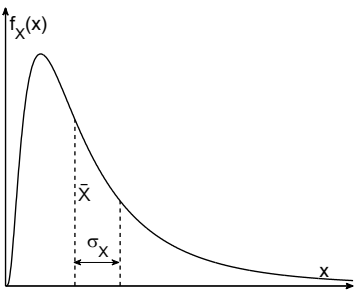
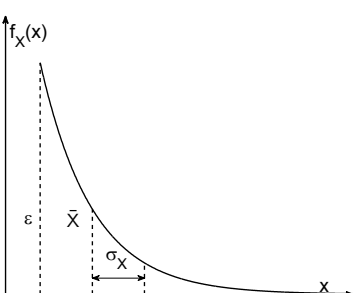
$$\beta_X = b_X^4 = E \left[\left(\frac{X - \bar{X}}{\sigma_X} \right)^4 \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x - \bar{X})^4}{\sigma_X^4} f_X(x) dx. \quad (3.8)$$

The kurtosis of a normal distribution is $\beta = 3$. For this reason the excess

$$\gamma_X = \beta_X - 3 \quad (3.9)$$

is introduced, describing the deviation from a normal distribution, Fig. 3.2.

In Tab. 3.1 typical distribution functions, which will be used in this thesis, are presented. These are: uniform, normal (GAUSS-distribution), truncated normal, lognormal, and exponential distribution. Considering these distribution types it is not possible to describe all statistical moments. For a more accurate description of a probability density function considering many statistical moments the entropy distributions are introduced [113]. This distribution maximizes

<p>uniform distribution $x_u \leq x \leq x_o$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{x_o - x_u}$ $F_X(x) = \frac{x - x_u}{x_o - x_u}$ $\bar{X} = \frac{x_u + x_o}{2}$ $\sigma_X = \frac{x_o - x_u}{\sqrt{12}}$	
<p>normal distribution $-\infty \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{X})^2}{2\sigma_X^2}\right)$ $F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{t - \bar{X}}{\sigma_X}\right)^2\right) dt$	
<p>truncated normal distribution $x_u \leq x \leq x_o$</p>	$f_X^*(x) = \frac{f_X(x)}{F_X(x_o) - F_X(x_u)}$ $F_X^*(x) = \frac{F_X(x) - F_X(x_u)}{F_X(x_o) - F_X(x_u)}$ <p>$F_X(x)$ and $f_X(x)$ from normal distribution</p>	
<p>lognormal distribution $0 \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{xs\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x/\mu))^2}{2s^2}\right)$ $F_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{(\ln(t/\mu))^2}{2s^2}\right) dt$ $s = \sqrt{\ln\left(\frac{\sigma_X^2}{\bar{X}^2} + 1\right)}$ $\mu = \bar{X} \exp\left(-\frac{s^2}{2}\right)$	
<p>exponential distribution $\varepsilon \leq x \leq \infty$</p>	$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$ $F_X(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\lambda}\right)$ $\bar{X} = \varepsilon + \lambda$ $\sigma_X = \lambda$ $\lambda = \omega - \varepsilon$	

Tab. 3.1: Typical distribution functions characterized by $f_X(x)$, $F_X(x)$ and their specific parameters, according to [96]

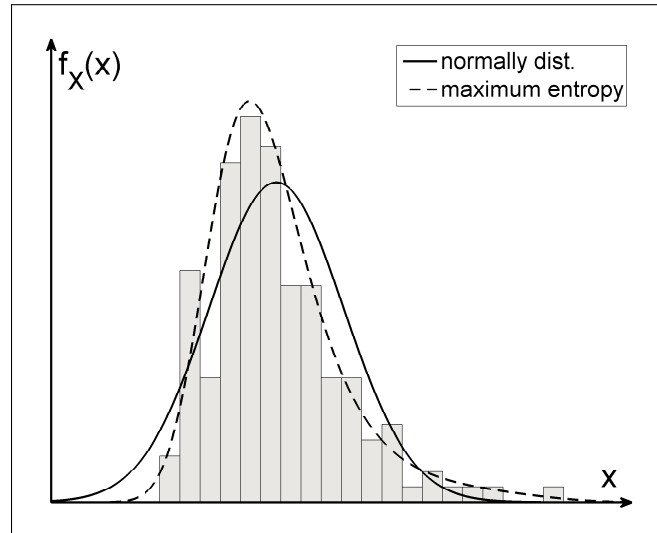


Fig. 3.3: Comparison of maximum entropy distribution with normal distribution

the information content of the entropy

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \log(f_X(x)) dx. \quad (3.10)$$

In addition to Eq. (3.10) it is ensured that the entropy distribution depicts the statistical moments b_q

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^q f_X(x) dx = b_q, \text{ for } q = 0, 1, \dots, Q, \quad (3.11)$$

with $b_0 = 1$ and M as the number of the moments which should be displayed. The maximum entropy distribution becomes

$$f_X(x) = \exp\left(-\lambda_0 - \lambda_1 x - \dots - \lambda_Q x^Q\right) = \exp(-\lambda_0) \exp\left(-\sum_{q=1}^Q \lambda_q x^q\right). \quad (3.12)$$

Herein $\lambda_0 \dots \lambda_q$ are the LAGRANGE-multipliers, which are calculated by maximizing the entropy measure H in Eq. (3.10) and simultaneously considering the moment restrictions according to Eq. (3.11). An algorithm to estimate the LAGRANGE-multipliers efficiently is published by ROCKINGER and JONDEAU [113]. Using the maximum entropy distribution, the probability density function of random variables is described more accurately, Fig.3.3. Usually the number of the statistical moments considered for the entropy distribution is limited to $Q = 4$.

3.1.2 Random Vectors

In the case of multidimensional stochastic problems the correlation between the variables X_1 and X_2 has to be described. This is done by introducing the covariance function

$$C_{XX}(X_1, X_2) = E \left[(X_1 - \bar{X}_1) (X_2 - \bar{X}_2) \right]. \quad (3.13)$$

The coefficient of correlation ρ_{12} is derived from C_{XX} as the following:

$$\rho_{12} = \frac{E \left[(X_1 - \bar{X}_1) (X_2 - \bar{X}_2) \right]}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}} = \frac{C_{XX}(X_1, X_2)}{\sigma_{X_1} \sigma_{X_2}}. \quad (3.14)$$

The coefficient of correlation is defined in the range of $-1 \leq \rho_{12} \leq 1$. The values of 1 and -1 , respectively, correspond to a full correlation. This means that the parameter X_1 can be totally described using parameter X_2 . In case of $\rho_{12} = 0$ both parameters are uncorrelated and independent of each other.

For an arbitrary number P_K of random variables the random vector becomes

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_{P_K}]^T. \quad (3.15)$$

The vector of the mean values is depicted with

$$\bar{\mathbf{X}} = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_{P_K}]^T. \quad (3.16)$$

The corresponding covariance matrix contains the pairwise grouped values of the covariance function according to Eq. (3.13) and is defined as follows:

$$\mathbf{C}_{XX} = E \left[(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^T \right]. \quad (3.17)$$

3.2 Sampling Strategies

3.2.1 Monte Carlo Simulation

The pure Monte Carlo Simulation (MCS) is a simple and robust sampling strategy. It is used to perform stochastic analyses and to estimate the stochastic properties of a model numerically. The expected value $E[(.)]$ of a model $t(\mathbf{X})$, which is depending on the random vector \mathbf{X} , is calculated with

$$E[t(\mathbf{X})] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} t(\mathbf{X}) f_{X_1 \dots X_{P_K}}(\mathbf{x}) dx_1 \dots dx_{P_K}. \quad (3.18)$$

Herein P_K is the number of stochastic variables in \mathbf{X} . An approximation of the expected value is given by the average of all K samples

$$\hat{v} = \hat{E}[t(\mathbf{X})] = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K t(\mathbf{X}_k), \quad (3.19)$$

with the parameter vector \mathbf{X}_k of the k -th sample. Hence, as far as statistical information about the input parameters exist, each model depending on deterministic parameters can be analyzed stochastically by this sampling procedure. In total K samples of the random vector \mathbf{X} are generated taking into account the joint density function $f_{X_1 \dots X_{P_K}}(\mathbf{x})$. For each of the

samples the model $t(\mathbf{X})$ is calculated and subsequently the approximated, stochastic properties of the model response are derived. The expected value of the model results from the estimated value \hat{v}

$$\hat{E}[\hat{v}] = \hat{E}[t(\mathbf{X})]. \quad (3.20)$$

The variance is defined as:

$$\sigma_{\hat{v}}^2 = \frac{1}{K} \sigma_{t(\mathbf{X})}^2 \quad (3.21)$$

with

$$\sigma_{t(\mathbf{X})}^2 = E[(t(\mathbf{X}))^2] - E[t(\mathbf{X})]^2. \quad (3.22)$$

The accuracy of the approximation of the stochastic properties can be estimated using the statistical error e

$$e = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{\sigma_{t(\mathbf{X})}}{E[t(\mathbf{X})]}. \quad (3.23)$$

In order to generate random variables, usually an uniformly distributed random variable between 0 and 1 is sampled. This value corresponds to the cumulative distribution function $F_X(x)$. The parameter itself is calculated from $F_X(x)$ using its specific inverse distribution function.

The disadvantage of pure MCS is a high number of required samples K to ensure that the stochastic properties are estimated reliably.

3.2.2 Latin Hypercube Sampling

Latin Hypercube Sampling (LHS) is an improved sampling strategy that enables a reliable approximation of the stochastic properties even for a small number of samples K and high dimensional random variables. MACKAY, BECKHAM and CONOVER [88] developed this method in 1979. Meanwhile many extensions of the original strategy exist, e.g. [75].

The base of the method is the subdivision of the parameter space of a variable x_p into K classes D_k of equal probability

$$P[x_p \in D_k] = \frac{1}{K}; p = 1, \dots, P_K; k = 1, \dots, K, \quad (3.24)$$

with the number of parameters P_K and the number of samples K . Consequently, the incidence of each parameter x_{kp} is equally probable. In order to obtain this, a $K \times P_K$ matrix \mathbf{P} is generated first. Each of the P_K -columns consists of a random permutation of the numbers between $1, \dots, K$. Afterwards, a second $K \times P_K$ matrix \mathbf{R} is sampled, composed of independent

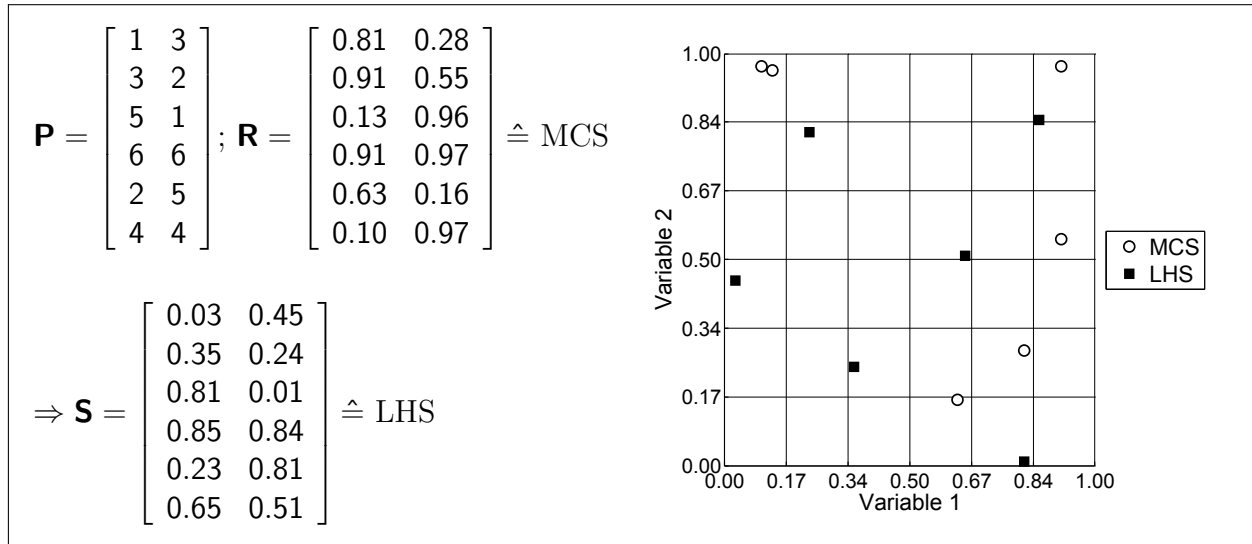


Fig. 3.4: Generation of the samples using MCS and LHS

random numbers between 0 and 1. Finally the matrix of samples \mathbf{S} is calculated with

$$\mathbf{S} = \frac{1}{K} (\mathbf{P} - \mathbf{R}). \quad (3.25)$$

The matrix \mathbf{S} still contains only numbers between 0 and 1. These entries correspond to the cumulative distribution function F_X so that the parameters \hat{x}_{kp} are computed using the inverse distribution function F_x^{-1}

$$\hat{x}_{kp} = F_{x_j}^{-1}(s_{kp}). \quad (3.26)$$

The random vector of the $k - th$ samples becomes

$$\hat{\mathbf{X}}_k = [\hat{x}_{k1}, \hat{x}_{k2}, \dots, \hat{x}_{kP_K}]^T. \quad (3.27)$$

An extension of this method [75] improves the reliable consideration of the correlation of the parameters.

LHS is independent of the dimension of the random vectors and the number of random variables, respectively. This is the main advantage of LHS in comparison to MCS and reduces the number of required samples significantly.

3.3 Response Surface Methods

Response surfaces (RS), also called Meta-models, are an approximation of a real model using an alternate model. The real model needs to be evaluated multiple times considering the specific range of input parameters the RS should be build for. Using these model responses in connection with the corresponding sets of input parameters, an alternate input-output relation can be constructed. It has to be made sure that the predicted response using the RS is a

good approximation of the real model. One of the most common RS methods is the regression, which will be used in this thesis as well. This procedure is explained in the following, focusing on linear regression only. Linear in this case means that only linear relations between input parameters and regression coefficients occur.

The vector of the response of the real model \mathbf{Y} due to the input parameters \mathbf{X} is approximated considering a linear polynomial basis by

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_P X_P + \varepsilon = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e}, \quad (3.28)$$

with the vector of regression coefficients $\boldsymbol{\beta}$, the error term \mathbf{e} , and P as the number of input parameters. The error term exists only if the regression model \hat{Y} cannot reproduce the response of the real model Y to one-hundred percent. The regression coefficients are determined by minimizing the sum of error squares

$$SS_E = \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_i(X_i) - Y_i(X_i))^2 = (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}(\mathbf{X}))^T (\hat{\mathbf{Y}}(\mathbf{X}) - \mathbf{Y}(\mathbf{X})) \rightarrow MIN. \quad (3.29)$$

A minimum of the sum error squares SS_E exists when the partial derivative of sum error squares with respect to the regression coefficients $\boldsymbol{\beta}$ becomes zero, since concurrently a maximum can be precluded. The solution of this minimization is found using the pseudo-inverse of the matrix of input parameters $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ [96]

$$\frac{\delta SS_E}{\delta \boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0} \rightarrow \hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}. \quad (3.30)$$

The appropriateness of the approximation is estimated using the coefficient of determination R^2

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = 1 - \frac{SS_E}{SS_T}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1, \quad (3.31)$$

with the sum of error squares SS_E

$$SS_E = \mathbf{e}^T \mathbf{e}, \quad (3.32)$$

the error term \mathbf{e}

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} \quad (3.33)$$

and the variance of the model response

$$SS_T = V(\mathbf{Y}) = (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{Y}})^T (\hat{\mathbf{Y}} - \bar{\mathbf{Y}}). \quad (3.34)$$

A coefficient of determination of $R^2 = 1$ is equivalent to a regression model that can reproduce the responses of the real model by 100%. The smaller R^2 , the worse the approximation. A

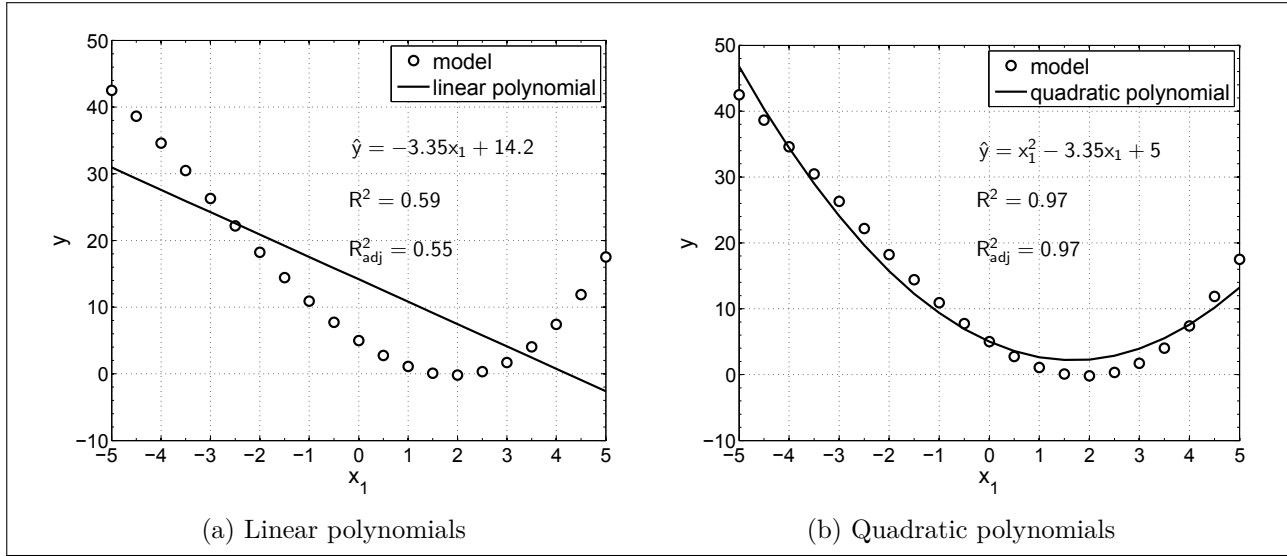


Fig. 3.5: Comparison of regression models for the function $y = 0.1x_1^3 + 0.6x_1^2 - 3x_1 + 3$

threshold to guarantee a meaningful RS is usually $R^2 \geq 0.8$. An alternative to R^2 is the adjusted coefficient of determination R_{adj}^2 . This measure additionally takes into account the number of supporting points K as well as the number of regression coefficients P_R

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SS_E / (K - P_R)}{SS_T / (K - 1)} = 1 - \frac{K - 1}{K - P_R} (1 - R^2). \quad (3.35)$$

The lower the number of supporting points and the higher the number of regression coefficients, the lower the determination. By using the variance of the error terms

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{K - P_R}, \quad (3.36)$$

the appropriateness of the approximation as well as the accuracy and the stochastic properties of the regression coefficients β can be obtained

$$E[\hat{\beta}] = \beta, \text{ with } \mathbf{C}_{\hat{\beta}\hat{\beta}} = \hat{\sigma}^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}. \quad (3.37)$$

Besides the regression based on linear polynomials according to Eq. (3.28) higher order approaches considering quadratic terms

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{P_K} X_{P_K} + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \dots + \beta_{P_K P_K} X_{P_K}^2 + e \quad (3.38)$$

as well as quadratic and mixed terms

$$\begin{aligned} \hat{Y} = & \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_{P_K} X_{P_K} + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \dots + \beta_{P_K P_K} X_{P_K}^2 \\ & + \beta_{12} X_1 X_2 + \dots + \beta_{P_{K-1} P_K} X_{P_{K-1}} X_{P_K} + e \end{aligned} \quad (3.39)$$

can be used.

Exemplarily for the application of these regression models, Fig. 3.5 shows the results of the approximation of the function $y = 0.1x_1^3 + 0.6x_1^2 - 3x_1 + 3$. It is observed that in this case the application of the regression model based on linear polynomials is not recommended. The characteristics of the real function are not approximated appropriately. This fact is also expressed by the coefficient of determination of $R^2 = 0.59$ and the adjusted coefficient of determination $R_{adj}^2 = 0.55$. In contrary to the linear polynomials, the approximation based on quadratic terms gives a good agreement with the real function.

4 Evaluation Methods for the Prediction Quality of Creep Models

4.1 Definition of Quality of Creep Models

The quality of creep models mainly results from the reliability of the model prognosis, the benefit of the information given by the model, and the expenditure of the model application. The evaluation of the model quality always refers to a specific application of the model and is not generally evident. Within the framework of an holistic assessment, different aspects of the model can be compared and an overall statement regarding the quality can be made. The three main properties: reliability, benefit, and expenditure, consist of several individual criteria, which are exemplarily shown in Fig. 4.1. This list is not exhaustive.

Many of these individual criteria, especially criteria of the benefit and the expenditure, are difficult to gather objectively. As a consequence, there obviously is a subjective influence on the quality assessment. Due to different dimensions and units, the combination of several criteria is a further problem of the holistic evaluation. Hence, scaling the individual criteria is always required. Subsequent to scaling the individual values need to be combined with each other, which results in smearing of the individual results. This might lead to the wrong quality assessment results, e.g. attesting a high quality to a simple model due to its simple application, though the uncertainty of the prognosis or the model error is high. To avoid this misinterpretation of the model quality evaluation, only the criterion of reliability, mainly characterized by the uncertainty of the model prognosis, is taken into account. This procedure is also reasonable considering the fact of the high uncertainty of the creep prognosis in general, which results from the incomplete understanding of the physical process. Thus, the reduction of the uncertainty of the creep prognosis, equivalent to an increase of model quality, is of great interest.

The uncertainties of a model prognosis can have different causes [10, 123]:

- Uncertainty of the model parameters, modeled by means of stochastic values
- Varying environmental parameters
- Model uncertainty - model error
- Faulty model calibration due to measurement errors
- Faulty model application - application of the model out of its model limitations.

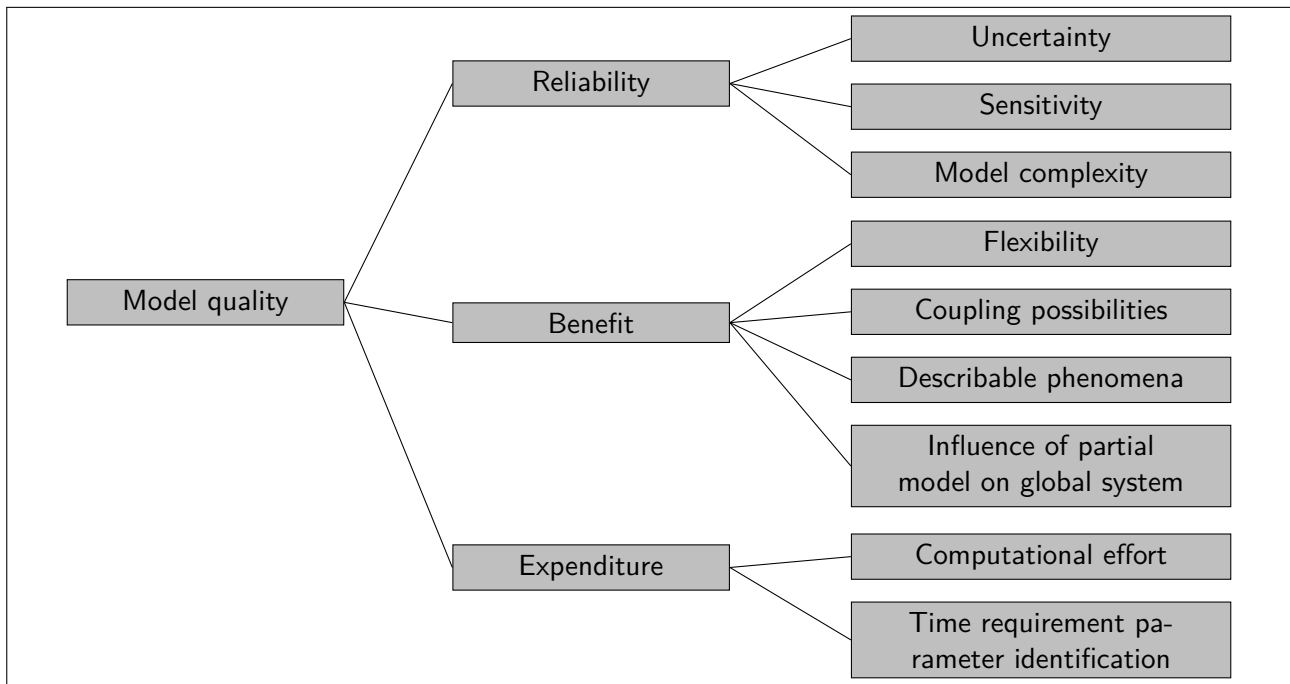


Fig. 4.1: Evaluation tree of a holistic evaluation

The scattering environmental conditions and model parameters are combined into parameter uncertainty. Model uncertainty represents the discrepancy of the model prognosis and the results of experimental investigations. The experimental probes are deemed an image image of the reality. For the determination of model uncertainty and model calibration, measurement uncertainties, also known as measurement errors, have to be taken into account. The uncertainty due to a faulty model application results only from the model being used incorrectly by the user, considering the model limitations this type of uncertainty can be neglected.

Combining parameter and model uncertainty leads to the total uncertainty, which is a stochastic measure for the general uncertainty of the model response. Using this measure, a model user can judge the reliability of the model response and, by comparison of several uncertainties of different models, define a model quality.

The influence of the quality of creep models on structural analyses is different. BAŽANT and BAJEWA [14] propose five levels of concrete structures with different significance of the creep phenomenon:

- Level 1: Reinforced concrete beams, frames and slabs with spans under 20 m and heights of up to 30 m, plain concrete footings, retaining walls
- Level 2: Prestressed beams or slabs with spans of up to 20 m, high-rise building frames up to height of 100 m
- Level 3: Medium-span box girder or arch bridges with spans of up to 80 m, ordinary tanks, silos, pavements

- Level 4: Long-span prestressed box girder or arch bridges, large bridges built sequentially in stages by joining parts, large gravity dams, cooling towers, large roof shells, very tall buildings, large arch bridges
- Level 5: Record span bridges, nuclear containments and vessels, large offshore structures, large cooling towers, record span thin roof shells, record span slender arch bridges.

According to these levels the significance of the quality of the creep models increases. For structures that are sensitive to creep with high importance for the general public, e.g. bridges and nuclear plants, experimental short-term creep tests of the specific concrete are conducted. The creep models are calibrated using the experimental data in order to reduce the discrepancy of the creep prognosis to the measured reality.

In the style of the procedure for structures sensitive and non-sensitive to creep, two different evaluation scenarios for the model quality are developed: the evaluation neglecting and using specific experimental creep data. Without the presence of experimental creep data the quality is determined according to section 4.2. If measurements are taken into account, the methodology described in section 4.3 should be applied.

4.2 Evaluation of Model Quality without Measurement Data

The analysis of concrete structures in the absence of specific measurement data of the applied concrete is the standard case in engineering practice. Creep models need to be considered that allow for the estimation of the creep parameters by given input parameters, e.g. concrete strength, concrete composition, and environmental conditions. A selection of these types of models was presented in the preceding section 2.2.3.5. The application of sophisticated rheological models without specific measurements is not possible, because their model parameters need to be identified using experimental database.

The evaluation is based on the total uncertainty of the predicted creep compliance. The total uncertainty is composed of the parameter and model uncertainty, whose identification is described in the following sections.

4.2.1 Parameter Uncertainty

4.2.1.1 Uncertainty Analysis

The effects of scattering input parameters on the variation of the model response are investigated by means of an uncertainty analysis. In the first step, the stochastic properties of the input parameters have to be defined, the mean value μ , the standard deviation σ and the coefficient of variation CV respectively, as well as the type of distribution function $p(\mu, \sigma)$. Using LHS, sets of samples \mathbf{X} of the input parameters are created taking into account the correlation of the stochastic parameter. The time-dependent model response is calculated for the K sets

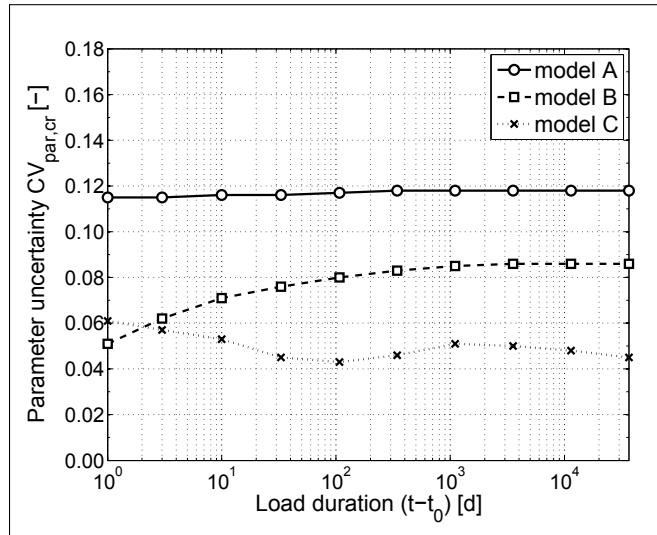


Fig. 4.2: Parameter uncertainty of different creep models

of samples. Considering the creep compliance $C_c^k(t)$ for each sample k , the mean value

$$\bar{C}_{c,t} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K C_{c,t}^k, \quad (4.1)$$

the standard deviation

$$\sigma_{par,cr,t} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (C_{c,t}^k - \bar{C}_{c,t})^2 \quad (4.2)$$

and the coefficient of variation

$$CV_{par,cr,t} = \frac{\sigma_{par,cr,t}}{\bar{C}_{c,t}}. \quad (4.3)$$

at time t can be determined. The calculated time-dependent CV, exemplarily depicted in Fig. 4.2, represents the relative variation of the model response due to varying input parameters. Often the standard deviation is used for the comparison of the scatter of different models. Evaluating models with similar CVs, this comparison penalizes models predicting a higher mean creep compliance $\bar{C}_{c,t}$, which automatically result in higher standard deviations. The mean values of the model prognosis of different creep models vary considerably large in some cases so that the use of the standard deviation as measure for comparison is not recommended due to the aforementioned strong dependence on the mean value.

4.2.1.2 Sensitivity Analysis

The sensitivity analysis determines the extent to which the uncertainty of the model response can be apportioned to the models' input parameters. As a consequence, the sensitivity analyses are not practical for the model evaluation, rather they investigate the reasons of the output uncertainty. Considering the results of this study, it is possible to draw a conclusion regarding the influence of each model parameter on the uncertainty. Parameters which do not contribute

to the uncertainty can be considered as deterministic variables in the next steps. Furthermore, parameters with a significant influence on the uncertainty are identified and the subsequent reduction of the scatter of these parameters by additional experiments or investigation can be aimed at. This decreases the output uncertainty effectively and increases the quality of the prognosis. For an accurate estimation of the sensitivity indices it is necessary to conduct global sensitivity analyses, which take into account the simultaneous variation of all stochastic input parameters. In contrast to local sensitivity methods, e.g. using partial derivatives, global sensitivity analyses allow for general statements regarding the parameters' influence by automatically considering the interaction of different parameters.

As already mentioned in the previous section, the correlation of the input parameters needs to be considered for the generation of samplesets in order to conduct realistic uncertainty and sensitivity analyses. Due to correlation, the sensitivity of one parameter is not only defined by its individual scatter, additionally the variation of the correlated parameters contributes to the sensitivity. The sensitivity method of XU and GERTNER [146] takes into account this influence of the correlation and is described in the following. The requirement for the application of this approach is an approximative linear relation of the RS to the input data (linear regression). This requirement is fulfilled for the creep models analyzed in the thesis. The main issue of this method is the decomposition of the partial variance of the model response V_p due to the variation of parameter p into an uncorrelated V_p^U and correlated part V_p^C

$$V_p = V_p^U + V_p^C. \quad (4.4)$$

The partial variance V_p due to p is determined by a regression of the model response Y only with respect to parameter X_p

$$\hat{Y}_p = \Theta_0 + \Theta_p X_p + e, \quad (4.5)$$

where Θ_0 and Θ_p are the regression coefficients of the linear regression model and e is the error term of the regression. The partial variance is calculated as follows:

$$\hat{V}_p = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_p^k - \bar{Y})^2, \quad (4.6)$$

where \hat{Y}_p^k is the value of the RS \hat{Y}_p of sample k .

The calculation of the uncorrelated partial variance V_p^U starts with decomposing the input parameter X_p into a correlated \hat{X}_p^C and an uncorrelated part \hat{X}_p^U

$$X_p = \hat{X}_p^C + \hat{X}_p^U. \quad (4.7)$$

Herein \hat{X}_p^C is the approximation of the part of the parameter X_p that can be described using all other parameters but X_p , denominated as $X_{\sim p}$. This part can be estimated again by linear

regression

$$\hat{X}_p^C = \hat{\eta}_0 + \sum_{P_{K-1}} \hat{\eta}_{\sim p} X_{\sim p} + e, \quad (4.8)$$

with the regression coefficients $\hat{\eta}_0$ and $\hat{\eta}_{\sim p}$. Comparing Eq. (4.7) and (4.8) reveals that \hat{X}_p^U is the error term of the regression of \hat{X}_p^C in Eq. (4.8).

A further regression of the model with respect to \hat{X}_p^U

$$\hat{Y}_p^U = \rho_0 + \rho_p \hat{X}_p^U + e \quad (4.9)$$

is necessary in order to calculate the uncorrelated partial variance

$$\hat{V}_p^U = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K (\hat{Y}_p^{U,k} - \bar{Y})^2. \quad (4.10)$$

Using Eq. (4.4), the correlated partial variance becomes

$$\hat{V}_p^C = \hat{V}_p - \hat{V}_p^U. \quad (4.11)$$

Depending on the structure of the model and the specific correlation of the input parameters, the correlated partial variance can be positive or negative. The negative case denotes that the consideration of the parameter correlation reduces the total variance of the model output.

The sensitivity indices of the parameter indicate the extent to which the variation of this parameter affects the variance of the model response \hat{V} . These indices can be calculated as follows:

$$\hat{S}_p = \frac{\hat{V}_p}{\hat{V}}, \quad \hat{S}_p^U = \frac{\hat{V}_p^U}{\hat{V}}, \quad \hat{S}_p^C = \frac{\hat{V}_p^C}{\hat{V}}. \quad (4.12)$$

The sensitivity indices of the creep models might be time-dependent, as illustrated for a fictive example in Fig. 4.3. By analyzing the differences of the uncorrelated and correlated indices, it is possible to figure out whether the reduction of the scatter of one parameter or a group of parameters is necessary in order to reduce the variance of the model response.

4.2.1.3 Approximation of Parameter Uncertainty using Response Surfaces

The estimation of parameter uncertainty is a key issue of the evaluation of the model quality. This uncertainty, as already mentioned in section 4.2.1.1, is calculated by means of an uncertainty analysis, wherein the stochastic input parameters and further deterministic boundary conditions, e.g. the concrete age at beginning of loading t_0 or the probe geometry, have to be defined in advance. The results of this uncertainty analysis are only valid for the mean values of the input parameters and the chosen boundary conditions. As a consequence, changing the concrete composition or the concrete age at the beginning of loading, for example, requires the repetition of the whole analysis. To avoid this time- and computational resources-consuming

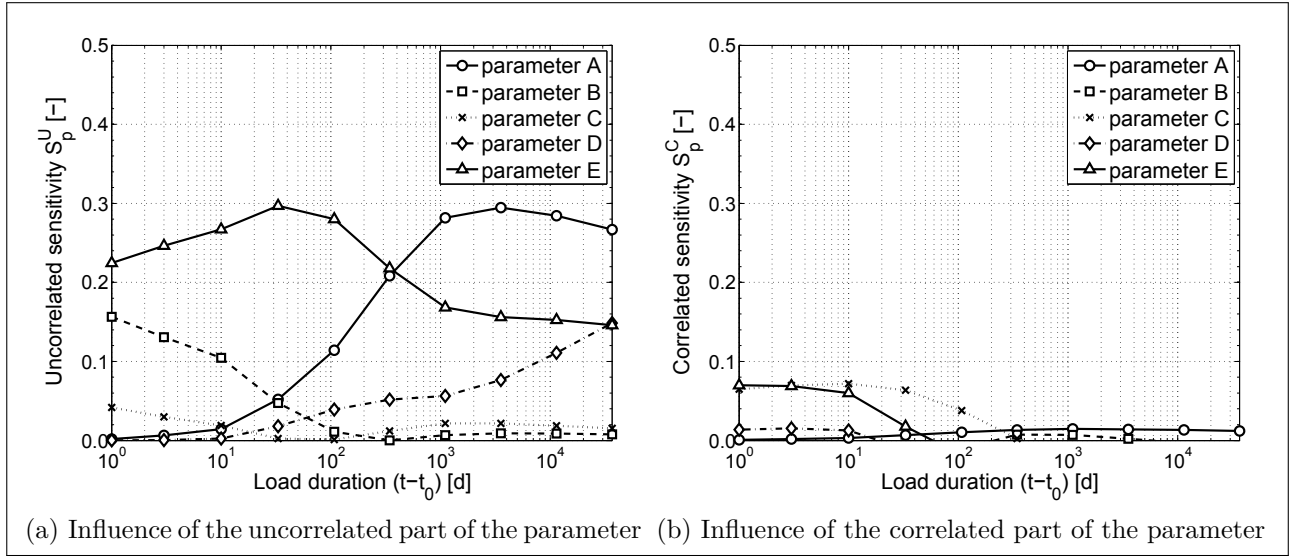


Fig. 4.3: Sensitivity indices of a model

procedure, a methodology for the approximation of the parameter uncertainty using RS is described within this section. These RS allow for the calculation of the coefficient of variation due to parameter uncertainty $CV_{par,cr}(t)$ directly from the mean values of the input parameters and the specific boundary conditions, without the need of stochastic analyses.

The method is based on a two-step sampling process and is schematically shown in Fig. 4.4. In the beginning the input parameters P have to be restricted with a lower and upper boundary. These boundaries result from the physical meaning of the parameters or from the range of applicability of the creep models, e.g. excluding high-strength concrete. These defined parameters are stochastic input values, for example concrete strength and relative humidity, but also deterministic properties like geometry and concrete age at the beginning of loading. With these uniformly distributed, uncorrelated parameters in total K samplesets \mathbf{X}_k are generated by LHS. The values of the sample k are assigned as mean values for the subsequent subsampling. This subsampling considers only the stochastic parameters P_K , which are sampled with their real distribution type, CV, and correlation. K_S subsamples are generated. Using these K_S subsamples in combination with the deterministic parameters of the k – th sample, an uncertainty analysis of the creep model is conducted. The result is the coefficient of variation of the model response depending on the mean values of input parameters X_k at specific time t . From the K parameter sets X_k and the corresponding uncertainty CV_k a response surface $\hat{C}\hat{V}$ is generated

$$\hat{C}\hat{V} = \mathbf{p}^T(\mathbf{X})\boldsymbol{\beta}, \quad (4.13)$$

which is based on linear, quadratic, and mixed-terms

$$\mathbf{p}(\mathbf{X}) = [1, X_1, X_2, \dots, X_P, X_1^2, X_2^2, \dots, X_P^2, X_1X_2, \dots, X_{P-1}X_P]. \quad (4.14)$$

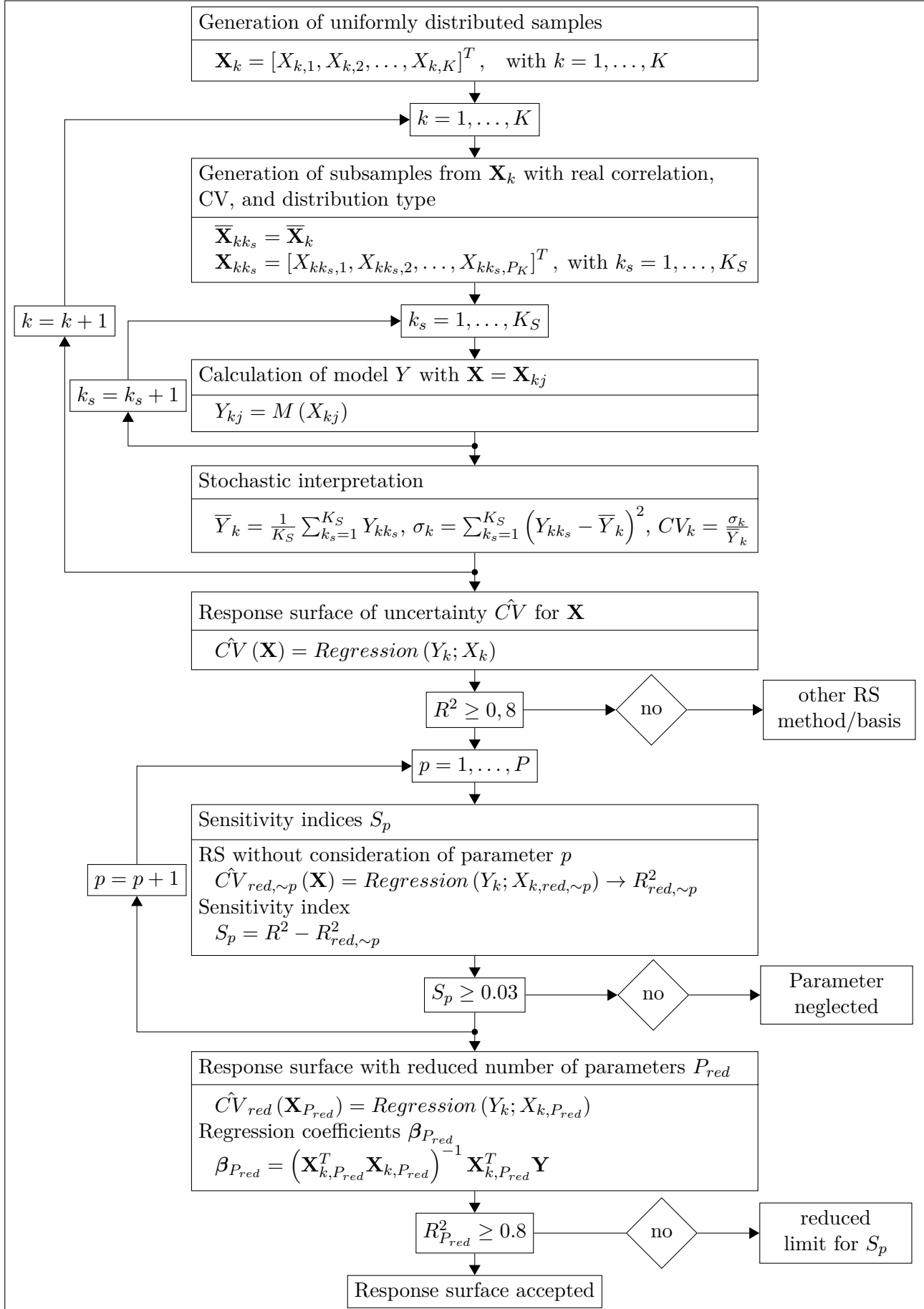


Fig. 4.4: Flow chart of the approximation of the uncertainty using RS

The coefficients β are calculated according to Eq. (3.30). The appropriateness of the regression is expressed by the coefficient of determination R^2 and should be at least $R^2 \geq 0.8$.

Because of the multitude of parameters of the complex creep models the RS depends on many factors. For practical use it is convenient to reduce the number of factors of the RS. Therefore a sensitivity analysis is performed to figure out the main influential parameters. The resulting sensitivity indices are an indicator for the impact of the variable mean value of the parameters on the uncertainty of model response. This is in contrast to section 4.2.1.2, where the influence of the individual parameter variation on the uncertainty of the response is determined. By reasons of the uncorrelated samples for the uniformly distribution of step one, a simple sensitivity method based on the regression surface $\hat{C}\hat{V}$ can be applied. Instead of the coefficient of determination R^2 determined by consideration of all input parameters X_k , a reduced coefficient of determination $R_{red,\sim p}^2$ is calculated. Therefore, a second RS is created, which neglects the investigated parameter k

$$\hat{C}\hat{V}_{red,\sim p} = \mathbf{p}_{red,\sim p}^T (\mathbf{X}_{red,\sim p}) \beta_{red,\sim p} \quad (4.15)$$

with

$$\mathbf{p}_{red,\sim p} (\mathbf{X}_{red,\sim p}) = \left[1 \dots X_{p-1}, X_{p+1} \dots X_{P_K} \dots X_{p-1}^2, X_{p+1}^2 \dots X_{P_K}^2 \dots X_{p-1} X_{P_K}, X_{p+1} X_{P_K} \dots \right]. \quad (4.16)$$

For this RS the coefficient of determination $R_{red,\sim p}^2$ is calculated. The sensitivity index of the parameter k results from the difference of the coefficients of determination

$$S_p = R^2 - R_{red,\sim p}^2. \quad (4.17)$$

The influence of the parameters is expressed by S_p . In this thesis, parameters with $S_p \leq 0.03$ are classified as less significant and will be neglected for the RS of the uncertainty.

Taking into account the reduced number of parameters K_{red} , a further RS $\hat{C}\hat{V}_{red}$ is build

$$\hat{C}\hat{V}_{red} = \mathbf{p}_{P_{red}}^T (\mathbf{X}_{red}) \beta_{red}, \quad (4.18)$$

with

$$\mathbf{p}_{P_{red}} (\mathbf{X}_{P_{red}}) = \left[1, X_1, X_2, \dots, X_{P_{red}}, X_1^2, X_2^2 \dots, X_{P_{red}}^2, X_1 X_2 \dots, X_{P_{red}-1} X_{P_{red}} \right]. \quad (4.19)$$

This RS depends only on the significant parameter and is the final approximation of the uncertainty. In a future application, the parameter uncertainty can be determined using the vector of regression coefficients $\beta_{P_{red}}$ in combination with the mean values of the significant input parameters. For models with only one or two significant parameters the RS can be displayed graphically, exemplarily shown in Fig. 4.5.

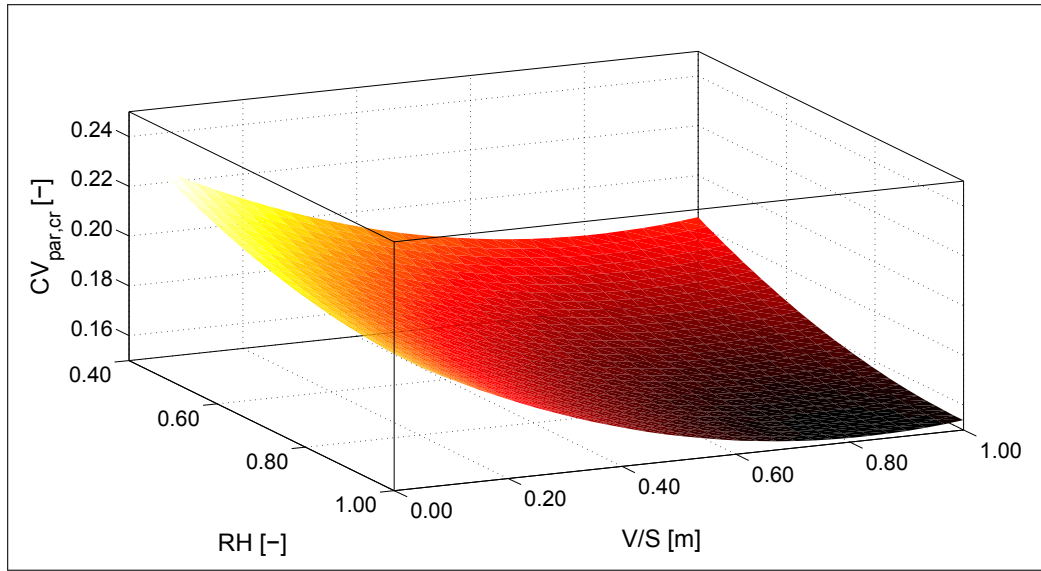


Fig. 4.5: Response surface of parameter uncertainty

4.2.2 Model Uncertainty

Model uncertainty represents the general discrepancy of the model prognosis to the reality. This difference is described by the coefficient of variation of model error $CV_{mod,cr}$ or model uncertainty, respectively. This uncertainty can be determined for one specific experimental test and the corresponding creep prognosis of one model. Furthermore, a general error of the model prognosis can be calculated by comparing the models' predictions with a wide bandwidth of test data, composed of tests of different boundary conditions and concrete compositions. This section deals with the evaluation without existence of specific test data, thus the general comparison of the model prognosis to numerous creep tests is considered.

