

**Zeit- und beanspruchungsabhängiges Tragverhalten von
polymermodifiziertem Beton
unter mehrfach wiederholter Beanspruchung**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen
der Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Thorsten Heidolf

geboren am 7. September 1975

in Halle/Saale

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue

Weimar 2007

Kurzreferat

In der vorliegenden Arbeit werden die experimentellen Ergebnisse eigener Untersuchungen an unbewehrtem und bewehrtem polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Druck- und Zugbeanspruchung vorgestellt und mit den Ergebnissen ähnlicher Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton verglichen. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei dem Formänderungsverhalten, der Steifigkeitsdegradation und der Energiedissipation sowie dem Kriechverhalten und der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen gewidmet. Die beobachtete signifikante Steifigkeitsdegradation sowie der ausgeprägt nichtlineare Zusammenhang zwischen der viskosen Verformung und der elastischen Stauchung zeigen, dass bei der Analyse der Kriechauswirkungen des polymermodifizierten Betons auf das Tragverhalten entsprechender Konstruktionen neben den Gebrauchslasten auch die während der Lastgeschichte aufgetretenen maximalen Beanspruchungssituationen sowie die damit verbundenen Strukturveränderungen zu berücksichtigen sind.

Auf der Basis der Versuchsergebnisse und der visko-elastisch-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie werden rheologische Modelle zur Beschreibung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhaltens von Betonbauteile vorgeschlagen. Die numerische Umsetzung der vorgeschlagenen Modelle erfolgt unter Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens des Betons auf der Basis des HAMILTON-Prinzips unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Durch eine zeitliche Diskretisierung kann die Problembeschreibung auf das Prinzip von LAGRANGE vom Minimum des Gesamtpotentials zurückgeführt und als nicht-lineare Optimierungsaufgabe formuliert werden. Die Simulation des beanspruchungsabhängigen Tragverhaltens von Stahlbetonverbundquerschnitten verdeutlicht die Qualität und Leistungsfähigkeit der vorgeschlagenen Modellbildung.

Abstract

The experimental results of the investigations into polymer-modified concrete with multi-fariously repeated compression or tension load are introduced in the provided work and compared to similar experiments in normal- and high-strength concrete. Special attention is dedicated to the stress-strain relation, the degradation of stiffness and the dissipation of energy as well as the non-linear long-term behaviour and tension-stiffening. Stiffness degradation and non-linear creep of polymer-modified concrete show that maximum strain situations have to be taken into consideration of the behaviour analysis of concrete structures under long-term loading.

Based on experimental results and the theory of visco-elastic-plastic continuum damage, rheological models are suggested for the description of the time- and damage-dependent behaviour of reinforced concrete. The numerical concept is based on the HAMILTON-principle. Using time discretisation, mechanical modelling simplifies and can be described as a LAGRANGE-principle concerning minimum of total potential energy. The problem is solved by non-linear optimisation. The efficiency of the suggested model was proven for reinforced concrete cross sections by numerical simulation.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Professur Massivbau I, der Bauhaus-Universität Weimar. Wesentliche Forschungsschwerpunkte der Professur Massivbau I unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue sind die nichtlineare Tragwerksanalyse mit Methoden der mathematischen Optimierung sowie die theoretische und experimentelle Untersuchung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Betonverhaltens. Aus dieser Gedankenwelt kamen wesentliche Impulse für die vorliegende Arbeit. Weitere wesentliche Anregungen entstanden aus der kollektiven Zusammenarbeit innerhalb des Sonderforschungsbereiches 524 „Werkstoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken“, der von der Deutschen Forschungsgemeinschaft gefördert wurde. Dabei ist insbesondere die interdisziplinäre Zusammenarbeit mit dem F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde unter Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Jochen Stark hervorzuheben.

Das Versuchsprogramm wurde im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 524 entwickelt und zwischen dem Institut für Konstruktiven Ingenieurbau und dem F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde abgestimmt. Die Festlegung der Betonrezeptur sowie die Herstellung der Probekörper erfolgte am F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde. Die experimentellen Untersuchungen zum Tragverhalten des PCC unter statischer Belastung wurden an der Versuchstechnischen Einrichtung des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau vorbereitet und durchgeführt. Neben der Analyse des Einflusses verschiedener Polymere auf die Frisch- und Festbetoneigenschaften sowie auf das Dehnungs- und Reißverhalten des Betons konzentrieren sich die Untersuchungen des F.A. Finger-Instituts für Baustoffkunde auf die Analyse und Beschreibung der Mikrostrukturausbildung. Im Vordergrund der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen und theoretischen Untersuchungen stehen die makroskopische Analyse und die Modellierung des nichtlinearen zeit- und beanspruchungsabhängigen Trag- und Degradationsverhaltens von Beton. Der hierfür verwendete polymermodifizierte Beton erwies sich als großer Vorteil, da aufgrund der verwendeten Polymermodifikation die Viskosität und die Strukturveränderung des Betons deutlich stärker in Erscheinung treten.

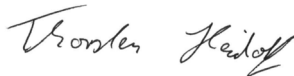
Für die gute wissenschaftliche Betreuung und Förderung sowie für viele anregende und konstruktiv kritische Gespräche möchte ich mich bei meinem Betreuer Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Erich Raue sehr herzlich bedanken.

Mein Dank gilt auch Frau Prof. Dr.-Ing. Ursula Freundt und Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach für die Bereitschaft zur Übernahme des Koreferates.

Weiterhin möchte ich mich für die freundschaftliche Unterstützung bei meinen Kolleginnen und Kollegen des Instituts für Konstruktiven Ingenieurbau und besonders bei Dr.-Ing. Hans-Georg Timmler und Enrico Tartsch für ihre stetige Diskussions- und Hilfsbereitschaft bedanken. Ich danke weiterhin den Mitarbeitern des F.A. Finger-Instituts für Baustoffkunde, ins-

besondere Frau Prof. Dr.-Ing. Andrea Dimmig-Osburg, auf deren umfangreichen Erfahrungen bei der baustofflichen Beurteilung der gewonnenen Versuchsergebnisse zurückgegriffen werden konnte und die einen unkomplizierten Austausch von Messdaten ermöglichten. Mein Dank gilt weiterhin der Versuchstechnischen Einrichtung der Bauhaus-Universität Weimar sowie Alexander Flohr, Ralf Gattinger, Johannes Gramse und Steffen Rauch, die mich entsprechend der konzeptionellen Vorgaben bei der Vorbereitung und Durchführung der experimentellen Untersuchungen unterstützt haben.

Schließlich danke ich meiner Familie für ihre Unterstützung und besonders meiner Frau Marion und meiner Tochter Friedericka, die mir in den letzten Jahren verständnisvoll und aufmunternd zur Seite standen.



Thorsten Heidolf

Weimar, September 2007

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis verwendeter Formelzeichen und Abkürzungen	VIII
Kapitel 1 Einleitung	1
1.1 Problemübersicht	1
1.2 Stand der Forschung	3
1.3 Zielstellung und Gliederung der Arbeit	6
Kapitel 2 Materialeigenschaften und deren mathematische Beschreibung.....	8
2.1 Tragverhalten des Betons unter einachsiger Kurzzeitbelastung	8
2.1.1 Qualitative Beschreibung des Formänderungsverhaltens	8
2.1.2 Festigkeits- und Formänderungseigenschaften bei Kurzzeitbelastung.....	10
2.1.3 Analytische Beschreibung der Spannungs-Dehnungslinie	13
2.2 Tragverhalten des Betons unter einachsiger Langzeitbelastung	16
2.2.1 Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Spannungs-Dehnungslinie	16
2.2.2 Festigkeits- und Formänderungseigenschaften bei Langzeitbelastung	16
2.2.3 Kriechen	18
2.2.3.1 Definition und grundlegende Zusammenhänge	18
2.2.3.2 Langzeitverhalten bei konstanter Spannung	19
2.2.3.3 Langzeitverhalten bei konstanter Verformung	20
2.2.3.4 Langzeitverhalten bei veränderlicher Spannung und Verformung.....	21
2.2.3.5 Allgemeine Funktionsansätze der linearen Kriechtheorie	26
2.2.3.6 Vorhersageverfahren der Kriechzahl	27
2.2.3.7 Nichtlinearität des Kriechens unter hohen Spannungen.....	30
2.2.4 Diskretisierung des zeitabhängigen Materialgesetzes	33
2.3 Tragverhalten der Bewehrung	34
2.3.1 Qualitative Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Bewehrung	34
2.3.2 Analytische Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Bewehrung.....	36
Kapitel 3 Experimentelle Untersuchungen.....	38
3.1 Versuche an druckbeanspruchten unbewehrten Probekörpern	38
3.1.1 Versuchsvorbereitung und Versuchsdurchführung	38
3.1.2 Einfluss der Kunststoffmodifikation	42
3.1.3 Auswertung der Versuche unter mehrfach wiederholter Belastung	45
3.1.3.1 Spannungs-Dehnungslinie	45

3.1.3.2	Querdehnzahl, Dilatation und bleibende Verformung	47
3.1.3.3	Steifigkeitsentwicklung.....	49
3.1.3.4	Kurzzeit-Kriechen.....	52
3.1.3.5	Energiebetrachtungen	56
3.1.4	Auswertung der Dauerstandversuche.....	63
3.1.4.1	Einleitung	63
3.1.4.2	Formänderungsverhalten.....	64
3.1.4.3	Steifigkeitsentwicklung.....	68
3.1.4.4	Kriechverformungen.....	70
3.1.4.5	Energiebetrachtungen	73
3.2	Versuche an zugbeanspruchten bewehrten Dehnkörpern	75
3.2.1	Versuchsvorbereitung und -durchführung.....	75
3.2.2	Grundlagen der Versuchsauswertung.....	78
3.2.3	Einfluss der Kunststoffmodifikation	81
3.2.4	Auswertung der Versuche unter mehrfach wiederholter Belastung.....	84
3.2.4.1	Kraft-Verformungskurve.....	84
3.2.4.2	Steifigkeitsentwicklung.....	86
3.2.4.3	Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen.....	88
3.2.4.4	Energiebetrachtungen	90
3.2.5	Einfluss des Bewehrungsmaterials	97
3.3	Zusammenfassung.....	102
Kapitel 4	Zeit- und schädigungsabhängige Modellierung des Formänderungs-	
	verhaltens von PCC unter mehrfach wiederholter Beanspruchung	104
4.1	Grundlagen.....	104
4.1.1	Zielstellung und Voraussetzungen	104
4.1.2	Grundelemente der Rheologie	105
4.2	PCC unter einachsiger Druckbeanspruchung	109
4.2.1	Einleitung und rheologisches Modell.....	109
4.2.2	Elastische Verformung und Steifigkeitsdegradation (Teilmodell 1).....	110
4.2.3	Visko-elastische Verformung (Teilmodell 2).....	114
4.2.4	Visko-plastische Verformung (Teilmodell 3).....	116
4.2.5	Verformungsverhalten bei veränderlicher elastischer Dehnung	119
4.2.6	Einfluss der Nacherhärtung des PCC	121
4.3	Bewehrter PCC unter einachsiger Zugbeanspruchung	123
4.3.1	Prinzipielles Tragverhalten zugbeanspruchter Stahlbetonelemente	123
4.3.2	Rheologisches Modell.....	124
4.3.3	Bewehrung	126
4.3.4	PCC unter Zugbeanspruchung	127
4.3.5	Verbundzone.....	128
4.3.6	Aufteilung des Betonquerschnitts im gerissenen Zustand	131

Kapitel 5 Modellgestützte Untersuchungen zum Tragverhalten von polymer-modifiziertem Beton	133
5.1 Numerische Untersuchungen an druckbeanspruchten unbewehrten PCC-Zylindern ...	133
5.1.1 Vorbemerkungen.....	133
5.1.2 Modellvarianten.....	134
5.1.3 Bestimmung der Modellparameter und Verifikation anhand der Versuchsergebnisse.....	138
5.1.4 Weiterführende praxisrelevante Untersuchungen.....	145
5.1.4.1 Einfluss der Verformungsgeschwindigkeit auf die Arbeitslinie.....	146
5.1.4.2 Einfluss der Vorbelastung auf das Kriech- und Schädigungsverhalten	147
5.1.4.3 Einfluss der Nacherhärtung auf das Kriech- und Schädigungsverhalten....	149
5.2 Numerische Untersuchungen an zugbeanspruchten bewehrten Dehnkörpern.....	152
5.2.1 Vorbemerkungen.....	152
5.2.2 Numerische Umsetzung.....	153
5.2.3 Bestimmung der Modellparameter und Verifikation anhand der Versuchsergebnisse.....	160
Kapitel 6 Schlussfolgerungen	165
6.1 Zusammenfassung.....	165
6.2 Ausblick.....	167
Literaturverzeichnis	169

Verzeichnis verwendeter Formelzeichen und Abkürzungen

Bezeichnungen, die nicht in der Liste aufgeführt sind, werden im laufenden Text erklärt.

Lateinische Buchstaben

A	Flächeninhalt
C_c	Kriechmaß des Betons
d	Durchmesser
D	Dehnsteifigkeit
E	Elastizitätsmodul, Steifigkeit
F	Kraft
$F(\sigma_c)$	Nichtlinearitätsfaktor
f_{ck}	charakteristische Kurzzeitdruckfestigkeit des Betons
f_{cm}	mittlere Kurzzeitdruckfestigkeit des Betons
f_{ct}	zentrische Zugfestigkeit des Betons
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit des Betons
$f_{ct,fl}$	Biegezugfestigkeit des Betons
f_y	Streckgrenze der Bewehrung
G_F	Bruchenergie
J_c	Kriechfunktion des Betons
k_f, k_v	Verlaufsfunktion der visko-elastischen und visko-plastischen Verformung
l	Länge
Δl	Längenänderung
L	LAGRANGE-Funktional
N	Normalkraft
RH	Relative Luftfeuchtigkeit
s	Schlupf zwischen Beton und Bewehrung
t	Betonalter
t_i	Betonalter zum Zeitpunkt i
t_{krit}	kritische Standzeit
t_s	Betonalter zum Zeitpunkt des Schwindbeginns
t_T	wirksames Betonalter
T	Temperatur
w, w_c, w_1	Rissbreite des Betons
W	volumenspezifische Energie
\bar{W}	querschnittsspezifische Energie

Griechische Buchstaben

α_e	Verhältnis der Elastizitätsmoduln
α_F	Beiwert zur Rissbreitenbestimmung

$\beta(\cdot)$	verschiedene Beiwerte
β_{cc}	Verlaufsfunktion zur Berücksichtigung der Nacherhärtung des Betons
$\beta_{c,sus}$	Verlaufsfunktion zur Berücksichtigung der Festigkeitsabnahme infolge einer Dauerbelastung
ε	Dehnung
ε_0	Vordehnung
$\varepsilon_{c,cr}$	Kriechdehnung des Betons
ε_{c1}	Betonstauchung bei maximaler Beanspruchung
$\varepsilon_{c1u}, \varepsilon_{c,lim}$	Grenzstauchung des Betons
$\varepsilon_{c,s}$	Schwinddehnung des Betons
ε_{rd}	Grenzdehnung der GFK-Bewehrung
λ	LAGRANGE-Parameter
Π	Gesamtpotential
Π_i	Formänderungsenergie
Π_a	Potential der äußeren Kräfte
ρ_s	Bewehrungsgrad
ρ_c	Relaxationskennwert des Betons
ψ_c	Relaxationszahl des Betons
σ	Spannung
τ	Betonalter bei Erstbelastung
τ_R	Retardationszeit
τ_b	Verbundspannung zwischen Beton und Bewehrung
ν	Querdehnzahl
φ	Kriechzahl
φ_{f0}	Grundfließzahl
θ	Dilatation
η	Viskositätsmodul

Modellparameter und Formelzeichen

Lateinische Buchstaben

$a_{b,E}^i$	Parameter der Verbundzone (Steifigkeit)
$a_{b,pl}^i$	Parameter der Verbundzone (plastische Verformung)
$a_{c,v-el}^{i,j}$	Parameter der visko-elastischen Verformung
$a_{c,v-pl}^{i,j}$	Parameter der visko-plastischen Verformung

$a_{c,w}^i$	Parameter der irreversiblen Rissverformung
a_E	Parameter der Steifigkeitsdegradation
b_E	Parameter der Steifigkeitsdegradation
$f_{b,y}$	Fließgrenze der Verbundzone
$f_{s,y}$	Fließgrenze der Bewehrung
D	Schädigungsfunktion der Betonsteifigkeit
$D_{bm,D}$	Schädigungsfunktion der Verbundsteifigkeit im Druckbereich
$D_{bm,Z}$	Schädigungsfunktion der Verbundsteifigkeit im Zugbereich
$E_{bm,D}$	Verbundsteifigkeit im Druckbereich
$E_{bm,Z}$	Verbundsteifigkeit im Zugbereich
$E_{c,v-el}^i$	Federsteifigkeit des i-ten KELVIN-Körpers
$E_{c,v-pl}^i$	Anstieg der plastischen Verfestigung des i-ten BINGHAM-Körpers

Griechische Buchstaben

$\alpha_{c,v-el}^i$	nichtlineare Funktion von $\varepsilon_{c,v-el}$
$\alpha_{c,v-pl}^i$	nichtlineare Funktion von $\varepsilon_{c,v-pl}$
$\beta_{c,v-el}^i$	Verlaufsfunktion von $\varepsilon_{c,v-el}$
$\beta_{c,v-pl}^i$	Verlaufsfunktion von $\varepsilon_{c,v-pl}$
ε_{bm}	Dehnung der Verbundzone
$\varepsilon_{bm,el}$	elastischen Dehnung der Verbundzone
$\varepsilon_{bm,pl}$	plastischen Dehnung der Verbundzone
$\varepsilon_{b,D,da}$	Schädigungsgrenze der Verbundzone
$\varepsilon_{b,Z,da}$	Schädigungsgrenze der Verbundzone
$\varepsilon_{c,da}$	Grenzstauchung des schädigungsfreien Beanspruchungsbereiches
$\varepsilon_{c,el}$	elastische Betondehnung
$\bar{\varepsilon}_{c,el,k}$	mittlere elastische Betondehnung im k-ten Zeitintervall
$\varepsilon_{c,hyd}$	Dehnung infolge der Betonhydratation im belasteten Zustand
$\varepsilon_{c,irr}$	irreversible Betondehnung
$\varepsilon_{cm,w,irr}$	bleibende Betondehnung im Rissquerschnitt
$\varepsilon_{cm,w,y}$	Grenzdehnung im Rissquerschnitt
$\varepsilon_{c,v-el}$	visko-elastische Betondehnung
$\varepsilon_{c,v-pl}$	visko-plastische Betondehnung
$\varepsilon_{c,rev}$	reversible Betondehnung
$\varepsilon_{c,rev,min}$	während der Lastgeschichte kleinste reversible Betondehnung
ε_{ct}	Grenzdehnung des Betons im Zustand I
$\varepsilon_{c,y}^i, \sigma_{c,y}^i$	Grenzstauchung bzw. -spannung der visko-plastischen Verformung
$\varepsilon_{s,y}$	elastische Grenzdehnung der Bewehrung
$\varepsilon_{sm,el}$	elastische Dehnung der Bewehrung
$\varepsilon_{sm,pl}$	plastische Dehnung der Bewehrung
$\eta_{c,v-el}^i$	Viskositätskonstanten von $\varepsilon_{c,v-el}$
$\eta_{c,v-pl}^i$	Viskositätskonstanten von $\varepsilon_{c,v-pl}$
$\varphi_{c,v-el}$	visko-elastische Kriechzahl
$\varphi_{c,v-pl}$	visko-plastische Kriechzahl
$\tau_{c,v-el}^i$	Retardationszeit von $\varepsilon_{c,v-el}$
$\tau_{c,v-pl}^i$	Retardationszeit von $\varepsilon_{c,v-pl}$

Häufig verwendete Indizes

$(..)(..)_0$	Anfangswert
$\Delta(..)(..)_{1-2}$	Differenz zwischen Punkt 1 und 2
$(..)_{2}$	Zustand II, gerissen
$\Delta(..)(..)_{3-4}$	Differenz zwischen Punkt 3 und 4
$(..)_{(..),28}$	28-Tage-Wert
$(..)_{\infty}$	Endwert
$(..)_{b}$	Verbundzone (Bond)
$(..)_{B}$	Belastung
$(..)_{c}$	Beton (Concrete)
$(..)_{cr}$	Kriechen (Creep)
$(..)_{D}$	Dämpfer
$(..)_{eff}$	effektiv
$(..)_{el}$	elastisch
$(..)_{E}$	Entlastung
$(..)_{F}$	Feder
$(..)_{GFK}$	glasfaserverstärkter Kunststoff
$(..)_{ges}$	gesamt
$(..)_{i}$	ideell
$(..)_{l}$	längs
$(..)_{lim}$	Grenze (Limit)
$(..)_{(..)m}$	Mittelwert
$(..)_{(..),max}$	Maximalwert
$(..)_{(..),min}$	Minimalwert
$(..)_{nl}$	nichtlinear
$(..)_{pl}$	plastisch
$(..)_{q}$	quer
$(..)_{R}$	Reibelement
$(..)_{s}$	Bewehrung
$(..)_{t}$	Zug (Tension)
$(..)_{v}$	Verbund
$(..)_{v-el}$	visko-elastisch
$(..)_{v-pl}$	visko-plastisch
$(..)_{VQ}$	Verbundquerschnitt

Häufig verwendete Abkürzungen

DMS	Dehnungsmessstreifen
ESZ	Eigenspannungszustand
GFK	glasfaserverstärkter Kunststoff
HB	hochfester Beton
IWT	induktiver Wegaufnehmer
LR	Lastregime
NB	Normalbeton
PCC	polymermodifizierter Beton
VB	Vorbelastung
VE	Verbundelement
VQ	Verbundquerschnitt
Z I	Zustand I, ungerissen
Z II	Zustand II, gerissen

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemübersicht

Die Anwendung polymermodifizierter zementgebundener Mörtel und Betone (**Polymer Cement Concrete – PCC**) ist vielfältig und reicht von der Instandsetzung vorhandener Bausubstanz bis hin zum Neubau. Aufgrund der materialspezifischen Eigenschaften des PCC, wie beispielsweise der gute Haftverbund und die hohe Dauerhaftigkeit gegenüber chemischen Einwirkungen, stehen die Sanierung von Oberflächen und der Schutz der darunter liegenden Konstruktionen im Vordergrund. Dabei erfordern aktuelle und künftige Revitalisierungsaufgaben immer häufiger die statische Berücksichtigung des PCC. Für die Berechnung und Nachweisführung von PCC-(Verbund-)Konstruktionen ist einerseits eine genaue Kenntnis zum Einfluss der Polymermodifikation und zur Spezifik des Formänderungsverhaltens des PCC erforderlich. Andererseits ist eine wirklichkeitsnahe Modellbildung zum Tragverhalten entsprechender Stahlbetonverbundelemente notwendig.

Der erfolgreiche baupraktische Einsatz von polymermodifiziertem Beton wird durch anwendungsorientierte Prüf- und Nachweisverfahren unterstützt, die in verschiedenen Regelwerken, z.B. [ZTV-SIB (1990)], [DAfStb-Richtlinie (2001)], verankert sind. Dabei können bei scheinbar identisch zusammengesetzten PCC teilweise in weiten Grenzen variierende Frisch- und Festbetoneigenschaften beobachtet werden, die für die Baupraxis eine große Unsicherheit bedeuten und eine gezielte Ursachenanalyse erfordern. Bis heute ist die Ausbildung der Polymerstruktur während des Erhärtungsprozesses des PCC nicht vollständig geklärt. Die Abschätzung des Einflusses der Polymere auf das Kurz- und Langzeitverhalten des PCC wird weiterhin durch eine herstellerabhängige und somit teilweise unbekannte Polymerzusammensetzung erschwert. Vorhandene Modelle beruhen in der Regel auf Strukturanalysen des Zementsteins, wobei die Konsistenz der Kunststoffe, d.h. Dispersion oder Redispersionspulver, sowie deren Auswirkungen auf die Polymerstruktur oft unbeachtet bleiben. Neben der Mikrostrukturbildung spielt der Einfluss monotoner und zyklischer Belastungen auf die Beschaffenheit und Alterung des Polymernetzwerkes eine entscheidende Rolle. Für eine wirtschaftliche Tragwerksauslegung ist ferner eine anwendungsspezifische Optimierung der Betonzusammensetzung erforderlich.

Das Tragverhalten biege- und normalkraftbeanspruchter Stahlbetontragwerke, wie z.B. Balken und Platten, kann unter Vernachlässigung des Querkrafteinflusses näherungsweise auf das Formänderungsverhalten der Druck- und Zugzone zurückgeführt werden (Abb. 1.1). Demzufolge ist für die statische Berücksichtigung des PCC als Querschnittsergänzung bzw.

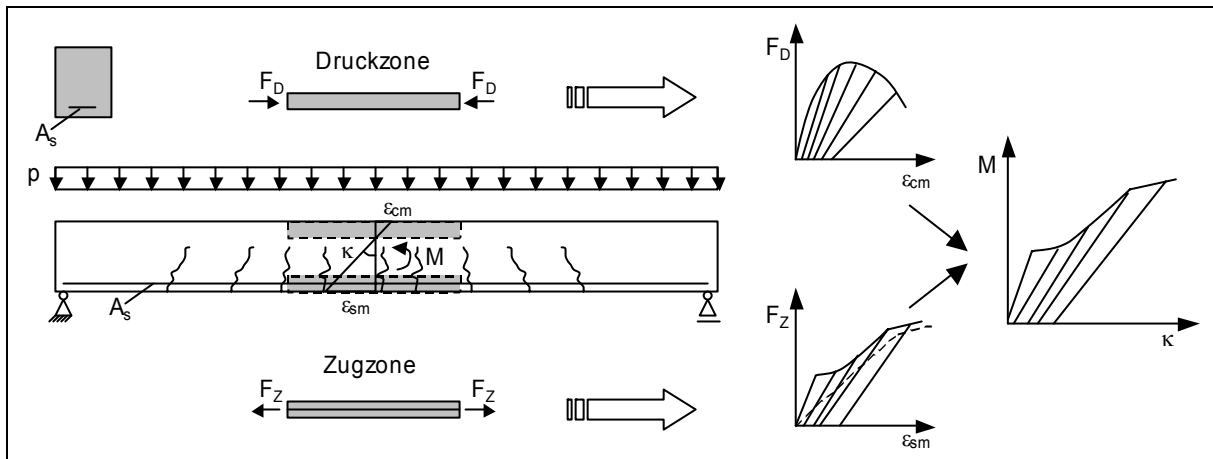


Abb. 1.1: Schematische Darstellung des Tragverhaltens biegebeanspruchter Stahlbetonstabtragwerke

für die Bemessung von polymermodifizierten Stahlbetonvollquerschnitten eine genaue Kenntnis über die Druck- und Zugeigenschaften des PCC sowie dessen Verbundverhalten erforderlich. Übliche Verfahren zur Bestimmung der Betoneigenschaften sind bis heute Druckversuche an Würfeln oder Zylindern sowie Biegezug- und Spaltzugversuche mit monoton steigender Kurzzeitbelastung. In der Baupraxis wird in der Regel lediglich die Kurzzeit-Druckfestigkeit bestimmt. Die anderen Materialparameter, wie z. B. der Elastizitätsmodul, die Zugfestigkeit und die Dauerstandfestigkeit, werden im Allgemeinen über empirische Formeln aus der Kurzzeit-Druckfestigkeit berechnet und direkt zur Bemessung verwendet. Aus heutiger Sicht kann mit den erwähnten Versuchen und der beschriebenen Vorgehensweise das reale Betonverhalten nur unzureichend bestimmt werden, da die Strukturveränderungen und Schädigungsphänomene sowie deren Einfluss auf das Tragverhalten lediglich im bruchnahen Beanspruchungsbereich abgeschätzt und Zwischenzustände nicht erfasst werden können. Dahingegen bieten Druck- und Zugversuche an Betonproben mit mehrfach wiederholter Be- und Entlastung die Möglichkeit, neben der maximalen Beanspruchbarkeit und der Nichtlinearität der Arbeitslinie sowohl die Steifigkeitsdegradation als auch das elastische und plastische Formänderungspotential zu untersuchen.

Zur realitätsnahen Abschätzung der Langzeittragfähigkeit von Betonkonstruktionen werden Bemessungsmodelle benötigt, die neben zeitinvarianten Schädigungsmechanismen zeitvariante Prozesse und damit die kontinuierliche Änderung des Versagenswiderstandes berücksichtigen. Diesbezüglich sind mit den aktuellen nationalen und internationalen Normen, wie

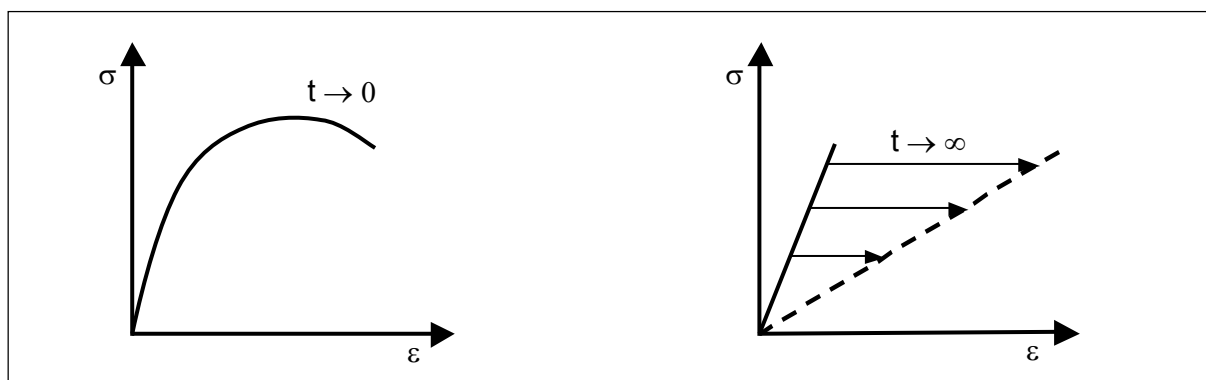


Abb. 1.2: Prinzipielle Stoffgesetze für Beton – Kurzzeitverhalten (links), Langzeitverhalten (rechts) [Shen (1992)]

z. B. [CEB-FIP MC 90 (1991)], [DIN 1045-1 (2001)], für die Tragwerksplanung wichtige theoretische und methodische Grundlagen zur Berücksichtigung des nichtlinearen und zeitabhängigen Betonverhaltens zur Verfügung gestellt worden. Die dabei zugrunde liegende Diskrepanz zwischen dem zeitunabhängigen nichtlinearen Kurzzeitverhalten und dem Langzeitverhalten des Betons, das in der Regel auf der linearen Viskoelastizität basiert, führt insbesondere bei Baustoffen mit ausgeprägt nichtlinearen und viskosen Materialeigenschaften zur unzureichenden Beurteilung des Langzeittragverhaltens (Abb. 1.2). Weiterhin gehen die Neuregelungen zur Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit im Allgemeinen nicht über qualitative Aussagen, z. B. zur Rissbreitenbeschränkung oder Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, hinaus. Da das Druck-, Zug- und Verbundverhalten des polymermodifizierten Betons bereits bei Beanspruchungen im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit eine nicht zu vernachlässigende zeit- und beanspruchungsabhängige Nichtlinearität aufweisen, sind die Berücksichtigung der Strukturschädigung und -bildung sowie deren Interaktion für eine einheitliche Beschreibung des Kurz- und Langzeitverhaltens des PCC notwendig.

1.2 Stand der Forschung

Seit vielen Jahren sind theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Einfluss von Kunststoffmodifikationen auf die Frisch- und Festbetoneigenschaften Gegenstand intensiver Forschungsarbeiten. Entsprechend dem Haupteinsatzgebiet polymermodifizierter Mörtel und Betone im Bereich der Oberflächensanierung von Betonkonstruktionen stehen dabei vor allem Analysen bezüglich des Haftverbundes, der Dauerhaftigkeit und der Rissbildung im Vordergrund. Die Eigenschaften verschiedener Polymere und deren Auswirkung auf die Mikrostrukturbildung organischer Bindemittel sind u. a. umfangreich in [Dimmig (2002)] publiziert. Den Einfluss der Kunststoffmodifikation auf die mechanischen Eigenschaften sowie auf das Bruchverhalten von hoch- und ultrahochfestem Beton, der auch für konstruktive Bauteile eingesetzt werden soll, beschreiben grundlegend LOHAUS und ANDERS [2004]. Neben den klassischen Frisch- und Festbetonuntersuchungen wurden die Spannungs-Dehnungskurven und die Bruchenergie ermittelt. Da sich das Bruchverhalten des PCC in Abhängigkeit von der verwendeten Polymerart signifikant von dem des Normalbetons und hochfesten Betons unterscheiden kann, sind weitere Untersuchungen, insbesondere auf den Gebieten der Strukturbildung und -schädigung sowie deren Interaktion, notwendig.

Zur Beurteilung des Trag- und Schädigungsverhaltens des Normalbetons unter mehrfach wiederholter Belastung wurden zahlreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt, die Gegenstand vieler wissenschaftlicher Arbeiten sind, wie z.B. [Mehmel & Kern (1962); Sinha, Gerstle & Tulin (1964); Teichen (1968); Wischers (1978); Maher & Darwin (1998); Bahn & Hsu (1998); Spooner & Dougill (1975)]. Die Ergebnisse zeigen, dass die zu mehrfach wiederholten Lastzyklen mit unterschiedlichen Laststufen gehörenden Spannungs-Dehnungskurven einige signifikante Charakteristika aufweisen. Die wesentlichen Strukturveränderungen finden bereits während des ersten Lastzyklus statt, sodass die aktuelle Steifigkeit des Betons vorwiegend durch die während der Lastgeschichte aufgetretene maximale Beanspruchungssituation bestimmt wird. Bei Ent- und Wiederbelastungen stellt sich vorwiegend elastisches

und visko-elastisches Verhalten ein. Mit steigender Beanspruchung nehmen die bleibenden Verformungen überproportional zu. Bis zum Erreichen der Dauerstandfestigkeit ist der überwiegende Teil der Formänderungsenergie reversibel. Anschließend wächst die dissipierte Strukturveränderungsenergie infolge der Mikrorissbildung an.

Der Einfluss des linearen und nichtlinearen Kriechens auf das Tagverhalten von Betonkonstruktionen ist seit Jahrzehnten Gegenstand experimenteller und theoretischer Forschungsarbeiten [Bažant (2001); Bierwirth, Stöckl & Kupfer (1994); Meyers, Slate & Winter (1969); Roll (1964)]. Neuere experimentelle Untersuchungen beschäftigen sich einerseits mit der Analyse des Langzeitverhaltens von hochfestem Beton unter Druckbeanspruchung [Setunge (1997)] und andererseits mit der Untersuchung des Zugkriechens von unbewehrten Betonprobekörpern [Kovler (2001); Tassilo (2002); Altoubat & Lange (2002); Ostergaard, Altoubat & Lange (2001); Kordina, Schubert & Troitzsch (2000)]. Weiterhin wurden von ZILCH und DASCHNER [2001] Untersuchungen zum Kriechverhalten von Porenbeton durchgeführt. Dennoch existieren bis heute nur wenige Modelle, die das Betonkriechen sowohl bei geringer als auch bei hoher Beanspruchung wirklichkeitsnah abbilden. Dabei basieren die vorhandenen Berechnungsansätze im Allgemeinen auf der Verfestigungstheorie von BAŽANT und PRASANAN [1989] oder der Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie von BAŽANT, HAUGGAARD, BAWEJA und ULM [1997]. Die Berücksichtigung nichtlinearer Kriecheffekte erfolgt entweder über eine schädigungsabhängige Steifigkeitsdegradation [Cervera, Oliver & Prato (1999); Hubert, Burlion & Shao (2001); Mazzotti & Savoia (2003)] oder über eine direkte Kopplung der Kriechverformungen an den Schädigungszustand sowie an weitere Einflussgrößen [Benboudjema, Meftah & Torrenti (2001); Grasberger & Meschke (2003)].

Die Entwicklung und Anwendung von physikalisch nichtlinearen Materialmodellen, bei denen die Strukturschädigung und das Langzeittragverhalten mit seinen Auswirkungen auf Spannungsumlagerungen berücksichtigt werden, haben auf dem Gebiet der Tragwerksanalyse zunehmend an Bedeutung gewonnen. Auf diesem Problemfeld wurden in den vergangenen Jahren umfangreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen durchgeführt sowie rheologische Modelle und Theorien zum nichtlinearen Tragverhalten unter Berücksichtigung des Betonskriechens und -schwindens abgeleitet [Tassilo (2002); Mertzsch (2003); Donaubauer (2002)]. Einen Überblick über zeitabhängige und nichtlineare Stoffgesetze sowie komplexe Modellierungen des Betonverhaltens geben u. a. BAŽANT [1988], SOBOTKA [1984] und BETTEN [2002]. Aus der Sicht der Tragwerksplanung stellt sich die Frage, inwieweit bei einer wirklichkeitsnahen Beurteilung des zeitabhängigen Tragverhaltens von PCC auch nichtlineare Effekte, wie z. B. Strukturveränderungen, berücksichtigt werden müssen.

Bei der Modellierung des Kurz- und Langzeitverhaltens des Betons in allen Stadien der Beanspruchung bis zum Versagen werden zunehmend plastizitätstheoretische und bruchmechanische Ansätze verwendet [Meschke, Macht & Lackner (1998); Tran, Dorfmann & Rhie (1998)]. Aufgrund der vorwiegend lokalen Beschreibung der Schadensevolution sind diese Ansätze wegen ihres teilweise hohen Detaillierungsgrades zwar für die Ermittlung globaler Tragwerkseigenschaften weniger geeignet, bilden aber eine wichtige Grundlage zum Verständnis des Einflusses lokaler Effekte auf das Gesamttragverhalten.

Weitere Möglichkeiten bei der Modellbildung zum Deformationsverhalten von Betonkonstruktionen ergeben sich durch die Einbeziehung qualitativer und quantitativer Aspekte der Schadensentwicklung [Pölling & Krätzig (1998); Krätzig, Mancevski & Pölling (1999)]. Von PÖLLING [2000] wurde ein dreidimensionales Materialmodell für Beton unter zyklischer Beanspruchung vorgestellt, das auf einer kontinuumbasierten elasto-plastischen Schädigungstheorie aufbaut und eine hinreichend genaue Wiedergabe der Kurzzeit-Arbeitslinie ermöglicht. Da die Zeitabhängigkeit der Materialeigenschaften und des Deformationsprozesses in diesem Materialmodell nicht berücksichtigt wird, können die in Versuchen unter mehrfach wiederholter Belastung beobachteten Hysteresen nur teilweise abgebildet werden. Auf dieser Grundlage wird von BOCKHOLD [2005] eine Erweiterung des zeitinvarianten Materialgesetzes vorgeschlagen und ein auf phänomenologischen Beobachtungen basierendes nichtlineares Kriechmodell entwickelt. Da die Nichtlinearität des Kriechens an die Vergleichsspannung gebunden ist, werden die Kriech- und Schädigungsbeschleunigung im versagensnahen Bereich nur teilweise erfasst.

Modelle, die Schädigungsentwicklungen unter Berücksichtigung anisotroper bzw. streuender inelastischer Materialeigenschaften erfassen, werden in [Bongmba (2001); Pensky (2000)] beschrieben. Zeitabhängige, durch die Plastizitäts- und Schädigungstheorie gestützte Modelle und deren Anwendung in Zusammenhang mit der Finite-Elemente-Methode werden in [Alex (2000); Altenbach (1999); Ulm, Bažant & Wittmann (2001)] vorgeschlagen. Auf der Basis einer mikromechanischen Analyse wurden die zeitabhängigen Materialeigenschaften in [Acker (2001)] untersucht. Ein Überblick über Kriech- und Schädigungsmodelle bzw. deren Kombination wird von ALTENBACH [1999] gegeben.

Numerische Simulationen zum Schädigungsverhalten von Stahlbeton-Stabtragwerken unter monotoner, zyklischer sowie wiederholter mehrachsiger Beanspruchung werden in [Baricako (2003); Chen (2001)] vorgestellt. Experimentelle sowie theoretische Untersuchungen an zyklisch beanspruchten Stahlbetonbalken wurden von KRÄTZIG [1986] und DAZIO et al. [1999] durchgeführt. Diese Arbeiten zeigen, wie durch komplexere Materialmodelle die Wirklichkeitsnähe der Berechnungsergebnisse für die gesamte Tragstruktur erhöht werden kann.

Das Verbundverhalten zwischen dem Beton und der Bewehrung wird in der Regel mit Hilfe die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes unter Berücksichtigung der Beziehung zwischen der Verbundspannung τ_b und der Relativverschiebung (Schlupf) s beschrieben. Da eine geschlossene Lösung dieser Differentialgleichung im Allgemeinen nicht angegeben werden kann, sind zusätzliche Annahmen, z. B. zur τ_b - s -Beziehung erforderlich. In der Literatur werden diesbezüglich lineare, multilineare oder nichtlineare Ansätze vorgeschlagen. Für praktische Berechnungen wird meist eine mittlere Verbundspannung verwendet.

Detailliertere Berechnungsansätze zur Erfassung des Verbundes zwischen der Bewehrung und dem Beton, die auch das hysteresische Verhalten sowie die Degradation der Verbundsteifigkeit berücksichtigen, werden u. a. von CIAMPI und ELIGEHAUSEN et al. [1982] sowie von TASSIONS und YANNOPOULOS [1981] vorgestellt. Neben dem während der Lastgeschichte erreichten maximalen Schlupf findet die Zyklenanzahl im Berechnungsmodell Berücksichtigung. Auf der Basis analytischer bzw. rheologischer Modellansätze wird z. B. von SCHOBER

[1984] und FEHLING [1990] das Verbundverhalten zwischen dem Bewehrungsstahl und dem Beton numerisch simuliert.

1.3 Zielstellung und Gliederung der Arbeit

Die beschriebenen Problemkreise zeigen einerseits die Notwendigkeit einer intensiven Auseinandersetzung mit den stofflich strukturellen und den mechanischen Materialeigenschaften des polymermodifizierten Betons. Andererseits wird der Bedarf an geeigneten Modellierungsvarianten zur Beurteilung des Tragverhaltens von PCC- bzw. PCC-Verbund-Konstruktionen unter Berücksichtigung nichtlinearer Kriech- und Schädigungsphänomene deutlich.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die experimentelle und theoretische Beurteilung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhaltens unbewehrter und bewehrter PCC-Probekörper unter mehrfach wiederholter Druck- und Zugbelastung. Weiterhin wird die Entwicklung, numerische Umsetzung und Anwendung von Berechnungsmodellen angestrebt, die eine wirklichkeitsnahe Wiedergabe des Formänderungsverhaltens des polymermodifizierten Betons ermöglichen. Im Vordergrund stehen grundlegende Untersuchungen zum Formänderungsverhalten, zur sukzessiven Steifigkeitsdegradation, zur Viskosität und zum Einfluss von Vorschädigungen eines ausgewählten, auf der Basis von Styren und Acrylsäureester modifizierten Betons. Die dafür notwendigen experimentellen und theoretischen Untersuchungen werden auf der makroskopischen Betrachtungsebene geführt und sollen Aufschluss über die Kompatibilität der Modellbildung zum nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhalten, zur Strukturveränderung und zum Betonkriechen sowie zu deren Interaktion geben. Die Ergebnisse sollen in phänomenologisch begründete Materialmodelle eingebettet werden. Dabei stehen das Verformungs- und Schädigungsverhalten des polymermodifizierten Betons infolge mechanischer Einwirkungen im Vordergrund. Nichtmechanische Einwirkungen, wie beispielsweise Temperatur und Schwinden sowie chemische und biologische Beanspruchungen, werden im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Mikrostrukturelle und baustoffliche Untersuchungen an PCC, die Analyse geeigneter Polymere und deren Einfluss auf die Frisch- und Festbetoneigenschaften sowie die Optimierung von Betonrezepturen sind ebenfalls nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Für die Analyse von polymermodifizierten Stahlbetonverbundquerschnitten wird angestrebt, die mechanischen Problemstellungen als Energie- und Variationsprinzip der Festkörpermechanik zu formulieren und in Verbindung mit geeigneten Diskretisierungsverfahren in Problemstellungen der nichtlinearen mathematischen Optimierung zu überführen und zu lösen. Dadurch soll die in der Vergangenheit an der Professur Massivbau I der Bauhaus-Universität Weimar entwickelte, einheitliche methodische Basis zur nichtlinearen Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen um ein wesentliches Anwendungsgebiet erweitert werden.

Entsprechend der formulierten Zielstellung ist die vorliegende Arbeit in 6 Kapitel gegliedert, die im Einzelnen Folgendes beinhalten:

Im *ersten Kapitel* wurden ausgewählte Problemkreise erörtert und ein Überblick über den Stand der Forschung gegeben. Weiterhin wurde das Ziel der vorliegenden Arbeit erläutert.

In *Kapitel zwei* wird das prinzipielle mechanische Tragverhalten des Betons unter kurz- und langzeitiger Beanspruchung erläutert und vorhandene mathematische Modelle diskutiert. Neben der Darstellung zeitinvarianter Strukturveränderungs- und Schädigungsmechanismen stehen dabei vor allem das nichtlineare Betonkriechen und dessen Beschreibung im Vordergrund der Betrachtungen. Weiterhin wird das Materialverhalten der Bewehrung erläutert.

Das *dritte Kapitel* beinhaltet die Darstellung der experimentellen Untersuchungen an unbewehrten Druckzylindern und bewehrten Dehnkörpern aus polymermodifiziertem Beton, die einer Kurzzeitbelastung bzw. einer überwiegend (quasi) konstanten Langzeitbeanspruchung unterzogen wurden. Neben dem Formänderungsverhalten, der Steifigkeitsdegradation und der Energiedissipation werden einerseits dem Kurz- und Langzeit-Kriechverhalten infolge von Druckbeanspruchungen und andererseits der Mitwirkung des polymermodifizierten Betons zwischen den Rissen und dem Einfluss des Bewehrungsmaterials zugbelasteter Verbundelemente besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Zur Analyse des prinzipiellen Polymerinflusses auf das Tragverhalten des Betons werden weitere am F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde durchgeführte Versuche betrachtet und bewertet. Für die Einordnung der gewonnenen Erkenntnisse werden die Messdaten ausgewählter Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton, die am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar durchgeführt wurden, hinzugezogen und entsprechend den beschriebenen Gesichtspunkten ausgewertet.

In *Kapitel 4* wird die Modellierung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Formänderungsverhaltens des polymermodifizierten Betons unter mehrfach wiederholter Beanspruchung vorgestellt, die auf den in Kapitel 3 beschriebenen Erkenntnissen aufbaut. Entsprechend der Spezifik des Druck-, Zug- und Verbundverhaltens des PCC sowie der angestrebten integralen Modellbildung wird zwischen unbewehrtem druckbeanspruchtem und bewehrtem zugbeanspruchtem PCC unterschieden. Die Modellbasis bilden klassische Grundelemente der Rheologie, die für die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte und Interaktionen infolge unterschiedlicher Degradationsmechanismen sowie des viskosen Betonverhaltens modifiziert werden.

Die Ermittlung der Modellparameter und die Verifikation der vorgeschlagenen Berechnungsmethode sind in *Kapitel 5* beschrieben und erfolgt anhand der im dritten Kapitel vorgestellten experimentellen Ergebnisse. Die dafür notwendige numerische Umsetzung basiert auf dem HAMILTON-Prinzip unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Durch eine zeitliche Diskretisierung kann die Problembeschreibung auf das Prinzip von LAGRANGE vom Minimum des Gesamtpotentials zurückgeführt und als nichtlineare Optimierungsaufgabe formuliert werden. Die entsprechenden Grundgleichungen werden hergeleitet und vorgestellt. Die Simulation des Tragverhaltens von unbewehrten und bewehrten PCC-Querschnitten verdeutlicht die Qualität und Leistungsfähigkeit der vorgeschlagenen Modellbildung.

Die Arbeit endet im *Kapitel 6* mit einer Zusammenfassung der experimentell und theoretisch gewonnenen Erkenntnisse sowie mit einem Ausblick auf den weiteren Forschungsbedarf.

Kapitel 2

Materialeigenschaften und deren mathematische Beschreibung

Für die Beschreibung des Tragverhaltens von Stahlbetonelementen bzw. -querschnitten unter kurzzeitiger, langzeitiger oder mehrfach wiederholter Beanspruchung ist eine genaue Kenntnis über das Spannungs-Dehnungsverhalten der beteiligten Baustoffe sowie über die Besonderheiten des Verbundbaustoffes Stahlbeton notwendig. Diesbezüglich werden in diesem Kapitel das prinzipielle mechanische Verhalten und Ansätze zur mathematischen Beschreibung der Verformungseigenschaften des Betons und der Bewehrung erläutert. Die dargestellten Zusammenhänge wurden sowohl bei der Durchführung und Auswertung der experimentellen Untersuchungen an unbewehrten und bewehrten polymermodifizierten Betonprobekörpern als auch bei der Modellbildung zum zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhalten des PCC berücksichtigt.

2.1 Tragverhalten des Betons unter einachsiger Kurzzeitbelastung

2.1.1 Qualitative Beschreibung des Formänderungsverhaltens

Das Trag- und Verformungsverhalten des Betons wird durch die Strukturbildung und die Strukturschädigung beeinflusst. Die Strukturbildung ist vorwiegend auf die Betonhydratation, d.h. die chemische Reaktion zwischen dem Zement und dem Wasser, zurückzuführen. Sie stellt einen zeitabhängigen Prozess dar und spiegelt sich in der zeitlichen Entwicklung der Materialeigenschaften des Betons wider. Die Festigkeits- und Formänderungseigenschaften werden bei Normalbeton durch die Eigenschaften des Zementsteines und der Verbundzone zwischen der Gesteinskörnung und der Zementsteinmatrix beeinflusst. Bereits im unbelasteten Zustand treten Eigenspannungszustände beispielsweise infolge von Schwindverformungen auf, die zu einer Mikrorissbildung in der Kontaktzone zwischen dem Zuschlag und der Bindemittelmatrix führen [Meyer (1991)]. Weiterhin hängen die Strukturveränderungen von der Dauer und Intensität der äußeren Einwirkungen ab, die eine Mikrozerstörung hervorrufen. Die beschriebenen Veränderungen der Betonstruktur beeinflussen die mechanischen Betoneigenschaften und bilden letztlich den Ausgangspunkt für das Betonversagen bei Druck- oder Zugbeanspruchung.