The comparison of the models' prognoses to a diversity of creep tests for the major creep models exists yet and was already presented in section 2.3.1. The variation of the model response to the measured creep compliances, $CV_{Z,cr}$, is given in Tab. 2.3. This variation is, according to MADSEN [89], composed of the uncertainty of the creep model itself $CV_{mod,cr}$, the measurement uncertainty CV_{ε} , and an internal uncertainty of the creep phenomenon CV_{α} . The coefficient of variation CV_{α} , for example, describes the random material properties of the specimens. Using the decomposition of the variance, or the decomposition of the coefficients of variation respectively,

$$CV_{Z,cr}^2 = CV_{mod,cr}^2 + CV_{\varepsilon}^2 + CV_{\alpha}^2, \quad (4.20)$$

the pure creep model uncertainty $CV_{mod,cr}$ is calculated from the measured variation $CV_{Z,cr}$ as follows:

$$CV_{mod,cr} = \sqrt{CV_{Z,cr}^2 - CV_{\varepsilon}^2 - CV_{\alpha}^2}. \quad (4.21)$$

The measurement error and the internal uncertainty are approximated according to [89] with $CV_\varepsilon \approx 0.05$ and $CV_\alpha = 0.06 \dots 0.10 \approx 0.08$.

The model uncertainty is taken into account by the model uncertainty factor $\Psi_{mod,cr}$, which modifies the creep compliance by multiplication

$$C_{mod,cr}(t) = \Psi_{mod,cr} C_c(t). \quad (4.22)$$

Herein $\Psi_{mod,cr}$ is a normally distributed stochastic parameter with the expected value $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ and the coefficient of variation calculated by Eq. (2.117) and (4.21). The expected value of $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ states that the mean value of the model prediction is correct. By definition the normal distribution of this stochastic parameter takes into account a possible over- and under-estimation of the creep compliance. The application of the model uncertainty factor increases the variation of the creep compliance, the prognosis of the model becomes more uncertain.

4.2.3 Evaluation

The evaluation of model quality is based on the total uncertainty of the creep models. The total uncertainty of the model response $CV_{tot,cr}$ is determined by conducting a total stochastic calculation of the creep models and taking into account the stochastic model parameters as well as the model uncertainty factor $\Psi_{mod,cr}$ corresponding to Eq. (4.22). Contrary to the explicit stochastic calculation, the approximation of the parameter uncertainty according to section 4.2.1.3 can be used. The total uncertainty results from the sum of the variances of parameter and model uncertainty

$$\hat{CV}_{tot,cr} = \sqrt{\hat{CV}_{par,cr}^2 + CV_{mod,cr}^2}. \quad (4.23)$$

With both procedures the time-dependent total uncertainty $CV_{mod,cr}(t)$ is determined, wherein the time-dependency arises from the parameter uncertainty. In this thesis, the model quality (MQ) of model j is defined depending on its uncertainty and the model with the lowest uncertainty at each time t

$$MQ_{cr,j}(t) = \frac{\min(CV_{tot,cr}(t))}{CV_{tot,cr,j}(t)}. \quad (4.24)$$

The model with the lowest total uncertainty corresponds to the highest quality $MQ_{cr}(t) = 1$. Models with higher variations show a reduced quality.

As a consequence of the time-dependent variation of the parameter uncertainty the model quality MQ_{cr} also depends on time. To offer a global measure regarding the quality of the model, $MQ_{cr}(t)$ is integrated over time

$$MQ_{cr} = c \int_{t_0}^t MQ_{cr}(t, t_0) dt, \quad (4.25)$$

with the normalizing constant c

$$c = \frac{1}{t - t_0}. \quad (4.26)$$

In general, the creep compliance is calculated by numerical time integration. Hence, the integral in Eq. (4.25) has to be converted to a summation

$$MQ_{cr} = c \sum_{i=1}^N \frac{MQ_{cr}(t_i, t_0) + MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)}{2} (t_{i+1} - t_i), \quad (4.27)$$

with the number on time increments N , the actual time increment i , and the model quality at the end and at the beginning of time increment $MQ_{cr}(t_i, t_0)$ and $MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)$.

As a consequence of the approximative constant creep increments using logarithmic discretized timesteps [7], the importance of the quality of the creep models also follows the logarithmic time discretization. Hence, the time is discretized in logarithmic time increments and Eq. (4.27) is modified to

$$MQ_{cr} = c \sum_{i=1}^N \frac{MQ_{cr}(t_i, t_0) + MQ_{cr}(t_{i+1}, t_0)}{2} [\log(t_{i+1} - t_0) - \log(t_i - t_0)], \quad (4.28)$$

with

$$c = \frac{1}{\log(t - t_0)}. \quad (4.29)$$

The measure of model quality MQ_{cr} is a reference criterion in order to compare and evaluate different models. The model with the highest quality is recommended to be chosen. Furthermore, the determined total uncertainty of the creep compliance of each of the models can be considered in structural analyses to estimate the effect of the scattering creep prognosis.

4.3 Evaluation of Model Quality using Measurement Data

In the case of concrete structures that are very sensitive to the creep phenomenon, experimental creep tests of the specifically used concrete are conducted in advance. Based on these test data the model parameters can be determined more reliably by parameter identification. Besides the standard creep models, the application of sophisticated rheological models is allowed for as well, where no prior knowledge of the model parameters exists.

Within the scope of this thesis the so-called BAYESIAN Updating is utilized to identify the model parameters using the specific measurement data. While updating, the measurement error resulting from varying experimental creep curves is taken into account. Doing so, the uncertainties of the experimental investigation will be passed over into the creep parameters. Subsequent to updating, the evaluation based on the total uncertainty of the creep prognosis is carried out. Alternatively, the BAYESIAN model selection is presented.

4.3.1 Bayesian Updating

BAYES' theorem is a result of the probability theory and specifies the calculation of the conditional probability. Knowing the probability of the individual events A and B, $P(A)$ and $P(B)$, as well as the conditional probability of B if A occurs, $P(B|A)$, the probability of event A with occurrence of B is estimated with

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}. \quad (4.30)$$

Using this theorem, many statistical inferences can be drawn [32].

Within the scope of this thesis BAYES' theorem is used to estimate the parameters of creep models from existing experimental data. In contrast to standard optimization strategies, the advantage of this method is that the stochastic properties of the identified parameters, e.g. the mean value and additionally the variation, are determined directly. A further benefit of BAYESIAN updating is the consideration of prior knowledge of the parameters, the so-called prior information. The posterior distribution subsequent to updating is determined taking into account the prior information and the information coming from the measurements. In the case of limited experimental data, the posterior parameters will be strongly influenced by the prior information. In the opposite case of experimental data containing a large number of information, the measurements will have a large impact on the parameters. A sampling-based method of BAYESIAN updating according to BAŽANT, KIM, WITTMANN and ALOU [12, 7] is explained below and is used in this thesis. An alternative to this procedure is the METROPOLIS-HASTINGS-algorithm [67, 41], which is advantageous for computationally demanding models.

The Updating algorithm is based on Latin Hypercube Sampling, described in section 3.2.2. The given prior distribution $p'(X_p)$ of the parameters is divided into K intervals of equal probability. All different distribution types can be used as prior information. In the case of very limited prior knowledge, the application of a uniform distribution by defining an upper and lower bound of the parameter is recommended. For each of the K samples the model is calculated at the measurement points m . The predicted model responses Y'_m using the prior information generally differ from the measurement data Z_m . In the following, the measurement data is considered to improve - update - the accuracy of the model response.

The posterior probability of the measurement data Z_m^k of the k -th sample is similar to the posterior probability of the parameter \mathbf{X}^k , $P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k)$. Whereas the prior probability of each sample k is equal due to Latin Hypercube Sampling, $P'(Z_m^k) = P'(\mathbf{X}^k)$, this is not the case for the posterior probability. The posterior probability of the measurement data $P''(Z_m^k)$ and the parameters $P''(\mathbf{X}^k)$ is equal to the conditional probability of the parameters with respect to the measurement data $P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z})$

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z}). \quad (4.31)$$

According to BAYES' theorem, Eq. (4.30), the posterior probability becomes

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = P(\mathbf{X}^k|\mathbf{Z}) = \frac{P(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k)P'(\mathbf{X})}{P(\mathbf{Z})} = c_1 L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k)P'(\mathbf{X}^k). \quad (4.32)$$

Herein $L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k)$ is the Likelihood function, which is the joint conditional probability of observing the measurements \mathbf{Z} provided that the input parameters correspond to the values of the k -th sample $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$. The prior probability of sample k is constant

$$P'(\mathbf{X}^k) = P'(Z_m^k) = 1/K = \text{constant} \quad (4.33)$$

and c_1 is a normalizing constant. The constant c_1 is calculated according to the theorem of total probability

$$\sum_{k=1}^K P''(\mathbf{Z}^k) = 1. \quad (4.34)$$

Assuming independent and normally distributed measurement errors ε the Likelihood function becomes

$$L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}^k) = \prod_{m=1}^M p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k). \quad (4.35)$$

Wherein $p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k)$ is the probability density function of the conditional probability of X_m if $\mathbf{X} = \mathbf{X}^k$. This probability is mainly influenced by the standard deviation of the measurement errors σ_Z . The posterior probability is calculated from Eq. (4.33)-(4.35)

$$P''(Z_m^k) = P''(\mathbf{X}^k) = c_0 p_k, \quad (4.36)$$

with

$$p_k = \prod_{m=1}^M p_{Z_m}(Z_m|\mathbf{X}^k) \quad (4.37)$$

and $c_0 = c_1/K = \text{constant}$. The constant c_0 again is determined by normalization

$$c_0 = \left(\sum_{k=1}^K p_k \right)^{-1}. \quad (4.38)$$

The resulting mean values and standard deviations of the model prognosis \mathbf{Y}'' and the input parameters \mathbf{X}'' become

$$\bar{\mathbf{Y}}'' = \frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{Y}'^k, \quad \sigma_{\mathbf{Y}''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(\mathbf{Y}'^k - \bar{\mathbf{Y}}'' \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.39)$$

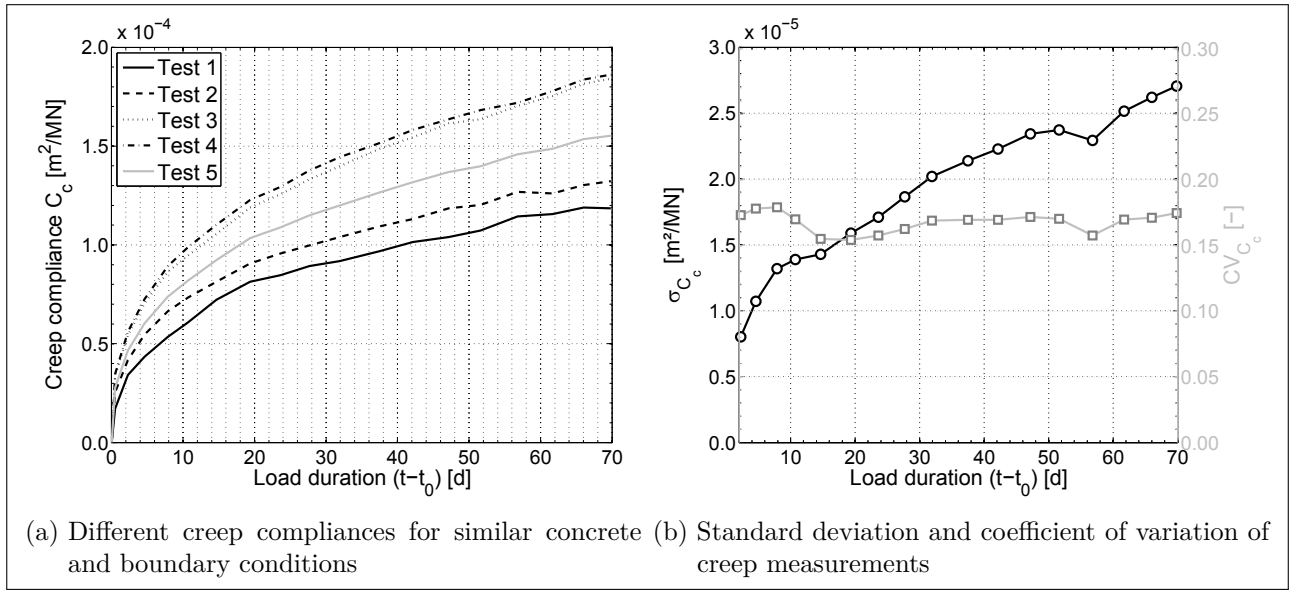


Fig. 4.6: Scatter of experimentally determined creep compliance

and

$$\bar{\mathbf{X}}'' = \frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \mathbf{X}'^k, \quad \sigma_{\mathbf{X}''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(\mathbf{X}'^k - \bar{\mathbf{X}}'' \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.40)$$

The covariance matrix of the parameters is

$$C_{\mathbf{X}_i'' \mathbf{X}_j''} = \left[\frac{1}{\sum_{k=1}^K p_k} \sum_{k=1}^K p_k \left(X_i'^k - \bar{X}_i'' \right) \left(X_j'^k - \bar{X}_j'' \right) \right]^{1/2}, \quad \text{with } i, j = 1, 2, \dots, P. \quad (4.41)$$

The relations described above are applicable to all distribution types. Assuming normal distribution for the model prognosis, the probability density function, Eq. (4.35), is modified to

$$p_{Z_m} \left(Z_m | \mathbf{X}^k \right) = \frac{1}{\sigma_{Z_m} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Z_m - Y_m'^k}{\sigma_{Z_m}} \right)^2 \right]. \quad (4.42)$$

Eq. (4.36) in combination with Eq. (4.42) results in

$$p_k = \exp \left[-\sum_{m=1}^M \frac{1}{2} \left(\frac{Z_m - Y_m'^k}{\sigma_{Z_m}} \right)^2 \right] = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}'^k \right)^T C_{ZZ}^{-1} \left(\mathbf{Z} - \mathbf{Y}'^k \right) \right], \quad (4.43)$$

wherein the multiplicative constant $\frac{1}{\sigma_{Z_m} \sqrt{2\pi}}$ is dropped. Furthermore, the covariance matrix of the measurement errors C_{ZZ} is introduced.

Postulating a perfect model, all differences of the model prognosis to the measurements come from measurement errors. The measurement uncertainty σ_Z and C_{ZZ} , respectively, directly influence the probability density function. In case of large measurement errors, the shape of $p_{Z_m} \left(Z_m | \mathbf{X}^k \right)$ is flat and the determined parameters and model responses include a high scatter.

Within the scope of this thesis the differences of experimentally determined creep curves are used as measurement uncertainty, see Fig. 4.6. With this approach, the scatter of the experimental investigation of the creep compliance and the variation of the creep phenomenon are transferred into the uncertainty of the parameters. In doing so, the measurement error is considered as uncorrelated. This means that the deviation of one measurement point ε_m is independent of the deviation of all other measuring points. In general, this does not apply for creep experiments, because usually one creep curve of concrete is always on top or always below another creep curve of the same concrete for neighboring measuring points. Consequently, a correlation of the measuring points exists. By neglecting this correlation, the information content of the measurements is overrated and the variation of the identified parameters is reduced. To avoid this problem, BAŽANT ET AL. [7] proposed a limitation of a number of 3-4 measuring points per logarithmic time decade. This significantly reduces the correlation. The procedure of BAŽANT ET AL. will be applied here.

Alternatively, the real correlation of the measurement errors can be taken into account by the covariance matrix C_{ZZ} in Eq. (4.43). In order to estimate C_{ZZ} in a reliable manner, a large number of creep curves must be determined experimentally, but this course of action is not practically relevant. A further possibility to avoid the reduction of measuring points is to identify time-dependent increments of the creep compliance instead of total creep compliance [7]. The creep increments are automatically independent of each other, because they do not depend on the past increments. A disadvantage of this procedure is that, despite of a good agreement of most of the creep increments, the total creep compliance might be strongly different, e.g. in the case of a large difference of the first increment and a subsequent good agreement of the other increments.

Subsequent to updating the mean values of the model prognosis and the mean value of the model parameters are calculated. The discrepancy of the optimal prognosis of Y to the measurements Z denotes the model uncertainty. This uncertainty is quantified according to BAŽANT and BAJEWA [15] with

$$CV_{\Psi_{mod,cr}} = \frac{1}{\bar{Z}} \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M w_m (Y_m - Z_m)^2} \quad \text{and} \quad \bar{Z} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M w_m Z_m. \quad (4.44)$$

Herein m is a single measurement point and M is the total number of measuring points. The effect of the weighting factor

$$w_z = \frac{M}{n_d n_1} \quad (4.45)$$

is that each of the n_d logarithmic time decades is assigned to the same weighting independent of the number of measuring points n_1 within this time decade. The stochastic properties of the model uncertainty factor $\Psi_{mod,cr}$ are defined with $E[\Psi_{mod,cr}] = 1$ and $CV[\Psi_{mod,cr}] = CV_{mod,cr}$.

4.3.2 Bayesian Model Selection

BAYESIAN model selection [87] determines the probability that a model PM_j is the most appropriate model out of a group of models M . This is done by taking into account all available information, which are prior information of the model parameters and the measurement data. Using BAYESIAN model selection, the model selection factor (MSF) is calculated considering the fit of the optimal model prognosis to the measurements, defined by the Likelihood function, and the OCKHAM-factor [64]. This factor represents a reduction of the model quality as a results of over-parametrization of a model [87]. In the case of similar fits of several models to the measurement data, the consideration of the OCKHAM-factor for the evaluation generally leads to an increase of quality of less complex models, because their parameters can be identified more reliably.

The probability of PM_j being the most appropriate model depends on the measurements \mathbf{Z} and is calculated according to BAYES' theorem:

$$P(PM_j|\mathbf{Z}, M) = \frac{p(\mathbf{Z}|PM_j, M) P(PM_j|M)}{p(\mathbf{Z}|M)}, \quad (4.46)$$

with $p(\mathbf{Z}, M) = \sum_{j=1}^{N_{PM}} p(\mathbf{Z}|PM_j, M) P(PM_j|M)$ as a normalizing constant according to the theorem of total probability and N_{PM} as the number of available models within group M . The prior knowledge is expressed by the prior probability of the models $P(PM_j|M)$. The sum of this prior probability of all models again results in one, $\sum_{j=1}^{N_{PM}} P(PM_j|M) = 1$. The remaining factor $p(\mathbf{Z}|PM_j, M)$ is called evidence of model PM_j .

This evidence is determined by using the measurement data \mathbf{Z} and the principle of total probability

$$p(\mathbf{Z}|PM_j, M) = \int_{\mathbf{X}_j} L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}_j, PM_j) p(\mathbf{X}_j|PM_j) d\mathbf{X}_j, \quad (4.47)$$

with \mathbf{X}_j as the parameter vector of model PM_j , $L(\mathbf{Z}|\mathbf{X}_j, PM_j)$ as the Likelihood function, and $p(\mathbf{X}_j|PM_j)$ as the prior probability density function of the model parameters. The posterior PDF can be described in a globally identifiable case using the GAUSSIAN normal distribution and Eq. (4.47) is approximated with the following [24]:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{Z}|PM_j, M) &\approx L(\mathbf{Z}|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) (2\pi)^{M/2} |H_j(\tilde{\mathbf{X}}_j)|^{-1/2} \\ &\approx L(\mathbf{Z}|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) (2\pi)^{M/2} C_{\tilde{\mathbf{x}}_j \tilde{\mathbf{x}}_j}^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Herein $\tilde{\mathbf{X}}_j$ is the vector of the optimal model parameters, $H_j(\tilde{\mathbf{X}}_j)$ is the HESSE-matrix, and $C_{\tilde{\mathbf{x}}_j \tilde{\mathbf{x}}_j}$ is the covariance matrix of the model parameters. Thus, $p(\mathbf{Z}|PM_j, M)$ can be defined by applying BAYES' theorem:

$$p(\mathbf{Z}|PM_j, M) = L(\tilde{\mathbf{Z}}_j|\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j) p(\tilde{\mathbf{X}}_j|PM_j) / p(\tilde{\mathbf{X}}_j|\mathbf{Z}, PM_j), \quad (4.49)$$

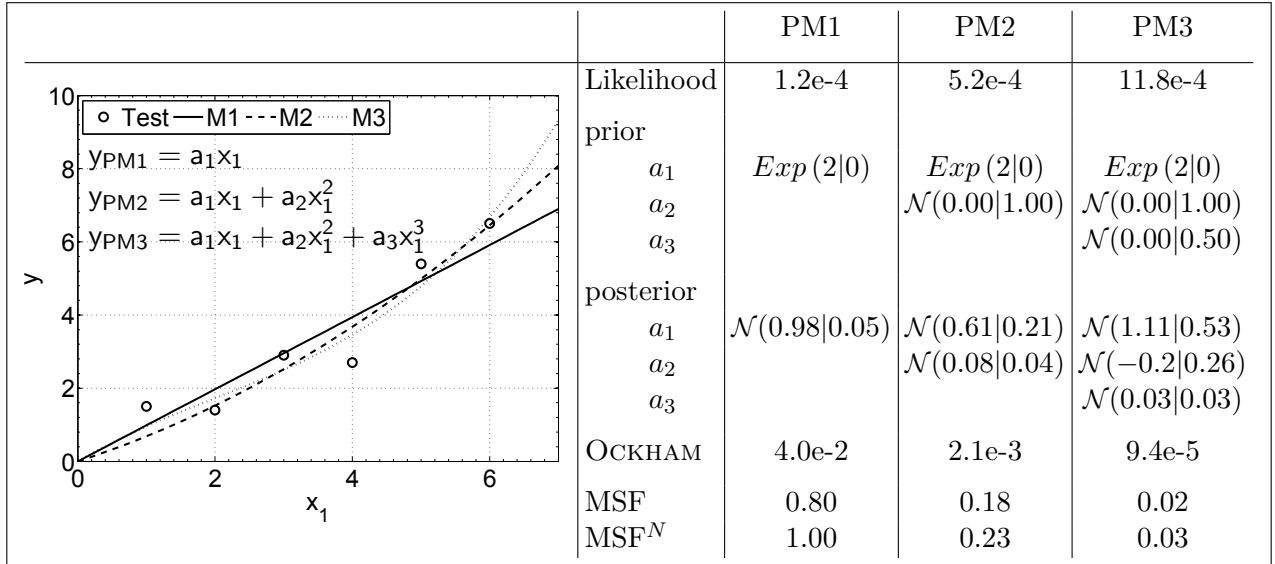


Fig. 4.7: Examples of BAYESIAN model selection in the style of [131]

with the Likelihood function $L(\tilde{\mathbf{X}}_j, PM_j)$ as well as the prior $p(\tilde{\mathbf{X}}_j | PM_j)$ and posterior $p(\tilde{\mathbf{X}}_j | \mathbf{Z}, PM_j)$ probability density function of the optimal model parameters. The ratio of $p(\tilde{\mathbf{X}}_j | PM_j) / p(\tilde{\mathbf{X}}_j | \mathbf{Z}, PM_j)$ in Eq. (4.49) represents the OCKHAM-factor, which is also interpreted as a measure of the robustness of a model. A small value of the OCKHAM-factor corresponds to a steep PDF of the posterior parameters, which denotes that small variations of the measurements result in large differences in the model parameters. Hence, the model is not robust.

By combination of Eq. (4.49) and Eq. (4.46) the probability of each of the N_M models is calculated and the model can be compared and evaluated using this measure. The higher the probability of a model, the higher the quality.

An example of the application of BAYESIAN model selection for evaluation purposes is shown in Fig. 4.7. The models PM1, PM2 and PM3 are polynomial functions of different degrees and are used to represent six measuring points. The measurement error is chosen constantly at $\sigma_Z = 0.5$. The prior distribution of the input parameters is an exponential distribution for parameter a_1 and normal distribution for the further parameters a_2 and a_3 . The models are fitted to the measuring points by BAYESIAN Updating and the posterior distributions of the parameters are identified. All posterior parameters are normally distributed and show less variation than the prior parameters. Comparing the likelihood depicts that the third order polynomial, M3, results in the best agreement with the measurements. But only little prior knowledge of the parameters of model M3 exists, which reduces the probability of the representation of the measurements using this model. It is observed that the simple linear model M1 has the highest probability and the highest MSF, respectively, which results from the good prior knowledge of the model parameters.

4.3.3 Evaluation

The model evaluation can be carried out with two different methods: the BAYESIAN model selection with the resulting model selection factor or by comparison of the total uncertainty of the creep prognosis analog to section 4.2.3.

The evaluation using the MSF determines the model quality from the probabilities of each of the models according to Eq. (4.46). The highest probability of a model $\max(P(PM|\mathbf{Z}, M))$ corresponds to the highest quality. The quality of each model M_j is expressed by the normalized model selection factor MSF^N

$$MSF^N = \frac{P(PM_j|\mathbf{Z}, M)}{\max(P(PM|\mathbf{Z}, M))}. \quad (4.50)$$

The MSF^N represents the quality of a model predicting the creep compliance for the time span of the experimental load duration. Information regarding the quality of the creep prognosis of load durations exceeding the experimental ones is not included. Nevertheless, the MSF is an opportunity to judge the necessary complexity of models. In contrast to further information-based model evaluation criteria, e.g. *An Information Criterion - AIC* [3, 94] or *Bayesian Information Criterion - BIC* [122], the BAYESIAN model selection penalizes models by the identifiability and the degree of prior knowledge of its parameters instead of simply reducing the quality depending on the number of parameters. The consideration of the prior knowledge leads to the preference of more established models with more prior information of the input parameters. A disadvantage of the application of the model selection is the growing influence of the Likelihood if the number of measuring points increases, since the Likelihood function, in contrast to the OCKHAM-factor, increases exponentially with increasing support points [24]. The evaluation using the MSF is especially recommended for the selection within a group of hierarchical models, which are characterized by a steady increase of complexity. For these models the MSF provides the best balance between flexibility and robustness of the model. One example of creep models with increasing complexity are rheological models, where the number of creep chains can be chosen by the user. A larger number of chains always results in a more complex creep model.

The evaluation based on the total uncertainty in this section is similar to the evaluation of creep models without measurements. The BAYESIAN Updating determines the stochastic properties of the creep model parameters, their correlation, and the model uncertainty factor $\Psi_{mod,cr}$. These parameters are combined with further stochastic model parameters, e.g. the elastic modulus, and a stochastic analysis of the model is conducted. The time-dependent coefficient of variation of the model response results from the calculation of K samples and the statistical interpretation. The time-dependent model quality is calculated by Eq. (4.24) and the global measure of quality by Eq. (4.28). An advantage of this evaluation with respect to the uncertainty is that even for load durations exceeding the experimental ones a model quality can be calculated, which means that a quality of the prognosis can be estimated. Thus, the uncertain-

ties of the long-term creep prediction coming from short-term creep tests can be quantified and the models can be evaluated concerning this matter.

4.4 Consideration of Uncertainty in Structural Analysis

Besides the evaluation of model quality and the subsequent selection of the most appropriate models, the calculated uncertainty of the creep prognosis can be taken into account in structural analysis and the influence of creep scatter on the global system response can be studied. However, the stochastic calculation of global structures requires a huge computational effort. To avoid this expenditure, the creep scatter can be approximatively taken into consideration by applying the lower and upper confidence bounds of the creep compliance, which are calculated in advance depending on an assigned confidence interval (CI). The confidence bounds of the 100 % $(1 - \alpha)$ -CI results in

$$CI_{C_c, 100\%(1-\alpha)} = [F_{\alpha/2}(C_c); F_{1-\alpha/2}(C_c)], \quad (4.51)$$

with the quantile values $\alpha/2$ and $1 - \alpha/2$ of the cumulative distribution function of the creep compliance $F(C_c)$. Regarding the creep prognosis, generally $\alpha = 0.1$ is chosen so that the 90 %-CI is calculated.

In the case of an explicit stochastic analysis of the creep uncertainty, the quantile values can be calculated using the maximum entropy distribution, Eq. (3.10)-(3.12). The application of this distribution type instead of the standard normal or log-normal distributions increases the accuracy of the confidence bounds. If the coefficient of variation of the creep prognosis is approximated according to section 4.2.1.3 and normal distribution of the creep compliance is assumed, the 90 %-CI can be calculated with Eq.(4.51) and becomes

$$CI_{C_c, 90\%} = \bar{C}_{cr} \pm F_{0.05}^{-1}(C_c) \sigma_{C_c} = \bar{C}_{cr} \pm 1.64 CV_{C_c} \bar{C}_{cr}. \quad (4.52)$$

Herein $F_{0.05}^{-1}$ is the inverse distribution function of the creep compliance. Furthermore, assuming a normal distribution it holds that $F_{0.05}^{-1} = F_{0.95}^{-1}$.

4.5 Summary

The evaluation of the quality of creep models is distinguished into two scenarios: the evaluation with and without experimental data. The whole method is shown schematically in Fig. 4.8.

Without the presence of experimental data of the creep compliance of the used concrete, the evaluation is limited to models that allow the estimation of model parameters from boundary conditions. If so, the assessment is based on the uncertainty of the models' prognoses, which is expressed by the coefficient of variation of the creep compliance. This uncertainty of the creep compliance includes parameter- and model uncertainty. The variation is calculated by an explicit uncertainty analysis or, alternatively, is approximated using response surface methods.

The time-dependent model quality depends on the coefficient of variation of the specific model and its relation to the lowest coefficients of variation of all models. The global model quality is calculated by time integration of the time-dependent model quality.

The evaluation under consideration of measurements is based on BAYESian Updating, which determines the stochastic properties of the model parameters taking into account the uncertainty of measurement data. The most appropriate model for the duration of the experimental investigation is determined with BAYESian model selection. Alternatively, the assessment depending on the total uncertainty analogously to the evaluation without measurements is possible. In doing so, an assessment independent from the experimental load durations is allowed for.

Additionally to the determination of the best models, the calculated uncertainty of the creep prognosis can be considered easily within the framework of deterministic structural analysis by considering the bounds of a confidence interval of the creep prediction.

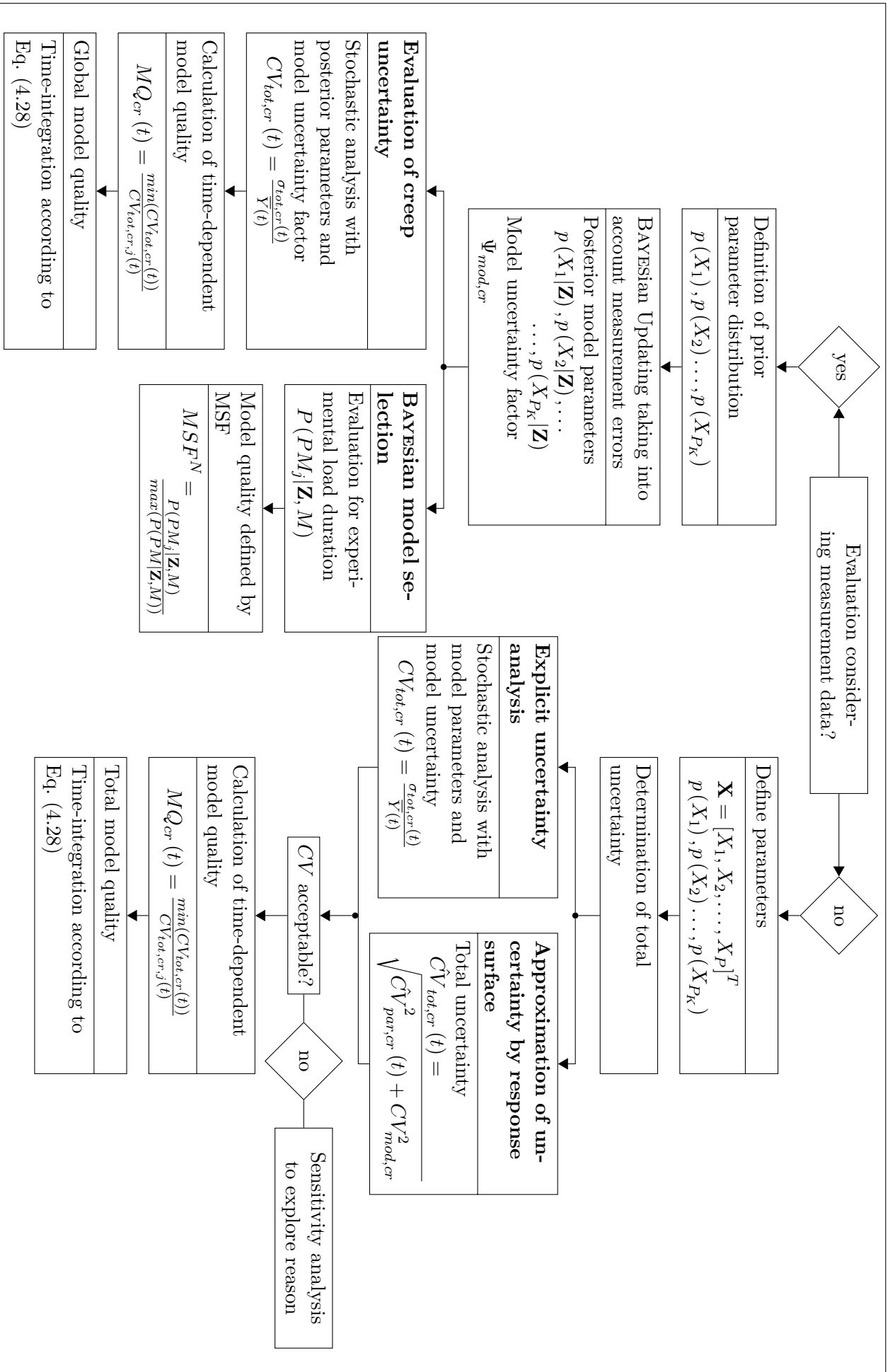


Fig. 4.8: Flow chart of the evaluation of creep models

5 Examples of Model Quality Evaluation of Creep Models

5.1 Evaluation of Model Quality without Measurement Data

Within the scope of this thesis the evaluation of model quality without measurements is performed for the models MC10, ACI209, B3, and GL2000. A complete uncertainty analysis is conducted for these models and, based on this, the model quality is determined. Further, this sensitivity analyses are used to show the parameters that influence the uncertainty of the output most. In order to show the impact of the consideration of the parameter correlation, uncertainty as well as sensitivity analysis are presented for correlated and uncorrelated input parameters.

In addition to the uncertainty and sensitivity analyses, response surfaces are build for the approximation of the uncertainty of the creep prognosis of the four major creep models. Finally, the evaluation results using the approximation by the response surfaces are compared to the results of the explicit stochastic analysis.

5.1.1 Definition of Boundary Conditions

The investigation is performed for a concrete C30/37 made from a cement CEM II 42.5N. The calculation of the concrete composition is conducted according to GRÜBL, WEIGLER and KARL [63]. The concrete composition and further input parameters are specified in Tab. 5.1. Besides the expected values E , the coefficients of variation CV , the stochastic distribution function, and the respective models taking into account the parameter are given. The stochastic properties are learned from literature, whereat often various information for one parameter exist. Exemplarily for the stiffness and strength characteristics a list of different assumptions is presented in [33].

The coefficient of variation of the relative humidity is learned from DIAMANTIDIS, MADSEN and RACKWITZ [44]. The value of $CV = 0.04$ is relatively small, because it refers to the variation of the mean annual humidity. Further studies [89, 148] estimate the coefficient of variation with $CV = 0.20 \dots 0.26$, but this value is related to the daily variation of humidity. In the case of creep, mainly the long-term behavior, equivalent to a duration of several years, is of interest, therefore the value of DIAMANTIDIS ET AL. is chosen. The influence of a coefficient of variation varying over time, which means a steady decrease of the CV with increasing load duration, was investigated by the author in [78], but is not pursued within this thesis.

parameter	E	CV	distribution	model	source
RH	65 %	0.04	normal	ACI209, MC10, B3, GL2000	[44]
$f_{c,28}$	38 MN/m ²	0.06	log-normal	MC10, B3	[143]
$E_{c0,28}$	31900 MN/m ²	0.10	log-normal	MC10	[142]
$E_{cm,28}$	27150 MN/m ²	0.15	log-normal	ACI209, GL2000	[142]
c	362 kg/m ³	0.10	normal	B3	[89]
w/c	0.47	0.10	normal	B3	[89]
a/c	5.16	0.10	normal	B3	[89]
f-a	0.5	0.10	normal	ACI209	[148]
sl	38 cm	0.10	normal	ACI209	[148]
a	0.015	0.10	normal	ACI209	assumption
k_s	1.15	0.05	normal	B3	[89]

Tab. 5.1: Stochastic input parameters

The model uncertainty of the models MC10, ACI209, B3, and GL2000 is calculated according to Eq. (4.21) using the discrepancy to the measurements $CV_{Z,cr}$, Tab. 2.3. The resulting parameters $\Psi_{mod,cr}$ are shown in Tab. 5.2.

model	$E[\Psi_{mod,cr}]$	$CV_{Z,cr}$	according to [8]	$CV_{mod,cr}$
MC10	1	0.306		0.291
ACI209	1	0.388		0.376
B3	1	0.283		0.267
GL2000	1	0.285		0.269

Tab. 5.2: Model uncertainty

The investigated concrete specimen is cylindrical with a diameter of 10 cm. This corresponds to a volume-surface-ratio of $V/S = 0.05$ m. According to [89] this geometry parameter can be considered as deterministic. The specimen is air-dried beginning at $t_d = 7$ d and loaded after $t_0 = 28$ d. The applied compressive stress is $\sigma_c = 11.4$ MN/m², which is equivalent to a stress level of approximately $0.3f_{c,t_0}$. The temperature is assumed constant and non-varying with $T = 20^\circ\text{C}$.

The parameter correlations of the models MC10, ACI209, and B3 are given in Tab. 5.3–5.5. The model GL2000 contains only uncorrelated input parameters. The parameter correlation of the models MC10 and ACI209 is calculated from numerous experimental tests published in literature [77]. Apart from the strong correlation of $\rho = 0.4$ and $\rho = 0.8$, further additional small correlations in the range of $\rho \approx 0.1$ are determined, but neglected in the stochastic analysis due to insignificance. The correlation data of model B3 is learned from [145]. These values are rounded and again smaller correlations are neglected.

parameter	RH	$f_{c,28}$	$E_{c0,28}$
RH	1	0	0
$f_{c,28}$	0	1	0.8
$E_{c0,28}$	0	0.8	1

Tab. 5.3: Parameter correlation MC10

parameter	RH	$E_{cm,28}$	sl	a	$f-a$
RH	1	0	0	0	0
$E_{cm,28}$	0	1	0	0	0
sl	0	0	1	-0.8	0.8
a	0	0	-0.8	1	-0.6
$f-a$	0	0	0.8	-0.6	1

Tab. 5.4: Parameter correlation ACI209

parameter	RH	c	w/c	a/c	$f_{c,28}$	k_s
RH	1	0	0	0	0	0
c	0	1	-0.4	-0.4	0.4	0
w/c	0	-0.4	1	0	-0.4	0
a/c	0	-0.4	0	1	-0.5	0
$f_{c,28}$	0	0.4	-0.4	-0.5	1	0
k_s	0	0	0	0	0	1

Tab. 5.5: Parameter correlation B3 [145]

The mean values of the predicted creep compliances of the four models are illustrated in Fig. 5.1. Large differences between the predictions of the four models become obvious. However, comparing only the mean creep compliance no statements regarding the quality of the prognosis of the models can be made. It should be noted that the creep compliance of model B3 includes a part of the elastic compliance under short-term loading, see Eq. (2.62)–(2.67). This has to be taken into account when comparing the different mean values of the models.

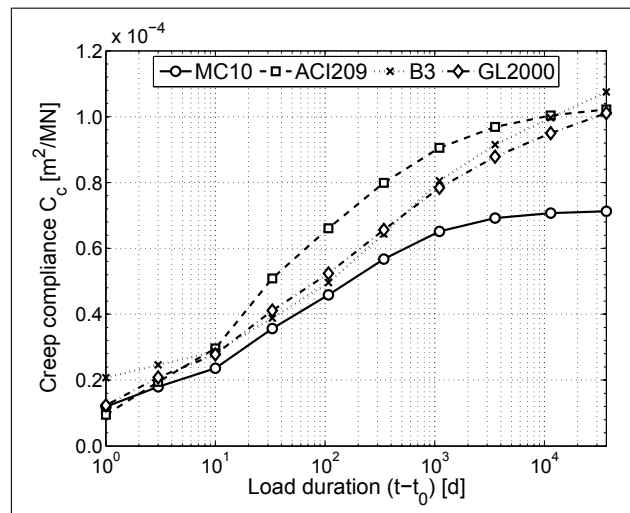


Fig. 5.1: Mean value of creep compliance

5.1.2 Results of the Uncertainty Analysis and Evaluation of Model Quality

The uncertainty analysis within this section is performed using Latin Hypercube Sampling. The resulting time-dependent parameter and total uncertainty of the prognosis of the creep

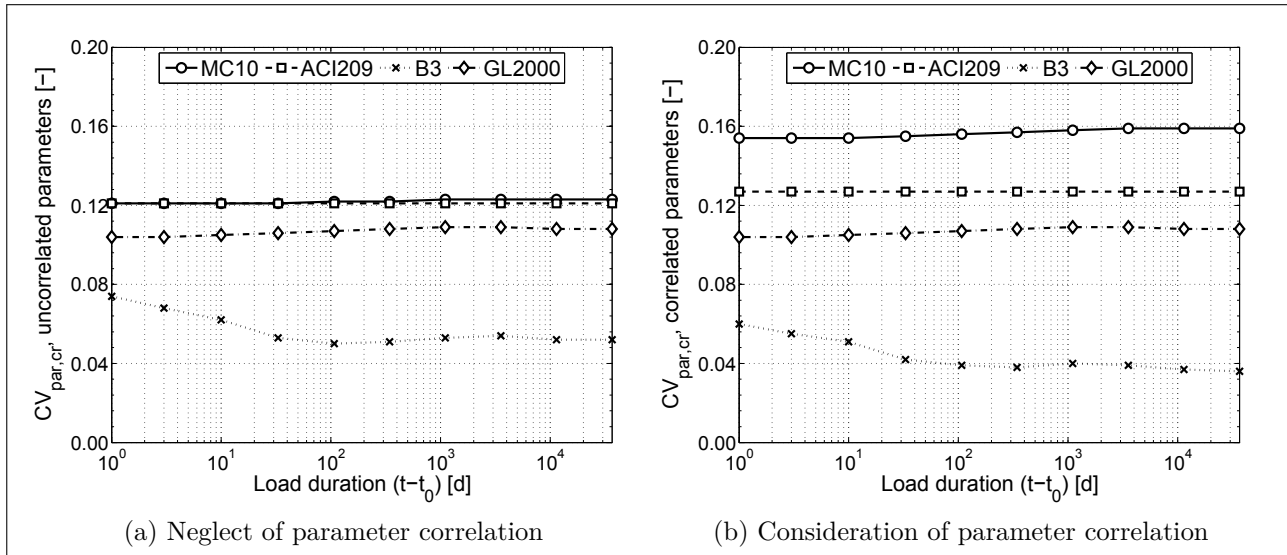


Fig. 5.2: Time-dependent parameter uncertainty $CV_{par,cr}$ of the creep compliance

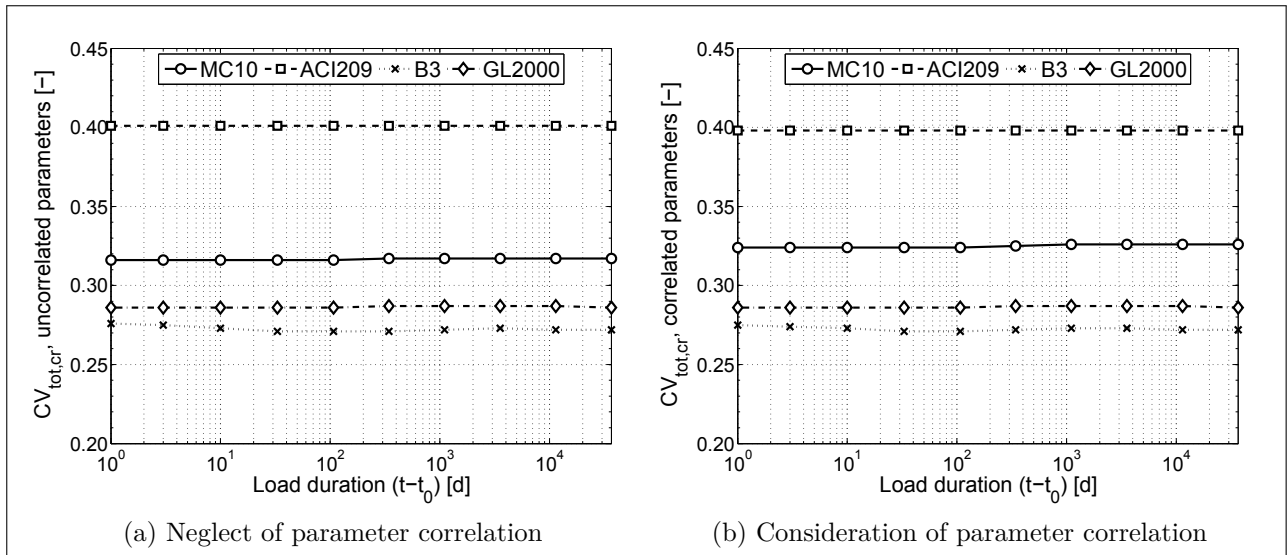


Fig. 5.3: Time-dependent total uncertainty $CV_{tot,cr}$ of the creep compliance

compliance C_c are depicted in Fig. 5.2 and 5.3, in each case for correlated and uncorrelated input parameters.

Analyzing the parameter uncertainty, a strong influence of the parameter correlation is observed. Assuming uncorrelated input parameters, models MC10 and ACI209 show the largest uncertainty $CV_{par,cr}(t-t_0) \approx 0.12$. Model B3 has a strongly time-dependent uncertainty varying in the range of $CV_{par,cr}(t-t_0) = 0.05 \dots 0.08$. Taking into account the real correlation has a different impact on the uncertainty for each model. The parameter uncertainty of model MC10 increases significantly $CV_{par,cr}(t-t_0) \approx 0.16$. The strong correlation of strength and stiffness ($\rho_{E_{c0,28}, f_{c,28}} = 0.8$) causes this effect. When both parameters increase or decrease simultaneously the creep compliance increases or decreases significantly resulting in a high variation. The uncertainty of the model B3 is reduced due to the correlation, while the uncertainty of model ACI209 is only slightly affected. The parameters of model GL2000 are not correlated, thus no effect is noticed.