Da ein einachsiger Spannungszustand einen räumlichen Verzerrungszustand hervorruft, sind für die Erfassung und Beschreibung der Strukturveränderungen die Längsdehnung ε_{cl} und

die Querdehnung ε_{cq} zu berücksichtigen. Mit Hilfe der Dilatation, welche die bezogene Volumenänderung darstellt,

$$\theta_c = \varepsilon_{cl} + 2 \cdot \varepsilon_{cq} \quad (2.1)$$

und der Querdehnzahl, dem Verhältnis zwischen Quer- und Längsdehnung,

$$\nu_c = -\frac{\varepsilon_{cq}}{\varepsilon_{cl}} \quad (2.2)$$

können qualitative Veränderungen in der Struktur sowie im Formänderungsverhalten des Betons verdeutlicht werden.

Bei der Beschreibung des Betonverhaltens unter kurzzeitiger einachsiger Beanspruchung wird im Allgemeinen davon ausgegangen, dass der Beton homogen und isotrop ist und durch den funktionellen Zusammenhang zwischen der Spannung σ_c und der Verformung ε_c beschrieben werden kann. Diese Spannungs-Dehnungsbeziehung kann unter konstanter Spannungs- bzw. konstanter Verformungsgeschwindigkeit im Druck- bzw. Zugversuch bestimmt werden, wobei ein weggesteuerter Versuch die Erfassung des abfallenden Astes der Arbeitslinie ermöglicht. Der prinzipielle Verlauf der Arbeitslinie wird von der Betonfestigkeit, dem Elastizitätsmodul sowie der Beanspruchungsgeschwindigkeit und weiteren Versuchsbedingungen beeinflusst. Mit zunehmender Betonfestigkeit steigt der Elastizitätsmodul und nimmt das plastische Formänderungsvermögen ab, sodass die Neigung zu einem spröden Betonversagen ansteigt (Abb. 2.1).

Bei einachsiger, monoton steigender *Druckbelastung* kann im Gebrauchslastbereich von geringen Strukturveränderungen und somit näherungsweise von einer linearen Beziehung zwischen der Spannung und der Verformung ausgegangen werden (Abb. 2.2). Die Querdehnzahl ist nahezu konstant und die Volumenänderung wächst annähernd linear an, d.h. der Beton wird verdichtet. Ab einer Spannung von ca. 40% der Kurzzeitfestigkeit nimmt die Krümmung der Betonarbeitslinie deutlich zu, da die bereits im unbelasteten Zustand zwischen der Gesteinskörnung und der Zementmatrix vorhandenen Mikrorisse zu wachsen beginnen [Meyer (1991)]. Der Anstieg der Volumenabnahme wird kleiner und die Querdehnzahl steigt, d.h. die Querdehnung wächst schneller als die Längsstauchung. Überschreitet die Spannung 80% der Kurzzeitfestigkeit setzt sich die vorwiegend parallel zur Beanspruchungsrichtung verlaufende Rissbildung in der Zementsteinmatrix instabil fort und das Betonverhalten ist durch eine ausgeprägte Nichtlinearität gekennzeichnet. Die Verformungen wachsen überproportional zur Spannung an und kommen auch bei konstanter Beanspruchung nicht mehr zum Stillstand. Da die Querdehnung wesentlich schneller als die Längsstauchung wächst,

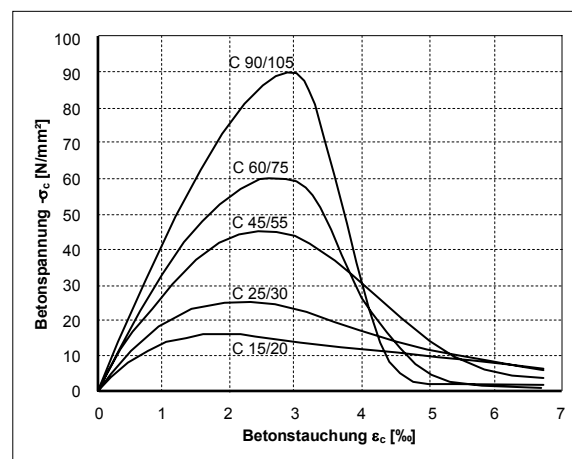


Abb. 2.1: Spannungs-Dehnungslinie für Betone unterschiedlicher Druckfestigkeiten

steigt die Querdehnzahl weiter an und es kommt zur Auflockerung des Betongefüges, die eine relative Zunahme des Betonvolumens zur Folge hat. Der maximal erreichbare Spannungswert f_c wird als Betondruckfestigkeit bezeichnet und unter definierten Bedingungen im Kurzzeitversuch ermittelt. Im Nachbruchbereich fällt die Spannung mit zunehmender Längsstauchung kontinuierlich auf null ab. Wird der Betonprobekörper vor dem Versagen entlastet, kann eine plastische Verformung und eine verminderte Steifigkeit beobachtet werden [Sinha, Gerstle & Tulin (1964); Schwabach (2005)].

Bei einachsiger, monoton steigender *Zugbelastung* kann im Gegensatz zur Druckbeanspruchung bis ca. 70% der Betonzugfestigkeit von einem nahezu linearen Zusammenhang zwischen der Spannung und der Verformung ausgegangen werden [Reinhardt, Cornelissen & Hordijk 1986] (Abb. 2.3). Anschließend beginnen die in der Kontaktzone bereits vorhandenen Mikrorisse senkrecht zur Beanspruchungsrichtung zu wachsen, wobei das zunehmend nichtlineare Betonverhalten bis etwa 90% der Zugfestigkeit vernachlässigt werden kann. Kurz vor Erreichen der maximalen Zugspannung, die als Zugfestigkeit f_{ct} des Betons bezeichnet wird, konzentriert sich die Mikrorissbildung im schwächsten Punkt des Bauteils. Bei einer reinen Zugbeanspruchung tritt mit dem Überschreiten der Zugfestigkeit ein sprödes Versagen ein. Aufgrund der Verzahnung der Zuschlagskörner und des Zementsteines sowie der Behinderung der Rissevolution durch die Gesteinskörner kann im verformungsgesteuerten Versuch analog zum Druckverhalten ein abfallender Ast beobachtet werden.

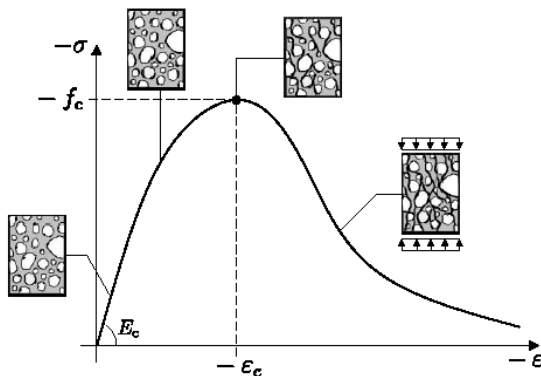


Abb. 2.2: Qualitative Spannungs-Dehnungslinie unter Druckbeanspruchung [Bockhold (2005)]

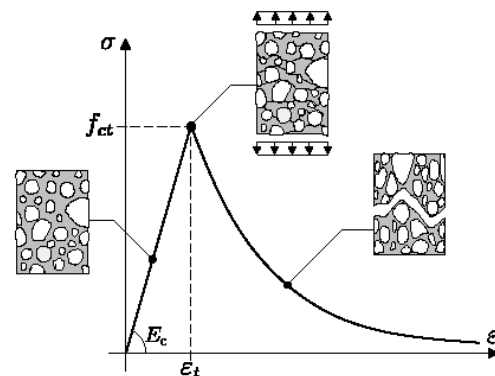


Abb. 2.3: Qualitative Spannungs-Dehnungslinie unter Zugbeanspruchung [Bockhold (2005)]

2.1.2 Festigkeits- und Formänderungseigenschaften bei Kurzzeitbelastung

Für die Klassifizierung des Betons ist im Allgemeinen die *charakteristische Druckfestigkeit* f_{ck} , die im Allgemeinen im einachsigen Versuch ermittelt wird, die wichtigste Kenngröße. Nach DIN 1045-2 und DIN EN 206-1 wird f_{ck} an Probezylindern mit $h/d = 30/15$ cm im Alter von 28 Tagen ermittelt. Bei Normalbeton ist die Druckfestigkeit u.a. von der Zementart, dem Wasser-Zement-Wert, dem Porenraum, den Umgebungsbedingungen, dem Hydratationsgrad sowie der Beanspruchungsart und -geschwindigkeit abhängig. Durch die Nacherhärtung des Betons nimmt die Druckfestigkeit unbelasteter Betonprobekörper mit steigendem Betonalter zu. Für die Beschreibung der zeitlichen Entwicklung der Kurzzeitfestigkeit existieren verschiedene Berechnungsansätze, die beispielsweise auf einem Produkt- oder

Summenansatz basieren. Entsprechend dem Produktansatz nach CEB-FIP MC 90 [1991] kann $f_{cm}(t)$ durch die Multiplikation der 28-Tage Kurzzeitfestigkeit $f_{cm,28}$ mit einer Verlaufsfunktion $\beta_{cc}(t)$ beschrieben werden.

$$f_{cm}(t) = f_{cm,28} \cdot \beta_{cc}(t) \quad (2.3)$$

Der Nacherhärtungsprozess wird mit Hilfe einer Exponentialfunktion, die vom wirksamen Betonalter t_T und von der Zementart abhängt, dargestellt.

$$\beta_{cc}(t) = e^{\left[s \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t_T/t_1}} \right) \right]} \quad \text{mit: } t_1 = 1 \text{ Tag} \quad (2.4)$$

mit:

Zementart	SL	N, R	RS
Beiwert s	0,38	0,25	0,2

Eine andere Möglichkeit stellt die summarische Zerlegung der Kurzzeitfestigkeit in einen zeitunabhängigen und einen zeitabhängigen Anteil dar. In Anlehnung an NECHVATAL [1996] kann der zeitliche Verlauf von $f_{cm}(t)$ durch folgende logarithmische Funktion erfasst werden:

$$f_{cm}(t) = a + b \cdot \ln(t), \quad (2.5)$$

wobei die Parameter a und b an den jeweiligen Beton anzupassen sind.

Temperaturen, die von der Referenztemperatur $T=20^\circ\text{C}$ abweichen, können über eine Reifeformel des Betons berücksichtigt werden. Mit Hilfe einer Zeittransformation wird das wahre Betonalter t unter Berücksichtigung der im Zeitraum Δt_i wirkenden Temperatur T in das wirksame Betonalter t_T umgerechnet.

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \cdot e^{\left(\frac{13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)/T_0}}{273 + T(\Delta t_i)/T_0} \right)} \quad \text{mit } T_0 = 1^\circ\text{C} \quad (2.6)$$

Für die Bemessung und Nachweisführung von Stahlbetonbauteilen, insbesondere im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, ist die einaxiale zentrische *Zugfestigkeit* f_{ct} eine weitere wichtige Kenngröße. Neben zahlreichen Einflussfaktoren, wie z.B. den Umgebungsbedingungen, ist die Zugfestigkeit vor allem von den Eigenschaften der einzelnen Betonkomponenten sowie vom Verbund zwischen dem Zementstein und der Gesteinskörnung abhängig. Da die Bestimmung der zentrischen Zugfestigkeit in der Regel zu stark streuenden Ergebnissen führt, wird in der Baupraxis oft die Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ oder die Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ ermittelt und der Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit f_{ctm} z.B. über die Näherungsformel nach CEB-FIP MC 90, die u.a. auf NEVILLE [1981] zurückzuführen ist, abgeschätzt.

$$f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} \quad (2.7)$$

$$f_{ctm} = \frac{1,5 \cdot (h_b/h_0)^{0,7}}{1 + (h_b/h_0)^{0,7}} \cdot f_{ct,fl} \quad \text{mit } h_b - \text{Balkenhöhe und } h_0 = 100 \text{ mm} \quad (2.8)$$

Weiterhin kann die zentrische Zugfestigkeit des Betons aus der Druckfestigkeit ermittelt werden. In DIN 1045-1 und EC 2 ist folgender mathematische Zusammenhang angegeben:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{(2/3)}. \quad (2.9)$$

Gefügespannungen im Beton infolge von Temperaturschwankungen und Schwindverformungen beeinflussen die Zugfestigkeit wesentlich stärker als die Druckfestigkeit. Die Abschätzung des zeitlichen Verlaufes der Zugfestigkeit ist demnach komplizierter als die Vorhersage der Druckfestigkeitsentwicklung. Da die Erfassung und Berücksichtigung zusätzlicher Einflussgrößen infolge deren zufälligen Charakters und gegenseitigen Beeinflussung nur bedingt zur Verbesserung der Ergebnisgenauigkeit führt, wird ab einem Betonalter von 28 Tagen im Allgemeinen von einem ähnlichen Verlauf der Zug- und Druckfestigkeit ausgegangen. Analog zu Gl. (2.3) kann z.B. nach CEB-FIP MC 90 die Zugfestigkeit zu einem beliebigen Zeitpunkt t aus dem Produkt des 28-Tage-Wertes und der Verlaufsfunktion nach Gl. (2.4) bestimmt werden.

$$f_{ctm}(t) = f_{ctm,28} \cdot \beta_{cc}(t) \quad (2.10)$$

Im Bereich der Gebrauchslasten ($0 \leq -\sigma_c \leq 0,4 \cdot f_{cm}$) wird bei kurzzeitiger Druckbeanspruchung in der Regel von einer linearen Beziehung zwischen der Spannung σ_c und der Verformung ε_c des Betons ausgegangen und die Gültigkeit des HOOCKE'schen Gesetzes vorausgesetzt.

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (2.11)$$

Der *Elastizitätsmodul* E_c kann aus dem Be- oder Entlastungsast der Arbeitslinie eines Druck- oder Zugversuches als Tangenten-, Sekanten- oder Sehnenmodul bestimmt werden. Beispielsweise wird in DIN 1045-1 bzw. EC 2 ein Sekantenmodul angegeben, der im Betonalter von 28 Tagen ermittelt wird und im Bereich der Gebrauchslasten gilt. Er berücksichtigt bereits plastische Anfangsverformungen und beschreibt die Steifigkeit des ungerissenen Betons. Für Zugbeanspruchungen darf näherungsweise der Tangentenmodul im Ursprung verwendet werden. Der Elastizitätsmodul nach CEB-FIP MC 90 stellt einen Tangentenmodul im Koordinatenursprung dar und entspricht annähernd der Sekante bei schneller Entlastung von einem niedrigen Lastniveau.

Da der Elastizitätsmodul in Korrelation zur Druckfestigkeit steht und mit steigender Betongüte zunimmt, wurden verschiedene Näherungsverfahren entwickelt, die eine Abschätzung der mittleren Betonsteifigkeit E_{cm} anhand der charakteristischen Kurzzeitfestigkeit f_{ck} ermöglichen. Nach DIN 1045-1 kann beispielsweise von folgendem mathematischem Zusammenhang ausgegangen werden:

$$E_{cm} = 9500 \cdot (f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2)^{(1/3)}. \quad (2.12)$$

Eine ähnliche Beziehung zur Beschreibung des Tangentenmoduls E_{c0} wird in CEB-FIP MC 90 angegeben.

$$E_{c0} = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f_{ck} + 8 \text{ N/mm}^2}{10 \text{ N/mm}^2} \right)^{(1/3)}. \quad (2.13)$$

Das Verhältnis zwischen dem Tangentenmodul E_{c0} nach Gl. (2.13) und dem Sekantenmodul nach Gl. (2.12) ist ca. 1,05 und stimmt mit den Vorgaben der DIN 1045-1 $E_{c0} \approx 1,1 E_{cm}$ nahezu überein.

Die Nacherhärtung des Betons beeinflusst neben der Druckfestigkeit den Elastizitätsmodul. Analog zur Kurzzeitfestigkeit wird der zeitabhängige Elastizitätsmodul $E_c(t)$ in der Regel durch eine Verlaufsfunktion $\beta_E(t)$ und den 28-Tage-Wert des Elastizitätsmoduls $E_{c,28}$ beschrieben, wobei die Entwicklung schneller als bei $f_{cm}(t)$ verläuft.

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot \beta_E(t) \quad (2.14)$$

In Anlehnung an die Druckfestigkeitsentwicklung wird beispielsweise in CEB-FIP MC 90 folgende Evolutionsfunktion $\beta_E(t)$ angegeben:

$$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5} \quad (2.15)$$

Dabei entspricht $\beta_{cc}(t)$ der Verlaufsfunktion nach Gl. (2.4).

Aufgrund unterschiedlicher Versagensdefinitionen bzw. Versuchsbedingungen weichen die Angaben zu den *Grenzverformungen* signifikant voneinander ab. Bei niedriger Belastungs- bzw. Verformungsgeschwindigkeit treten neben den elastischen Dehnungen nicht zu vernachlässigende viskose Verformungen auf, sodass die Grenzverformungen größere Werte annehmen. Im Gegensatz dazu nimmt der Grenzwert der Verformungen mit steigender Betonfestigkeit ab. Für die Bemessung und Nachweisführung von biege- und normalkraftbeanspruchten Querschnitten bzw. Elementen werden in DIN 1045-1 Grenzstauchungen angegeben, die ein Versagen bei -3,5 ‰ (vorwiegend Biegebeanspruchung) bzw. -2,0 ‰ (mittige Druckbeanspruchung) definiert. Die Grenzdehnung des Betons bei einachsiger Zugbeanspruchung ist wesentlich niedriger und liegt bei $0,10 ‰ \leq \varepsilon_c \leq 0,15 ‰$.

2.1.3 Analytische Beschreibung der Spannungs-Dehnungslinie

Auf der Grundlage des im Kapitel 2.1.1 erläuterten Betonverhaltens wurden zahlreiche Ansätze zur mathematischen Beschreibung des Verlaufes der Arbeitslinie entwickelt, die das nichtlineare Tragverhalten des Betons mehr oder weniger wirklichkeitsnah abbilden. Neben der Erfassung des Formänderungsverhaltens von Beton spielt die Anwendbarkeit dieser Berechnungsansätze eine wichtige Rolle. Im Zusammenhang mit dem Kurzzeitverhalten von Beton wurden von GRASSER et al. [1981] die umfangreichen Versuchsserien von RÜSCH [1960] ausgewertet, bei denen die Druckbelastung innerhalb von ca. 20 Minuten weggesteuert bis zum Bruch gesteigert wurde. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse sowie die Ergebnisse von SARGIN [1971] bilden die Grundlage zur Beschreibung des nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhaltens des Betons unter kurzzeitiger einachsiger Druckbeanspruchung verschiedener Normen wie z.B. CEB-FIP MC 90 [1991] und DIN 1045-1 [2001].

Im *CEB-FIB MC 90* wird folgende mathematische Beschreibung des nichtlinearen Formänderungsverhaltens angegeben (Abb. 2.4):

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \frac{\left(\frac{E_{c0}}{E_{c1}} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right)}{\left(1 + \left(\frac{E_{c0}}{E_{c1}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)} \quad (2.16)$$

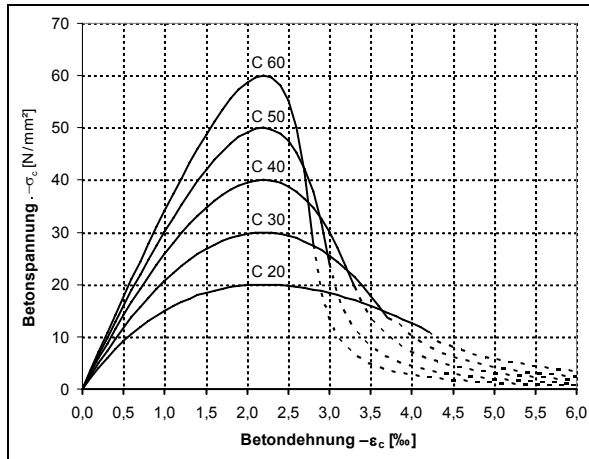


Abb. 2.4: Spannungs-Dehnungslinien von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung nach CEB-FIP MC90

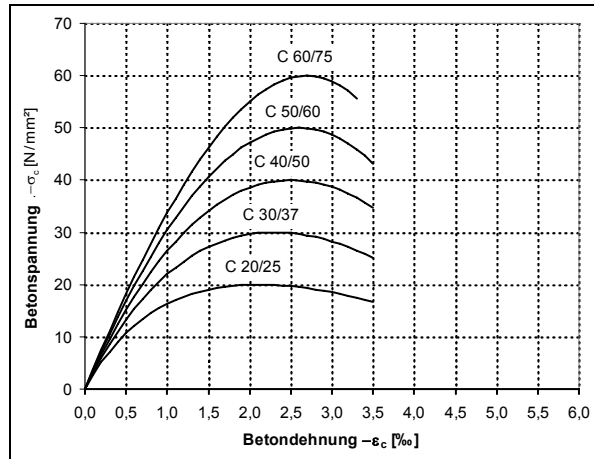


Abb. 2.5: Spannungs-Dehnungslinien von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung nach DIN 1045-1

Als Steifigkeiten werden hierbei der Tangentenmodul E_{c0} im Koordinatenursprung und der Sekantenmodul E_{c1} , das Verhältnis der Druckspannung f_{cm} zur Betonstauchung bei maximaler Beanspruchung ε_{c1} , verwendet. Die Dehnung ε_{c1} ist festgelegt auf $-2,2\text{‰}$. Das Versagen tritt definitionsgemäß ein, wenn die Betonspannung $\sigma_{c,lim}$ auf $-0,5 \cdot f_{cm}$ abgefallen und die Grenzdehnung $\varepsilon_{c,lim}$ erreicht ist.

$$\frac{\varepsilon_{c,lim}}{\varepsilon_{c1}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_{c0}}{E_{c1}} + 1 \right) + \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{E_{c0}}{E_{c1}} + 1 \right)^2 - \frac{1}{2} \right]^{1/2} \quad (2.17)$$

Für die Beschreibung des weiteren Nachbruchverhaltens ($|\varepsilon_c| > |\varepsilon_{c,lim}|$) kann Gl. (2.17) nicht mehr verwendet werden. Im CEB-FIP MC 90 wird für diesen Bereich eine weitere Formel angegeben, die für die Bemessung von Betonkonstruktionen im Allgemeinen keine Rolle spielt und lediglich für die Nachrechnung von weggesteuerten Versuchen verwendet werden kann.

Für Verformungsberechnungen und für die Schnittgrößenermittlung mit Hilfe nichtlinearer Berechnungsverfahren steht nach *DIN 1045-1* folgender funktioneller Zusammenhang zwischen der Betonspannung σ_c und der Betonstauchung ε_c zur Verfügung (Abb. 2.5).

$$\frac{\sigma_c}{f_c} = - \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right) \quad \text{mit: } \eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1} \quad \text{und } k = 1,1 \cdot E_{cm} \cdot \varepsilon_{c1} / f_c \quad (2.18)$$

Darin sind E_{cm} der mittlere Tangentenmodul, f_c die Kurzzeitfestigkeit, σ_c die Betondruckspannung, ε_c die Betonstauchung und ε_{c1} die Dehnung bei maximaler Beanspruchung, die für Normalbeton im Bereich von $-1,8\text{‰}$ bis $-3,0\text{‰}$ liegt. Die Grenzdehnung ε_{c1u} des Betons, die das Versagen definiert, liegt bei Normalbeton im Bereich von $-3,5\text{‰}$ bis $-3,0\text{‰}$.

Der Vergleich beider Verfahren ergibt, dass die nichtlinearen Spannungs-Dehnungslinien nach Gl. (2.18) und Gl. (2.16) nahezu identisch sind. Die Verfahren unterscheiden sich lediglich in der Definition der Grenzdehnung ε_{c1u} bzw. $\varepsilon_{c,lim}$ sowie der Betonstauchung ε_{c1} bei maximaler Beanspruchung. Weiterhin werden unterschiedliche Tangentensteifigkeiten E_{c0} im Koordinatenursprung angesetzt (siehe Kapitel 2.1.2).

Bei praktischen Berechnungen werden häufig vereinfachte Spannungs-Verformungsbeziehungen verwendet. Üblich sind die bilineare Spannungs-Dehnungslinie und das Parabel-Rechteck-Diagramm, die für die Nachweise in den Grenzzuständen Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit laut Norm zulässig sind.

Aufgrund der geringen Betonzugfestigkeit werden die Zugspannungen im Allgemeinen bei der Bemessung von Betonquerschnitten vernachlässigt. Dementsprechend wird in DIN 1045-1 [2001] bzw. deren Erläuterungen [DAFStb 525 (2003)] lediglich angegeben, dass der Tangentenmodul E_{c0} im Ursprung der Arbeitslinie für Zugbeanspruchungen verwendet werden darf. Detailliertere Angaben zur Beschreibung des Zugverhaltens von Beton unter monotoner oder zyklischer Belastung werden beispielsweise in [Duda (1991)] und [Sawade (1993)] vorgeschlagen. Für ungerissenen Beton wird im CEB-FIP MC90 eine bilineare Arbeitslinie empfohlen (Abb. 2.6).

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} E_{c0} \cdot \varepsilon_{ct} & \text{für } \sigma_{ct} \leq 0,9 \cdot f_{ctm} \\ f_{ctm} - \frac{0,1 \cdot f_{ctm}}{0,00015 - 0,9 \cdot f_{ctm}/E_{c0}} \cdot (0,00015 - \varepsilon_{ct}) & \text{für } 0,9 \cdot f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \end{cases} \quad (2.19)$$

Für gerissenen Beton wird ebenfalls eine bilineare Arbeitslinie unter Berücksichtigung der Rissbreite w und der Bruchenergie G_F angegeben.

$$\sigma_{ct} = \begin{cases} f_{ctm} \cdot \left(1 - 0,85 \cdot \frac{w}{w_1}\right) & \text{für } 0,15 \cdot f_{ctm} \leq \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \\ \frac{0,15 \cdot f_{ctm}}{w_c - w_1} \cdot (w_c - w) & \text{für } 0 \leq \sigma_{ct} < 0,15 \cdot f_{ctm} \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\text{mit: } w_1 = 2 \cdot \frac{G_F}{f_{ctm}} - 0,15 \cdot w_c \quad \text{und} \quad w_c = \alpha_F \cdot \frac{G_F}{f_{ctm}}$$

Der Beiwert α_F berücksichtigt den Einfluss des Größtkorns der Zuschläge auf die Rissbreite.

Für eine programmtechnische Umsetzung des Formänderungsverhaltens des Betons unter kurzzeitiger einachsiger Beanspruchung wurden multilineare Arbeitslinien [Mehlhorn (1970)] oder Polynomfunktionen [Ost (1993)] an die nichtlineare Spannungs-Dehnungslinie ange-

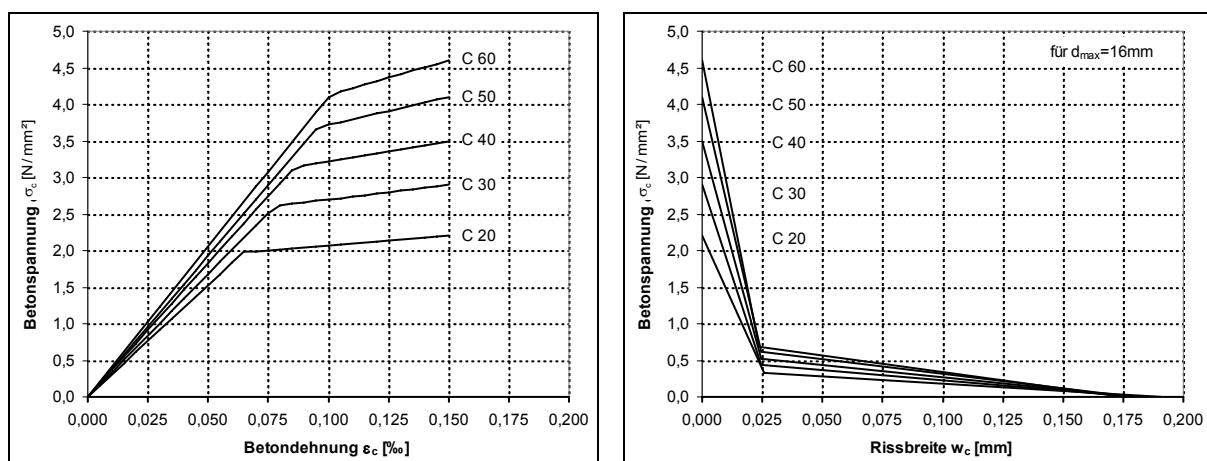


Abb. 2.6: Spannungs-Dehnungslinien von Beton unter einachsiger Zugbeanspruchung nach CEB-FIP MC90

nähert. Diese Arbeitslinien lassen sich leicht integrieren oder differenzieren und sind somit für den Einsatz in Finite-Elemente-Methoden oder lineare bzw. quadratische Optimierungsaufgaben besonders geeignet.

Zur Bestimmung bzw. Beurteilung des Tragverhaltens von Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen ist neben der Beschreibung des Kurzzeitverhaltens die Analyse des Langzeitverhaltens des Betons von entscheidender Bedeutung.

2.2 Tragverhalten des Betons unter einachsiger Langzeitbelastung

2.2.1 Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf die Spannungs-Dehnungslinie

Die im Kapitel 2.1 erläuterte Spannungs-Dehnungsbeziehung beschreibt das Betonverhalten unter kurzzeitiger, monoton steigender Beanspruchung, wobei näherungsweise vorausgesetzt wird, dass das Stoffgesetz zeitunabhängig ist. Da das Formänderungsverhalten von Beton bereits nach sehr kurzer Zeit von viskosen Verformungen beeinflusst wird, ist diese Vereinfachung nur für Beanspruchungsgeschwindigkeiten gültig, bei denen sowohl Kriechverformungen als auch Trägheitskräfte vernachlässigt werden können. Die Ergebnisse der experimentellen und theoretischen Untersuchungen von RASCH [1962] zeigen, dass die zeitabhängigen Verformungseigenschaften des Betons bei geringeren Dehnraten berücksichtigt werden müssen (Abb. 2.7). Mit abnehmender Dehn- bzw. Belastungsgeschwindigkeit sinken die beobachtete Steifigkeit E_c und die maximal erreichbare Spannung f_c . Die elastischen Verformungen werden von Kriechverformungen überlagert, sodass die zu einem bestimmten Spannungswert gehörende Gesamtverformung und die Bruchdehnung zunehmen.

2.2.2 Festigkeits- und Formänderungseigenschaften bei Langzeitbelastung

Wie im Kapitel 2.1 beschrieben, nimmt die Festigkeit aufgrund der zeitabhängigen Strukturbildung mit steigendem Betonalter zu. Unter Dauerbelastung findet gleichzeitig eine Strukturschädigung bzw. Mikrozerstörung statt, die u.a. auf das Betonkriechen zurückgeführt werden kann. Bei Spannungen unterhalb der Kurzzeitfestigkeit kann die Mikrozerstörung nach einer bestimmten Belastungszeit zum Betonversagen führen. Die Spannung während der Dauer-

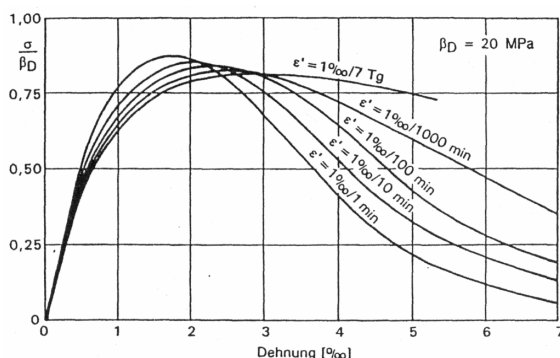


Abb. 2.7: Einfluss der Verformungsgeschwindigkeit auf die Spannungs-Dehnungslinie von Beton [Rasch (1962)]

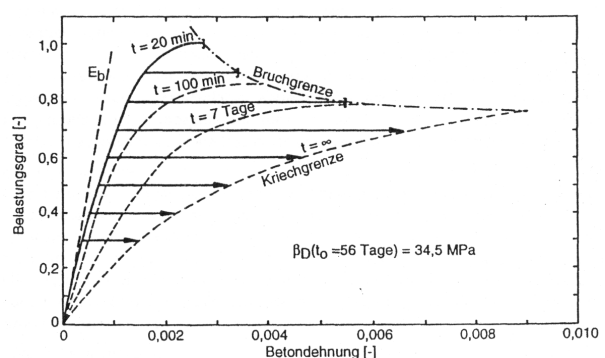


Abb. 2.8: Einfluss der Belastungsdauer auf die Spannungs-Dehnungslinie von Beton [Rüsch (1960)]

belastung wird als *Zeitstandfestigkeit* und die zugehörige Verformung als Bruchstauchung bezeichnet. Mit sinkender Dauerbeanspruchung nehmen die Bruchverformung und die Standzeit, die zum Versagen führen, überproportional zu und die Zeitstandfestigkeit nähert sich asymptotisch einem Endwert, der als *Dauerstandfestigkeit* bezeichnet wird. Die Dauerstandfestigkeit für Normalbeton entspricht ca. 80-85% der Kurzzeitfestigkeit f_c . Bei Beanspruchungen unterhalb der Dauerstandfestigkeit führen die Strukturveränderungen nicht zum Betonversagen und die Verformungen streben für $t=\infty$ einem Endwert entgegen, der auf der Kriechgrenze liegt (Abb. 2.8).

In der Baupraxis wird der Einfluss von Dauerbeanspruchungen im Allgemeinen durch eine Abminderung der Druckfestigkeit berücksichtigt und beispielsweise nach DIN 1045-1 die charakteristische Festigkeit auf 85% der 28-Tage Kurzzeitfestigkeit $f_{cm,28}$ begrenzt. Eine genauere Beschreibung der beanspruchungsabhängigen Zeitstandfestigkeit ermöglicht z.B. die im CEB-FIP MC 90 angegebene Erweiterung der Gl. (2.3), die u.a. auf den Untersuchungen von AWAD und HILSDORF [1974] basiert.

$$f_{cm}(t, \tau) = f_{cm,28} \cdot \beta_{cc}(t) \cdot \beta_{c,sus}(t, \tau) \quad (2.21)$$

Neben dem Festigkeitszuwachs infolge der Betonhydratation β_{cc} wird mit der Verlaufsfunktion $\beta_{c,sus}$ die von der Belastungsdauer $(t-\tau)$ abhängige Festigkeitsabnahme berücksichtigt.

$$\beta_{c,sus}(t, \tau) = 0,96 - 0,12 \cdot \left(\ln \left(72 \cdot \left(\frac{t-\tau}{1 \text{ Tag}} \right) \right) \right)^{0,25} \quad \text{für } (t-\tau) < 0,015 \text{ Tage } (\approx 20 \text{ min}) \quad (2.22)$$

Das Produkt $\beta_{cc} \cdot \beta_{c,sus}$ beschreibt somit die Festigkeit bzw. Zeitstandfestigkeit unter Berücksichtigung der gegenläufigen Effekte, d.h. der Strukturschädigung infolge einer Dauerbelastung und der Nacherhärtung des Betons, als Funktion vom Betonalter zu Belastungsbeginn τ sowie von der Belastungsdauer $(t-\tau)$. In Abb. 2.9 sind die funktionellen Zusammenhänge nach Gl. (2.21) für verschiedene Betonalter zu Belastungsbeginn τ dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Kurven ein Minimum aufweisen (Abb. 2.9, links). Die zugehörige Zeit, die als kritische Standzeit t_{krit} bezeichnet wird, gibt an, ab wann ein Probenversagen infolge einer Dauerbelastung ausgeschlossen werden kann. Weiterhin ist ersichtlich, dass die Annahme zur Berücksichtigung der Dauerstandfestigkeit nach DIN 1045-1 nur für Dauerbelastungen zutrifft, die nach einem Betonalter von ca. 2 Monaten auftreten. Bei einer Dauerbeanspruchung vor diesem Zeitpunkt liegt die Dauerstandfestigkeit unter 85 % der 28-Tage-Kurzzeitfestigkeit. Wird die Dauerstandfestigkeit auf die zum Zeitpunkt der Lasteintragung τ vorhandene Kurzzeitfestigkeit $f_{cm}(\tau)$ bezogen (Abb. 2.9, rechts), liegt das Minimum für einen baupraktisch relevanten Lasteintragungszeitpunkte τ unter 80 % von $f_{cm}(\tau)$. Insbesondere bei hohem Betonalter zu Beginn der Dauerbeanspruchung ist dies aufgrund der nahezu abgeschlossenen Betonhydratation zu berücksichtigen.

Analog zur zeitabhängigen Entwicklung der Festigkeit nimmt der Elastizitätsmodul infolge der Nacherhärtung des Betons zu und aufgrund von Strukturschädigung bzw. Mikrozerstörung ab. Während die Steifigkeitszunahmen, wie im Kapitel 2.1 beschrieben, berücksichtigt werden kann, bleibt deren lastabhängige Degradation meist unbeachtet. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen an polymermodifiziertem Beton sowie die Versuche

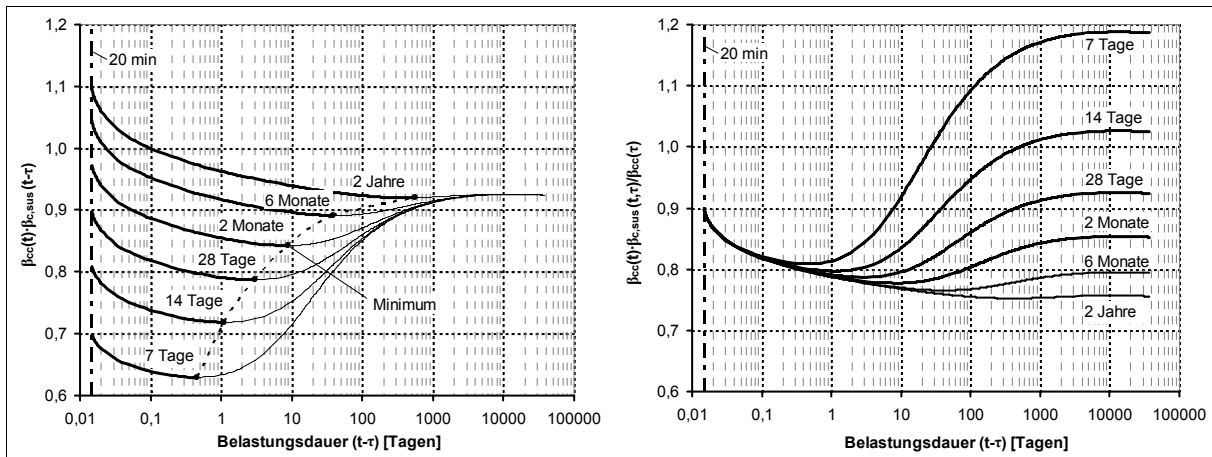


Abb. 2.9: Einfluss der Strukturbildung und Strukturschädigung auf die zeitabhängige Druckfestigkeit nach CEB-FIP MC90

links: Druckfestigkeit bezogen auf die 28-Tage-Kurzzeitfestigkeit,

rechts: Druckfestigkeit bezogen auf die Kurzzeitfestigkeit zum Belastungszeitpunkt τ

von SCHWABACH [2005] an druckbeanspruchten Betonzylindern zeigen jedoch, dass die beanspruchungsabhängige Steifigkeitsentwicklung wesentlich das elastische und viskose Formänderungsverhalten des Betons beeinflusst und somit bei der Beschreibung des Langzeitverhaltens berücksichtigt werden sollte.

2.2.3 Kriechen

2.2.3.1 Definition und grundlegende Zusammenhänge

Die zeitabhängige Änderung der Betonverformungen infolge einer Dauerbelastung wird als Kriechen (englisch: creep) bezeichnet. Nach anfänglich schnell anwachsenden Kriechverformungen klingt die Kriechrate bei Belastungen unterhalb der Dauerstandfestigkeit allmählich ab und nähert sich anscheinend asymptotisch einem Endwert. Ob das Betonkriechen für $t \rightarrow \infty$ tatsächlich zum Stillstand kommt, wird noch heute vielfältig diskutiert [Nechvatal (1996)]. Bei Entlastung gehen die reversiblen, visko-elastischen Kriechverformungen zurück. Der irreversible, visko-plastische Anteil, der auch als Fließdehnung bezeichnet wird, verbleibt im Beton.

Neben der Einteilung in reversible und irreversible Kriechverformungen wird meist zwischen dem Grundkriechen (englisch: basic creep) und dem Trocknungskriechen (englisch: drying creep), wie beispielsweise in [Bažant, Hauggaard, Baweja & Ulm (1997)], unterschieden. Das Grundkriechen beschreibt dabei den belastungsabhängigen viskosen Verformungsanteil bei konstanter Betonfeuchte. Das Trocknungskriechen erfasst die zusätzlichen Kriechdeformationen infolge der Austrocknung des Betons.

Der Verlauf und die Größe der spannungsabhängigen viskosen Betonverformungen sind von der Zementart, den Betonzuschlägen und -zusätzen, dem Wasser-Zement-Wert, den Umgebungs- und Erhärtungsbedingungen, den Bauteilabmessungen, dem Betonalter, der Belastungsdauer und -intensität, der Belastungsart usw. abhängig. Der Einfluss der genannten

Parameter auf die Kriechverformungen sowie deren mathematische Erfassung für die Beurteilung des Langzeitverhaltens des Betons ist bis heute noch nicht vollständig geklärt und Gegenstand der Forschung [Rottler (1998); Bažant (1988); Hilsdorf & Müller (1987)].

Das Kriechen kann prinzipiell in lineares und nichtlineares Kriechen unterteilt werden. Beim linearen (primären) Kriechen wird näherungsweise von einem proportionalen Zusammenhang zwischen den lastabhängigen viskosen Verformungen und der kriecherzeugenden Spannung σ_c ausgegangen. Die Gültigkeit dieser Annahme ist beschränkt auf Belastungen im Gebrauchslastbereich, in dem die maximalen Betonspannungen 40-45% der Kurzzeitfestigkeit nicht überschreiten. Oberhalb dieses Bereiches wachsen die Kriechverformungen $\varepsilon_{c,cr}$ infolge der fortschreitenden Strukturveränderungen und Mikrorissbildung überproportional zur kriecherzeugenden Spannung σ_c an [Shen (1992)]. Das sekundäre und tertiäre Kriechen wird als nichtlineares Kriechen des Betons bezeichnet (Abb. 2.10).

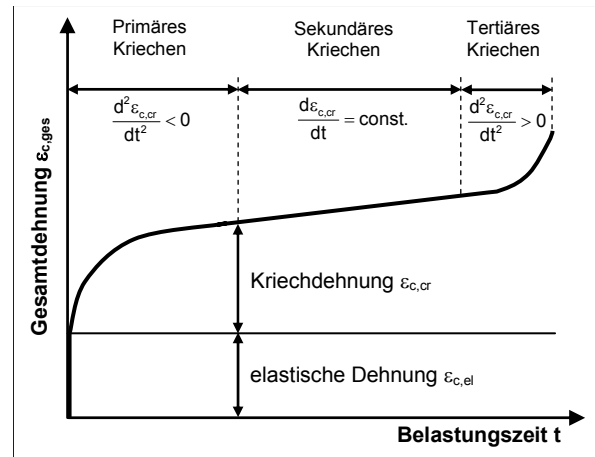


Abb. 2.10: Allgemeine Form der Dehnungs-Zeit-Linie entsprechend [Shen (1992)]

2.2.3.2 Langzeitverhalten bei konstanter Spannung

Für die Beschreibung der zeitabhängigen Verformungszunahme infolge einer konstanten Spannung σ_c wird das Kriechmaß C_c , das Verhältnis der Kriechverformung $\varepsilon_{c,cr}$ zur kriecherzeugenden Spannung σ_c , verwendet. Im Allgemeinen hängt das Kriechmaß C_c vor allem vom Betonalter t , vom Zeitpunkt der Lasteinleitung τ sowie von der kriecherzeugenden Spannung σ_c ab.

$$C_c(t, \tau, \sigma_c) = \frac{\varepsilon_{c,cr}(t, \tau, \sigma_c)}{\sigma_c(\tau)} \quad (2.23)$$

Wird lineares Kriechen vorausgesetzt, ist die Erfassung der Kriechverformungen $\varepsilon_{c,cr}$ näherungsweise durch den linearen Anteil des Kriechmaßes möglich.

$$\varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = C_c(t, \tau) \cdot \sigma_c(\tau) \quad (2.24)$$

Für die Beschreibung des nichtlinearen Kriechens kann das Kriechmaß als Summe eines linearen und eines nichtlinearen Anteils aufgefasst werden.

$$C_c(t, \tau, \sigma_c) = C_c(t, \tau) + C_c(t, \tau, \sigma_c) \quad (2.25)$$

In der linearen Kriechtheorie wird häufig anstelle des Kriechmaßes C_c die dimensionslose Kriechzahl φ_c , das Verhältnis der Kriechverformung $\varepsilon_{c,cr}$ zur elastischen Verformung $\varepsilon_{c,el}$, verwendet. Somit kann die Kriechverformung als ein Vielfaches der elastischen Verformung aufgefasst werden, wobei die Kriechzahl φ_c eine Funktion vom Betonalter t , vom Zeitpunkt der

Lasteinleitung τ sowie von der Betonfestigkeit, den Umgebungsbedingungen usw. ist.

$$\varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = \varphi_c(t, \tau) \cdot \varepsilon_{c,el}(\tau) \quad (2.26)$$

Wird in Gl. (2.26) die elastische Verformung $\varepsilon_{c,el}(\tau)$ durch $\sigma_c(\tau)/E_c(\tau)$ ersetzt, so ergibt sich die funktionelle Beziehung zwischen der Kriechzahl φ_c und dem Kriechmaß C_c .

$$\varphi_c(t, \tau) = E_c(\tau) \cdot C_c(t, \tau) \quad (2.27)$$

Die lastabhängige Gesamtverformung zu einem beliebigen Zeitpunkt t infolge einer zum Zeitpunkt τ eingeleiteten konstanten Spannung ist die Summe aus der Kriechverformung und der elastischen Verformung.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,el}(\tau) + \varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = \sigma_c(\tau) \cdot \left(\frac{1}{E_c(\tau)} + C_c(t, \tau) \right) = \sigma_c(\tau) \cdot \left(\frac{1 + \varphi_c(t, \tau)}{E_c(\tau)} \right) \quad (2.28)$$

Analog zur Vorgehensweise im EC 2 [1992] und in der DIN 1045-1 [2001] kann als Bezugsverformung für die Kriechzahl die zum 28-Tage-Wert des Elastizitätsmoduls $E_{c,28}$ gehörige elastische Verformung $\varepsilon_{c,el,28}$ gewählt werden. Wird in Gl. (2.28) die Kriechzahl $\varphi_c(t, \tau)$ durch $\varphi_{c,28}(t, \tau)$ ersetzt, so ergibt sich die lastabhängige Gesamtverformung wie folgt:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c,el}(\tau) + \varepsilon_{c,cr}(t, \tau) = \sigma_c(\tau) \cdot \left(\frac{1}{E_c(\tau)} + \frac{\varphi_{c,28}(t, \tau)}{E_{c,28}} \right). \quad (2.29)$$

Mit Hilfe der Kriechfunktion $J_c(t, \tau)$, welche eine zeitabhängige Einheitsverformung infolge einer zum Zeitpunkt τ aufgebrachten Einheitsspannung $\sigma_c(\tau) = 1$ darstellt, kann Gl. (2.28) in verkürzter Schreibweise angegeben werden.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(\tau) \cdot \left(\frac{1 + \varphi_c(t, \tau)}{E_c(\tau)} \right) = \sigma_c(\tau) \cdot J_c(t, \tau) \quad (2.30)$$

2.2.3.3 Langzeitverhalten bei konstanter Verformung

Neben dem Kriechen bei konstanter Spannung stellt die Relaxation, welche die zeitabhängige Spannungsabnahme bei einer konstanten Verformung beschreibt, einen weiteren Sonderfall des last- und zeitabhängigen Betonverhaltens dar. Analog zum Kriechen bei einer konstanten Beanspruchung kann der Spannungsabfall bei konstanter Verformung durch die Relaxationszahl $\psi_c(t, \tau)$, die das Verhältnis zwischen der Spannungsänderung bis zum Zeitpunkt t und der ursprünglichen Spannung zum Zeitpunkt τ darstellt, beschrieben werden.

$$\psi_c(t, \tau) = \frac{\sigma_c(\tau) - \sigma_c(t)}{\sigma_c(\tau)} = \frac{\Delta\sigma_c(t, \tau)}{\sigma_c(\tau)} \quad (2.31)$$

Da beide Phänomene, d.h. das Kriechen und die Relaxation, konjugierte Eigenschaften darstellen, besteht zwischen der Relaxationszahl und der Kriechzahl folgende Beziehung:

$$\psi_c(t, \tau) = \frac{\varphi_c(t, \tau)}{1 + \rho_c(t, \tau) \cdot \varphi_c(t, \tau)}. \quad (2.32)$$

Der Relaxationskennwert $\rho_c(t, \tau)$, der den Einfluss der Alterung des Betons auf das Kriechen berücksichtigt, variiert in den Grenzen $0,5 \leq \rho_c(t, \tau) \leq 1,0$ [Trost (1967)].

2.2.3.4 Langzeitverhalten bei veränderlicher Spannung und Verformung

Aufgrund der unterschiedlichen Langzeiteigenschaften des Betons und des Bewehrungsstahls und der damit verbundenen permanenten Spannungsumlagerungen treten die beiden Sonderfälle konstante Spannung und konstante Verformung in Stahlbeton- und Spannbetonkonstruktionen praktisch nicht auf. Es ist somit erforderlich, bei der Formulierung eines zeitabhängigen Materialgesetzes die veränderliche Spannung bzw. Verformung zu berücksichtigen.

Wird die Gültigkeit der linearen Kriechtheorie vorausgesetzt, kann das allgemeine Superpositionsprinzip nach BOLTZMANN angewendet und die Spannungsgeschichte als horizontale Überlagerung aller Spannungsdifferenzen dargestellt werden (Abb. 2.11). Die lastabhängige Gesamtverformung zum Zeitpunkt t ist somit die Summe der Verformung infolge der Spannung zum Zeitpunkt t_0 sowie der Verformungen infolge der jeweiligen Spannungssprünge zum Zeitpunkt t_i ($t \leq t_i \leq t_0$), wobei für jeden Spannungssprung $\Delta\sigma_c(t_i)$ die zugehörige Kriechfunktion $J_c(t, t_i)$ zu verwenden ist.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot J_c(t, t_0) + \sum_{i=1}^n \Delta\sigma_c(t_i) \cdot J_c(t, t_i) \quad (2.33)$$

Wird die Differenzierbarkeit der Spannung vorausgesetzt, kann die Summation in eine Integration überführt werden.

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot J_c(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial\sigma_c(\tau)}{\partial\tau} \cdot J_c(t, \tau) d\tau \quad (2.34)$$

Durch partielle Integration der Gl. (2.34) erhält man eine weitere Anwendung des Superpositionsprinzips, bei der die Spannungsgeschichte in Spannungsimpulse zerlegt wird.

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t)}{E_c(t)} - \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \cdot \frac{\partial J_c(t, \tau)}{\partial\tau} d\tau \quad (2.35)$$

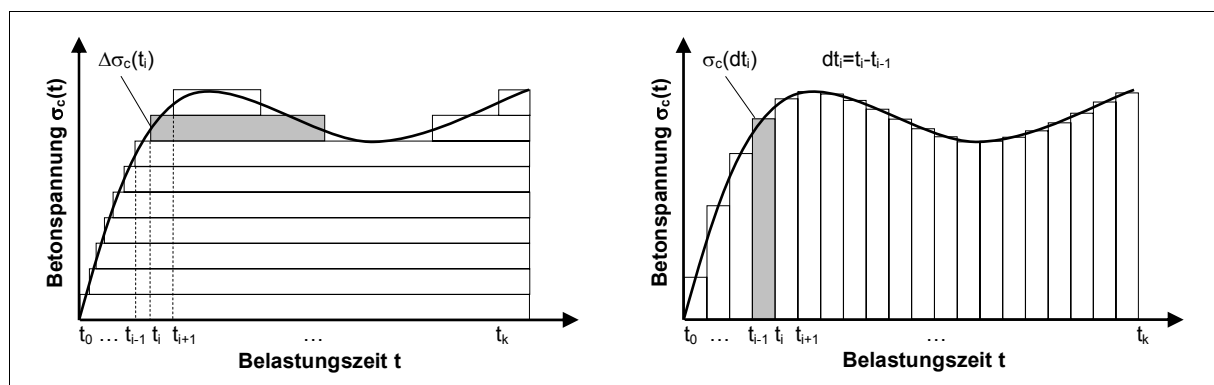


Abb. 2.11: Zerlegung der Spannungsgeschichte in Spannungsdifferenzen (li.) oder Spannungsimpulse (re.)

Die Gln. (2.34) und (2.35), die auch als VOLTERRASche Integralgleichungen bezeichnet werden und auf ARUTJUNJAN zurückgehen, beschreiben das allgemeine zeitabhängige Betonverhalten nach der *Theorie des elastisch kriechenden Körpers* (Tafel 2.1). Dabei sind neben den zeitabhängigen Änderungen der Umgebungsbedingungen sowie der Festigkeits- und Formänderungskenngrößen auch der Einfluss von Vorbelastungen bzw. Vorschädigungen zu berücksichtigen [Neville, Dilger & Brooks (1983)]. Da im Allgemeinen für bewehrte Betonverbundquerschnitte der Betonspannungsverlauf $\sigma_c(\tau)$ im Vorfeld nicht bekannt ist, existiert für die Theorie des elastisch kriechenden Körpers keine geschlossene Lösung, sodass eine numerische Auswertung beispielsweise durch eine zeitliche Diskretisierung sowie eine sukzessive Berechnung der Spannungsumlagerungen notwendig ist [Diener (1998); Diener & Raue (1999); Ackermann, Raue, Ebel & Setzpfandt (1992)]. Mit Hilfe des verallgemeinerten Mittelwertsatzes der Integralrechnung kann beispielsweise der unbekannt veränderliche Spannungsverlauf innerhalb eines finiten Zeitintervalls durch den Mittelwert der Spannung am Intervallanfang und am Intervallende angenähert werden. Da bei dieser Vorgehensweise die gesamte Spannungsgeschichte zu berücksichtigen ist, ergibt sich für komplexe Strukturen ein erheblicher Speicher- und Berechnungsaufwand.

Eine für baupraktische Berechnungen ausreichende alternative Approximation der Integralgleichung wird von TROST [1967] angegeben. Durch Berücksichtigung des Relaxationskennwertes $\rho_c(t, t_0)$ lässt sich die zeitabhängige Spannungs-Dehnungsbeziehung in algebraischer Form darstellen [DAfStb 525 (2003)].

$$\varepsilon_c(t) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \cdot (1 + \varphi_c(t, t_0)) + \frac{\sigma_c(t) - \sigma_c(t_0)}{E_{c,28}} \cdot (1 + \rho_c(t, t_0) \cdot \varphi_c(t, t_0)) \quad (2.36)$$

Die numerische Behandlung der Integralgleichung wird somit auf die Ermittlung des Relaxationskennwertes $\rho_c(t, t_0)$, der das mit zunehmendem Betonalter verminderte Kriechvermögen, die zeitabhängige Entwicklung des Elastizitätsmoduls sowie den Verlauf der Spannung berücksichtigt, verlagert. Für baupraktische Berechnungen und eine stetig veränderliche Spannung kann nach TROST [1967] der Relaxationskennwert als konstant mit $\rho_c(t, t_0) = 0,8$ angenommen werden. Die umfangreichen theoretischen Untersuchungen von BLESSENOHL [1990] bestätigen diese Annahme und zeigen, dass die Abschätzung des Langzeitverhaltens von Betonkonstruktionen mit einem Relaxationskennwert zwischen 0,7 und 0,95 hinreichend genaue Ergebnisse liefert.

Die *Theorie des Alterns*, ein Sonderfall der Theorie des elastisch kriechenden Körpers, erhält man, wenn folgende Beziehung vorausgesetzt wird (Tafel 2.1).

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_c(t) - \varphi_c(\tau) \quad (2.37)$$

Wird weiterhin angenommen, dass der Elastizitätsmodul $E_c(t)$ im gesamten Betrachtungszeitraum konstant ist, kann unter Berücksichtigung der Gl. (2.37) durch Differentiation der Gl. (2.35) nach der Zeit t die Differentialgleichung nach DISCHINGER hergeleitet werden.

$$\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt} = \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \cdot \frac{d\varphi_c(t)}{dt} + \frac{1}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c(t)}{dt} \quad (2.38)$$

Die Theorie des Alterns, auch bekannt als *rate of creep method (RC method)*, entspricht somit prinzipiell dem in Abb. 2.12 dargestellten MAXWELL-Körper. Die Kriechverformungen sind lediglich vom Betonalter t abhängig. Der Zeitpunkt der Lasteintragung τ bleibt unberücksichtigt. Die zu einer beliebigen Spannungsänderung gehörende Kriechkurve lässt sich durch vertikale Parallelverschiebung der WHITNEYSchen Idealkurve gewinnen. Aufgrund der getroffenen Vereinfachungen nehmen die Kriechverformungen mit steigendem Betonalter τ sehr schnell ab. Das Kriechverhalten des Betons infolge einer zu einem hohen Betonalter τ eingeleiteten Belastung wird maßgeblich unterschätzt. Das Rückkriechen während der Entlastung sowie der Erholungsphase kann nicht erfasst werden und führt insbesondere bei stark schwankenden kriecheerzeugenden Spannungen zu unzureichenden Ergebnissen. Da die gesamten Kriechverformungen nach dieser Theorie irreversibel sind, können sie als visko-plastische Verformungen bzw. als Grundfließen aufgefasst werden. Die Anwendung der Theorie des Alterns ist somit auf Berechnungen mit nahezu konstanten kriecheerzeugenden Spannungen, die zu einem frühen Zeitpunkt aufgebracht werden, beschränkt.

Einen weiteren Sonderfall der Theorie des elastisch kriechenden Körpers stellt die *Theorie der elastischen Nachwirkung* dar, wobei der Beton als nicht alterndes visko-elastisches Material aufgefasst wird und die Kriechzahl lediglich von der Belastungsdauer $(t-\tau)$ abhängt (Tafel 2.1).

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_c(t - \tau) \quad (2.39)$$

Die zu den Zeitpunkten der einzelnen Spannungsänderungen gehörenden Kriechkurven stellen, im Gegensatz zur Alterungstheorie, eine horizontale Parallelverschiebung der Ausgangskriechkurve, d.h. der WHITNEYSchen Idealkurve, dar und streben somit demselben Endwert entgegen. Bei Entlastung gehen die Kriechverformungen allmählich auf null zurück und sind somit vollständig reversibel. Sie können als visko-elastische Verformungen aufgefasst werden und entsprechen der klassischen Theorie der linearen Viskoelastizität, bei der lediglich zeitunabhängige Werkstoffkonstanten auftreten. Der Elastizitätsmodul E_c des Betons wird dabei über den Betrachtungszeitraum als konstant angenommen.

Wird in Anlehnung an den POYNTING-THOMPSON-Körper (Abb. 2.13) folgender Ansatz zur Berechnung der Kriechzahl gewählt:

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_c(t - \tau) = \varphi_{c,\infty} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{\tau_R}} \right), \quad (2.40)$$

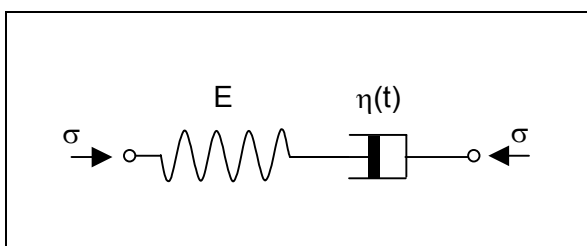


Abb. 2.12: MAXWELL-Körper

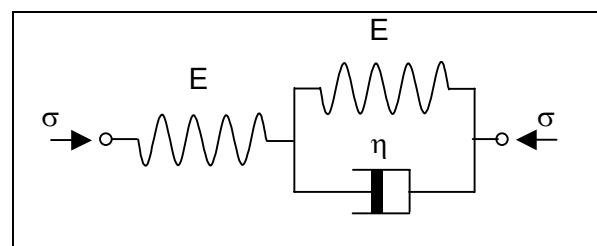
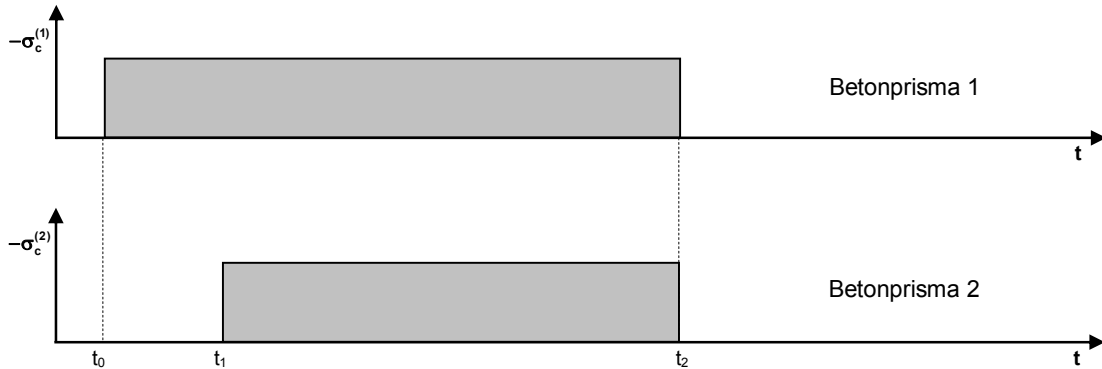


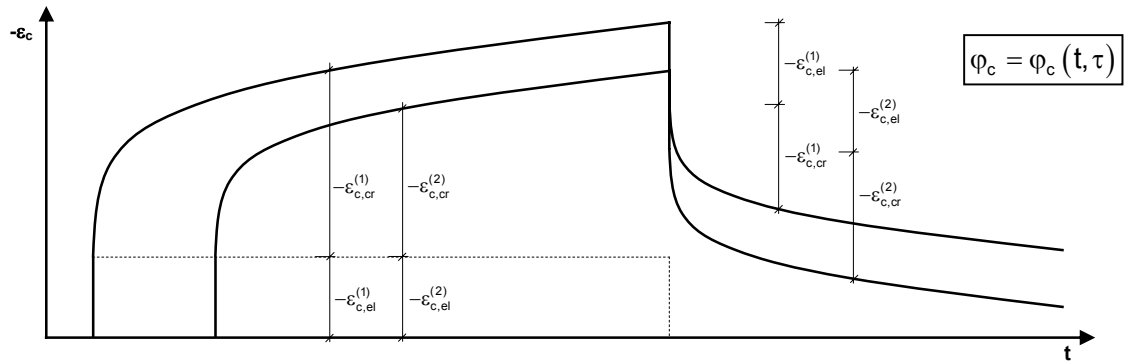
Abb. 2.13: POYNTING-THOMPSON-Körper

Tafel 2.1: Darstellung verschiedener Kriechtheorien

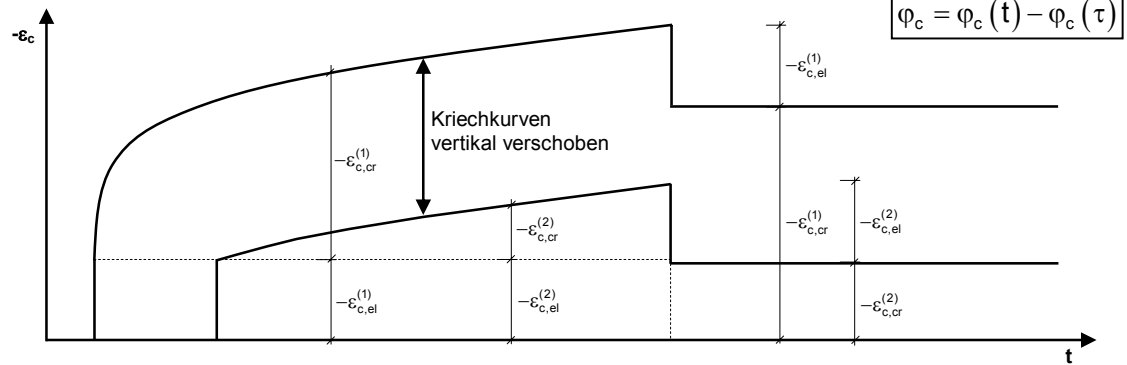
a) Belastungsgeschichte zweier Betonprismen



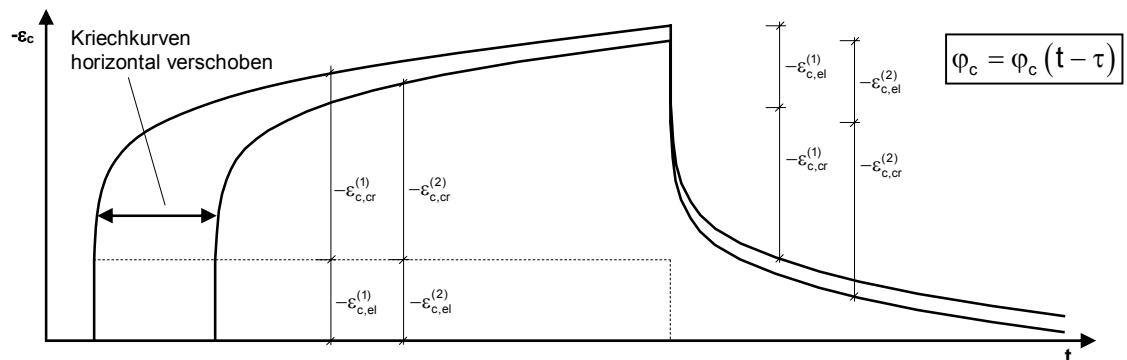
b) Theorie des elastisch kriechenden Körpers



c) Theorie des Alterns



d) Theorie der elastischen Nachwirkung



kann aus der Theorie des elastisch kriechenden Körpers nach Gl. (2.34) durch Differentiation nach der Zeit t die Differentialgleichung der Theorie der elastischen Nachwirkung abgeleitet werden.

$$\frac{d\varepsilon_c(t)}{dt} + \frac{\varepsilon_c(t)}{\tau_R} = \frac{1}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c(t)}{dt} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \cdot \frac{(1 + \varphi_{c,\infty})}{\tau_R} \quad (2.41)$$

Dabei sind $\varphi_{c,\infty}$ die Endkriechzahl und τ_R die Retardationszeit, die das Verhältnis zwischen der Viskositätskonstante η_v des Dämpfers und dem Elastizitätsmodul $E_{c,v}$ der Feder darstellt.

Die Theorie der elastischen Nachwirkung, auch bekannt als *theory of delayed elasticity*, ist aufgrund der vollständigen Reversibilität der Verformungen sowie der Überschätzung des Betonkriechens bei Belastungen, die zu einem hohen Betonalter eingetragen werden, für baupraktische Untersuchungen von Betonkonstruktionen nur bedingt geeignet.

Durch die Modifikation der Theorie des Alterns bzw. der Theorie der elastischen Nachwirkung sowie deren Kombination entstand eine Vielzahl weiterer Verfahren, die sich prinzipiell der Theorie des elastisch kriechenden Körpers zuordnen lassen und den zeitlichen Verlauf des Betonkriechens detaillierter erfassen. Eine Möglichkeit stellt beispielsweise die summarische Verknüpfung der elastischen, visko-elastischen und visko-plastischen Verformungen entsprechend des *erweiterten DISCHINGER-Ansatzes (modified rate of creep method)* dar, bei dem die Kriechzahl durch die Beziehung

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c,v-el}(t - \tau) + [\varphi_{c,v-pl}(t) - \varphi_{c,v-pl}(\tau)] \quad (2.42)$$

beschrieben wird. Dabei sind der visko-elastische Anteil entsprechend der Theorie der elastischen Nachwirkung von der Belastungsdauer $(t - \tau)$ und der visko-plastische Anteil bzw. der Fließanteil entsprechend der Theorie des Alterns vom Betonalter t abhängig.

Der Integralausdruck, der durch Einsetzen von Gl. (2.42) in Gl. (2.34) entsteht, besitzt im Allgemeinen keine geschlossene Lösung und kann lediglich numerisch gelöst werden. Aufgrund der im Vergleich zu den visko-plastischen Verformungen rasch abklingenden visko-elastischen Deformationsrate schlägt NIELSEN [1970] vor, den visko-elastischen Anteil vereinfacht als zeitunabhängige, sofort eintretende Verformung aufzufassen. Unter dieser Voraussetzung und der Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls erhält man durch Differentiation des Integralausdruckes nach der Zeit t folgende Differentialgleichung.

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_c(t)}{dt} &= \frac{d\varepsilon_{c,el}(t)}{dt} + \frac{d\varepsilon_{c,v-el}(t)}{dt} + \frac{d\varepsilon_{c,v-pl}(t)}{dt} \\ &= \frac{1}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c(t)}{dt} + \frac{\varphi_{c,v-el}(t)}{E_c} \cdot \frac{d\sigma_c(t)}{dt} + \frac{\sigma_c(t)}{E_c} \cdot \frac{d\varphi_{c,v-pl}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Die getroffenen Annahmen bezüglich der visko-elastischen Verformungen führen lediglich in der Anfangsphase zur Überschätzung der Kriechverformungen. Für spätere Berechnungszeitpunkte werden hinreichend genaue Ergebnisse erzielt.

2.2.3.5 Allgemeine Funktionsansätze der linearen Kriechtheorie

Zur Beschreibung der Kriechdehnung des Betons führte DISCHINGER 1937 eine Exponentialfunktion für die Kriechzahl ein.

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c, \infty} \cdot \left[1 - e^{-a(t-\tau)} \right] \quad (2.44)$$

Für die Berücksichtigung des raschen Anfangskriechens, d.h. einer überproportional hohen Kriechrate zu Beginn der Belastungsphase, erweiterte PFEFFERLE (1971) den Ansatz von DISCHINGER.

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c, \infty} \cdot \left[1 - e^{-a \cdot \sqrt{t-\tau}} \right] \quad (2.45)$$

Für t gegen ∞ streben beide Funktionen dem gleichen Endwert $\varphi_{c, \infty} = \varphi_c(t = \infty, \tau)$ entgegen.

ROSS (1937) und LORMAN (1940) nutzten eine Hyperbelfunktion zur Beschreibung des Betonkriechens:

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c, \infty} \cdot \frac{(t - \tau)}{a + (t - \tau)} \quad (2.46)$$

die ebenfalls einen Endwert $\varphi_{c, \infty}$ besitzt.

Von STRAUB (1930) und SHANK (1935) wurde eine Potenzfunktion zur Beschreibung des Betonkriechens vorgeschlagen.

$$\varphi_c(t, \tau) = a \cdot (t - \tau)^b \quad (2.47)$$

Sie besitzt keinen Endwert und stellt in der logarithmierten Form:

$$\ln \varphi_c(t, \tau) = a_1 + b \cdot \ln(t - \tau) \quad \text{mit } a_1 = \ln a \quad (2.48)$$

eine Gerade in einem logarithmischen Koordinatensystem dar. BAŽANT und OSMAN [1976] erweiterten diesen Ansatz zu einer doppelten Potenzfunktion.

$$\varphi_c(t, \tau) = a \cdot (\tau)^b \cdot (t - \tau)^c \quad (2.49)$$

Durch die Kombination und Modifikation dieser Ansätze entstanden weitere Kriechfunktionen, die das zeitabhängige Betonverhalten genauer erfassen. Beispielsweise wird die hyperbolische Potenzfunktion

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c, \infty} \cdot \left(\frac{t - \tau}{a + t - \tau} \right)^b \quad (2.50)$$

in den Normen CEB-FIP MC 90 [1991], EC 2 [1992] und DIN 1045-1 [2001] verwendet. Weiterhin wurde von BAŽANT die Kombination einer Logarithmusfunktion mit einer Potenzfunktion vorgeschlagen.

$$\varphi_c(t, \tau) = a \cdot \ln \left[1 + b \cdot (\tau)^c \cdot (t - \tau)^d \right] \quad (2.51)$$

Für eine genauere und gegebenenfalls getrennte Beschreibung der visko-elastischen und visko-plastischen Verformungsanteile wurden weitere Summen- und Produktansätze entwickelt, die in der Vergangenheit breite Anwendung fanden.

Das lineare Kriechen wird entsprechend DIN 1045-1 auf den Beanspruchungsbereich $0 \leq -\sigma_c \leq 0,45 \cdot f_{cm}$ begrenzt. Je nachdem, wie die Effekte des nichtlinearen Kriechens mathematisch erfasst werden, lassen sich andere Grenzen angeben, z.B. nach GRASSER und KRAEMER [1981] ein Belastungsgrad von 25%.

2.2.3.6 Vorhersageverfahren der Kriechzahl

Aufgrund der Überlagerung und gegenseitigen Beeinflussung einer Vielzahl von Einflussfaktoren ist die Vorhersage des Betonkriechens schwierig und umstritten. Hinsichtlich der mathematischen Beschreibung existieren grundsätzlich zwei praktisch relevante Berechnungsansätze, der Summations- und der Produktansatz.

Ein Summenansatz liegt beispielsweise der *DIN 4227* [1988] zugrunde. Die Kriechzahl wird dabei auf den 28-Tage-Elastizitätsmodul bezogen und in einen visko-plastischen und einen visko-elastischen Anteil zerlegt.

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c,v-pl}(t, \tau) + \varphi_{c,v-el}(t - \tau) = \varphi_{f0} \cdot (k_f(t) - k_f(\tau)) + 0,4 \cdot k_v(t - \tau) \quad (2.52)$$

Die Grundfließzahl φ_{f0} ist von den klimatischen Verhältnissen (z.B. relative Luftfeuchte) sowie von der Betonkonsistenz abhängig. Entsprechend den Untersuchungen von RÜSCH bezüglich der Kriecherholung wird der Endwert der visko-elastischen Verformung auf $0,4 \cdot \varepsilon_{c,el}$ gesetzt. Die Verlaufsfunktionen $k_f(t)$ und $k_v(t-\tau)$ beschreiben die zeitliche Entwicklung der visko-plastischen und der visko-elastischen Verformungen und können den Tafeln der *DIN 4227* Teil 1 entnommen werden. Während $k_v(t-\tau)$ gegen den Entwert 1 strebt und somit eine bezogene Verlaufsfunktion darstellt, sind der Endwert und die zeitliche Entwicklung von $k_f(t)$ von der wirksamen Bauteildicke und der Zementart abhängig. Durch die Modifikation des Betonalters lassen sich der Einfluss der Temperatur und die Erhärtungseigenschaften des verwendeten Zementes berücksichtigen. Da die Verwendung von Tafeln zur Bestimmung der einzelnen Beiwerte für eine numerische Umsetzung von Kriechproblemen ungeeignet ist, wurden beispielsweise von FREY analytische Funktionen basierend auf Exponentialfunktionen entwickelt, die mit den Kurven nach *DIN 4227* annähernd übereinstimmen.

Ein Produktansatz zur Bestimmung der Kriechzahl ist in den Normen EC 2, CEB-FIP MC 90 und *DIN 1045-1* zu finden. Dabei ermöglicht der empirische Kriechansatz nach *DIN 1045-1* [2001] eine einheitliche Beschreibung des Langzeitverhaltens von Normalbeton und hochfestem Beton bis zu einer Festigkeitsklasse von C 100/115 (Abb. 2.14). Analog zu *DIN 4227* bezieht sich die Kriechzahl auf den 28-Tage-Wert des Elastizitätsmoduls. Wird lineares Kriechen vorausgesetzt, kann die Kriechzahl $\varphi_c(t, \tau)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt t aus der Grundkriechzahl φ_0 und der hyperbolischen Potenzfunktion $\beta_c(t, \tau)$ ermittelt werden.

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, \tau) \quad (2.53)$$

Die Grundkriechzahl φ_0 stellt den Endwert bei $t=\infty$ dar und wird aus der Multiplikation dreier unabhängiger Einflussfunktionen gebildet.

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(\tau) \quad (2.54)$$

Der Einfluss der Umgebungsbedingungen, insbesondere der relativen Luftfeuchtigkeit RH, sowie der wirksamen Bauteildicke h_0 auf die Grundkriechzahl wird mit der Funktion φ_{RH} berücksichtigt.

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h_0}{h_1}}} \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7} \right] \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2} \quad (2.55)$$

Mit der Funktion $\beta(f_{cm})$ werden die Betonfestigkeitsklassen

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.56)$$

und mit der vom Zeitpunkt der Lasteintragung abhängigen Funktion $\beta(\tau)$ die Alterung des Betons unter Berücksichtigung der verwendeten Zementart erfasst.

$$\beta(\tau) = \frac{1}{0,1 + \left(\frac{\tau_{eff}}{t_1} \right)^{0,2}} \quad \text{mit } \tau_{eff} = \tau \cdot \left[\frac{9}{2 + \left(\frac{\tau}{t_1} \right)^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \quad (2.57)$$

Der zeitliche Verlauf der Kriechdehnungen wird durch die Funktion $\beta_c(t, \tau)$ beschrieben, die für $(t - \tau) \rightarrow \infty$ dem Endwert eins entgegenstrebt.

$$\beta_c(t, \tau) = \left[\frac{\frac{(t - \tau)^{0,3}}{t_1}}{\beta_H + \frac{(t - \tau)^{0,3}}{t_1}} \right] \quad (2.58)$$

Der Einfluss der relativen Luftfeuchtigkeit RH und der wirksamen Bauteildicke h_0 auf den zeitlichen Kriechverlauf wird mit Hilfe des Beiwertes β_H abgeschätzt.

$$\beta_H = 150 \cdot \left[1 + \left(1,2 \cdot \frac{RH}{100} \right)^{18} \right] \cdot \frac{h_0}{h_1} + 250 \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \leq 1500 \cdot \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5} \quad (2.59)$$

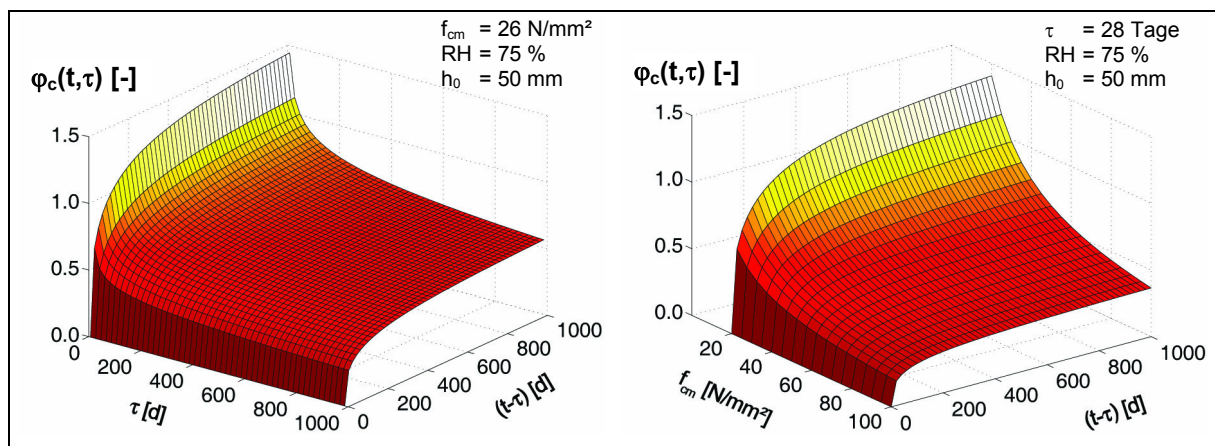


Abb. 2.14: Kriechzahl nach DIN 1045-1

Weicht die mittlere Temperatur im Betrachtungszeitraum vom Normwert 20°C ab, kann dies für Temperaturen im Bereich von 0°C bis 80°C unter anderem durch eine Modifikation des wirksamen Betonalters berücksichtigt werden. Weitere Einzelheiten und Erläuterungen sind u.a. in [DAfStb 525 (2003); Müller & Kvitsel (2002)] zu finden.

Analog zu DIN 1045-1 basiert die Kriechzahlermittlung des *American Concrete Institute ACI – Committee 209* [1978] auf einem Produktansatz.

$$\varphi_c(t, \tau) = \varphi_{c,\infty}(\tau) \cdot \varphi(t, \tau) \quad (2.60)$$

Zur Beschreibung der vom Zeitpunkt der Lasteinleitung τ abhängigen Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}(\tau)$ wird der in der Norm festgelegte durchschnittliche Endwert mit einer Korrekturfunktion multipliziert und somit die von den normativen Festlegungen abweichenden Umgebungsbedingungen und Materialeigenschaften erfasst.

$$\varphi_{c,\infty}(\tau) = \varphi_u \cdot \gamma_c \quad (2.61)$$

Neben der Berücksichtigung des Betonalters zu Belastungsbeginn, der relativen Luftfeuchtigkeit sowie des Verhältnisses zwischen dem Volumen und der Oberfläche kann mit Hilfe der Korrekturfunktion γ_c der Einfluss des Größtkorns, des Feinkornanteils, des Porenvolumens und der Temperatur abgeschätzt werden. Für die Beschreibung des Kriechverlaufes wird in Anlehnung an ROSS (1937) und LORMAN (1940) von folgender Hyperbelfunktion ausgegangen.

$$\varphi(t, \tau) = \frac{(t - \tau)^\psi}{d + (t - \tau)^\psi} \cdot \varphi_{c,\infty}(\tau) \quad (2.62)$$

Im ACI 209 werden für Standardbedingungen Wertebereiche für die einzelnen Parameter angegeben. Danach schwankt die Endkriechzahl φ_u zwischen 1,30 und 4,15. Die Konstante ψ ist von der Bauteilgröße und -form abhängig und kann Werte zwischen 0,4 und 0,8 annehmen. Der Beiwert d liegt im Bereich von 6 bis 30 Tage.

Neben den beschriebenen Vorhersageverfahren existiert eine Vielzahl weiterer Ansätze zur Beschreibung des Kriechens, in denen zusätzliche Aspekte und Einflussgrößen berücksichtigt werden. Beispielsweise wird von BAŽANT und KIM [1991; 1992] ein detaillierter Kriechansatz in summarischer Form vorgeschlagen, in dem das Kriechen in ein Grund- und ein Trocknungskriechen unterteilt wird. Beide Anteile werden durch unterschiedliche physikalische Vorgänge hervorgerufen und mit getrennten empirischen Funktionen beschrieben.

Weiterhin haben sich u. a. die Solidification-Theory (Verfestigungstheorie) [Bažant & Prasannan (1989)] und deren Erweiterung, die Microprestress-Solidification-Theory (Mikrovorspannungs-Verfestigungstheorie) [Bažant, Huggaard, Baweja & Ulm (1997)] für die Berücksichtigung der Betonhydratation bei der Beschreibung des linearen Kriechverhaltens des Betons als besonders geeignet erwiesen.

2.2.3.7 Nichtlinearität des Kriechens unter hohen Spannungen

Die in den Kapiteln 2.2.3.2 bis 2.2.3.6 beschriebenen funktionellen Zusammenhänge zwischen der Kriechdehnung und der kriecherzeugenden Spannung setzen die Gültigkeit der linearen Kriechtheorie voraus und liefern lediglich im Gebrauchslastbereich bis ca. 45% von f_{cm} hinreichend genaue Ergebnisse. Bei Spannungen oberhalb des Gebrauchslastbereiches nehmen die Mikrorissbildung und die Strukturveränderung zu und die Dehnung steigt überproportional zur Spannung an. Wird diese Nichtlinearität des Kriechens nicht berücksichtigt, können die zeitabhängigen Verformungen in Abhängigkeit vom Spannungsniveau maßgeblich unterschätzt werden. Das nichtlineare Kriechen beeinflusst Spannungs- bzw. Schnittgrößenumlagerungen in Verbundquerschnitten und in statisch unbestimmten Systemen.

Zur mathematischen Erfassung der nichtlinearen Kriecheffekte stehen in Abhängigkeit von Versuchsbeobachtungen mehrere Ansätze zur Verfügung. Einerseits ermöglichen nichtlineare Feder-Dämpfer-Modelle und die daraus abgeleiteten Differentialgleichungen die Beschreibung der Nichtlinearität des Kriechens [Shen (1992)]. Andererseits kann die gesamte Kriechfunktion in einen linearen spannungsunabhängigen und einen nichtlinearen spannungsabhängigen Anteil aufgespaltet werden [Streit (1991)]. Modelle, die teilweise in der Lage sind, das primäre, sekundäre und tertiäre Kriechverhalten des Betons bis zum Versagen abzubilden, wurden beispielsweise in [Bockhold (2005); Cervera, Oliver & Prato (1999); Mazzotti & Savoia (2003)] veröffentlicht. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die lineare Kriechzahl mit einem spannungsabhängigen Überproportionalitätsfaktor zu erhöhen. Einen umfassenden Überblick über verschiedene Kriechmodelle, die auf der linearen Viskoelastizität und einem Überproportionalitätsfaktor basieren, ist u.a. in [Rottler (1998)] zu finden.

Der Ansatz, die lineare Kriechfunktion mit einem spannungsabhängigen Überproportionalitätsfaktor (Nichtlinearitätsfaktor) zu kombinieren, wurde vielfach untersucht und fand zahlreiche Anwendung. Er liegt in Anlehnung an den EC 2 und den CEB-FIP MC 90 der *DIN 1045-1* [2001], [DAfStb 525 (2003)] zugrunde. Der Einfluss von Betondruckspannungen im Bereich von $0,45 \cdot f_{cm}$ bis $0,6 \cdot f_{cm}$ wird durch Multiplikation der Grundkriechzahl $\varphi_c(t, \tau)$ mit dem Nichtlinearitätsfaktor $F(\sigma_c)$ berücksichtigt.

$$\varphi_{c,ni}(t, \tau) = \varphi_c(t, \tau) \cdot F(\sigma_c) \quad (2.63)$$

Der Überproportionalitätsfaktor kann beispielsweise mit Hilfe einer Exponentialfunktion beschrieben werden.

$$F(\sigma_c) = \begin{cases} e^{\alpha_\sigma(k_\sigma - 0,45)} & \text{für } 0,45 < k_\sigma \leq 0,60 \\ 1 & \text{für } k_\sigma \leq 0,45 \end{cases} \quad \text{mit } k_\sigma = \frac{\sigma_c}{f_{cm}(\tau)} \quad (2.64)$$

Für die Ermittlung des Spannungsniveaus k_σ wird die aktuelle Spannung σ_c auf die Kurzzeitfestigkeit $f_{cm}(\tau)$ zum Belastungszeitpunkt τ bezogen. Der Beiwert α_σ , der in der Norm mit 1,5 angegeben wird, kann z.B. bei massigen Bauteilen oder sehr hoher relativer Luftfeuchtigkeit bis zu 0,5 reduziert werden.

Weitere empirische Ansätze für $F(\sigma_c)$ schlagen *BAŽANT* und *PRASANAN* [1989] sowie *BAŽANT* und *KIM* [1991] vor:

$$\text{BAZANT / PRASANAN: } F(\sigma_c) = \frac{1+s^2}{1-\Omega} \quad \text{BAZANT / KIM: } F(\sigma_c) = \frac{1+3 \cdot s^5}{1-\Omega} \quad (2.65)$$

Hierbei ist $s = -\sigma_c/f_c$ das aktuelle Spannungsniveau. Der Parameter $\Omega = s^{10}$ beschreibt die zunehmende Schädigung des Betons infolge der progressiven Mikrorissbildung bei hohen Beanspruchungen ($\Omega = 0$ für $s \leq 0,6$). Der Überproportionalitätsfaktor $F(\sigma_c)$ strebt mit zunehmender Betonspannung gegen ∞ , da Ω gegen 1 tendiert.

GRASSER und KRAEMER [1981] werteten die von RÜSCH et al. durchgeführten Dauerstandversuche aus und leiteten einen Nichtlinearitätsfaktor ab, der neben der Beanspruchungsintensität von der Belastungsdauer beeinflusst wird. Anhand der Versuchsdaten wurde der Beginn der Nichtlinearität auf einen Belastungsgrad von 25 % $\cdot f_c$ festgelegt. Zur Bestimmung des Belastungsgrades wird das Verhältnis der vorhandenen Druckspannung σ_c zur Kurzzeitfestigkeit f_c , die in einem 20-minütigen Belastungsversuch ermittelt wird, gebildet. Da in [Grasser & Kraemer (1981)] die Nichtlinearitätsfaktoren lediglich grafisch dargestellt sind, schlägt DIENER [1998] ein empirisch abgeleitetes analytisches Berechnungsverfahren zur Bestimmung der Kriechzahlerhöhungsfaktoren vor.

$$F(\sigma_c) = 1 + \beta_{ft}^{1/\alpha} \cdot \beta_f \cdot \beta_\tau \cdot \left(\frac{-\sigma_c}{f_c} \right)^3 \quad (2.66)$$

Die Kriechzahl wird somit in einen spannungsunabhängigen linearen und einen spannungsabhängigen nichtlinearen Anteil zerlegt. Der Einfluss des Betonalters, der Belastungsdauer und der Kurzzeitfestigkeit auf den Nichtlinearitätsfaktor wird mit folgenden dimensionslosen Beiwerten berücksichtigt:

$\beta_{ft} = 1,2 \cdot f_c^{1/6}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Kurzzeitfestigkeit f_c in [kN/cm ²] auf den Einfluss der Belastungsdauer $(t-\tau)$ in [d],
$\beta_f = 0,05 \cdot f_c + 1,0$	Beiwert zur Berücksichtigung der Kurzzeitfestigkeit f_c in [kN/cm ²],
$\beta_\tau = \left(\frac{\tau}{28} \right)^{0,1}$	Beiwert zur Berücksichtigung des Betonalters τ bei Erstbelastung in [d],
$\alpha = \sqrt{t-\tau}$	Beiwert zur Berücksichtigung der Belastungsdauer $(t-\tau)$ in [d].

Die Nichtlinearitätsfunktion nach DIENER zeigt für längere Belastungsphasen eine gute Übereinstimmung mit den Kurven von GRASSER und KRAEMER. Für kurze Belastungsphasen im Minuten- bzw. Sekundenbereich werden allerdings die Verformungen stark überschätzt, da $\beta_{ft}^{1/\alpha}$ für $(t-\tau) \rightarrow 0$ gegen unendlich strebt. Auf der Grundlage der Untersuchungsergebnisse schlägt DIENER eine Begrenzung des Beiwertes $\alpha = \sqrt{0,5} = 0,71$ vor.

In Abb. 2.15 sind die beschriebenen Überproportionalitätsfaktoren in Abhängigkeit vom Spannungsniveau dargestellt. Entsprechend der Modellannahmen und Voraussetzungen der einzelnen Berechnungsansätze können unterschiedliche Linearitätsgrenzen im Beanspruchungsbereich von $0 \leq -\sigma_c \leq 0,45 \cdot f_c$ angegeben werden. Im Gültigkeitsbereich von DIN 1045-1 $0 \leq -\sigma_c \leq 0,6 \cdot f_c$ liefern alle Verfahren nahezu identische Funktionswerte. Wird dieser Bereich überschritten, liegen die Kurven nach BAŽANT et al. deutlich über den anderen Überproportionalitätsfunktionen.

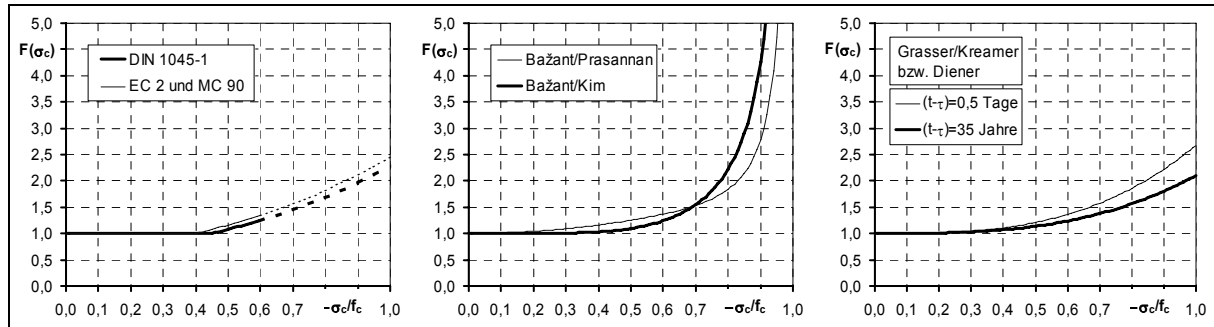


Abb. 2.15: Überproportionalitätsfaktoren nach DIN 1045-1, EC 2 bzw. MC 90; BAŽANT / PRASANNAN, BAŽANT / KIM und GRASSER / KRAEMER bzw. DIENER

Für die Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens bei einer veränderlichen Spannungsgeschichte schlägt BAŽANT [1989] vor, den differentiellen Zuwachs der linearen Kriechfunktion mit Hilfe eines Überproportionalitätsfaktors zu beschleunigen, der von der vorhandenen Spannung $\sigma_c(t)$ zum Betrachtungszeitpunkt t abhängt.

$$\dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau) = F(\sigma_c(t)) \cdot \dot{C}_c(t, \tau) \quad (2.67)$$

Unter Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens mit Hilfe von Gl. (2.67) ergibt sich aus Gl. (2.35) durch Differentiation nach der Zeit t das zeitabhängige Materialgesetz für Beton bei veränderlicher Spannungsgeschichte [Diener (1998)].

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \frac{\dot{\sigma}_c(t)}{E_c(t)} + \int_{t_0}^t \sigma_c(\tau) \cdot \frac{\partial \dot{J}_c(\sigma_c(t), t, \tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (2.68)$$

In der Literatur ist eine ähnliche Darstellung des zeitabhängigen Betonverhaltens in Integralform unter der Voraussetzung der Gültigkeit des Superpositionsgesetzes zu finden. Es lässt sich jedoch zeigen, dass diese Annahme für die Beschreibung des nichtlinearen Kriechens unzureichend ist und dass die Verformungen unterschätzt werden [Diener (1998)].

Da die beanspruchungsabhängige Änderung des Elastizitätsmoduls $E_c(t)$ in Gl. (2.68) keine Berücksichtigung findet, wird im Rahmen dieser Arbeit eine Modifikation des zeitabhängigen Materialgesetzes für Beton vorgeschlagen. In Anlehnung an die Gln. (2.26) und (2.67) kann die nichtlineare Kriechdehnung als ein Vielfaches der elastischen Dehnung aufgefasst werden, wobei die Kriechzahl $\varphi_{c,nl}$ vorwiegend eine Funktion vom Betonalter t , vom Zeitpunkt τ der Lasteinleitung sowie von der aktuellen Spannung $\sigma_c(t)$ ist. Der differentielle Zuwachs der Kriechverformung ergibt sich aus folgender Beziehung.

$$\dot{\varepsilon}_{c,cr}(t, \tau) = F(\sigma_c(t)) \cdot \dot{\varphi}_c(t, \tau) \cdot \varepsilon_{c,el}(\tau) = \dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t), t, \tau) \cdot \varepsilon_{c,el}(\tau) \quad (2.69)$$

Wird hierfür die Spannungsgeschichte vertikal in Zeitintervalle bzw. in Spannungsimpulse zerlegt, kann der Zuwachs der Gesamtverformung als Summe der Zuwächse der elastischen Dehnung sowie der einzelnen Kriechdehnungen dargestellt werden.

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{c,el}(t_i) \cdot (\dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t), t, t_i) - \dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t), t, t_{i-1})) \quad (2.70)$$

Ist die Differenzierbarkeit der nichtlinearen Kriechfunktion $\varphi_{c,nl}$ gegeben, kann die Summation in eine Integration überführt werden.

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_{c,el}(\tau) \cdot \frac{\partial \dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t), t, \tau)}{\tau} d\tau \quad (2.71)$$

Der Vergleich mit Gl. (2.68) zeigt, dass durch die Modifikation des von BAŽANT vorgeschlagenen Ansatzes eine direkte Kopplung der Kriechdehnungen mit den elastischen Dehnungen entsprechend der Definition des Kriechens besteht. Zeit- und beanspruchungsabhängige Strukturveränderungen, die den Elastizitätsmodul beeinflussen und eine Änderung der elastischen Verformungen bei konstanter Spannung hervorrufen, können somit erfasst werden.

2.2.4 Diskretisierung des zeitabhängigen Materialgesetzes

Verschiedene Verfahren zur Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Formulierung des Materialgesetzes bei veränderlicher Beanspruchung wurden u. a. von DIENER [1998], [Diener & Raue (1999)] diskutiert. Entsprechend dem Vorschlag von BAŽANT [1989] und der vorgeschlagenen Modifikation nach Gl. (2.71) kann das zeitabhängige Materialgesetz des Betons unter Berücksichtigung der Schwindverformungen in differenzieller Form angegeben werden.

$$\dot{\varepsilon}_c(t) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t) - \int_{t_0}^t \varepsilon_{c,el}(\tau) \cdot \frac{\partial \dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t), t, \tau)}{\tau} d\tau + \dot{\varepsilon}_{c,s}(t) \quad (2.72)$$

Da im Allgemeinen für bewehrte Betonverbundquerschnitte der Betonspannungs- bzw. elastische Dehnungsverlauf im Vorfeld nicht bekannt ist, existiert für Gl. (2.72) keine geschlossene Lösung. Basierend auf der von DIENER entwickelten Näherungslösung, welche auf dem Differenzenverfahren aufbaut, wird der Gesamtzeitraum in einzelne finite Zeitintervalle zerlegt (Abb. 2.11 rechts) und mit Hilfe des verallgemeinerten Mittelwertsatzes der Integralrechnung die Integration durch eine Summation ersetzt.

$$\dot{\varepsilon}_c(t_k) = \dot{\varepsilon}_{c,el}(t_k) - \sum_{i=0}^{k-1} \varepsilon_{c,el}(t_i + \theta) \cdot \left[\dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_{i+1}) - \dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) \right] + \dot{\varepsilon}_{c,s}(t_k) \quad (2.73)$$

Wird vorausgesetzt, dass sich $\varepsilon_{c,el}(t_i + \theta)$ näherungsweise durch den Mittelwert der elastischen Dehnungen an den Intervallgrenzen ersetzen lässt und dass für die nichtlineare Kriechzahl gilt:

$$\dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) = \frac{\varphi_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i) - \varphi_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_i)}{t_k - t_{k-1}} \quad \text{bzw.} \quad (2.74)$$

$$\dot{\varphi}_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) = \frac{\varphi_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_k) - \varphi_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_{k-1}, t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}},$$

erhält man das zeitabhängige Stoffgesetz des Betons in diskretisierter algebraischer Form.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{c,k} = & \varepsilon_{c,k-1} + \varepsilon_{c,el,0} \cdot \left(\frac{\varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k-1,1} - \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,1} - \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k-1,0} + \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,0}}{2} \right) \\
& + \sum_{i=1}^{k-2} \varepsilon_{c,el,i} \cdot \left(\frac{\varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k-1,i+1} - \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,i+1} - \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k-1,i-1} + \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,i-1}}{2} \right) \\
& + \varepsilon_{c,el,k-1} \cdot \left(\frac{\varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,k-2} - \varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k-1,k-2}}{2} - 1 \right) + \varepsilon_{c,el,k} \cdot \left(1 + \frac{\varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,k-1}}{2} \right) \\
& + \varepsilon_{c,s,k} - \varepsilon_{c,s,k-1}
\end{aligned} \tag{2.75}$$

mit: $\varepsilon_{c,k} = \varepsilon_c(t_k)$, $\varepsilon_{c,el,k} = \frac{\sigma_c(t_k)}{E_c(t_k)}$, $\varepsilon_{c,s,k} = \varepsilon_{c,s}(t_k)$ und $\varphi_{c,nl,\sigma_{c,k},k,i} = \varphi_{c,nl}(\sigma_c(t_k), t_k, t_i)$

Somit kann die Gesamtdehnung zu einem beliebigen Zeitpunkt t_k in Abhängigkeit von der Spannungs- bzw. elastischen Dehnungsgeschichte bestimmt werden. Sie setzt sich aus der Gesamtdehnung des vorangegangenen Zeitpunktes t_{k-1} sowie der Verformungsänderung im aktuellen Zeitintervall $[t_{k-1}, t_k]$ zusammen. Die Dehnungsänderung ist von der gesamten Lastgeschichte abhängig, wobei auch Strukturbildungs- und Strukturschädigungsprozesse durch einen zeit- bzw. beanspruchungsabhängigen Elastizitätsmodul berücksichtigt werden können.