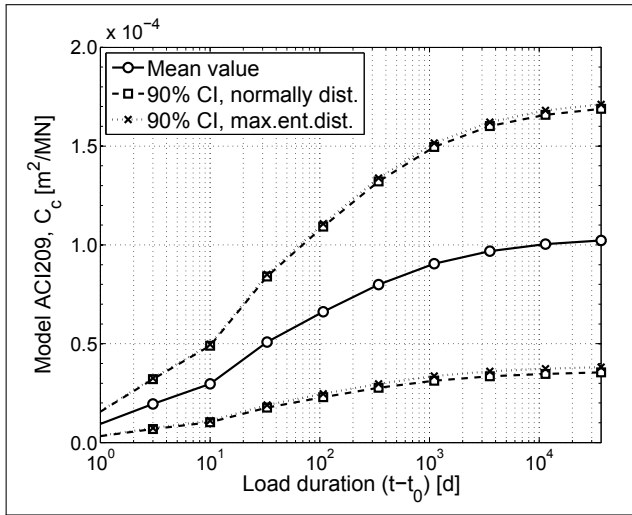


Fig. 5.4: 90 %–confidence interval of the creep compliance, ACI209

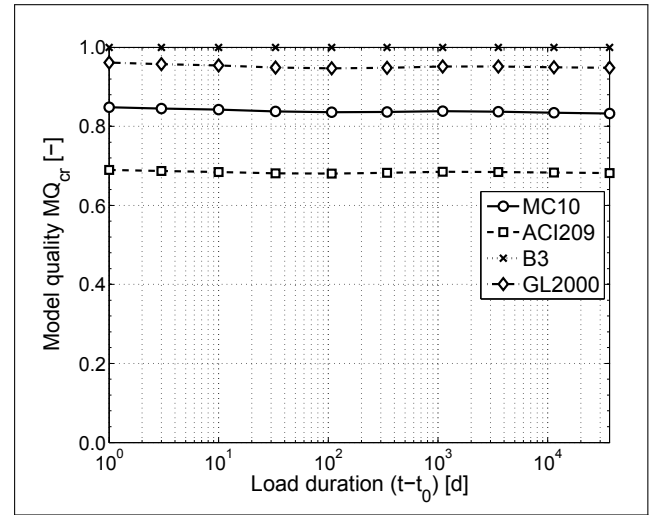


Fig. 5.5: Time-dependent model quality MQ_{cr} of the creep prognosis

Comparing the total uncertainty of the models, Fig. 5.3, reveals that the differences between the uncertainties taking into account and neglecting correlation are reduced. The influence of the relatively large model uncertainty causes this behavior, as it overpowers the impact of the correlation. Nevertheless, model MC10 still shows a noticeable influence of the correlation, thus the correlation should always be considered in the sampling process. In comparison of all models, B3 has the lowest total uncertainty, followed by model GL2000. Both of these models have similar model uncertainties so that the slightly higher parameter uncertainty of GL2000 causes the differences in the total uncertainty. Model ACI209 shows the highest uncertainty of all models, which is in the range of $CV_{par,cr} \approx 0.40$.

The consequence of the large variation of the creep prognosis is illustrated in Fig. 5.4 using the 90 %–confidence intervals (CI) of the creep compliance of model ACI209. Two different stochastic distributions are considered within this figure. At first the standard normal distribution, secondly the maximum entropy distribution. The maximum entropy distribution estimates the CI of the model response more accurately taking into account the first four statistical moments. For a load duration of $t - t_0 = 10000$ d the CI is in the range of approximately $0.4E-4 \text{ m}^2/\text{MN} \leq C_c \leq 1.7E-4 \text{ m}^2/\text{MN}$. This large interval indicates the necessity of considering this scatter within the framework of structural analysis. The scatter can be considered simplified by the upper and lower bound of the confidence interval without performing an explicit stochastic analysis of the complete structure. Analyzing Fig. 5.4 once more, it can be noticed that the assumption of normal distribution is justified, as the differences of the normal distribution to the maximum-entropy distribution are of minor magnitude when compared to the total variation.

The time-dependent model quality is shown in Fig. 5.5. It results from Eq. (4.24) and depends on the total uncertainty considering correlated input parameters. Model B3 always shows the highest quality of $MQ_{cr}(t - t_0) = 1$. The quality of the further models is slightly time-dependent. Hence, the time-integration according to Eq. (4.28) is necessary in order to calculate the total model quality. These results are given in Tab. 5.6. Model B3 has the highest quality,

followed by the models GL2000 and MC10. Model ACI209 has a reduced model quality of only $MQ_{cr} = 0.68$, equivalent to a loss of quality of 32 %.

model	MC10	ACI209	B3	GL2000
MQ_{cr}	0.84	0.68	1.00	0.95
$\hat{M}Q_{cr}$	0.80	0.68	1.00	0.93

Tab. 5.6: Total model quality MQ_{cr} of the creep prognosis

5.1.3 Results of the Sensitivity Analysis

The sensitivity analysis is performed according to 4.2.1.2. In analogy to the uncertainty analysis two cases are investigated, assuming uncorrelated and correlated input parameters. The influence on the parameter uncertainty is investigated, model uncertainty is neglected. The calculated sensitivity indices S_p are summed up to $\sum_{p=1}^{P_K} S_p = 1$. The normalization is necessary due to consideration of correlation, which could result in sensitivity indices $S_p \geq 1$. This would cause difficulties in the comparison of the indices for the uncorrelated and correlated cases. A high sensitivity S_p means that the parameter is highly influential on the uncertainty. For $S_p = 1$ only parameter p has an influence on the scatter of the model output, for $S_p = 0$ parameter p has no influence.

The parameter sensitivity of model MC10 is depicted in Fig. 5.6. At the first glance it becomes obvious that the indices are more or less time-independent. The reason for this is the definition of the time function $\beta_c(t - t_0)$, Eq. (2.68). This time function is only affected by the parameter variation by the coefficient β_H . In the case of the present geometry and humidity, the scatter of β_H is small, which results in the approximately time-independent sensitivity indices. For uncorrelated input parameters the elastic modulus is the most influential parameter. This can be explained by the relatively large variation of this parameter and the direct influence of E_{c0} on the creep compliance, as it divides the creep coefficient, Eq. (2.74). Taking into account the parameter correlation, strongly differing sensitivity indices occur. Due to the high correlation of E_{c0} and f_c , not only E_{c0} is highly influential, because its influence on the variation of the creep prognosis cannot be separated from the influence of f_c , thus both parameters are highly influential. This conclusion becomes obvious in Fig. 5.7, wherein the correlated and uncorrelated parts of the sensitivity indices are depicted separately. The high correlated sensitivity index of E_{c0} and f_c is $S_p^C \approx 0.7$. This means that 70 % of the uncertainty arises from the correlation of both parameters, which explains the strongly increasing sensitivity index of f_c taking into account the correlation. The uncorrelated part of the sensitivity index S_p^U is much smaller, but causes the slightly differing total sensitivity of the parameters E_{c0} and f_c .

The sensitivity indices of model ACI209 are completely time-independent, as the time function is not affected by the stochastic input parameters. For uncorrelated input parameters the sensitivity indices are the highest for the elastic modulus. With the exception of the slump sl all other parameters have a negligible influence. Due to the correlation, the sensitivity of the

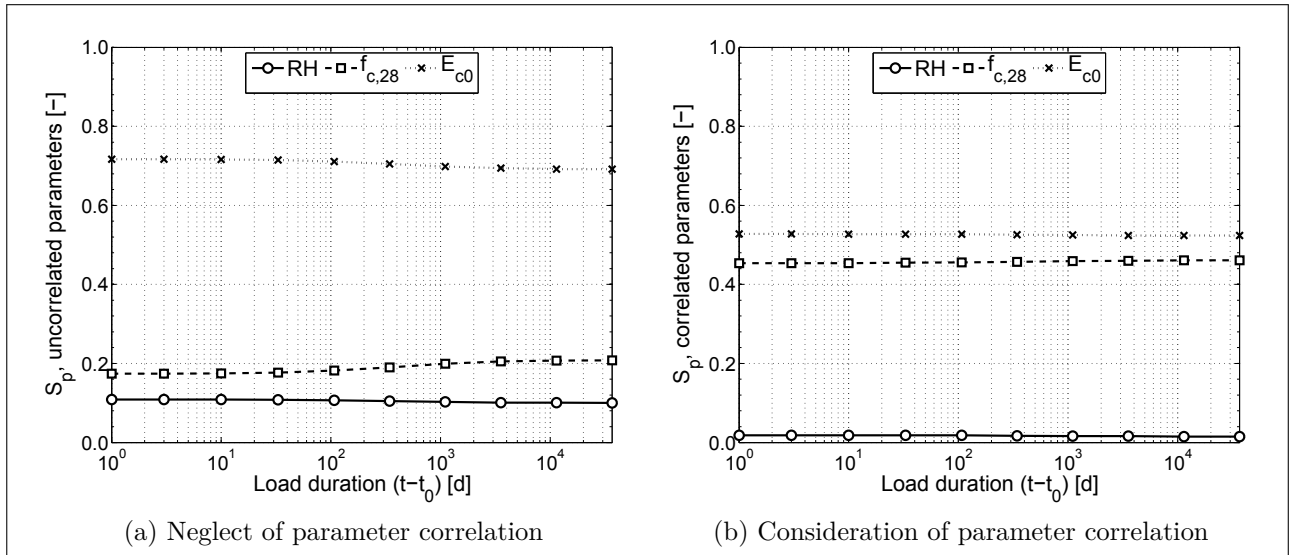
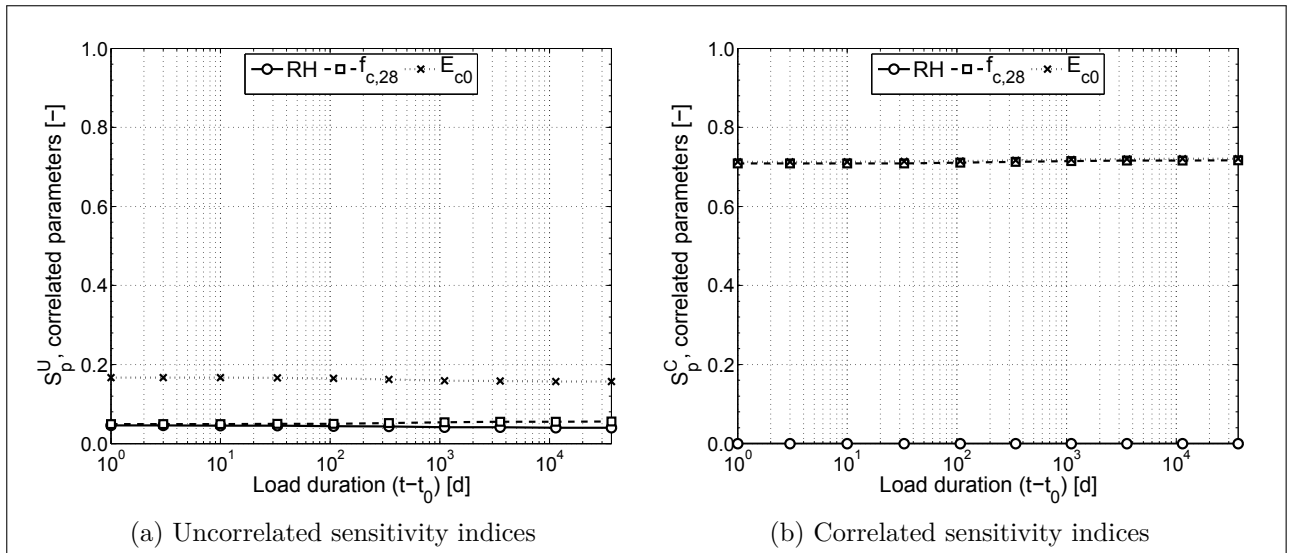
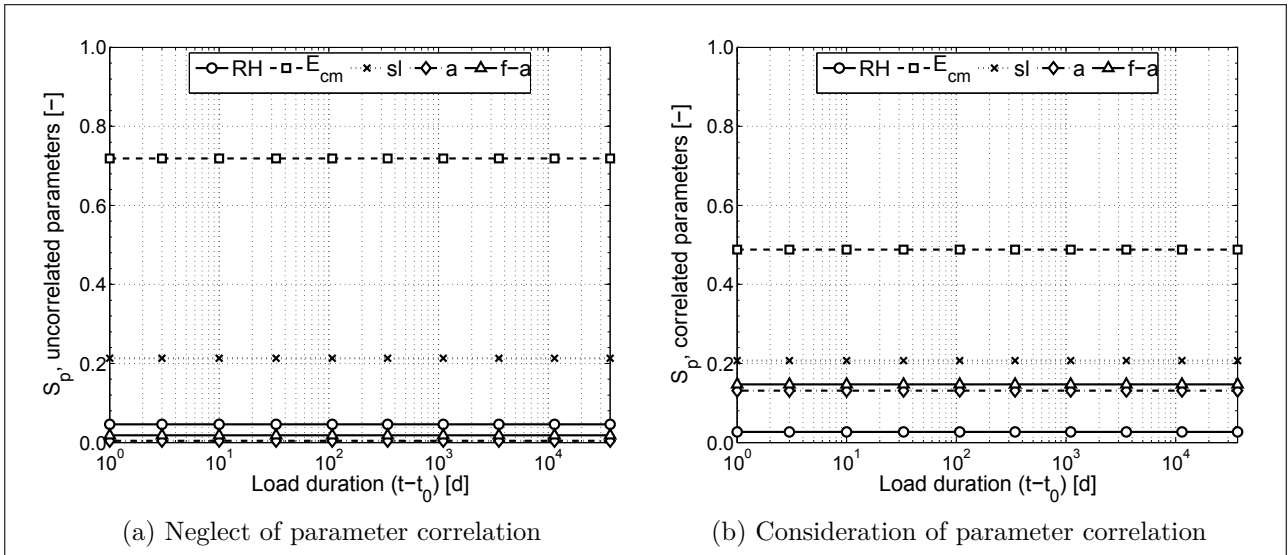
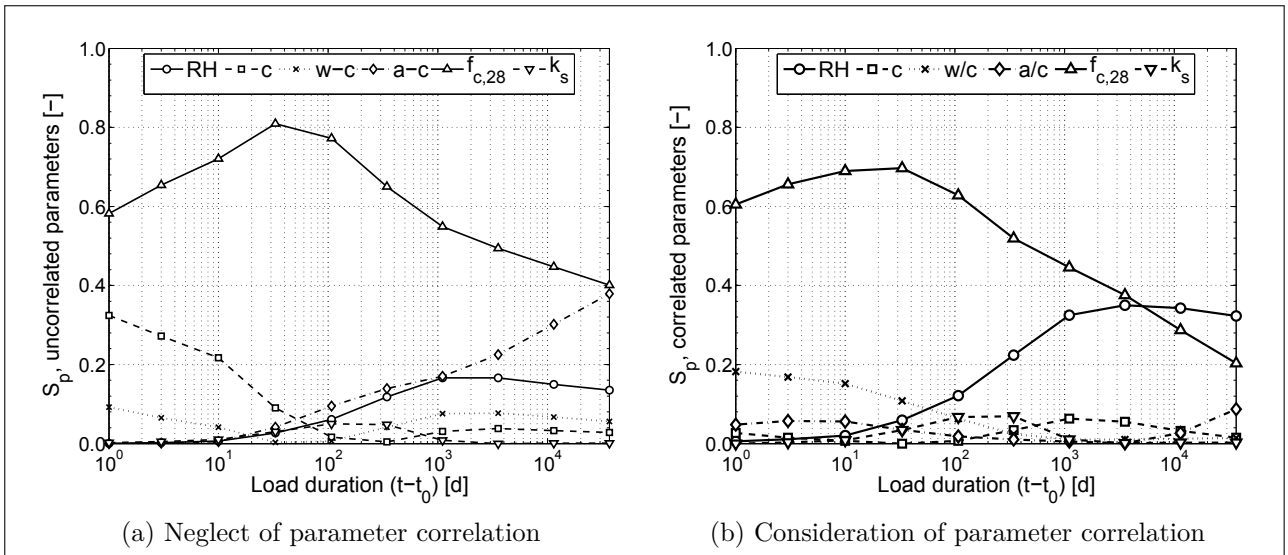
Fig. 5.6: Sensitivity indices S_p of model MC10

Fig. 5.7: Uncorrelated and correlated parts of the sensitivity indices of model MC10 considering parameter correlation

void volume a and the fine-aggregate-ratio f - a increase simultaneously to a reduction of the influence of E_{cm} .

Model B3 shows a high time-dependency of the sensitivity indices which comes from the combination of the various time functions of the individual creep components. The concrete strength is the most influential parameter in the case of uncorrelated input. Furthermore, the creep compliance is sensitive to the cement content c for short load durations. The reason for this is the high influence of the non-aging visco-elastic creep on the short-term creep, which is mainly defined by c . The aggregate-cement-ratio a/c mainly affects the visco-plastic deformations. These deformations occur for high load durations so that the sensitivity of a/c increases with time. Considering the correlation a reduction of the sensitivity of the concrete strength in combination with an increasing sensitivity index of the humidity is observed. The total uncertainty of the output decreases due to the parameter interaction, as already depicted in Fig. 5.2, so

Fig. 5.8: Sensitivity indices S_p of model ACI209Fig. 5.9: Sensitivity indices S_p of model B3

that even parameters with a low scatter, for example RH , increase in their significance. Other parameters that are influential assuming independent input become negligible in terms of their influence on the variation of the output variation, e.g. the cement content c .

Analyzing model GL2000 again reveals the high dependence of the output variation on the elastic modulus. Furthermore, the influence of the relative humidity increases until a load duration of $t - t_0 \approx 250$ d, because until this time the ratio of drying creep to total creep increases. For the given geometry and a load duration of approximately $t - t_0 \approx 250$ d the relative pore humidity of the concrete is in balance with the relative humidity of the environment, thus the drying creep stagnates and, as a consequence, the influence of RH on the variation of the model output decreases slightly.

Analyzing the results of the sensitivity analyses of the four models it can be summarized that the elastic modulus has the main impact on the uncertainty of the creep compliance. This is caused by the structure of the models MC10, ACI209, and GL2000, all dividing the creep

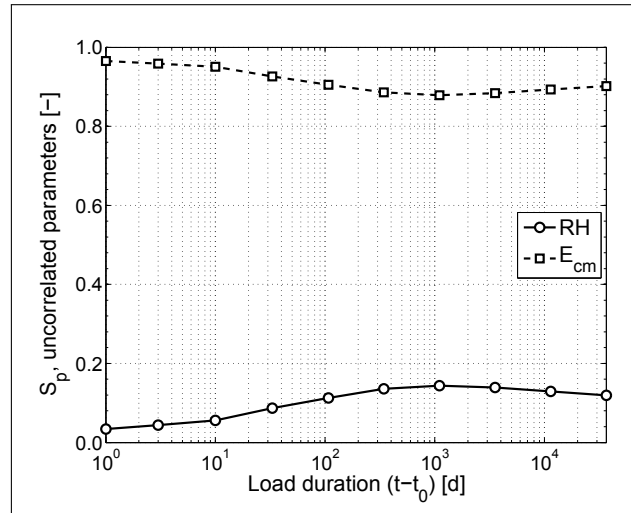


Fig. 5.10: Sensitivity indices S_p of model GL2000, no parameter correlation

coefficient by E_c , as well as the relative large scatter of this parameter. Model B3 is independent of E_c . This explains the lowest parameter uncertainty of all four models, as described in the foregoing section.

5.1.4 Approximation of the Uncertainty of Model Prognosis and Model Quality

The results of the uncertainty analyses and subsequent model evaluation conducted in section 5.1.2 are only valid for the given boundary conditions. If these boundary conditions change, e.g. a modification of the age of concrete at the beginning of loading or the geometry, all total stochastic analyses need to be performed again. To avoid these computationally demanding procedure, response surfaces (RS) of the parameter uncertainty of the models MC10, ACI209, B3, and GL2000 are created according to section 4.2.1.3. These response surfaces are generally valid and allow for the approximation of parameter uncertainty independent of the mean values of the input parameters or the boundary conditions. Using this approximated uncertainty of the output, the model quality can be estimated without stochastic calculation. The determination of the response surfaces is carried out for the ranges of parameters shown in Tab. 5.7. These upper and lower limits result from the limitation of the applicability of the models, for example the maximum concrete strength of 80 MN/m^2 , or the physical meaning of the parameter, for example the maximum relative humidity of $RH = 1$. These parameters are sampled considering a uniform distribution and the influence of the mean value on the uncertainty is determined. For the analysis of the variation of the creep prognosis the same coefficients of variations, distribution types, and parameter correlations of the foregoing uncertainty analysis are used, solely the mean values of the parameters are defined by the samples of the uniform distribution.

The sensitivity indices of the models' parameters are given in Tab. A.1-A.4 in appendix A. It can be noticed that some of the mean values of the parameters have no influence on the uncertainty of the prognosis. Therefore, these non-influential parameters are neglected in the

parameter	RH	V/S	t_0	t_d	$f_{c,28}$	E_{c0}	E_{cm}	sl	a	$f-a$	w/c	a/c	c	k_s
	[-]	[m]	[d]	[d]	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	$\left[\frac{MN}{m^2}\right]$	[m]	[-]	[-]	[-]	[-]	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	[-]
min	0.4	0.05	3	1	20	2.0E4	1.8E4	0.05	0.005	0.2	0.3	2	150	1.0
max	1.0	1.0	100	14	80	8.0E4	7.0E4	0.60	0.050	0.8	0.7	8	600	1.5

Tab. 5.7: Limits of input parameters for the approximation of the parameter uncertainty

creation of the final response surfaces. As an example, the elastic modulus E_c is named. The varying mean value of this parameter does not affect the uncertainty of the response as it always divides the creep coefficient for the determination of the creep compliance. As a consequence, the elastic modulus can be disregarded for the approximation of the uncertainty by response surfaces.

The coefficients β of the calculated reduced response surfaces considering only the influential parameters and their coefficient of determination R^2 are depicted in Tab. A.5–A.8. Using these coefficients, the approximated coefficient of variation $\hat{C}V_{par,cr}$ of the creep prognosis due to uncertain input parameters can be calculated according to Eq. (4.18) and (4.19).

The parameter uncertainty for all load durations $t - t_0$ is approximated very well for model ACI209 ($R^2 = 0.97$) and well for model B3 ($R^2 = 0.84 \dots 0.99$). Comparing the coefficients of determination for the models MC10 and GL2000 makes it obvious that for short load durations of $t - t_0 = 10$ d and 100 d the chosen design of the response surface is not sufficient enough ($R^2 \leq 0.8$), even though the RS of model GL2000 already includes terms in the order of four for RH and V/S . Within the scope of this thesis the focus is on long-term creep, hence the inaccuracy for short load durations is neglected. Fig. 5.11 illustrates the response surface of model MC10 depending on the two parameters relative humidity and volume-surface-ratio. In order to show this graphic with only two dependencies, the concrete strength is fixed at $f_{c,28} = 50$ MN/m². It can be observed that the parameter uncertainty increases with increasing humidity and decreasing volume-surface-ratio. The uncertainty of model B3 is visualized depending on the humidity and the water-cement-ratio in Fig. 5.12. The further influential parameters are fixed for this plot to the following values: $c = 375$ kg/m³, $f_{c,28} = 50$ MN/m², $V/S = 0.5$ m and $t_0 = 50$ d. Analyzing this figure, a strong increase of the uncertainty with rising w/c -value is observed.

Using the approximated time-dependent parameter uncertainty $\hat{C}V_{par,cr,t}$ and combining it with the model uncertainty $CV_{mod,cr}$ of the four models, Tab. 5.2, the total time-dependent uncertainty is calculated according to Eq.(4.23); shown in Fig. 5.13. Comparing these uncertainties with the results of the explicit uncertainty analysis, Fig. 5.3 (b), a good agreement is observed. This match is also given when comparing the time-dependent model quality in Fig. 5.14. Only in case of model MC10 small differences of the approximated to the explicit solution are present; the model quality is evaluated too small. The total model quality $\hat{C}V_{cr}$ using the approximation of the parameter uncertainty is once more calculated by time-integration and shown in Tab. 5.6. The maximal deviation of model quality is approximately 4% for model MC10 and is in an acceptable range. Hence, a model evaluation and selection is allowed for without ex-

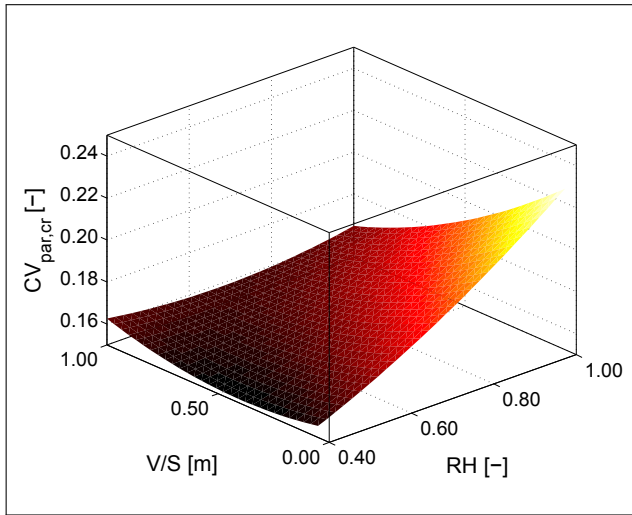


Fig. 5.11: Response surface of the parameter-uncertainty, MC10, $t - t_0 = 100$ y

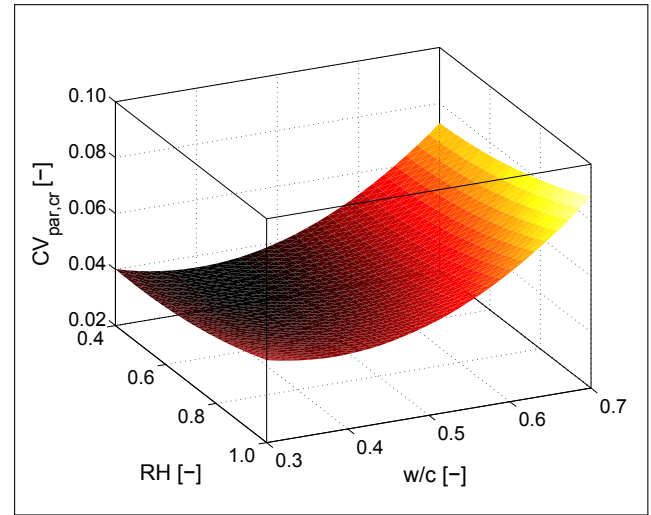


Fig. 5.12: Response surface of the parameter-uncertainty, B3, $t - t_0 = 100$ y

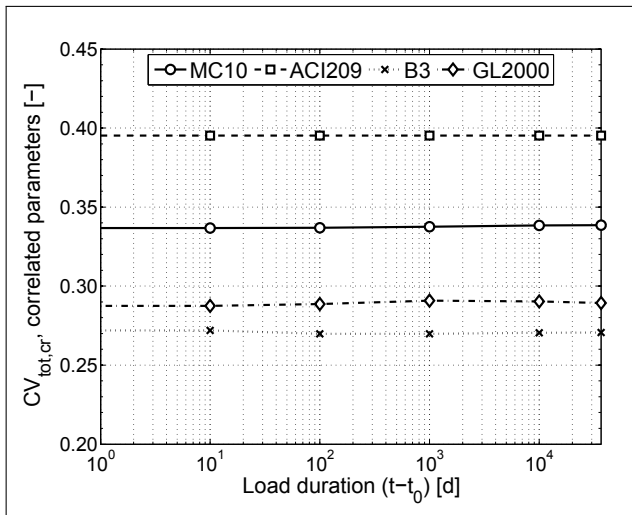


Fig. 5.13: Approximated time-dependent total uncertainty CV_{tot,C_c} of the creep compliance

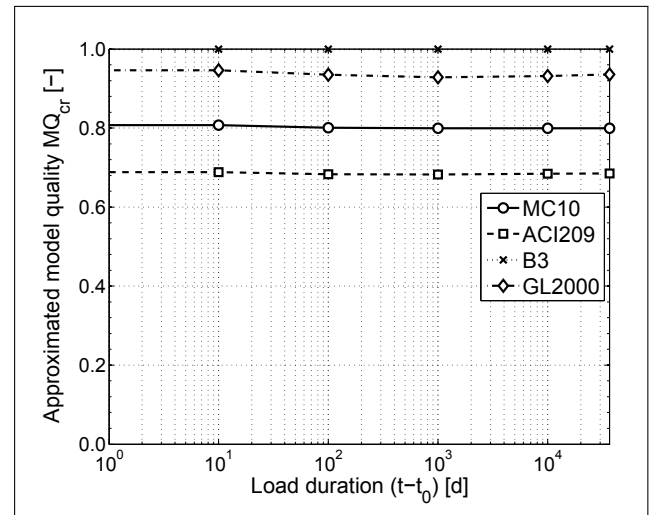


Fig. 5.14: Approximated time-dependent model quality MQ_{cr} of the creep compliance

PLICIT stochastic calculations using only the coefficients of the response surfaces documented in appendix A.

5.2 Evaluation of Model Quality using Measurement Data

In this section the model evaluation based on measurement data is presented exemplarily. For this reason existing measurements of HEIRMAN [72], NECHVATAL [99] and ROSTASY ET AL. [116] are used. Furthermore, experimental creep data of polymermodified concrete (PCC) of FLOHR [55, 54] are considered in order to investigate the applicability of the existing models to nonstandard concrete. The main boundary conditions of the creep experiments as well as the material parameters of the short-term model of concrete are summarized in Tab. 5.8. The

	$f_{c,28}$ [$\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$]	$E_{c0,28}$ [$\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$]	ε_{c1} [0/00]	b [-]	e_d [0/00]	$\varepsilon_{c,0}$ [0/00]	g_d [-]	σ_c [$\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$]	$\sigma_c/f_{c,t_0}$ [-]	t_0 [d]	$t_{unl.}$ [d]
Heirman: TC1	36.4	33090	-2.27	1	-3.86	1.02	2	-10.1	0.28	28	-
Heirman: SCC1	43.7	35150	-2.40	1	-3.89	0.76	2	-14.1	0.32	28	-
Heirman: SCC15	35.8	32880	-2.26	1	-3.86	1.04	2	-10.1	0.28	28	-
Heirman: SCC17	30.5	31200	-2.15	1	-3.82	1.24	2	-11.3	0.37	28	-
Nechvatal: 3-14	35.6	39500	-2.25	1	-4.30	1.87	2	-12.8	0.36	28	208
								-17.8	0.50		
								-21.4	0.60		
Rostasy: LF	44.8	43650	-2.44	1	-4.53	1.78	2	-9.5	0.21	28	1343
Flohr: Test 1	26.2	25760	-2.40	1	-3.32	0.98	2	-16.4	0.40	75	108
Flohr: Test 2	26.2	25760	-2.40	1	-3.33	0.93	2	-24.8	0.59	265	419

Tab. 5.8: Material parameters and boundary conditions of the experimental tests from HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY and FLOHR

listed stiffness and strength parameters are assumed to be fixed and non-varying values during the identification of the creep parameters.

The parameter identification using BAYESIAN Updating and the subsequent model evaluation is conducted for the models MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD, and HEIDOLF. Model GL2000 contains only physical input parameters which were given in advance and cannot be identified by back-analysis. Hence, this model does not allow for an evaluation based on measurements. The evaluation of model quality is done using two different indicators. First, the model selection factor (MSF) coming from BAYESIAN model selection is applied. This factor represents the probability of a model being adequate for the special purpose. Second, the evaluation based on the uncertainty of the prognosis is used. This method allows for the assessment of the creep prognosis for extrapolated load durations.

By taking into account measurement data the prediction of the creep compliance C_c is updated. The experimentally investigated creep compliances do not include the short-term creep for load durations of less than $t - t_0 = 20$ min. This practice corresponds to the general definition of the creep compliance and creep deformations, which are neglected in the determination of the elastic modulus, for example. Model B3 already defines this short-term compliance as creep compliance so that this deviating assumption has to be considered in order to achieve a comparability of the models. The creep compliance of model B3 is converted according to Eq. (2.62) in the following way

$$C_c^{B3} = C_{c,0}^{B3} + C_{c,d}^{B3} - \frac{0.4}{E_{c0,28}}. \quad (5.1)$$

The prior knowledge of the parameters is different for the individual models. The models MC10, ACI209, and B3 offer prediction formulae of the creep compliance depending on the concrete composition, e.g. concrete strength. The predicted values are used as mean values of a normal distribution of the prior knowledge. The coefficient of variation is assumed with $CV = 0.30$ as

this is the mean model uncertainty of the three models. For the rheological models according to BOCKHOLD and HEIDOLF no prior knowledge is available. As a consequence, a uniform prior distribution is chosen for the creep parameters, defined by upper and lower limits. This uniform distribution avoids applying any emphasis to any unknown mean value as a normal distribution would do. The upper and lower limits are estimated with respect to the physical meaning of the parameters as well as engineering knowledge, e.g. excluding unrealistically high creep deformation.

In order to reduce the correlation between the measurement errors, the number of measuring points within one experimental series is reduced to 3 - 4 data points per logarithmic time-decade. The measurement uncertainty that is required for BAYESIAN Updating is calculated directly for the tests of HEIRMAN, who conducted four individual tests for each concrete composition. These four test series allow for the stochastic assessment of the measurements. For the further experiments only the mean creep compliances are available in literature, thus a constant measurement variation of $CV_Z \approx 0.08$ is estimated [89].

Apart from the variation of the identified creep parameters, further model parameters and the model uncertainty $\Psi_{mod,cr}$ are considered as stochastic variables in order to determine the total uncertainty of the creep prognosis. These additional stochastic parameters are the elastic modulus (log-normal distribution with $CV_{E_c} = 0.10$) and the concrete strength (log-normal distribution with $CV_{f_c} = 0.06$). The correlation between both parameters is $\rho_{E_c, f_c} = 0.8$. The parameters stiffness and strength are more or less constant for the laboratory tests, but show a high scatter when used in real concrete structures. Hence, these additional uncertainties coming from varying stiffnesses and strengthes have to be considered when evaluating the creep models for their use in practice.

The parameters that are identified using the creep tests are the following: the ultimate creep coefficient φ_∞ and the time-function parameter β_H for model MC10; the ultimate creep coefficient φ_∞ and the time-function parameters Ψ as well as d for model ACI209; the specific compliances q_2 , q_3 , q_4 and q_5 for model B3. For model BOCKHOLD the number of creep chains m is chosen in advance depending on the total magnitude of the creep deformation. Subsequent to this the retardation times of the dampers τ_c^i as well as the stress non-linearity n are identified. Considering model HEIDOLF, the creep coefficients $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ and $a_{c,cr,v-pl}^{i,l}$ are determined by updating. Since many of the experiments do not take into account unloading, the creep compliance cannot be distinguished into its visco-elastic and visco-plastic parts. Hence, the creep parameters $a_{c,cr,v-el}^{i,l}$ and $a_{c,cr,v-pl}^{i,l}$ of model HEIDOLF are not identified uniquely. To avoid this problem, the new parameter $a_{c,cr}^{i,l}$ is introduced for experiments without unloading path. Using the global scalar factor 0.2 and 0.8 the visco-elastic and visco-plastic parts are determined from $a_{c,cr}^{i,l}$, $a_{c,cr,v-el}^{i,l} = 0.2a_{c,cr}^{i,l}$ and $a_{c,cr,v-pl}^{i,l} = 0.8a_{c,cr}^{i,l}$. This assumption has no influence on the parameter identification considering only the loading path. In the case of unloading discrepancies are expected. The resulting model parameters and model uncertainties are documented in Tab. B.1-B.9 in appendix B.

The results of the MSF and the model quality are also presented in the appendix B, Tab. B.10–B.12. For the determination of the MSF the prior probability of each model M_j is assumed to be similar, $p(PM_j|M) = 0.20$.

5.2.1 Analyses of Short-Term Creep Experiments

5.2.1.1 Experimental Tests of Heirman

HEIRMAN [72] conducted creep experiments with a load duration of 70 days for standard concrete (CC, here denominated as TC) and self-compacting concrete (SCC). These experimental data was gratefully allocated to the author by Prof. VANDEWALLE during the stay at the KU Leuven. Within the scope of this thesis, the creep behavior of the concrete compositions TC1, SCC1, SCC15, and SCC17 is analyzed. For each of these four concrete compositions four individual tests were performed in order to enable a statistical assessment of the uncertainties of the measurements. The calculated time-dependent measurement uncertainties are depicted in Fig. 5.15. It is observed that the relatively high measurement error at the beginning of loading decreases over time and that the scatter of the measured creep compliances of self-compacting concrete is significantly higher than for standard concrete, up to $CV_Z = 0.2$.

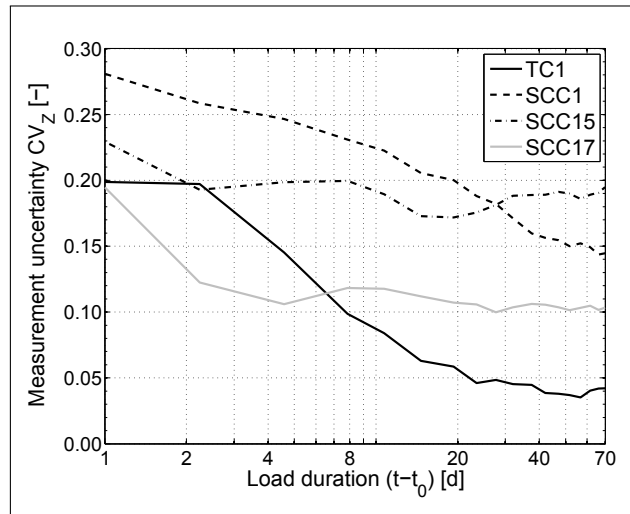


Fig. 5.15: Measurement uncertainty of the experimental tests of HEIRMAN

The results of the updated creep predictions are illustrated in Fig. 5.16-5.19. The further plots Fig. 5.20-5.27 show the uncertainty of the creep prognosis and the derived time-dependent model quality.

These graphs clarify that all models represent the creep behavior of concrete relatively well. Only model MC10 (test series TC1, SCC15, and SCC17) and model B3 (test series SCC17) show significant differences of the experimental to the updated creep curve of the models. The good agreement to the test data is also quantified by the calculated model uncertainty which is in general small with $CV_{\Psi_{mod,cr}} \leq 0.08$.

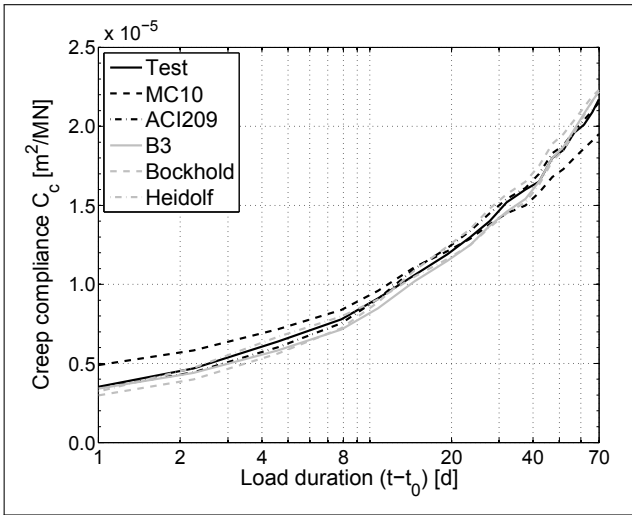


Fig. 5.16: Creep compliance HEIRMAN TC1

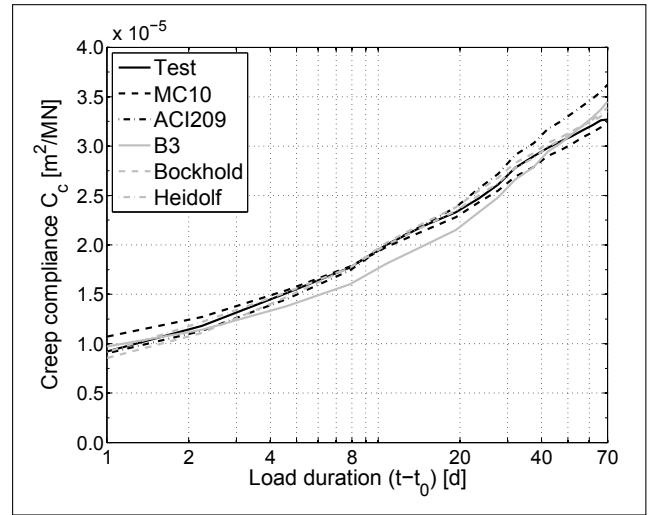


Fig. 5.17: Creep compliance HEIRMAN SCC1

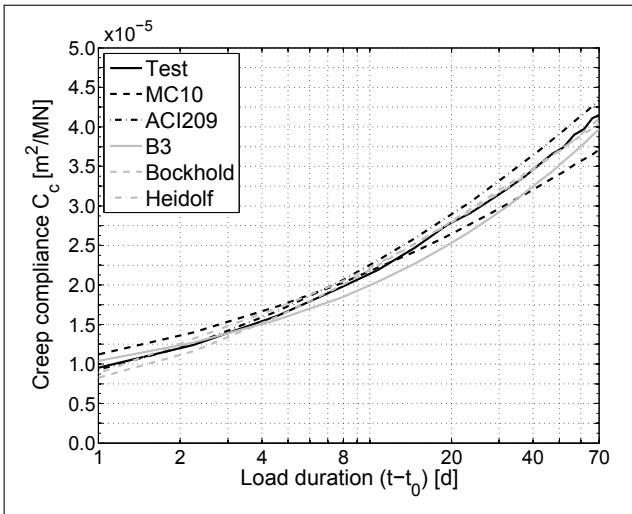


Fig. 5.18: Creep compliance HEIRMAN SCC15

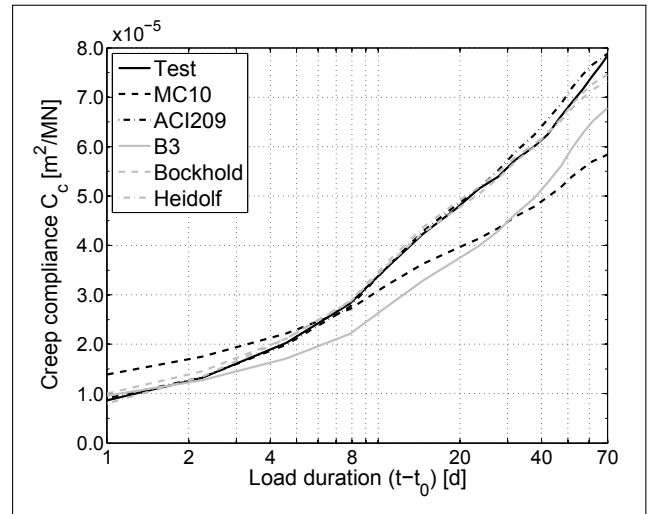


Fig. 5.19: Creep compliance HEIRMAN SCC17

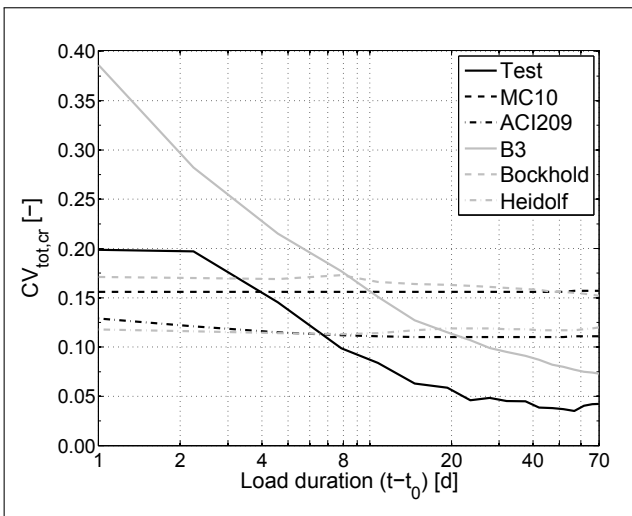


Fig. 5.20: Total uncertainty HEIRMAN TC1

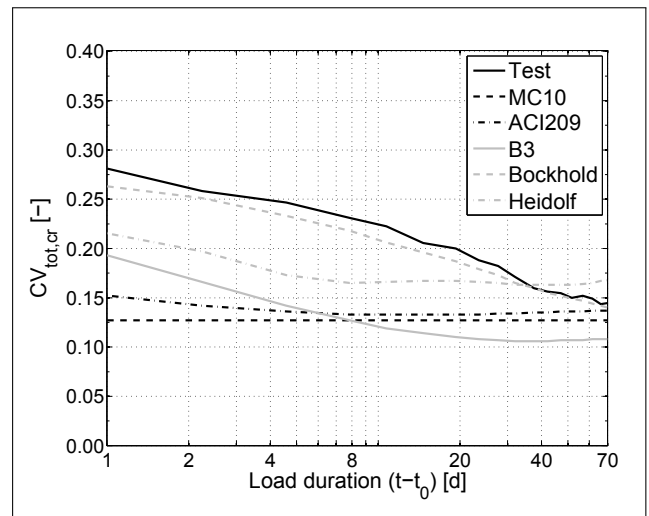


Fig. 5.21: Total uncertainty HEIRMAN SCC1

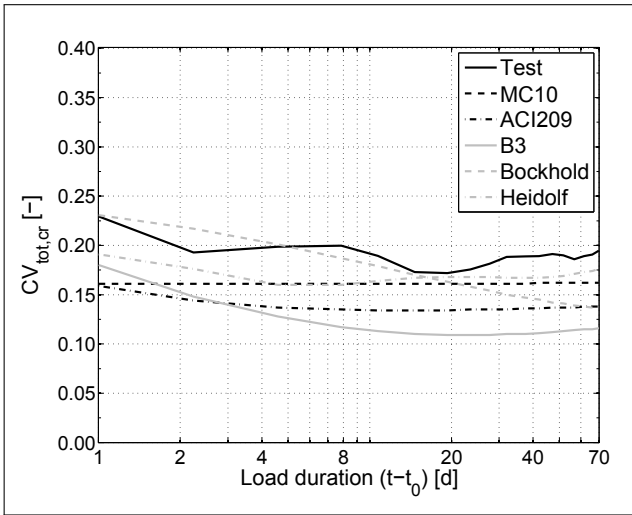


Fig. 5.22: Total uncertainty HEIRMAN SCC15

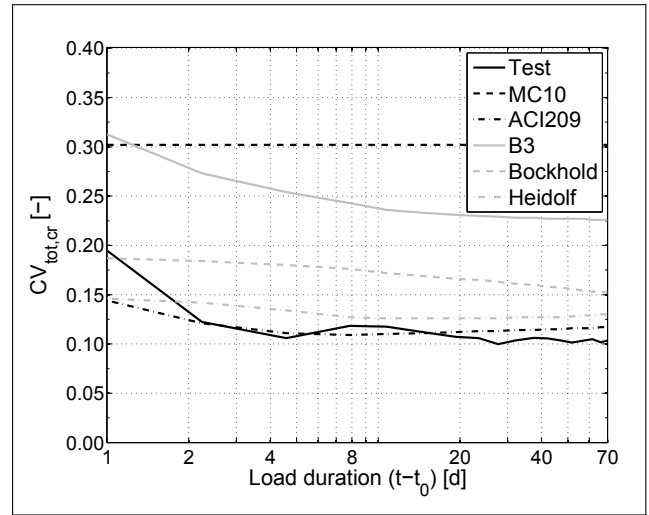


Fig. 5.23: Total uncertainty HEIRMAN SCC17

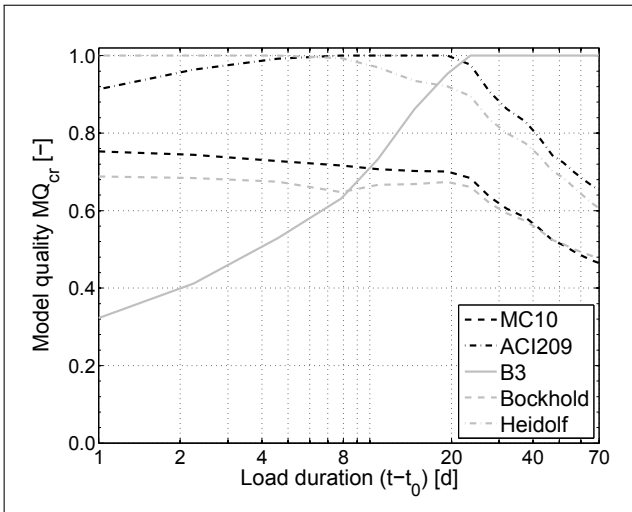


Fig. 5.24: Time-dependent model quality HEIRMAN TC1

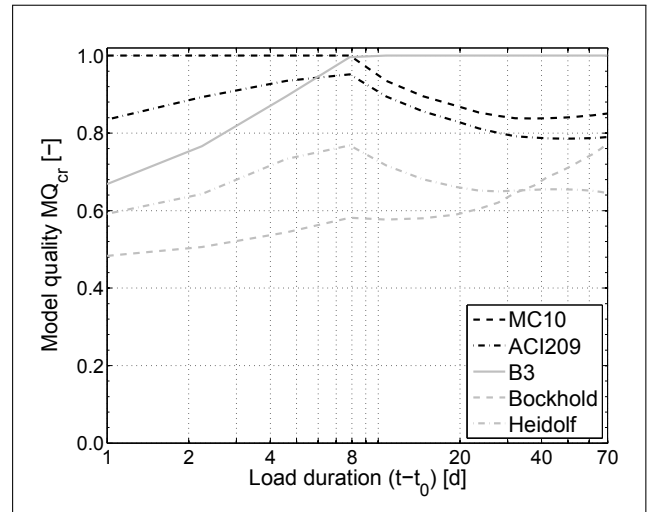


Fig. 5.25: Time-dependent model quality HEIRMAN SCC1

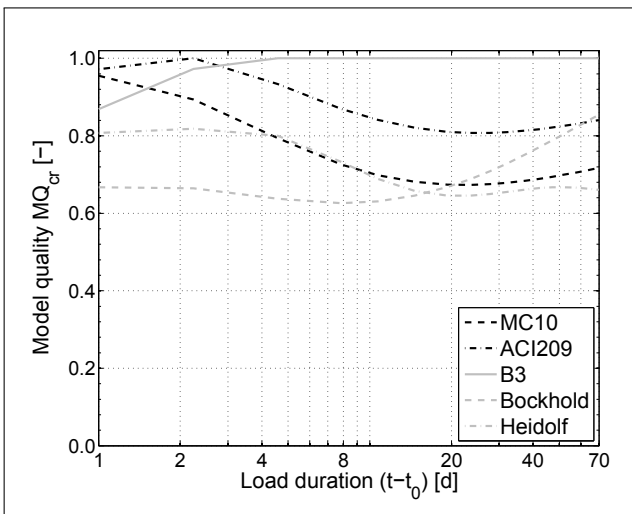


Fig. 5.26: Time-dependent model quality HEIRMAN SCC15

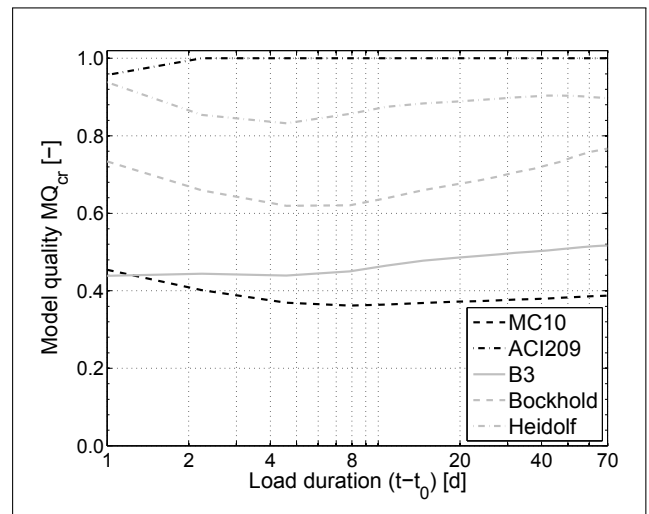


Fig. 5.27: Time-dependent model quality HEIRMAN SCC17

Comparing the variation of the identified parameters it becomes obvious that the scatter is highest for test series SCC1 and SCC15. The high measurement uncertainty of these tests, especially right after the beginning of loading, does not allow for a reliable estimation of the model parameters. Due to the high variance of the identified parameters, also the total uncertainty of the creep prognoses of the tests SCC1 and SCC15 are higher than for the other tests. Exceptional cases for this behavior are only the prognoses of models MC10 and B3 for test SCC17, which results from the high model uncertainties as these models cannot simulate the concrete behavior accurately for this test.