Eine Alternative zu dem vorgestellten Berechnungsverfahren ergibt sich, wenn für die einzelnen Kriechintervalle ein vereinfachter Ansatz für den Verlauf der Kriechfunktion entsprechend der Theorie des Alterns getroffen wird [Raue & Heidolf (2003, 2004)]. Da bei beiden Verfahren die visko-elastischen und visko-plastischen Verformungsanteile nicht getrennt behandelt werden, lässt sich der Einfluss von Vorbelastungen nur bedingt erfassen.

2.3 Tragverhalten der Bewehrung

2.3.1 Qualitative Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Bewehrung

Die Bewehrung in Betonkonstruktionen dient primär zur Aufnahme der Zugspannungen, die vom Beton aufgrund der geringen Betonzugfestigkeit nur begrenzt übertragen werden können. Weiterhin kann sie für die Aufnahme von Druckspannungen herangezogen werden. Als Bewehrungsmaterial werden vorrangig Beton- und Spannstahl verwendet. In Bauteilen mit speziellen Anforderungen, z. B. bezüglich der Korrosionsbeständigkeit der Bewehrung, können u. a. Edelstahl oder glasfaserverstärkte Kunststoffstäbe zum Einsatz kommen. Da Untersuchungen zum Materialverhalten der Bewehrung nicht explizit Gegenstand dieser Arbeit sind, werden nachfolgend lediglich die für die Auswertung der experimentellen Versuche sowie für die Berechnung von bewehrten Betonquerschnitten notwendigen charakteristischen Eigenschaften und die Spannungs-Dehnungsbeziehungen des Betonstahles und der glasfaserverstärkten Kunststoffstäbe erläutert.

Als *Betonstahl* wird im Stahlbetonbau naturharter, wärmebehandelter bzw. kaltverformter Stahl verwendet, der im Vergleich zum Beton weitgehend homogen ist. Da die Materialeigenschaften des Betonstahles unter Druck- und Zugbeanspruchung näherungsweise gleich sind,

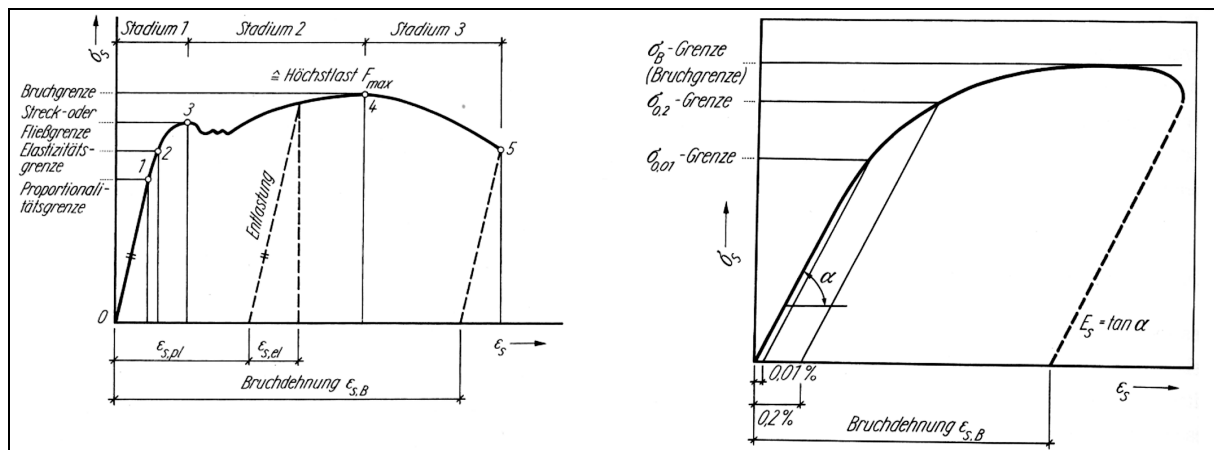


Abb. 2.16: Spannungs-Dehnungsbeziehung von naturhartem bzw. wärmebehandeltem Stahl (links) und von kaltverfestigtem Stahl (rechts) bei kurzzeitiger einachsiger Belastung [Hampe, Raue & Kaller (1983)]

wird die Spannungs-Dehnungsbeziehung (Abb. 2.16) aus versuchstechnischen Gründen in der Regel im Zugversuch bestimmt. Mit steigender Belastung nimmt die Verformung ε_s bei allen Stahlsorten nahezu proportional zur Spannung σ_s zu. Der Elastizitätsmodul E_s , der zwischen 190000 und 210000 N/mm² liegt, beschreibt das linear-elastische Verformungsverhalten. Überschreitet die Spannung die Linearitätsgrenze, nimmt die Verformung überproportional zu. Bis zum Erreichen der Linearitätsgrenze ist die Dehnung nahezu vollständig reversibel, d.h. es kann weitgehend elastisches Verhalten vorausgesetzt werden. Mit dem Überschreiten dieser Grenze treten plastische Verformungen auf, die im Vergleich zu den elastischen Dehnungen relativ klein sind. Oberhalb der Streckgrenze beginnt bei naturhartem und wärmebehandeltem Stahl der Fließbereich, der durch eine große plastische Verformungszunahme ohne nennenswerten Spannungszuwachs gekennzeichnet ist. Im Anschluss an das Fließplateau kann die Spannung aufgrund der plastischen Nachverfestigung weiter bis zum Erreichen der Zugfestigkeit gesteigert werden. In diesem Bereich nehmen die plastischen Dehnungen überproportional zu. Bei kaltverfestigtem Stahl ist der Übergang vom elastischen zum plastischen Bereich kontinuierlich. Analog zum Beton kann bei allen Stahlsorten in einem verformungsgesteuerten Versuch ein abfallender Ast der Arbeitslinie beobachtet werden. Das Versagen wird durch Einschnürung des Stahlquerschnittes an der schwächsten Stelle eingeleitet.

Glasfaserverstärkte Kunststoffstäbe (GFK-Stäbe) bestehen aus dünnen, unidirektional ausgerichteten Glasfasern, die in einer Matrix aus Kunstharz und weiteren Zusatzstoffen eingeschlossen sind. Unter einachsiger Beanspruchung verhalten sich GFK-Stäbe nahezu linear-elastisch (Abb. 2.17). Der Elastizitätsmodul E_{GFK} beträgt ca. 40000 bis 50000 N/mm² und ist somit im Vergleich zum Betonstahl relativ gering. GFK-Stäbe besitzen mit ca. 600 bis 1500 N/mm² eine hohe Zugfestigkeit. Die Druckfestigkeit ist wesentlich geringer und liegt bei ca. 50 % der Zugfestigkeit. Das Versagen ist spröde und tritt in der Regel ohne nennenswerte Vorankündigung ein.

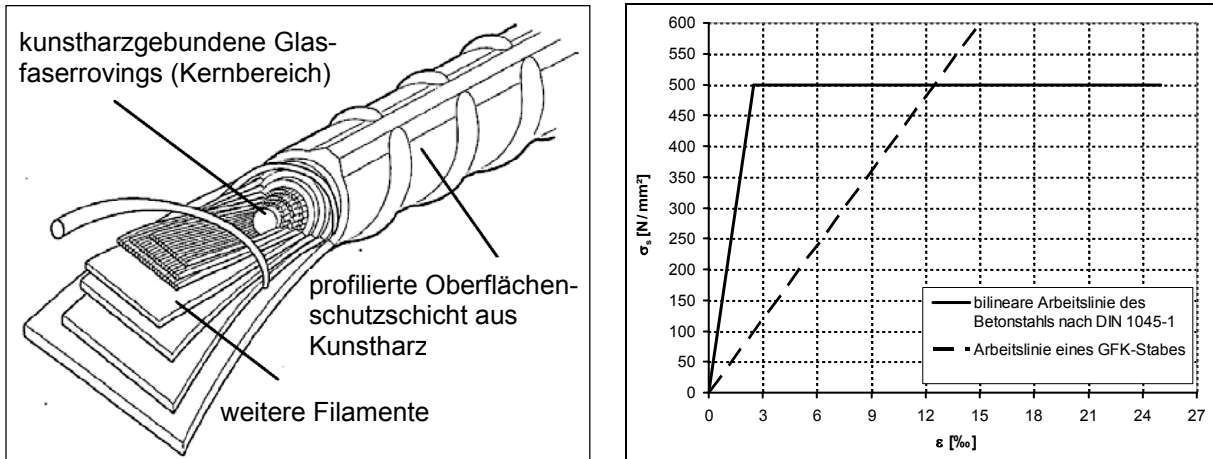


Abb. 2.17: Prinzipieller Aufbau (links) [Marshall Industries Composites Inc. U.S. 1997] und Spannungs-Dehnungsbeziehung bei kurzzeitiger einachsiger Belastung (rechts) eines GFK-Stabes

2.3.2 Analytische Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Bewehrung

Für die Querschnittsbemessung und die Schnittgrößenermittlung in Betonkonstruktionen kann z.B. nach DIN 1045-1 und CEB-FIP MC 90 die Spannungs-Dehnungsbeziehung des *Betonstahls* näherungsweise durch eine bilineare Arbeitslinie, d.h. eine linear-elastisch/idealplastische Spannungs-Dehnungsbeziehung oder eine linear-elastische Arbeitslinie mit anschließender Nachverfestigung, beschrieben werden (Abb. 2.18). Für die Berücksichtigung des nichtlinearen Zusammenhangs zwischen der Spannung σ_s und der Dehnung ϵ_s wurden verschiedene Funktionen entwickelt. Einer der bekanntesten und oft verwendeten Ansätze zur wirklichkeitsnahen Erfassung der Stahlkennlinie ist das RAMBERG-OSGOOD-Polynom (Abb. 2.19).

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + K \cdot \left(\frac{\sigma_s}{f_y} \right)^m \tag{2.76}$$

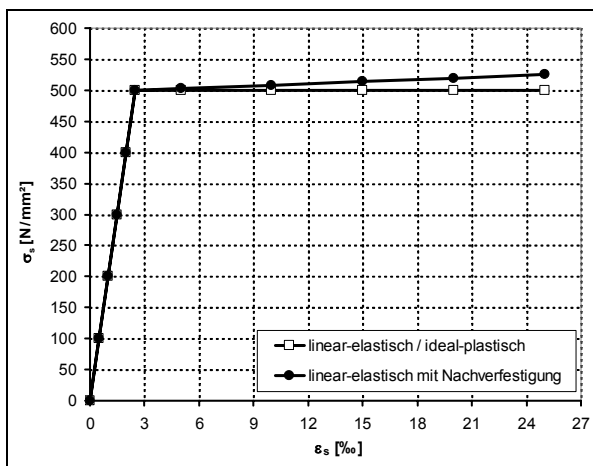


Abb. 2.18: Idealisierte bilineare Spannungs-Dehnungslinien nach DIN 1045-1

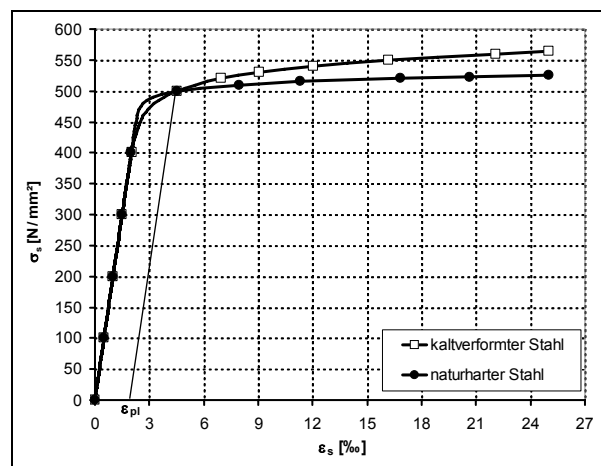


Abb. 2.19: Nichtlineare Spannungs-Dehnungslinien entsprechend dem RAMBERG-OSGOOD-Polynoms

Durch Variation der Beiwerte K und m kann diese Funktion zur Beschreibung der Arbeitslinie von naturhartem, wärmebehandeltem und kaltverformtem Stahl angewendet werden. Im Allgemeinen wird für K die plastische Dehnung $\varepsilon_{pl} = 2,0 \text{ ‰}$ bei Erreichen der Streckgrenze verwendet. Für den Exponent m werden je nach Stahlsorte unterschiedliche Werte angegeben. Eine hinreichend genaue Beschreibung der Arbeitslinie des Betonstahls erhält man, wenn für kaltverformten Stahl m zwischen 10 und 25 liegt und wenn für wärmebehandelten bzw. kaltverformten Stahl für $m \geq 50$ angenommen wird.

Da sich *glasfaserbewehrte Kunststoffstäbe* vorwiegend linear-elastisch verhalten, kann mit Hilfe des HOOKE'schen Gesetzes sowie der Zug- und Druckfestigkeit als Grenzwerte der Beanspruchung die Spannungs-Dehnungsbeziehung hinreichend genau beschrieben werden. Aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit der GKF-Stäbe ist im Gegensatz zum Stahlbeton eine an der Gebrauchstauglichkeit orientierte Bemessung erforderlich. Für die Beschränkung der Rissbreiten und Verformungen schlagen RAUE et al. [1999] im Grenzzustand der Tragfähigkeit eine Begrenzung der maximalen Stabdehnung auf $\varepsilon_{rd} = 4,0 \text{ ‰}$ vor.

Kapitel 3

Experimentelle Untersuchungen

Das Tragverhalten von biege- und normalkraftbeanspruchten Stahlbetonelementen wird wesentlich durch das nichtlineare Formänderungsverhalten der Betondruckzone und durch die Rissbildung sowie die Verbundeigenschaften in der Zugzone beeinflusst. Aufgrund der ausgeprägten viskosen Eigenschaften des PCC sind bei der Bemessung entsprechender Bauteile neben dem Kurzzeitverhalten die zeitabhängigen Materialeigenschaften und die Strukturveränderung sowie deren Interaktion zu berücksichtigen. Diesbezüglich wurden experimentelle Untersuchungen an unbewehrten und bewehrten PCC-Probekörpern durchgeführt, deren Ergebnisse in diesem Kapitel vorgestellt und erläutert werden.

Gegenüber einer monotonen Laststeigerung ermöglicht die mehrfach wiederholte Be- und Entlastung eines Probekörpers die Untersuchung der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsdegradation, die Erfassung des Kurzzeitkriechens, die Analyse des Vorbelastungseinflusses und die Betrachtung der Formänderungsenergie sowie deren Anteile. Für die Abschätzung des Langzeitverhaltens wurden Versuche an PCC-Zylindern unter Dauerdruckbelastung durchgeführt.

Erste Ergebnisse der experimentellen und theoretischen Untersuchungen an Druckzylindern und Dehnkörpern aus PCC wurden bereits in [Raue, Dimmig, Heidolf & Bode (2005, 2006a und b); Heidolf (2005); Raue & Heidolf (2006, 2005a und b); Heidolf (2005)] veröffentlicht.

3.1 Versuche an druckbeanspruchten unbewehrten Probekörpern

3.1.1 Versuchsvorbereitung und Versuchsdurchführung

Das Versuchsprogramm umfasste insgesamt 21 polymermodifizierte Betonzylinder mit einem Durchmesser von 10 cm und einer Höhe von 30 cm. Weiterhin wurden die in [SFB 524 – FIB (2004)] enthaltenen Messdaten der vom F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde durchgeführten Untersuchungen an drei PCC-Zylindern und drei Referenzprobekörper (ohne Kunststoffmodifizierung) herangezogen. Als Kunststoffmodifikation kam eine auf Styren – Acrylsäureester basierende Polymerdispersion mit zusätzlicher Bindemittelwirkung zum Einsatz. Die Zusammensetzung des PCC und des Referenzbetons ist Tab. 3.1 zu entnehmen.

Einen Tag nach der Herstellung wurden die Versuchskörper ausgeschalt und für eine Woche in Folie verpackt. Die anschließende Lagerung bis zur Versuchsdurchführung erfolgte unter Laborbedingungen bei 20°C und 65 % relativer Luftfeuchtigkeit. Die Versuche wurden in

Kenngrößen		Referenzproben		PCC	
		je 1 m ³	je 20 l	je 1 m ³	je 20 l
Zementart	[-]	CEM I 32,5R			
Zement (z)	[kg]	350	7	350	7
Reindichte	[g/cm ³]	3,097			
w/z-Wert	[-]	0,5			
Wasser (w)	[l]	175	3,5	175	3,5
p/z-Wert	[-]	0		0,15	
Kunststoff (p)	[kg]	0	0	52,5	1,05
Sand	[kg]	584,36	11,69	543,60	10,87
Kies 2-8 mm	[kg]	657,40	13,15	611,55	12,23
Splitt 8-16mm	[kg]	584,36	11,69	543,60	10,87
Zuschlag gesamt	[kg/m ³]	1826,12	36,52	1698,75	33,98
Rohdichte	[g/cm ³]	2,62			

Tab. 3.1: Zusammensetzung des PCC und des Referenzbetons [Rau, Dimmig, Heidolf & Bode (2006)]

einem geschlossenen Rahmensystem (Abb. 3.1) der Versuchstechnischen Einrichtung (VTE) der Bauhaus-Universität Weimar kraftgesteuert mit einer quasi-statischen Belastung durchgeführt. Im Intervall von 0,2 bzw. 0,05 Sekunden wurden die Längs- und Querdehnungen in der Probekörpermitte über 6 Dehnungsmessstreifen (DMS) sowie die Kraft über eine Kraftmessdose gemessen. Aufgrund der vorgegebenen Prüfkörperschlankheit $h/d \approx 3$ kann im Messbereich von einer nahezu konstanten Spannungsverteilung ausgegangen werden.

Entsprechend der formulierten Zielstellung konzentrieren sich die experimentellen Untersuchungen auf drei Schwerpunkte:

1. *Erfassung des prinzipiellen Einflusses der Kunststoffmodifikation auf das Tragverhalten des Betons*
Anhand der in [SFB 524 – FIB (2004); SFB 524 – TP B3 (2005)] durchgeführten Untersuchungen wird das Formänderungsverhalten des Referenzbetons sowie des PCC im Alter von ca. 28 Tagen gegenübergestellt.
2. *Untersuchung des Formänderungsverhaltens, der Steifigkeitsentwicklung, des Kurzzeitkriechens, der Formänderungsenergie und des Einflusses von Vorbelastungen auf das Tragverhalten des PCC*
Hierfür werden die PCC-Probekörper der Chargen 3 bis 5 im Alter von ca. 28 Tagen und der Charge 7 im Alter von ca. 365 Tagen niederzyklisch entsprechend der Lastregime 2 bis 6 belastet (Tafel 3.1b bis f).
3. *Abschätzung des Langzeittragverhaltens des PCC*
Hierfür werden die PCC-Probekörper der Charge 6 einer Quasi-Dauerbelastung entsprechend dem Lastregime 7 ausgesetzt (Tafel 3.1g).

Zur Einordnung der experimentellen Ergebnisse der in Tab. 3.2 enthaltenen PCC-Probekörper werden die Messdaten ähnlicher Versuche an Normalbeton [BOLLE (1999)] und hochfestem Beton [SCHWABACH (2005)], die am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar durchgeführt wurden, herangezogen und unter den gleichen Gesichtspunkten bewertet.

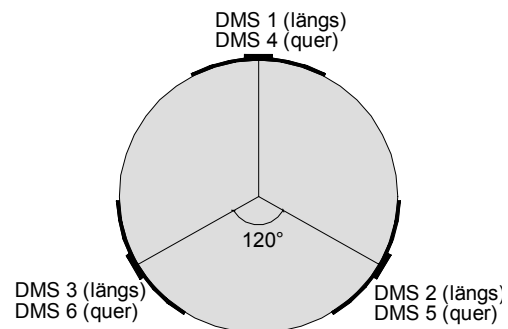
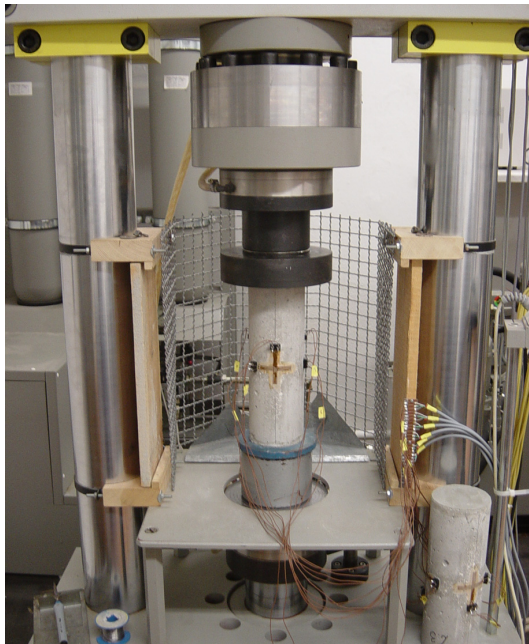
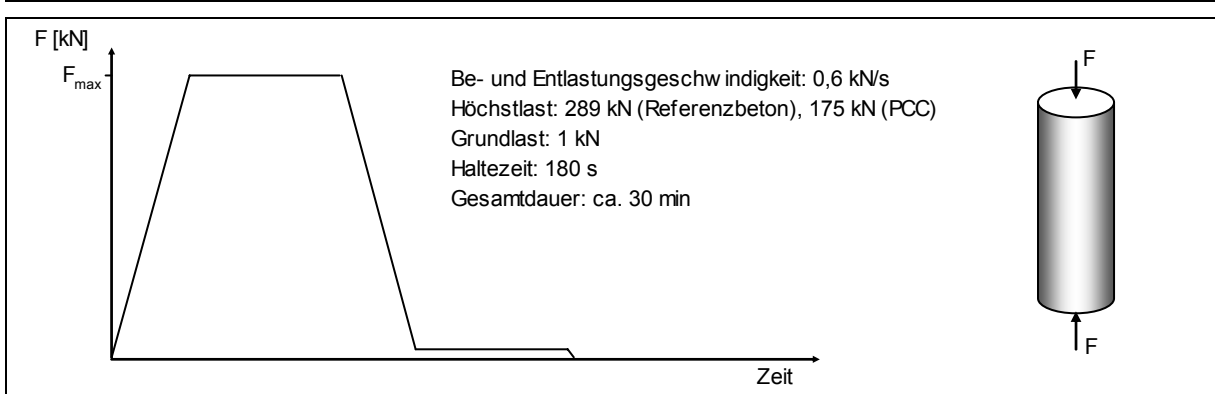


Abb. 3.1: Prüfraumen und Anordnung der Dehnungsmessstreifen (DMS)

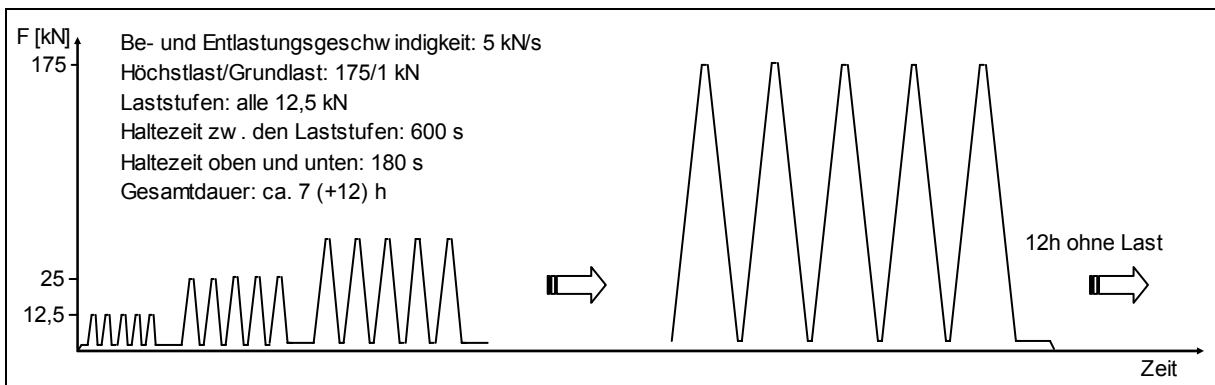
Bezeichnung	Charge	herge- stellt	geprüft	Proben- alter [d]	Last- regime	Last- stufen	Zyklen	-F _{max} [kN]	-F _{Bruch} [kN]	
Ausgewählte Probekörper der Versuchsserie FIB [SFB 524 – FIB (2004)]										
Ref. 0-1	1	06.01.04	04.02.04	29	1	1	1	289	-	
Ref. 0-2								289	-	
Ref. 0-3								289	-	
PCC 2-1	2	13.01.04	10.02.04	28	1	1	1	197	197	
PCC 2-2								175	175	
PCC 2-3								175	-	
Versuchsserie 3										
C3-KS2-1.1	3	20.01.04	16.02.04	27	2	14	5	175	-	
C3-KS2-1.2			17.02.04	28				175	-	
C3-KS2-1.3			18.02.04	29				175	-	
C3-KS2-2.1	4	27.01.04	23.02.04	27	3	15	5	175	-	
C3-KS2-2.2			24.02.04	28				175	-	
C3-KS2-2.3			25.02.04	29				175	-	
C3-KS2-3.1	5	03.02.04	01.03.04-03.03.04	27	4	56	5	175	-	
C3-KS2-3.2			08.03.04-10.03.04	34				175	-	
C3-KS2-3.3			15.03.04-17.03.04	41				175	-	
C3-KS2-4.1	6	24.02.04	23.03.04-25.03.04	28	4	56	5	175	175	
C3-KS2-4.2			13.06.05-09.09.05	475				10	112,5	-
C3-KS2-4.3			14.06.05-22.06.05	476				9	200	200
C3-KS2-4.4			28.06.05-09.09.05	490				8	150	-
C3-KS2-4.5			12.10.05-10.01.06	596				12	62,5	-
C3-KS2-4.6			03.11.06	983				monoton steigend		363
C3-KS2-5.1	7	02.03.04	01.02.05-03.02.05	336	6	58	5	200	-	
C3-KS2-5.2			23.02.05-25.02.05	358	5	80	5	275	275	
C3-KS2-5.3			07.02.05-10.02.05	342	6	79	5	262,5	262,5	
C3-KS2-5.4			14.03.05-16.03.05	377	5	80	5	275	275	
C3-KS2-5.5			21.02.05-23.02.05	356	5	79	5	262,5	262,5	
C3-KS2-5.6			14.02.05-17.02.05	349	6	78	5	250	-	

Tab. 3.2: Versuchsprogramm – druckbeanspruchte unbewehrte Probekörper

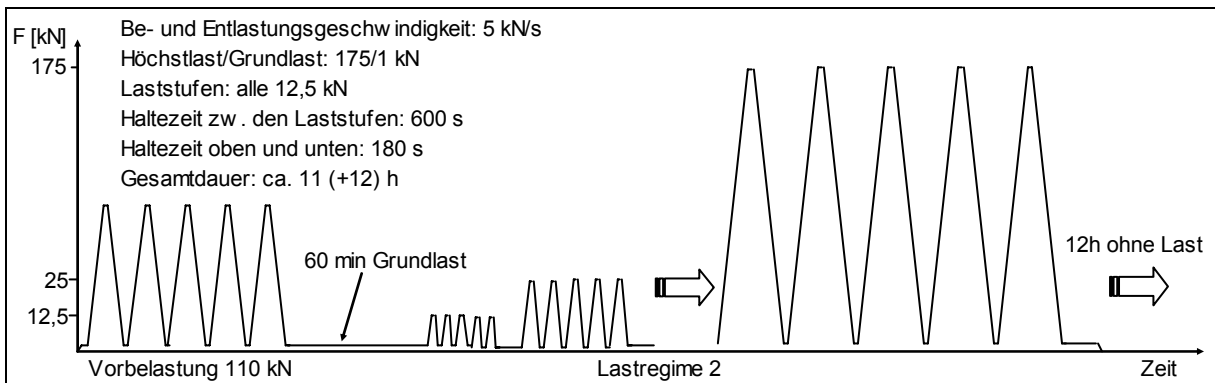
Tafel 3.1: Lastregime der Versuche an polymermodifizierten Betondruckzylindern



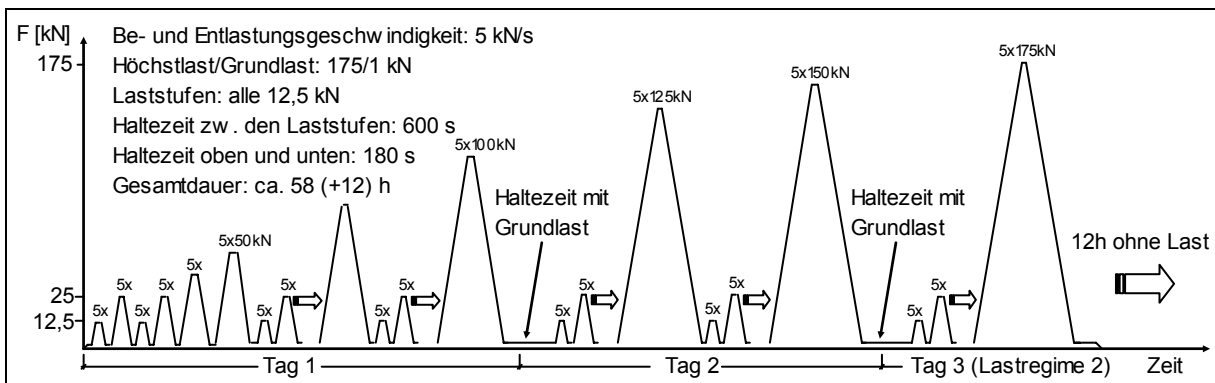
a) Lastregime 1



b) Lastregime 2



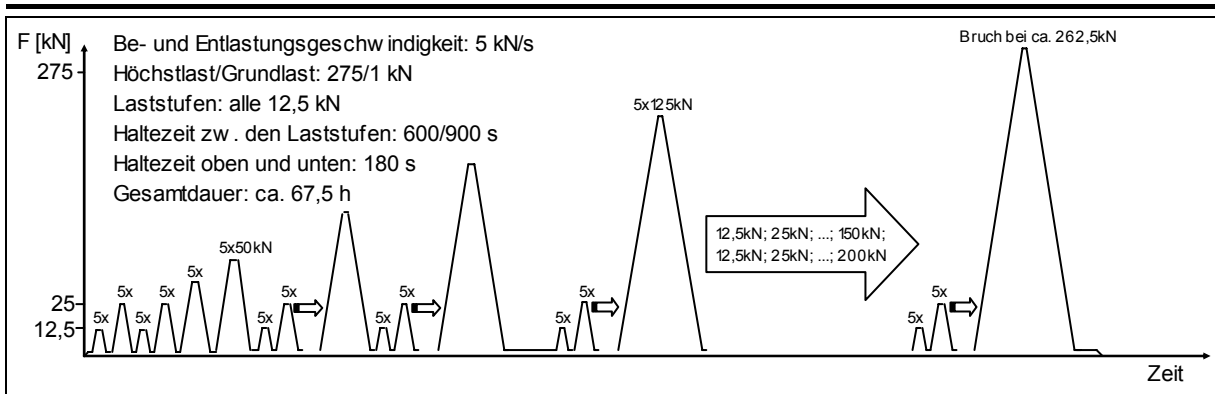
c) Lastregime 3



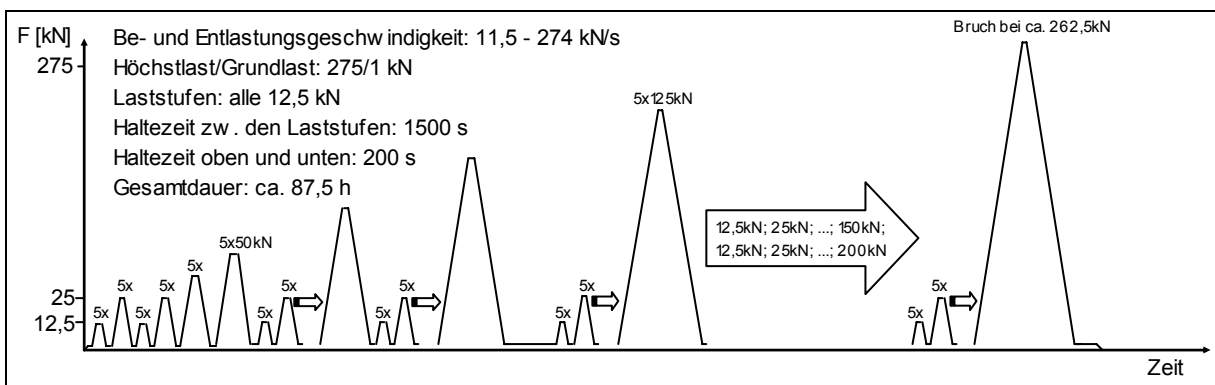
d) Lastregime 4

Tafel 3.1: Lastregime der Versuche an polymermodifizierten Betondruckzylindern

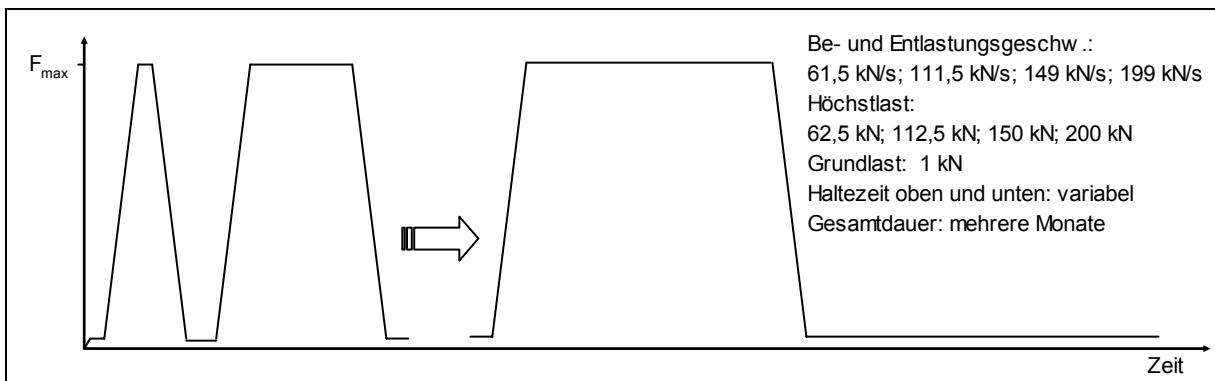
- Fortsetzung -



e) Lastregime 5



f) Lastregime 6



g) Lastregime 7

3.1.2 Einfluss der Polymermodifikation

Die in [Rau, Dimmig, Heidolf & Bode (2006a)] veröffentlichten Ergebnisse zeigen, dass der PCC im Vergleich zum Referenzbeton eine weichere Konsistenz bei guten Verarbeitungseigenschaften, einen höheren Luftgehalt, eine geringere Rohdichte und Druckfestigkeit sowie einen kleineren Elastizitätsmodul aufweist (Tab. 3.3). Die Filmbildung der Polymere und die damit verbundene Rissüberbrückung (Abb. 3.2) auf Mikrostrukturebene führen zur Erhöhung der Zug- und Biegezugfestigkeit sowie zu einem Anstieg der Bruchenergie.

Kenngrößen		Referenz- beton	PCC	Kenngrößen		Referenz- beton	PCC
Ausbreitmaß	[cm]	40,5	60	Druckfestigkeit	[N/mm ²]	38	26
Luftgehalt	[Vol-%]	1,5	5,9	statischer E-Modul	[N/mm ²]	35700	21900
Frischbetonrohddichte	[g/cm ³]	2,41	2,28	Biegezugfestigkeit	[N/mm ²]	4,4	6,9
Frischbetontemperatur	°C	20	20	Zugfestigkeit	[N/mm ²]	2,7	4,0

Tab. 3.3: Ergebnisse der Frischbetonuntersuchungen und Festigkeitskennwerte nach 28 Tagen [Rau, Dimmig, Heidolf & Bode (2006a)]

Anhand der Messdaten [SFB 524 – FIB (2004)], die bereits von FLOHR [2005] ausgewertet wurden, kann bei quasi monotoner Laststeigerung aufgrund des ausgeprägt viskosen Verformungsverhaltens des PCC sowohl in Längs- als auch in Querrichtung (Tafel 3.2a und b) eine verstärkte Nichtlinearität in der Spannungs-Dehnungsbeziehung festgestellt werden. Im Vergleich zum Referenzbeton nehmen die Längs- und Querdehnungen des PCC mit steigender Belastung deutlich schneller zu. Der lastbedingte Strukturveränderungsprozess, d.h. die Mikrorissbildung bzw. -zerstörung, beginnt bei PCC bei einem geringeren Beanspruchungsgrad und führt schneller zur Schadensakkumulation. Das Versagen des PCC kündigt sich durch vergleichsweise große Verformungen an. Durch das gut verfilmte Polymernetzwerk in der Zementsteinmatrix liegen die Bruchverformungen des PCC sowohl in Längs- als auch in Querrichtung wesentlich über den Werten für Normalbeton.

Für den Vergleich der Querdehnzahl und der Dilatation (Tafel 3.2c und d) wurden lediglich der Belastungsast sowie die Lasthaltephase herangezogen. Im unteren Beanspruchungsbereich bis ca. 40-50 % der Kurzzeitfestigkeit liegen die Querdehnzahl des PCC und des Referenzbetons bei ca. 0,2, d.h. in einem für Normalbeton typischen Bereich. Oberhalb steigt die Querdehnzahl des polymermodifizierten Betons wesentlich schneller an und zeigt einen ausgeprägt nichtlinearen Verlauf, der auf eine fortschreitende Strukturzerstörung hinweist. Noch deutlicher sind diese Effekte im Verlauf der Dilatation zu erkennen. Während der Referenzbeton bis ca. 50 % der Kurzzeitfestigkeit eine nahezu lineare Volumenabnahme aufweist, beginnt die Nichtlinearität der bezogenen Volumenabnahme des PCC bereits bei 20-30 % von f_c . Die kritische Spannung, bei der die Betonprobekörper das kleinste Volumen annehmen, ist bei den PCC-Probekörpern wesentlich niedriger als beim Referenzbeton. Es ist deshalb zu vermuten, dass die bezogene Dauerstandfestigkeit des PCC unter der des Referenzbetons bzw. dem im Allgemeinen für Normalbeton angenommenen Grenzwert von 80-85 % der Kurzzeitfestigkeit $f_{c,28}$ liegt.

Die Analyse der spezifischen Formänderungsenergie der beiden Betone (Tafel 3.2e) bestätigt die bereits getroffenen Aussagen bezüglich der Elastizität und Viskosität des PCC bzw. des Referenzbetons. Die auf die jeweilige Kurzzeitfestig-

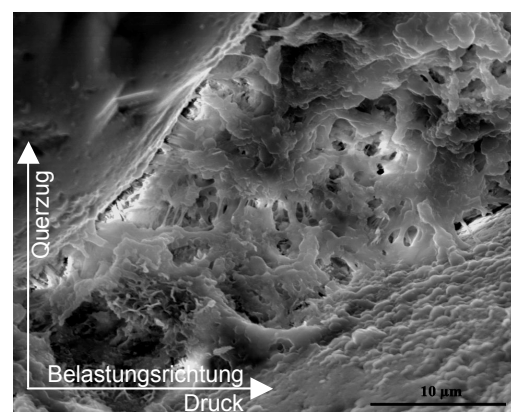
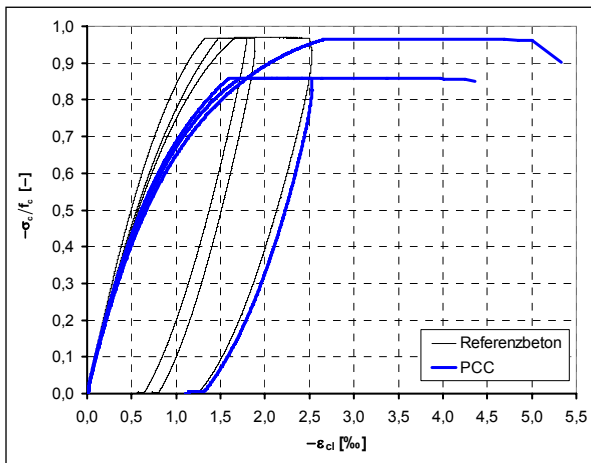
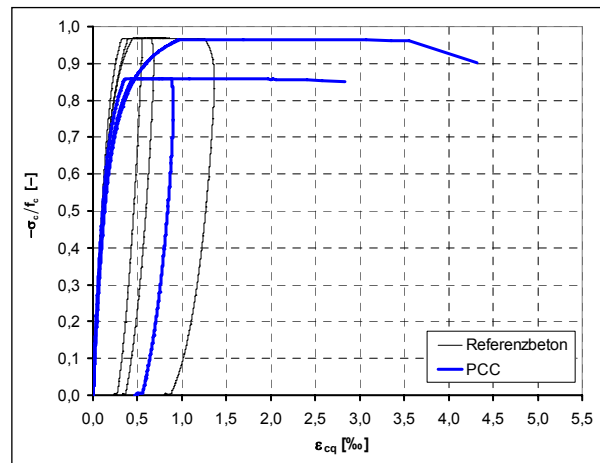


Abb. 3.2: verstreckte Polymerfilm unter Druckbelastung [Rau, Dimmig, Heidolf & Bode (2006a)]

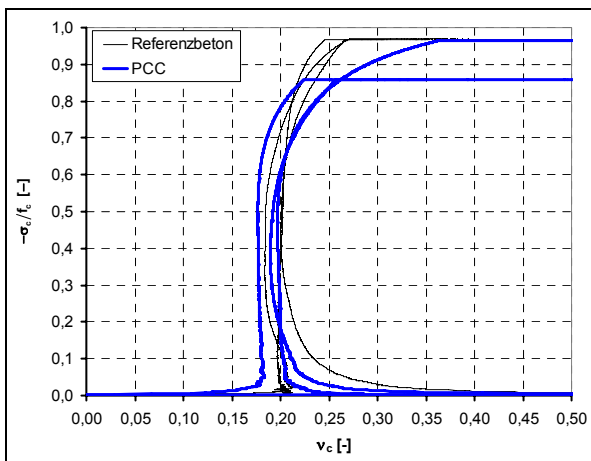
Tafel 3.2: Versuchsergebnis des PCC und des Referenzbetons bei quasi monotoner Laststeigerung (LR 1) nach Messdaten in [SFB 524 – FIB (2004)]



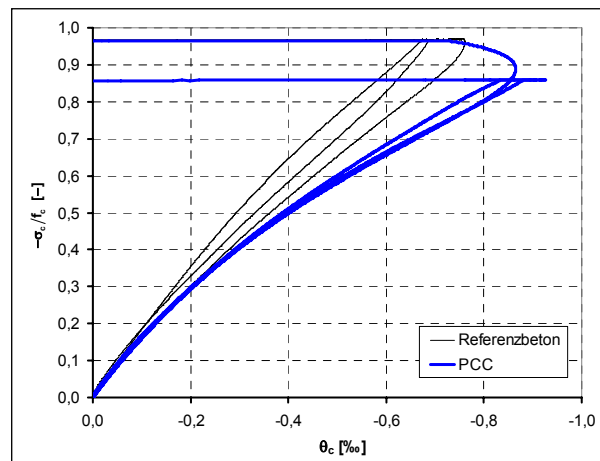
a) normierte Spannungs-Längsstauchungsbeziehung



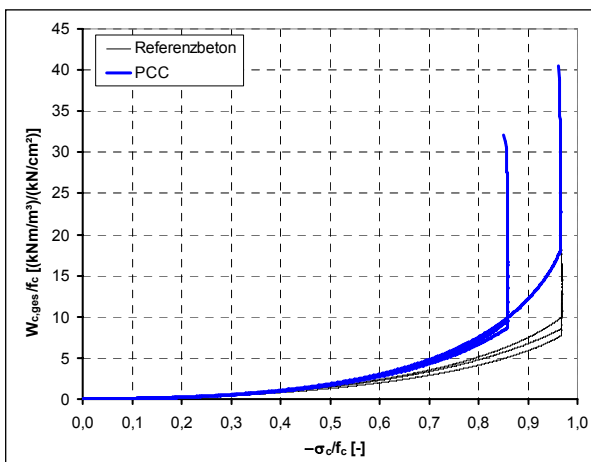
b) normierte Spannungs-Querdehnungsbeziehung



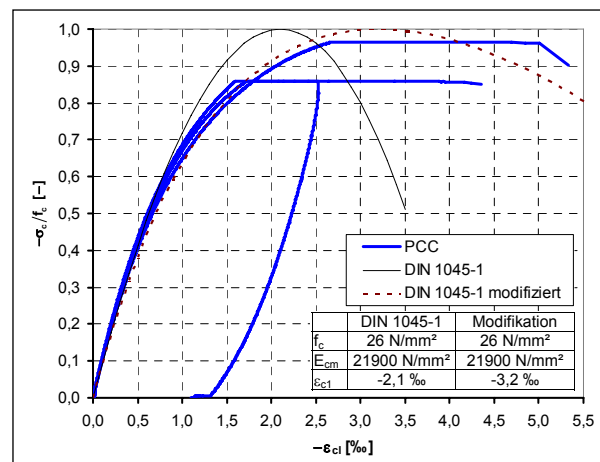
c) normierter Verlauf der Querdehnzahl



d) normierter Verlauf der Dilatation



e) normierter Verlauf der Formänderungsenergiedichte



f) Vergleich der Arbeitslinie des PCC mit der theoretischen σ - ϵ -Beziehung nach DIN 1045-1 (Gl. (2.18))

keit f_c bezogene Formänderungsenergie $W_{c,ges}$ des PCC ist aufgrund der größeren Viskosität und des kleineren Elastizitätsmoduls während der gesamten Belastungs- und Lasthaltephase deutlich größer als die des Referenzbetons. Trotz der etwas geringeren Beanspruchung des PCC sind die Werte des polymermodifizierten Betons im Vergleich zu denen des Normalbetons am Ende der Lasthaltephase um ein Vielfaches größer.

Wie bereits in Kapitel 2.1.3 beschrieben, kann nach DIN 1045-1 für die nichtlineare Tragwerksanalyse unter kurzzeitiger Beanspruchung Gl. (2.18) verwendet werden, die mit den experimentellen Ergebnissen des Referenzbetons eine gute Übereinstimmung zeigt [Rau & Heidolf (2005a)]. Der Vergleich der Versuchsergebnisse des PCC und der Arbeitslinie nach DIN 1045-1, die in Tafel 3.2f dargestellt sind, zeigt größere Abweichungen. Die Verformungen des polymermodifizierten Betons werden insbesondere im oberen Beanspruchungsbereich signifikant unterschätzt, sodass eine Übertragung der theoretischen Spannungs-Dehnungsbeziehung auf den PCC nicht ohne Modifikation möglich ist. Durch eine Vergrößerung der Dehnung $\varepsilon_{c1} = -3,2\%$, die auf die stärkere Strukturveränderung und die ausgeprägtere Viskosität des polymermodifizierten Betons zurückzuführen ist, kann eine hinreichend genaue Wiedergabe der Versuchsergebnisse erreicht werden. Bei praktischen Berechnungen, bei denen der PCC als tragender Querschnitt bzw. Querschnittsanteil herangezogen wird, ist dieser Sachverhalt zu berücksichtigen.

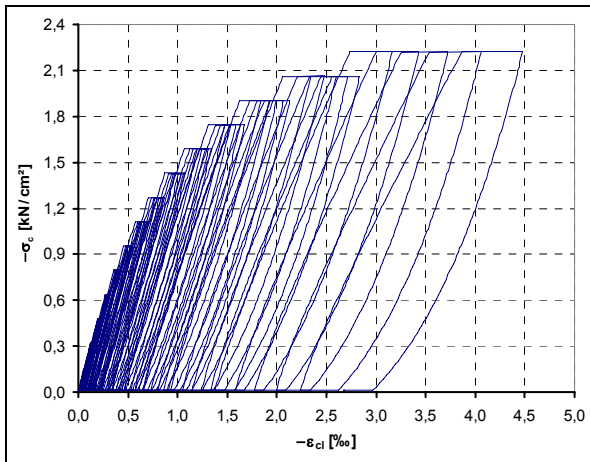
3.1.3 Auswertung der Versuche unter mehrfach wiederholter Belastung

3.1.3.1 Spannungs-Dehnungslinie

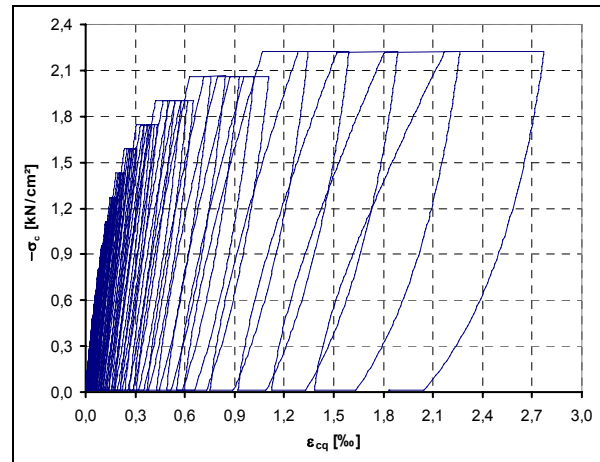
Die Spannungs-Längsdehnungs- und Spannungs-Querdehnungsbeziehung eines ausgewählten PCC-Probekörpers, der einer mehrfach wiederholten Druckbelastung unterzogen wurde, sind in Tafel 3.3a und b dargestellt. Mit steigender Beanspruchung nehmen die viskoelastischen und visko-plastischen Verformungen innerhalb der Lasthaltephase überproportional zu und der Anstieg der Wiederbelastungsäste ab. Wie bereits im letzten Kapitel beschrieben, ist gegenüber dem Referenzbeton eine deutliche Steigerung der Verformungskapazität sowohl in Längs- als auch Querrichtung zu erkennen, die auf die Mikrorissüberbrückung des Polymernetzwerkes zurückgeführt werden kann. Insbesondere die Querdehnung weist im oberen Beanspruchungsbereich bei allen PCC-Probekörpern überdurchschnittlich große Werte auf.

Für die Gegenüberstellung der Spannungs-Dehnungsbeziehung der unterschiedlichen Lastregime werden die Zwischenrampen der zyklisch belasteten Probekörper ausgeblendet und lediglich ausgewählte Be- und Entlastungsäste dargestellt (Tafel 3.3c). Aufgrund der fehlenden Lasthaltephasen, die für die Mikrorissbildung und die Entwicklung der visko-plastischen Verformung entscheidend sind, weisen die Probekörper des Lastregimes 1 (LR 1), d.h. mit monotoner Laststeigerung, gegenüber den zyklisch beanspruchten PCC-Zylindern deutlich kleinere Verformungen auf. Der Erst- bzw. Vorbelastungsast der mit dem Lastregime 3 (LR 3) beanspruchten Probekörper bestätigt diese Aussage. Die ausgeprägte Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungsbeziehung des PCC ist somit maßgebend von der Belastungsgeschwindigkeit bzw. von der Lasthaltezeit abhängig und vorwiegend auf die fortschreitende

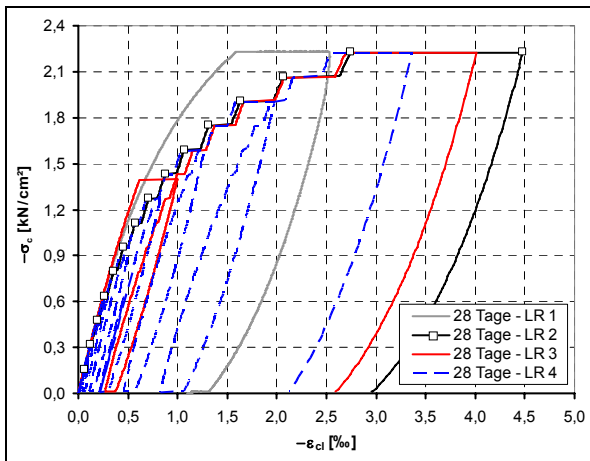
Tafel 3.3: Spannungs-Dehnungslinie zyklisch belasteter Probekörper aus PCC, Normalbeton und hochfestem Beton



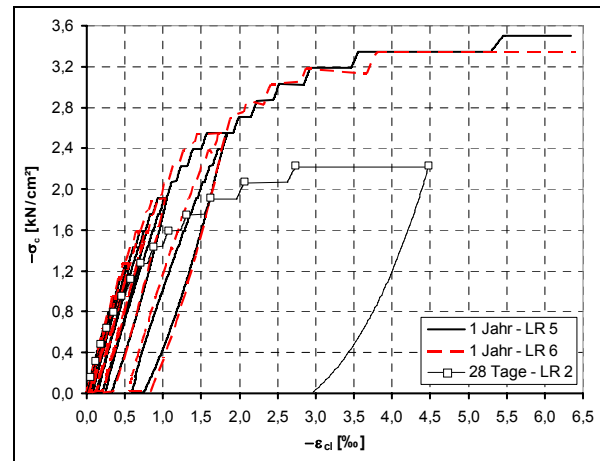
a) Spannungs-Längsdehnungslinie des PCC – LR 2



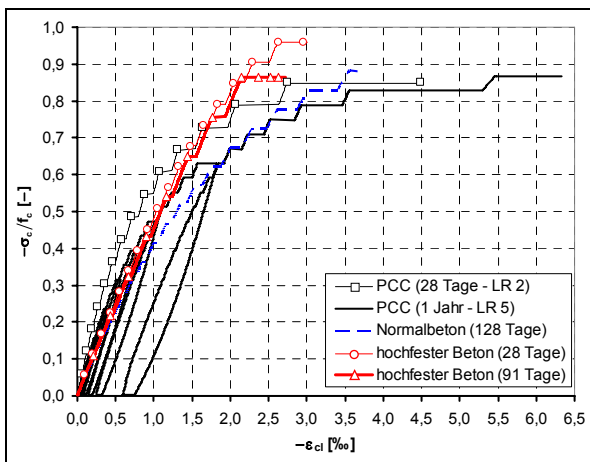
b) Spannungs-Querdehnungslinie des PCC – LR 2



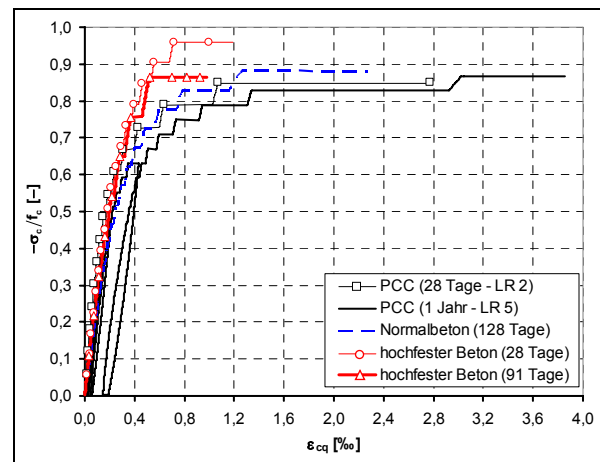
c) Spannungs-Längsdehnungslinie der ca. 28 Tage alten PCC-Probekörper



d) Spannungs-Längsdehnungslinie der ca. 1 Jahr alten PCC- Probekörper



e) normierten Spannungs-Längsdehnungslinien



f) normierten Spannungs-Querdehnungslinien

Strukturveränderung sowie auf die visko-plastischen Deformationen zurückzuführen. Durch Vorbelastungen wird ein Teil der irreversiblen Kriechverformungen und der Steifigkeitsdegradation vorweggenommen, sodass sich unterhalb des Vorbelastungsniveaus bzw. der Dauerstandfestigkeit eine nahezu linearere Spannungs-Dehnungsbeziehung einstellt. Die verbleibende Krümmung im Spannungs-Dehnungsverlauf ist vorwiegend auf visko-elastische Verformungen und auf sich akkumulierende Strukturschädigungen während der Be- und Entlastung zurückzuführen. Wird das Vorbelastungsniveau überschritten, nimmt die Krümmung der σ_c - ε_c -Linie wieder zu und die Kurven der zyklisch beanspruchten Probekörper nähern sich an.

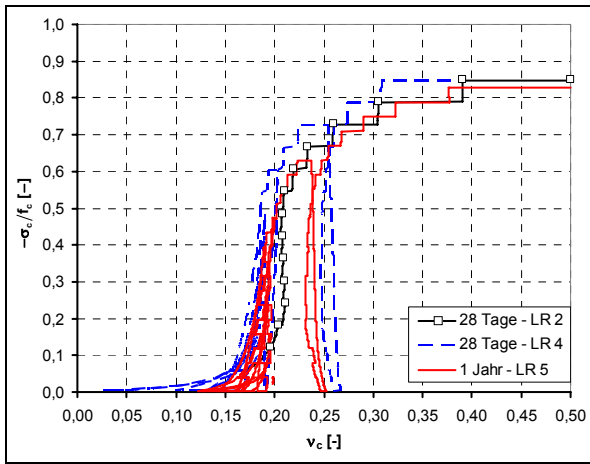
Die Gegenüberstellung der 28 Tage und ca. ein Jahr alten Versuchskörper zeigt eine deutliche Nacherhärtung und Steifigkeitszunahme des PCC (Tafel 3.3d). Aufgrund der sukzessiven Beanspruchung mit einer Vielzahl von Be- und Entlastungsästen sowie Lasthalte- und Erholungsphasen ist der Einfluss der unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeit, d.h. der Lastregime 5 und 6, auf die umhüllende Arbeitslinie kaum erkennbar. Deutlicher kann dieser Effekt im Verlauf der einzelnen Belastungszyklen festgestellt werden. Da die Be- und Entlastungsäste der langsamer belasteten Probekörper des Lastregimes 5 stärker von viskosen Verformungen beeinflusst werden, weisen diese Druckzylinder anscheinend kleinere visko-elastische und visko-plastische Verformungen sowie eine geringere Steifigkeit auf.

Zum Vergleich der gewonnenen Erkenntnisse mit den Ergebnissen ähnlicher Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton werden die Arbeitslinien in Längs- und Querrichtung auf die jeweilige Kurzzeitfestigkeit f_c bezogen (Tafel 3.3e und f). Bis ca. 50 % der Druckfestigkeit sind die Längs- und Querdehnungen des polymermodifizierten Betons betragsmäßig kleiner als die des Normalbetons bzw. hochfesten Betons. Anschließend nehmen die Verformungen infolge der ausgeprägt viskosen Eigenschaften des PCC überproportional zu. Die Bruchdehnung des PCC ist aufgrund des Polymernetzwerkes und der damit verbundenen Mikrorissüberbrückung deutlich größer als bei den beiden anderen Betonen.

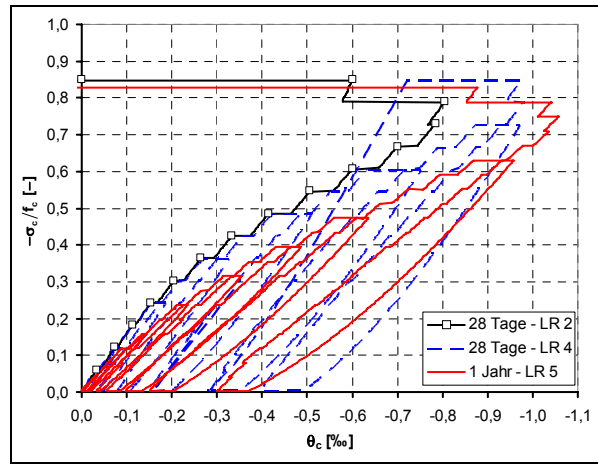
3.1.3.2 Querdehnzahl, Dilatation und bleibende Verformung

Die Querdehnzahl und die Dilatation des PCC (Tafel 3.4a und b) zeigen einen betonspezifischen Verlauf. Bis zu einem Auslastungsgrad von ca. 55 % liegt die Querdehnzahl bei ca. 0,2, wobei sich Entlastungsäste durch eine mit der Beanspruchung abnehmende Querdehnzahl auszeichnen. Anschließend ist eine überproportionale Zunahme, die auf eine qualitative Veränderung in der Betonstruktur hinweist, festzustellen. Ent- und Wiederbelastungen sind durch eine nahezu konstante, im Vergleich zum Ausgangszustand größere Querdehnzahl gekennzeichnet. Im versagensnahen Bereich nimmt die Querdehnzahl Werte weit über der theoretischen Grenze von 0,5 an. Die Dilatation, d.h. die auf den Ausgangszustand bezogene Volumenänderung, nimmt mit steigender Belastung kontinuierlich ab und erreicht bei einem Beanspruchungsgrad von 75-80 % der Kurzzeit-Druckfestigkeit ein Minimum. Anschließend ist eine überproportionale Zunahme der Dilatation bis hin zu einer Vergrößerung des Betonvolumens festzustellen. Ein Einfluss des Betonalters auf den qualitativen und quantitativen Verlauf der Querdehnzahl und der Dilatation ist nicht erkennbar.

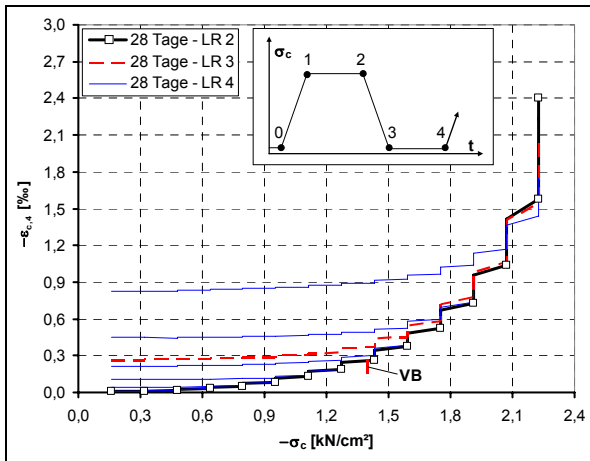
Tafel 3.4: Querdehnzahl, Dilatation und bleibende Verformung der Probekörper aus PCC, Normalbeton und hochfestem Beton unter mehrfach wiederholter Druckbelastung



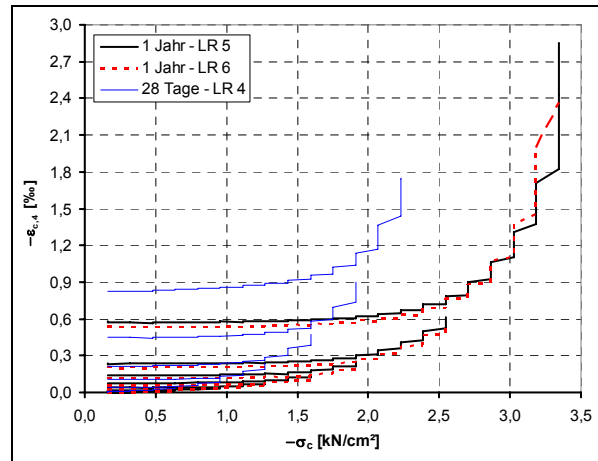
a) Querdehnzahl des PCC



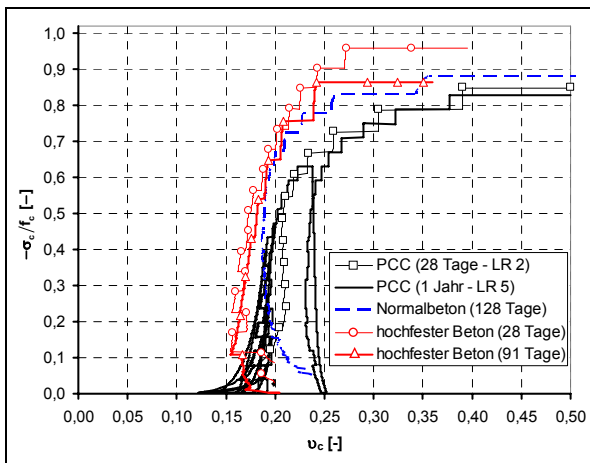
b) Dilatation des PCC



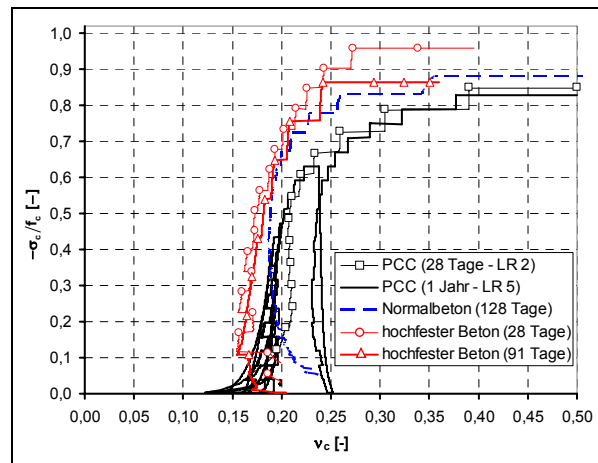
c) bleibende Längsdehnung des 28 Tage alten PCC



d) bleibende Längsdehnung des 1 Jahr alten PCC



e) Querdehnzahl des PCC, Normalbetons und hochfesten Betons



f) bleibende Längsdehnung des PCC, Normalbetons und hochfesten Betons

Für die Beurteilung der bleibenden bzw. (visko-) plastischen Verformung wird die Dehnung $\varepsilon_{c,4}$ am Ende der Erholungsphase in Bezug zur Spannung des jeweiligen Belastungszyklus aufgetragen (Tafel 3.4c und d). Bei Probekörpern mit einer quasi kontinuierlichen Laststeigerung entsprechend Lastregime 2 (LR 2) nimmt $\varepsilon_{c,4}$ von Belastungsbeginn an überproportional zu. Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbelastung bzw. der Dauerstandfestigkeit (LR 3-6) zeichnen sich durch eine nahezu konstante bleibende Verformung aus. Dies ist auf die vorweggenommene Strukturveränderung und die für geringere Beanspruchungen nahezu vollständig aufgebrauchte plastische Formänderungskapazität zurückzuführen. Dabei scheint die Art der Vorbelastung (LR 3 bzw. LR 4) eine untergeordnete Rolle zu spielen. Oberhalb des maximalen Vorbelastungsniveaus nähern sich die Kurven gleichaltriger Probekörper einander an.

Durch die Nacherhärtung und die damit verbundene Steifigkeitszunahme wird die Entwicklung der bleibenden Verformung verlangsamt und auf ein höheres Spannungsniveau verschoben. Ein Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit ist aufgrund der Vielzahl der Lastzyklen und der sonst nahezu identischen Lastregime 5 und 6 nicht zu erkennen.

Der Vergleich der experimentellen Untersuchungen an PCC mit ähnlichen Versuchen an Normalbeton und hochfestem Beton zeigt, dass die Verläufe der Querdehnzahl ähnlich sind (Tafel 3.4e). Die Werte des Normalbetons und des hochfesten Betons sind annähernd gleich und nehmen ab einem Beanspruchungsgrad von 70-75 % f_c deutlich zu. Der PCC hingegen weist bereits bei 55 % der Druckfestigkeit einen überproportionalen Anstieg der Querdehnzahl auf, was auf signifikante Strukturveränderungen hindeutet. Es ist zu vermuten, dass die Dauerstandfestigkeit des PCC unter dem in der Regel angenommen Grenzwert von $0,80-0,85 \cdot f_c$ liegt. Die Gegenüberstellung der bleibenden Verformung der drei Betone zeigt, dass die Duktilität mit der Druckfestigkeit korreliert (Tafel 3.4f). Aufgrund des Polymernetzwerkes und der damit verbundenen Mikrorissüberbrückung sind die Endwerte des PCC im Gegensatz zum Normalbeton und hochfesten Beton um ein Vielfaches größer.

3.1.3.3 Steifigkeitsentwicklung

Die einzelnen Lastzyklen ermöglichen die Bestimmung der beanspruchungsabhängigen Elastizitätsmoduln bei Belastung $E_{c,B}$ bzw. Entlastung $E_{c,E}$, die im Folgenden auch als Be- bzw. Entlastungssteifigkeit bezeichnet werden. Sie werden als Sekantenmodul vom Grundlastniveau (Punkt 0 bzw. 3) bis zur maximalen Beanspruchung jeder Laststufe (Punkt 1 bzw. 2) nach Tafel 3.5a berechnet. Für die Darstellung des Steifigkeit während der Wiederbelastung wird $E_{c,B}$ ebenfalls als Sekantenmodul vom Grundlastniveau (Punkt 0) bis zu den einzelnen Messpunkten 1' und 1 ermittelt und der jeweiligen Spannung zugeordnet.

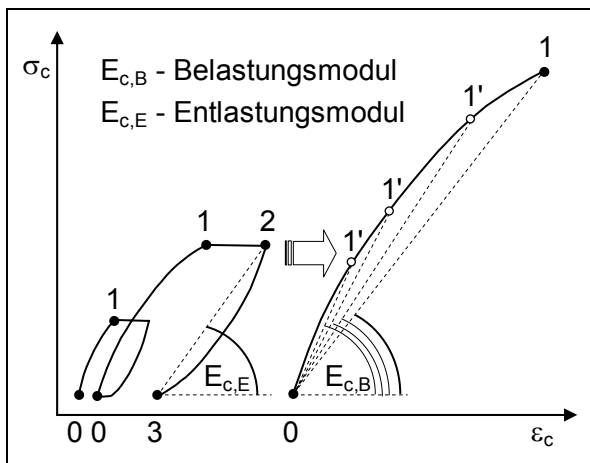
Im Allgemeinen kann mit zunehmender Beanspruchung von einer Abnahme der Sekantensteifigkeit ausgegangen werden, wobei die Art der Laststeigerung und die maximale Vorbelastung den qualitativen und quantitativen Steifigkeitsverlauf beeinflussen. Da eine Trennung der elastischen, visko-elastischen und visko-plastischen Verformung im Allgemeinen nicht möglich ist, wird die ermittelte Sekantensteifigkeit von den viskosen Deformationen beeinflusst. Folglich sind die Werte der Probekörper mit einer monotonen Laststeigerung (LR 1)

kleiner und weniger aussagefähig als die der zyklisch belasteten PCC-Zylinder (Tafel 3.5b). Zyklisch beanspruchte Probekörper mit sukzessiv steigenden Laststufen (LR 2) sind bis ca. $\sigma_c = -1,75 \text{ kN/cm}^2$ durch eine nahezu lineare Steifigkeitsdegradation gekennzeichnet. Anschließend nimmt der Elastizitätsmodul $E_{c,B}$ überproportional ab, was auf signifikante Strukturveränderungen hindeutet. Infolge der verbleibenden Nichtlinearität der Arbeitslinie und des Einflusses der visko-elastischen Verformung ist die Anfangssteifigkeit des Wiederbelastungsastes größer als der zur maximalen Vorbeanspruchung gehörende Wert. Bis zum Erreichen des Vorbelastungsniveaus bzw. der Dauerstandfestigkeit liegen die Funktionsverläufe des Elastizitätsmoduls dicht beieinander und die Steifigkeitsdegradation ist gering (Tafel 3.5c).

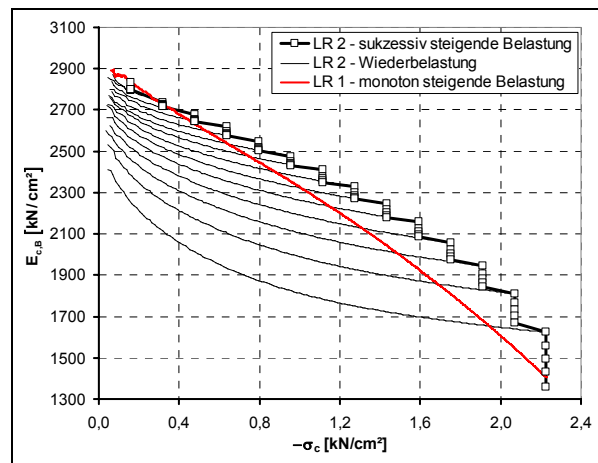
Der Einfluss der Betonhydratation sowie der Belastungsgeschwindigkeit ist im Verlauf der in Tafel 3.5d dargestellten Sekantensteifigkeiten erkennbar. Neben der Zunahme der Anfangssteifigkeit ist infolge der Nacherhärtung des PCC eine deutliche Verschiebung der charakteristischen Steifigkeitsdegradation auf ein höheres Spannungsniveau zu erkennen. Dabei liegen die Werte der mit dem Lastregime 6 (LR 6) beanspruchten Probekörper, d.h. mit einer hohen Belastungsgeschwindigkeit und damit geringeren Beeinflussung durch viskose Verformungen, nahezu in jedem Lastzyklus über den Werten der PCC-Zylindern mit einer geringen Laststeigerungsrate (LR 5). Im Versagensbereich nähern sich die Kurven der gleichaltrigen Probekörper an und der Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit nimmt ab. Eine Zyklusabhängigkeit der Steifigkeitsdegradation, die auf eine Schadensakkumulation von Zyklus zu Zyklus hindeutet, ist vorwiegend bei Belastungen über der maximalen Vorbeanspruchung sowie der Dauerstandfestigkeit zu erkennen. Weiterhin sind in Tafel 3.5e die für die Lastregime 5 und 6 ermittelten Deformationsmoduln $E_{c,B}$ und $E_{c,E}$ gegenübergestellt. Prinzipiell zeigen alle Kurven einen ähnlichen Verlauf. Im unteren Lastbereich sind die Werte der Be- und Entlastungssteifigkeit nahezu identisch. Mit steigender Laststufe nimmt die ermittelte Belastungssteifigkeit schneller ab als die Entlastungssteifigkeit. Dies ist auf den unterschiedlichen Einfluss der viskosen Verformungsanteile zurückzuführen. Eine Aussage über die tatsächliche Steifigkeit des Systems ist aufgrund der viskosen Betoneigenschaften schwer zu treffen. Allerdings wird deutlich, dass für eine wirklichkeitsnahe Abschätzung des Elastizitätsmoduls eine hohe Belastungsgeschwindigkeit zu bevorzugen ist, soweit dynamische Effekte vernachlässigt werden können.

Zum Vergleich des PCC mit Normalbeton und hochfestem Beton bezüglich der beanspruchungsabhängigen Entwicklung der Belastungssteifigkeit werden die Funktionsverläufe des Elastizitätsmoduls mit Hilfe der jeweiligen Anfangssteifigkeit $E_{c,0}$ normiert (Tafel 3.5f). Während Normalbeton eine nahezu lineare Steifigkeitsdegradation bis zum Bruch aufweist, kann bei hochfestem Beton ein s-förmiger Verlauf festgestellt werden. PCC zeigt bis ca. 55 % der Druckfestigkeit eine lineare Abnahme. Anschließend steigt der Steifigkeitsverlust überproportional an. Im Vergleich zu Normalbeton und hochfestem Beton ist die bezogene Steifigkeitsabnahme des PCC überdurchschnittlich groß und beträgt im versagensnahen Bereich ein Vielfaches der beiden anderen Betone. Dieser Sachverhalt ist bei der Bemessung von PCC-Konstruktionen zu berücksichtigen, da ein beanspruchungsunabhängiger konstanter Elastizitätsmodul, der bei praktischen Berechnungen im Allgemeinen der mittleren Steifigkeit bei ca. $\frac{1}{3}f_c$ entspricht, zu einer unzureichenden Beurteilung des Tragverhaltens führen kann.

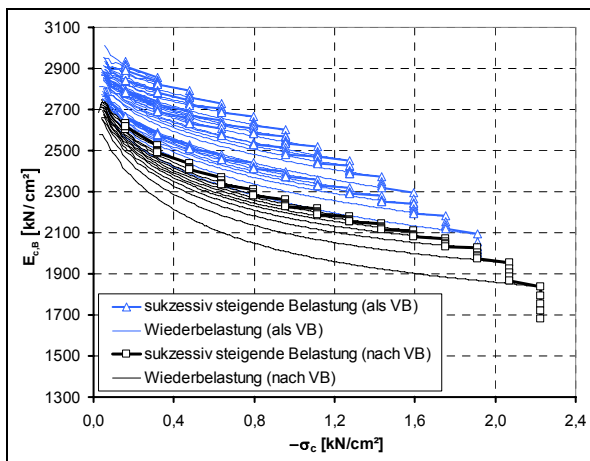
Tafel 3.5: Definition der Be- und Entlastungsmodul sowie Ergebnisse der ermittelten Sekantensteifigkeiten



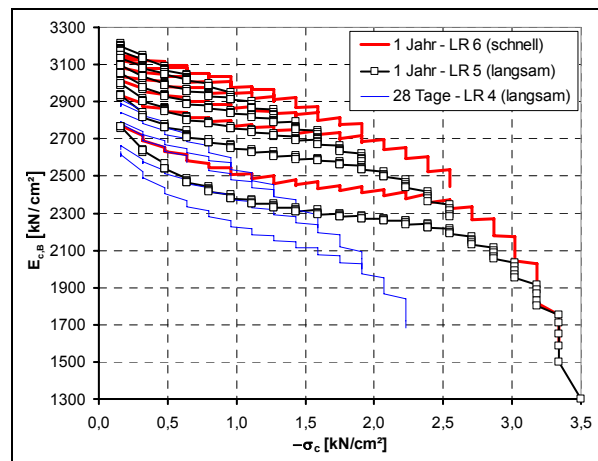
a) Definition der Deformationsmoduln



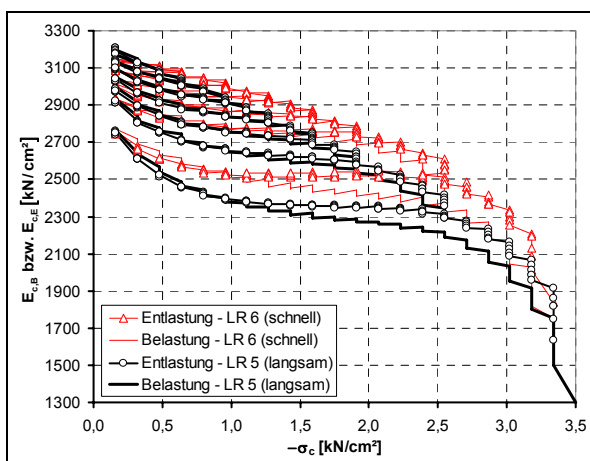
b) Sekantensteifigkeit – Lastregime 1 und 2



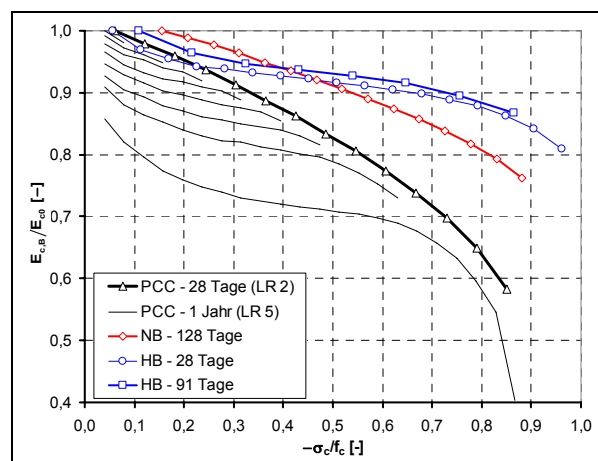
c) Sekantensteifigkeit – Lastregime 4



d) Sekantensteifigkeit – Lastregime 4, 5 und 6



e) Be- und Entlastungssteifigkeit – Lastregime 5 und 6



f) Steifigkeit des PCC, Normalbetons und hochfesten Betons

3.1.3.4 Kurzzeit-Kriechen

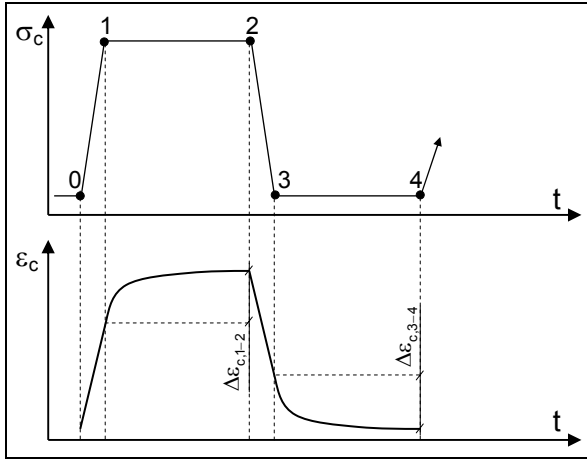
Die Lasthalte- und Erholungsphasen der verwendeten Lastregime gestatten die Analyse des Kurzzeit-Kriechens, d.h. der visko-elastischen und visko-plastischen Verformungen, im Sekunden- bzw. Minutenbereich. Der Schwerpunkt liegt auf der Untersuchung des Einflusses des Beanspruchungsniveaus und der Vorbelastung auf den qualitativen und quantitativen Verlauf der Kriechdeformationen des PCC. Hierfür wird die Änderung der Längsdehnung während der Lasthalte- bzw. Erholungsphasen entsprechend Tafel 3.6a aus der Verformungsdifferenz der Punkte 1 und 2 bzw. 3 und 4 bestimmt und der jeweiligen Beanspruchung zugeordnet. Für die Darstellung des Kriechverlaufes werden die Verformungen im Punkt 1 bzw. 3 in den Koordinatenursprung verschoben und die Dehnungsänderung über der Zeit aufgetragen.

Die in Tafel 3.6b dargestellten Zuwächse der Kriechverformungen $\Delta\varepsilon_{cr,1-2}$ während der Lasthaltephase der 28 Tage alten PCC-Probekörper weisen bis zu einer Druckbeanspruchung von ca. 1,3 kN/cm² einen nahezu linearen Verlauf auf. Anschließend ist ein überproportionaler Kriechzuwachs festzustellen. Während im unteren Beanspruchungsbereich kaum Unterschiede zwischen den einzelnen Lastregimen erkennbar sind, wird der Einfluss der zusätzlichen Lastzyklen und der damit vorweggenommenen visko-plastischen Dehnung mit steigender Beanspruchung größer. Dementsprechend sind die Kriechzuwächse der mit dem Lastregime (LR) 3 bzw. 4 beanspruchten Probekörper geringer als die der Zylinder mit sukzessiver Laststeigerung (Lastregime 2). Die Ergebnisse der Vorbelastungszyklen des Lastregimes 3, die deutlich über den anderen Kurven liegen, bestätigen diese Aussagen. Bei einer Wiederbelastung unterhalb der maximalen Vorbelastung kann eine Linearisierung der Verläufe, die auf die im Vergleich zur Erstbelastung geringe Strukturschädigung während der Lasthaltephase sowie auf den geringen Anteil visko-plastischer Verformungen zurückzuführen ist, festgestellt werden. Ähnliche Erkenntnisse lassen sich aus den Rückverformungszuwächsen $\Delta\varepsilon_{cr,3-4}$ ableiten, die den visko-elastischen Anteil der Kriechverformung darstellen und einen wesentlich weniger gekrümmten Verlauf aufweisen (Tafel 3.6c). Weiterhin können bei Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbelastung aufgrund der Strukturschädigungen größere visko-elastische Verformungszuwächse $\Delta\varepsilon_{cr,3-4}$ als bei der Erstbelastung beobachtet werden.

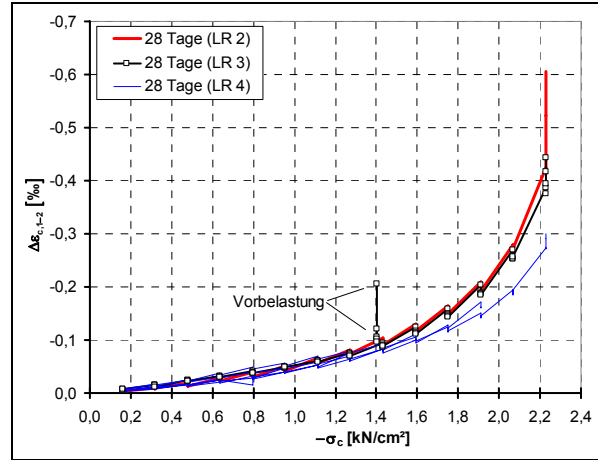
In der Darstellung der kumulierten Kriechverformungen (Tafel 3.6d) wird deutlich, dass infolge der zusätzlichen Lastzyklen der Lastregime 3 und 4, die als Vorbelastungen aufgefasst werden, ein Großteil der zeitabhängigen plastischen Verformungen vorweggenommen wird. Dabei spielen die Intensität und Dauer der maximalen Vorbelastung eine entscheidende Rolle. Wiederbelastungen nach einer hohen Vorbelastung zeichnen sich durch einen nahezu waagerechten Verlauf der kumulierten Kriechverformungen aus, d.h. es treten vorwiegend visko-elastische Dehnungen während der Lasthaltephase auf.

Der Einfluss der Betonhydratation und Belastungsgeschwindigkeit ist im Verlauf der in Tafel 3.6e und f dargestellten beanspruchungsabhängigen Kriechzuwächse $\Delta\varepsilon_{cr,1-2}$ und $\Delta\varepsilon_{cr,3-4}$ erkennbar. Infolge der Nacherhärtung und der damit verbundenen Steifigkeitszunahme ist mit steigendem Betonalter eine abnehmende Kriechwilligkeit bei gleicher Beanspruchung sowie

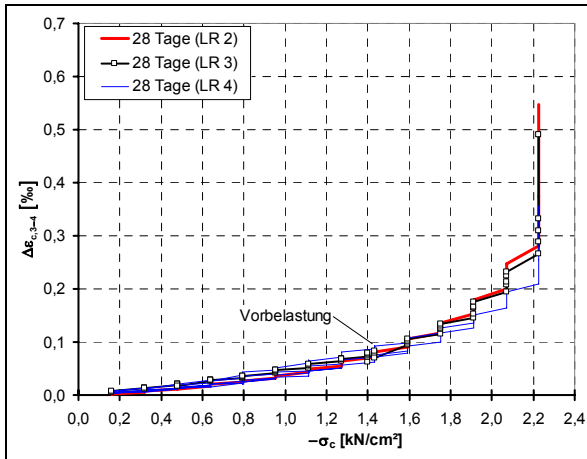
Tafel 3.6: Definition und beanspruchungsabhängige Entwicklung der Kriechverformungen



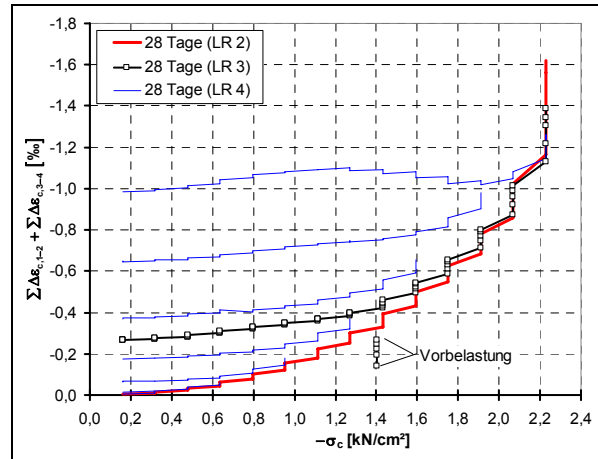
a) Definition der Kriechverformungen



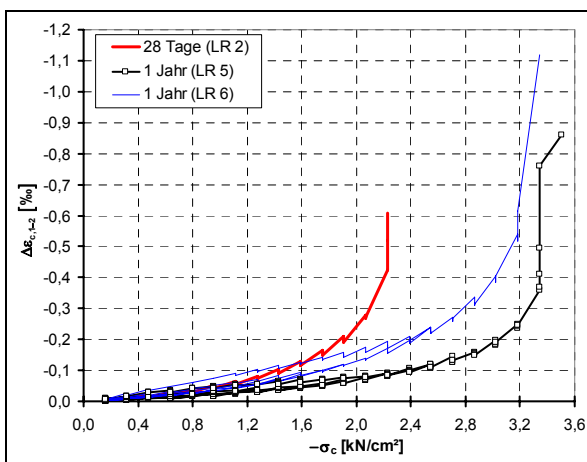
b) beanspruchungsabhängige Kriechverformung in der Lasthaltephase – 28 Tage alte Probekörper



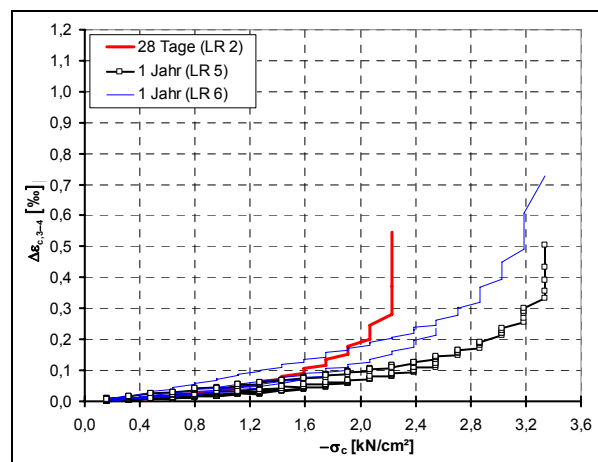
c) beanspruchungsabhängige Kriechverformung in der Erholungsphase – 28 Tage alte Probekörper



d) kumulierte Kriechverformung der Lasthalte- und Erholungsphase – 28 Tage alte Probekörper



e) beanspruchungsabhängige Kriechverformung in der Lasthaltephase – 1 Jahr alte Probekörper



f) beanspruchungsabhängige Kriechverformung in der Erholungsphase – 1 Jahr alte Probekörper

eine Verschiebung der „Linearitätsgrenze“, d.h. der Beanspruchung, bei der der Kriechzuwachs deutlich überproportional zur Spannung zunimmt, auf ein höheres Spannungsniveau festzustellen. Im oberen Beanspruchungsbereich stellt sich bei allen Probekörpern ein überproportionaler Kriechzuwachs ein, der auf eine charakteristische Schädigungsentwicklung hindeutet. Dabei weisen die mit dem Lastregime 6 (LR 6), d.h. mit hoher Belastungsgeschwindigkeit, beanspruchten Probekörper wesentlich größere viskose Verformungszuwächse auf als die Probekörper des Lastregimes 5. Aufgrund der kurzen Be- und Entlastungsphase von ca. 1 Sekunde wird entsprechend der Definition der Kriechverformungen ein Großteil der visko-elastischen und visko-plastischen Verformungen in die Lasthalte- bzw. Erholungsphase verschoben. Somit ermöglicht eine hohe Be- und Entlastungsgeschwindigkeit eine genauere Trennung der einzelnen Verformungsanteile, solange dynamische Effekte ausgeschlossen werden können.

Die Kriechdehnung wird im Allgemeinen an die elastische Verformung gekoppelt und über eine bezogene Kenngröße, die Kriechzahl, beschrieben. In Tafel 3.7a bis d sind die beanspruchungsabhängigen Kriechzahlzuwächse der 28 Tage bzw. ein Jahr alten PCC-Probekörper dargestellt. Sie werden aus den Verformungszuwächsen während der Lasthalte- bzw. Erholungsphasen und der zugehörigen elastischen Dehnung, d.h. der Verformungsdifferenz der Belastungsäste, bestimmt.

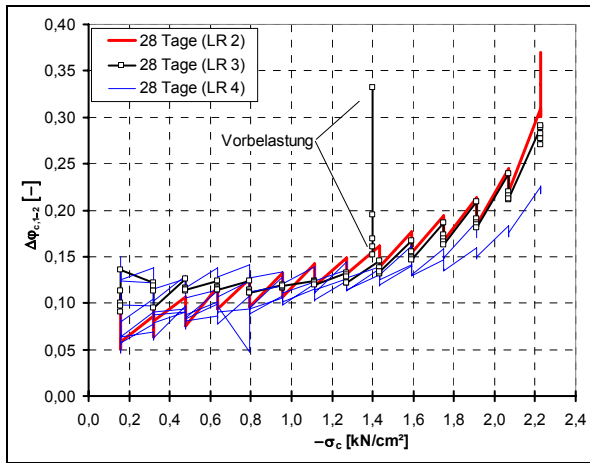
$$\Delta\varphi_{c,1-2} = \varphi_c (t_2 - t_1) = \frac{\varepsilon_{c,1-2}}{\varepsilon_{c,0-1}} \quad \text{bzw.} \quad \Delta\varphi_{c,3-4} = \varphi_c (t_4 - t_3) = \frac{\varepsilon_{c,3-4}}{\varepsilon_{c,0-1}} \quad (3.1)$$

Ergänzend zu den bereits getroffenen Aussagen kann festgestellt werden, dass die Kriechzahlzuwächse eine geringere Nichtlinearität als die Kriechverformungszuwächse aufweisen. Das nichtlineare Kriechen ist somit u.a. auf strukturelle Veränderungen zurückzuführen.

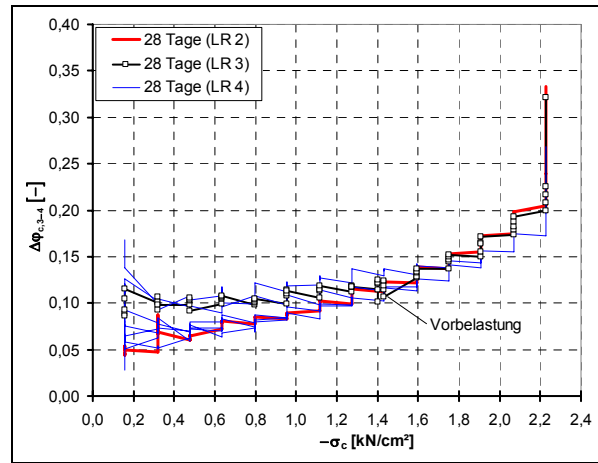
Für den Vergleich der Kurzzeit-Kriechverformungen des PCC mit den Ergebnissen ähnlicher Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton werden die Kriechzahlraten in Bezug zum Beanspruchungsgrad gebracht (Tafel 3.7e und f). Im Beanspruchungsbereich bis ca. 65 % der Kurzzeitfestigkeit weisen der Normalbeton und der hochfeste Beton einen nahezu konstanten, von der Beanspruchung nahezu unabhängigen Zuwachs der Kriechzahl auf, d.h. es kann lineares Kriechen vorausgesetzt werden. Nach dem Überschreiten dieses Bereiches nimmt der Kriechzahlzuwachs mit steigender Beanspruchung zu. Polymermodifizierter Beton hingegen weist von Anfang an mit der Beanspruchung steigende und im Vergleich zu den beiden anderen Betonen wesentlich größere Kriechzahlzuwächse auf. Insbesondere im oberen Beanspruchungsbereich kann eine überproportionale Verformungszunahme beobachtet werden. Bei Beanspruchungen unterhalb der maximalen Vorbelastung bzw. der Dauerstandfestigkeit ist aufgrund der vorweggenommenen Strukturveränderung ebenfalls nahezu lineares Kriechen festzustellen. Somit ist davon auszugehen, dass die Nichtlinearität des Kriechens vorwiegend auf visko-plastische Verformungen sowie auf Strukturveränderungen bzw. Mikrozerstörungen zurückzuführen ist.

In Tafel 3.8 sind die Kriechzahlverläufe während der primären Lasthaltephasen ausgewählter Beanspruchungsgrade für PCC, Normalbeton und hochfesten Beton gegenübergestellt. Für Normalbeton und hochfesten Beton ist trotz unterschiedlichen Betonalters eine nahezu iden-

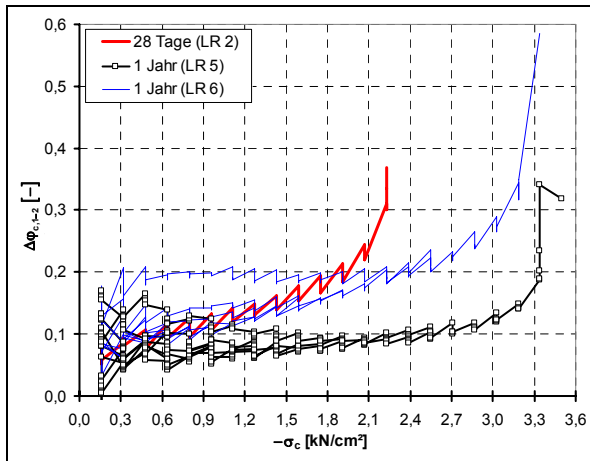
Tafel 3.7: Beanspruchungsabhängige Kriechzahl



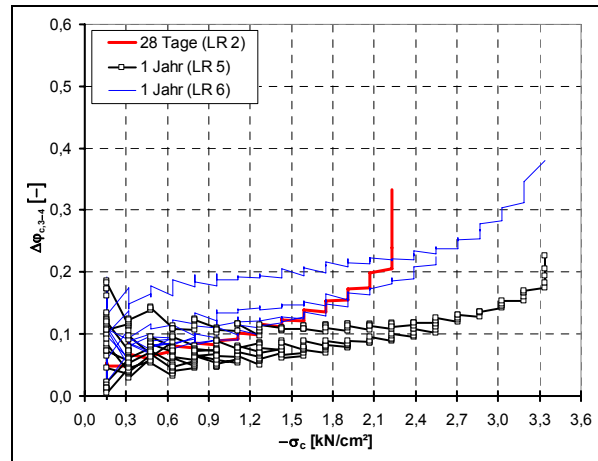
a) 28 Tage alte PCC-Proben - Lasthaltephase



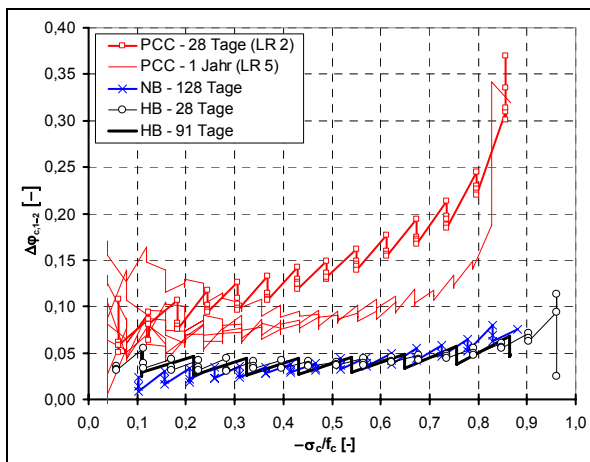
b) 28 Tage alte PCC-Proben - Erholungsphase



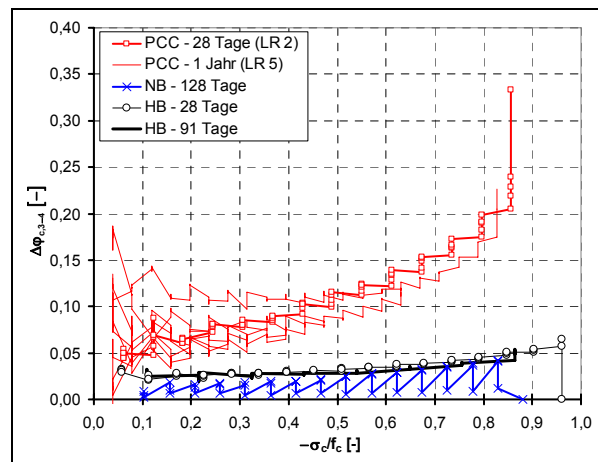
c) 1 Jahr alte PCC-Proben - Lasthaltephase



d) 1 Jahr alte PCC-Proben - Erholungsphase

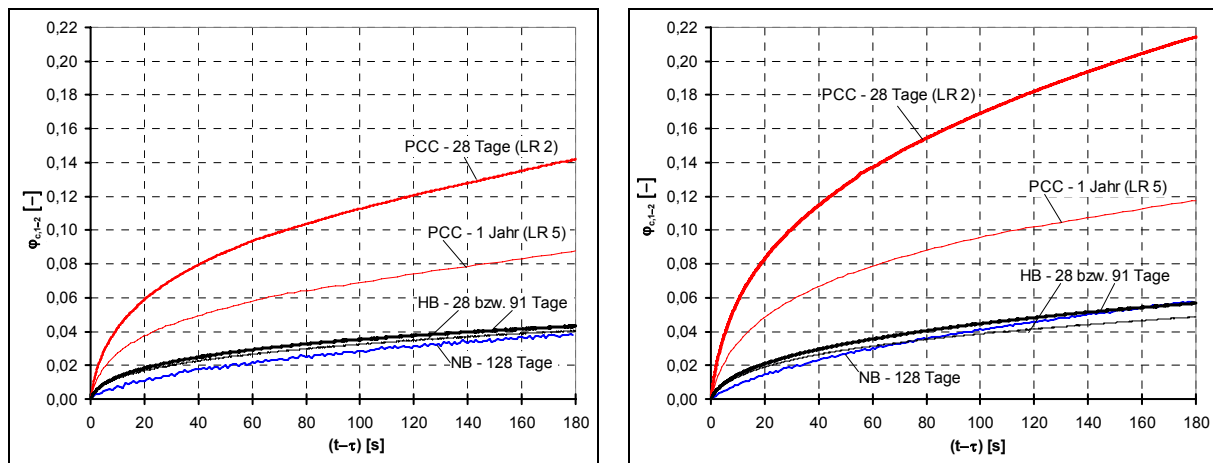


e) PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB) - Lasthaltephase



f) PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB) - Erholungsphase

Tafel 3.8: Kriechzahlentwicklung des PCC, Normalbetons (NB) und hochfesten Betons (HB) - Lasthaltephase



a) Beanspruchungsgrad ca. 40 % der Druckfestigkeit

b) Beanspruchungsgrad ca. 72 % der Druckfestigkeit

tische Kriechzahlentwicklung festzustellen, die selbst für unterschiedliche Beanspruchungsgrade ähnliche Werte aufweist. Das viskose Materialverhalten des PCC ist zwar beton-typisch, jedoch durch wesentlich größere beanspruchungsabhängige visko-elastische und visko-plastische Verformungen gekennzeichnet. Eine Übertragung der für Normalbeton anerkannten theoretischen Kriechansätze auf polymermodifizierten Beton ist somit ohne weitere Modifikationen nicht möglich. Insbesondere die vereinfachte Annahme einer konstanten beanspruchungsunabhängigen Steifigkeit erscheint bei PCC nicht gerechtfertigt, sodass Strukturveränderungen bei der Abschätzung des Langzeitverhaltens des PCC berücksichtigt werden müssen.