Comparing the uncertainty of the prognosis and the uncertainty of the measurements reveals discrepancies. Especially for the tests SCC1 and SCC15 the measurement uncertainty is not fully represented by the simulations, the simulations show less scatter. This observation means that despite the measurement errors still enough information is present to determine the models' parameters. The uncertainty of the test TC1 is overestimated. This results from the additional uncertain parameters E_c and f_c .

Deviating the model quality from the uncertainty results in strongly time-dependent qualities. For the tests TC1 and SCC17 models ACI209 and HEIDOLF are quantitatively worthwhile, for SCC1 the models MC10 and B3 are best, and for test SCC15 model B3 shows the highest quality. In general, the prediction quality of model B3 increases over time, whereas the quality of the other models decreases with enduring loading.

The total model quality MQ_{cr} for the time of the experiment t_Z , derived from the uncertainty of the prognosis, is highest for models MC10 (SCC1), ACI209 (TC1, SCC17), and B3 (SCC15). For both rheological models only very limited prior knowledge of the parameters is available. Considering only the relatively short load duration of the HEIRMAN experiments does not allow for a reliable estimation of the parameters, which results in a high parameter uncertainty of the prognosis. Furthermore, no special creep phenomenon, that would justify the use of sophisticated rheological models, occurs in these tests, e.g. non-linear creep or particular loading-unloading situations. Comparing the MSF with MQ_{cr} a relatively good agreement of the qualitative order of the models is determined, but the MSF evaluates the quality of the models differently. The models with lower prediction quality are attested a much less quality than the MQ_{cr} does. This results from the large relative differences in the model probability and likelihood, respectively, which are higher than the differences of the total uncertainty of the creep prognosis and results in factors of $MSF \approx 0.00$.

In order to investigate the influence of the measurement uncertainty on the identified parameters and the creep prognosis, the test data SCC17 is used once again, but this time four different time-independent measurement errors $CV_Z = 0.05/0.10/0.15/0.20$ are considered within updating. Analyzing the resulting coefficients of variation of the identified parameters reveals the increase of the CV with increasing measurement error. For example the CV of the ultimate creep coefficient φ_∞ of the model ACI209 increases from $CV = 0.12$ to $CV = 0.18$. Due to the increasing fuzziness of the experimental data, less information can be extracted resulting in a worse identifiability of the parameters and a higher CV. Furthermore, taking into account

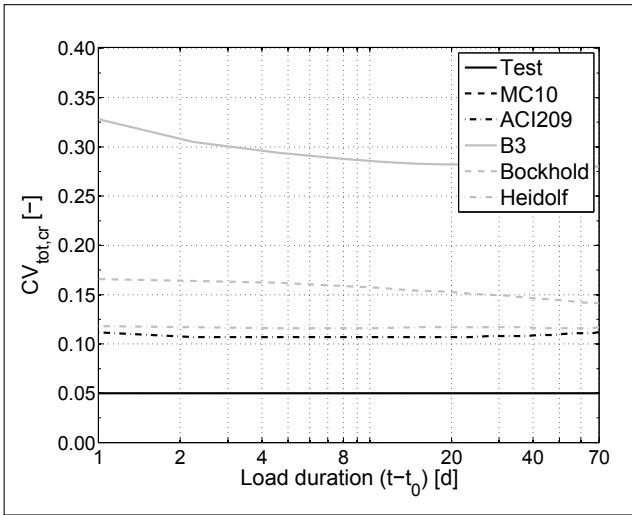


Fig. 5.28: Total uncertainty HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0.05$

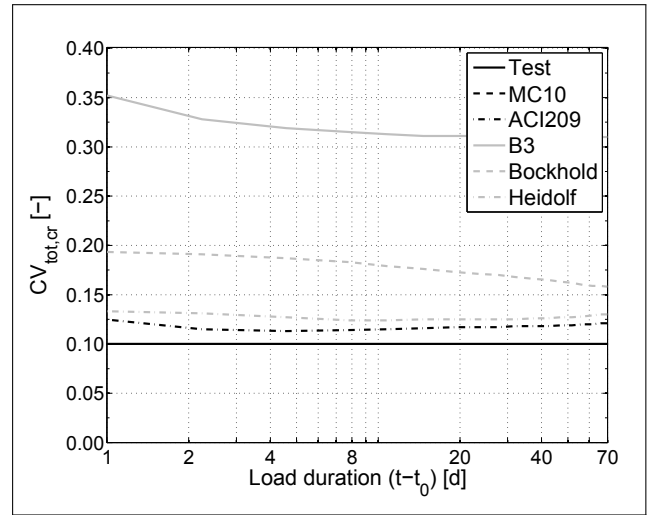


Fig. 5.29: Total uncertainty HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0.10$

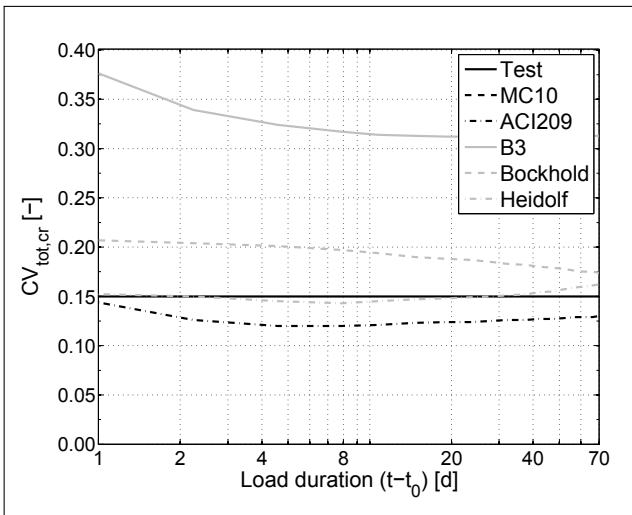


Fig. 5.30: Total uncertainty HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0.15$

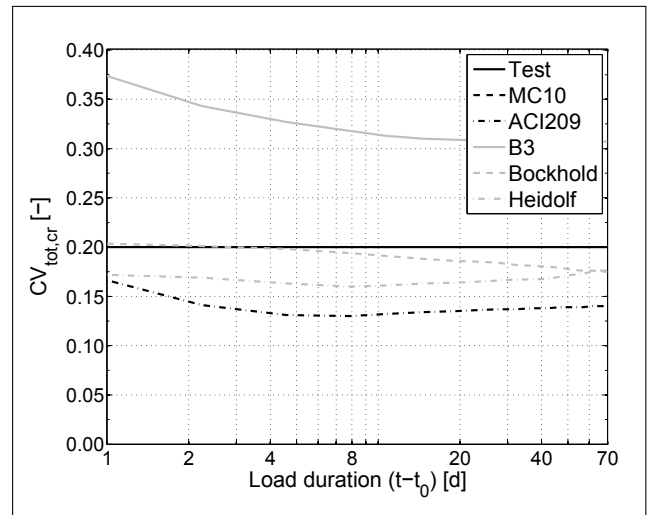


Fig. 5.31: Total uncertainty HEIRMAN SCC17
 $CV_Z = 0.20$

higher measurement errors even the mean value of the parameters differ, yielding an increasing model uncertainty.

The time-dependent total uncertainty of the creep prognosis, Fig. 5.28-5.31, also increases with higher measurement errors. Due to the constant variation of the additional non-identified model parameters E_c and f_c , this increase is smaller than in the case of the individual creep parameters. The models MC10 and B3 show very high CVs for all four measurement errors, since they cannot represent the mean creep behavior sufficiently enough resulting in a high model uncertainty. Model ACI209 has the largest MSF and the highest quality MQ_{cr} for all CV_Z , as the fit to the mean measurement is the best of all models. The influence of the differences of the model prediction on the test data and, thus, the influence of the likelihood is reduced with increasing measurement uncertainty. Hence, model BOCKHOLD and model HEIDOLF show an increasing MSF. The uncertain identification of the model parameters with

increasing measurement error leads, especially for model HEIDOLF, to a reduction of MQ_{cr} so that discrepancies in the comparison to the MSF occur.

5.2.1.2 Test of Nechvatal

NECHVATAL [99] tested the basic creep behavior of concrete under high stresses. Consequently, drying creep is excluded within these experiments. The series 3-14 was tested for the stress levels of $\sigma_c/f_{c,t_0} = 0.36/0.50/0.60$. The load is applied for 180 days, removed afterwards, and the creep recovery was observed for 180 days. All stress levels were used together for the parameter identification. The measurement uncertainty is assumed to be constant with $CV_Z = 0.08$.

To simulate the unloading using the models MC10 and ACI209, a new ultimate creep coefficient with respect to the time of unloading $t_{unl.}$ has to be taken into account. This creep coefficient is calculated considering the factors referring to the age of the concrete at the beginning of loading/unloading, β_{t_0} for model MC10, Eq. (2.73), and γ_{la} for model ACI209, Eq. (2.60). The ultimate creep coefficient with respect to the time of unloading results from the ratio of the age-dependent factors of loading and unloading as well as the ultimate creep coefficient for the time at the beginning of loading t_0

$$\varphi_{\infty,t_{unl.}} = \varphi_{\infty,t_0} \frac{\beta_{t_0,t_0}}{\beta_{t_0,t_{unl.}}} \quad \text{and} \quad \varphi_{\infty,t_{unl.}} = \varphi_{\infty,t_0} \frac{\gamma_{la,t_0}}{\gamma_{la,t_{unl.}}} \quad (5.2)$$

For model B3 only the visco-elastic deformations recover after unloading. Furthermore, the compliance q_5 can be neglected as it describes the drying creep which does not occur in this test of NECHVATAL. The models BOCKHOLD and HEIDOLF also take into account irreversible plastic deformations that do not recover after unloading. As various stress levels were tested the creep coefficients for different polynomial degrees l , which define the non-linearity of creep, can be identified for model HEIDOLF.

Testing the fit of the models' predictions to the measurements, Fig. 5.32, only model HEIDOLF gives very good results for all three stress levels. Model MC10 overestimates the unloading path. As a consequence, the ultimate creep coefficient is estimated to be very high as this is the only possibility to have a slightly fit to the unloading path. Model ACI209 cannot simulate non-linear creep, thus the creep prognoses of all three stress levels are similar. This effect and the overestimation of the unloading lead to a poor prognosis. Model B3 can represent the test results relatively good, especially the stress non-linearity of creep is simulated very well. Only the unloading is simulated marginally too strong. Model BOCKHOLD gives a good agreement of the loading path but overestimates the creep recovery immensely. Model HEIDOLF shows the best fit to the loading and unloading path of the experiment which is reflected by the relatively small model uncertainty of $CV_{\Psi_{mod,cr}} = 0.05$.

The uncertainties of the creep prognosis are depicted in Fig. 5.33. Due to the high model uncertainty, model ACI209 has the highest total uncertainty. Models MC10, BOCKHOLD, and HEIDOLF show much less scatter, however in comparison to model B3 these uncertainties are still large. The increase of the uncertainty simultaneously to the stress level for models MC10,

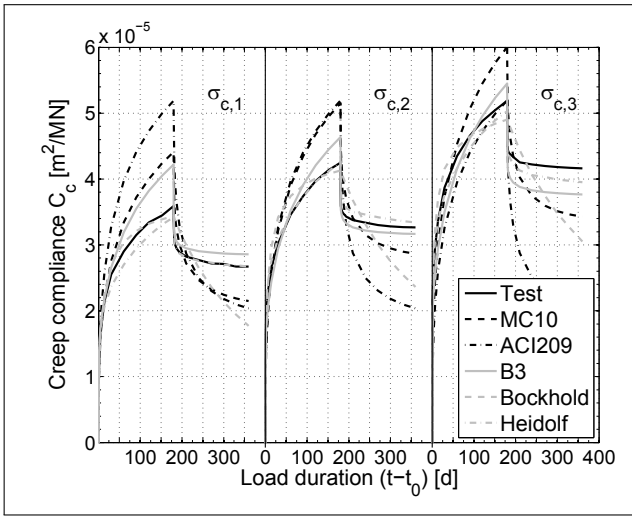


Fig. 5.32: Creep compliance NECHVATAL

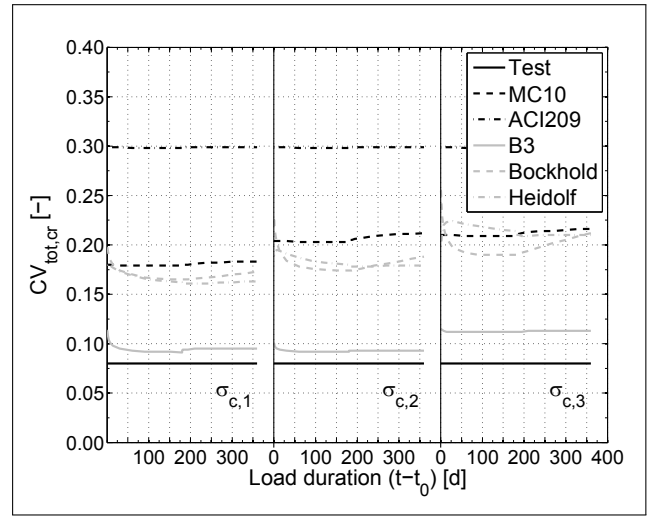


Fig. 5.33: Total uncertainty NECHVATAL

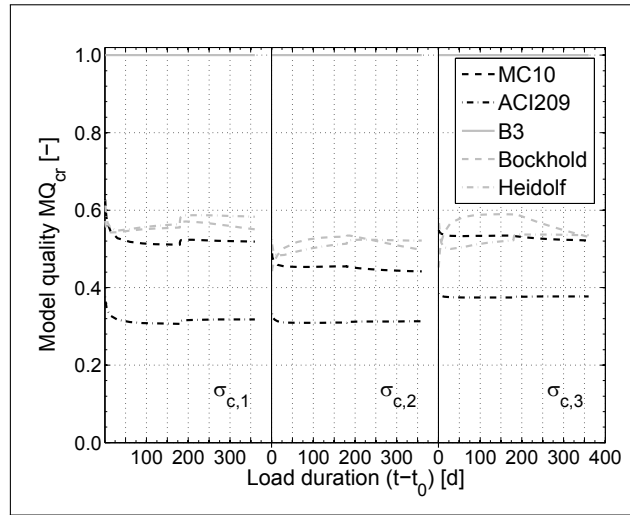


Fig. 5.34: Time-dependent model quality NECHVATAL

B3 as well as BOCKHOLD and HEIDOLF results from the increasing influence of the varying concrete stress which directly influences the over-proportionality of non-linear creep. The high model uncertainty of model MC10 overpowers the low parameter uncertainty, thus the total variation is higher than for model B3. The scatter of the prognosis of model BOCKHOLD is mainly influenced by the variation of the material parameters E_c and f_c . Its creep parameters can be determined reliably. Despite of the better fit to the measurements, model HEIDOLF shows a higher total uncertainty in comparison to model B3. This uncertainty arises from the high parameter uncertainty caused by the large number of 16 parameters that were necessary in order to simulate the non-linear creep and unloading. The identification of these 16 parameters using the given measurement data is associated with high uncertainties so that the low model uncertainty is overpowered. In contrast to model Heidolf, model B3 requires only four parameters which can be identified well.

The quality of the prediction, Fig. 5.34, is a reflection of the uncertainty plots. Model B3 has the best quality. This is also depicted by the total model quality MQ_{cr} . Contrary to MQ_{cr} the MSF is by far maximal for model HEIDOLF. The reason for this discrepancy is the dominance of the likelihood compared to the OCKHAM-factor in the determination of the model probability according to Eq. (4.48), if, like in this test of NECHVATAL, a lot of measuring points were considered. Model HEIDOLF represents the mean measurements best, thus the MSF is higher.

5.2.2 Analyses of Long-Term Creep Experiments

In contrary to the preceding investigation of short-term creep experiments, long-term creep tests are considered within this section. ROSTASY ET AL. [116] conducted long-term creep experiments with a load duration of $t - t_0 = 1315$ d. Subsequent to the loading the creep recovery was observed for additional 40 days. ROSTASY tested the concrete for a relative humidity of 100 % so that again only basic creep occurs.

The identification of the model parameters is performed considering only the loading path on the one hand and taking into account the loading and unloading test data on the other hand. The simulation of the creep recovery is done in analogy to the foregoing section.

The comparison of the predicted creep compliance of all models taking into account only the loading path, Fig. 5.35, shows that the behavior can be represented well by all of the models. The corresponding uncertainties, Fig. 5.37, are small, because most of the parameters can be estimated reliably using this long load duration. This example illustrates that the consideration of long-term creep tests significantly reduces the uncertainties of the prognoses. Analyzing the small differences of the uncertainties of the models reveals that model B3 has the lowest total uncertainty. This results from the definition of the creep compliance of model B3 neglecting the elastic modulus, which is the main source of uncertainty for all the other models. Due to the strongly time-dependent decrease of variation of model B3 all the model qualities are strongly time-dependent. The comparison using MSF and MQ_{cr} leads to the same conclusions regarding the model quality.

Performing the same comparison taking into account the loading and unloading paths, Fig. 5.36, 5.38 and 5.40, only models B3 and HEIDOLF simulate the creep compliance adequately enough. The other models under- or overestimate the creep recovery. As a consequence, the loading path is modified as well so that the unloading path of the simulation fits somewhat to the measurements. The model quality is maximal for model B3, because this model combines the lowest parameter and model uncertainty.

5.2.3 Selection of Model Complexity

In the previous examples the number of creep chains of the rheological models BOCKHOLD and HEIDOLF were defined in advance and the required model parameters were determined afterwards. Within the scope of this section it is demonstrated that the method of model

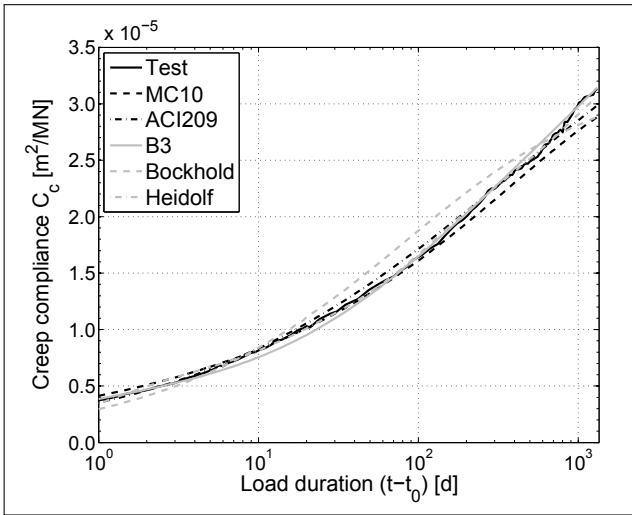


Fig. 5.35: Creep compliance ROSTASY, all days

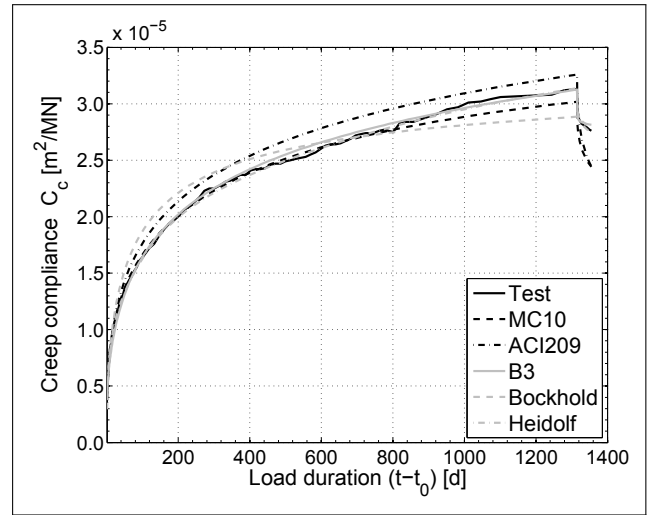


Fig. 5.36: Creep compliance ROSTASY, including unloading

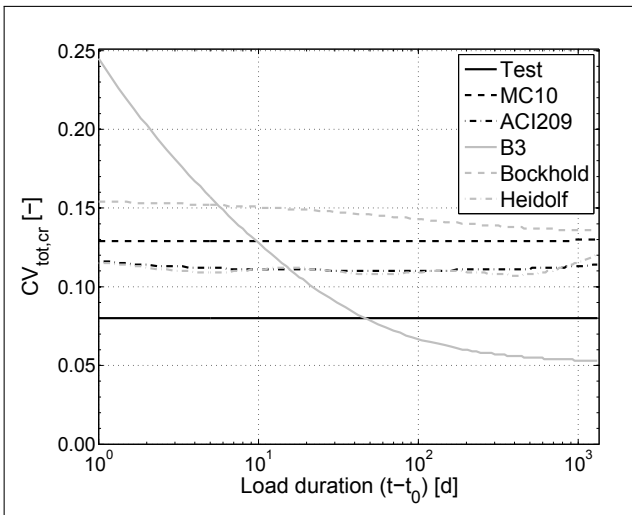


Fig. 5.37: Total uncertainty ROSTASY, all days

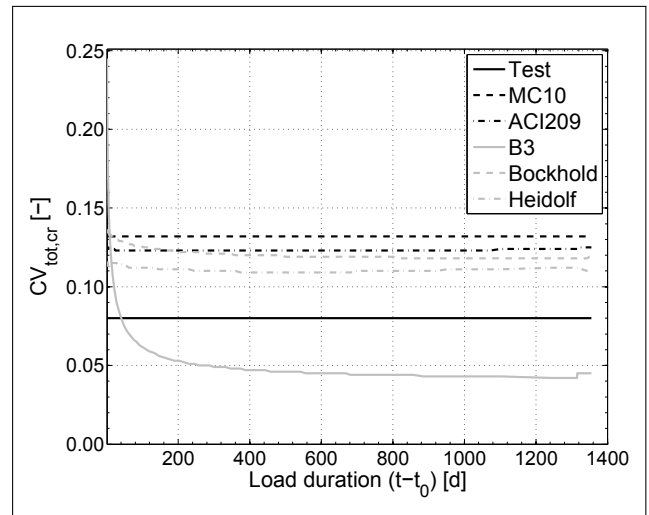


Fig. 5.38: Total uncertainty ROSTASY, including unloading

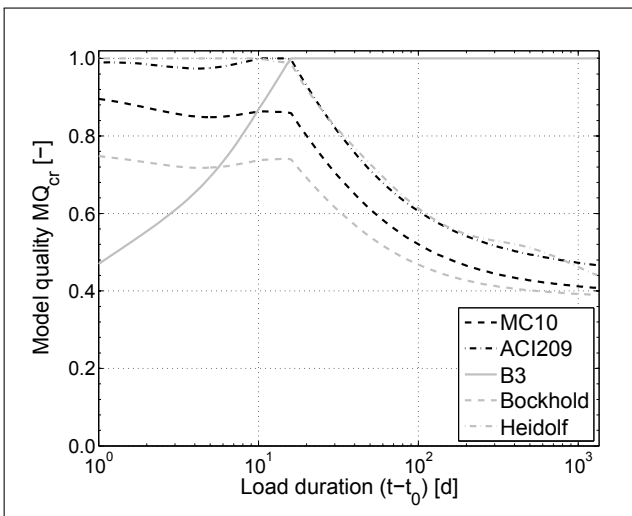


Fig. 5.39: Time-dependent model quality ROSTASY, all days

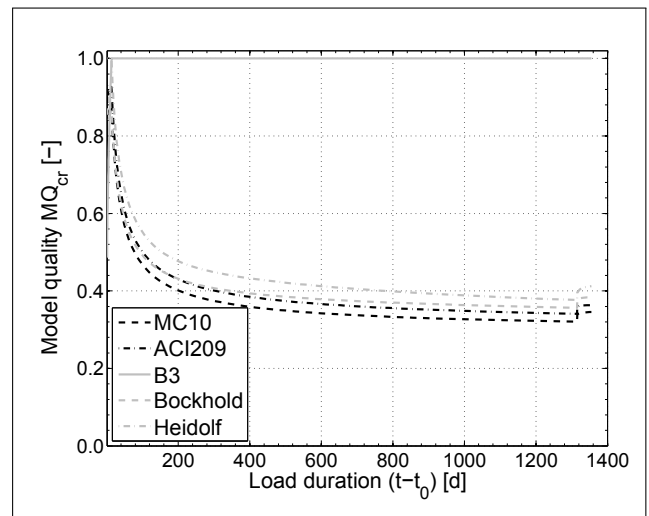


Fig. 5.40: Time-dependent model quality ROSTASY, including unloading

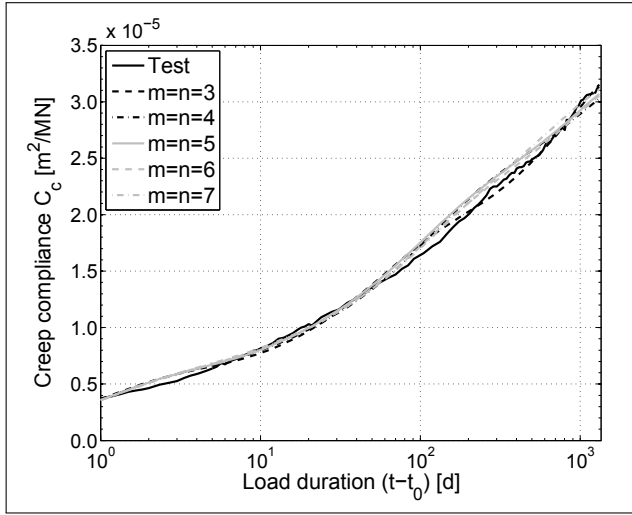


Fig. 5.41: Creep compliance ROSTASY, model HEIDOLF, different complexities

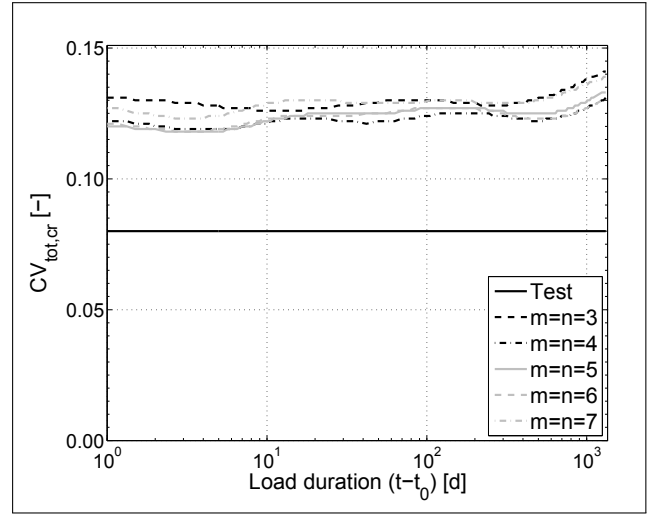


Fig. 5.42: Total uncertainty ROSTASY, model HEIDOLF, different complexities

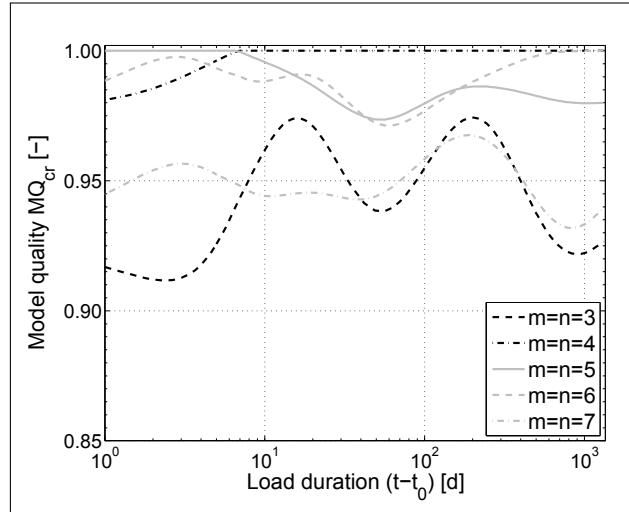


Fig. 5.43: Time-dependent model quality ROSTASY, model HEIDOLF, different complexities

model	$m = n = 3$	$m = n = 4$	$m = n = 5$	$m = n = 6$	$m = n = 7$
likelihood	3.53E+19	9.95E+19	2.25E+20	2.56E+20	2.72E+20
OCKHAM-factor	1.00E-3	3.57E-3	6.43E-4	4.08E-4	1.84E-4
posterior probability density	7.05E+16	7.10E+16	2.89E+16	2.06E+16	1.00E+16
MSF	0.05	0.52	0.21	0.15	0.07
MSF^N	0.10	1.00	0.41	0.29	0.14
$MQ_{cr,tz}$	0.95	1.00	0.99	0.99	0.95
AIC_c	-77.0	-86.9	-85.1	-81.0	-81.3
AIC_c^N	0.89	1.00	0.98	0.93	0.94
BIC	-79.8	-87.0	-86.0	-83.7	-83.8
BIC^N	0.92	1.00	0.99	0.96	0.97

Tab. 5.9: Likelihood, OCKHAM-factor, and MSFs depending on the number of creep chains

quality evaluation also allows for the determination of the most appropriate model complexity of rheological models, which is equivalent to the ideal number of creep chains m and n .

In order to do so, the test of ROSTASY was used again, but in this case only the loading path is considered. The parameters and the model quality of model HEIDOLF are calculated for different numbers of creep chains $n = m$. In Fig. 5.41-5.43 the creep compliances, total uncertainties, and model qualities are illustrated. In general, each model complexity can simulate the measured behavior reasonably. Nevertheless, small differences regarding the fit to the measurements are observed and quantified by the likelihood, according to Eq. (4.35), and documented in Tab. 5.9.

The more complex a model, the better the measured data is simulated. This is expressed by the higher likelihood. On the other hand the OCKHAM-factor decreases with the number of creep chains, as the prior probabilities of the numerous creep parameters decrease. Comparing the probability and the MSF of the models it is found out that the number of $m = n = 4$ creep chains gives the most probable model and the most appropriate model complexity. The same results are derived comparing the total model quality MQ_{cr} .

Within this table further existing model information criteria are presented, the Akaike Information Criterion AICc [3] and the BAYESIAN Information Criterion BIC [122]. These criteria attest a similar order of model quality for this comparison of complexity of the hierarchical model HEIDOLF - hierarchical because of the increasing complexity with the increasing number of creep chains. Applying these information criteria to the comparison of different non-hierarchical models, discrepancies in the evaluation might occur, since the identifiability of model parameters of different models is not taken into consideration within these criteria.

5.2.4 Prediction Quality of the Creep Models

In engineering practice creep measurements are used to calibrate the model parameters and afterwards creep is simulated with these updated models. Due to the lack of time, often only short-term creep experiments are available so that the time of the prediction exceeds the load duration of the experimental test significantly. As already illustrated in section 5.2.2 the uncertainty of the prognosis, especially the parameter uncertainty, is reduced with an increasing experimental duration. Hence, it is investigated how much the parameter and model uncertainty change when different experimental load durations t_Z are considered. The data of the varying experimental duration of $t_Z = 28/56/90/180/360/1315$ d are extracted from the tests of ROSTASY.

The parameter uncertainties of the creep prognosis for the times $t - t_0 = 50$ d/500 d/100 y are depicted in Fig. 5.44, 5.45 and 5.46 in dependence on the considered experimental load duration. In general, it is observed that the parameter uncertainty $CV_{par,cr}$ is reduced with an increasing experimental load duration. This reduction of the variance is also noticed comparing the CV of the identified parameters, see Tab. B.1-B.6. The parameter uncertainty increases with an increasing load duration $t - t_0$, since the parameters that describe the long-term creep are identified worse taking into account the given experimental short-term creep data. Comparing

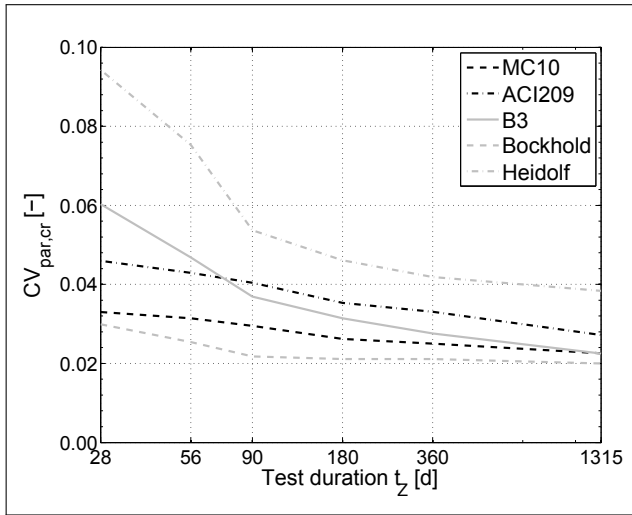


Fig. 5.44: Parameter uncertainty for various experimental durations at time $t - t_0 = 50$ d, test of ROSTASY

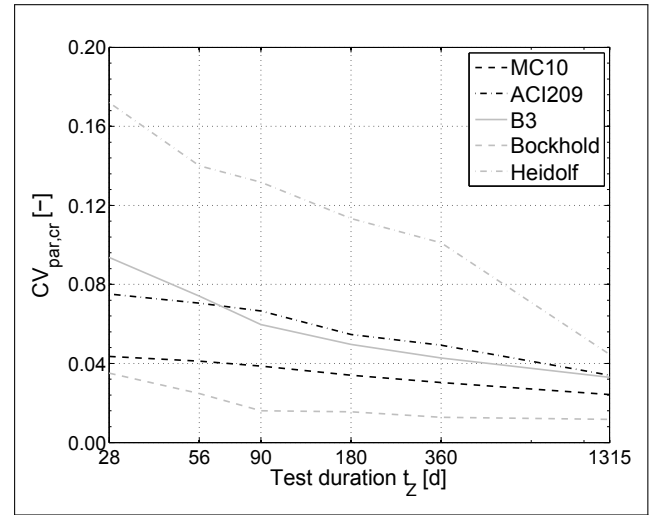


Fig. 5.45: Parameter uncertainty for various experimental durations at time $t - t_0 = 500$ d, test of ROSTASY

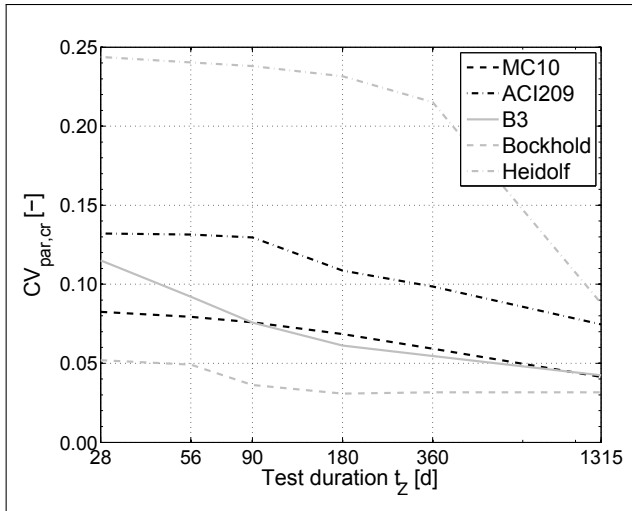


Fig. 5.46: Parameter uncertainty for various experimental durations at time $t - t_0 = 100$ y, test of ROSTASY

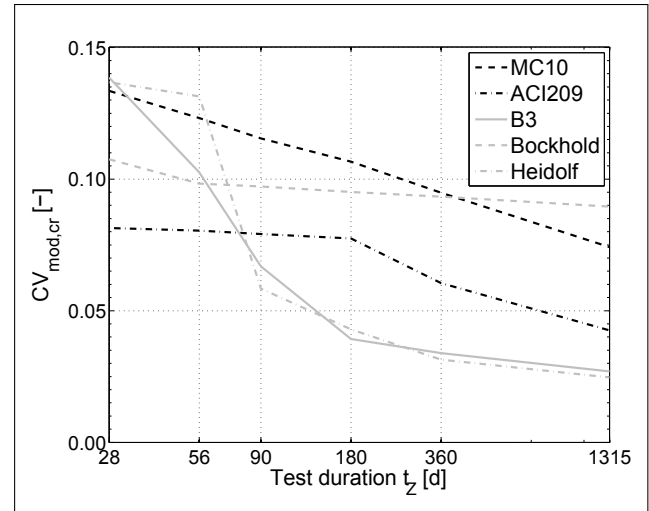


Fig. 5.47: Model uncertainty for various experimental durations, test of ROSTASY

the models themselves reveals that model HEIDOLF depends stronger on the experimental load duration t_Z than the other models do. Only the consideration of the long load duration of $t_Z = 1315$ d reduces the uncertainty of the creep prognosis for 100 years significantly. This disadvantage of the model leads to a major loss of prediction quality. Analyzing the models B3 and BOCKHOLD only a slight decrease of the parameter uncertainty $CV_{par,cr}$ is observed for experimental load durations exceeding $t_Z = 90$ d so that even the consideration of this small load duration leads to reliable creep prediction.

Examining the model uncertainty, which in that case is defined as the deviation of the experimental data to the creep prognosis taking into account the complete 1315 days of experimental load duration, a continuous decrease with increasing t_Z is detected. This finding is reasonable, because all the models are fitted better to the real creep behavior when more data is considered.

Especially the prognoses of the two rheological models are strongly improved. This fact can be explained with the limited prior knowledge of the model parameters so that more information from the measurements is required to allow for a reasonable prediction.

The calculated total model quality is independent of the load duration and is always best for model B3. The quality of the models MC10 and ACI209 decreases with increasing experimental load duration, because the uncertainty of the best model B3 decreases strongly with larger t_Z . Both rheological models show only a limited prediction quality.

5.2.5 Application of Creep Models to Special Concretes using the Example of Polymermodified Concrete (PCC)

Polymermodified Cement Concrete is, especially because of its good adhesive tensile strength as well as its high resistance to chemical loading, an important material for the restoration of concrete structures and even more as protection for concrete structures underneath [104]. It is also used for new buildings, e.g. industrial floors.

The difference between PCC and CC in the concrete composition is that polymers are added to the fresh concrete. The addition of polymers to the concrete mix can be from 5% up to 15% of the cement content. Nature and consistency of the polymer can vary. Usually, styrenebutadien and styreneacrylacidester are used as dispersion or redispersible powder. Nature and consistency as well as the minimum film-formation temperature (MFT) of the polymers have a large influence on the properties of the green and hardened concrete. For example, the polymer modification leads to a softer consistency of the ready-mixed concrete [40], resulting in a better workability.

The effect of the modification also concerns the hydration of the cement. The polymers form a film network around the cement particles and decrease the water diffusion to the non-hydrated cement particles [104]. Consequently, the hydration processes decelerate significantly and the post-hardening is more pronounced. The polymers and the cement together form the binder matrix, the polymer phases interpenetrate the cement phases [46]. Furthermore, the void volume of the hardened concrete increases.

The properties of the hardened concrete are influenced by the aforementioned phenomena. The Young's modulus and the compressive strength decrease, the tensile and the flexural tensile strength increase up to a factor of two. The material shows a more ductile fracture behavior. The decelerated hydration and the increased void volume together with viscous properties of the polymer itself lead to significant viscous properties of the material, resulting in a high creep compliance [55].

MANGAT, BAGGOTT and EVANS [92], BISHARA, ROSE and REDA YOUSSEF [26] as well as VAN GEMERT and VANOVERSCHELDE [140] studied the creep behavior of concrete with different types of polymers and modified the existing models using the experimental data. They conclude that the creep behavior strongly varies with the type and amount of the polymer added and no general valid model exists. HEIDOLF [70] developed a rheological model especially to describe

the creep behavior of PCC. Nevertheless, the model parameters always need to be identified using experimental data, a creep prognosis without measurements is not possible.

In the following, the modification of the models MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD, and HEIDOLF with respect to the creep behavior is investigated. For this purpose the experimental data of FLOHR [55, 54] is considered. FLOHR added a polymer based on styreneacrylacidester as redispersible powder (the so-called PCC2) to the concrete. The polymer-cement-ratio was chosen with $p/c = 0.15$ and the long-term behavior was tested in two different series. In test 1 the concrete is loaded at an age of $t_0 = 75$ d and the load duration is $t - t_0 = 28$ d. Test 2 considered an age of concrete at the beginning of loading of $t_0 = 265$ d and applied the load for $t - t_0 = 154$ d. The 28-day parameters of the concrete are given in Tab. 5.8, the strength and stiffness at time t_0 for test 1 are $f_{c,t_0} = 41.3$ MN/m² and $E_{c0,t_0} = 27800$ MN/m², and for test 2 $f_{c,t_0} \approx 42.0$ MN/m² and $E_{c0,t_0} \approx 28300$ MN/m². The creep behavior of PCC strongly differs from the behavior of standard concrete, thus the prior knowledge of the model parameters of the models MC10, ACI209, and B3 cannot be used. As a consequence a prior uniform distribution is chosen for the models' parameters.

The results of the identification and the derived model qualities for both tests are depicted in Fig. 5.48-5.53. Model MC10 overestimates the creep compliance and thus cannot simulate the creep behavior of PCC. The time function of this model is not flexible enough to describe the specific time dependency of the creep compliance of PCC. This leads to a high model and total uncertainty.

The application of the model BOCKHOLD for PCC is not recommended either. The creep affinity is significantly underestimated for the tests with the age of loading of $t_0 = 75$ d. Studying test 2 the creep behavior can be explained in parts, but the creep rate at the end of the experimental load duration, equivalent to the slope of the creep curve, is much smaller than the experimental one. This would result in a smaller creep compliance of the prognosis when the load duration of the experiment is exceeded. In analogy to model MC10 a high model uncertainty is observed so that the model quality is small.