3.1.3.5 Energiebetrachtungen

Zur Erfassung und Beurteilung der beanspruchungsabhängigen Strukturveränderungen und Mikroschädigungen ist die material- und volumenspezifische Formänderungsenergie $W_{c,ges}$ geeignet. Die Formänderungsenergie kann, wie u.a. in [Schwabach (2005)] angewendet, aus dem Flächeninhalt der Spannungs-Längsdehnungslinie berechnet

$$W_{c,ges} = \int_0^{\epsilon_c} \sigma(\epsilon_c) d\epsilon_c \quad (3.2)$$

und entsprechend Tafel 3.9a vereinfacht in drei Anteile zerlegt werden [Spooner & Dougill (1975)].

$$W_{c,ges} = W_{c,S} + W_{c,v-el} + W_{c,el} \quad (3.3)$$

Eine genaue Ermittlung der drei Energieanteile anhand der Versuchsergebnisse ist bei viskosen Materialien im Allgemeinen nicht möglich bzw. an weitere Annahmen gebunden, da sich bereits während der Be- und Entlastung zeitabhängige Verformungen einstellen und der

Spannungs-Dehnungsverlauf, insbesondere der primären Belastungsäste, durch die Strukturschädigung beeinflusst wird. Bei einer mehrfach wiederholten Be- und Entlastung der Probekörper mit einer geringen Laststeigerung von Laststufe zu Laststufe und einer ausreichend hohen Be- und Entlastungsgeschwindigkeit ist der Einfluss der Strukturschädigung und der Kriechverformungen auf den Spannungs-Dehnungsverlauf der Be- und Entlastungsäste gering und kann somit vernachlässigt werden. Dementsprechend wird angenommen, dass die Formänderungsenergie sowie deren Anteile direkt aus den Versuchsdaten mit Hilfe einer numerischen Integration auf der Basis der Trapezregel bestimmt werden können. Der Flächeninhalt unter dem Be- bzw. Entlastungsast wird dabei als elastische Energie $W_{c,el}$ bei Be- bzw. Entlastung aufgefasst.

$$W_{c,el} = \int_{\varepsilon_{c,0}}^{\varepsilon_{c,1}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad (\text{Belastung}) \quad \text{bzw.} \quad W_{c,el} = \int_{\varepsilon_{c,3}}^{\varepsilon_{c,2}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad (\text{Entlastung}) \quad (3.4)$$

Im Idealfall, d.h. bei einem schädigungsfreien Lastzyklus mit einer schlagartigen Be- und Entlastung, verlaufen der Be- und Entlastungsast parallel, sodass die als elastisch definierte Energie $W_{c,el}$ bei Belastung der bei Entlastung entspricht.

Die dissipierte Strukturveränderungsenergie $W_{c,S}$, die auf die Mikrorissbildung sowie auf visko-plastische Deformationen zurückzuführen ist, steht in direktem Zusammenhang mit der Schädigung und Gefügeveränderung des Betons.

$$W_{c,S} = \sum_i \Delta W_{c,S,i} \quad \text{mit:} \quad \Delta W_{c,S,i} = \int_{\varepsilon_{c,0}}^{\varepsilon_{c,1}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c + \sigma_c(\varepsilon_{c,1}) \cdot (\varepsilon_{c,5} - \varepsilon_{c,1}) - \int_{\varepsilon_{c,4}}^{\varepsilon_{c,5}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c \quad (3.5)$$

Dabei ist $\Delta W_{c,S,i}$ der Zuwachs der Strukturveränderungsenergie im i-ten Lastzyklus.

Der visko-elastische Energieanteil $W_{c,v-el}$, der dem Flächeninhalt der Hysterese entspricht, spiegelt den Einfluss des reversiblen Kriechprozesses auf den qualitativen und quantitativen Verlauf der Arbeitslinie des Betons wider.

$$W_{c,v-el} = \int_{\varepsilon_{c,4}}^{\varepsilon_{c,5}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c - \int_{\varepsilon_{c,3}}^{\varepsilon_{c,2}} \sigma_c(\varepsilon_c) d\varepsilon_c + \sigma_c(\varepsilon_{c,2}) \cdot (\varepsilon_{c,5} - \varepsilon_{c,2}) \quad (3.6)$$

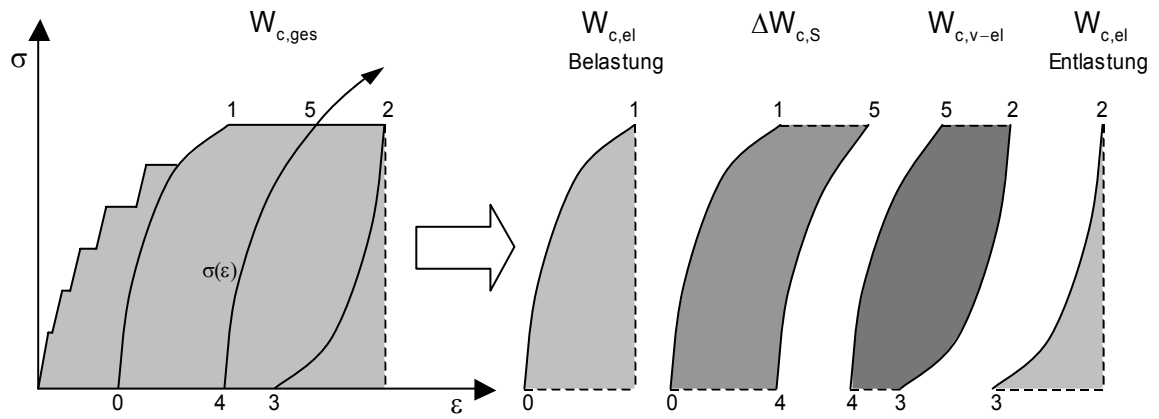
Die Formänderungsenergie der Probekörper ergibt sich aus der Summation der Strukturveränderungsenergie, der visko-elastischen Energie und der elastischen Energie bei Entlastung.

$$W_{c,ges} = W_{c,S} + W_{c,v-el} + W_{c,el,(\text{Entlastung})} \quad (3.7)$$

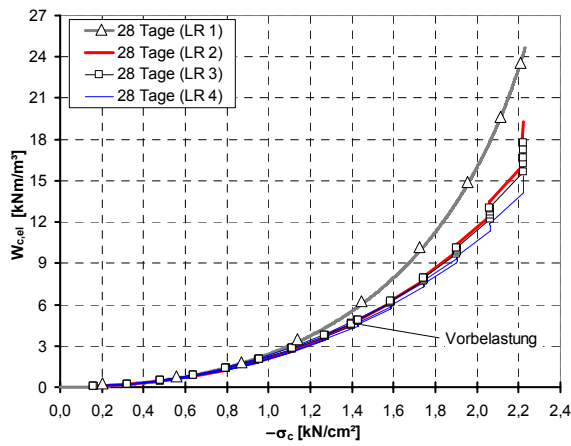
Da, wie bereits erwähnt, die nach Tafel 3.9a definierte und nach den Gln. (3.4)-(3.7) berechnete Formänderungsenergie bzw. deren Anteile durch die Be- und Entlastungsgeschwindigkeit und das Lastregime beeinflusst werden, sind die im Folgenden erläuterten Ergebnisse unter diesen Gesichtspunkten zu bewerten.

In Tafel 3.9b ist die beanspruchungsabhängige Entwicklung der elastischen Energie $W_{c,el}$ bei Belastung der 28-Tage alten Probekörper aus polymermodifiziertem Beton dargestellt. Es ist ein nahezu parabelförmiger Verlauf der elastischen Energie zu beobachten. Zwischen den zyklisch beanspruchten Probekörpern sind trotz unterschiedlicher Lastregime (LR 2 bis 4)

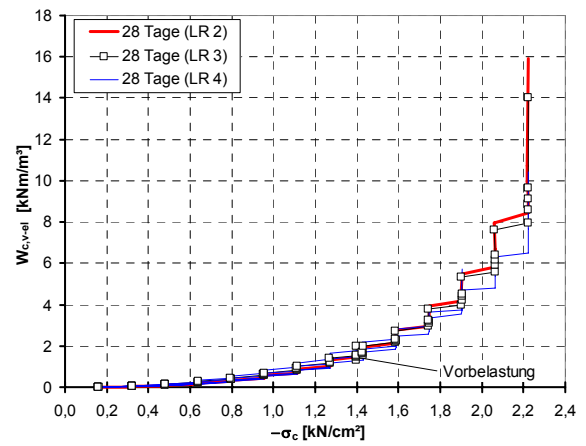
Tafel 3.9: Beanspruchungsabhängige Formänderungsenergie - 28 Tage alte PCC-Probekörper



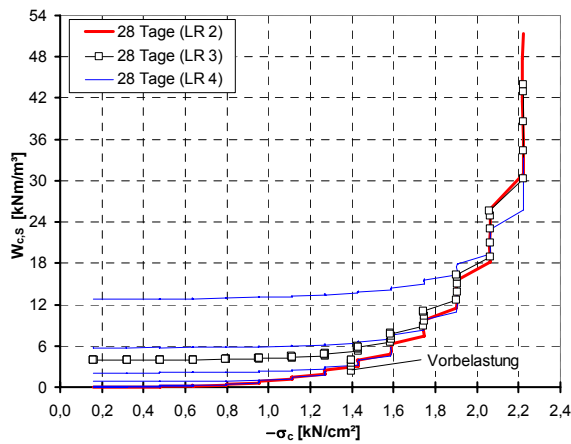
a) Definition und Aufteilung der Formänderungsenergie für einen Zyklus



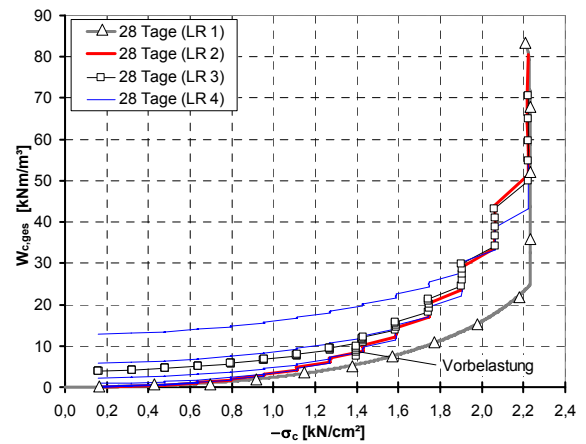
b) elastischer Energieanteil bei Belastung



c) visko-elastischer Energieanteil



d) Strukturveränderungsenergieanteil



e) gesamte Formänderungsenergie

kaum Abweichungen im Verlauf der elastischen Energie erkennbar. Infolge der Strukturveränderung bzw. Steifigkeitsdegradation liegt der Energieverlauf eines Wiederbelastungsastes geringfügig über den Werten der Erstbelastungskurve. Die Unterschiede im oberen Beanspruchungsbereich sind vorwiegend auf die infolge der zusätzlichen Lastzyklen der Lastregime 3 und 4 vorgezogenen visko-plastischen Verformung und der damit geringeren Beeinflussung des Belastungsastes zurückzuführen.

Bei einer monotonen Laststeigerung entsprechend dem Lastregime 1 ist aufgrund der fehlenden Ent- und Wiederbelastung eine Trennung der einzelnen Verformungsanteile anhand der Messdaten nicht möglich. Insbesondere die Be- und Entlastungsäste werden vom zeit- und schädigungsabhängigen Materialverhalten beeinflusst, sodass ein Teil der als $W_{c,el}$ definierten Energie der visko-elastischen Energie und der Strukturveränderungsenergie zuzuordnen ist. Dementsprechend weisen die mit dem Lastregime 1 beanspruchten Probekörper ab einer Druckbeanspruchung von ca. $1,0 \text{ kN/cm}^2$ eine deutlich größere „elastische“ Energie bei Belastung als die PCC-Zylinder mit einer mehrfach wiederholten Be- und Entlastung auf.

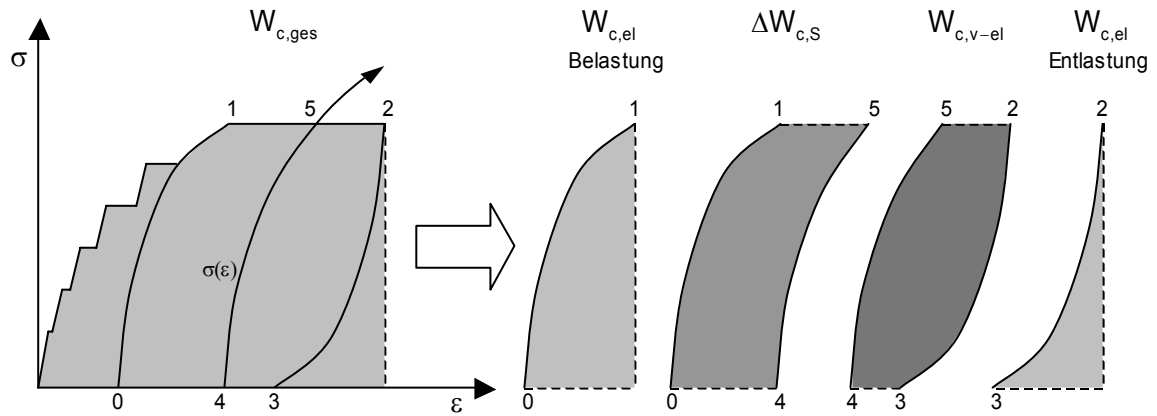
Aus dem Verlauf der visko-elastischen Energie (Tafel 3.9c), die den geringsten Formänderungsenergieanteil darstellt, lassen sich ähnliche Erkenntnisse ableiten. Ferner ist im bruchnahen Beanspruchungsbereich eine deutlich überproportionale Zunahme der visko-elastischen Energie erkennbar.

Im Gegensatz zur elastischen und visko-elastischen Energie stellt die dissipierte Strukturveränderungsenergie $W_{c,s}$ eine irreversible Energieform dar. Die Strukturveränderungsenergie ist durch eine ausgeprägte Nichtlinearität gekennzeichnet (Tafel 3.9d). Im unteren Beanspruchungsbereich bis ca. $\sigma_c = 1,2 \text{ kN/cm}^2$ ist $W_{c,s}$ sehr gering, sodass von einem nahezu stabilen Betongefüge ausgegangen werden kann. Die anschließend überproportionale Zunahme von $W_{c,s}$ deutet auf charakteristische Strukturveränderungen und Schädigungen hin. Ist die zu einem Spannungsniveau gehörende Kapazität der Strukturveränderungsenergie durch die Vorbeanspruchungsgeschichte nahezu ausgeschöpft, findet bei einer Wiederbelastung entsprechend der Lastregime 3 und 4 keine bzw. eine geringe Energiedissipation statt.

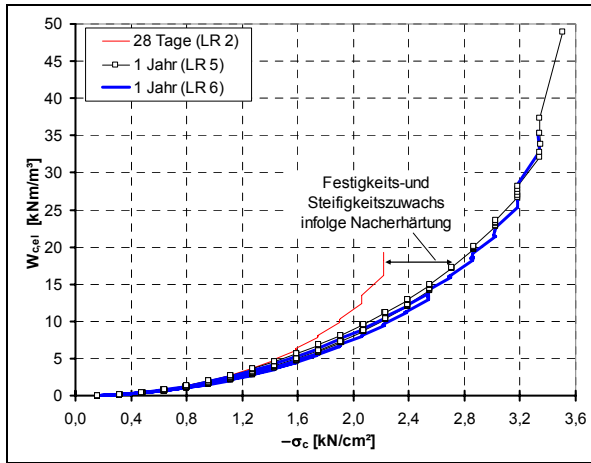
Der beanspruchungsabhängige Verlauf der gesamten Formänderungsenergie der zyklisch beanspruchten Probekörper spiegelt die Charakteristika der einzelnen Energieanteile wider (Tafel 3.9e). Die geringeren Werte der monoton steigend belasteten Probekörper des Lastregimes 1 sind auf die fehlenden Lastzyklen und die damit verbundene geringere Belastungszeit zurückzuführen. In der Lasthaltephase des Lastregimes 1 findet eine hohe Energiedissipation statt, sodass sich die Werte der unterschiedlich beanspruchten Probekörper einander annähern.

Die in Tafel 3.10 dargestellte beanspruchungsabhängige Entwicklung der Formänderungsenergie bzw. deren Anteile der ca. ein Jahr alten PCC-Probekörper bestätigen die bereits getroffenen Feststellungen und zeigen den Einfluss der Nacherhärtung des PCC. Durch die ausgeprägte Festigkeits- und Steifigkeitserhöhung liegen die Werte der dargestellten Energien der ca. ein Jahr alten Probekörper unter den Werten der 28 Tage alten Druckzylinder. Mit zunehmendem Betonalter werden charakteristische Energiezunahmen, die auf Strukturveränderungen zurückzuführen sind, auf ein höheres Spannungsniveau verschoben.

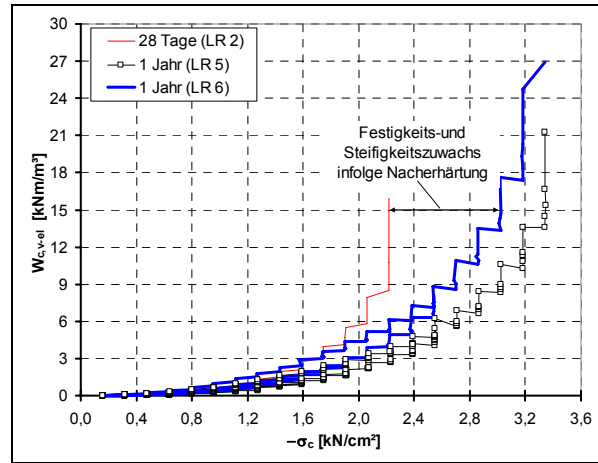
Tafel 3.10: Beanspruchungsabhängige Formänderungsenergie - 1 Jahr alte PCC-Probekörper



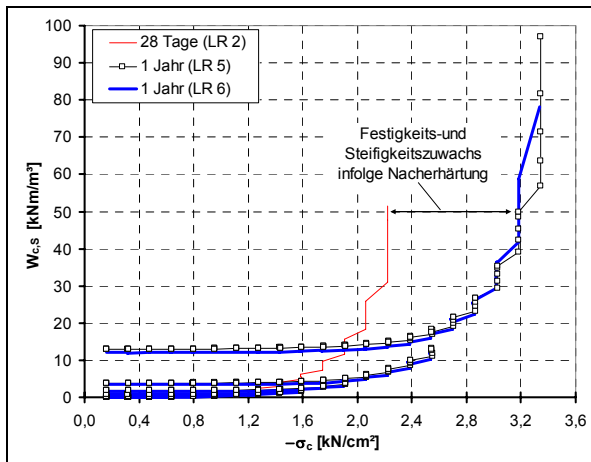
a) Definition und Aufteilung der Formänderungsenergie für einen Zyklus



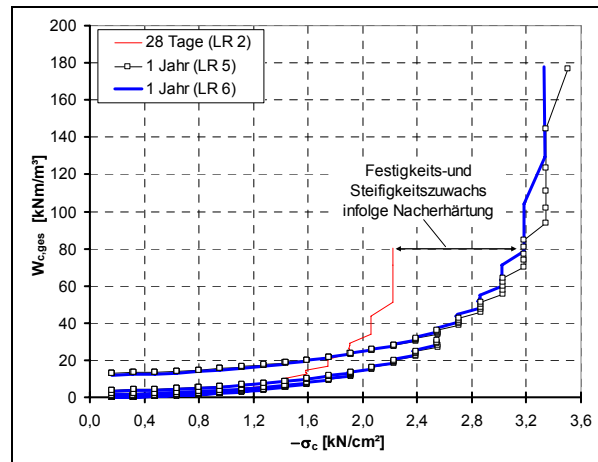
b) elastischer Energieanteil



c) visko-elastischer Energieanteil



d) Strukturveränderungsenergieanteil



e) gesamte Formänderungsenergie

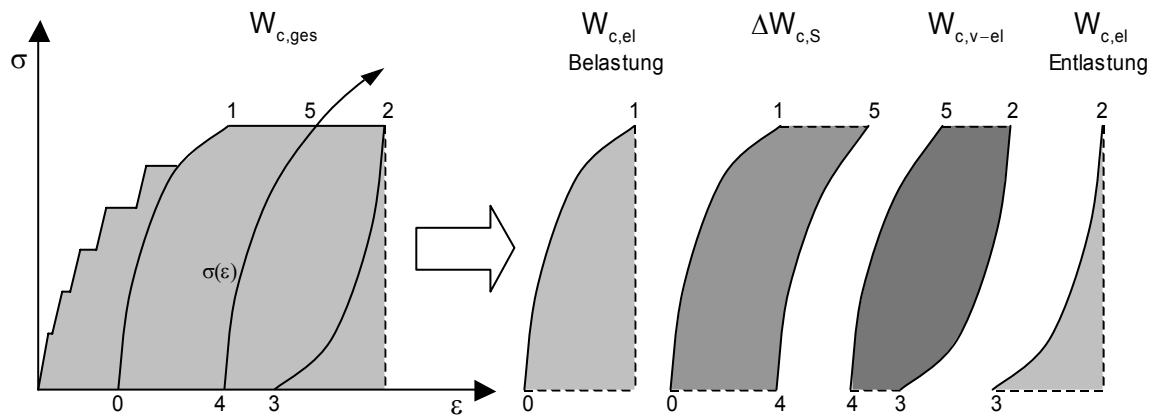
Der Einfluss der unterschiedlichen Belastungsgeschwindigkeiten der Lastregime 5 und 6 auf den Spannungs-Dehnungsverlauf der PCC-Probekörper ist aufgrund der Vielzahl der Lastzyklen im Verlauf der Formänderungsenergie kaum erkennbar (Tafel 3.10). Erst die Zerlegung der Formänderungsenergie und die Betrachtung der beanspruchungsabhängigen Entwicklung der elastischen und visko-elastischen Energieanteile verdeutlichen den Einfluss der Laststeigerungsrate. Aufgrund der kurzen Be- und Entlastungsphase des Lastregimes 6 von ca. 1 Sekunde findet die Entwicklung der viskosen Verformungen vorwiegend in den Lasthalte- bzw. Erholungsphasen statt, sodass die Be- und Entlastungsäste weniger von Kriechverformungen sowie von der zeitabhängigen Steifigkeitsdegradation beeinflusst werden. Folglich ist eine Verschiebung der einzelnen Energieanteile untereinander erkennbar, die auf die auswertungsbedingte definierte Aufteilung der gesamten Formänderungsenergie zurückzuführen ist.

In Tafel 3.11 werden die an polymermodifiziertem Beton gewonnenen Ergebnisse den Energiebetrachtungen an Normalbeton und hochfestem Beton gegenübergestellt. Dabei kann festgestellt werden, dass die Probekörper aus Normalbeton und hochfestem Beton nahezu identische Verläufe der elastischen Energie aufweisen (Tafel 3.11b). Die bei gleichem Beanspruchungsgrad im Vergleich zum hochfesten Beton geringere Spannung des Normalbetons wird durch die geringere Steifigkeit und der damit verbundenen größeren elastischen Verformung ausgeglichen, sodass der Flächeninhalt unter dem Belastungsast des Normalbetons nahezu dem des hochfesten Betons entspricht. Trotz der geringeren Steifigkeit liegt der elastische Energieanteil des PCC mit ca. 25-50% $W_{c,el,(NB)}$ deutlich unter den beiden anderen Betonen.

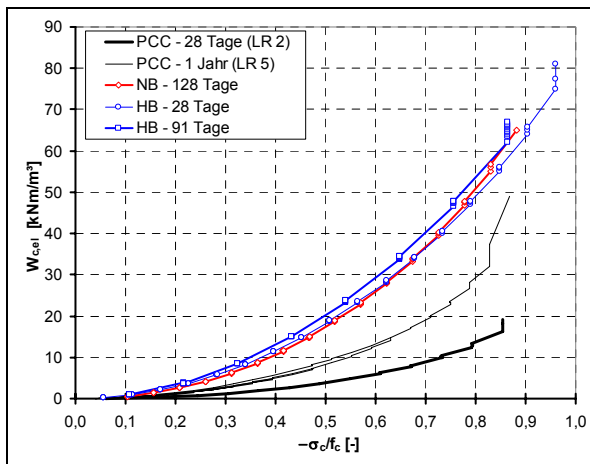
Aufgrund der ähnlichen Lastregime bzw. Lasthalte- und Erholungsphasen liegen die Werte der visko-elastischen Energie und der dissipierten Strukturveränderungsenergie der unterschiedlichen Betone dicht beieinander und scheinen somit zumindest für kurze Belastungszeiträume weitgehend unabhängig von der Betonfestigkeit zu sein (Tafel 3.11c und d). Bei gleichem Beanspruchungsgrad wird die mit sinkender Betonfestigkeit abnehmende Beanspruchung durch die Zunahme der elastischen und plastischen Kriechwilligkeit kompensiert, sodass die entsprechenden Flächeninhalte nahezu identisch sind.

Während die Formänderungsenergie des Normalbetons und des hochfesten Betons nahezu identische Verläufe aufweisen, verlaufen die Kurven des PCC aufgrund des geringeren elastischen Energieanteils im unteren Lastbereich flacher (Tafel 3.11e). Im Vergleich zu den beiden anderen Betonen kann beim PCC mit steigendem Beanspruchungsgrad eine überproportionale Zunahme der Formänderungsenergie beobachtet werden, die vorwiegend auf signifikante Strukturveränderungen und den damit verbundenen Anstieg der dissipierten Strukturveränderungsenergie zurückzuführen ist.

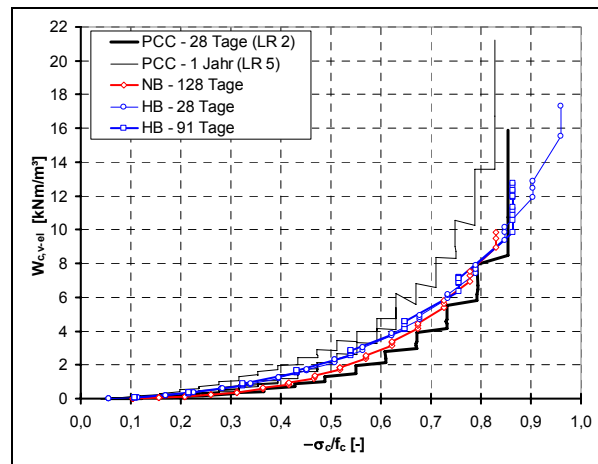
Tafel 3.11: Formänderungsenergie – PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB)



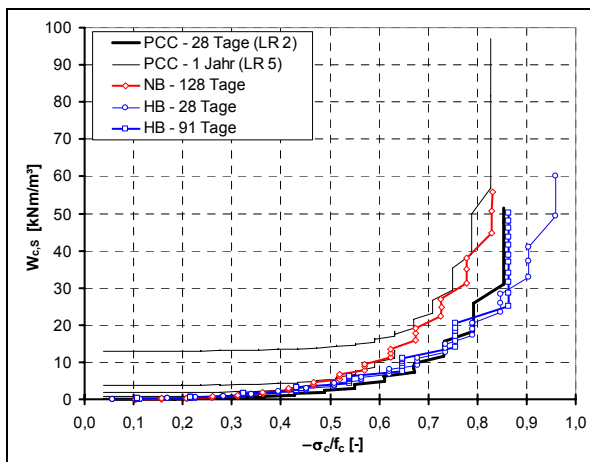
a) Definition der Formänderungsenergie sowie deren Anteile für einen Zyklus



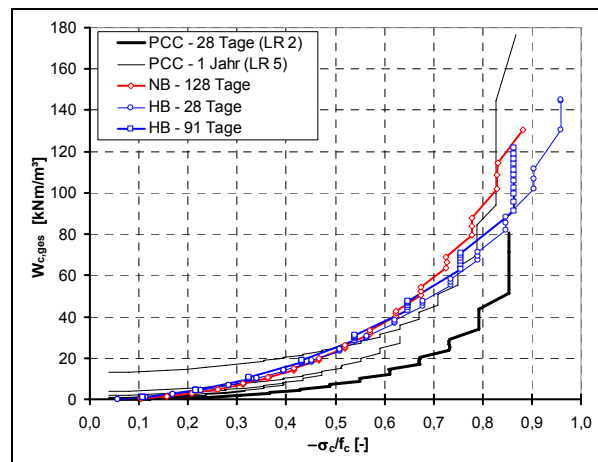
b) elastischer Energieanteil



c) visko-elastischer Energieanteil



d) Strukturveränderungsenergieanteil



e) gesamte Formänderungsenergie

3.1.4 Auswertung der Dauerstandversuche

3.1.4.1 Einleitung

Bereits anhand der Versuchsergebnisse der zyklisch beanspruchten Probekörper konnte festgestellt werden, dass der untersuchte PCC ein ausgeprägt nichtlineares zeit- und beanspruchungsabhängiges Materialverhalten aufweist. Da sich die im Kapitel 3.1.3 beschriebenen Feststellungen, beispielsweise zum Kriech- und Degradationsverhalten sowie zur Energiedissipation, auf mehrfach wiederholte Kurzzeitbelastungen im Sekunden- und Minutenbereich stützen, ist eine Übertragung der gewonnenen Erkenntnisse auf größere Belastungszeiträume nur bedingt möglich. Dementsprechend wurden für die Abschätzung des Langzeitverhaltens des PCC die in Tab. 3.4 aufgeführten Probekörper einer Dauerbelastung unterzogen. Für die Trennung der einzelnen Verformungs- und Energieanteile sowie für die Analyse der Steifigkeitsdegradation wurden dabei die Probekörper zu ausgewählten Zeitpunkten auf Grundlastniveau entlastet und nach einer Erholungsphase wieder belastet.

Bezeichnung	Betonalter bei Erstbelastung [d]	Zyklusanzahl [-]	Gesamtbelastungszeit [d]	$-F_{\max}$ [kN]	$-\sigma_c$ [kN/cm ²]	$f_c(t_0)$ [kN/cm ²]	$-\sigma_c/f_{c,28}$ [-]	$-\sigma_c/f_c(t_0)$ [-]	Probenversagen
C3-KS2-4.2	475	10	29,3	112,5	1,34	4,03	0,51	0,33	nein
C3-KS2-4.3	476	9	3,1	200	2,38	4,03	0,90	0,59	ja
C3-KS2-4.4	490	8	24,4	150	1,78	4,09	0,69	0,44	nein
C3-KS2-4.5	596	12	34,7	62,5	0,74	4,22	0,29	0,18	nein

Tab. 3.4: PCC-Probekörper mit einer Dauerbeanspruchung entsprechend Lastregime 7

Die Darstellung der Versuchsergebnisse der dauerbelasteten Probekörper erfolgt vorwiegend auf der Basis des Beanspruchungsgrades, d.h. dem Verhältnis der Betonspannung zur Kurzzeit-Festigkeit zu Belastungsbeginn $f_c(t_0)$ bzw. zur 28-Tage-Kurzzeit-Festigkeit $f_{c,28}$. Da experimentelle Untersuchungen zur Nacherhärtung des PCC nicht Gegenstand dieser Arbeit sind, wurde für die Abschätzung des Festigkeitszuwachses der 983 Tage alte Probekörper C3-KS2-4.6 monoton steigend bis zum Versagen belastet und $f_c(t=983 \text{ d})$ ermittelt (Abb. 3.3).

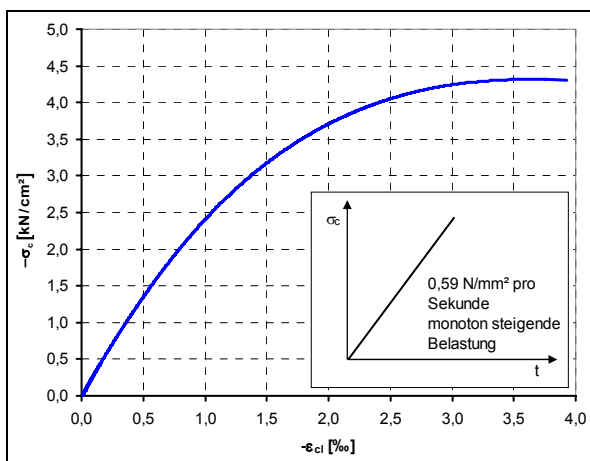


Abb. 3.3: Spannungs-Längsdehnungslinie des monoton steigend belasteten Probekörpers C3-KS2-4.6

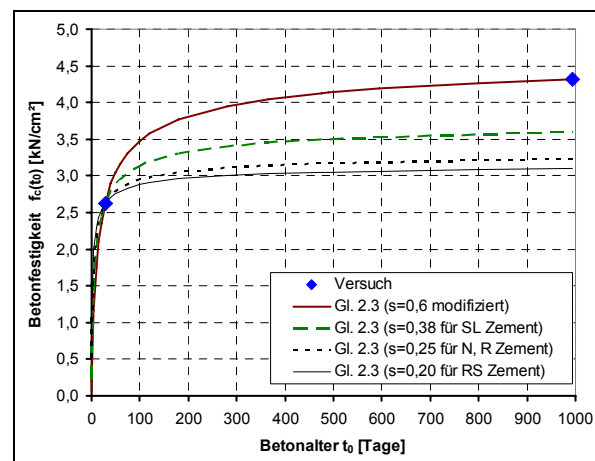


Abb. 3.4: Entwicklung der Kurzzeit-Druckfestigkeit des PCC

Für die Bestimmung der Kurzzeit-Festigkeit zu Belastungsbeginn $f_c(t_0)$ des jeweiligen Probekörpers werden die Gl. (2.3) und (2.4) herangezogen (Abb. 3.4). Dabei wird deutlich, dass der zeitabhängige Festigkeitszuwachs des PCC wesentlich größer als bei Normalbeton ist und mit Hilfe der normativen Vorgaben zur Berücksichtigung der Zementart nur unzureichend erfasst werden kann. Durch die Erhöhung des Beiwertes s , die der verzögerten Festigkeitsentwicklung des PCC Rechnung trägt, ist eine Anpassung des Kurvenverlaufes an die Versuchsergebnisse möglich. Da die Modifikation der Gl. (2.4) lediglich auf zwei Messwerten basiert, ist diese durch weitere Versuche zu bestätigen.

3.1.4.2 Formänderungsverhalten

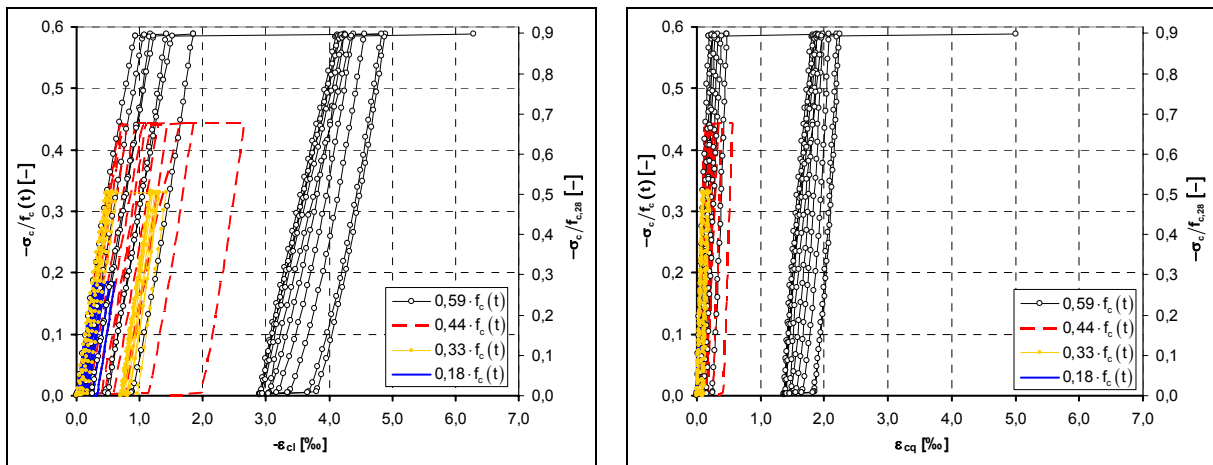
Die Spannungs-Dehnungsbeziehung in Längs- und Querrichtung (Tafel 3.12a und b) zeigt den Einfluss der unterschiedlichen Beanspruchungsgrade auf das Formänderungsverhalten des PCC. Bei einer Belastung bis ca. 35% der zum Erstbelastungszeitpunkt vorhandenen Kurzzeitfestigkeit $f_c(t_0)$ klingen die Längs- bzw. Querdehnungszunahmen allmählich ab und die Verformungen streben einem Endwert entgegen. Das Formänderungsverhalten hochbeanspruchter Probekörper zeichnet sich durch eine deutliche Zunahme der Längs- und insbesondere der Querdehnung aus, die vorwiegend auf den Anstieg der visko-plastischen Verformungen zurückzuführen ist und mit signifikanten Strukturschädigungen einhergeht. Das Versagen kündigt sich durch große Kriechverformungen an und ist im Vergleich zu Normalbeton durch größere Bruchdehnungen sowohl in Längs- als auch in Querrichtung gekennzeichnet.

Eine genaue Aussage über die Höhe der Dauerstandgrenze ist mit Hilfe der durchgeführten Versuche nicht möglich. Da der Probenbruch des mit $0,59 \cdot f_c(t_0)$ bzw. $0,90 \cdot f_{c,28}$ beanspruchten Probekörpers bereits nach einer Gesamtbelastungszeit von ca. drei Tagen erfolgte, ist allerdings davon auszugehen, dass die bezogene Dauerstandfestigkeit geringer als bei Normalbeton ist (Abb. 2.9). Die im Kapitel 3.1.3 vorgestellten Ergebnisse der zyklisch beanspruchten Probekörper bestätigen diese Annahme.

Die Analyse der zeit- und beanspruchungsabhängigen Entwicklung der Querdehnzahl und der Dilatation, die in Tafel 3.12c und d dargestellt ist, zeigt die Strukturveränderung bzw. Mikrozerstörung des PCC. Es ist erkennbar, dass die Querdehnzahlen aller Probekörper während der Erstbelastung sehr dicht beieinander liegen und Werte zwischen 0,20 und 0,22 annehmen. Im Beanspruchungsbereich bis ca. 35% der Kurzzeitfestigkeit $f_c(t_0)$ steigt die Längsstauchung im Vergleich zur Querdehnung überproportional an, sodass während der Lasthaltphase die Querdehnzahl und die Dilatation kontinuierlich abnehmen. Es kann von einer nahezu stabilen Betonstruktur sowie von einem geringen Schädigungsgrad ausgegangen werden. Durch die Ent- und Wiederbelastung der Probekörper wird weiterhin deutlich, dass die Abnahme der Querdehnzahl bzw. Dilatation vorwiegend auf das unterschiedliche visko-plastische Formänderungsverhalten des PCC in Längs- und Querrichtung zurückzuführen ist.

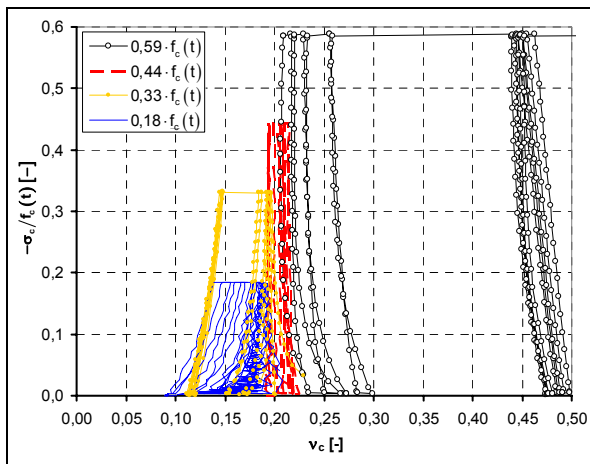
Im Gegensatz dazu nimmt die Querdehnzahl des mit $0,44 \cdot f_c(t_0)$ beanspruchten Probekörpers leicht zu und liegt durchweg im Bereich von 0,20 bis 0,22. Diese qualitative und quantitative

Tafel 3.12: Formänderungsverhalten der PCC-Probekörper unter Dauerbeanspruchung

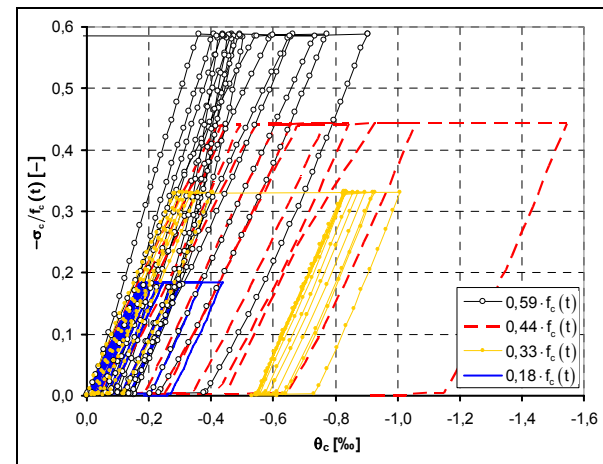


a) Spannungs-Längsdehnungsverlauf

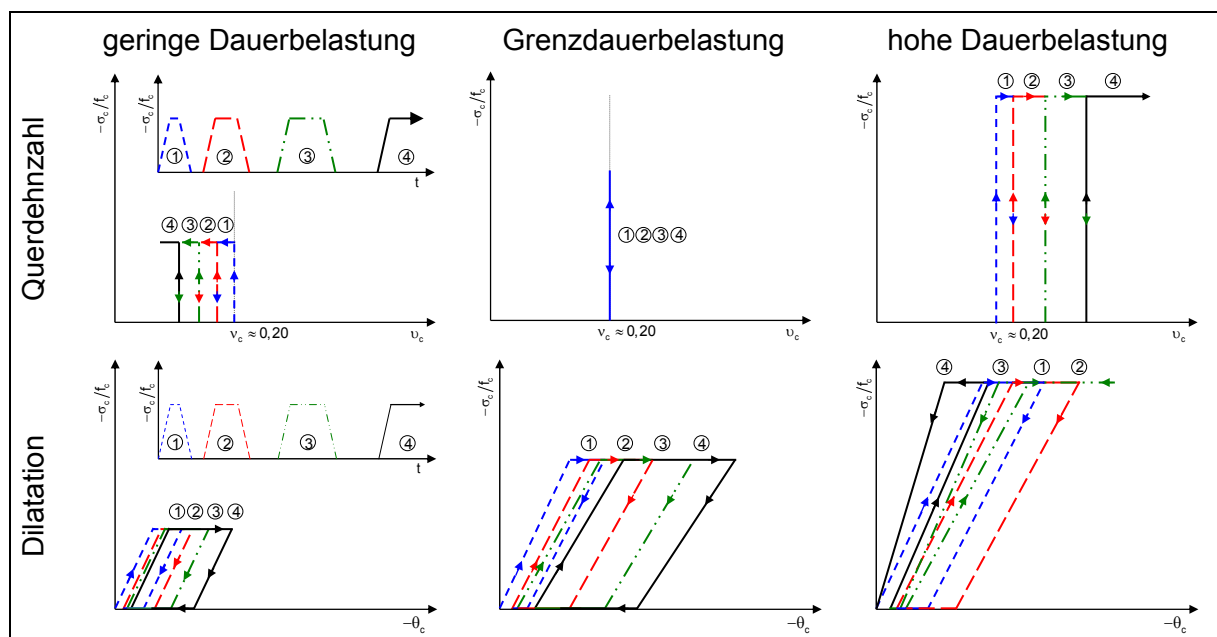
b) Spannungs-Querdehnungsverlauf



c) Querdehnzahl



d) Dilatation



d) Schematische Darstellung - Querdehnzahl und Dilatation

Änderung des zeitabhängigen Querdehnzahlverlaufes deutet auf den Beginn signifikanter Strukturschädigungen hin. Während unterhalb dieser Beanspruchungsgrenze, die ca. $0,69 \cdot f_{cm,28}$ entspricht, von einer näherungsweise schädigungsfreien Belastung ausgegangen werden kann, sind bei einem höheren Belastungsgrad strukturelle Veränderungen zu beobachten. Da die Dilatation im Allgemeinen empfindlicher auf die Mikrorissbildung reagiert [Tartsch (2007)], kann der Beanspruchungsgrad $0,44 \cdot f_c(t_0)$ noch als stabil angesehen werden.

Der mit $59\% \cdot f_c(t_0)$ beanspruchte Probekörper zeichnet sich durch einen kontinuierlichen Anstieg der Querdehnzahl sowie durch deren deutlich erkennbaren plastischen Anteil aus. Wie die schematische Aufbereitung der Versuchsergebnisse zeigt (Tafel 3.12d), nehmen die Dilatation und die daraus abgeleitete Kompressionssteifigkeit hochbeanspruchter Probekörper zu Belastungsbeginn ab und mit Erreichen des kleinsten Betonvolumens wieder zu. Kurz vor dem Versagen des mit 59% von $f_c(t_0)$ belasteten Probekörpers steigt die Querdehnzahl über die theoretische Grenze von $0,5$ und die Dilatation nimmt Werte über Null an, was auf eine Auflockerung des Betongefüges hindeutet.

In Tafel 3.13b und c sind die Verläufe der aus den Gesamtverformungen berechneten Querdehnzahl und Dilatation

$$v_c = -\frac{\varepsilon_{cq}}{\varepsilon_{cl}} \quad \text{und} \quad \theta_c = \varepsilon_{cl} + 2 \cdot \varepsilon_{cq}, \quad (3.8)$$

dargestellt. Im unteren, d.h. näherungsweise schädigungsfreien Beanspruchungsbereich nehmen die Querdehnzahl v_c und die Dilatation θ_c mit zunehmender Belastungsdauer ab. Mit weiter steigendem Beanspruchungsgrad ist eine qualitative Änderung im v_c - und θ_c -Verlauf erkennbar, sodass bei einer hohen Belastung die Querdehnzahl v_c und die Dilatation θ_c mit der Belastungsdauer zunehmen. Da die aus den Gesamtverformungen berechnete Querdehnzahl und Dilatation sowohl durch die Steifigkeitsdegradation als auch durch die (visko-) plastischen Verformungen in Längs- und Querrichtung beeinflusst werden, sind Rückschlüsse auf den Beginn signifikanter Strukturschädigungen nur bedingt möglich [Tartsch (2007)].