Model B3 is appropriate for the creep prognosis of PCC to some extent. The creep compliance of the experiments can be simulated sufficiently enough, but the creep rate at the end of the measurement is overestimated. Due to the strong creep of PCC right after beginning of loading, the creep parameters are identified as relatively large. This results in a good fit with the short-term measurements of the tests used here, but leads to an overestimation of the creep prognosis for larger times. However, the main error of the models becomes obvious when the parameters q_2 to q_5 of test 1 and 2 are compared. Model B3 defines these parameters in dependence on the 28-day strength and the concrete composition, which are identical for these two tests. In this respect the parameters should be identical as well, but this is not the case. The reason for this is the strong post-hardening of PCC which is not simulated reliably. This problem leads to the conclusion that the application of the model to individual tests gives relative good fits, but the parameters are not identified uniquely and thus a general use of this model for PCC2

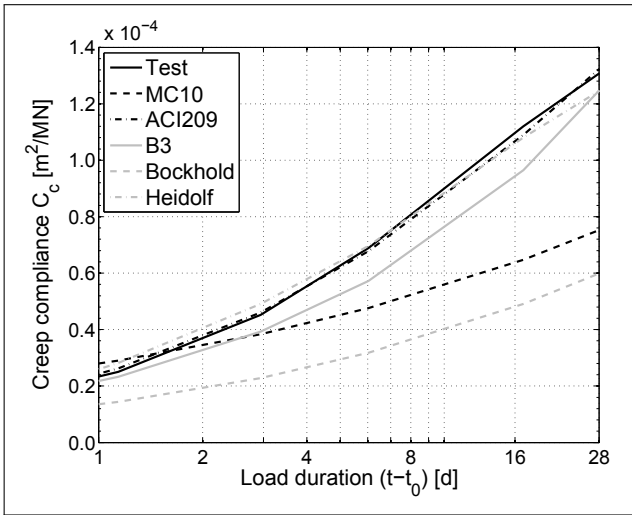


Fig. 5.48: Creep compliance FLOHR, PCC Test 1

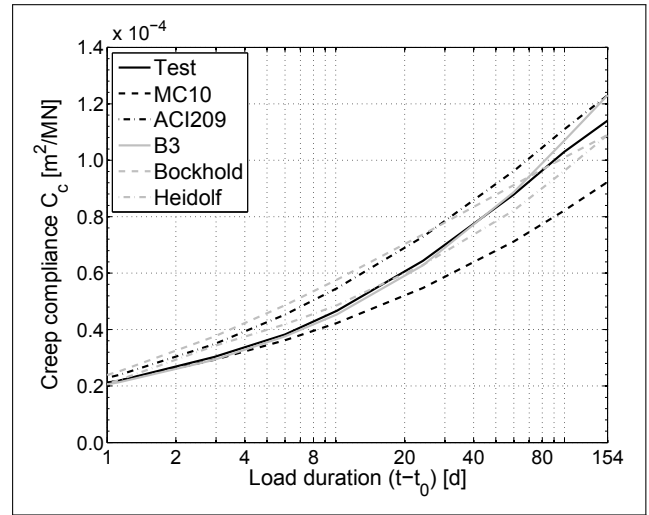


Fig. 5.49: Creep compliance FLOHR, PCC Test 2

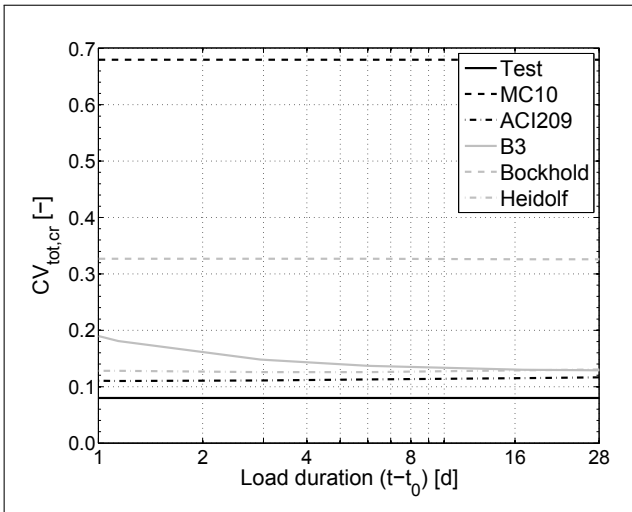


Fig. 5.50: Total uncertainty FLOHR, PCC Test 1

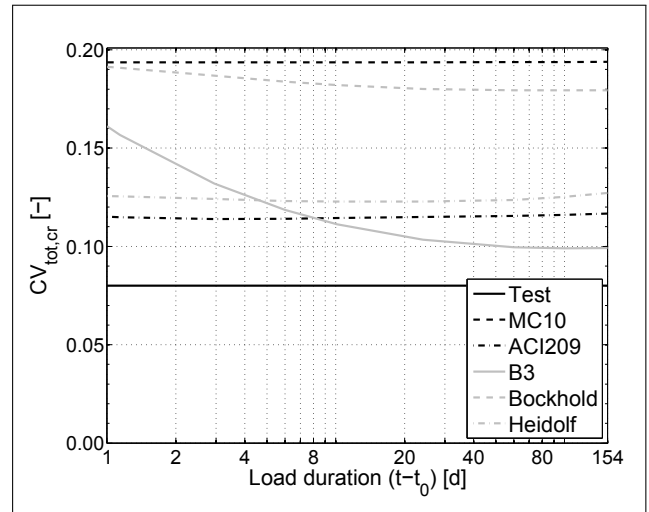


Fig. 5.51: Total uncertainty FLOHR, PCC Test 2

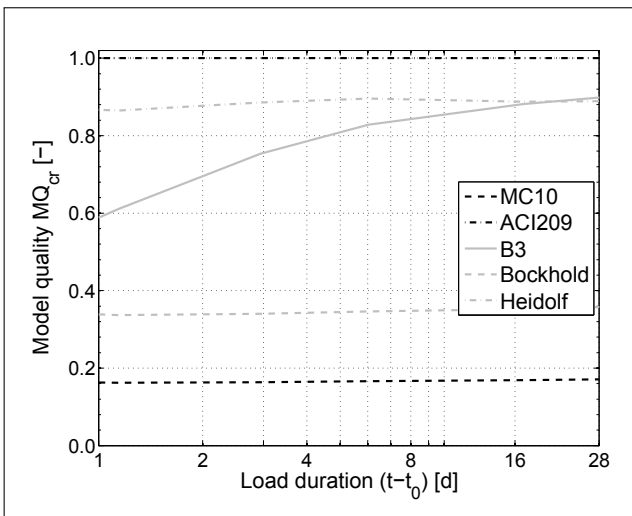


Fig. 5.52: Time-dependent model quality FLOHR, PCC Test 1

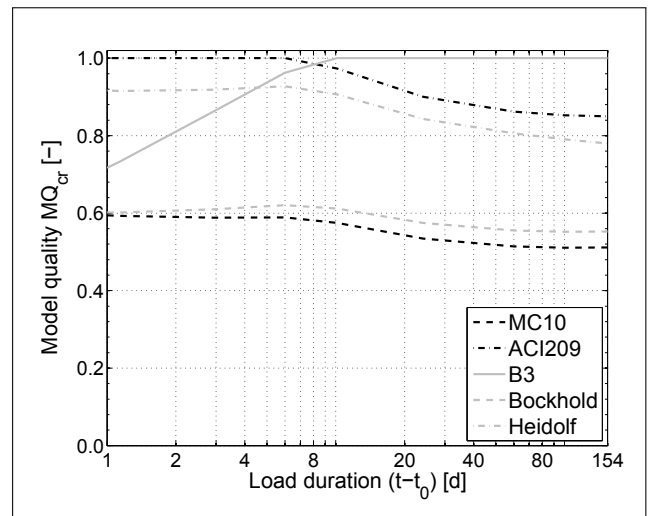


Fig. 5.53: Time-dependent model quality FLOHR, PCC Test 2

is not allowed for. This finding is not a result of the developed quality evaluation method, as this method compares only comprehensively validated creep models. The evaluation of the model using the developed strategy attests a high quality, but is only valid for individual creep tests and not the combination of both experimental tests.

Model ACI209 simulates the creep behavior with a good agreement to the measurement data resulting in a low model uncertainty for both tests. The main reason for this is the flexibility of the time function. The ultimate creep coefficient varies only to a low extent for both tests. In contrast to this the exponent Ψ of the time function changes significantly. With this varying time function the strong creep of test 1 right after beginning of loading and the continuous increase of the creep compliance of test 2 are modeled accurately. The approximative similar ultimate creep coefficient for both tests can be explained with a reduction of $\varphi_{c,\infty}$ with the increasing age of concrete at the beginning of loading t_0 as well as the increase of $\varphi_{c,\infty}$ with the higher stress intensity of test 2. The total uncertainty of the model is small for both tests. In order to improve the parameter reliability and the creep prediction, further experiments of the PCC should focus on the dependency of the time function on the concrete age at the beginning of loading.

The general applicability of model HEIDOLF for PCC under cyclic loading was already proven in [70]. The investigations within this thesis demonstrate that the creep behavior of polymer-modified concrete under sustained loading can be represented as well, though the total uncertainty of the prognosis is high, which results from the high parameter uncertainty due to the poor identifiability of the model parameters.

Considering the experimental data of the two tests of PCC it is found out that model ACI209 and HEIDOLF can simulate the long-term creep behavior of PCC. Nevertheless, the general applicability of these models to PCC still needs to be proven which requires more than the two used experimental series. The further testing should focus on the characterization of the creep behavior for varying stress levels and varying ages of the concrete at the beginning of loading.

5.3 Summary

The evaluation of model quality without consideration of experimental data was conducted for the models MC10, ACI209, B3, and GL2000. The results show a decisively smaller parameter uncertainty of model B3 in comparison to the other models. Analyzing the model uncertainty model ACI209 reveals the highest values leading to a high total uncertainty and a low model quality. Model B3 always shows the highest quality, resulting from the low parameter and model uncertainty. The approximation of the parameter uncertainty by response surfaces gives the same results.

The models MC10, ACI209, B3, BOCKHOLD, and HEIDOLF were updated using existing measurement data and their qualities are analyzed. The evaluation of the model quality depends on the specific creep compliance of the individual test as well as the measurement uncertainty. It is pointed out that an increasing measurement uncertainty leads to an increasing variation

of the creep prognosis. Simulating loading and unloading of concrete, models B3 and HEIDOLF are most appropriate. In general, it is observed that the uncertainty of the creep prediction is reduced with increasing experimental load duration. This is applicable to both parameter and model uncertainty.

The assessment using the model selection factor MSF or the total uncertainty of the prognosis, quantified by the total model quality MQ_{cr} , sometimes provides differing results. The main cause for this is the increasing relevance of the likelihood compared to the OCKHAM-factor for an increasing number of measuring points and the influence of the prior knowledge of the creep parameters when applying the MSF. Hence, the evaluation with respect to the total uncertainty of the prognosis should be preferred. Furthermore, the assessment based on the total quality MQ_{cr} allows for the consideration of load durations exceeding the experimental ones.

Evaluating creep models with a different number of creep chains indicates the functionality of the developed method for the selection of the most appropriate complexity for hierarchically built models.

The application of the models to creep experiments of polymermodified concrete illustrates that the models ACI209 and HEIDOLF can be modified in order to simulate the creep behavior of PCC. For a general conclusion regarding the simulation of the creep behavior of PCC using the existing models further experimental tests, in particular considering varying stress levels, and subsequent simulations are necessary.

6 Creep in Structures and Evaluation of Coupled Partial Models

6.1 Numerical Model

In order to analyze global structural systems under consideration of creep, algorithms based on the Finite-Element-Method (FEM) are implemented in the software MATLAB. The designed application enables the calculation of geometric and physical non-linear concrete, reinforced concrete, and prestressed concrete structures taking into account the time-dependent material behavior of concrete. Using the self-developed code facilitates the analysis of non-linear creep, which is in contrast to the predominant commercial softwares. This calculation of non-linear creep is an important requirement for the application of rheological creep models.

The basic principle of the code is continuum mechanics. Consequently, cracks in concrete are considered as "smeared". The beam theory of BERNOLLI is applied to beam elements so that the cross-section remains plane during the deformation process and shear deformations are excluded. Further assumptions are: rigid bond, warping and torsional free cross-sections, and the negligence of inertia forces.

In the following the major basics of the FEM and its specialties of the own implementation are described.

6.1.1 Fundamentals of the FEM Model

Variational Principle and general FEM

The FEM [6, 25, 149] is a numerical method to solve partial differential equations and is based on variational principles. The *principle of the minimum of the total potential* denotes that a system is in equilibrium if its total potential is at minimum value. This total potential Π results from the strain energy W_i of the system and the potential of the external loads Π_a , or external energy W_a respectively,

$$\Pi(\mathbf{U}) = W_i(\mathbf{U}) + \Pi_a(\mathbf{U}) = W_i(\mathbf{U}) - W_a(\mathbf{U}). \quad (6.1)$$

Both W_i and Π_a depend on the vector of the deformations \mathbf{U} . An extreme value exists, if

$$\delta\Pi(\mathbf{U}) = 0. \quad (6.2)$$

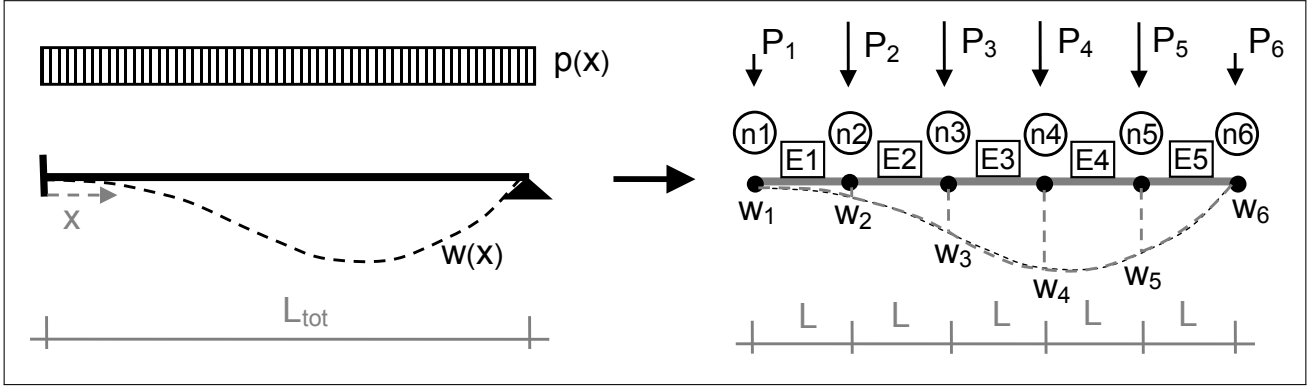


Fig. 6.1: Discretization of a structure into finite elements E and nodes n , element-wise approximation of deformation w

Due to its complexity, the deformational behavior of the global structure \mathbf{U} cannot be described by holistic analytical functions. Therefore, the system is discretized into a finite number of elements, Fig. 6.1. For one element Eq. (6.2) becomes

$$\delta\Pi^E(\mathbf{u}) = - \int_V \delta\boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV + \int_V \delta\mathbf{u}^T \mathbf{p} dV + RT = 0, \quad (6.3)$$

with the deformations of the element \mathbf{u} , the volume V , the strain and stress matrices $\boldsymbol{\varepsilon}$ and $\boldsymbol{\sigma}$, the loading of the element \mathbf{p} and boundary terms RT . The deformational behavior of an element is described approximately by shape function $\boldsymbol{\Omega}$ depending on the nodal degrees of freedom of the element \mathbf{v}

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v}. \quad (6.4)$$

The internal strains $\boldsymbol{\varepsilon}$ are calculated from the nodal degrees of freedom \mathbf{v} applying the kinematic relation

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}_k \mathbf{u} = \mathbf{D}_k \boldsymbol{\Omega} \mathbf{v} = \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (6.5)$$

with the differential operator \mathbf{D}_k . The differentiation of the shape function is summed up as \mathbf{B} -matrix. The stresses result from the material model

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E} \mathbf{B} \mathbf{v}, \quad (6.6)$$

wherein \mathbf{E} is the elastic modulus. Combining Eq. (6.4)-(6.6) and Eq. (6.3) and additionally neglecting the boundary terms results in

$$-\delta\mathbf{v}^T \left[\int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \mathbf{v} - \int_V \boldsymbol{\Omega}^T \mathbf{p} dV \right] = 0. \quad (6.7)$$

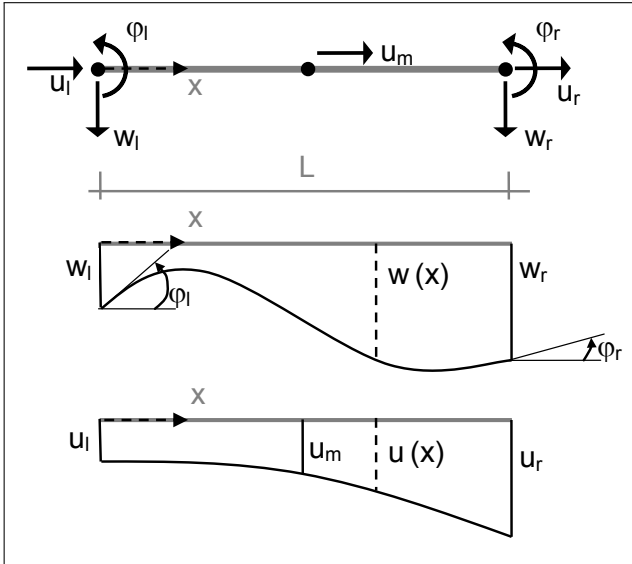


Fig. 6.2: Beam element with seven degrees of freedom, shape of u and w

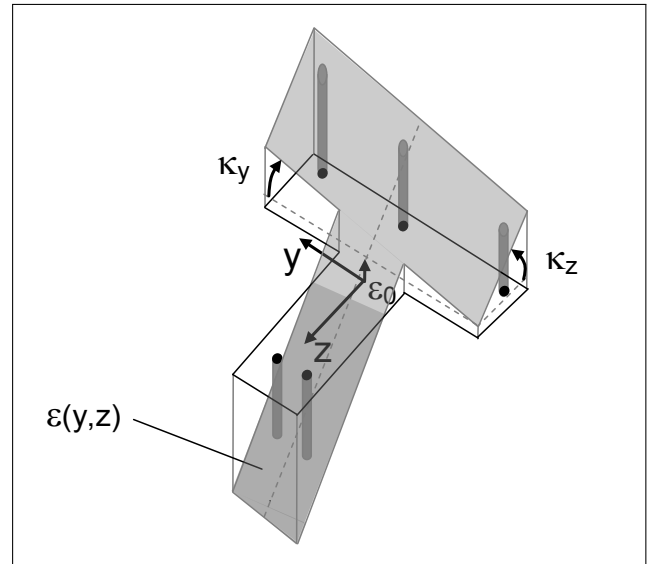


Fig. 6.3: Plane of strains for biaxial bending

Furthermore, the stiffness matrix \mathbf{k} and the vector of external forces \mathbf{q} of an element are defined with

$$\mathbf{k} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \quad (6.8)$$

and

$$\mathbf{q} = \int_V \mathbf{\Omega}^T \mathbf{p} dV \quad (6.9)$$

Finally, the equilibrium of an element in discrete form results in

$$\mathbf{k} \mathbf{v} = \mathbf{q}. \quad (6.10)$$

In the next step the stiffness matrix \mathbf{K} and the vector of the external loads \mathbf{P}_{ext} of the global system are assembled. In order to do so, the stiffness matrices and load vectors of each single element are used and the relations between local and global degrees of freedom are taken into account. The solution of the global system is carried out in analogy to Eq. (6.10)

$$\mathbf{K} \mathbf{V} = \mathbf{P}_{int} = \mathbf{P}_{ext}. \quad (6.11)$$

Doing so, the vector of internal forces \mathbf{P}_{int} equals the vector of external forces \mathbf{P}_{ext} , which is the equilibrium of forces.

Elements and Shape Functions

Within the scope of this thesis a beam element with seven degrees of freedom [25] is applied, Fig. 6.2. The transversal displacement w is described by the shape functions of HERMIT $\mathbf{N}_w(x)$

- equivalent to a cubical polynomial. The course of w along an element is characterized by

$$w^E(x) = \mathbf{N}_w(x) \mathbf{v}_w = N_{w1}(x) w_l + N_{w2}(x) \varphi_l + N_{w3}(x) w_r + N_{w4}(x) \varphi_r, \quad (6.12)$$

with

$$\begin{aligned} N_{w1}(x) &= 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3}; & N_{w2}(x) &= x - 2\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ N_{w3}(x) &= 3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3}; & N_{w4}(x) &= -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}. \end{aligned} \quad (6.13)$$

The degrees of freedom w_l and w_r as well as φ_l and φ_r are the nodal displacements and rotations of the element. The longitudinal displacement u is approximated by quadratic shape functions $\mathbf{N}_u(x)$. These functions are essential especially for physical and geometrical non-linear analyses, because a linearly decreasing and increasing strain at centroid can be simulated. The longitudinal displacement of an element results in

$$u(x) = \mathbf{N}_u(x) \mathbf{v}_u = N_{u1}(x) u_l + N_{u2}(x) u_m + N_{u3}(x) u_r, \quad (6.14)$$

with

$$N_{u1}(x) = 1 - 3\frac{x}{L} + 2\frac{x^2}{L^2}; \quad N_{u2}(x) = 4\frac{x}{L} + 4\frac{x^2}{L^2}; \quad N_{u3}(x) = -\frac{x}{L} + 2\frac{x^2}{L^2}. \quad (6.15)$$

Herein u_l , u_m , and u_r are the degrees of freedom in longitudinal displacements.

Compatibility Conditions at Cross-Section and Element Level

The kinematics of the plane beam are characterized by its strain at centroid ε_0 and its curvature κ . These properties yield from the differentiation of the shape function, expressed by the \mathbf{B} -matrix:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_0(x) \\ \kappa(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_x & 0 \\ 0 & -d_x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{B} \mathbf{v} \quad (6.16)$$

with

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} N'_{u1}(x) & 0 & 0 & N'_{u2}(x) & N'_{u3}(x) & 0 & 0 \\ 0 & -N''_{w1}(x) & -N''_{w2}(x) & 0 & 0 & -N''_{w3}(x) & -N''_{w4}(x) \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

and

$$\mathbf{v} = \left[u_l \quad w_l \quad \varphi_l \quad u_m \quad u_r \quad w_r \quad \varphi_r \right]^T. \quad (6.18)$$

In the case of biaxial bending the curvature is distinguished into the values of the particular axial direction. Assuming the plane state of the beam during deformation, Fig. 6.3, the strain

ε at each point of the cross-section is calculated from κ and ε_0 and its coordinates y and z

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_0 + \kappa_y z \quad \text{and} \quad \varepsilon(y, z) = \varepsilon_0 + \kappa_y z + \kappa_z y. \quad (6.19)$$

Constitutive Equation

The stress σ is determined from the strain ε and internal variables $\boldsymbol{\alpha}_{int}$, which define the non-linear material behavior,

$$\sigma = f(\varepsilon, \boldsymbol{\alpha}_{int}). \quad (6.20)$$

These internal variables are generally depending on the loading path as well as the strain path, e.g. the damage index D_c and the maximum obtained stress of concrete $\alpha_{c,cr}$.

In this thesis the material formulations of concrete according to MC10 [39] are used. These are the non-linear stress-strain relations under compression and constant *tension-stiffening* subsequent to cracking under tension. Furthermore, the extensions of these models of MC10 to damage simulations by PÖLLING [110] and HÄUSSLER-COMBE [68] are applied.

Discretization of Cross-Section

The axial and bending stiffnesses of a beam are obtained by integration over the area of the cross-section

$$EA = \int_A E(y, z) dA, \quad EI_y = \int_A E(y, z) z^2 dA \quad \text{and} \quad EI_z = \int_A E(y, z) y^2 dA. \quad (6.21)$$

The section forces are calculated by integrating the stresses over the cross-section

$$N = \int_A \sigma(y, z) dA, \quad M_y = \int_A \sigma(y, z) z dA \quad \text{and} \quad M_z = \int_A \sigma(y, z) y dA. \quad (6.22)$$

Within the framework of this thesis, the integrals of Eq. (6.21) and (6.22) are substituted by summations. Hence, the cross-section is discretized into layers (uniaxial bending) and fibers (biaxial bending), Fig. 6.4. The integral over the cross-section is replaced by the sum over all D layers or fibers. For each layer/fiber a constant stiffness and a linear distribution of stresses is assumed. Hence, Eq. (6.21) and (6.22) are converted to

$$EA = \sum_{j=1}^D E_j A_j, \quad EI_y = \sum_{j=1}^D E_j A_j z_j^2 \quad \text{and} \quad EI_z = \sum_{j=1}^D E_j A_j y_j^2 \quad (6.23)$$

as well as

$$N = \sum_{j=1}^D \bar{\sigma}_j A_j, \quad M_y = \sum_{j=1}^D N_j z_j \quad \text{and} \quad M_z = \sum_{j=1}^D N_j y_j. \quad (6.24)$$

For each layer/fiber a different material model can be applied so that the analysis of various composite cross-sections is allowed for.

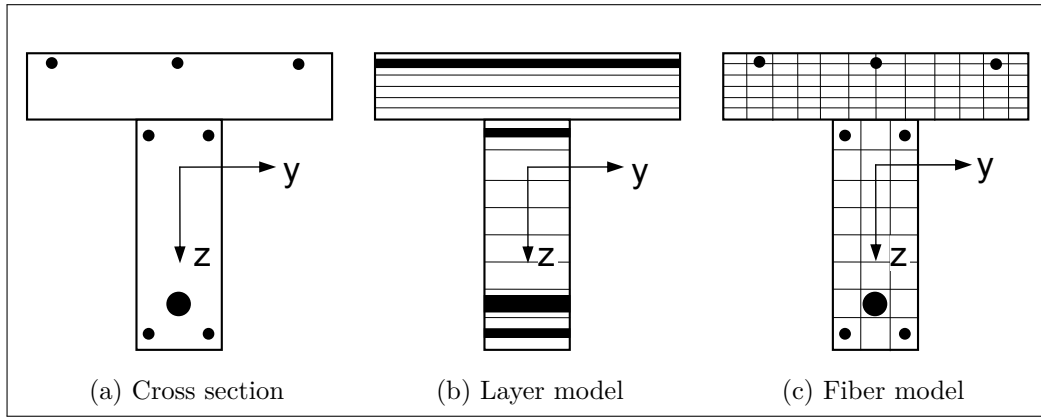


Fig. 6.4: Discretization of cross-section into layers and fibers

The vector of the internal forces is composed of the particular section forces of the element

$$\mathbf{p}_{int} = [N^l, Q^l, M^l, N^m, N^r, Q^r, M^r]^T. \quad (6.25)$$

Assembling of Stiffness Matrix

The stiffness matrix of each element is determined according to Eq. (6.8). In the case of beam elements the integral over the volume V is replaced by the integral over the length of the element L . This integration is done separately for the transversal displacement w

$$\mathbf{k}_w = \int_0^L EI(x) \mathbf{N}_w''^T(x) \mathbf{N}_w''(x) dx, \quad (6.26)$$

and the longitudinal displacement u

$$\mathbf{k}_u = \int_0^L EA(x) \mathbf{N}_u'^T(x) \mathbf{N}_u'(x) dx. \quad (6.27)$$

If EA and EI are constant over the length of an element, the integral and sequentially the stiffness matrix can be solved exactly. If EA and EI are varying over the element, e.g. due to cracking of concrete, Eq. (6.26) and (6.27) have to be solved numerically, because the distributions of the stiffness over the element $EA(x)$ and $EI(x)$ cannot be described analytically. The numerical integration is done by the GAUSS-LEGENDRE-quadrature.

Extension to Physical and Geometrical Non-Linearity

Due to physical non-linearity the tangent modulus E of the material depends on the actual state of deformation. Furthermore, as consequence of the geometric non-linear kinematics of the beam the strain at centroid becomes

$$\varepsilon_0(x) = \mathbf{N}'_u(x) \mathbf{v}_u + \frac{1}{2} (\mathbf{N}'_w(x) \mathbf{v}_w)^2, \quad (6.28)$$

wherein small rotations are assumed. Eq. (6.28) denotes the increase of longitudinal strain due to rotation of the element.

Inserting the modified kinematics of Eq. (6.28) into the calculation of the potential according to Eq. (6.3) yields a non-linear equation. In order to solve this equation, a linearization is required. The stiffness matrices \mathbf{k} and \mathbf{K} become inconstant and depend on the actual displacements \mathbf{u} and \mathbf{U}

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}(\mathbf{u}) \quad \text{and} \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{U}). \quad (6.29)$$

Consequently, the deformational behavior has to be described incrementally

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \overset{+}{\mathbf{u}} \quad \text{and} \quad \mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}} + \overset{+}{\mathbf{U}}, \quad (6.30)$$

with $\bar{\mathbf{u}}$ as the deformation of the initial state and $\overset{+}{\mathbf{u}}$ as the increment of the deformation. Following Eq. (6.30) the strains and stresses need to be calculated incrementally as well. Additionally, the stiffness matrix \mathbf{k} is substituted by the tangential stiffness matrix \mathbf{k}_T , which is composed of four parts

$$\mathbf{k}_T = \mathbf{k}_l + \mathbf{k}_{ul} + \mathbf{k}_{unl} + \mathbf{k}_\sigma. \quad (6.31)$$

Herein \mathbf{k}_l is the elastic stiffness matrix according to Eq. (6.26) and (6.27), but replacing the elastic modulus \mathbf{E} by the actual tangent modulus \mathbf{E}_{tan} . The further matrices are the linear \mathbf{k}_{ul} and quadratic \mathbf{k}_{unl} initial deformation matrix as well as the initial stress matrix \mathbf{k}_σ , which consider the influence of the geometric non-linear kinematics on the stiffness of the system. Furthermore, the vector of the internal node forces, Eq. (6.25), is modified with respect to the non-linear deformational behavior. Additional detailed information regarding geometrical and physical non-linear FEM is given in [6, 149].

Resulting from the dependency of the stiffness matrix on the deformation state only an iterative solution of Eq. (6.11) is possible. The increment of the global displacements is calculated from the equilibrium condition $\mathbf{P}_{int} = \mathbf{P}_{ext}$ of the global system

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{K}_T(\bar{\mathbf{U}})^{-1} (\mathbf{P}_{ext} - \mathbf{P}_{int}). \quad (6.32)$$

In general, non-linear analyses require several iteration steps until the equilibrium condition $\mathbf{P}_{int} - \mathbf{P}_{ext} = \mathbf{R} \approx \mathbf{0}$ is achieved. According to the NEWTON-RAPHSON-Iteration, the tangential stiffness matrix \mathbf{K}_T is updated after each iteration step f and the new increment of deformation $\Delta \mathbf{U}^f$ is determined for the residual forces \mathbf{R} . The final solution is found if the predefined criteria of convergence $|\mathbf{R}|/|\mathbf{P}_{ext}| \leq a$ are fulfilled. The total displacements after F iteration steps become

$$\mathbf{U} = \sum_{f=1}^F \Delta \mathbf{U}^f, \quad \text{with} \quad f = 1, \dots, F. \quad (6.33)$$

6.1.2 Consideration of Long-Term Behavior

Based on the BERNOLLI-Hypothesis the total strains ε_{tot} of the cross-section are determined by Eq. (6.19). Taking into consideration the short- and long-term behavior, the total strains are composed of several strain components:

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,pl} + \varepsilon_{c,da} + \varepsilon_{c,cr} + \varepsilon_{c,sh} + \varepsilon_{c,hyd} + \varepsilon_{c,T}. \quad (6.34)$$

Herein $\varepsilon_{c,el}$ is the elastic strain, $\varepsilon_{c,pl}$ is the plastic strain, and $\varepsilon_{c,da}$ is the strain due to damage of the short-term material model, $\varepsilon_{c,cr}$ is the creep strain, $\varepsilon_{c,sh}$ is the shrinkage strain, $\varepsilon_{c,hyd}$ is the strain due to hardening of concrete under sustained loading, and $\varepsilon_{c,T}$ is the strain due to temperature. The concrete stress is calculated only from the strain of the short-term material behavior $\varepsilon_{c,i}$

$$\sigma_c = f(\varepsilon_{c,i}) = f(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,pl} + \varepsilon_{c,da}) = f(\varepsilon_{c,tot} - \varepsilon_{c,cr} - \varepsilon_{c,sh} - \varepsilon_{c,hyd} - \varepsilon_{c,T}). \quad (6.35)$$

The long-term strains are stress free and are consequently - analog to pre-strains - subtracted from the total strains.

The use of the layer and fiber model allows for the consideration of arbitrarily non-linear distributed pre-strains over the cross section. Hence, the simulation of non-linear creep is facilitated.

The selection of the short-term material models depends on the choice of the specific creep model. The compliance functions of the creep models MC10, ACI209, B3, and GL2000 require linear-elastic material models of concrete under compression and tension below tensile strength. Consequently, no plastic and damage strains occur. Model BOCKHOLD is in need of the short-term material model by PÖLLING [110], which corresponds to the model of MC10, but extends it to the consideration of damage and plastic deformation. Model HEIDOLF uses the short-term formulation by HÄUSSLER-COMBE [68], whose parameters are calibrated in the way that the stress-strain-relation is similar to MC10.

Influence of Post-Hardening

The stiffness $E_c(t)$ increases due to post-hardening of concrete. This fact has to be considered when calculating the elastic strains in the case of time-dependent varying stresses, which yields an incremental formulation of the material model. According to GILBERT [58], the actual strain at time t_k for a linear-elastic material model is calculated by summation over all N precedent time intervals

$$\varepsilon_{c,el}(t_k) + \varepsilon_{c,hyd}(t_k) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)}. \quad (6.36)$$

Herein $\Delta\sigma_c(t_i)$ is the stress difference at the beginning and at the end of the i -th time interval with

$$\Delta\sigma_c(t_i) = \sigma_c(t_i) - \sigma_c(t_{i-1}). \quad (6.37)$$

For $i = N$ the stress $\sigma_c(t_i)$ corresponds to the stress of the actual time t_k . The conversion of this equation with respect to $\sigma_c(t_i)$, with $i = N$ for t_k , results in a formulation of the actual stress depending on the whole stress history.

The actual elastic strain is calculated from the stiffness at time t_k , $E_c(t_k)$, and the actual stress $\sigma_c(t_k)$

$$\varepsilon_{c,el} = \frac{\sigma_c(t_k)}{E_c(t_k)}. \quad (6.38)$$

The strain due to hydration while being loaded, $\varepsilon_{c,hyd}(t_k)$, is obtained by the following difference

$$\varepsilon_{c,hyd}(t_k) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)} + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\sigma_c(t_i)}{E_c(t_i)} - \frac{\sigma_c(t_k)}{E_c(t_k)}. \quad (6.39)$$

Model BOCKHOLD simulates the hardening of concrete using a rate-type formulation of the spring of the KELVIN-element. The tangential stiffness of the creep spring increases over time, requiring an incremental procedure. Model HEIDOLF takes into account the increasing stiffness by adding further springs i to the short-term model [70]. The stiffness E_c^i of the additional springs corresponds to the difference of the elastic modulus of the two instants of time t_i and t_{i-1}

$$E_c^i = E_c(t_i) - E_c(t_{i-1}). \quad (6.40)$$

These springs are inserted at the state of loading so that the actual elastic strain becomes the pre-strain of the springs. Thus, the effect of hardening while being loaded is automatically included.

Calculation of Creep Strains

The calculation of creep strains is distinguished between compliance functions and rheological models. The compliance functions require an integration of the concrete stresses over the whole stress history. This time integration is made numerically according to DIENER, Eq. (2.88). This method allows for the application of the time integration even for non-linear creep. The creep strain of the actual time step is calculated in dependence on the precedent stress distributions. In the case of linear creep the algorithm by DIENER is equivalent to the principle of superposition by BOLTZMANN, Eq. (2.21).

Rheological models determine the creep strains of the actual time increment in dependence of the creep strains and creep rates of the precedent time step. An integration over the whole

stress history is not necessary. The specific relations for model BOCKHOLD and HEIDOLF are given in section 2.2.3.7.

Creep under tension is considered visco-elastic for all creep models. If cracks occur, a constant tension stiffening is assumed. Due to creep of bond, the tension stiffening is decreasing time-dependently according to Eq. (2.114). Due to the time-dependent redistribution of stresses the neutral axis of the cross-section disarranges, which might lead to a reduction of tensile strains for specific parts of the cross-section, e.g. tensile strains become lower than the limit strain of cracking. As a consequence, formerly cracked parts could be able to show tensile stresses again. To avoid this problem the damage due to cracking is documented in a history variable, particularly introducing the damage index of concrete under tension $D_{c,t}$ [110]. Therewith it is documented in a time overlapping manner which parts of the concrete were cracked ones and which ones are uncracked.

6.2 Influence of Creep on Global Structural Behavior

6.2.1 Prestressed Concrete Bridge with Post-Tensioning

Using the example of a prestressed bridge with post-tensioning, the effects of different model qualities and prediction uncertainties, respectively, on the structural behavior are demonstrated. Within this example the focus of the examination is on the loss of prestressing force of the tendons due to creep and the axial shortening of the superstructure of the bridge. At first, the creep prediction is performed with the models MC10, ACI209, B3, and GL2000 without considering any measurement data. In the next section the prediction is conducted taking into account measurements and, thus, using updated creep models with their identified creep parameters.

The geometry, prestressing and loading of the bridge is chosen according to [73] and depicted in Fig. 6.5. The dead load of the bridge is $g = 166 \text{ kN/m}$ and the live load $p = 20 \text{ kN/m}$, respectively. For the calculation of the long-term behavior only the quasi-permanent part of the live load, 40% of p , is applied. The ten parabolically shaped tendons are made of steel Y1770C and are prestressed with a force of $P = 1606 \text{ kN}$ per tendon.

Within the framework of the time-dependent calculation only the influence of creep is investigated. Further phenomena that cause losses of pretensioning force and time-variant shortening of the superstructure, e.g. friction losses, shrinkage of concrete or relaxation of the prestressing steel, are neglected. The calculation is performed taking into account the time-dependent increase of stiffness and strength of concrete according to MC10, Eq. (2.1) and (2.5).

6.2.1.1 Creep Prediction without Measurement Data

The bridge is analyzed considering a concrete C30/37 with the concrete composition and parameters already given in Tab. 5.1. The stochastic input parameters shown in this table are

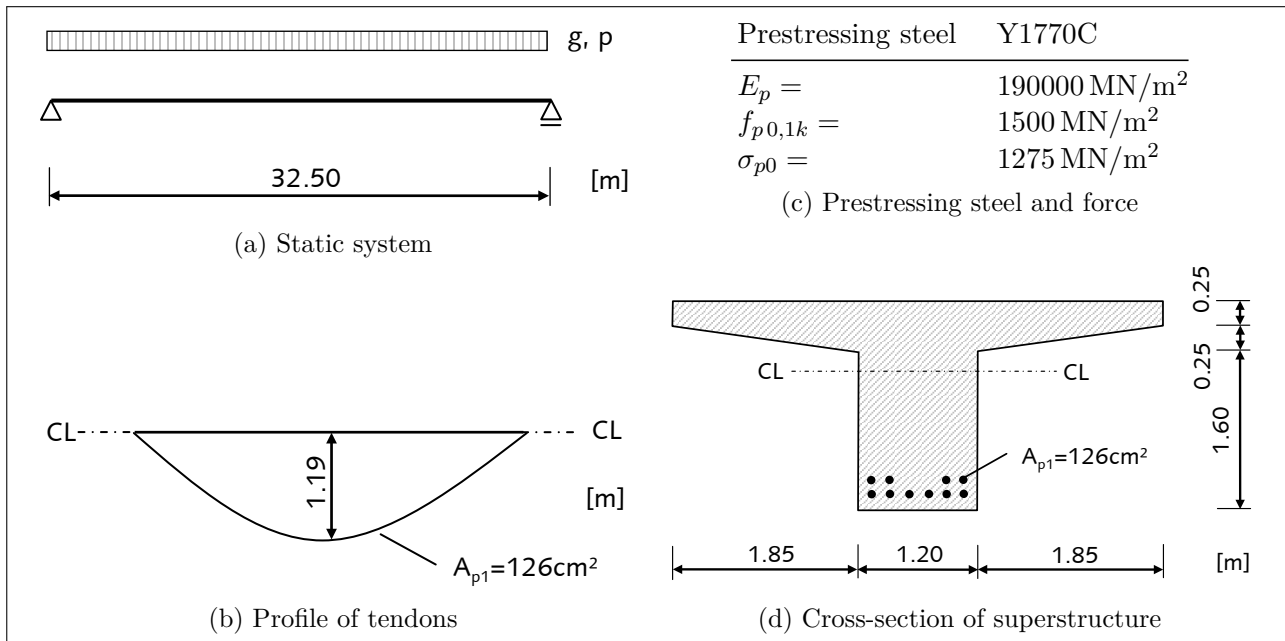


Fig. 6.5: Geometry and prestressing of bridge

combined with the model uncertainties according to Tab. 5.2. The parameter correlation is considered.

The concrete is exposed to drying after $t_d = 3$ d, prestressing and dead load are activated at $t_0 = 5$ d. At an age of concrete of $t = 150$ d the quasi-permanent part of the live load is applied. The results of the stochastic calculation, mean values, and coefficients of variation, are illustrated in Fig. 6.6–6.9. In the first instance large discrepancies in the prediction of the individual models are observed. Between the prediction of the smallest loss of pretensioning force of $\Delta P = 68$ kN, using model MC10, and the largest loss of pretensioning force of $\Delta P = 120$ kN, using models B3 and GL2000, significant differences occur, which emphasizes the need of choosing a qualitatively valuable and appropriate model.

In contrary to models MC10 and ACI209, the models B3 and GL2000 simulate a steady reduction of prestressing force, which results from the definition of the creep compliance without using an ultimate creep coefficient. At time $t = 150$ d the tensile force of the tendons increases slightly for all of the models, as the increase of the load, applying the quasi-permanent part of the live load, leads to an increase of the tensile force of the embedded steel. The time-dependent progress of the end displacement u is qualitatively similar to the progress of the loss of pretensioning force, since both are affected equally by the time-variant creep. The jump at time $t = 150$ d cannot be recognized in the time-dependent progress of the end displacement as the additional loading causes only bending, which does not influence the shortening of the superstructure.

Due to the redistribution of stresses at cross-sectional level, the uncertainty of the loss of pretensioning force decreases over time. The behavior is explained as the following: if a high creep compliance is caused by the random input parameters, a strong reduction of pretensioning force and concrete stresses occur. As a consequence of the decreasing concrete stresses the creep deformations are reduced for the subsequent time steps. This redistribution of stresses causes

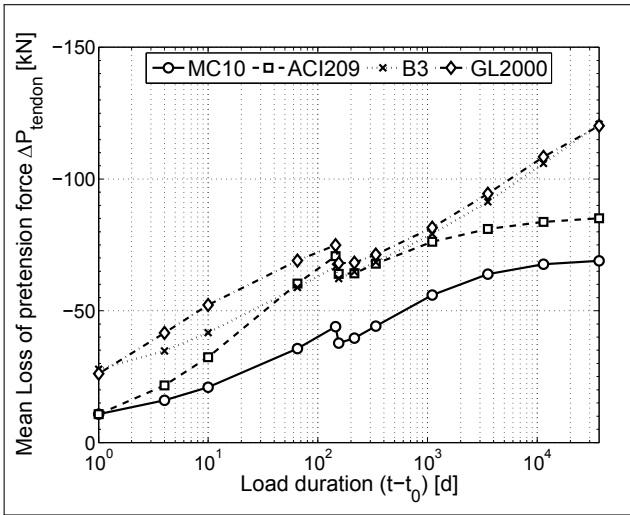


Fig. 6.6: Mean value of loss of pretensioning force ΔP per tendon

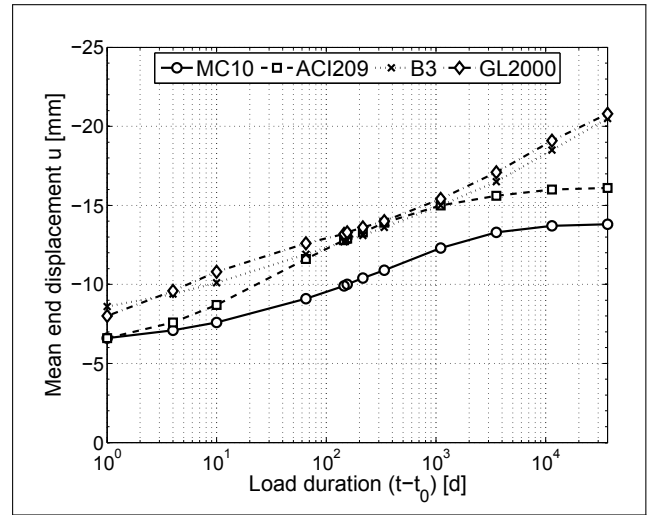


Fig. 6.7: Mean value of end displacement u

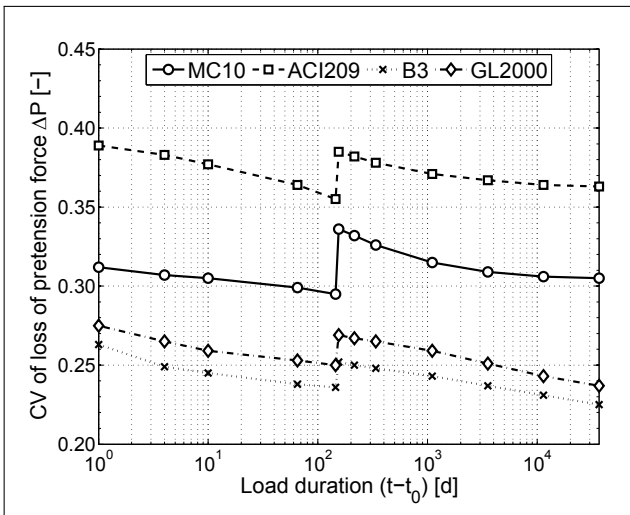


Fig. 6.8: Uncertainty of loss of pretensioning force ΔP

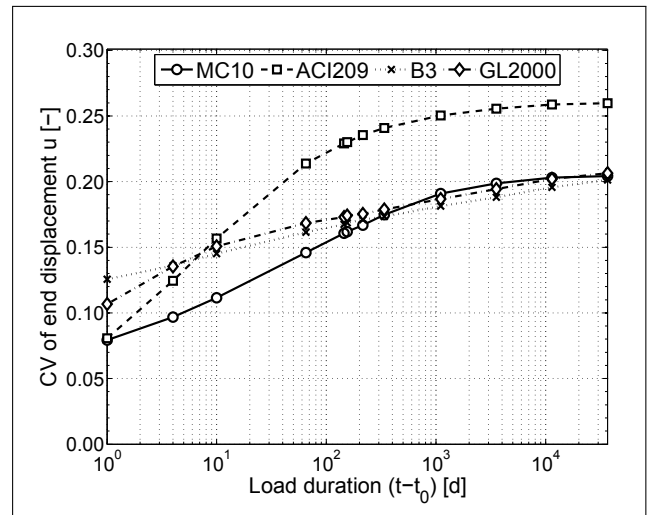


Fig. 6.9: Uncertainty of end displacement u

the reduction of the uncertainty in comparison to the results of the foregoing section, where a constant stress was applied.

Nevertheless, the effect of the creep uncertainty is large - up to a value of $CV_{\Delta P} = 0.36$ for model ACI209. The prognosis of model B3 includes the smallest scatter, followed by model GL2000. A small uncertainty corresponds to a high quality of a model, thus model B3 is most appropriate. The models GL2000, MC10, and ACI209 follow in the ranking based on the prediction quality. The increase of uncertainty at $t = 150$ d results from the varying creep compliances of the material until this time step. Due to redistribution effects this variation of the creep compliance strongly influences the increase of tensile forces of the prestressing steel when the additional quasi-permanent part of the live load is applied.

The approximation of the uncertainty and the model quality for the present boundary conditions are presented in Tab. 6.1. These results differ only marginally from the results of the foregoing chapter, Tab. 5.6, as the V/S -ratio and the age of the concrete at the beginning of loading t_0

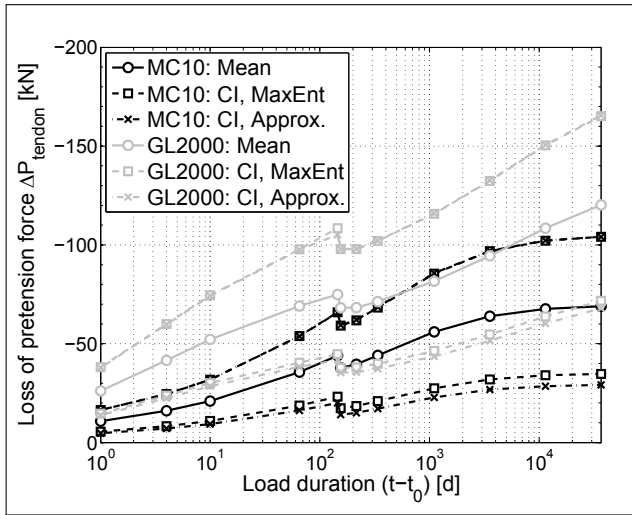


Fig. 6.10: 90%-CI of the loss of pretensioning force ΔP , MC10 and GL2000

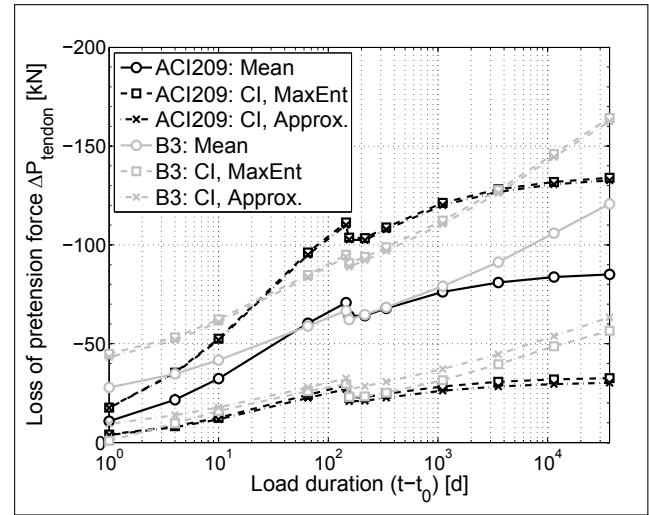


Fig. 6.11: 90%-CI of the loss of pretensioning force ΔP , ACI209 and B3

and drying t_d are modified. This finding demonstrates that the most appropriate model for the calculation of creep within a global structural model can be found using the approximation of the uncertainty and model quality, respectively. The qualitatively most valuable model B3 predicts the lowest scatter of the loss of prestressing force of the bridge.

Analyzing the end displacement u , model B3, GL2000, and in this case also model MC10 give reliable prognoses. This observation, which is contradictorily to the findings of the loss of pretensioning force, can be explained the following: model MC10 simulates only small creep compliances, thus the shortening of the superstructure resulting from elastic deformations due to prestressing at time $t = t_0$ is the major source of elongation. As this example considers the elastic deformation as deterministic values, the resulting coefficient of determination of the shortening decreases. If hypothetically only the elongation due to creep, neglecting the elastic compliance, is analyzed, results similar to the ones of the loss of pretensioning force would be achieved.

In the following study it is shown that using the approximation of the total uncertainty of the creep prognosis an uncertainty analysis of the global structure can be substituted by a few simple deterministic calculations. The quantile values of the creep compliance are estimated according to section 4.4. The deterministically determined creep compliance is increased or decreased by the factor $\Psi_{tot,cr}$. For a 90%-CI $\Psi_{tot,cr}$ results to

$$\Psi_{tot,cr,F_{0.05}} = 1 - 1.64 \times \hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}} \quad \text{and} \quad \Psi_{tot,cr,F_{0.95}} = 1 + 1.64 \times \hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}, \quad (6.41)$$

where $\hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}$ is the approximated total uncertainty according to Tab. 6.1 averaged over time. Hence the uncertainty analysis is replaced by two deterministic calculations considering $\Psi_{tot,cr,F_{0.05}}$ and $\Psi_{tot,cr,F_{0.95}}$ as global prefactors of the creep compliance.

Fig. 6.10 and 6.11 depict the comparison of the 90%-CIs of the loss of pretensioning force for two different cases. In the first case the uncertainty of the creep compliance is considered

model	MC10	ACI209	B3	GL2000
$\hat{C}V_{par,cr,\bar{t}}$	0.18	0.12	0.04	0.11
$\hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}$	0.34	0.39	0.27	0.29
$\hat{M}Q_{cr}$	0.79	0.69	1.00	0.93
$\Psi_{tot,cr,F_{0.05}}$	0.44	0.36	0.56	0.52
$\Psi_{tot,cr,F_{0.95}}$	1.56	1.64	1.44	1.48

Tab. 6.1: Approximated uncertainty $\hat{C}V_{tot,cr,\bar{t}}$ and model quality $\hat{M}Q_{cr}$ of the creep prognosis, factors of the 90 %-CI

approximative by the quantile values of C_c . Only two runs of the calculation are required. In the second case an explicit stochastic analysis of the bridge is conducted and the varying results are analyzed using the maximum-entropy distribution. A good agreement of the approximated CIs to the CIs of the maximum-entropy distribution is observed. Only for the lower limit of the loss of pretension force some visible but still small differences occur.

From the obtained results the following conclusion are drawn:

- higher quality of the creep model causes lower scatter of the response of the global structural model
- due to the uncertain creep prognosis, large variations of the global model response occur and should be considered in the design
- using the approximation of the total uncertainty of the creep prognosis allows for the reliable determination of the confidence intervals of the global model by means of deterministic calculation.

6.2.1.2 Creep Prediction using Measurement Data

In this section the prestressed bridge is analyzed considering the concrete tested by ROSTASY ET AL. [116]. The material parameters are given in Tab. 5.8. The parameters of the creep models were determined in section 5.2.2 considering loading as well as unloading and are documented in appendix B. In analogy to the experiment the concrete is loaded at an age of $t_0 = 28$ d, which means that the pretensioning force and the dead load are applied at this time. This difference in t_0 to the example of the foregoing section is caused by the boundary conditions of the test of ROSTASY, who loaded the concrete at an age of 28 days. At an age of concrete of $t = 150$ d the quasi-permanent part of the live load is added to the dead load.

The mean value of the loss of pretensioning force is depicted in Fig. 6.12. These predicted losses of pretensioning force are very similar for all models until $t = 150$ d, since all the models have been calibrated using the same measurement data. Nevertheless, due to the successive reduction of stresses of concrete due to creep and the redistribution of stresses at cross-section level some differences in the prediction occur with an increasing load duration. Especially for $t > 1000$ d larger discrepancies of the predicted model responses occur, because the experimental load duration that was used for the parameter identification was only approximately $t - t_0 = 1400$ d.

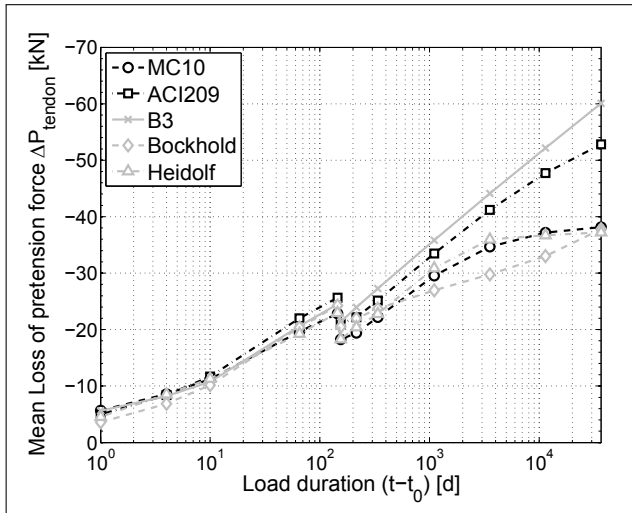


Fig. 6.12: Mean value of loss of pretensioning force ΔP per tendon, concrete according to ROSTASY

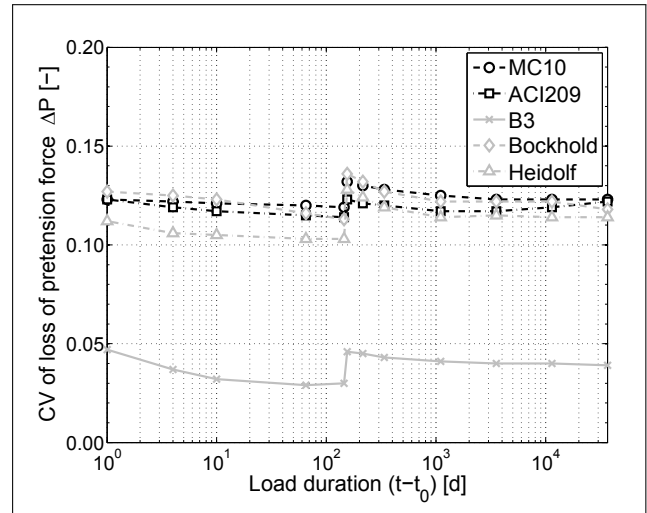


Fig. 6.13: Uncertainty of loss of pretensioning force ΔP , concrete according to ROSTASY

The uncertainty of the prognosis of the loss of pretensioning force is illustrated in Fig. 6.13. Significant differences between the models are observed. The prediction using models MC10, ACI209, BOCKHOLD, and HEIDOLF show a considerably larger scatter than model B3 does. This difference arises from lower uncertainty that already occurred when simulating the experimental test in the foregoing section and the resulting improved model quality, Fig. 5.38 and Fig. 5.40. Model B3 has a significantly higher model quality than the other models. A difference of the uncertainty of the loss of pretensioning force to the uncertainty of the creep compliance when simulating the experimental test is visible for very short load durations. Simulating the whole bridge, less variation is observed directly after the load is applied. This deviation comes from the definition of the creep compliance of model B3 for the simulation of the experiment, Eq. (5.1), which is required in order to allow for a comparison to the other models. If the total compliance J_c is defined instead of the creep compliance C_c , like here in the bridge example, the uncertainty of model B3 for short load duration is reduced, because the dependence of the initial compliance on the strongly varying elastic modulus decreases.

Altogether this example shows once again that the determination of the quality of the creep models and the subsequent selection of the most appropriate model leads to a reduction of the variation of the response of a global structural system.

6.2.2 Reinforced Concrete Column under Sustained Loading

Using the example of a slender reinforced concrete column under sustained loading, the influence of the different possibilities of considering the creep deformation within the structural calculation is demonstrated. Besides the different methods of creep consideration, the effect of the uncertainty of the creep prognosis on the maximum load bearing capacity of the column is presented.

In addition to the results of the non-linear calculations according to DIN 1045-1-2008 [48] the maximum load bearing capacity of the column using the simple nominal curvature method is given. The nominal curvature method was developed for the design of columns. As a consequence, this comparison needs to be performed for the ultimate limit state and has to take into account the normative requirements regarding the safety level (design values of material parameters and loading).

The creep model given in DIN 1045-1-2008 corresponds to the model MC10. The consideration of creep within the geometrical and physical non-linear analysis is carried out with two different procedures. First, the simplified consideration of creep by modifying the stress-strain-relation of the short-term material model with the factor $(1 + \varphi_{c,eff})$ (DIN 1045-1-2008, section 8.6.3 (10,11)) is used. Second, the method of the integration of the stresses over time according to Eq. (2.21) is applied.

In order to modify the stress-strain-relation, the effective creep coefficient $\varphi_{c,eff}$ is required. This factor is calculated with the ultimate creep coefficient $\varphi_{c,\infty}$ and the ratio of permanent loading P_{perm} to the design loading P_d

$$\varphi_{c,eff} = \varphi_{c,\infty} P_{perm} / P_d. \quad (6.42)$$

Applying the method of time integration in the first instance, the creep strains $\varepsilon_{c,cr}$ of the column are calculated for permanent loading P_{perm} for a duration of 70 years. After 70 years the load is increased to the design value P_d of the ultimate limit state and the creep strains $\varepsilon_{c,cr}$ are considered as stress-free pre-strains of the concrete. The nominal curvature method takes into account the creep effects by modifying the second order eccentricity by the factor K_φ . The coefficient K_φ is defined depending on the slenderness, concrete strength, and the effective creep coefficient.

The non-linear analysis of the RC columns according to DIN 1045-1-2008 sec. 8.6.1 (7) incorporates the mean values of the strengths and stiffnesses, but modifies these values by the partial safety factors of concrete $\gamma_c = 1.5$ and reinforcement $\gamma_s = 1.15$, respectively. For example, the calculated concrete strength becomes f_{cm}/γ_c . The material models and parameters for the determination of section forces are enlisted in Fig. 6.14. The stress-strain-relation of concrete under compression in DIN 1045-1-2008 corresponds to the formulation according to Model Code 10 [39]. For concrete under tension a constant tension stiffening is assumed, but the coefficient β_{ct} decreases over time due to creep of bond, Eq. (2.114). By running the non-linear analysis, the section forces for the design of the column are evaluated and a global stability failure is excluded. Following this the section forces are used for the normative proof of the bearing capacity of the cross-section considering design values of the material parameter, e.g. $f_{cd} = \alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c$ and $f_{ct} = 0$.

The geometry and loading of the column are also depicted in Fig. 6.14. The concrete C35/45 is made of CEM II 42.5N with a mean compressive strength of $f_{cm,28} = 43 \text{ MN/m}^2$ and the chosen reinforcement is BSt500S. The amount of reinforcement is chosen according to the first order moment at support and is distributed constantly over the height of the column. The analysis

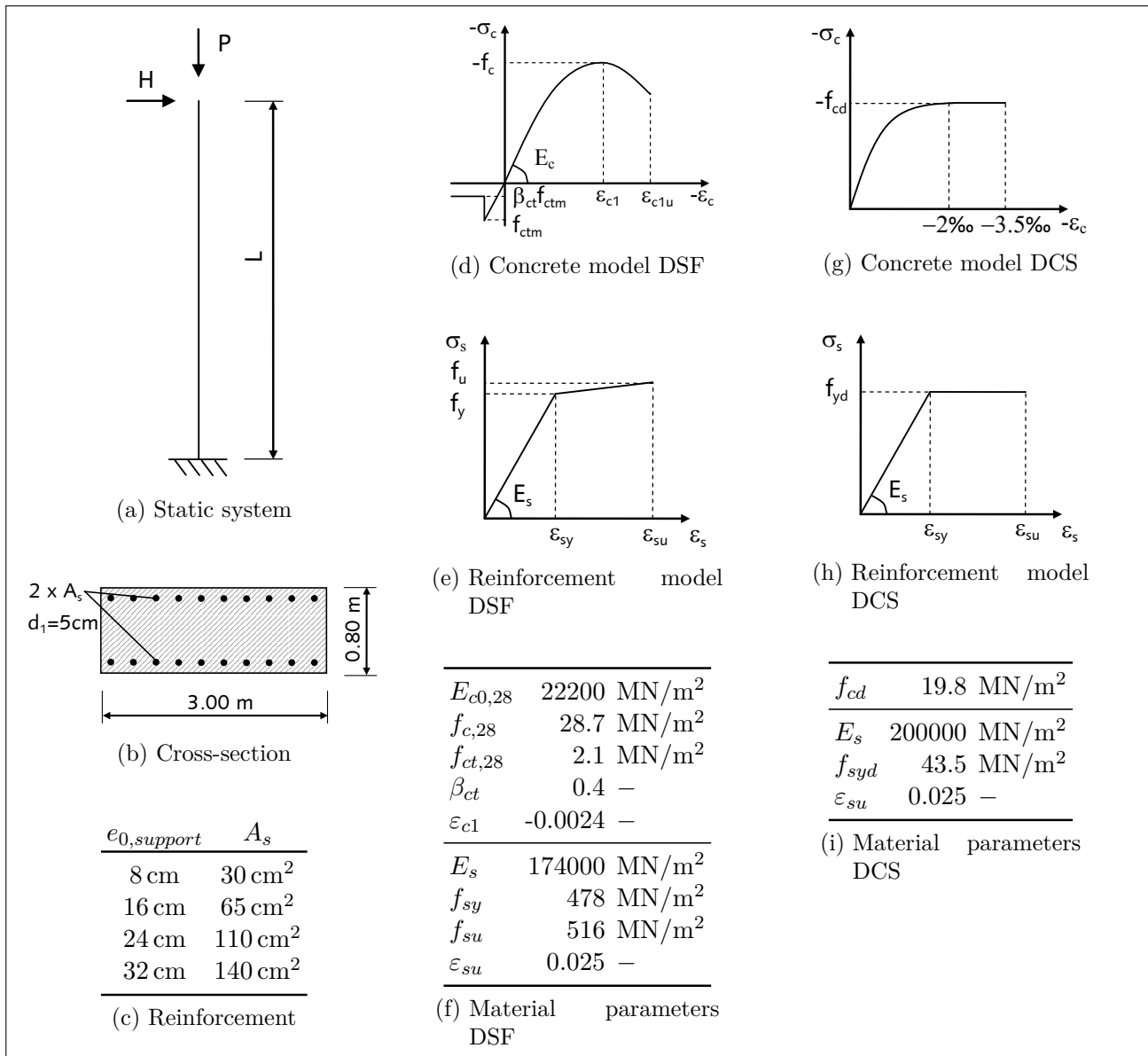


Fig. 6.14: Geometry and material parameters of the column for the determination of section forces (DSF) and the design of the cross-section (DCS)

of the maximal load-bearing capacity is conducted for different slendernesses of $\lambda = 35 \dots 90$. The degree of reinforcement is constant for the varying slendernesses. Thus, the horizontal load H on top of the column is reduced in the way that the first order load eccentricity at support remains constant when the slendernesses and columns lengths, respectively, increase. The permanent loading P_{perm} is applied at an age of concrete of $t_0 = 14\text{ d}$ and is in the order of $P_{perm} = 0.5P_d$. This relative high permanent loading occurs, for example, in piers of concrete bridges. The relative humidity of the environment is chosen with $RH = 0.8$ and the age of concrete at the beginning of drying is $t_d = 7\text{ d}$.

The calculated maximal load-bearing capacities of the column P_{max} for different eccentricities e_0 are depicted in Fig. 6.15–6.18 depending on the slenderness λ . The following abbreviations are introduced: GNL - geometric non-linear analysis, NC - nominal curvature method, TI - time integration according to DIENER, SC - simplified consideration of creep by modifying the

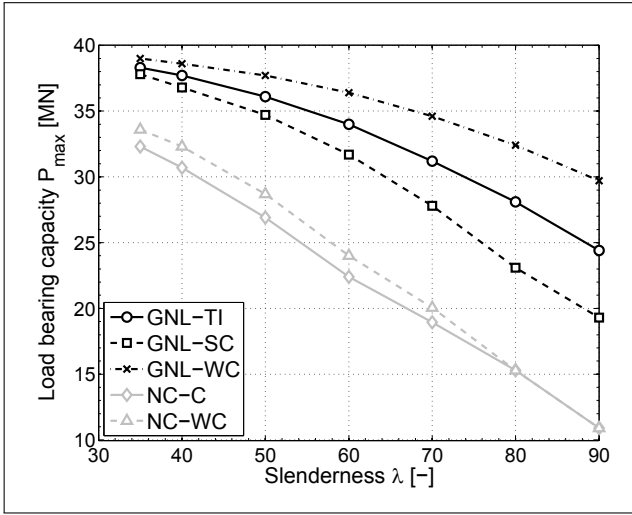


Fig. 6.15: Load bearing capacity of the column for $e_0 = 8$ cm

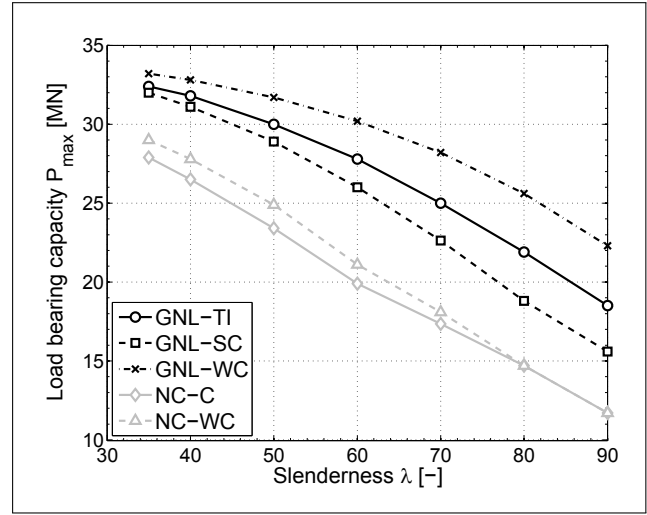


Fig. 6.16: Load bearing capacity of the column for $e_0 = 16$ cm

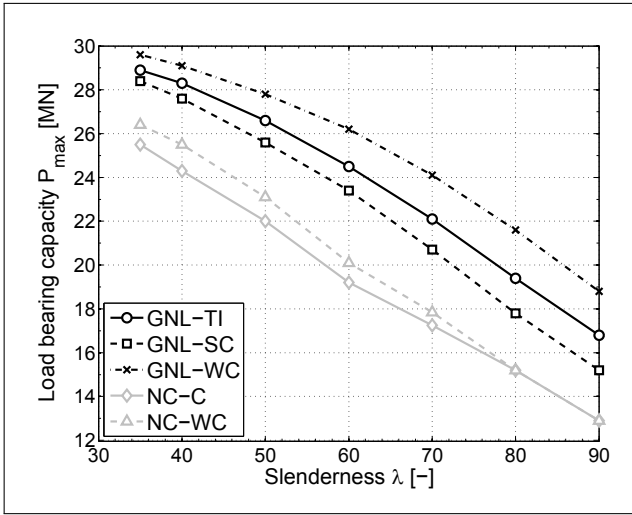


Fig. 6.17: Load bearing capacity of the column for $e_0 = 24$ cm

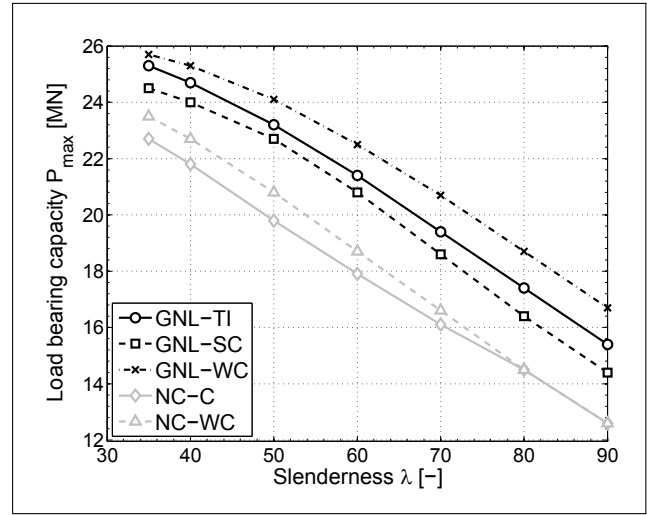


Fig. 6.18: Load bearing capacity of the column for $e_0 = 32$ cm

stress-strain-relation, C - consideration of creep within the nominal curvature method, and WC - without creep. For the evaluation of the results it is assumed that, according to [58], the method of time integration gives the most realistic results.

All these figures indicate that creep causes a significant reduction of the load-bearing capacity of the column. Due to creep the load eccentricity of the vertical load at the top of the column increases and causes additional moments resulting from the second order effect. These bending moments cause the failure of the column. Especially for the small first order eccentricities of $e_0 = 0.08$ cm and $e_0 = 0.16$ cm large differences in comparison to the load-bearing capacity neglecting creep are obvious. In the case of large first order eccentricities the formation of cracks due to the increasing design load results in a significant reduction of stiffness of the column so that the relative influence of creep on the load-bearing capacity decreases. Comparing the importance of creep for the geometric non-linear analysis and for the nominal curvature methods reveals big differences. Using the nominal curvature method, creep is of minor importance

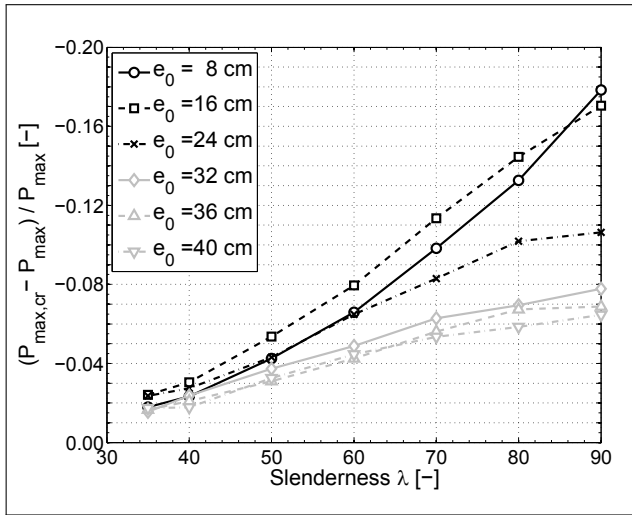


Fig. 6.19: Reduction of load bearing capacity due to creep

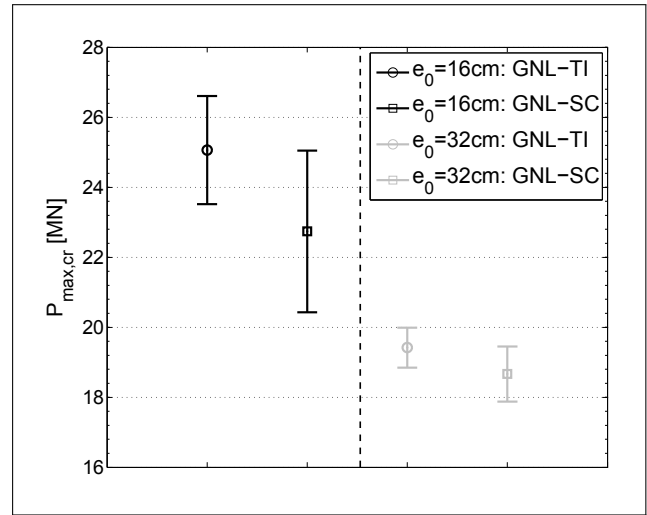


Fig. 6.20: 90%-CI of the load bearing capacity due to the uncertain creep prognosis

whereas in the case of the non-linear method creep is essential for the determination of the load-bearing capacity.

Further discrepancies become obvious when comparing the methods of the consideration of creep. The simplified method using the modification of the stress-strain-relation always predicts smaller load-bearing capacities in comparison to the method of time integration. The relative difference is pronounced for smaller first order eccentricities e_0 because the creep deformation have a greater influence on P_{max} .

The deviations of the nominal curvature method and the geometric non-linear analysis show that the nominal curvature method is always on the safe side. But for smaller first order eccentricities the load-bearing capacity of the column is significantly underestimated and the simplified methodoly becomes more and more uneconomically.

The relative reduction of load bearing capacity due to creep is illustrated in Fig. 6.19 for the method GNL-TI. As already mentioned the impact of creep is stronger when the first order eccentricities are small, e.g. for $e_0 = 8$ cm and a slenderness of $\lambda = 90$ the reduction of $P_{max,cr}$ compared to P_{max} is 18%. The decrease of the load-bearing capacity due to creep is proportional to the slenderness until $\lambda = 70$. For larger slendernesses the deformation and load eccentricity for the design load become more influential than the consideration of creep and the reduction of the load-bearing capacity increases over-proportional to the slenderness.

In order to show the strong influence of the uncertain creep prognosis on the predicted load-bearing capacity of the column, a probabilistic investigation using Latin Hypercube Sampling is performed. The stochastic input parameters of the creep model MC10 are enlisted in Tab. 6.2, the parameter correlation is given in Tab. 5.3. Within the framework of the geometric non-linear analysis using the time integration, the model uncertainty factor $\Psi_{mod,cr}$ is multiplied with the creep compliance in order to modify the compliance which was determined under consideration of parameter uncertainty, Eq. (4.22). Analog to this procedure the effective creep coefficient $\varphi_{c,eff,par}$ is combined with the model uncertainty factor when the simplified creep modeling is

parameter	E	CV	distribution	source
RH	50 %	0.04	normal	[44]
$f_{cm,28}$	43 MN/m ²	0.06	log-normal	[143]
$E_{c0,28}$	33300 MN/m ²	0.10	log-normal	[142]
$\Psi_{mod,cr}$	1.00	0.29	normal	Tab. 5.2

Tab. 6.2: Stochastic input parameters of creep model MC10

applied

$$\varphi_{c,eff,tot} = \Psi_{mod,cr} \varphi_{c,eff,par}. \quad (6.43)$$

The results of the uncertainty analysis are illustrated using the 90%-CIs for a slenderness of $\lambda = 70$ and eccentricities of $e_0 = 16$ cm and $e_0 = 32$ cm. Even if only creep is considered as uncertain partial model the CI of the load bearing capacity for the combination of GNL-SC and $e_0 = 16$ cm is $20.4 \text{ MN} \leq P_{max,cr} \leq 25.0 \text{ MN}$. The scatter of the calculated load resistance is very high. Furthermore, it is observed that the simplified consideration of creep leads to a higher variation than the time integration. This finding results from the variation of $\varphi_{c,eff,tot}$ which affects the total non-linear stress-strain-relation of concrete and not only the creep strains.

6.3 Evaluation of Coupled Partial Models

6.3.1 Evaluation Method

Besides the evaluation of the individual partial models (PMs) a survey of the interaction of these models within the framework of a global model (GM) is required. The quality of global models depends on the quality of the involved partial models as well as their influence on the global response measure. In this section an evaluation method based on graph theory and sensitivity analysis is presented allowing for the quantification of the influence of individual partial models on the global model quality. Furthermore, coupling effects between diverse partial models are detected. The significance of each partial model for the global model varies with the structure and investigated response measure, thus no generally valid findings are presented.

The idea of the application of graph theory for the assessment of complex models in structural engineering was already described by STEIN, LAHMER and BOCK [128]. The graph, exemplarily depicted in Fig. 6.21, consists of vertices (rectangles) and edges (arrows). The vertices symbolize the partial models and the edges the coupling of the PMs, respectively. The evaluation of the partial models and their couplings can be done separately. Applying graph theory, critical model couplings with low qualities are identified directly. These model combinations can be excluded directly before the further assessment is carried out. The method presented within the scope of this thesis neglects the consideration of the quality of the couplings and edges, respectively. Hence, the total model quality depends only on the individual quality of the partial models and their influence on the global response. An extension of this methodology

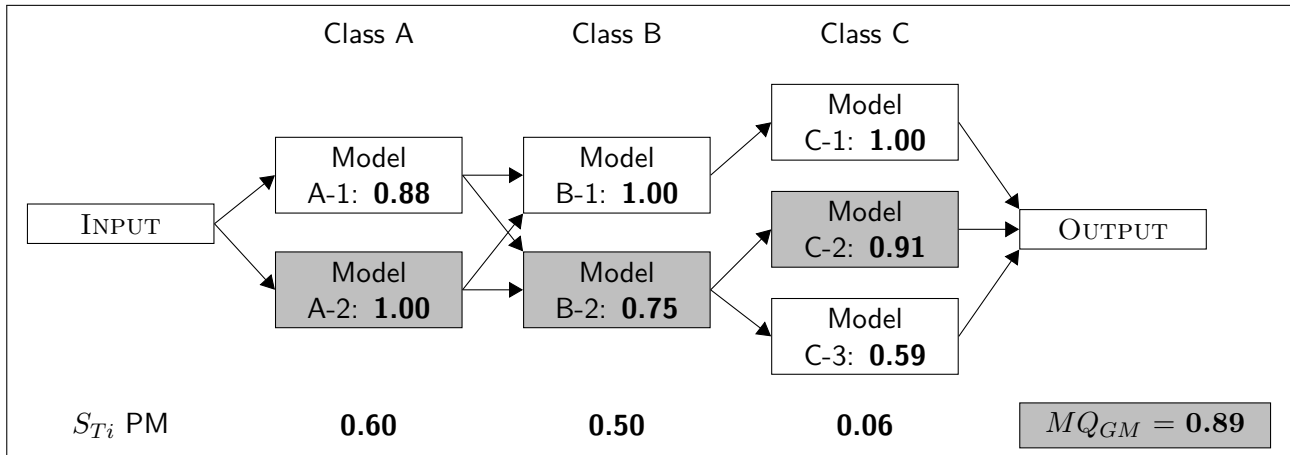


Fig. 6.21: Evaluation scheme of coupled partial models according to graph theory

taking into account the additional evaluation of the couplings is published by KEITEL, KARAKI, LAHMER, NIKULLA and ZABEL in [79].

The proposed evaluation method is a two step procedure. The first step quantifies if a class of partial models M_i has an influence on the global model response. The second step investigates whether the selection of different partial models within one class M_i affects the response quantities.

Both steps are based on variance based sensitivity analyses according to SALTELLI ET AL. [120, 119], which are explained in the following. The surveys are divided into the calculation of *first order* S_i and *total effects* S_{T_i} sensitivity indices. *First order* sensitivity indices S_i describe the sole influence of parameter X_i on the model response and are determined with

$$S_i = \frac{V_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y|X_i))}{V(Y)} = 1 - \frac{E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))}{V(Y)}. \quad (6.44)$$

Herein $V_{X_i}(E_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ is the variance of the model response Y due to the variation of X_i and $V(Y)$ is the variance of the system response when all parameters vary simultaneously. Further, $E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ is the expected value of the variance when all parameters but X_i vary. The value of S_i is always in between zero and one. The sum of all *first order* sensitivity indices is a measure of the additivity of the model

$$\sum S_i = \sum_{i=1}^{P_K} S_i. \quad (6.45)$$

A sum of $\sum S_i = 1$ corresponds to a purely additive model, which means that no coupling effects between the model parameters X_i exist. A sum of $\sum S_i < 1$ means that some parts of the variance cannot be explained when the interaction of the parameters is neglected. In order to take into account coupling effects, the *total effects* sensitivity indices S_{T_i} are introduced

$$S_{T_i} = 1 - \frac{V(E(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)} = \frac{E(V(Y|X_{\sim i}))}{V(Y)}, \quad (6.46)$$

with the expected value of the variance $E(V(Y|X_{\sim i}))$ and the variance $V(E(Y|X_{\sim i}))$ for the case that all parameters but X_i itself vary. The sum of all S_{T_i} is always greater than one

$$\Sigma S_{T_i} = \sum_{i=1}^{P_K} S_{T_i} \geq 1. \quad (6.47)$$

Besides the exclusive influence of the parameter X_i on the variance of the response, the S_{T_i} indices consider the interaction of X_i with further parameters $X_{\sim i}$. Coupling effects that are included in a model are quantified by the comparison of *first order-* and *total effects-*indices. A big difference corresponds to a strong interaction of the parameters. The numerical calculation of these indices requires a special sampling procedure with a subsequent stochastic analysis and is explained in detail in [120].

Step 1: Sensitivity for Model Class

In the first step it is investigated, using the aforementioned sensitivity indices, if a class of partial models M_i has an influence on the system response of the global model and if an interaction of different classes of partial models exists. A class of partial models M_i are for example creep models. In order to evaluate this influence, one discrete random variable X_i^M is defined for each model class M_i

$$X_i^M \in \{0, 1\} \quad , \quad \text{with } j = 1, \dots, N_M, \quad (6.48)$$

with N_M as the number of different classes of partial models. The variable X_i^M is expected to have the values zero or one. The number zero meaning that the model class i is deactivated and one corresponds to an activated model class. Deactivated means that e.g. no creep is considered. Activated denotes that one model within the model class, for example model MC10 in the case of creep, is considered within the framework of the global analysis of the structure. Doing so, it is recommended to chose the most complex model within one model class to avoid a possible elimination of model interaction due to less complexity.

For these N_M random variables the sensitivity indices for the classes of partial models S_i^M and $S_{T_i}^M$ are evaluated. In the present case considering only discrete input parameters with a finite parameter space it is possible to calculate Eq. (6.44) and (6.46) exactly in dependence on the discrete model responses, requiring only the determination of the expected values $E_{X_i}(V_{X_{\sim i}}(Y|X_i))$ and $E(V(Y|X_{\sim i}))$.

The examination of $S_{T_i}^M$ indicates the total influence of M_i on the global response quantity. Within the scope of this thesis it is defined that model classes M_i with $S_{T_i}^M \leq 0.03$ are of minor importance. Hence, these model classes can be neglected for the evaluation of the global model quality and no further investigations with respect to the quality of these partial models are necessary. This reduces the computational effort significantly when complex models, consisting

of many partial models, are analyzed. The reduced number of partial models is denoted with $N_{M,red}$. Comparing S_i^M and $S_{T_i}^M$, coupling effects between the model classes are quantified.

Step 2: Sensitivity for Model Choice

In the second step the importance of the model choice (MC) within one class of partial models M_i on the global system response is analyzed. For each model class M_i a discrete random variable X_i^{MC} is defined, but using only the reduced number of classes of partial models $N_{M,red}$. The model classes with an insignificant influence on the response can still be considered, but the effect of model choice is not investigated for them. According to MOST [97] the parameter space of X_j^{MC} equals the number of different partial models N_{PM_i} in M_i

$$X_i^{MC} \in \{1, 2, \dots, N_{PM_i}\}, \text{ with } i = 1, \dots, N_{M,red}. \quad (6.49)$$

After conducting another sensitivity analysis according to SALTELLI the sensitivity indices for the model choice S_i^{MC} and $S_{T_i}^{MC}$ are evaluated. For classes whose different partial models cause only small deviations of the global model response small sensitivity indices $S_{T_i}^{MC}$ are calculated. A high $S_{T_i}^{MC}$ corresponds to significant influence of the model choice. In other words, choosing a qualitatively valuable or appropriate model is of high importance for the global model response. The quality of the global model MQ_{GM} is calculated from the quality of the partial models MQ_{PM} as well as the influence of the model choice on the specific response quantity, expressed by $S_{T_i}^{MC}$,

$$MQ_{GM} = \sum_i^{N_{M,red}} \frac{S_{T_i}^{MC} \cdot MQ_{PM_j}}{\sum_{i=1}^{N_{M,red}} S_{T_i}^{MC}}. \quad (6.50)$$

Doing so, the sensitivity indices correspond to weighting factors of the quality of the individual model classes M_i . In analogy to the quality of a partial model the total quality of the coupled model is in the range of zero and one, one quantifies the best and zero the worst quality. Model classes that are insignificant for the global model response are either excluded in step one or, when only the choice within the model class is unimportant, a low weighting factor is attested in step two. Hence, the quality of the global model depends only on model classes with a significant influence of the model choice within the class.

As an example, Fig. 6.21 shows an evaluation of a global model consisting of the model classes A, B, and C. At first, it becomes clear that some model combinations, e.g. B1→C2, are excluded because of a missing or insufficient model coupling. The number besides the model denotation represents the quality of the individual partial models. These numbers are combined with the sensitivity indices $S_{T_i}^{MC}$ determined with Eq. (6.50) and the total model quality is calculated, for example $MQ_{GM} = 0.89$ for model combination A-2→B-2→C-2. Applying further methods of graph theory, e.g. graph optimization, the best way through the graph can be determined algorithmically even for very complex graphs.

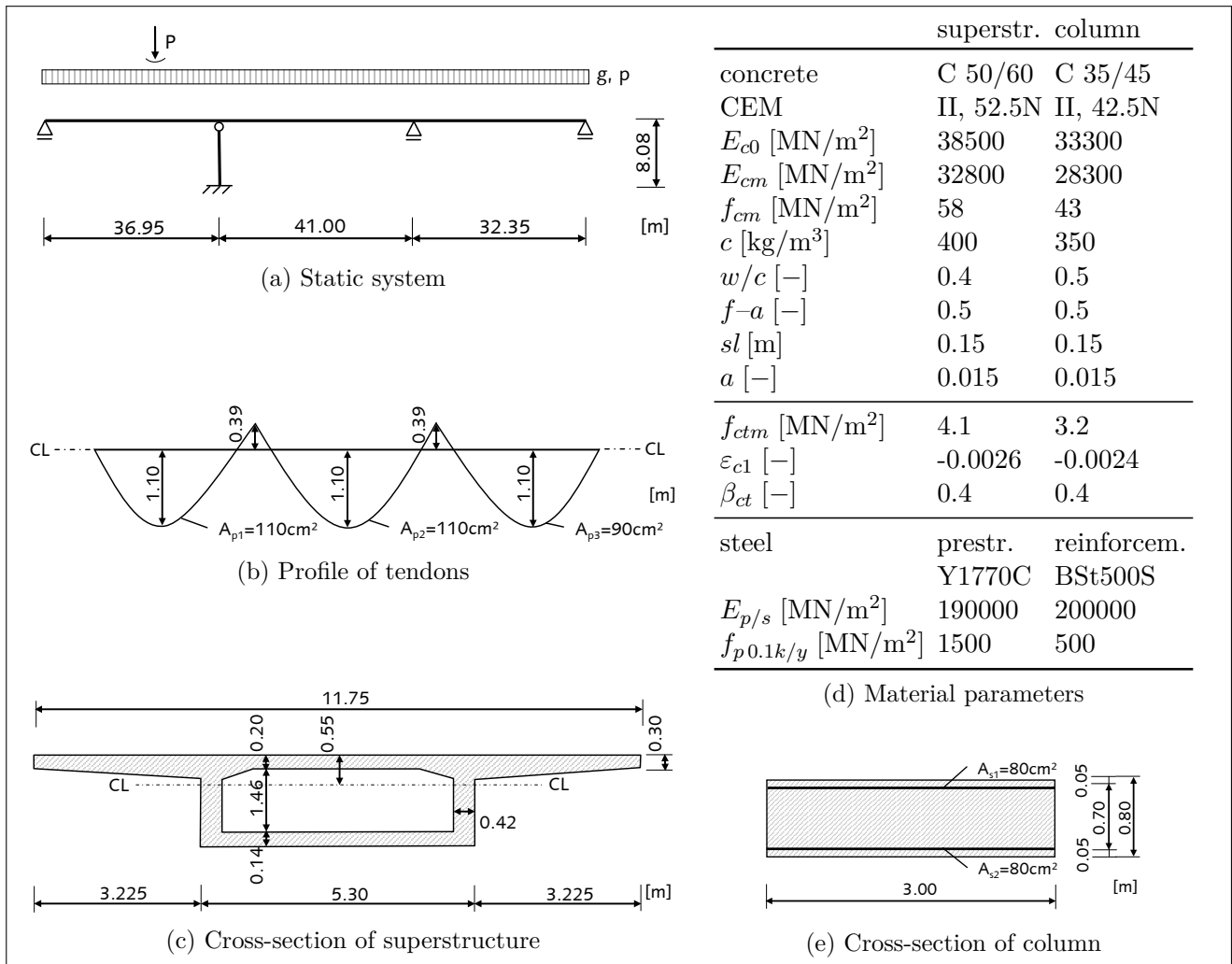


Fig. 6.22: Geometry and material parameters of the bridge

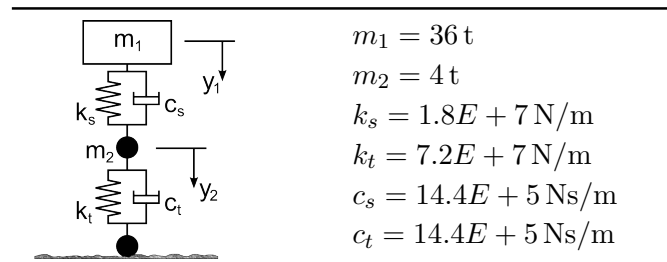
6.3.2 Model Quality Evaluation of a Continuous Beam Bridge

The example of a continuous beam bridge illustrates the evaluation of coupled partial models and their interaction. This bridge was treated as a part of the reference projects at the research training group 1462. The assessment of the dynamic results is extensively documented in [79]. Within the scope of this thesis, only the results of the static structural behavior, worked out only by the author, are presented.

The analyzed partial models are: creep (C) and shrinkage (S), models describing geometric-non-linear kinematics (GNL), and models of the dynamic bridge-vehicle-interaction (L). The geometry of the bridge is chosen according to [35]. The superstructure is a box girder made of concrete C50/60 with a parabolic profile of the tendons, prestressed with $\sigma_{p0} = 1295$ MN/m². The rectangular column is made of concrete C35/45. The material of the reinforcement is BSt500S and the bars are located symmetrically. Geometry and material parameters are summarized in Fig. 6.22. For reasons of simplification the effective width of the cross-section is assumed to be similar to the real width. The static system from [35] is marginally modified in order to enforce higher geometric non-linear effects for the column.

For the calculation of the time-dependent deformation in the serviceability limit state (SLS) a linear-elastic time-dependent material behavior of the concrete under compression is assumed. The analyses of the ultimate limit state (ULS) consider the creep strains $\varepsilon_{c,cr}$ and shrinkage strains $\varepsilon_{c,sh}$ as pre-strains of the material, whereas the non-linear stress-strain relation according to MC10 [39] is used for concrete under compression. The concrete behavior under tension is modeled in a linear-elastic manner up to the tensile strength. After cracking a constant tension-stiffening with $\beta_{ct} = 0.4$ is assumed for the concrete areas close to the reinforcement ($2.5d_1$). Creep of bond is taken into account according to Eq. (2.114). For pure concrete parts within the cross-section no tension-stiffening is modeled, which means that $\sigma_c = 0$. The material model of the reinforcement is the well-known bilinear stress-strain-relation.

The bridge is exposed to relative humidity of $RH = 0.8$ after $t_d = 3$ d and loaded at an age of concrete of $t_0 = 10$ d. For reasons of simplification this age is assumed to be similar for super- and substructure as well as the application of the prestressing. The bridge is loaded with a dead load of the superstructure and roadbed of $g = 166$ kN/m and the uniformly distributed live load of $p = 46$ kN/m according to load model 1 [49]. The magnitude of the horizontal load on top of the column is $H = 295/545$ kN (quasi-permanent- / design-loading). The load of the vehicle results from the dynamic analysis of the structure. The vehicle originates from the work of GREEN [62] and is a single-axle mass-damper-model with two degrees of freedom, called "1/4 car". The car is depicted in Tab. 6.3 and explained thoroughly in [76]. For the dynamic analysis of the car crossing the bridge and consequently for the calculation of the dynamic amplification factor a good to very good profile of the road surface is considered. Further details of the vehicle model and its parameters are given in [79].



Tab. 6.3: Data of the one-axle vehicle [79]

The creep and shrinkage deformation are calculated for quasi-permanent loading and a load duration of 100 years. Furthermore, the geometric non-linear kinematics are considered. Subsequent to the analysis of the long-term deformation the dynamic analysis of the vehicle crossing the bridge is conducted. This is done taking into account the bridge-vehicle-interaction and the deformation state of the superstructure for $t = 100$ y. Due to dynamic effects the load of the vehicle increases in comparison to the pure static load. This higher load is considered for the non-linear calculation of the column in ULS.