Für eine detaillierte Analyse der zeitabhängigen Strukturveränderungen werden mit Hilfe der zwischengeschalteten Ent- und Wiederbelastungsstäbe die elastischen und (visko-) plastischen Verformungsanteile getrennt voneinander betrachtet und entsprechend Tafel 3.13a die elastische und plastische Querdehnzahl

$$v_{c,el} = -\frac{\varepsilon_{cq,el}}{\varepsilon_{cl,el}} \quad \text{und} \quad v_{c,pl} = -\frac{\varepsilon_{cq,pl}}{\varepsilon_{cl,pl}} \quad (3.9)$$

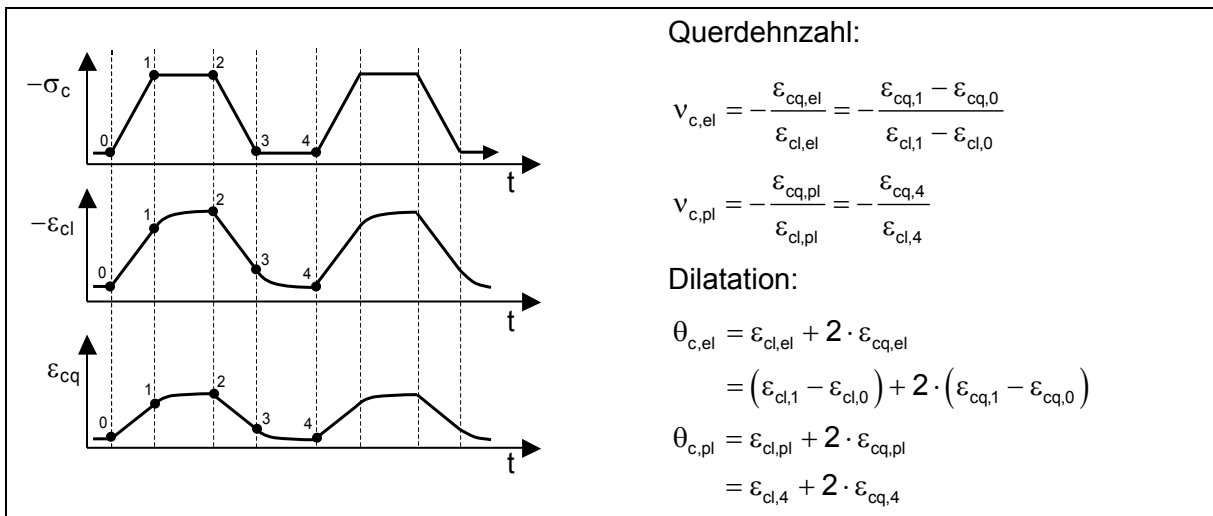
bzw. Dilatation

$$\theta_{c,el} = \varepsilon_{cl,el} + 2 \cdot \varepsilon_{cq,el} \quad \text{und} \quad \theta_{c,pl} = \varepsilon_{cl,pl} + 2 \cdot \varepsilon_{cq,pl} \quad (3.10)$$

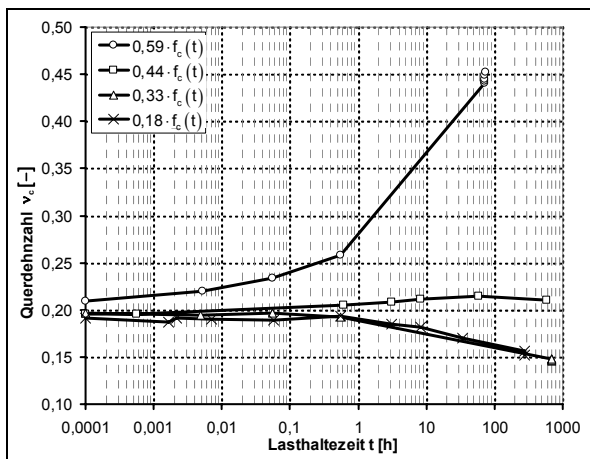
bestimmt.

Im Gegensatz zu v_c und θ_c weisen die elastische Querdehnzahl und die elastische Dilatation im unteren Beanspruchungsbereich einen konstanten Verlauf auf, sodass die Abnahme von v_c und θ_c vorwiegend auf die plastischen Verformungen zurückzuführen sind (Tafel 3.13d

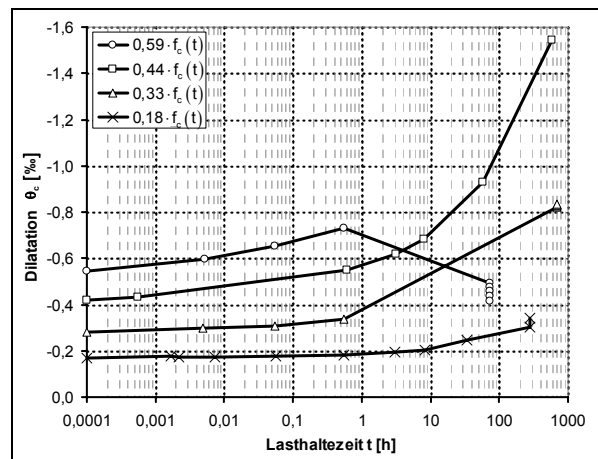
Tafel 3.13: Verlauf der Querdehnzahl und der Dilatation des PCC infolge einer Dauerbeanspruchung



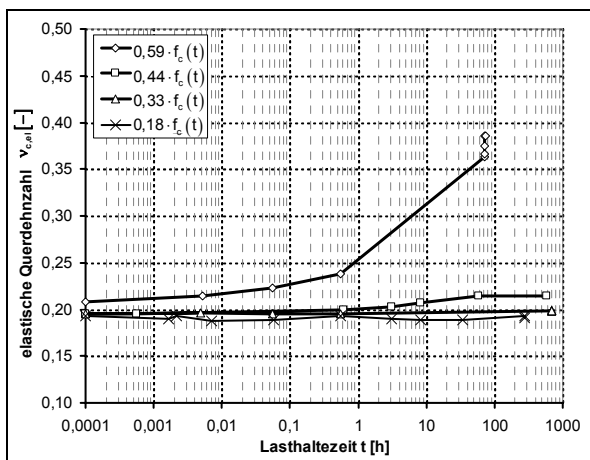
a) Definition des elastischen und plastischen Anteils der Querdehnzahl und der Dilatation



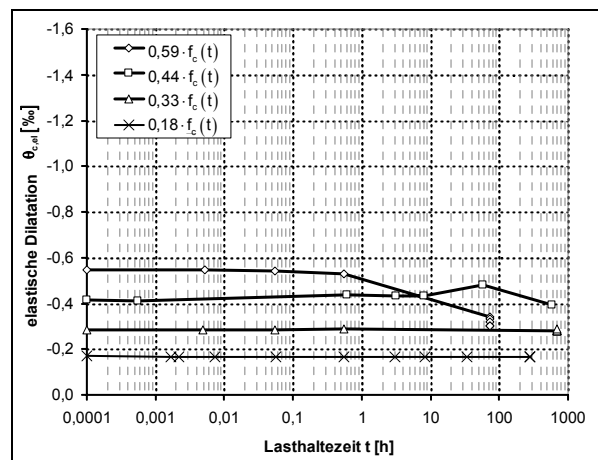
b) Querdehnzahl



c) Dilatation



d) elastischer Anteil der Querdehnzahl



e) elastischer Anteil der Dilatation

und e). In Längs- und Querrichtung findet eine geringe bzw. gleichmäßige Steifigkeitsdegradation statt, die auf eine nahezu stabile Betonstruktur hindeutet. Wird dieser Beanspruchungsbereich überschritten, sind eine mit der Beanspruchungsdauer zunehmende elastische Querdehnzahl sowie ein Minimum im Verlauf der elastischen Dilatation erkennbar.

Insbesondere die Ergebnisse des mit $0,44 \cdot f_c(t_0)$ beanspruchten Probekörpers zeigen, dass die Analyse der elastischen Querdehnzahl $v_{c,el}$ und der elastischen Dilatation $\theta_{c,el}$ detailliertere Aussagen zur Strukturschädigung ermöglichen als die v_c - und θ_c -Verläufe. Während die aus den Gesamtverformungen berechneten Werte keine signifikanten Strukturschädigungen erkennen lassen, zeigen $v_{c,el}$ und $\theta_{c,el}$, dass mit zunehmender Belastungsdauer die Steifigkeitsdegradation in Querrichtung größer ist als in Längsrichtung. Ob dies letztendlich zum Versagen des Probekörpers führt, kann anhand der Versuchsdaten nicht eindeutig geklärt werden. Da jedoch die Nacherhärtung und somit die Steifigkeitszunahme des polymermodifizierten Betons zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung weitgehend abgeschlossen war, ist ein Zeitstandsversagen prinzipiell nicht auszuschließen.

3.1.4.3 Steifigkeitsentwicklung

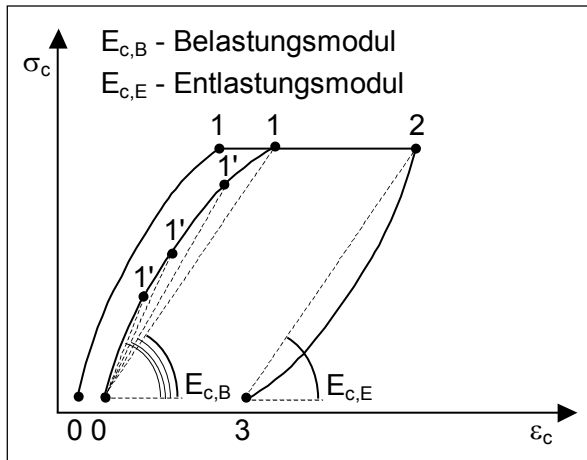
Analog zu den zyklisch beanspruchten Probekörpern ermöglicht die Ent- und Wiederbelastung während der Dauerstandversuche die Analyse der beanspruchungs- und zeitabhängigen Steifigkeitsdegradation. Dabei wird der Elastizitätsmodul während der Be- bzw. Entlastung als Sekantenmodul aus der Spannungs- und Dehnungsdifferenz des Grund- (Punkt 0 bzw. 3) und Dauerlastniveaus (Punkt 1 bzw. 2) entsprechend Tafel 3.14a ermittelt.

Die in Tafel 3.14b dargestellten Verläufe der zeit- und beanspruchungsabhängigen Elastizitätsmoduln $E_c(t)$ bestätigen die bereits im letzten Kapitel erläuterten Erkenntnisse. Neben den Streuungen der Anfangssteifigkeit, die auf die stochastischen Geometrie- und Materialeigenschaften zurückzuführen sind, ist ein nahezu konstanter, leicht zunehmender Elastizitätsmodul bei den Probekörpern mit einem Belastungsgrad von $0,18 \cdot f_c(t_0)$ bzw. $0,33 \cdot f_c(t_0)$ erkennbar, sodass von einem nahezu stabilen Betongefüge ausgegangen werden kann.

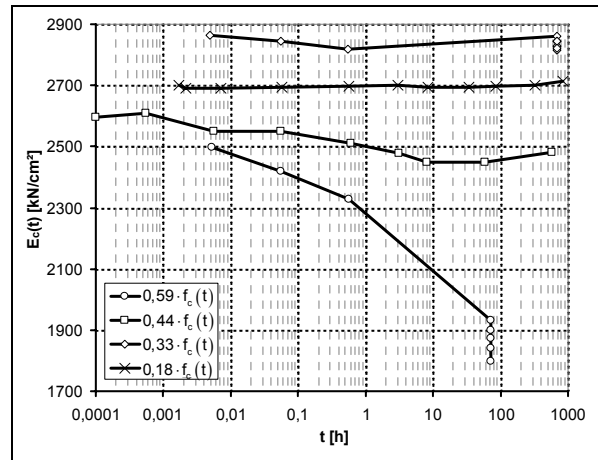
Der mit 44 % der Kurzzeitfestigkeit $f_c(t_0)$ belastete Probekörper weist zu Belastungsbeginn eine deutliche Steifigkeitsdegradation auf, die mit zunehmender Belastungsdauer zum Stillstand kommt. Der scheinbare Steifigkeitsanstieg am Ende der Dauerbelastung ist aufgrund des hohen Betonalters vorwiegend auf die auswertungsbedingte Definition der Steifigkeit zurückzuführen. Da der Einfluss der viskosen Verformungen und der Strukturschädigung auf den Belastungsast von Zyklus zu Zyklus abnimmt, kann sich scheinbar eine Zunahme der Steifigkeit ergeben, die in der Realität nicht vorhanden ist.

Der mit $0,59 \cdot f_c(t_0)$ beanspruchte PCC-Zylinder zeichnet sich durch eine ausgeprägte Steifigkeitsabnahme aus. Aufgrund der fortschreitenden Mikrorissbildung kommt es nach einer Gesamtbelastungsdauer von ca. 4 Tagen zum Probenbruch. Der letzte ermittelte Belastungsmodul liegt bei ca. 70 % der Anfangssteifigkeit $E_{c0}(t)$ (Tafel 3.14c). Es ist jedoch davon auszugehen, dass während der letzten Lasthaltephase die Steifigkeit sowohl in Längs- als auch in Querrichtung weiter abgenommen hat.

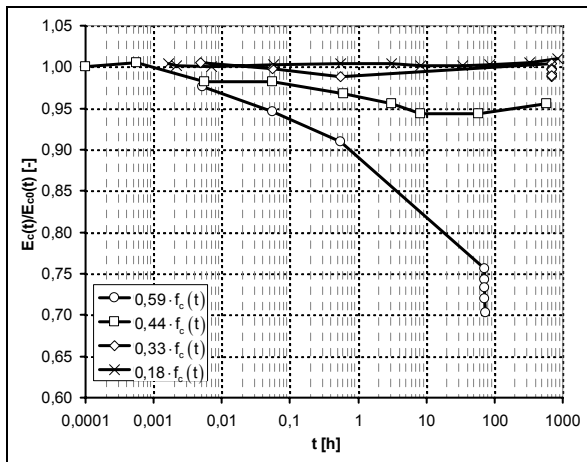
Tafel 3.14: Steifigkeit des PCC infolge einer Dauerbeanspruchung



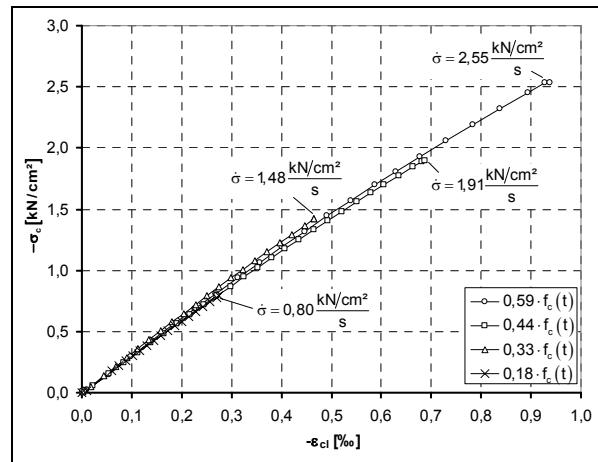
a) Definition der Sekantensteifigkeit



b) Steifigkeit (Belastungsast)



c) Steifigkeit bezogen auf die Anfangssteifigkeit E_{c0} (Belastungsast)



d) Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit auf den Erstbelastungsast

Die Gegenüberstellung des Erstbelastungsastes der vier Probekörper mit unterschiedlicher Dauerbelastung ist in Tafel 3.14d dargestellt. Erwartungsgemäß kann eine Zunahme der Steifigkeit mit steigender Belastungsgeschwindigkeit festgestellt werden, die allerdings aufgrund der geringen Unterschiede der Laststeigerungsraten im Bereich der Materialstreuungen liegt. Weiterhin ist eine nahezu lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung erkennbar, sodass der elastische Verformungsanteil vereinfacht über das HOOKE'sche Gesetz erfasst und die Nichtlinearität der Arbeitslinie des polymermodifizierten Betons vorwiegend auf viskose Verformungen und Strukturschädigungen zurückgeführt werden kann.

3.1.4.4 Kriechverformungen

Für die Beurteilung des Tragverhaltens des polymermodifizierten Betons unter Dauerbeanspruchung wird einerseits entsprechend der linearen Viskoelastizitätstheorie eine konstante Steifigkeit angenommen und die Kriechzahl als Verhältnis der viskosen Verformung zur elastischen Dehnung bei Erstbelastung (Tafel 3.15a; dünne Linien) bestimmt. Andererseits werden unter Berücksichtigung der ermittelten Steifigkeitsdegradation die viskosen Verformungen auf die aktuelle elastische Dehnung bezogen und somit die Strukturschädigung aus der Kriechzahl herausgerechnet (Tafel 3.15a; dicke Linien).

Da sich der Elastizitätsmodul im unteren Beanspruchungsbereich nur unwesentlich ändert, sind die Kurven der unterschiedlichen Bestimmungsmethoden nahezu deckungsgleich. Mit steigender Beanspruchung nimmt der Einfluss der Steifigkeits- bzw. Strukturänderung zu und die Kurven entfernen sich voneinander. Aufgrund der unter hoher Dauerbelastung stattfindenden Steifigkeitsdegradation ist die Kriechzahl mit Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung deutlich kleiner als nach der üblichen Berechnungsmethode, d.h. ohne Berücksichtigung der Steifigkeitsänderung, sodass ein Teil des nichtlinearen Kriechens des polymermodifizierten Betons aus der Änderung des Elastizitätsmoduls resultiert.

Trotz der Berücksichtigung der Steifigkeitsdegradation kann anhand der durchgeführten Untersuchungen bei polymermodifiziertem Beton kein linearer Kriechbereich festgestellt werden. Selbst die im Gebrauchslastbereich beanspruchten Probekörper ($0,18$, $0,33$ und $0,44 \cdot f_c(t_0)$) weisen große Unterschiede im Verlauf der Kriechzahl auf, die nicht allein durch die Unterschiede im Belastungsregime erklärt werden können. Es ist davon auszugehen, dass der Beanspruchungsbereich, in dem lineares Kriechen angenommen werden kann, bei polymermodifiziertem Beton sehr klein ist bzw. nicht existiert und die Vernachlässigung nichtlinearer Effekte bereits im Gebrauchslastbereich zu unzureichenden Ergebnissen führt. Bei einem Beanspruchungsgrad von $0,59 \cdot f_c(t_0)$ bzw. $0,90 \cdot f_{c,28}$ kann bereits sekundäres und tertiäres Kriechen festgestellt werden, das letztendlich zum Versagen des polymermodifizierten Betons führen kann.

Prinzipiell weisen Normalbeton und polymermodifizierter Beton einen ähnlichen Kriech- bzw. Rückkriechverlauf auf. Die Kriechintensität des polymermodifizierten Betons ist jedoch stärker ausgeprägt und liegt um ein Vielfaches über der des Normalbetons. Die analytische Endkriechzahl nach Gl. (2.54) $\varphi_{c,\infty}=2,24$ (für: $f_{cm,28}=26,2 \text{ N/mm}^2$, $RH=65 \%$, $\tau=365 \text{ d}$, $h_0=50 \text{ mm}$), die für die Abschätzung des Langzeittragverhaltens von Normalbeton herangezogen werden kann, wird von den beiden hochbeanspruchten PCC-Probekörpern bereits nach wenigen Tagen überschritten. Da die beiden anderen Druckzylinder am Ende der Belastungszeit einen großen Verformungsanstieg aufweisen, ist zu vermuten, dass diese Probekörper bei einer längeren Dauerbelastung die berechnete Endkriechzahl $\varphi_{c,\infty}=2,24$ ebenfalls überschreiten. Die in der aktuellen Normengeneration verankerte Vorgehensweise zur Erfassung des Langzeittragverhaltens von Beton ist somit nur bedingt auf polymermodifizierte Betonkonstruktionen übertragbar.

Neben der Untersuchung der gesamten Kriechentwicklung können die visko-plastischen und visko-elastischen Verformungsanteile mit Hilfe der zwischengeschalteten Erholungs- bzw.

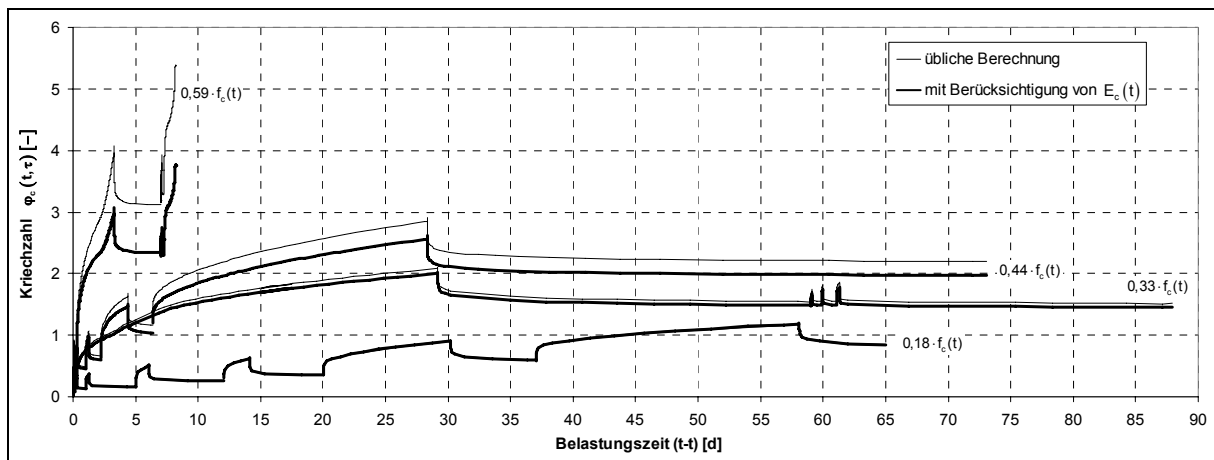
Rückkriechphasen punktuell getrennt und separat untersucht werden. In Tafel 3.15b und c sind die ermittelten visko-plastischen Längsdehnungen bzw. die zugehörigen Kriechzahlen in Abhängigkeit von der kumulierten Gesamtbelastungszeit dargestellt. Für eine übersichtliche Darstellung der Ergebnisse wurden die einzelnen Punkte miteinander linear verbunden. Mit steigendem Belastungsgrad nehmen die irreversiblen Kriechverformungen überproportional zu. Im Untersuchungszeitraum weisen die im Gebrauchslastbereich beanspruchten Probekörper ($0,18$, $0,33$ und $0,44 \cdot f_c(t_0)$) eine mit steigender Beanspruchungsdauer abklingende visko-plastische Kriechrate auf. Im Vergleich zu den anderen Probekörpern zeichnet sich der mit 59% der Kurzzeitfestigkeit $f_c(t_0)$ belastete Druckzylinder durch deutlich größere irreversible Kriechverformungen aus.

Die visko-elastischen Verformungen, die in Tafel 3.15d und e in Abhängigkeit von der Dauer der einzelnen Belastungsphasen dargestellt sind, werden während der Erholungsphasen abgebaut. Der wahre Verlauf zwischen den einzelnen Punkten kann lediglich abgeschätzt werden, sodass die Verbindungslinien die tendenzielle Entwicklung der elastischen Kriechverformungen veranschaulichen. Zum Belastungsbeginn haben die visko-elastischen Verformungen im Vergleich zu Tafel 3.15b prinzipiell einen größeren Einfluss auf den Verlauf der gesamten Kriechdehnung als der visko-plastische Anteil. Im unteren Beanspruchungsbereich ($0,18$, $0,33$ und $0,44 \cdot f_c(t_0)$) streben die visko-elastischen Verformungen mit zunehmender Belastungsdauer schneller einem Endwert entgegen als der visko-plastische Kriechanteil. Bei dem mit $0,59 \cdot f_c(t_0)$ beanspruchten Probekörper führt die mit der Belastungsdauer zunehmende Mikroschädigung zu einer sukzessiven Beschleunigung der reversiblen Kriechverformungen.

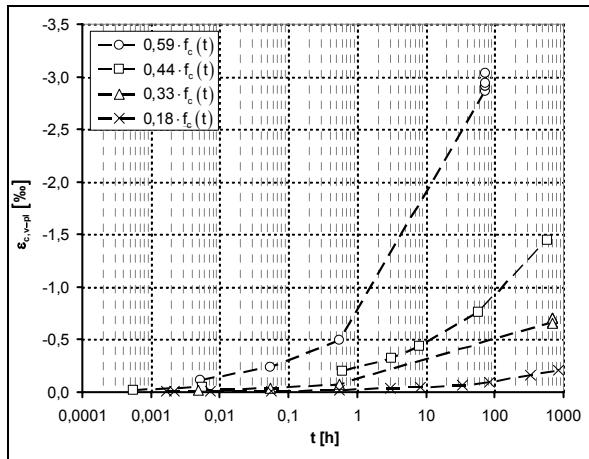
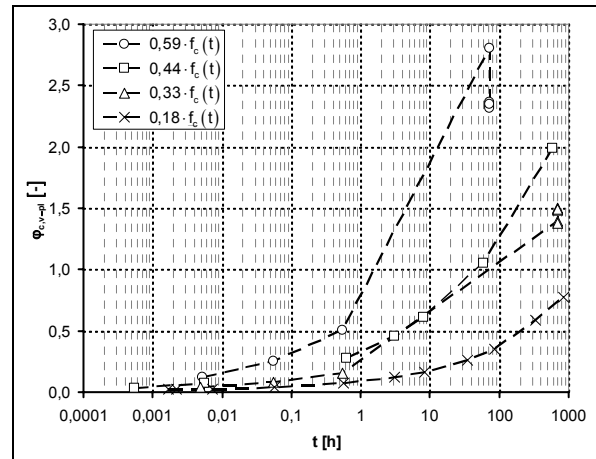
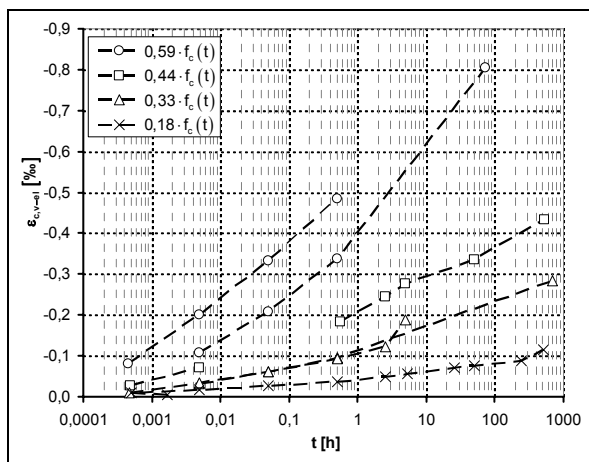
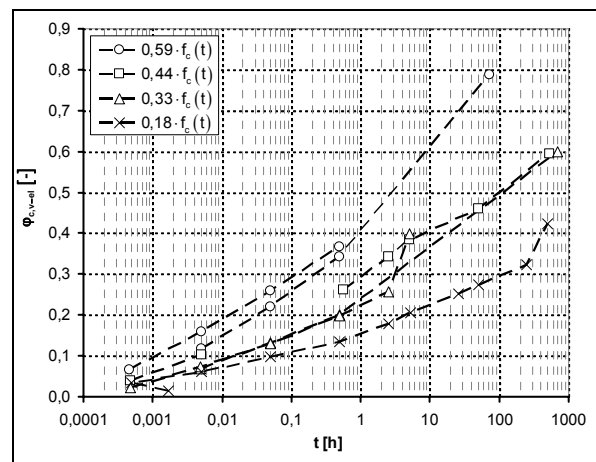
Der auf die Untersuchungen von RÜSCH [1960] zurückzuführende und z.B. in DIN 4227 verankerte Endwert der visko-elastischen Kriechzahl von $0,4$ wird von allen PCC-Probekörpern bereits nach wenigen Tagen überschritten. Neben dem Einfluss der gewählten Be- und Entlastungsgeschwindigkeiten auf die Spannungs-Dehnungslinie ist dies vor allem durch das ausgeprägt viskose Materialverhalten sowie durch die signifikante Steifigkeitsdegradation des polymermodifizierten Betons begründet.

Wie die ermittelten Kriechzahlverläufe zeigen, lassen die durchgeführten Untersuchungen an polymermodifiziertem Beton keine lineare Beziehung zwischen der kriecherzeugenden Spannung bzw. der elastischen Dehnung und der Kriechverformung bzw. deren elastischen und plastischen Anteile erkennen. Die Bestimmung der Kriechauswirkungen des polymermodifizierten Betons auf das Tragverhalten von PCC-Konstruktionen auf der Basis der linearen Kriechtheorien entsprechend Kapitel 2.2.3.4 ist somit nur bedingt aussagefähig.

Tafel 3.15: Entwicklung der viskosen Verformungen des PCC unter Dauerbelastung



a) Entwicklung der Kriechzahl der PCC-Probekörper unter Dauerbelastung

b) visko-plastische Längsdehnung $\epsilon_{c,v-pl}$ c) visko-plastische Kriechzahl $\phi_{c,v-pl}$ d) visko-elastische Längsdehnung $\epsilon_{c,v-el}$ e) visko-elastische Kriechzahl $\phi_{c,v-el}$

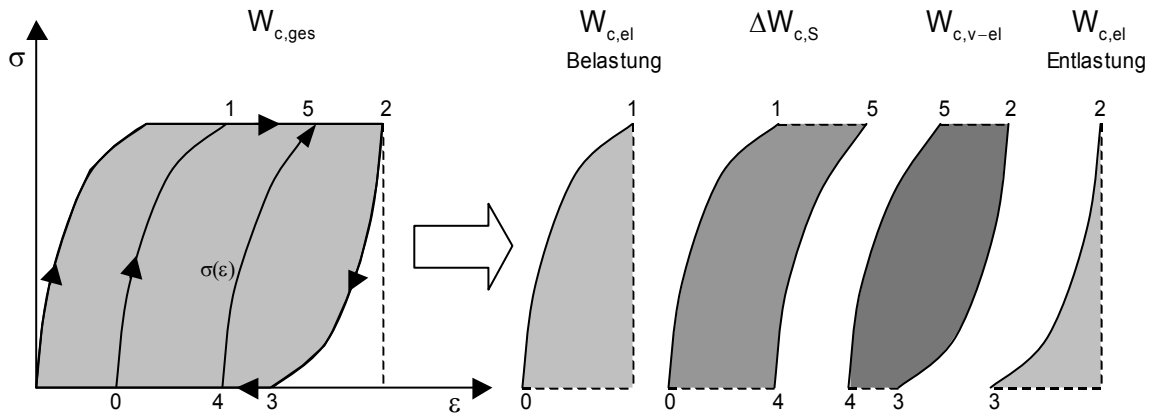
3.1.4.5 Energiebetrachtungen

Analog zu Kapitel 3.1.3.5 wird die material- und volumenspezifische Formänderungsenergie $W_{c,ges}$ aus dem Flächeninhalt der Spannungs-Längsdehnungslinie bestimmt und entsprechend Tafel 3.16a vereinfacht in drei Anteile zerlegt. Die Berechnung der einzelnen Energieanteile für diskrete Zeitpunkte erfolgt nach den Gln. (3.3) bis (3.4) und richtet sich nach den Ent- und Wiederbelastungszeitpunkten. Für die Veranschaulichung der Ergebnisse wurden die einzelnen Werte untereinander linear verbunden. Da der Verlauf zwischen den Berechnungsergebnissen nicht bekannt ist, können diesbezüglich vorwiegend tendenzielle Aussagen abgeleitet werden.

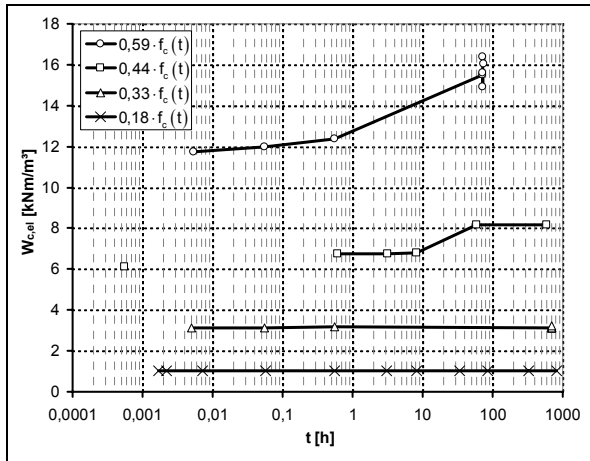
Aus den in Tafel 3.16b bis e dargestellten Verläufen der elastischen, visko-elastischen und dissipierten Energie sowie der gesamten Formänderungsenergie lassen sich folgende Erkenntnisse ableiten:

- Der Anfangswert der elastischen Energie $W_{c,el}$ nimmt erwartungsgemäß mit steigendem Beanspruchungsgrad zu. Infolge der geringen Strukturschädigung der mit 18 % bzw. 33 % der Kurzzeitfestigkeit $f_c(t_0)$ beanspruchten Probekörper bleibt deren elastische Energie $W_{c,el}$ während der Dauerbelastung nahezu konstant. Mit steigender Intensität der Beanspruchung nimmt die zeitabhängige Mikrozerstörung des Betongefüges zu, sodass der elastische Energieanteil während der Lasthaltephase ansteigt.
- Bei allen Probekörpern ist mit zunehmender Beanspruchungsdauer ein Anstieg der visko-elastischen Energie $W_{c,v-el}$, die den kleinsten Energieanteil darstellt, zu erkennen. Während die Werte der Probekörper $0,18 \cdot f_c(t_0)$ bzw. $0,33 \cdot f_c(t_0)$ anscheinend einem Endwert entgegenstreben, ist dies im Verlauf der visko-elastischen Energie $W_{c,v-el}$ der beiden anderen Zylinder nicht zu erkennen.
- Aufgrund der ausgeprägten visko-plastischen Verformungskapazität des polymermodifizierten Betons ist die Zunahme der dissipierten Strukturveränderungsenergie $W_{c,s}$ während der Lasthaltephase größer als bei den anderen Energieanteilen, sodass $W_{c,s}$ am Ende der Dauerbelastung den größten Anteil von $W_{c,ges}$ darstellt. Analog zur visko-elastischen Energie $W_{c,v-el}$ nimmt die dissipierte Energie kontinuierlich zu, wobei mit Überschreiten des Beanspruchungsbereiches, der ein annähernd stabiles Betongefüge aufweist, eine sukzessive Beschleunigung von $W_{c,s}$ zu erkennen ist. Dies ist vorwiegend auf die strukturelle Schädigung und die damit verbundene Steifigkeitsdegradation zurückzuführen.
- Der Verlauf der gesamten Formänderungsenergie spiegelt die Spezifik der einzelnen Energieanteile wider, sodass mit steigender Intensität und Dauer der Beanspruchung die Formänderungsenergie $W_{c,ges}$ zunimmt.

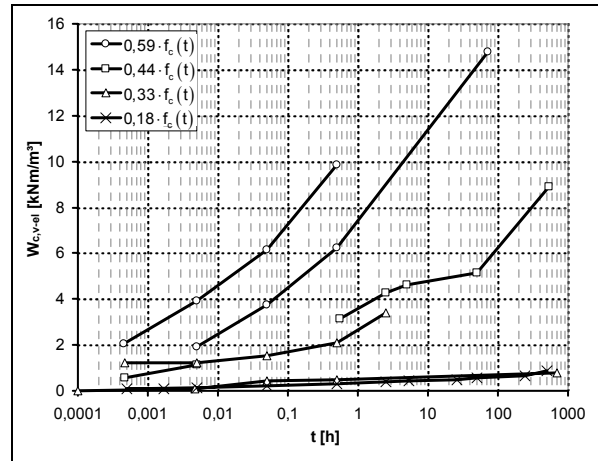
Tafel 3.16: Formänderungsenergie des PCC unter Dauerbelastung



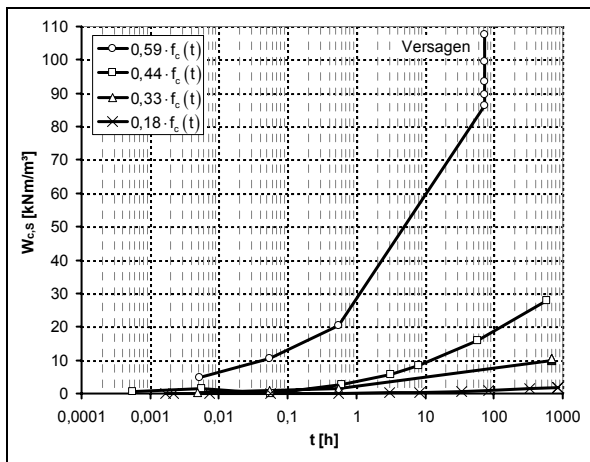
a) Definition der Formänderungsenergie sowie deren Anteile



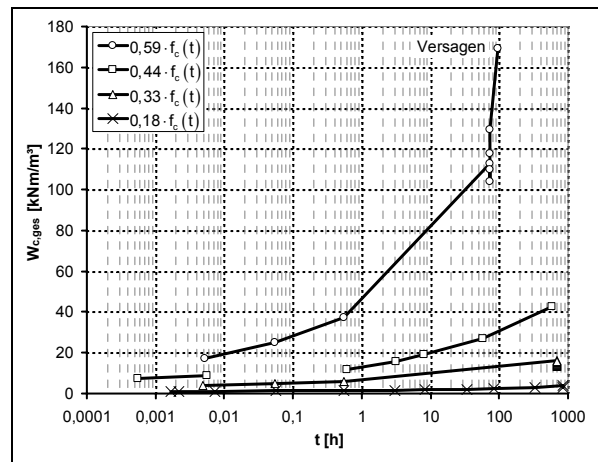
b) elastischer Energieanteil



c) visko-elastischer Energieanteil



d) Strukturveränderungsenergieanteil



e) gesamte Formänderungsenergie

3.2 Versuche an zugbeanspruchten bewehrten Dehnkörpern

3.2.1 Versuchsvorbereitung und -durchführung

Das Versuchsprogramm umfasste 12 zylindrische polymermodifizierte Betondehnkörper mit einer Länge von 100 cm und einem Durchmesser von 10 cm. Weiterhin wurden die in [SFB 524 – FIB (2004)] enthaltenen Versuchsdaten von drei PCC-Dehnkörpern sowie von drei Referenzprobekörpern (ohne Kunststoffmodifikation) herangezogen. Die Herstellung der Probekörper, die an den zeitlichen Verlauf der Versuchsdurchführung angepasst wurde, erfolgte in 6 Chargen zu je drei Dehnkörpern. Wie bereits in Kapitel 3.1.1 beschrieben, wurde als Kunststoffmodifikation eine auf Styren - Acrylsäureester basierende Polymerdispersion mit zusätzlicher Bindemittelwirkung verwendet. Die Zusammensetzung des PCC und des Referenzbetons ist Tab. 3.1 zu entnehmen. Die festgestellten Frisch- und Festbetoneigenschaften wurden bereits in Kapitel 3.1.1 beschrieben und sind in Tab. 3.3 dargestellt.

Für die Fertigung wurde der PCC bzw. der Referenzbeton in ein PVC-Rohr (Tafel 3.17a), das als Schalung diente, gefüllt und verdichtet. Als Bewehrungsmaterial wurde ein Betonstahlstab (BSt 500 S) bzw. ein glasfaserverstärkter Kunststoffstab (ComBAR) mit einem Durchmesser von 12 mm mittig eingebaut. Die Materialeigenschaften der Bewehrung sind Tab. 3.5 zu entnehmen. Nach einer Woche wurden die Probekörper ausgeschalt und bis zum Versuchsbeginn am 28. Tag unter Raumklima gelagert. Die Lage des Erst- risses wurde durch eine in Probekörpermitte eingefräste, 3 bis 4 mm tiefe Nut (Sollrissstelle) festgelegt.

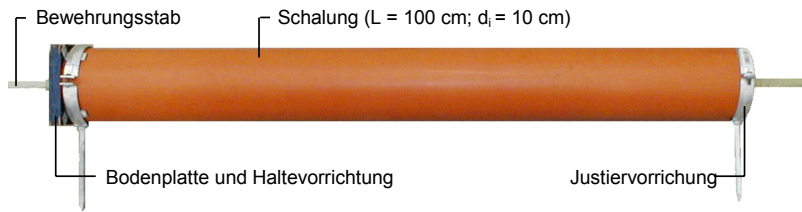
Kenngrößen		ComBAR	BSt 500 S
Stabdurchmesser	[mm]	12	12
Zugfestigkeit	[N/mm ²]	680	550
Streckgrenze	[N/mm ²]	680	500
Elastizitätsmodul (Zug)	[N/mm ²]	42.000	200.000
max. Verbundspannung	[N/mm ²]	17	15...25
Bruchdehnung	[‰]	16	>25
Dichte	[g/cm ³]	2,1	7,85
Gewicht	[kg/m]	0,237	0,888

Tab. 3.5: Kenngrößen der GFK- und Betonstahlbewehrung
[Marshall Industries Composites Inc. U.S. (1997);
DIN 488 (1984)]

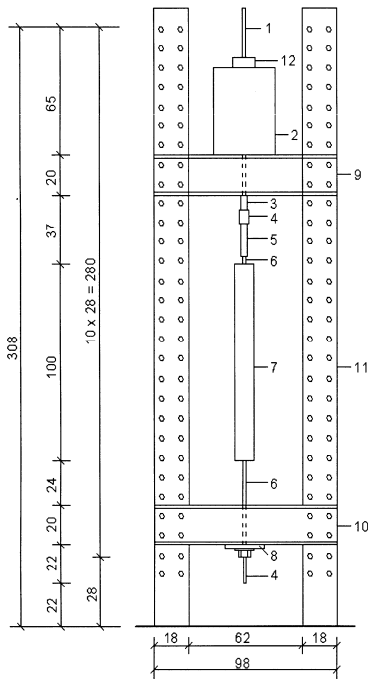
Die experimentellen Untersuchungen konzentrieren sich auf drei Schwerpunkte:

1. *Erfassung des prinzipiellen Einflusses der Polymermodifikation auf das Tragverhalten bewehrter Betonelemente*
Anhand der Messdaten in [SFB 524 – FIB (2004)] werden das Tragverhalten von drei PCC-Dehnkörpern und drei Referenzprobekörper gegenübergestellt.
2. *Untersuchung des Formänderungsverhaltens, der Steifigkeitsentwicklung, der Formänderungsenergie und der Mitwirkung des PCC zwischen den Rissen sowie des Einflusses von Vorbelastungen*
Hierfür werden die PCC-Dehnkörper der Chargen 1 bis 3 niederzyklisch entsprechend der Lastregime 2 bis 4 belastet (Tafel 3.18b bis d).
3. *Ermittlung des Einflusses des Bewehrungsmaterials auf das Tragverhalten bewehrter PCC-Elemente*
Hierfür werden die GFK-stabbewehrten Dehnkörper der Charge 4 niederzyklisch entsprechend Lastregime 2 beansprucht und die Ergebnisse mit den Werten der betonstahlbewehrten Probekörper der Charge 1 verglichen (Tafel 3.18b).

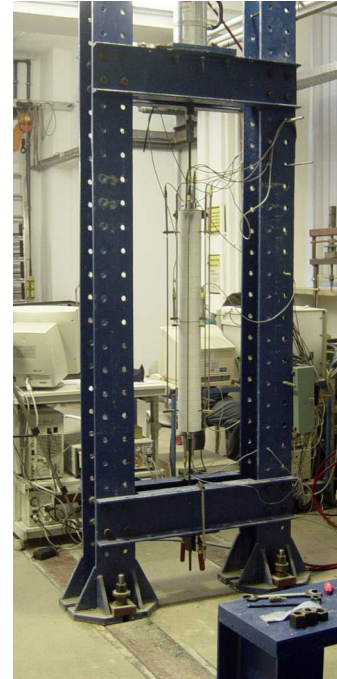
Tafel 3.17: Schalung, Prüfrahen und Messstellenanordnung der Versuche an bewehrten Betondehnkörpern



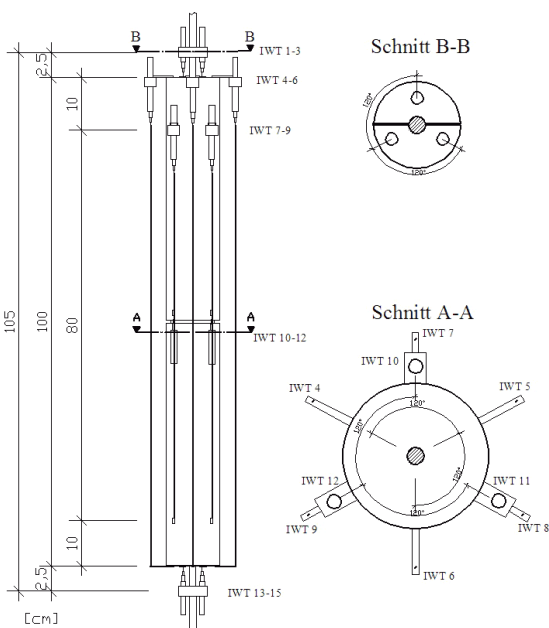
a) Schalung



- 1 Gewindestange M16
- 2 Prüfcylinder
- 3 Gewindehülse M16 auf M24
- 4 Langgewindemutter M24
- 5 Gewindehülse M24
- 6 Bewehrungsstab
- 7 Prüfkörper
- 8 Lastverteilungsplatte
- 9 oberes Querhaupt
- 10 unteres Querhaupt
- 11 Stützen
- 12 Kugelkalotte und Kraftmessdose



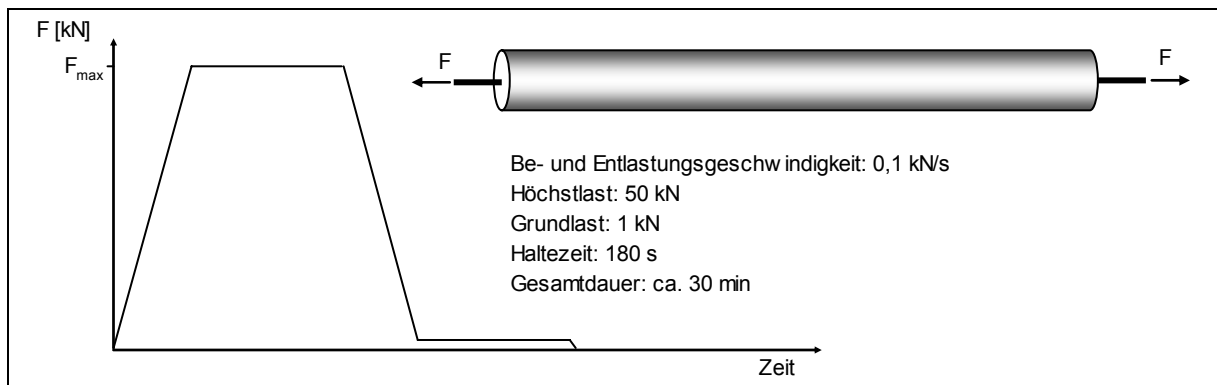
b) Prüfrahen



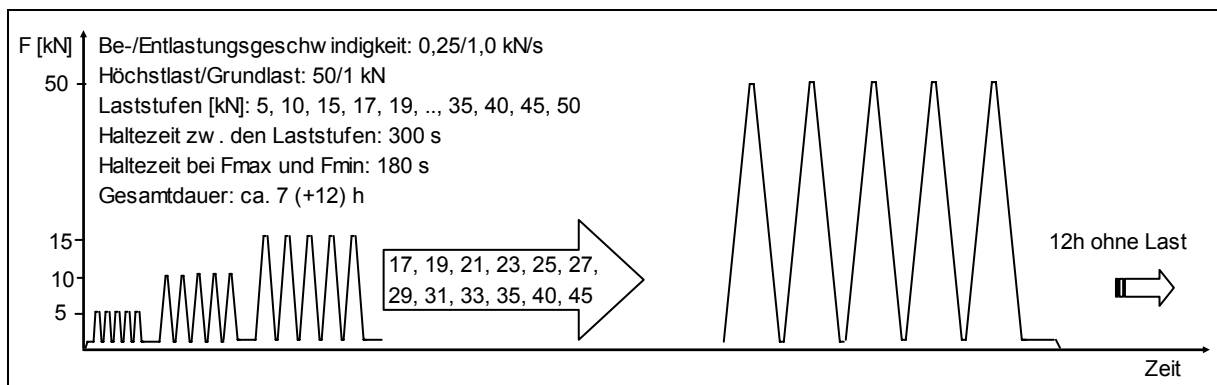
Messinstrument	Typ	Messgrößen
IWT 1-3	IWT 2	Stabschlupf an der oberen Stirnseite
IWT 4-6	IWT 10	Verformung über 100 cm (L1)
IWT 7-9	IWT 10	Verformung über 80 cm (L2)
IWT 10-12	IWT 2	Verformung der Sollrisstelle
IWT 13-15	IWT 2	Stabschlupf an der unteren Stirnseite
Kraftmessdose	KMD 200	eingeleitete Zugkraft

c) Anordnung der induktiven Wegaufnehmer (IWT)

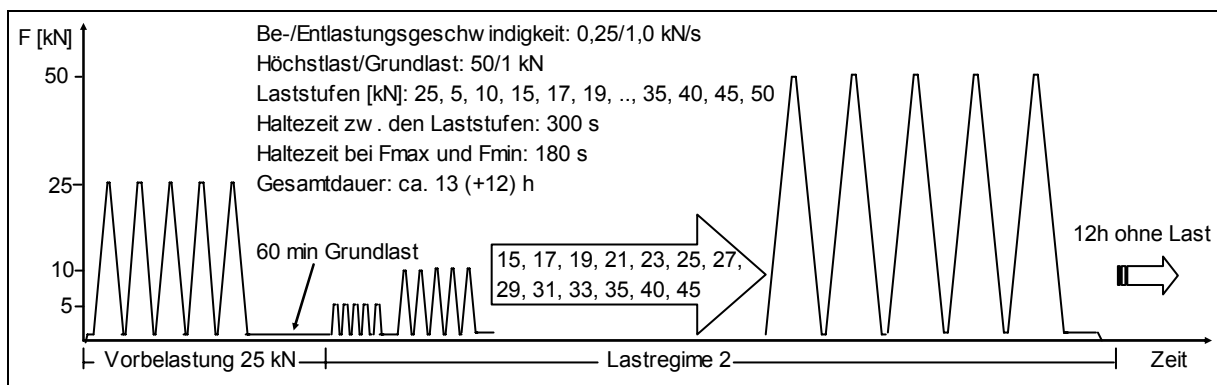
Tafel 3.18: Lastregime der Zugversuche an bewehrten Betondehnkörpern



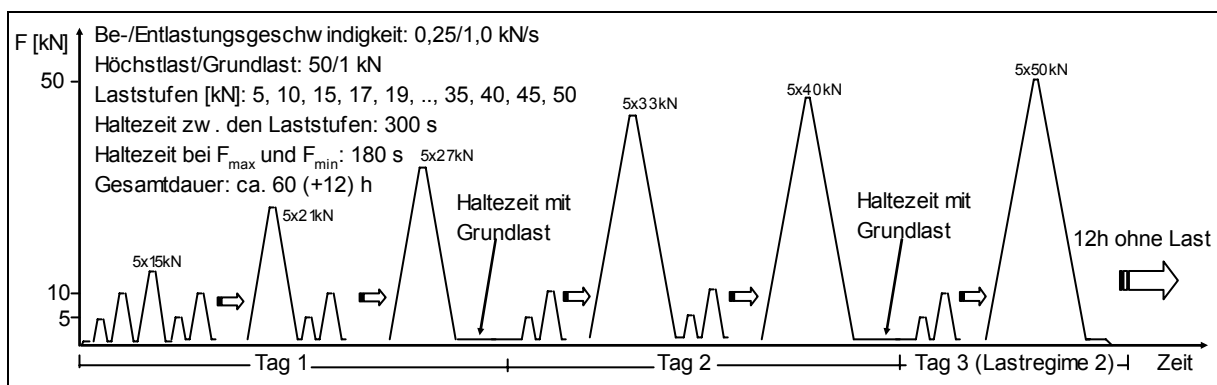
a) Lastregime 1



b) Lastregime 2



c) Lastregime 3



d) Lastregime 4

Die experimentellen Untersuchungen erfolgten in einem geschlossenen Rahmensystem mit einer Hydraulikanlage der Versuchstechnischen Einrichtung (VTE) der Bauhaus-Universität Weimar (Tafel 3.17b). Alle Versuche wurden kraftgesteuert mit einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,10 kN/s bzw. 0,25 kN/s und einer Entlastungsgeschwindigkeit von 0,10 kN/s bzw. 1,0 kN/s durchgeführt. Im Versuchsprogramm wurde keine Belastung im Fließbereich der Betonstahlbewehrung vorgesehen. Die verwendeten Lastregime sind in Tafel 3.18 schematisch dargestellt. Im Intervall von ca. 0,5 Sekunden wurden die Verformungen der Sollrissstelle, des Gesamtkörpers (Messbasis L1 - 100 cm), des Teilbereiches L2 (80 cm) und der Schlupf der Bewehrung an den beiden Stirnseiten mit insgesamt 15 induktiven Wegaufnehmern sowie die Kraft mit einer Kraftmessdose gemessen. Die Anordnung der Messinstrumente ist in Tafel 3.17c dargestellt. Weiterhin wurden die Rissentwicklung sowie die Rissbreiten visuell und fotografisch erfasst.