The applied models for creep and shrinkage are: MC10, ACI209, B3, and GL2000. The influence of the geometric non-linearity is modeled by the exact kinematics GNL_{exact} or simplified using the P - Δ -approach. For the first step of the evaluation procedure only one partial model per class of partial models M_i is used to avoid the simultaneous effect of model choice. For this

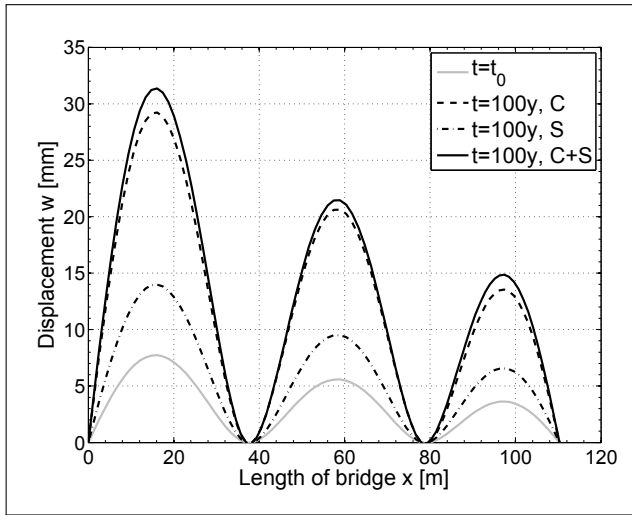


Fig. 6.23: Initial and end displacement of the superstructure depending on the model classes

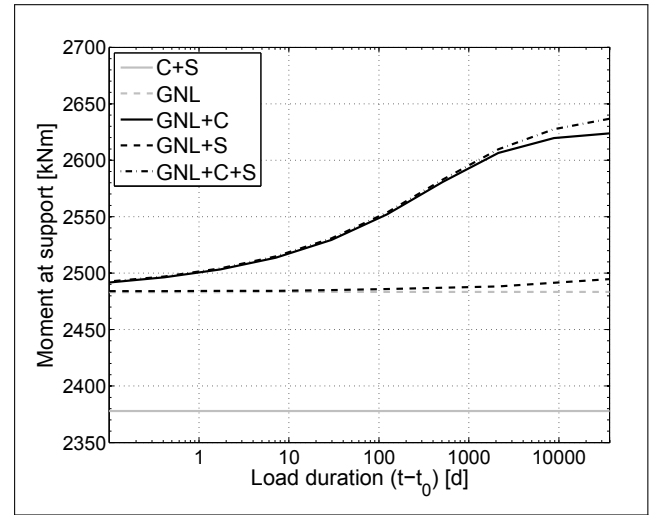


Fig. 6.24: Time-dependent moment of the column at support depending on the model classes

purpose the model GL_{2000} is chosen since the influence of model quality is of minor importance in this step. In order to include all possible interactions of model classes, the geometric non-linearity and the loading model are represented in each case by the most complex model, GNL_{exact} and the model considering bridge-vehicle-interaction with road unevenness.

The vertical displacements of the superstructure for quasi-permanent loading depending on the combination of model classes are illustrated in Fig. 6.23. The prestressing is reduced due to creep and shrinkage, thus higher displacements w occur for $t - t_0 = 100$ y. Furthermore, the effective stiffness of concrete decreases due to creep, which is a further reason for the increasing w . Comparing the deformations resulting from creep and shrinkage reveals that the influence of shrinkage is less significant.

A similar conclusion can be drawn when analyzing Fig. 6.24. This figure shows the time-dependent moment at support M for quasi-permanent loading and different combinations of model classes. It highlights that creep and geometric non-linearity have the major influence on M , whereas the effect of shrinkage is negligibly small. Additionally, it is observed that creep and shrinkage only cause an increase of M if these model classes are combined with geometric non-linearity. This finding results from the requirement of the formulation of the equilibrium state for the deformed system. Creep and shrinkage cause additional deformation that increase the second order moments. Hence, an interaction of partial models occurs.

The strong influence of the creep deformation on the time-dependent moment at support of the column results from the reduced effective stiffness. If the column is designed in ULS, further stiffness reduction due to additional cracks of concrete and the non-linear behavior of concrete under compression takes place. This raises the question of how much the long-term behavior affects the section forces in ULS. In order to answer this question, Fig. 6.25 depicts the moment distribution of the column in absolute and relative quantities. The differences of geometric linear and geometric non-linear calculation are essential. Furthermore, the consideration of creep and shrinkage leads to an increase of M , but not in that order of magnitude as in the case of

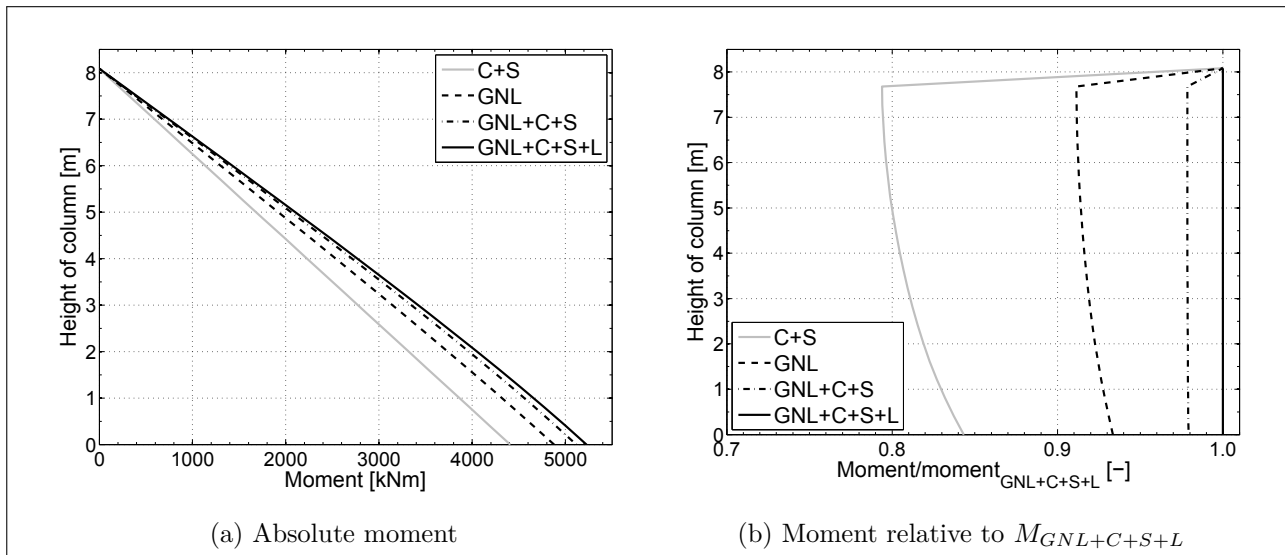


Fig. 6.25: Absolute and relative distribution of moment in ULS, different model classes

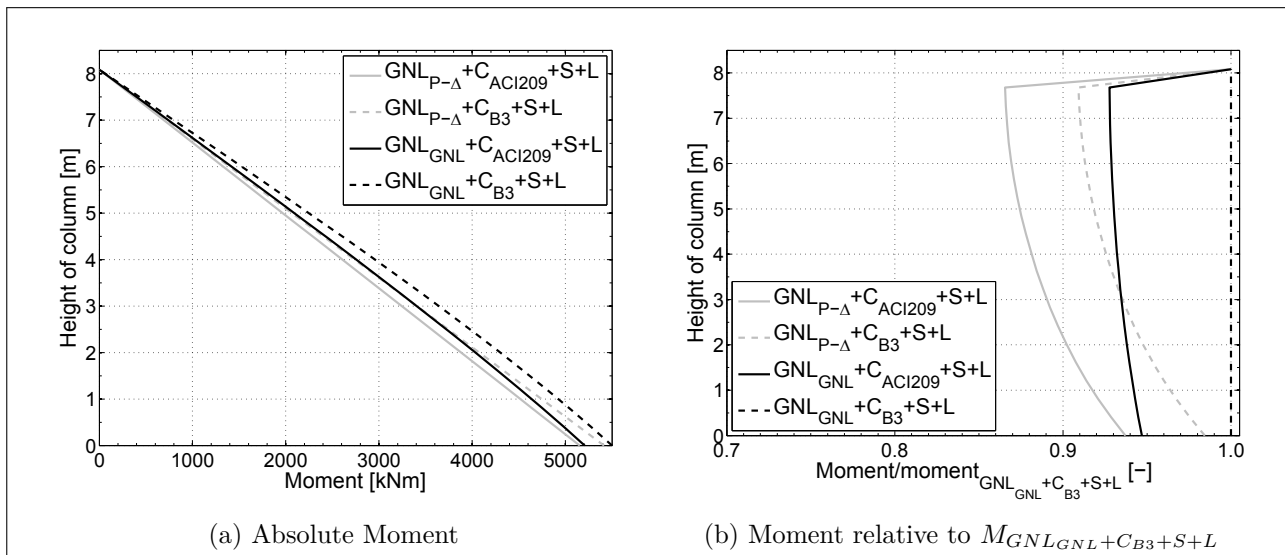


Fig. 6.26: Absolute and relative distribution of moments in ULS, different model choices

quasi-permanent loading. Taking into account the bridge-vehicle interaction, characterized by the increase of the static load of the vehicle by the dynamic amplification factor, gives only a small increase of M .

Investigating the model choice within one class of models, Fig. 6.26, smaller differences in the absolute and relative moment distribution are observed. Comparing the moment at support reveals that the different modeling of the geometric non-linearity, GNL_{exact} and $P-\Delta$, leads to less deviations than the different choice of the creep model, e.g. ACI209 and B3. Any more, the different modeling of the geometric non-linear behavior effects the distribution of the moment along the height of the column. By definition, the $P-\Delta$ -approach calculates a linear moment distribution, whereas the exact GNL-calculation takes into account the real displacement characteristics resulting in a curved moment distribution.

The quantification of the influence of the partial models and their interaction for the calculation of the support moment of the column in ULS is conducted with the developed evaluation

method described in section 6.3.1. In the first step the sensitivity of the support moment for the different classes of partial models M_i is investigated. Therefore parameters X_i^M , with $i = 1, \dots, 4$, are defined and the *first order* S_i^M and *total effects* $S_{T_i}^M$ sensitivity indices are determined. The results are enlisted in the upper part of Tab. 6.4. The support moment is most sensitive to geometric non-linearity, as the consideration of GNL causes the second order effects moments in case of this slender column. The sensitivity of the dynamic loading model is low. Taking into account bridge-vehicle-interaction increases the loading of the column due to dynamic effects, but this increase is small in relation to the huge dead load and uniformly distributed live load of the bridge. The influence of creep, $S_{T_i}^M = 0.09$, is not negligible. The difference of $S_{T_i}^M - S_i^M = 0.05$ indicates the interaction of GNL and C. Creep causes additional deformations for quasi-permanent loading resulting in an additional eccentricity of the vertical force at the top of the column. The combination of this eccentricity with the consideration of the geometric non-linear kinematics leads to a large increase of the support moment. The influence of shrinkage is marginal and can be neglected.

	GNL	C	S	L
S_i^M	0.89	0.04	0.00	0.02
$S_{T_i}^M$	0.94	0.09	0.00	0.02
$S_{T_i}^M - S_i^M$	0.05	0.05	0.00	0.00
S_i^{MC}	0.07	0.93	-	-
$S_{T_i}^{MC}$	0.07	0.93	-	-
$S_{T_i}^{MC} - S_i^{MC}$	0.00	0.00	-	-

Tab. 6.4: Sensitivity indices for M

X_1^{MC}	GNL	MQ_{PM}	X_2^{MC}	creep	MQ_{PM}
1	GNL_{exact}	1.00	1	ACI209	0.69
2	$P-\Delta$	0.95	2	MC10	0.78
			3	B3	1.00
			4	GL2000	0.93

Tab. 6.5: Repertory and quality of PM

For the investigation of the model choice only the significant model classes creep and geometric non-linearity are considered. Shrinkage and bridge-vehicle-interaction remain active, but the effect of different model choices is not studied for them. The discrete parameters X_1^{MC} and X_2^{MC} determine the model choice within one model class. Their possible values are given in Tab. 6.5. This table also contains the quality of the individual partial models with respect to the goal quantity support moment. The quality of the creep models is estimated with the approach described in sections 4.2.1.3 and 4.2.3. The assessment of the models of geometric non-linearity is explained in detail in [79]. The sensitivity of the support moment for model choice is the highest for the creep models, $S_{T_i}^{MC} = 0.93$. At the first glance, this might be a contradiction to the sensitivity analysis for the model classes which figured out high influential GNL models. The reason for the unexpected result is the strong scatter of the creep prognosis of the models MC10, ACI209, B3, and GL2000. The variation due to the various creep models, as already shown in Fig. 6.26, leads to larger differences of the support moment than the different models of GNL, GNL_{exact} , and $P-\Delta$, do. Thus, the choice of an appropriate creep model is of higher importance than the choice of the GNL model. Further investigations of the author show that the differences of GNL_{exact} and $P-\Delta$ increase with a higher load level. Hence, the

influence of the GNL models increase when the column is close to failure, yielding an higher sensitivity index $S_{T_i}^{MC}$ for model class GNL.

Due to the high sensitivity index $S_{T_i}^{MC}$ for creep models and the influence of $S_{T_i}^{MC}$ on the total quality, Eq. (6.50), it becomes obvious that the qualities of the creep models mainly define the total quality. When a poor creep model is used, e.g. ACI209 with $MQ_{PM,C} = 0.69$, the total quality is still low, $MQ_{GM} = 0.71$, even if the best GNL model is applied, GNL_{exact} with $MQ_{PM,GNL} = 1.00$. In contrary using the most appropriate creep model B3 and the poor GNL model $P-\Delta$ the total quality of the coupled model is still high $MQ_{GM} = 0.99$.

6.4 Summary

The developed computational software based on the Finite-Element-Method is most appropriate for the efficient, time-dependent, geometrical and physical non-linear analysis of reinforced and prestressed concrete structures. The discretization of the cross-section in layers and fibers enables the consideration of variously distributed pre-strains resulting from creep and shrinkage so that the calculation of non-linear creep and specific rheological creep models is possible.

The effects of creep deformation on the structural behavior of prestressed concrete bridges and slender reinforced concrete columns are significant. Considering the scatter of creep prediction only uncertain prognoses of the global model responses can be made, even if experimental data is used for the model calibration. Applying the developed method of creep model evaluation and subsequently choosing the most appropriate model reduces the uncertainty of the prognosis significantly. Using the approximation of the total uncertainty by response surfaces allows for the estimation of the confidence intervals of the global model response due to varying creep compliances without explicit stochastic analyses.

In order to evaluate the total quality of coupled partial models, the influence of the individual model classes on the global structural behavior needs to be determined. The assessment of the total model quality within the framework of the developed method depends on the influence of the several model classes on the global response and the quality of the applied partial models. Besides the total quality of the global model, interactions between classes of partial models are detected and quantified.

7 Summary

Within the scope of this doctoral thesis, developed evaluation methods for the prediction quality of concrete creep models were presented. The uncertainty of the predicted creep compliance is the basis of the methods. The methodology distinguishes between two scenarios: the evaluation with and without measurement data.

The creep prognosis without using specific measurement data of concrete creep behavior is performed with prediction models that estimate the creep compliance depending on concrete composition, concrete strength, and further boundary conditions. The quality of the models is quantified by the total uncertainty of the creep prognosis using the time-dependent coefficient of variation. The total uncertainty results from both parameter and model uncertainty. Parameter uncertainty denominates the variation of the predicted creep behavior due to scattering input parameters. Within this thesis correlation of the creep model parameters is taken into account for the first time. Model uncertainty represents the generalized error of a model to the real behavior. By means of a time integration of the time-dependent total uncertainty the total model quality is calculated. In order to investigate the reasons of the prediction uncertainty, sensitivity analysis according to XU and GERTNER is applied, which allows for a study even for correlated input parameters. Therewith, the main sources of the variation of the predicted creep compliance are identified and in the following goal-oriented arrangements can be advised to reduce the scatter. Furthermore, a new procedure was developed that approximates the uncertainty of the creep prognosis using response surface methods. Applying this method allows for the evaluation of models without an explicit uncertainty analysis. Consequently, the assessment of creep models for practical purposes is achieved.

If specific experimental data of the applied concrete is available, an adjustment of the model prognosis with respect to the measured creep compliance is conducted. For that reason BAYESian Updating is applied and the stochastic properties of the creep parameters as well as their correlation are determined. Subsequently the model uncertainty is calculated from the mean model prognosis and the mean measurements. Due to the calibration of the creep models, the quality of the creep prognosis increases significantly. A novelty of this doctoral thesis is the consideration of the scatter of the experimental measurements within the framework of updating. Thus, additional parameter uncertainties evolve from the varying measurement data. Doing so, the variation of the experimental determination of the creep compliance is incorporated in the creep model and its parameters. As the uncertainty of the creep behavior measurements is relatively high, this method is an essential basis for the realistic determination of the stochastic parameter properties and should be used for future model calibrations. The evaluation of the creep models is once more based on an uncertainty analysis considering parameter and model

uncertainty. Therewith, an assessment of the quality of the model prognosis even for extrapolated times is allowed for, independent of the experimental load duration. As an alternative BAYESian model selection is presented and is for the first time applied to creep models. Using this method, the assessment of the models with respect to the load duration of the experimental data is determined. It has been shown that the BAYESian model selection is most appropriate in the case of hierarchical creep models.

The application of the evaluation method without using measurement data has been performed exemplarily for the models ACI209, MC10, B3, and GL2000. For the chosen examples and boundary conditions the models B3 and GL2000 predict the creep compliance most reliably and their quality is consequently evaluated as the highest. These individual findings might differ when the boundary conditions change, but the functionality of the developed method is not affected by this. The conducted sensitivity analysis shows that the relative large scatter of the elastic modulus is the main contributor to the parameter uncertainty of the models ACI209, MC10, and GL2000. Model B3 does not use the elastic modulus for the definition of the compliance, thus the parameter uncertainty is reduced. Furthermore, it was figured out that the consideration of the parameter correlation is essential for the parameter sensitivities and the uncertainty of the prognosis, respectively, for the models MC10 and B3. As a consequence, the correlation should always be taken into account for these models. The approximation of the total uncertainty by response surfaces and the subsequent model evaluation gives satisfying results. Hence, the efficient model evaluation without an explicit uncertainty analysis is allowed for.

The evaluation methods for the case of existing specific measurement data has been applied to the models ACI209, MC10, B3, BOCKHOLD, and HEIDOLF. The boundary conditions of the experiment should match the conditions of the future application of the models insofar as loading regime, age of concrete at the beginning of loading, concrete composition, and environmental conditions are concerned. It has been shown that the uncertainty of the prognosis is significantly reduced in comparison to the negligence of specific measurements. Furthermore, it was found out that the quality of the creep models strongly depends on the specific experimental measurement data and that recommendations of the models' application can only be made for individual cases. In general, it is concluded that for short experimental load duration of approximately two to three months models with a higher degree of prior knowledge show a higher quality than rheological models, e.g. BOCKHOLD and HEIDOLF, as only limited prior knowledge with respect to the rheological model parameters exists. The information of the relatively short creep experimental tests is not sufficient enough to calibrate the flexible rheological models reliably. A reduction of the measurement uncertainty and an extension of the experimental load duration yield a decrease of the variation of the creep prognosis. The evaluation based on the total uncertainty of the prognosis determines the most appropriate model for the total load duration. The BAYESian model selection strongly depends on the number of measurement points and the prior knowledge of the creep parameters. Furthermore, the evaluation is only valid for a load duration equivalent to the experimental one. Hence, BAYESian model

selection is only recommended for the selection of models of hierarchical complexity - similar to different lengths of creep chains. The results of the model evaluation prove that the future development of creep models should not only focus on the simulation of specific phenomena, but rather on the identifiability of the models' parameters, as this mainly influences the quality of the prognosis.

The use of existing models of standard concrete for modeling the time-dependent behavior of polymermodified concrete showed that individual experimental creep tests can be simulated by the models ACI209 and HEIDOLF, but when comparing the resulting creep parameters discrepancies occurred. These inconsistencies are differing mean values of the parameters for the individual tests, even if these parameters should be constant as the concrete composition remains similar for different tests. A general applicability of the models to PCC cannot be recommended yet, but this conclusion needs to be tested with further experimental measurements and their subsequent simulation.

The influence of the phenomenon creep and its uncertainty of the prognosis, respectively, on the response of structural systems has been shown using the example of a prestressed bridge and reinforced concrete column. Due to the variation of the predicted creep compliance, relatively large scatter of the loss of pretensioning of the bridge and the moment distribution of the column evolve. Within the framework of the design of these structures the uncertainty of the creep prognosis should be taken into account by confidence intervals of the creep compliance. Furthermore, it was presented that a model quality evaluation and a subsequent selection of the most appropriate model lead to a significant decrease of the uncertainty of the global model response.

In addition to the evaluation of the partial model creep a methodology for the evaluation of a global model, composed of coupled partial models, was developed. This method quantifies the significance of a partial model for a global model based on graph theory and sensitivity analysis. Hence, an evaluation of the global model depending on the used partial models is allowed for. Further, interactions of partial models are detected and quantified with this new procedure. The knowledge of the interactions of partial models created a better understanding of the structural behavior of complex coupled models. The quality of the global models results from the individual qualities of the partial models as well as their significance for the global model response. The functionality of the method has been proven using the example of continuous beam bridge, including the substructure. It was found that the partial models creep and geometric non-linearity are more influential than shrinkage and bridge-vehicle interaction when the section forces of a slender column are investigated. Moreover, the quality of the creep model mainly defines the quality of the coupled global model.

8 Outlook

The methods developed within the scope of this research focus on the evaluation of creep models based on the predicted creep compliance. Apart from the various creep models, different analysis types exist for the consideration of time-variant stresses using the models designed for constant stresses. Besides the time integration used in this doctoral thesis, these are for example the "*Effective Modulus Method*" and the "*Age Adjusted Effective Modulus Method*". The quantitative comparison of the influence of the choice of the creep model against the choice of the analysis type of the time integration based on sensitivity analysis would be a reasonable extension of this work.

A further improvement of the method of parameter identification by means of BAYESian Updating should consider the correlation of the measurement errors. For this purpose a huge number of concrete specimens should be tested for similar experimental boundary conditions. Subsequently, the calculation of the explicit measurement uncertainty and the correlation of the measurement errors is possible. By taking into account this correlation within the updating process the particular scatter of the experimental results can be simulated with the creep models.

The general applicability of the existing creep models of standard concrete to polymermodified concrete still needs to be clarified. Considering further experiments with a wide spectrum of concrete compositions, ages of concrete at the beginning of loading, load intensities as well as varying boundary conditions allows for the general evaluation or modification of the models with respect to the ability of modeling PCC behavior. Further, developing new models especially for PCC is possible. Due to the large influence of the polymer modification on the microstructure a multi-scale approach is recommended to describe the creep behavior.

Moreover, the developed method for the quantification of the influence of model classes on the global structural behavior can be extended to take into account the quality of the coupling. This allows for a holistic assessment of the quality of the prognosis of coupled partial models. By classification of typical constructions of structural engineering and a subsequent application of the developed evaluation method the general significance of classes of partial models for specific engineering structures and design tasks can be derived. These findings could be incorporated in recommendations for the analysis of these structures within building codes.

From the analysis of the measurement errors the question of the quality of the experiment emerges. An extension of this thesis might focus on the assessment of experimental tests instead of the evaluation quality of the model prognosis.

Further, the developed evaluation method for creep models of concrete can be applied to other partial models of concrete, e.g. shrinkage models. Moreover, other materials like historical

masonry show a creep behavior similar to concrete, thus also these models are comparable to the ones of concrete [141]. Hence, the present evaluation method can be modified with respect to the specific requirements of masonry models.

References

- [1] Guidance on the Development, Evaluation, and Application of Environmental Models / United States Environmental Protection Agency. 2009. – Technical report 5, 6, 7
- [2] ACI209: Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures / American Concrete Institute. 1992. – Technical report 2, 9, 14, 30
- [3] AKAIKE, H.: A new Look at the Statistical Model Identification. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (6) (1974), p. 716–723 8, 77, 104
- [4] AL-MANASEER, A. ; LAM, J.-P.: Statistical Evaluation of Shrinkage and Creep Models. In: *ACI Materials Journal* 102 (3) (2005), p. 170–176 45
- [5] BABUSKA, I. ; ODEN, J.T.: Verification and Validation in Computational Engineering and Science: Basic Concepts. In: *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering* 193 (2004), p. 4057–4066 5
- [6] BATHE, K.-J.: *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1996 111, 117
- [7] BAŽANT, Z.P. ; KIM, J.K. ; WITTMANN, F.H. ; ALOU, F.: Statistical Extrapolation of Shrinkage Data - Part II: Bayesian Updating. In: *ACI Materials Journal* 84 (1987), p. 83–91 70, 71, 74
- [8] BAŽANT, Z.P. ; LI, G.-H.: Unbiased Statistical Comparison of Creep and Shrinkage Prediction Models. In: *ACI Materials Journal* 105(6) (2008), p. 610–621 2, 14, 45, 46, 82
- [9] BAŽANT, Z.P. ; PANULA, L.: Practical Prediction of Time-Dependent Deformations of Concrete: Part III. In: *Materials and Structures* 12 (1978), p. 415–423 46
- [10] BAŽANT, Z.P. ; WITTMANN, F.H. ; KIM, J.K. ; ALOU, F.: Statistical Extrapolation of Shrinkage Data - Part I: Regression. In: *ACI Materials Journal* 84 (1987), p. 20–34 2, 59
- [11] BAŽANT, Z.P.: Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method. In: *ACI Journal* 69 (1972), p. 212–217 21
- [12] BAŽANT, Z.P.: Probabilistic Analysis of Creep Effects in Concrete Structures. In: *Proceedings of 4th International Conference on Structural Safety and Reliability*, 1985, p. I-331–I-334 71
- [13] BAŽANT, Z.P.: Criteria for Rational Prediction of Creep and Shrinkage of Concrete. In: *ACI Materials Journal* 194 (2000), p. 215–236 44
- [14] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures - Model B3. In: *Materials and Structures* 28 (1995), p. 357–365 2, 14, 30, 32, 60
- [15] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Justificaton and Refinements of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage 1. Statistics and Sensitivity. In: *Materials and Structures* 28 (1995), p. 415–430 2, 30, 74
- [16] BAŽANT, Z.P. ; BAJEWA, S.: Justificaton and Refinements of Model B3 for Concrete Creep and Shrinkage 2. Updating and Theoretical Basis. In: *Materials and Structures* 28 (1995), p. 488–495 30

- [17] BAŽANT, Z.P. ; CHERN, J.C.: Log Double Power Law for Concrete Creep. In: *ACI Journal* 82-59 (1985), p. 665–675 29
- [18] BAŽANT, Z.P. ; HAUGGAARD, A.B. ; BAWEJA, p. ; ULM, F.-J.: Mircoprestress-Solidification Theory for Concrete Creep. I: Aging and Drying Effects. In: *Journal of Engineering Mechanics* 123 (11) (1997), p. 1188–1194 15, 28
- [19] BAŽANT, Z.P. ; HUET, C. ; MÜLLER, H.S.: Comment on Recent Analysis of Concrete Creep Linearity and Applicability of Principle of Superposition. In: *Materials and Structures* 27 (1994), p. 359–361 27
- [20] BAŽANT, Z.P. ; KIM, J.K. ; PANULA, L.: Improved Prediction Model for Time Dependent Deformations of Concrete. Part 2: Basic Creep. In: *Materials and Structures* 24 (1991), p. 409–420 34
- [21] BAŽANT, Z.P. ; OSMAN, E.: Double Power Law for Basic Creep of Concrete. In: *Materials and Structures* 9(49) (1976), p. 3–11 29
- [22] BAŽANT, Z.P. ; PRASANNAN, S.: Solidificaton Theory for Concrete Creep. I: Formulation. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (1989), p. 1691–1703 25, 26, 31, 34, 36
- [23] BAŽANT, Z.P. ; PRASANNAN, S.: Solidificaton Theory for Concrete Creep. II: Verification and Application. In: *Journal of Engineering Mechanics* 115 (8) (1989), p. 1704–1725 25, 31
- [24] BECK, J.L. ; YUEN, K.-V.: Model Selection Using Response Measurements: Bayesian Probabilistic Approach. In: *Journal of Engineering Mechanics* 130 (2) (2004), p. 192–203 75, 77
- [25] BETTEN, J.: *Finite Elemente für Ingenieure 2*. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2004 111, 113
- [26] BISHARA, A.G. ; ROSE, J.D. ; REDA YOUSSEF, M.A.: Shrinkage and Creep Characteristics of Latex-Modified Concrete. In: *Journal of the ACI* 75 (1978), p. 204–208 106
- [27] BLESSENSOHL, B.: *Zur numerischen Berechnung der Auswirkungen des Kriechens und Schwindens auf Betonverbundtragwerke - Grundlagen und Algorithmen für die EDV*, Rhein-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1990 21
- [28] BOCKHOLD, J.: *Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2005 2, 18, 33, 37
- [29] BOCKHOLD, J.: 3D Material Model for Nonlinear Basic Creep of Concrete. In: *Computers and Concrete* 4 (2) (2007), p. 101–117 2, 37
- [30] BOCKHOLD, J. ; STANGENBERG, F.: Modellierung des nichtlinearen Kriechens von Beton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 99 (3) (2004), p. 209–216 2, 37, 42
- [31] BOX, G.E.P. ; BISGAARD, p. ; FUND, C.A.: An Explanation and Critique of Taguchi's Contributions to Quality Engineering. In: *Quality and Reliability Engineering International* 4 (1988), p. 123–131 7
- [32] BOX, G.E.P. ; TIAO, G.C.: *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. John Wiley and Sons, 1992 9, 71
- [33] BROSSMANN, M.: *Analyse von Stahlbeton-Stabtragwerken mit der mathematischen Optimierung unter Berücksichtigung der Steifigkeitsdegradation und stochastischer Einflüsse*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2007 81
- [34] BYFORS, J.: Plain Concrete at Early Ages. In: *Swedish Cement and Concrete Research Institute, Forsking Research Fo. 3:80*. 1980 9, 11

- [35] CANTIENI, R.: Dynamic Behavior of Highway Bridges under the Passage of Heavy Vehicles / EMPA. 1992. – Technical report 134
- [36] CEB - COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code for Concrete Structures / Comité Bulletin No. 124/125-E. 1978. – Technical report 46
- [37] CEB - COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON: CEB-FIP Model Code 1990 / Comite Euro-International du Beton. 1993. – Technical report 43
- [38] CEB - COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BETON: Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance - Updated Knowledge of the CEB/FIP Model Code 90 : Volume 1-3 / Comité Euro-International du Beton. 1999. – Technical report 2, 30
- [39] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (FIB): fib Model Code 2010 - First Complete Draft - Volume 1 / International Federation for Structural Concrete (fib). 2010. – Technical report 2, 9, 11, 14, 15, 17, 30, 34, 37, 115, 126, 135
- [40] CHANDRA, A. ; OHAMA, Y.: *Polymers in Concrete*. CRC Press, Inc., 1994 106
- [41] CHIB, p. ; GREENBERG, E.: Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm. In: *The American Statistician* 49(4) (1995), p. 327–335 71
- [42] CHOI, B.p. ; SCANLON, A. ; JOHNSON, P.A.: Monte Carlo Simulation of Immediate and Time-Dependent Deflections of Reinforced Concrete Beams and Slabs. In: *ACI Structural Journal* 101 (5) (2004), p. 633–641 47
- [43] DE SCHUTTER, G. ; TAERWE, L.: Degree of Hydration-Based Description of Mechanical Properties of Early Age Concrete. In: *Materials and Structures* 29 (1996), p. 335–344 11
- [44] DIAMANTIDIS, D. ; MADSEN, H.O. ; RACKWITZ, R.: On the Variability of the Creep Coefficient of Structural Concrete. In: *Matériaux et Constructions* 17 (100) (1984), p. 321–328 46, 81, 82, 130
- [45] DIENER, J.: *Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Berechnung langzeitbelasteter Bauteile aus Stahlbeton und Spannbeton unter besonderer Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Rissbildung*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 1998 12, 22, 34, 35, 36
- [46] DIMMIG, A.: *Einflüsse von Polymeren auf die Mikrostruktur und die Dauerhaftigkeit kunststoffmodifizierter Mörtel (PCC)*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2002 106
- [47] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN 4227, Teil 1: Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung / Beuth Verlag, Berlin. 1988. – Norm 29
- [48] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton / Beuth Verlag, Berlin. 2008. – Norm 10, 126
- [49] DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E. V.: DIN EN 1991-2: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 2: Verkehrslasten auf Brücken / Beuth Verlag, Berlin. 2010. – Norm 135
- [50] DISCHINGER, F.: Untersuchungen über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Betons bei Bogenbrücken. In: *Der Bauingenieur* 18 (1937), p. 487–520, 539–552, 595–621 23, 29
- [51] DONALDSON, J.R. ; SCHNABEL, R.B.: Computational Experience with Confidence Regions and Confidence Intervals for Nonlinear Least Squares / University of Colorado at Boulder. 1985. – Technical report 9

- [52] EISERT, D.: *Die Effizienzwertmethode (EWW)*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2004 9
- [53] FANG, p. ; GERTNER, G.Z. ; SHINKAREVA, p. ; WANG, G. ; ANDERSON, A.: Improved Generalized Fourier Amplitude Sensitivity Test (FAST) for Model Assessment. In: *Statistics and Computing* 13 (2003), p. 221–226 7
- [54] FLOHR, A.: *Langzeitkriechversuche von PCC*. – Experimentelle Untersuchungen der Juniorprofessur „Polymere Bindemittel und Werkstoffe“ der Bauhaus-Universität Weimar - unpublished 91, 107
- [55] FLOHR, A.: *Stoffliche Aspekte des Einflusses einer Polymermodifikation auf die statischen und dynamischen Eigenschaften von Konstruktionsbeton*, Bauhaus-Universität Weimar, Diplomarbeit, 2005 91, 106, 107
- [56] GARDNER, N.J.: Comparison of Prediction Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal-Strength Concretes. In: *Canadian Journal of Civil Engineering* 31 (2004), p. 767–775 2, 45
- [57] GARDNER, N.J. ; LOCKMAN, M.J.: Design Provisions for Drying Shrinkage and Creep of Normal-Strength Concrete. In: *ACI Materials Journal* 98 (2001), p. 159–167 2, 14, 17, 30
- [58] GILBERT, R.I.: *Time Effects in Concrete Structures*. Elsevier, 1988 1, 13, 15, 16, 25, 31, 118, 128
- [59] GLANVILLE, W.H.: *Studies in Reinforced Concrete - III: The Creep or Flow of Concrete under Load* / Department of Scientific and Industrial Research, London. 1930. – Technical report 23
- [60] GRASBERGER, p. ; MESCHKE, G.: Drying Shrinkage, Creep and Cracking of Concrete: From Coupled Material Modelling to Multifield Structural Analysis. In: DE BORST, R. (Ed.) ; BIĆANIĆ, N. (Ed.) ; MANG, H. (Ed.) ; MESCHKE, G. (Ed.): *Computational Modelling of Concrete Structures*, 2003, p. 703–727 28
- [61] GRASSER, E. ; KRAEMER, U.: Kriechen von Beton unter hoher zentrischer und exzentrischer Druckbeanspruchung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 358*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1985 1, 16, 34
- [62] GREEN, M. ; CEBON, D.: Dynamic Response of Highway Bridges to Heavy Vehicle Loads: Theory and Experimental Validation. In: *Journal of Sound and Vibration* (1994), Nr. 170, p. 51–78 135
- [63] GRÜBL, P. ; WEIGLER, H. ; KARL, p. ; KUPFER, H. (Ed.): *Beton - Arten, Herstellung und Eigenschaften*. Ernst & Sohn, 2001 (2) 81
- [64] GULL, S.F.: Bayesian Inductive Inference and Maximum Entropy. In: ERICKSON, G.J. (Ed.) ; SMITH, C.R. (Ed.): *Maximum entropy and Bayesian methods in science and engineering, vol.1: Foundations*. Kluwer, 1988 75
- [65] HAMPE, E.: Von der unsicheren Sicherheit zur sicheren Unsicherheit. In: *Bautechnik* 66 (10) (1989), p. 329–335 7
- [66] HANSON, J.A.: A 10-Year Study of Creep Properties of Concrete, Concrete Laboratory Report SP-38 / Design and Construction Division, Engineering Laboratories Branch, Denver. 1953. – Technical report 29
- [67] HASTINGS, W.K.: Monte Carlo Sampling Methods using Markov Chains and their Application. In: *Biometrika* 57 (1970), p. 97–109 71
- [68] HÄUSSLER-COMBE, U.: Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Beton - Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 101 (3) (2006), p. 175–186 115, 118

- [69] HÄUSSLER-COMBE, U. ; PRÖCHTEL, P.: Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Betone mit normaler und hoher Festigkeit. In: *Beton- und Stahlbetonbau* 100 (1) (2005), p. 52–62 40
- [70] HEIDOLF, T.: *Zeit- und beanspruchungsabhängiges Tragverhalten von polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Beanspruchung*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2007 2, 33, 37, 40, 106, 109, 119
- [71] HEIDOLF, T.: Zeitvariantes Trag- und Schädigungsverhalten von mehrfach wiederholt beanspruchtem polymermodifiziertem Beton (PCC), Teil 2: Modellbildung zum Tragverhalten von Beton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 104 (12) (2009), p. 823–834 2, 37
- [72] HEIRMAN, G. ; VANDEWALLE, L. ; VAN GEMERT, D. ; BOEL, V. ; AUDENAERT, K. ; DE SCHUTTER, G. ; DESMET, B. ; VANTOMME, J.: Time-Dependent Deformations of Limestone Powder Type Self-Compacting Concrete. In: *Engineering Structures* 30 (2008), p. 2945–2956 2, 91, 94
- [73] HOLST, K.-H. ; HOLST, R.: *Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton : Entwurf, Konstruktion und Berechnung*. Ernst & Sohn, 2004 120
- [74] HOWELLS, R.W. ; LARK, R.J. ; BARR, B.I.G.: A Sensitivity Study of Parameters used in Shrinkage and Creep Prediction Models. In: *Magazine of Concrete Research* 57-10 (2005), p. 589–602 46
- [75] IMAN, R.L. ; CONOVER, W.J.: Small Sample Sensitivity Analysis Techniques for Computer Models with an Application to Risk Assessment. In: *Communications in Statistics* A9 (17) (1980), p. 1749–842 54, 55
- [76] KARAKI, G. ; FREUNDT, U.: Probabilistic Sensitivity and Uncertainty Analyses for the Responses of the Bridge-Vehicle-Interaction. In: *Computers & Structures* submitted (2011) 135
- [77] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models for Uncorrelated and Correlated Input Parameters. In: *Engineering Structures* 32 (11) (2010), p. 3758–3767 82
- [78] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Prediction Models in Concrete Structures. In: *Proceedings of 8th fib international PhD Symposium*, 2010, p. 213–218 81
- [79] KEITEL, H. ; KARAKI, G. ; NIKULLA, p. ; LAHMER, T. ; ZABEL, V.: Evaluation of Coupled Partial Models in Structural Engineering using Graph Theory and Sensitivity Analyses. In: *Engineering Structures* 33 (2011), p. 3726-3736 131, 134, 135, 138
- [80] KHOR, E.H. ; ROSOWSKY, D.V. ; STEWART, M.G.: Probabilistic Analysis of Time-Dependent Deflections of RC Flexural Members. In: *Computers and Structures* 79 (2001), p. 1461–1472 47
- [81] LAHMER, T. ; KNABE, T. ; NIKULLA, p. ; REUTER, M.: Bewertungsmethoden für Modelle des konstruktiven Ingenieurbaus. In: *Bautechnik Sonderheft* (2011) 6, 9
- [82] LI, C.Q. ; MELCHERS, R.E.: Reliability Analysis of Creep and Shrinkage Effects. In: *Journal of Structural Engineering* 118 (9) (1992), p. 2223–2237 47
- [83] LINDENSCHMIDT, K.-E.: The Effect of Complexity on Parameter Sensitivity and Model Uncertainty in River Water Quality Modelling. In: *Ecological Modelling* 190 (2006), p. 72–86 8
- [84] LORMAN, W.R.: Theory of Concrete Creep. In: *Proceedings ASTM* 40, 1940 30
- [85] LUCAS, L.J. ; OWHADI, H. ; ORTIZ, M.: Rigorous Verification, Validation, Uncertainty Quantification and Certification through Concentration-of-Measure Inequalities. In: *Computer Methods Application Mechanical Engineering* 197 (2008), p. 4591–4609 8

- [86] MABROUK, R. ; ISHIDA, T. ; MAEKAWA, K.: A Unified Solidation Model of Hardening Concrete Composite for Predicting the Young Age Behavior of Concrete. In: *Cement & Concrete Composites* 26 (2004), p. 453–461 27
- [87] MACKAY, D.J.C.: Bayesian Interpolation. In: *Neural Computation* 4 (1992), p. 415–447 8, 75
- [88] MACKAY, M.D. ; BECKHAM, R.J. ; CONOVER, W.J.: A Comparison of three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. In: *Technometrics* 21 (1979), p. 239–245 54
- [89] MADSEN, H.O. ; BAŽANT, Z.P: Uncertainty Analysis of Creep and Shrinkage Effects in Concrete Structures. In: *ACI Journal* 80 B (1983), p. 116–127 2, 46, 68, 69, 81, 82, 93
- [90] MAIER, A.: *Ein verbessertes Verfahren zur Berücksichtigung des Kriecheinflusses auf die Traglast knickgefährdeter Stahlbetondruckglieder*, Technische Universität München, Dissertation, 1978 34
- [91] MANDALENO, A.C.L.: *Erfassung von Verformungs- und Spannungszuständen im jungen Beton infolge Temperatur*, Bauhaus-Universität Weimar, Dissertation, 2002 10, 12
- [92] MANGAT, P.p. ; BAGGOTT, R. ; EVANS, D.A.: Creep Characteristics of Polymer Modified Concrete under Sustained Compression. In: *Polymers in Concrete: 3rd International Congress on Polymers in Concrete*, 1981 106
- [93] MAZZOTTI, C. ; SAVOIA, M.: Nonlinear Creep Damage Model for Concrete under Uniaxial Compression. In: *Journal of Engineering Mechanics* 129 (9) (2003), p. 1065–1075 2, 27, 33, 37
- [94] MCQUARRIE, A.D.R. ; TSAI, C.-L.: *Regression and Time Series Model Selection*. World Scientific, 1998 8, 77
- [95] MEYER, B.L. ; BRANSON, D.E. ; SCHUMANN, C.G. ; CHRISTIASON, M.L.: The Prediction of Creep and Shrinkage Properties of Concrete - Final Report No. 70-5 / Iowa Highway Commission. 1970. – Technical report 30
- [96] MONTGOMERY, D.C. ; RUNGER, G.C.: *Applied Statistics and Probability for Engineers, Third Edition*. Wiley, 2003 51, 56
- [97] MOST, T.: Assessment of Structural Simulation Models by Estimating Uncertainties due to Model Selection and Model Simplification. In: *Computers and Structures* 89 (2011), p. 1664-1672 133
- [98] MÜLLER, H.S.: *RILEM Data Bank, provided by Dr. H.S. Müller, Universität Karlsruhe (TH), Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Abteilung Baustofftechnologie, 76128 Karlsruhe, Germany* 14, 44
- [99] NECHVATAL, D.: *Normalbeton unter hohen Dauerlasten bei vermindertem Feuchteaustausch*, Technische Universität München, Dissertation, 1996 9, 10, 15, 38, 91, 99
- [100] NECHVATAL, D. ; STÖCKL, p. ; KUPFER, H.: Kriechen, Rückkriechen und Dauerstandfestigkeit von Beton bei unterschiedlichem Feuchtegehalt und Verwendung von Portlandzement bzw. Portlandkalksteinzement. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 442*. Beuth-Verlag, Berlin, 1994 10
- [101] NEVILLE, A.M. ; DILGER, W.H. ; BROOK, J.J.: *Creep of Plain Structural Concrete*. Construction Press, London, New York, 1983 20
- [102] NIELSEN, L.F.: Kriechen und Relaxation des Betons. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 65 (1970), p. 272–275 24

- [103] ODEN, J.T. ; PRUDHOMME, S.: Estimation of Modeling Error in Computational Mechanics. In: *Journal of Computational Physics* 182 (2) (2002), p. 496–115 9
- [104] OHAMA, Y.: *Handbook of Polymer-Modified Concrete and Mortars*. Noyes Publications, 1995 106
- [105] OHNIMUS, S.: *Theorie und Numerik dimensions- und modelladaptiver Finite-Element-Methoden von Flächentragwerken*, Universität Hannover, Dissertation, 1996 9
- [106] ØSTERGAARD, L. ; LANGE, D.A. ; ALTOUBAT, S.A. ; STANG, H.: Tensile Basic Creep of Early-Age Concrete under Constant Load. In: *Cement & Concrete Research* 31 (2001), p. 1895–1899 27
- [107] OZBOLT, J. ; REINHARDT, H.W.: Creep-Cracking Interaction of Concrete - Threedimensional Finite Element Model. In: ULM, F.-J. (Ed.) ; BAŽANT, Z. P. (Ed.) ; WITTMANN, F. H. (Ed.): *Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Proceedings of CONCREEP 6*, Elsevier Science Ltd., 2001 27
- [108] PFEFFERLE, R.: *Zur Theorie des Betonkriechens*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1971 29
- [109] PFISTER, R.: *Ein Ermüdungsschädigungsmodell für Zuverlässigkeitsanalysen von Stahlbetontragwerken*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2007 39
- [110] PÖLLING, R.: *Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen*, Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 2000 38, 115, 118, 120
- [111] RASCH, C.: Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 154*. Beuth-Verlag, Berlin, 1962 12
- [112] REUTER, M.: Modellbildung beim Entwurf stählerner Rahmentragwerke. In: *Proceedings of the 17th DAST-Kolloquium*, 2010 9
- [113] ROCKINGER, M. ; JONDEAU, E.: Entropy Densities with an Application to Autoregressive Conditional Skewness and Kurtosis. In: *Journal of Econometrics* 106 (2002), p. 119–142 50, 52
- [114] ROHLING, A.: *Zum Einfluss des Verbundkriechens auf die Rissbreitenentwicklung sowie auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1987 43, 44
- [115] ROSS, A.D.: Concrete Creep Data. In: *The Structural Engineer* 15(8) (1937), p. 314–326 30
- [116] ROSTASY, F.p. ; TEICHEN, K.-H. ; ENGELKE, H.: Beitrag zur Klärung des Zusammenhangs von Kriechen und Relaxation bei Normalbeton / Otto-Graf-Institut - Amtliche Forschungs- und Materialprüfanstalt für das Bauwesen - Universität Stuttgart. 1973. – Technical report 91, 101, 124
- [117] RÜSCH, H.: Researches towards a General Flexural Theory for Structural Concrete. In: *ACI Journal* 57(7) (1960), p. 1–28 10
- [118] RÜSCH, H. ; JUNGWIRTH, D.: *Stahlbeton Spannbeton, Band 1: Werkstoffeigenschaften und Bemessungsverfahren*. Werner Verlag, Düsseldorf, 1972 29
- [119] SALTELLI, A. ; ANNONI, P. ; AZZINI, I. ; CAMPOLONGO, F. ; RATTO, M. ; TARANTOLA, S.: Variance Based Sensitivity Analysis of Model Output. Design and Estimator for the Total Sensitivity Index. In: *Computer Physics Communications* 181 (2010), p. 259–270 131

- [120] SALTELLI, A. ; RATTO, M. ; ANDRES, T. ; CAMPOLONGO, F. ; CARIBONI, J. ; GATELLI, D. ; SAISANA, M. ; TARANTOLA, S.: *Global Sensitivity Analysis. The Primer*. John Wiley and Sons, 2008 2, 7, 8, 131, 132
- [121] SALTELLI, A. ; TARANTOLA, p. ; CAMPOLONGO, F. ; RATTO, M.: *Sensitivity Analysis in Practice: A Guide to Assessing Scientific Models*. John-Wiley & Sons, 2004 7
- [122] SCHWARZ, G ..: Estimating the Dimension of a Model. In: *Annals of Statistics* 6(2) (1978), p. 461–464 8, 77, 104
- [123] SCHWER, L.E.: Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, V & V 10 / ASME. 2006. – Technical report 5, 6, 59
- [124] SHANK, J.R.: The Plastic Flow of Concrete. In: *Ohio State University Eng. Exp. Sta. Bull. 91*, 1935 29
- [125] SHEN, J.-H.: Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton - Heft 432*. Beuth Verlag GmbH, 1992 2, 16, 33, 37, 41
- [126] ŠMERDA, Z. ; KRÍSTEK, V.: *Creep and Shrinkage of Concrete Elements and Structures*. Elsevier, 1988 13
- [127] SNOWLING, S.D. ; KRAMER, J.R.: Evaluating Modelling Uncertainty for Model Selection. In: *Ecological Modelling* 138 (2001), p. 17–30 8
- [128] STEIN, P. ; LAHMER, T. ; BOCK, S.: Synthese und Analyse von gekoppelten Modellen im konstruktiven Ingenieurbau. In: *Bautechnik Sonderheft* (2011) 5, 6, 130
- [129] STERMAN, J.D.: A Skeptic's Guide to Computer Models. In: BARNEY, G.O. ET AL (Ed.): *Managing a Nation: The Microcomputer Software Catalog*. Westview Press, 1991, p. 209–229 6
- [130] STÖCKL, S.: Versuche auf den Einfluß der Belastungshöhe auf das Kriechen des Betons. In: *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 324*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1981 16
- [131] STRAUB, D.: *Bayesian Methods for Model Selection and Model Fusion*. Summer School, Bauhaus-Universität Weimar. August 2010 76
- [132] STRAUB, L.G.: Plastic Flow in Concrete Arches. In: *Proceedings ASCE 95*, 1931 29
- [133] STREIT, W.: *Zeitabhängige Verformungen von Beton infolge hoher Druckbeanspruchungen*, Technische Universität München, Dissertation, 1991 34
- [134] SVENSVIK, B.: *Zum Verformungsverhalten gerissener Stahlbetonbalken unter Einschluß der Mitwirkung des Betons auf Zug in Abhängigkeit von Last und Zeit*, Technische Universität Braunschweig, Dissertation, 1981 43
- [135] TARANTOLA, A.: *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005 8
- [136] TARANTOLA, p. ; GATELLI, D. ; MARA, T.A.: Random Balance Designs for the Estimation of First Order Global Sensitivity Indices. In: *Reliability Engineering and System Safety* 91 (2006), p. 717–827 7
- [137] TEÉNY, M.: Deformation Modes and Structural Parameters in Cemented Granular Systems. In: *Proceeding of Symposium on Materials*, 1969 42
- [138] TEPLÝ, B. ; KERŠNER, Z. ; NOVÁK, D.: Sensitivity Study of BP-KX and B3 Creep and Shrinkage Models. In: *Materials and Structures* 29 (1996), p. 500–505 46

- [139] TROST, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton- und Spannbeton. In: *Beton - und Stahlbetonbau* 62 (1967), p. 230–238 & 261–269 19, 21
- [140] VAN GEMERT, D. ; VANOVERSCHELDE, C.: Simulatie von Betonkruip door middel van Polyestermikro- beton / Katholieke Universiteit te Leuven. 1983. – Technical report 106
- [141] VERTRYNGE, E.: *Long-Term Behaviour of Monumental Masonry Constructions: Modelling and Probabilistic Evaluation (Levensverwachting van monumentale metselwerkconstructies: modellering en probabilistische beoordeling)*, Katholieke Universiteit Leuven, PhD Thesis, 2010 146
- [142] VISMANN, U.: *Zuverlässigkeitstheoretische Verifikation von Bemessungskriterien im Stahlbetonbau*, Technische Universität München, Dissertation, 1995 82, 130
- [143] VROUWENVELDER, T. ; STRUCTURAL SAFETY, Joint C. on (Ed.): Probabilistic Model Code, 12th draft / Joint Committee on Structural Safety. 2002. – Technical report 82, 130
- [144] WHITNEY, C.S.: Plain and Reinforced Concrete Arches. In: *ACI Journal* 28 (1932), p. 479–519 23
- [145] XI, Y. ; BAŽANT, Z.P.: Sampling Analysis of Concrete Structures for Creep and Shrinkage with Correlated Random Material Parameters. In: *Probabilistic Engineering Mechanics* 4 (4) (1989), p. 174–186 82, 83
- [146] XU, C. ; GERTNER, G.Z.: Uncertainty and Sensitivity Analysis for Models with Correlated Parameters. In: *Reliability Engineering and System Safety* 93 (2008), p. 1563–1573 7, 63
- [147] YANG, I.H.: Uncertainty and Updating of Long-Term Prediction of Prestress Forces in PSC Box Girder Bridges. In: *Computers and Structures* 83 (2005), p. 2137–2149 46
- [148] YANG, I.H.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Time-Dependent Effects in Concrete Structures. In: *Engineering Structures* 29 (2007), p. 1366–1374 2, 46, 81, 82
- [149] ZAHLTEN, W.: *Höhere Mechanik 2 - Nichtlineare Methoden*. Bergische Universität Wuppertal. 2006 111, 117

Solemn Declaration

I do solemnly declare that I have made this work without undue assistance from third parties and without the use of other than the referenced sources. From other sources directly or indirectly acquired data and concepts are identified by referencing the source.

Other people were not involved in the development of content and material of the present work. In particular, I have not used any paid help of mediation or counseling services (promotion consultants or other persons). No one has received directly or indirect monetary benefits from me for any work in connection with the content of the submitted dissertation.

The work has been neither submitted to any other Examining Authority in Germany nor abroad in the same or similar style. I certify on my honor that I have said the whole truth and that I concealed nothing.



Weimar, December 2011

Holger Keitel

Publications of the Author

International reviewed Journals:

- [1] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Models for Uncorrelated and Correlated Input Parameters. In: *Engineering Structures* 32 (11) (2010), p. 3758–3767
- [2] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A. ; VANDEWALLE, L. ; SCHUEREMANS, L.: Selecting Creep Models using Bayesian Methods. In: *Materials and Structures* submitted (2010)
- [3] KEITEL, H. ; KARAKI, G. ; NIKULLA, P. ; LAHMER, T. ; ZABEL, V.: Evaluation of Coupled Partial Models in Structural Engineering using Graph Theory and Sensitivity Analyses. In: *Engineering Structures* 33 (2011), p. 3726–3736

National Journals:

- [4] KEITEL, H. ; NIKULLA, S.: Traglastanalyse schlanker Stahlbetonstützen unter Kriechbeanspruchung. In: *Bautechnik Sonderheft* 6 (88) (2011), p. 53–59

International Conference Papers:

- [5] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A. ; ZABEL, V.: Characterization of Time-Dependent Deformations of Polymer Modified Cement Concrete (PCC). In: *18th Int. Conf. on the Application of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering*, 2009
- [6] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Prediction of Creep Deformation of PCC using Models of Standard Cement Concrete. In: AGUIAR, J. B. (Ed.) ; S., Jalali (Ed.) ; CAMÕES, A. (Ed.) ; FERREIRA, R. M. (Ed.): *Proceedings of 13th International Congress on Polymers in Concrete*, 2010, p. 457–464
- [7] KEITEL, H. ; DIMMIG-OSBURG, A.: Uncertainty and Sensitivity Analysis of Creep Prediction Models in Concrete Structures. In: *Proceedings of 8th fib international PhD Symposium*, 2010, p. 213–218

Curriculum Vitae

Personal information:

Name: Holger Keitel
Date of birth: 2nd of April 1982
Place of birth: Lutherstadt Wittenberg
Family status: married, 2 children

Education:

1988-1992 Grundschole Heinrich-Heine Reinsdorf
1992-2000 Lucas-Cranach-Gymnasium Piesteritz, Abitur

Academic studies:

2001-2004 Bauhaus-Universitat Weimar, Bachelor of Science
2004-2006 Bauhaus-Universitat Weimar, Diplom-Ingenieur

Professional experience:

2000-2001 Paul-Gerhard-Stift Wittenberg, civil service
2007-2008 Voss & Kamb und Partner GmbH Kaiserslautern, planning of structural framework and project management for industrial constructions
since 2008 Graduiertenkolleg 1462, Bauhaus-Universitat Weimar, doctoral candidate
2009 Katholieke Universiteit Leuven, stay and research exchange within the framework of the promotion

Appendix

A Response Surfaces of Parameter Uncertainty

A.1 Sensitivity of Input Parameters

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0.711	0.774	0.813	0.832	0.861
S_{RH}	0.37	0.37	0.38	0.40	0.40
S_{f_c}	0.12	0.12	0.16	0.24	0.27
$S_{E_{c0}}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
$S_{V/S}$	0.36	0.36	0.35	0.33	0.31
S_{t_0}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

Tab. A.1: Sensitivity indices of parameter uncertainty with respect to the mean values of the input parameter, model MC10

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0.989	0.989	0.989	0.989	0.989
S_{RH}	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
S_{E_c}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
S_{sl}	0.84	0.84	0.84	0.84	0.84
S_a	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
S_{f-a}	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
$S_{V/S}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
S_{t_0}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

Tab. A.2: Sensitivity indices of parameter uncertainty with respect to the mean values of the input parameter, model ACI209

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0.993	0.991	0.965	0.918	0.915
S_{RH}	0.04	0.05	0.10	0.18	0.28
S_c	0.02	0.02	0.03	0.04	0.05
$S_{w/c}$	0.62	0.61	0.59	0.49	0.39
$S_{a/c}$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.03
S_{f_c}	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07
S_{k_s}	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02
$S_{V/S}$	0.01	0.03	0.04	0.08	0.09
S_{t_0}	0.25	0.20	0.12	0.09	0.06
S_{t_d}	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01

Tab. A.3: Sensitivity indices of parameter uncertainty with respect to the mean values of the input parameter, model B3

$t - t_0$	10	100	1000	10000	36500
R^2	0.747	0.751	0.843	0.881	0.897
S_{RH}	0.24	0.31	0.43	0.57	0.79
S_{E_c}	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
$S_{V/S}$	0.62	0.55	0.50	0.36	0.15
S_{t_0}	0.02	0.01	0.02	0.02	0.02
S_{t_d}	0.02	0.02	0.02	0.01	0.01

Tab. A.4: Sensitivity indices of parameter uncertainty with respect to the mean values of the input parameter, model GL2000

A.2 Coefficients of Response Surfaces of Parameter Uncertainty

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0.697	0.754	0.803	0.812	0.840
β_0	—	62.8E-3	66.4E-3	90.8E-3	138.5E-3	151.4E-3
β_1	RH	238.4E-3	230.9E-3	180.6E-3	77.8E-3	48.3E-3
β_2	$f_{c,28}$	132.5E-6	131.2E-6	98.9E-6	-28.6E-6	-65.2E-6
β_3	V/S	54.6E-3	51.8E-3	34.2E-3	4.6E-3	-2.5E-3
β_{11}	RH^2	51.4E-3	52.4E-3	58.3E-3	71.1E-3	75.8E-3
β_{22}	$f_{c,28}^2$	8.2E-6	8.1E-6	7.6E-6	6.3E-6	5.9E-6
β_{33}	V/S^2	77.1E-3	74.9E-3	61.6E-3	42.2E-3	38.2E-3
β_{12}	$RH \times f_{c,28}$	-2.0E-3	-2.0E-3	-1.9E-3	-1.5E-3	-1.3E-3
β_{13}	$RH \times V/S$	-257.7E-3	-249.9E-3	-200.3E-3	-114.4E-3	-93.4E-3
β_{23}	$V/S \times f_{c,28}$	-19.9E-6	-7.0E-6	58.6E-6	100.9E-6	96.1E-6

Tab. A.5: Regression coefficients of RS of parameter uncertainty, model MC10, with $f_{c,28}$ in $[MN/m^2]$, RH in $[-]$ and V/S in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0.971	0.971	0.971	0.971	0.971
β_0	—	90.4E-3	90.4E-3	90.4E-3	90.4E-3	90.4E-3
β_1	RH	15.3E-3	15.3E-3	15.3E-3	15.3E-3	15.3E-3
β_2	sl	59.2E-3	59.2E-3	59.2E-3	59.2E-3	59.2E-3
β_3	$f-a$	12.9E-3	12.9E-3	12.9E-3	12.9E-3	12.9E-3
β_{11}	RH^2	-6.3E-3	-6.3E-3	-6.3E-3	-6.3E-3	-6.3E-3
β_{22}	sl^2	-36.6E-3	-36.6E-3	-36.6E-3	-36.6E-3	-36.6E-3
β_{33}	$f-a^2$	-7.9E-3	-7.9E-3	-7.9E-3	-7.9E-3	-7.9E-3
β_{12}	$RH \times sl$	2.2E-3	2.2E-3	2.2E-3	2.2E-3	2.2E-3
β_{13}	$RH \times f-a$	1.9E-3	1.9E-3	1.9E-3	1.9E-3	1.9E-3
β_{23}	$sl \times f-a$	6.4E-3	6.4E-3	6.4E-3	6.4E-3	6.4E-3

Tab. A.6: Regression coefficients of RS of parameter uncertainty, model ACI209, with RH in $[-]$, $f-a$ in $[-]$ and sl in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0.697	0.691	0.823	0.871	0.892
β_0	—	98.2E-3	91.9E-3	84.6E-3	111.4E-3	140.4E-3
β_1	RH	5.1E-3	21.3E-3	26.4E-3	-93.1E-3	-194.5E-3
β_2	V/S	1.1E-3	9.6E-3	34.4E-3	39.7E-3	14.3E-3
β_{11}	RH^2	1.6E-3	2.6E-3	31.1E-3	157.4E-3	243.4E-3
β_{22}	V/S^2	9.3E-3	27.6E-3	42.7E-3	9.3E-3	3.0E-3
β_{1111}	RH^4	-1.2E-3	-2.3E-3	-10.3E-3	-39.4E-3	-57.1E-3
β_{2222}	V/S^4	-5.5E-3	-17.5E-3	-28.7E-3	-5.4E-3	1.8E-3
β_{12}	$RH \times V/S$	-16.9E-3	-64.0E-3	-143.5E-3	-103.5E-3	-32.1E-3
β_{1122}	$RH^2 \times V/S^2$	8.7E-3	32.6E-3	67.9E-3	29.3E-3	-9.8E-3

Tab. A.7: Regression coefficients of RS of parameter uncertainty, model GL2000, with RH in $[-]$ and V/S in $[m]$

$t - t_0$		10	100	1000	10000	36500
R^2		0.990	0.977	0.931	0.851	0.843
β_0	—	175.4E-3	178.9E-3	158.6E-3	168.7E-3	167.5E-3
β_1	RH	2.4E-3	-25.6E-3	-46.7E-3	-56.6E-3	-64.5E-3
β_2	c	15.5E-6	-26.7E-6	-60.6E-6	-100.7E-6	-103.2E-6
β_3	w/c	-599.4E-3	-544.0E-3	-405.5E-3	-352.8E-3	-305.9E-3
β_4	$f_{c,28}$	-404.9E-6	-350.9E-6	6.9E-6	-93.7E-6	-309.3E-6
β_5	V/S	18.2E-3	6.8E-3	-35.6E-3	-85.4E-3	-81.9E-3
β_6	t_0	-718.6E-6	-828.6E-6	-405.1E-6	1.3E-6	111.7E-6
β_{11}	RH^2	1.7E-3	19.7E-3	35.4E-3	38.2E-3	36.8E-3
β_{22}	c^2	-23.8E-9	-10.5E-9	3.5E-9	31.1E-9	36.2E-9
β_{33}	w/c^2	646.0E-3	560.4E-3	417.2E-3	324.0E-3	268.5E-3
β_{44}	$f_{c,28}^2$	1.8E-6	4.1E-6	4.1E-6	3.1E-6	3.5E-6
β_{55}	V/S^2	-11.0E-3	-11.1E-3	4.2E-3	19.4E-3	11.8E-3
β_{66}	t_0^2	-2.7E-6	-784.3E-9	-726.8E-9	-744.3E-9	-882.8E-9
β_{12}	$RH \times c$	-4.9E-6	-6.5E-6	-11.6E-6	-7.7E-6	-4.5E-6
β_{13}	$RH \times w/c$	19.9E-3	26.0E-3	25.8E-3	41.6E-3	47.4E-3
β_{14}	$RH \times f_{c,28}$	56.8E-6	169.3E-6	164.4E-6	194.4E-6	277.2E-6
β_{15}	$RH \times V/S$	-16.0E-3	-18.3E-3	-8.4E-3	1.1E-3	11.1E-3
β_{16}	$RH \times t_0$	13.1E-6	77.7E-6	105.2E-6	73.7E-6	45.9E-6
β_{23}	$c \times w/c$	13.3E-6	78.6E-6	108.4E-6	105.9E-6	89.5E-6
β_{24}	$c \times f_{c,28}$	95.6E-9	76.0E-9	23.3E-9	107.4E-9	149.9E-9
β_{25}	$c \times V/S$	4.1E-6	8.6E-6	23.2E-6	41.8E-6	39.8E-6
β_{26}	$c \times t_d$	73.8E-9	122.4E-9	67.3E-9	-21.7E-9	-22.5E-9
β_{34}	$w/c \times f_{c,28}$	62.3E-6	-636.2E-6	-1.2E-3	-979.3E-6	-829.8E-6
β_{35}	$w/c \times V/S$	10.4E-3	31.8E-3	53.3E-3	80.6E-3	71.3E-3
β_{36}	$w/c \times t_0$	2.4E-3	2.0E-3	968.0E-6	350.6E-6	214.5E-6
β_{45}	$f_{c,28} \times V/S$	-74.7E-6	-57.4E-6	38.8E-6	234.5E-6	255.3E-6
β_{46}	$f_{c,28} \times t_0$	920.5E-9	-523.9E-9	-700.4E-9	-722.7E-9	-783.7E-9
β_{56}	$V/S \times t_0$	124.0E-6	142.1E-6	81.3E-6	-47.6E-6	-53.9E-6

Tab. A.8: Regression coefficients of RS of parameter uncertainty, model B3, with RH in $[-]$, V/S in $[m]$, c in $[kg/m^3]$, w/c in $[-]$, $f_{c,28}$ in $[MN/m^2]$ and t_0 in $[d]$

B Model Parameters and Model Quality considering Experimental Data

B.1 Prior and Posterior Parameters of Creep Models

Posterior	$\Psi_{mod,cr}$	φ_{∞,t_0}		β_H	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
Prior		E	CV	E	CV
<i>Prior</i>		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
Heirman: TC1	0.12	1.16 2.68	0.05 0.30	450 314	0.16 0.30
Heirman: SCC1	0.05	1.90 2.22	0.10 0.30	330 314	0.26 0.30
Heirman: SCC15	0.11	2.05 2.73	0.10 0.30	350 314	0.25 0.30
Heirman: SCC17	0.43	2.66 3.24	0.06 0.30	415 314	0.19 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.05$	0.43	2.79 3.24	0.05 0.30	480 314	0.14 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.10$	0.43	2.62 3.24	0.07 0.30	390 314	0.20 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.15$	0.43	2.57 3.24	0.08 0.30	370 314	0.22 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.20$	0.43	2.55 3.24	0.10 0.30	350 314	0.24 0.30
Nechvatal: 3-14	0.15	2.56 2.37	0.06 0.30	630 1480	0.27 0.30
Rostasy: LF all days	0.07	2.97 1.16	0.04 0.30	1270 1320	0.13 0.30
Rostasy: LF 1 d-28 d	0.06	1.45 1.16	0.08 0.30	1090 1320	0.24 0.30
Rostasy: LF 1 d-56 d	0.06	1.34 1.16	0.08 0.30	1100 1320	0.24 0.30
Rostasy: LF 1 d-90 d	0.06	1.20 1.16	0.08 0.30	1110 1320	0.23 0.30
Rostasy: LF 1 d-180 d	0.06	1.37 1.16	0.07 0.30	1140 1320	0.21 0.30
Rostasy: LF 1 d-360 d	0.07	1.40 1.16	0.06 0.30	1180 1320	0.18 0.30
Rostasy: LF incl. unloading	0.08	1.55 1.16	0.02 0.30	1400 1320	0.06 0.30
Flohr: PCC Test 1	0.65	4.84 <i>1.00</i>	0.11 <i>6.00</i>	1030 <i>0</i>	0.30 <i>1500</i>
Flohr: PCC Test 2	0.17	4.77 <i>1.00</i>	0.08 <i>6.00</i>	1140 <i>0</i>	0.23 <i>1500</i>

Tab. B.1: Prior and posterior parameters, tests of HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY, and FLOHR, model MC10

Posterior	$\Psi_{mod,cr}$	φ_{∞,t_0}		Ψ		d	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [d]	CV
Prior		E	CV	E	CV	E	CV
Prior		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
Heirman: TC1	0.03	1.42 1.51	0.17 0.30	0.49 0.6	0.07 0.30	10.9 10	0.18 0.30
Heirman: SCC1	0.07	3.21 5.83	0.17 0.30	0.45 0.6	0.09 0.30	13.1 10	0.19 0.30
Heirman: SCC15	0.04	3.45 6.02	0.18 0.30	0.46 0.6	0.10 0.30	13.0 10	0.18 0.30
Heirman: SCC17	0.03	3.86 5.48	0.16 0.30	0.60 0.6	0.05 0.30	10.8 10	0.17 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.05$	0.02	3.68 1.51	0.12 0.30	0.61 0.6	0.04 0.30	10.2 10	0.14 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.10$	0.03	3.99 1.51	0.16 0.30	0.60 0.6	0.06 0.30	11.2 10	0.18 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.15$	0.03	4.09 1.51	0.17 0.30	0.60 0.6	0.08 0.30	11.5 10	0.19 0.30
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.20$	0.03	4.14 1.51	0.18 0.30	0.59 0.6	0.10 0.30	11.7 10	0.19 0.30
Nechvatal: 3-14	0.28	4.09 2.78	0.05 0.30	0.40 0.6	0.01 0.30	10.3 10	0.07 0.30
Rostasy: LF all days	0.04	1.82 2.34	0.10 0.30	0.42 0.6	0.04 0.30	12.7 10	0.12 0.30
Rostasy: LF 1 d-28 d	0.03	1.66 2.34	0.16 0.30	0.43 0.6	0.05 0.30	11.5 10	0.18 0.30
Rostasy: LF 1 d-56 d	0.02	1.66 2.34	0.17 0.30	0.43 0.6	0.05 0.30	11.5 10	0.19 0.30
Rostasy: LF 1 d-90 d	0.02	1.66 2.34	0.17 0.30	0.43 0.6	0.05 0.30	11.4 10	0.19 0.30
Rostasy: LF 1 d-180 d	0.02	1.67 2.34	0.14 0.30	0.43 0.6	0.05 0.30	11.5 10	0.16 0.30
Rostasy: LF 1 d-360 d	0.03	1.71 2.34	0.13 0.30	0.42 0.6	0.05 0.30	11.9 10	0.14 0.30
Rostasy: LF incl. unloading	0.07	2.22 2.34	0.09 0.30	0.42 0.6	0.04 0.30	15.8 10	0.09 0.30
Flohr: PCC Test 1	0.03	6.47 <i>1</i>	0.15 <i>8</i>	0.69 <i>0.4</i>	0.06 <i>0.6</i>	10.5 <i>6</i>	0.18 <i>30</i>
Flohr: PCC Test 2	0.05	6.78 <i>1</i>	0.13 <i>8</i>	0.43 <i>0.4</i>	0.05 <i>0.6</i>	11.5 <i>6</i>	0.15 <i>30</i>

Tab. B.2: Prior and posterior parameters, tests of HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY, and FLOHR, model ACI209

Posterior	$\Psi_{mod,cr}$		q_2		q_3		q_4		q_5	
	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$	CV	E $\left[\frac{m^2}{MN}\right]$
Prior		E	CV	E	CV	E	CV	E	CV	E
Prior		<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
Heirman: TC1	0.04	1.06E-4	0.03	1.77E-6	0.26	4.43E-6	0.19	2.41E-4	0.14	
		1.38E-4	0.30	1.80E-6	0.30	6.42E-6	0.30	4.06E-4	0.30	
Heirman: SCC1	0.07	1.30E-4	0.09	1.55E-6	0.30	6.61E-6	0.27	3.56E-4	0.30	
		1.17E-4	0.30	1.52E-6	0.30	6.60E-6	0.30	3.44E-4	0.30	
Heirman: SCC15	0.07	1.32E-4	0.09	3.75E-6	0.30	7.43E-6	0.29	4.33E-4	0.30	
		1.40E-4	0.30	3.73E-6	0.30	6.68E-6	0.30	3.61E-4	0.30	
Heirman: SCC17	0.25	1.28E-4	0.04	2.73E-6	0.18	5.50E-6	0.16	1.21E-3	0.02	
		1.62E-4	0.30	6.10E-6	0.30	6.73E-6	0.30	3.88E-4	0.30	
Heirman: SCC17	0.19	1.14E-4	0.02	5.11E-6	0.18	9.74E-6	0.12	1.22E-3	0.07	
$CV_Z = 0.05$		1.62E-4	0.30	6.10E-6	0.30	6.73E-6	0.30	3.88E-4	0.30	
Heirman: SCC17	0.30	1.06E-4	0.03	1.77E-6	0.22	4.43E-6	0.19	2.41E-4	0.09	
$CV_Z = 0.10$		1.62E-4	0.30	6.10E-6	0.30	6.73E-6	0.30	3.88E-4	0.30	
Heirman: SCC17	0.30	1.11E-4	0.06	4.79E-6	0.26	9.85E-6	0.28	1.03E-3	0.11	
$CV_Z = 0.15$		1.62E-4	0.30	6.10E-6	0.30	6.73E-6	0.30	3.88E-4	0.30	
Heirman: SCC17	0.29	1.13E-4	0.09	6.89E-6	0.26	1.05E-5	0.29	9.31E-4	0.14	
$CV_Z = 0.20$		1.62E-4	0.30	6.10E-6	0.30	6.73E-6	0.30	3.88E-4	0.30	
Nechvatal: 3-14	0.09	1.57E-4	0.03	3.54E-6	0.18	1.04E-5	0.03	-	-	
		1.29E-4	0.30	4.84E-6	0.30	5.52E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.03	9.40E-5	0.02	8.98E-7	0.31	5.90E-6	0.05	-	-	
all days		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.03	9.30E-5	0.02	9.08E-7	0.30	6.90E-6	0.14	-	-	
1 d-28 d		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.03	9.33E-5	0.02	8.93E-7	0.30	6.61E-6	0.11	-	-	
1 d-56 d		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.04	9.35E-5	0.02	9.09E-7	0.29	6.31E-6	0.09	-	-	
1 d-90 d		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.04	9.38E-5	0.02	8.92E-7	0.29	6.06E-6	0.08	-	-	
1 d-180 d		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.03	9.38E-5	0.02	9.01E-7	0.29	6.00E-6	0.07	-	-	
1 d-360 d		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Rostasy: LF	0.02	9.40E-5	0.02	9.16E-7	0.29	5.85E-6	0.04	-	-	
incl. unloading		1.10E-4	0.30	9.03E-7	0.30	6.08E-6	0.30	-	-	
Flohr: PCC Test 1	0.08	6.06E-5	0.65	8.55E-6	0.53	9.04E-6	0.65	4.34E-2	0.06	
		<i>0.00</i>	<i>1.00E-2</i>	<i>0.00</i>	<i>2.00E-4</i>	<i>0.00</i>	<i>2.00E-4</i>	<i>0.00</i>	<i>5.00E-2</i>	
Flohr: PCC Test 2	0.06	3.55E-4	0.26	9.53E-6	0.59	8.58E-6	0.67	2.91E-2	0.06	
		<i>0.00</i>	<i>1.00E-2</i>	<i>0.00</i>	<i>2.00E-4</i>	<i>0.00</i>	<i>2.00E-4</i>	<i>0.00</i>	<i>5.00E-2</i>	

Tab. B.3: Prior and posterior parameters, tests of HEIRMAN, NECHVATAL, ROSTASY, and FLOHR, model B3

Posterior Prior	$\Psi_{mod,cr}$	τ_c^1		τ_c^2		τ_c^3		τ_c^4		n	
	CV	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [d] min	CV max	E [-] min	CV max
Heirman: TC1	0.06	510 10	0.19 1000	4.8E+9 1000	0.59 1E+10	- -	- -	- -	- -	1.55 1.00	0.18 2.00
Heirman: SCC1	0.04	200 10	0.56 1000	24000 1000	0.58 1E+5	4.8E+9 1E+5	0.61 1E+10	- -	- -	1.56 1.00	0.18 2.00
Heirman: SCC15	0.04	210 10	0.64 1000	4200 1000	0.68 1E+5	4.9E+9 1E+5	0.59 1E+10	- -	- -	1.55 1.00	0.18 2.00
Heirman: SCC17	0.07	430 10	0.37 1000	810 100	0.35 5000	2020 500	0.56 1E+5	4.8E+9 1E+5	0.60 1E+10	1.74 1.00	0.12 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.05$	0.05	530 10	0.33 1000	770 100	0.25 5000	1500 500	0.47 1E+5	4.9E+9 1E+5	0.62 1E+10	1.77 1.00	0.11 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.10$	0.07	410 10	0.41 1000	860 100	0.42 5000	2300 500	0.57 1E+5	4.8E+9 1E+5	0.57 1E+10	1.74 1.00	0.12 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.15$	0.09	360 10	0.49 1000	970 100	0.50 5000	2600 500	0.53 1E+5	5.0E+9 1E+5	0.57 1E+10	1.70 1.00	0.14 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.20$	0.11	350 10	0.54 1000	1050 100	0.52 5000	2800 500	0.50 1E+5	5.1E+9 1E+5	0.57 1E+10	1.67 1.00	0.15 2.00
Nechvatal: 3-14	0.12	130 10	0.09 1000	2.1E+5 1000	0.15 1E+6	2.1E+9 10000	0.40 1E+10	- -	- -	1.94 1.00	0.02 2.00
Rostasy: LF all days	0.09	540 10	0.06 1000	3.2E+5 1000	0.34 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.87 1.00	0.06 2.00
Rostasy: LF 1 d-28 d	0.10	550 10	0.10 1000	1.9E+5 1000	0.65 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.86 1.00	0.07 2.00
Rostasy: LF 1 d-56 d	0.10	550 10	0.07 1000	2.7E+5 1000	0.56 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.87 1.00	0.07 2.00
Rostasy: LF 1 d-90 d	0.11	535 10	0.07 1000	3.1E+5 1000	0.39 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.85 1.00	0.07 2.00
Rostasy: LF 1 d-180 d	0.10	550 10	0.06 1000	3.1E+5 1000	0.32 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.84 1.00	0.07 2.00
Rostasy: LF 1 d-360 d	0.09	540 10	0.07 1000	3.5E+5 1000	0.35 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.88 1.00	0.06 2.00
Rostasy: LF incl. unloading	0.06	540 10	0.06 1000	3.1E+5 1000	0.33 1E+6	- -	- -	- -	- -	1.83 1.00	0.06 2.00

Tab. B.4: Prior and posterior parameters, tests of HEIRMAN, NECHVATAL, and ROSTASY, model Bockhold

Posterior Prior	Flohr: PCC Test 1		Flohr: PCC Test 2	
	E min	CV max	E min	CV max
$\Psi_{mod,cr}$		0.33		0.15
τ_c^1	160 d 10 d	0.19 200 d	15 d 10 d	0.23 200 d
τ_c^2	310 d 100 d	0.31 500 d	200 d 100 d	0.40 500 d
τ_c^3	560 d 300 d	0.30 1000 d	500 d 300 d	0.28 1000 d
τ_c^4	1030 d 500 d	0.38 2000 d	920 d 500 d	0.34 2000 d
τ_c^5	5.1E+9 d 1000 d	0.58 1E+10 d	5.6E+9 d 1000 d	0.53 1E+10 d
n	1.42 1.00	0.13 2.00	1.51 1.00	0.20 2.00

Tab. B.5: Prior and posterior parameters, tests of FLOHR, model Bockhold

Posterior Prior	$\Psi_{mod,cr}$	$a_{c,cr}^{1,0} (\tau_c^1 = 1d)$		$a_{c,cr}^{2,0} (\tau_c^2 = 10d)$		$a_{c,cr}^{3,0} (\tau_c^3 = 100d)$		$a_{c,cr}^{4,0} (\tau_c^4 = 1000d)$	
	CV	E [-] min	CV max	E [-] min	CV max	E [-] min	CV max	E [-] min	CV max
Heirman: TC1	0.03	0.19 0.00	0.09 0.50	0.09 0.00	0.53 1.00	0.68 0.00	0.18 1.50	0.43 0.00	0.52 2.00
Heirman: SCC1	0.02	0.31 0.00	0.28 0.50	0.34 0.00	0.53 1.00	0.69 0.00	0.49 1.50	1.06 0.00	0.51 2.00
Heirman: SCC15	0.04	0.32 0.00	0.24 0.50	0.34 0.00	0.53 1.00	0.86 0.00	0.44 1.50	1.08 0.00	0.52 2.00
Heirman: SCC17	0.06	0.42 0.00	0.08 0.50	0.75 0.00	0.13 1.00	1.25 0.00	0.17 1.50	1.17 0.00	0.47 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.05$	0.05	0.42 0.00	0.06 0.50	0.72 0.00	0.08 1.00	1.35 0.00	0.10 1.50	1.20 0.00	0.41 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.10$	0.07	0.41 0.00	0.09 0.50	0.77 0.00	0.15 1.00	1.17 0.00	0.22 1.50	1.15 0.00	0.48 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.15$	0.09	0.41 0.00	0.12 0.50	0.78 0.00	0.16 1.00	1.07 0.00	0.30 1.50	1.08 0.00	0.52 2.00
Heirman: SCC17 $CV_Z = 0.20$	0.10	0.41 0.00	0.14 0.50	0.79 0.00	0.18 1.00	1.00 0.00	0.34 1.50	1.10 0.00	0.49 2.00
Rostasy: LF all days	0.03	0.16 0.00	0.08 0.50	0.13 0.00	0.29 1.00	0.41 0.00	0.22 1.50	0.66 0.00	0.26 2.00
Rostasy: LF 1 d–28 d	0.03	0.17 0.00	0.08 0.50	0.10 0.00	0.49 1.00	0.51 0.00	0.35 1.50	0.81 0.00	0.49 2.00
Rostasy: LF 1 d–56 d	0.03	0.17 0.00	0.08 0.50	0.11 0.00	0.47 1.00	0.48 0.00	0.33 1.50	0.83 0.00	0.45 2.00
Rostasy: LF 1 d–90 d	0.03	0.16 0.00	0.08 0.50	0.12 0.00	0.35 1.00	0.43 0.00	0.27 1.50	0.79 0.00	0.51 2.00
Rostasy: LF 1 d–180 d	0.03	0.16 0.00	0.08 0.50	0.13 0.00	0.29 1.00	0.40 0.00	0.26 1.50	0.70 0.00	0.54 2.00
Rostasy: LF 1 d–360 d	0.02	0.17 0.00	0.08 0.50	0.13 0.00	0.31 1.00	0.40 0.00	0.28 1.50	0.71 0.00	0.53 2.00
Flohr: PCC Test 1	0.07	0.55 0.00	0.08 1.00	1.77 0.00	0.09 2.00	1.39 0.00	0.29 2.50	1.75 0.00	0.40 3.00
Flohr: PCC Test 2	0.07	0.74 0.00	0.05 1.00	0.56 0.00	0.12 2.00	1.68 0.00	0.11 2.50	1.77 0.00	0.34 3.00

Tab. B.6: Prior and posterior parameters, tests of HEIRMAN, ROSTASY, and FLOHR, model Heidolf

Posterior	$\Psi_{mod,cr}$	$i = 1$ ($\tau_c^1 = 1d$)		$i = 2$ ($\tau_c^2 = 10d$)		$i = 3$ ($\tau_c^3 = 100d$)		$i = 4$ ($\tau_c^4 = 1000d$)	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
Prior		min	max	min	max	min	max	min	max
$a_{c,cr,v-el}^{i,0}$		0.06	0.42	0.04	0.58	0.06	0.62	0.15	0.52
		0.00	0.10	0.00	0.10	0.00	0.40	0.00	0.40
$a_{c,cr,v-el}^{i,1}$		151	0.31	50	0.40	46	0.49	59	0.43
	0.05	0	400	0	400	0	400	0	400
$a_{c,cr,v-pl}^{i,0}$		0.09	0.41	0.05	0.41	0.28	0.26	0.59	0.23
		0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.80	0.00	0.80
$a_{c,cr,v-pl}^{i,1}$		548	0.15	83	0.64	143	0.57	160	0.47
		0	800	0	800	0	800	0	800

Tab. B.7: Prior and posterior parameters, tests of NECHVATAL, model Heidolf

Posterior	$\Psi_{mod,cr}$	$i = 1$ ($\tau_c^1 = 1d$)		$i = 2$ ($\tau_c^2 = 10d$)		$i = 3$ ($\tau_c^3 = 100d$)		$i = 4$ ($\tau_c^4 = 1000d$)	
	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
Prior		min	max	min	max	min	max	min	max
$a_{c,cr,v-el}^{i,0}$		0.08	0.14	0.06	0.46	0.05	0.59	0.05	0.49
	0.02	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20
$a_{c,cr,v-pl}^{i,0}$		0.08	0.19	0.10	0.32	0.29	0.18	0.72	0.15
		0.00	0.30	0.00	0.50	0.00	1.00	0.00	1.00

Tab. B.8: Prior and posterior parameters, tests of ROSTASY including unloading, model Heidolf

Posterior	$m = n = 3$		$m = n = 4$		$m = n = 5$		$m = n = 6$		$m = n = 7$	
	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV	E [-]	CV
Prior	min	max	min	max	min	max	min	max	min	max
$\Psi_{mod,cr}$		0.064		0.046		0.041		0.036		0.032
$\alpha_{c,cr}^{1,0}$ ($\tau_c^1 = 1d$)	0.19	0.05	0.18	0.07	0.18	0.06	0.17	0.09	0.17	0.10
	0.00	0.50	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20
$\alpha_{c,cr}^{2,0}$ ($\tau_c^2 = 5d$)	-	-	-	-	-	-	0.04	0.71	0.04	0.75
	-	-	-	-	-	-	0.00	0.20	0.00	0.20
$\alpha_{c,cr}^{3,0}$ ($\tau_c^3 = 10d$)	-	-	0.08	0.47	0.07	0.52	0.04	0.74	0.05	0.70
	-	-	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20	0.00	0.20
$\alpha_{c,cr}^{4,0}$ ($\tau_c^4 = 50d$)	0.43	0.11	-	-	0.10	0.59	0.09	0.64	0.09	0.57
	0.00	0.80	-	-	0.00	0.40	0.00	0.20	0.00	0.20
$\alpha_{c,cr}^{5,0}$ ($\tau_c^5 = 100d$)	-	-	0.51	0.17	0.40	0.26	0.39	0.27	0.32	0.33
	-	-	0.10	0.80	0.10	0.80	0.10	0.80	0.10	0.80
$\alpha_{c,cr}^{6,0}$ ($\tau_c^6 = 500d$)	-	-	-	-	-	-	-	-	0.30	0.48
	0.00	0.50	-	-	-	-	-	-	0.10	0.80
$\alpha_{c,cr}^{7,0}$ ($\tau_c^7 = 1000d$)	0.81	0.18	0.54	0.30	0.59	0.28	0.61	0.28	0.34	0.48
	0.00	1.50	0.10	1.00	0.10	1.00	0.10	1.00	0.10	1.00

Tab. B.9: Prior and posterior parameters, tests of ROSTASY, all days, model Heidolf, different number of rheological creep chains

B.2 Model Selection Factors and Model Quality

	MC10		ACI209		B3		Bockhold		Heidolf	
	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N	MSF	MSF^N
	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
Heirman: TC1	0.00	0.00	0.67	1.00	0.05	0.07	0.27	0.39	0.01	0.01
Heirman: SCC1	0.78	1.00	0.01	0.01	0.09	0.11	0.08	0.10	0.04	0.05
Heirman: SCC15	0.28	0.82	0.02	0.07	0.34	1.00	0.30	0.89	0.06	0.17
Heirman: SCC17	0.00	0.00	0.41	1.00	0.00	0.00	0.38	0.91	0.21	0.52
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.05$	0.00	0.00	0.97	1.00	0.00	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.10$	0.00	0.00	0.58	1.00	0.00	0.00	0.34	0.59	0.08	0.14
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.15$	0.00	0.00	0.44	1.00	0.00	0.00	0.37	0.85	0.19	0.44
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.20$	0.00	0.00	0.40	1.00	0.00	0.00	0.37	0.93	0.23	0.59
Nechvatal: 3-14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.99	1.00
Rostasy: LF, all days	0.21	0.36	0.14	0.24	0.57	1.00	0.00	0.00	0.08	0.15
Rostasy: LF, 1 d–28 d	0.38	0.97	0.076	0.17	0.40	1.00	0.00	0.00	0.15	0.39
Rostasy: LF, 1 d–56 d	0.36	0.93	0.09	0.23	0.40	1.00	0.00	0.00	0.15	0.39
Rostasy: LF, 1 d–90 d	0.39	1.00	0.12	0.32	0.37	0.96	0.00	0.00	0.12	0.31
Rostasy: LF, 1 d–180 d	0.41	1.00	0.15	0.37	0.34	0.83	0.00	0.00	0.10	0.25
Rostasy: LF, 1 d–360 d	0.33	0.83	0.14	0.35	0.39	1.00	0.00	0.00	0.14	0.36
Rostasy: LF, incl. unloading	0.01	0.01	0.01	0.01	0.97	1.00	0.00	0.00	0.01	0.01
Flohr: PCC Test 1	0.00	0.00	0.86	1.00	0.11	0.12	0.00	0.00	0.03	0.04
Flohr: PCC Test 2	0.00	0.00	0.40	1.00	0.38	0.92	0.01	0.01	0.21	0.50

Tab. B.10: Model selection factors (MSF)

	MC10		ACI209		B3		Bockhold		Heidolf	
	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}	MQ_{cr}
	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y	t_Z	100 y
	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
Heirman: TC1	0.72	0.61	1.00	0.78	0.80	1.00	0.69	0.65	0.69	0.72
Heirman: SCC1	1.00	0.96	0.93	0.88	0.99	1.00	0.62	0.93	0.60	0.63
Heirman: SCC15	0.77	0.79	0.90	0.90	1.00	1.00	0.68	0.96	0.60	0.66
Heirman: SCC17	0.38	0.44	1.00	1.00	0.47	0.57	0.66	0.93	0.79	0.88
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.05$	0.24	0.28	1.00	1.00	0.37	0.44	0.69	0.93	0.85	0.93
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.10$	0.26	0.30	1.00	1.00	0.37	0.43	0.65	0.91	0.81	0.90
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.15$	0.28	0.32	1.00	1.00	0.38	0.45	0.64	0.88	0.75	0.81
Heirman: SCC17. $CV_Z = 0.20$	0.30	0.34	1.00	1.00	0.42	0.48	0.71	0.91	0.74	0.79
Nechvatal: 3-14	0.52		0.35		1.00		0.53		0.53	
Rostasy: LF, all days	0.75	0.63	0.86	0.72	1.00	1.00	0.66	0.56	0.87	0.71
Rostasy: LF, 1 d-28 d	0.90	0.92	1.00	0.91	0.74	1.00	0.64	0.71	0.95	0.72
Rostasy: LF, 1 d-56 d	0.93	0.85	1.00	0.83	0.82	1.00	0.71	0.71	0.99	0.73
Rostasy: LF, 1 d-90 d	0.86	0.76	1.00	0.82	0.84	1.00	0.66	0.62	0.98	0.70
Rostasy: LF, 1 d-180 d	0.87	0.76	0.97	0.83	0.87	1.00	0.63	0.59	1.00	0.74
Rostasy: LF, 1 d-360 d	0.89	0.72	1.00	0.78	0.98	1.00	0.70	0.59	0.94	0.65
Rostasy: LF, incl. unloading	0.70		0.74		1.00		0.71		0.81	
Flohr: PCC Test 1	0.17	0.21	1.00	0.92	0.85	1.00	0.35	0.45	0.89	0.87
Flohr: PCC Test 2	0.53	0.65	0.88	0.97	1.00	1.00	0.57	0.73	0.82	0.81

Tab. B.11: Model quality for the experimental duration of $t = t_Z$ and until $t = 100 y$

	$m = n = 3$	$m = n = 4$	$m = n = 5$	$m = n = 6$	$m = n = 7$
MSF [-]	0.07	0.73	0.12	0.06	0.02
MSF^N [-]	0.10	1.00	0.16	0.08	0.03
MQ_{cr}, t_Z [-]	0.95	1.000	0.99	0.99	0.95
$MQ_{cr}, 100 y$ [-]	0.95	1.00	0.98	0.98	0.96

Tab. B.12: Model selection factors and model quality, tests of ROSTASY, all days, model Heidolf, different number of rheological creep chains

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung von Methoden, mit denen die Prognosequalität von Kriechmodellen des Betons bestimmt werden kann. Die Methoden werden in zwei Ausgangsszenarien unterschieden: die Bewertung ohne und die Bewertung mit Verwendung von spezifischen Versuchsdaten zum Kriechverhalten des Betons. Die Modellqualität wird anhand der Gesamtunsicherheit der prognostizierten Kriechnachgiebigkeit quantifiziert. Die Unsicherheit wird für die Kriechprognose ohne Versuchsdaten über eine Unsicherheitsanalyse unter Berücksichtigung korrelierter Eingangsparameter ermittelt. Bei der Verwendung experimenteller Daten werden die stochastischen Eigenschaften der Modellparameter mittels Bayesian Updating bestimmt. Die Bewertung erfolgt erneut basierend auf einer Unsicherheitsanalyse sowie alternativ mittels Modellselektion nach Bayes.

Weiterhin wird eine auf Graphentheorie und Sensitivitätsanalysen basierende Methode zur Bewertung von gekoppelten Partialmodellen entwickelt. Damit wird der Einfluss eines Partialmodells auf das Verhalten einer globalen Tragstruktur quantifiziert, Interaktionen von Partialmodellen festgestellt und ein Maß für die Qualität eines Gesamtmodells ermittelt.

ISBN: 978-3-86068-466-5