Einen Überblick über das Versuchsprogramm der Dehnkörper aus bewehrtem PCC sowie der Referenzprobekörper gibt Tab. 3.6.

Probekörperbezeichnung	Beton	Bewehrung	A_c [cm ²]	A_s [cm ²]	ρ_s [%]	Lastregime	Laststufen /Zyklen	hergestellt	geprüft
Ausgewählte Probekörper der Versuchsserie FIB [SFB 524 – FIB (2004)]									
PCC 2-1	PCC	BSt 500 S	77,41	1,13	1,46	1	1/1	13.01.04	10.02.04
PCC 2-2									10.02.04
PCC 2-3									10.02.04
Ref. 0-1	Normbeton	BSt 500 S	77,41	1,13	1,46	1	1/1	06.01.04	03.02.04
Ref. 0-2									04.02.04
Ref. 0-3									04.02.04
Versuchsserie 3									
D3-K2S-1.1	PCC	BSt 500 S	77,41	1,13	1,46	2	16/5	20.01.04	16.02.04
D3-K2S-1.2									17.02.04
D3-K2S-1.3									18.02.04
D3-K2S-2.1	PCC	BSt 500 S	77,41	1,13	1,46	3	17/5	27.01.04	23.02.04
D3-K2S-2.2									24.02.04
D3-K2S-2.3									25.02.04
D3-K2S-3.1	PCC	BSt 500 S	77,41	1,13	1,46	4	60/5	03.02.04	03.-05.03.04
D3-K2S-3.2									08.-10.03.04
D3-K2S-3.3									15.-17.03.04
D3-K2GFK-4.1	PCC	ComBar	77,41	1,13	1,46	2	16/5	24.02.04	23.03.04
D3-K2GFK-4.2									24.03.04
D3-K2GFK-4.3									25.03.04

Tab. 3.6: Versuchsprogramm (Dehnkörper)

3.2.2 Grundlagen der Versuchsauswertung

Der Versuchsauswertung liegen die nachfolgenden grundlegenden Annahmen und Voraussetzungen zugrunde.

- Die diskreten Einzelrisse sowie die damit verbundene Steifigkeitsverteilung werden über die gesamte Elementlänge als „verschmiert“ betrachtet.
- Die mittlere Dehnung der Einzelkomponenten wird auf die Längenänderung des ge-

samten Dehnkörpers zurückgeführt.

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{cm} = \frac{\Delta l}{l} \quad (3.11)$$

- Da die Stirnseiten bereits bei Belastungsbeginn Rissflächen darstellen, wird die mittlere Dehnung der Dehnkörper ε_m im ungerissenen Zustand anhand der Ergebnisse der Messlänge L_2 (Teilbereich des Dehnkörpers) bestimmt.

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta l_{L_2}}{l_{L_2}} = \frac{\Delta l_{L_2}}{80 \text{ cm}} \quad (3.12)$$

- Im Zustand II, d.h. nach der Bildung des ersten Risses, werden die Verformungen der Randbereiche sowie der Schlupf s_o bzw. s_u der oberen bzw. unteren Stirnseite berücksichtigt und die mittlere Verformung der Dehnkörper ε_m wie folgt berechnet.

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta l_{L_1} + s_o + s_u}{l_{L_1}} = \frac{\Delta l_{L_1} + s_o + s_u}{100 \text{ cm}} \quad (3.13)$$

- Da im Versuchsprogramm lediglich Beanspruchungen unterhalb der Elastizitätsgrenze der Bewehrung vorgesehen waren, wird für die Bewehrung ein linear-elastisches Materialverhalten angenommen. Dementsprechend sind die mittlere Beanspruchung

$$\sigma_{sm} = E_s \cdot \varepsilon_{sm}, \quad (3.14)$$

die Steifigkeit bzw. Dehnsteifigkeit

$$E_s \text{ bzw. } D_s = E_s \cdot A_s \quad (3.15)$$

und die Formänderungsenergie

$$W_{sm} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{sm} \cdot \varepsilon_{sm} \quad (3.16)$$

der Bewehrung in jedem Punkt der Kraft-Verformungslinie der Dehnkörper eindeutig bestimmt.

- Der Beton wird im ungerissenen und im gerissenen Zustand vereinfacht als homogener Werkstoff betrachtet und eine über den gesamten Betonquerschnitt sowie über die Elementlänge konstante Spannungsverteilung angenommen.
- Die Betonverformungen werden in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegt, wobei ein Teil der elastischen und plastischen Verformungen auf die Rissbildung bzw. auf die „verschmierten“ Rissbreiten w_c zurückzuführen ist.

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{cm,el} + \varepsilon_{cm,pl} \quad (3.17)$$

- Lokale Strukturschädigungen, wie beispielsweise die Verbundschädigung und die Rissbildung des Betons, die zu einer mittleren Steifigkeitsdegradation des gesamten Dehnkörpers führen, werden als mittlere Steifigkeitsabnahme des Betons aufgefasst.
- Die für das Verbundelement und deren Einzelkomponenten ermittelten Ergebnisse stellen vorwiegend integrale Größen dar, die insbesondere im Stadium der Einzelrissbildung die Formänderungseigenschaften sowohl ungerissener als auch gerissener Teilbereiche einschließen.

Zur Einordnung der gewonnenen Erkenntnisse zum Tragverhalten von bewehrtem polymermodifiziertem Beton werden die Messdaten ähnlicher Versuche an bewehrten Dehnkörpern aus Normalbeton [Füllsack-Köditz (2004)] und hochfestem Beton, die an der Professur Massivbau I der Bauhaus-Universität Weimar durchgeführt wurden, herangezogen. In Tab. 3.7 sind ausgewählte experimentell ermittelte Ergebnisse der Untersuchungen an polymermodifizierten Betondehnkörpern sowie der Versuche an bewehrtem Normalbeton und hochfesten Beton zusammengestellt. Bereits hier sind Unterschiede im Tragverhalten der unterschiedlichen Betone bzw. der unterschiedlichen Bewehrungsmaterialien erkennbar. Infolge der im Vergleich zum Normalbeton höheren Zugfestigkeit sind bei den betonstahlbewehrten Probekörpern aus PCC und hochfestem Beton weniger Risse und damit größere Rissabstände und Rissbreiten festzustellen. Der Vergleich der unterschiedlichen Bewehrungsmaterialien zeigt, dass die GFK-stabbewehrten Betonelemente deutlich mehr Risse, kleinere

Probekörper	Verbundlänge [mm]	F_{\max} [kN]	F_{Riss} [kN]	Rissanzahl [Stück]	max w [mm]	w_m [mm]	max s [mm]	s_m [mm]
Ausgewählte Probekörper der Versuchsserie FIB [SFB 524 – FIB (2004)]								
PCC 2-1	999	50	19,6	5	0,36	-	210	170
PCC 2-2	999	50	20,9	3	0,54	-	290	290
PCC 2-3	999	50	-	5	(0,25)	-	260	260
Ref. 0-1	999	50	-	5	(0,25)	-	210	170
Ref. 0-2	999	50	-	6	(0,21)	-	190	140
Ref. 0-3	999	50	17,8	5	0,35	-	180	170
Versuchsserie 3 – polymermodifizierter Beton								
D3-K2S-1.1	998	50	19	3	0,70	0,61	280	200
D3-K2S-1.2	999	50	17	4	0,65	0,46	320	167
D3-K2S-1.3	995	50	17	4	0,65	0,47	305	166
D3-K2S-2.1	996	50	19	3	0,65	0,53	265	199
D3-K2S-2.2	999	50	22	4	0,65	0,50	310	167
D3-K2S-2.3	995	50	19	4	0,65	0,54	260	165
D3-K2S-3.1	999	50	17	4	0,65	0,48	260	167
D3-K2S-3.2	996	50	17	4	0,70	0,51	300	166
D3-K2S-3.3	998	50	17	3	0,55	0,42	275	200
D3-K2GFK-4.1	998	50	17	6	1,80	1,51	180	100
D3-K2GFK-4.2	999	50	17	5	2,50	1,87	170	100
D3-K2GFK-4.3	996	50	17	5	2,00	1,48	215	111
Versuchsserie 2 – hochfester Beton								
D2-C1-01	990	38,0	22,0	11	0,98	0,59	180	90
D2-C1-02	999	50,0	26,0	8	0,95	0,60	220	97
D2-C1-03	991	50,0	28,0	6	1,46	0,90	250	140
D2-C1-04	996	50,0	24,0	8	1,35	1,02	200	111
D2-S-01	993	50,0	20,0	7	0,50	0,35	170	132
D2-S-02	996	50,0	18,0	5	0,53	0,40	190	180
Versuchsserie 1 – Normalbeton [Füllsack-Köditz (2004)]								
D1-C1-2	999	45	22	14	0,63	0,63	140	67
D1-C1-3	998	45	20	13	0,82	0,77	125	71
D1-C1-4	999	45	23	12	0,69	0,67	150	77
D1-S-1	997	45	15	5	0,33	0,30	200	167

Tab. 3.7: Überblick über ausgewählte experimentell ermittelte Daten - Dehnkörper

Rissabstände und wesentlich größere Rissbreiten aufweisen.

Entsprechend der im Kapitel 3.2.1 beschriebenen Schwerpunkte werden in den nachfolgenden Kapiteln die Versuchsergebnisse vorgestellt. Für die Gegenüberstellung der unterschiedlichen Betone werden vorwiegend bezogene Kenngrößen verwendet. Es ist zu beachten, dass die experimentell ermittelten Daten durch Schwankungen der Material- und Geometrie Kenngrößen, durch Umweltbedingungen sowie durch Messtoleranzen beeinflusst werden.

3.2.3 Einfluss der Polymermodifikation

Im Kapitel 3.1.2 wurden bereits Aussagen zum Einfluss der Polymermodifikation auf das Betontragverhalten unter Druckbeanspruchung getroffen, die nun für betonstahlbewehrte zugbeanspruchte Betonelemente ergänzt werden sollen. Entsprechend [Flohr (2005)] wurden die in [SFB 524 – FIB (2004)] enthaltenen drei Referenzprobekörper (Normalbeton) und drei Dehnkörper aus polymermodifiziertem Beton, die einer monoton steigenden Zugbeanspruchung (Lastregime 1) unterzogen wurden, miteinander verglichen. Aufgrund der erhöhten Zugfestigkeit des PCC findet die Rissbildung auf einem höheren Beanspruchungsniveau statt (Tafel 3.19a). Dies führt bis zum Stadium der abgeschlossenen Rissbildung zu einem steiferen Gesamttragverhalten der polymermodifizierten Betondehnkörper. Anschließend nähern sich die Kurven an und weisen nahezu identische Verformungen auf. Der Entlastungsast und die bleibende Verformung der beiden betonstahlbewehrten Betone sind ähnlich.

Mit dem Überschreiten der Zugfestigkeit im Bereich der Sollrissstelle setzt die Erstrissbildung ein und die Verformungen nehmen sprunghaft zu (Tafel 3.19b). Bei weiterer Laststeigerung ist eine sukzessive Vergrößerung der Rissbreite festzustellen, die bei den betonstahlbewehrten PCC-Probekörpern stärker ausgeprägt ist als bei den Referenzdehnkörpern. Aufgrund der geringeren Druckfestigkeit, die den Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton entscheidend beeinflusst, sowie der größeren Zugfestigkeit des PCC stellen sich im Vergleich zum Normalbeton größere Rissbreiten und Rissabstände ein. Hinsichtlich der Dauerhaftigkeit ist dies bei der Auslegung von Tragwerken aus polymermodifiziertem Beton zu berücksichtigen. Nach Entlastung der Dehnkörper weisen die PCC-Dehnkörper eine größere bleibende Rissbreite im Bereich der Sollrissstelle auf als die Referenzprobekörper. Dies ist vorrangig auf stärkere Verklemmungen im Rissquerschnitt sowie in der Verbundzone zurückzuführen.

Die gemessene Kraft-Schlupfbeziehung der oberen und unteren Dehnkörperstirnseite (Tafel 3.19c und d) bestätigt die Ergebnisse der Sollrissstelle. Während der Schlupf der betonstahlbewehrten Referenzprobekörper mit steigender Beanspruchung nahezu linear zunimmt und annähernd vollständig reversibel ist, zeichnen sich die PCC-Probekörper durch einen stark nichtlinearen Kraft-Schlupfverlauf und durch einen bleibenden Schlupf nach Entlastung aus. Im Vergleich zum Normalbeton sind die Werte der polymermodifizierten Betonprobekörper aufgrund der geringeren Druckfestigkeit und des kleineren Elastizitätsmoduls des PCC um ein Vielfaches größer.

Für die Beurteilung der Verbundschädigung wurden die Probekörper in Längsrichtung aufgeschnitten und die Verbundzone untersucht (Abb. 3.5). An den Probekörpern waren die Betonkonsolen, die lediglich geringe Schädigungen aufwiesen, deutlich zu erkennen. Ein Abscheren der Betonkonsolen kann nicht festgestellt werden. Es ist zu vermuten, dass der PCC im Bereich der Verbundzone aufgrund der hohen Elastizität sowie Duktilität größere Deformationen als der Referenzbeton aufweist und sich dadurch größere Rissabstände und Rissbreiten einstellen. Infolge der größeren Relativverschiebung zwischen der Bewehrung und dem Beton sind die Verklemmungen im Rissquerschnitt sowie in der Verbundzone und damit die bleibenden Verformungen stärker ausgeprägt.

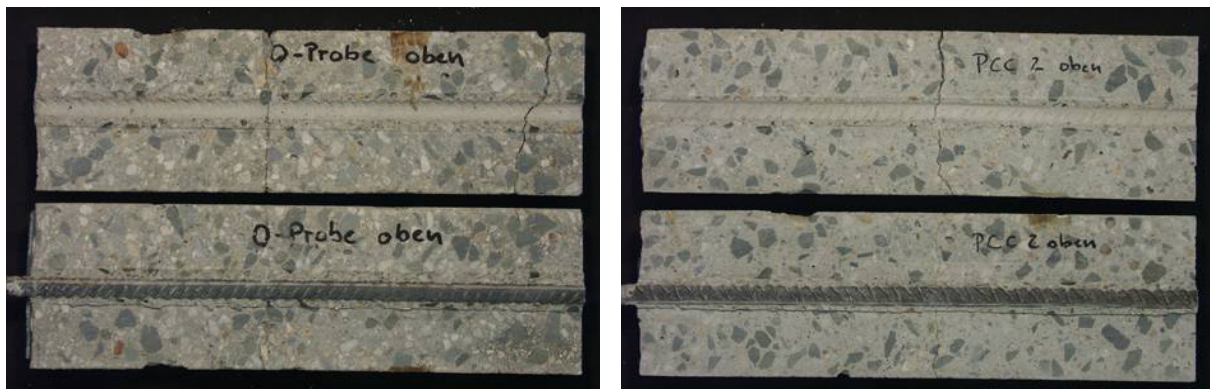
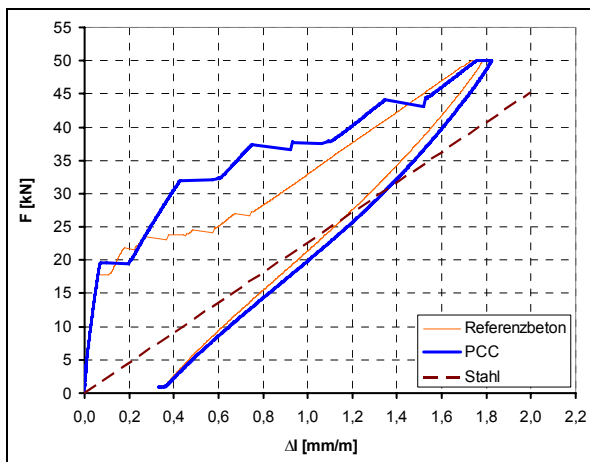


Abb. 3.5: Verbundzone der Dehnkörper, Referenzprobe (links), PCC (rechts) [Flohr (2005)]

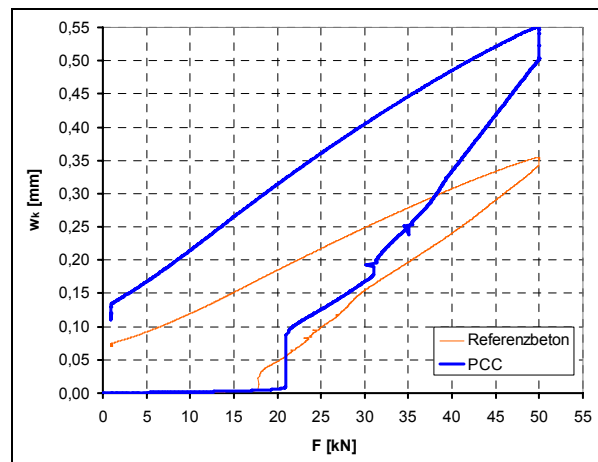
Für die Beurteilung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wurden anhand der Versuchsdaten unter Berücksichtigung der in Kapitel 3.2.2 beschriebenen Annahmen und Voraussetzungen der beanspruchungsabhängige Verlauf der mittleren Betonspannung σ_{cm} bzw. der bezogenen Betonspannung σ_{cm}/f_{ct} berechnet (Tafel 3.19e und f). Aufgrund der Stochastik der Materialeigenschaften, der Kerbwirkung der Sollrissstelle, der versuchs- und herstellungsbedingten Asymmetrie der Probekörper sowie gegebenenfalls der Mikrorissbildung infolge des Betonschwindens liegt die maximal erreichte Spannung der beiden Betone unterhalb der zentralen Betonzugfestigkeit (PCC: $f_{ct}=4,0 \text{ N/mm}^2$; Referenzbeton: $f_{ct}=2,7 \text{ N/mm}^2$).

Mit der Bildung weiterer Risse nimmt die mittlere Betonspannung, die eine integrale Größe über den gesamten Dehnkörper darstellt, ab. Im Stadium der abgeschlossenen Rissbildung kann eine nahezu konstante mittlere Betonspannung festgestellt werden. Da durch die Polymermodifikation die Zugfestigkeit zunimmt und somit die Rissbildung auf ein höheres Beanspruchungsniveau verschoben wird, nimmt die mittlere Spannung des PCC im Vergleich zum Referenzbeton langsamer ab. Die Endwerte der Zugspannung der beiden Betone sind nahezu identisch, sodass bei abgeschlossener Rissbildung die Polymermodifikation auf die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nahezu keinen bzw. einen geringen Einfluss hat. Während im Stadium der abgeschlossenen Rissbildung die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen der Normalbetonprobekörper bei ca. 50% der Zugfestigkeit f_{ct} liegt, weisen die PCC-Dehnkörper lediglich $0,3 \cdot f_{ct}$ auf. Die für Normalbeton unter monoton steigender Belastung gültigen Berechnungsansätze zur Berücksichtigung des tension-stiffening-Effektes sind somit prinzipiell auf PCC-Elemente übertragbar, wobei einige Modifikationen z.B. hinsichtlich der Größe der Zugversteifung notwendig sind.

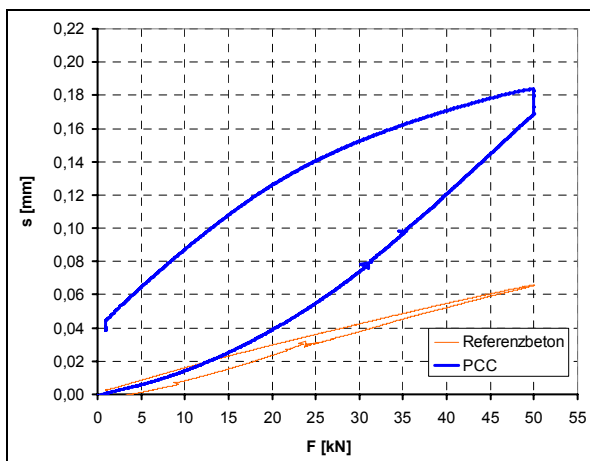
Tafel 3.19: Formänderungsverhalten des betonstahlbewehrten zugbeanspruchten PCC und Referenzbetons nach Messdaten in [SFB 524 – FIB (2004)]



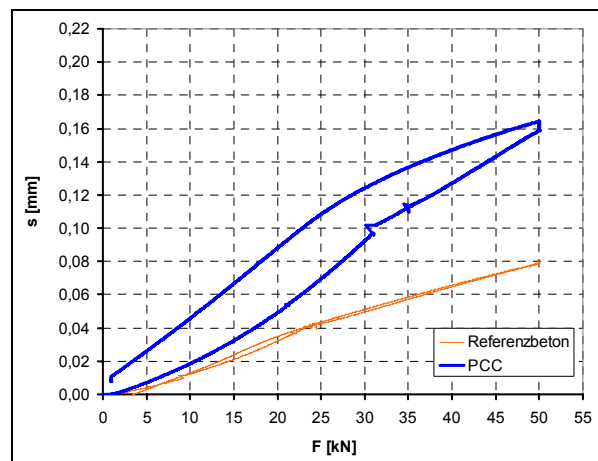
a) Kraft-Verformungsbeziehung



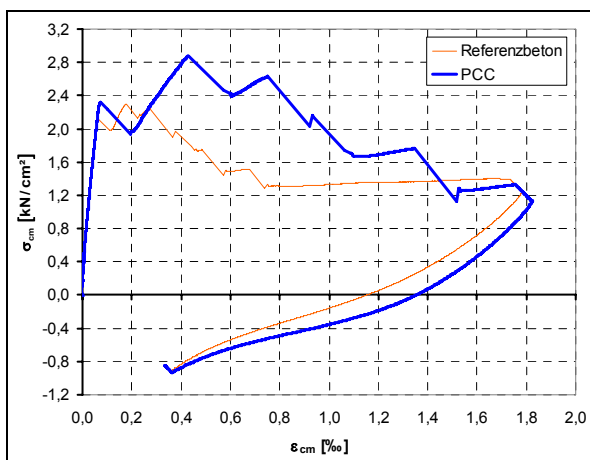
b) Rissbreite der Sollrissstelle



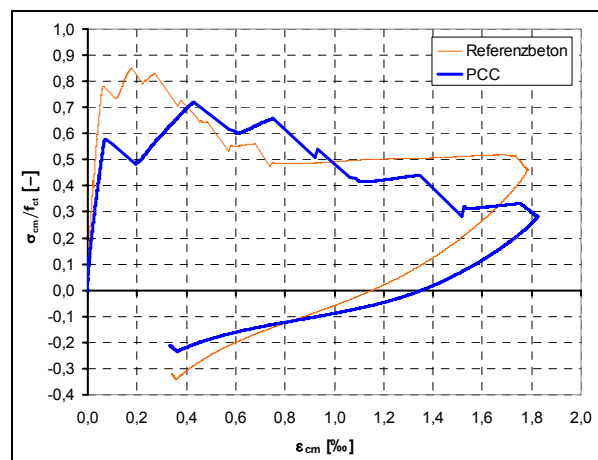
c) Kraft-Schlupfbeziehung (oben)



d) Kraft-Schlupfbeziehung (unten)



e) Spannungs-Dehnungsbeziehung



f) bezogene Spannungs-Dehnungsbeziehung

3.2.4 Auswertung der Versuche unter mehrfach wiederholter Belastung

3.2.4.1 Kraft-Verformungskurve

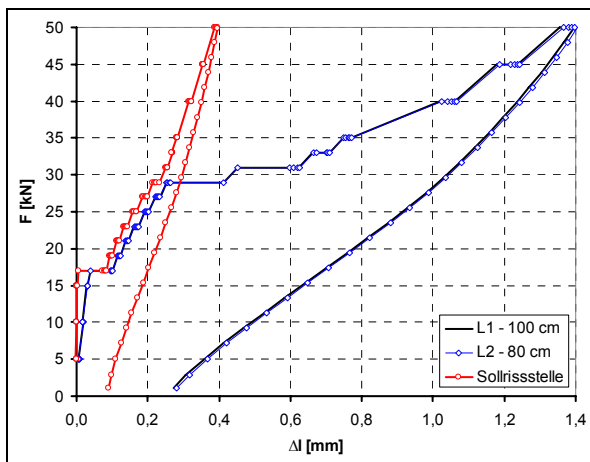
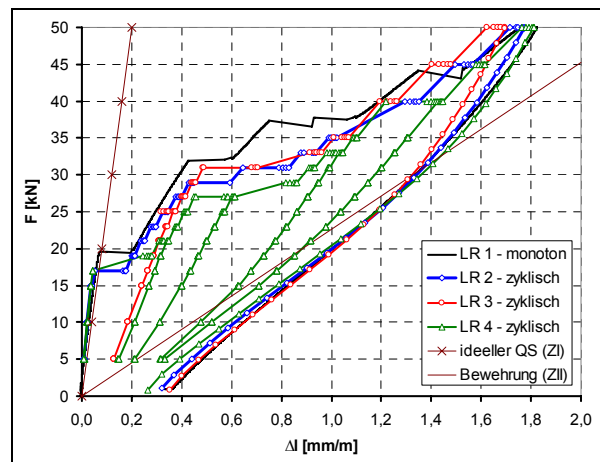
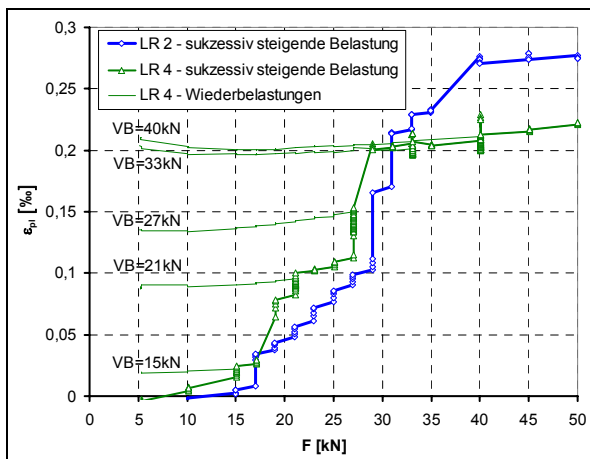
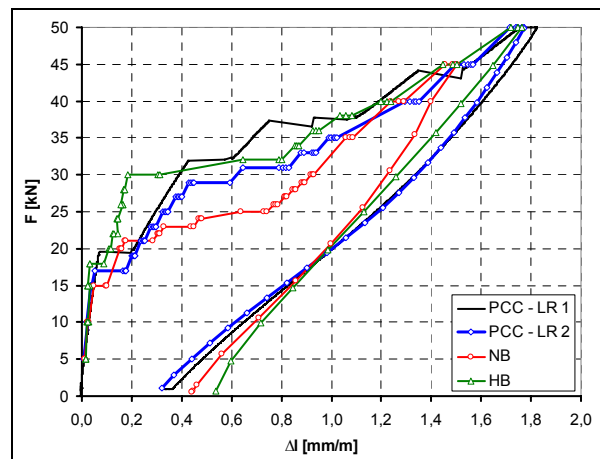
Die ermittelten Kraft-Verformungs-Beziehungen der zyklisch belasteten betonstahlbewehrten Dehnkörper zeigen, dass die Gesamtverformungen im Zustand I und im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung nahezu proportional zur Laststeigerung zunehmen (Tafel 3.20a). Im Bereich der Einzelrissbildung ist ein überproportionaler, teilweise sprunghafter Zuwachs der Verformungen zu beobachten. Der Beanspruchungsunterschied zwischen der Entstehung des ersten Risses im Bereich der Sollrissstelle (bei ca. 17 kN) und der weiteren Rissbildung (bei ca. 29 kN) kann u.a. auf die Kerbwirkung und Querschnittsschwächung der Nut zurückgeführt werden.

Die Verformungen der Dehnkörper resultieren vorwiegend aus den Deformationen der Rissstellen, sodass sich ein Großteil der Gesamtverformung aus der Summe der Rissbreiten zusammensetzt. Da die Stirnseiten bereits bei der Erstbelastung Rissflächen darstellen, beteiligt sich der Beton in den Randbereichen nur geringfügig an der Kraftübertragung. Diese Tatsache wird durch die nahezu identischen Ergebnisse der Verformungen über 100 cm (L1) und der Verformungen über 80 cm (L2) bestätigt.

Für die Untersuchung der mittleren Kraft-Verformungsbeziehung und des Einflusses der unterschiedlichen Lastregime werden die im Kapitel 3.2.2 beschriebenen Annahmen und Voraussetzungen herangezogen und die mittlere Dehnung der Probekörper ε_m bzw. der Bewehrung ε_{sm} ermittelt. Dabei werden im ungerissenen Zustand die Randbereiche vernachlässigt und die mittlere Dehnung ε_m nach Gl. (3.12) bestimmt. Im gerissenen Zustand werden die Verformung und der Schlupf der Randbereiche hinzugezogen und ε_m nach Gl. (3.13) ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tafel 3.20b dargestellt.

Im Zustand I, d.h. im ungerissenen Zustand, stimmen die experimentell ermittelten Dehnungen aller Probekörper und die theoretischen Werte des ideellen Querschnitts annähernd überein. Während die Kraft-Verformungslinien der Probekörper mit einer sukzessiven Laststeigerung entsprechend Lastregime 2 (LR 2) den bereits beschriebenen Verlauf aufweisen, kann bei einer mehrfach wiederholten Ent- und Wiederbelastung ein nahezu linearer F - Δl -Verlauf festgestellt werden (LR 3 und 4). Der nichtlineare Verlauf der Kraft-Verformungsbeziehung ist demnach vorwiegend auf die Schädigung, insbesondere auf die Rissbildung des PCC, zurückzuführen. Die verbleibende Nichtlinearität unterhalb des Vorbelastungsniveaus kann durch das viskose Materialverhalten des Betons sowie durch Verklebungseffekte im Verbundbereich erklärt werden. Nach Überschreiten der maximalen Vorbelastung nimmt die Nichtlinearität der Kraft-Verformungslinien zu und die Kurven nähern sich an.

Die in Tafel 3.20c dargestellten plastischen Verformungen ε_{pl} , die den bleibenden Verformungen $\varepsilon_{m,4}$ am Ende der einzelnen Lastzyklen entsprechen, zeigen für die verschiedenen Lastregime ähnliche Verläufe. Die Unterschiede sind vorrangig durch die stochastischen Materialeigenschaften begründet. Bis zur Bildung des ersten Risses können nur unwesentliche bleibende Verformungen beobachtet werden, die gegebenenfalls auf Messungenauigkeiten zurückzuführen sind. Infolge der Einzelrissbildung sowie der Verbundschädigung nehmen die Verklebungen im Verbundbereich und im Rissquerschnitt zu, sodass bei vollständigen

Tafel 3.20: Formänderungsverhalten der betonstahlbewehrten Dehnkörper unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung**a)** Kraft-Verformungskurven (LR 2) - Vergleich der Messlängen**b)** Kraft-Verformungskurven - Vergleich LR 2 und 4**c)** mittlere plastische Dehnung, Vergleich LR 2 und 4**d)** Kraft-Verformungskurven – PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB)

diger Entlastung bleibende Deformationen entstehen, die im Verbundelement bzw. in Teilbereichen des Verbundelementes einen Eigenspannungszustand hervorrufen. Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung ist eine geringe Zunahme der plastischen Verformung ε_{pl} erkennbar. Da die bleibende Verformung ε_{pl} hauptsächlich von der Rissbildung und von Verklebungseffekten abhängt, zeichnen sich Lastzyklen unterhalb der maximalen Vorbelastung durch eine nahezu konstante plastische Dehnung aus. Besonders deutlich ist dies an den Dehnkörpern des Lastregimes 4 zu erkennen, wobei die Laststufen 15 kN, 21 kN, 27 kN, 33 kN und 40 kN eine Vorbeanspruchung (VB) für die nachfolgende Laststeigerung (5, 10, 15, 17, ... - dünnen Linien in Tafel 3.20c) darstellen. Mit Überschreiten des maximalen Vorbelastungsniveaus ist ein Anstieg der plastischen Verformung erkennbar, der durch die Bildung neuer Risse und die Rissaufweitung beeinflusst wird.

Die Gegenüberstellung der Kraft-Verformungsbeziehung betonstahlbewehrter Dehnkörper aus PCC, Normalbeton und hochfestem Beton zeigt für alle Probekörper ein ähnliches Tragverhalten (Tafel 3.20d). Aufgrund der Kerbwirkung der Nut sowie herstellungs- und versuchstechnisch bedingter Fehlerquellen findet die Bildung des ersten Risses im Bereich der Sollrissstelle bei allen Betonen unterhalb der ermittelten Risskraft statt, wobei die Werte dicht beieinander liegen. Im Vergleich zum Normalbeton ist die Zugfestigkeit der beiden anderen Betone deutlich höher, sodass die weitere Rissbildung auf einem höheren Beanspruchungsniveau erfolgt. Mit fortschreitender Einzelrissbildung nähern sich die Kurven der unterschiedlichen Betone an. Bei abgeschlossener Rissbildung ist die Verformungszunahme nahezu proportional zur Laststeigerung. Der Entlastungsast zeigt für alle Betone einen ähnlichen Verlauf, wobei mit zunehmender Festigkeit ein steilerer Entlastungsast und größere plastische Verformungen zu beobachten sind.

3.2.4.2 Steifigkeitsentwicklung

Für die Auswertung der Steifigkeitsdegradation wird die mittlere Dehnsteifigkeit D_{im} des gesamten Verbundkörpers, die der Summe der integralen Dehnsteifigkeiten der Bewehrung und des PCC entspricht,

$$D_{im} = D_{sm} + D_{cm} = E_{sm} \cdot A_s + E_{cm} \cdot A_c \quad (3.18)$$

bei Be- bzw. Entlastung als Sekantensteifigkeit vom Grundlastniveau (0 bzw. 3) bis zur maximalen Beanspruchung jeder Laststufe (1 bzw. 2) nach Tafel 3.21a definiert.

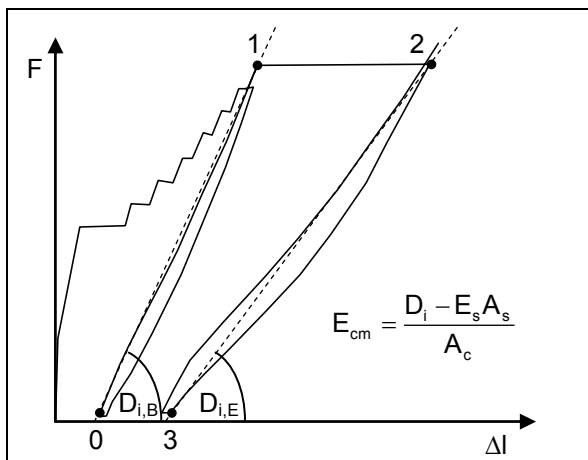
$$D_{im,B} = \frac{F_1 - F_0}{\varepsilon_{m,1} - \varepsilon_{m,0}} \quad \text{bzw.} \quad D_{im,E} = \frac{F_2 - F_3}{\varepsilon_{m,2} - \varepsilon_{m,3}} \quad (3.19)$$

Die Berechnung der mittleren Dehnung $\varepsilon_{m,\dots}$ des Verbundelementes in den einzelnen Punkten erfolgt auf der Basis der Messergebnisse nach Gl. (3.12) bzw. (3.13).

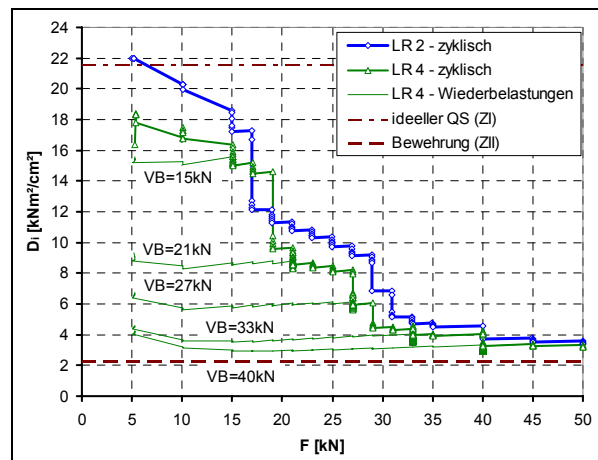
Die beanspruchungsabhängige mittlere Dehnsteifigkeit der Verbundkörper, die mit steigender Lastintensität abnimmt (Tafel 3.21b), charakterisiert die fortschreitende Struktur- und Verbundschädigung bzw. Rissbildung. Bei ungeschädigten Probekörpern ist der Steifigkeitsverlauf bis zur Bildung des ersten Risses nahezu konstant, wobei die Abnahme der Steifigkeit auf Messungenauigkeiten und auf Verbundschädigungen im Lasteinleitungsbereich zurückzuführen ist. Im Bereich der Einzelrissbildung verläuft die Dehnsteifigkeitsabnahme schlagartig und stufenförmig. Bei abgeschlossener Rissbildung kann von einer nahezu konstanten mittleren Steifigkeit ausgegangen werden.

Infolge der primären Abhängigkeit der Steifigkeitsdegradation von der Rissbildung bzw. von der Verbundschädigung sind die Dehnsteifigkeiten bei Be- und Entlastung nahezu identisch. Demgegenüber ist die Dehnsteifigkeit vorbelasteter Probekörper deutlich geringer und weist bis zum Erreichen des Vorbelastungsniveaus (VB) bzw. bis zur Bildung neuer Risse einen konstanten Verlauf auf (Tafel 3.21b - dünne Linien). Anschließend nähern sich die Kurven einander an, wobei die Unterschiede weitgehend auf den zufälligen Charakter der Materialeigenschaften zurückgeführt werden können.

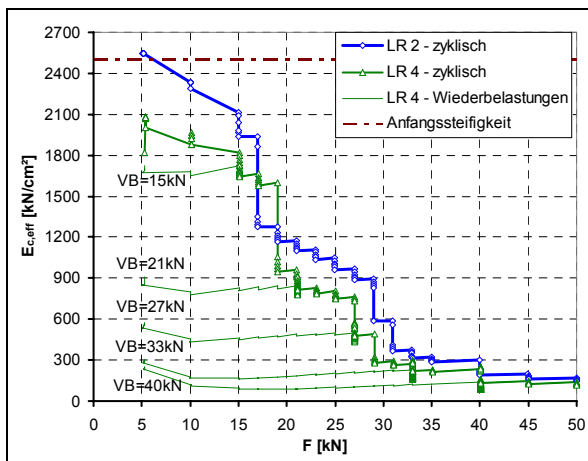
Tafel 3.21: Steifigkeit der betonstahlbewehrten Dehnkörper unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung



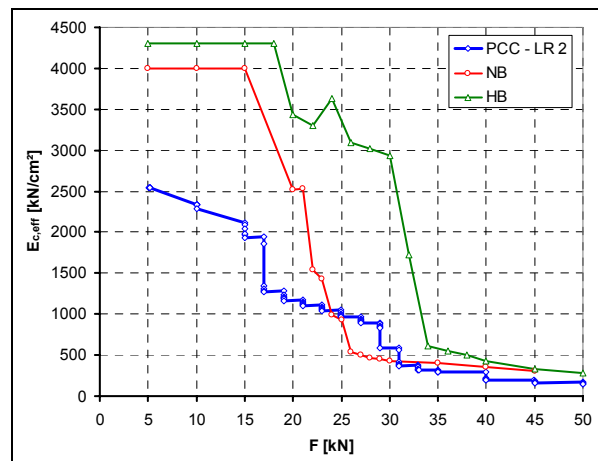
a) Definition und Berechnung der Dehnsteifigkeit



b) beanspruchungsabhängige integrale Dehnsteifigkeit (Belastungsast)



c) beanspruchungsabhängige effektive Steifigkeit des PCC



d) beanspruchungsabhängige effektive Steifigkeit – PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB)

Anhand der im Kapitel 3.2.2 beschriebenen Annahmen und Voraussetzungen kann mit Hilfe der Gl. (3.18) aus D_{im} die effektive Steifigkeit $E_{cm,eff}$ des PCC ermittelt werden. Die Steifigkeitsdegradation des Verbundelementes wird somit auf die Schädigung bzw. Strukturveränderung des PCC zurückgeführt. Da die tatsächliche Änderung des Betonmoduls und die Abnahme der Verbundsteifigkeit zusammengefasst werden, stellt die ermittelte effektive Steifigkeit $E_{cm,eff}$ keine reale Betonkenngröße dar.

Bereits im linear-elastischen Bereich der Bewehrung nimmt die ermittelte effektive Steifigkeit des PCC mit steigender Belastung deutlich ab (Tafel 3.21c). Bei abgeschlossener Rissbildung liegt $E_{cm,eff}$ bei ca. 10% der Anfangssteifigkeit E_{c0} . Da im Versuchsprogramm keine Belastung im Fließbereich der Betonstahlbewehrung vorgesehen war, sind Aussagen zum weiteren Verlauf der Steifigkeitsdegradation nicht möglich. Die vorwiegende Abhängigkeit

der effektiven Steifigkeit $E_{cm,eff}$ von der Rissbildung lässt allerdings vermuten, dass die weitere Abnahme vergleichsweise gering ist.

Die beanspruchungsabhängige effektive Steifigkeitsdegradation der verschiedenen betonstahlbewehrten Betone ist qualitativ identisch und wird vorwiegend durch die Rissbildung geprägt (Tafel 3.21d). Trotz der unterschiedlichen Anfangssteifigkeiten E_{c0} weisen alle Betone im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung eine nahezu identische effektive Reststeifigkeit auf. Am Ende des jeweiligen Lastregimes beträgt die effektive Steifigkeit der Betone ca. 6-10% des Anfangsmoduls E_{c0} , sodass die Dehnsteifigkeiten $D = E \cdot A$ der beiden Verbundkomponenten, d.h. des Betons und der Bewehrung, nahezu identisch sind.

3.2.4.3 Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen

Für die Modellbildung zur Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen ist eine genauere Beschreibung der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen erforderlich. Hierfür wurde, entsprechend den im Kapitel 3.2.2 erläuterten Annahmen und Voraussetzungen, der über die Elementlänge l_x gemittelte Kraftanteil des PCC bzw. der Bewehrung berechnet

$$F_{cm} = \frac{\int_0^{l_x} F_c(x) dx}{l_x} \quad \text{bzw.} \quad F_{sm} = \frac{\int_0^{l_x} F_s(x) dx}{l_x} \quad \text{mit: } F = F_{cm} + F_{sm} \quad (3.20)$$

und der Beanspruchung F gegenübergestellt (Tafel 3.22a).

Erwartungsgemäß stimmen die experimentell bestimmte und die theoretisch berechnete Kraftaufteilung bis zur Erstrissbildung nahezu überein. Mit fortschreitender Rissbildung wird in Teilbereichen die Kraft vom Beton auf den Bewehrungsstab umgelagert, sodass sich der PCC zunehmend der Kraftübertragung entzieht. Bei abgeschlossener Rissbildung kann von einer nahezu konstanten Mitwirkung des PCC zwischen den Rissen ausgegangen werden.

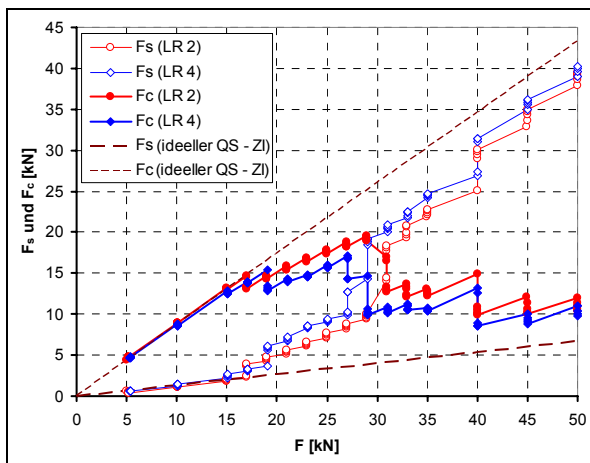
Nach der Entlastung der Probekörper können plastische Verformungen bzw. bleibende Rissöffnungen beobachtet werden. Zwischen den Rissen entstehen abschnittsweise „vorgespannte“ Bereiche, wobei der Beton Druck- und die Bewehrung Zugspannungen aufnehmen (Tafel 3.22b). Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung sind die Gesamtsteifigkeit D_{im} sowie die plastische Verformung ε_{pl} annähernd konstant. Es kann von einer konstanten „Vorspannung“ ausgegangen werden.

In Tafel 3.22c ist die mittlere Spannungs-Dehnungsbeziehung des polymermodifizierten Betons dargestellt. Dabei wird von einer gleichmäßigen Spannungsverteilung über den Betonquerschnitt A_c sowie über die Dehnkörperlänge l_x ausgegangen und die mittlere Betonspannung σ_{cm} wie folgt bestimmt:

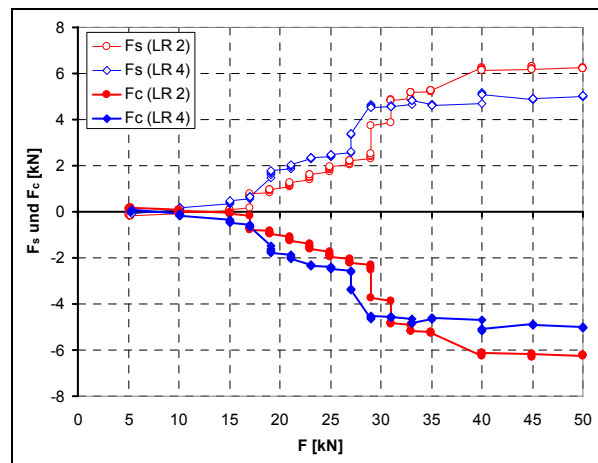
$$\sigma_{cm} = \frac{F_{cm}}{A_c} \quad (3.21)$$

Sowohl die Dehnkörper mit kontinuierlicher Laststeigerung (LR 1) als auch die Probekörper mit zyklischer Beanspruchung (LR 2, 3 und 4) weisen eine vorwiegend von der Einzelrissbildung abhängige Beteiligung des Betons an der Kraftübertragung auf. Durch die sukzessive

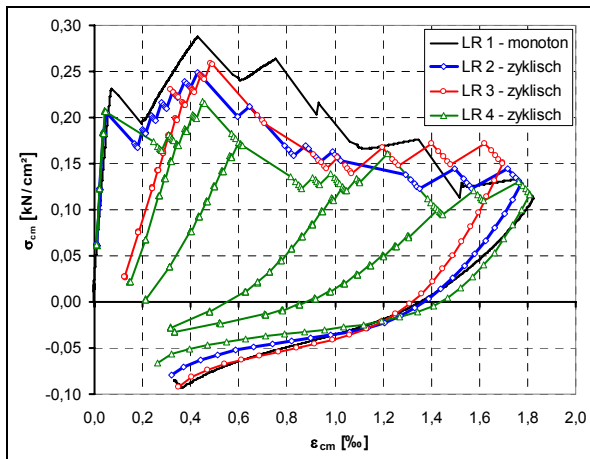
Tafel 3.22: Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung



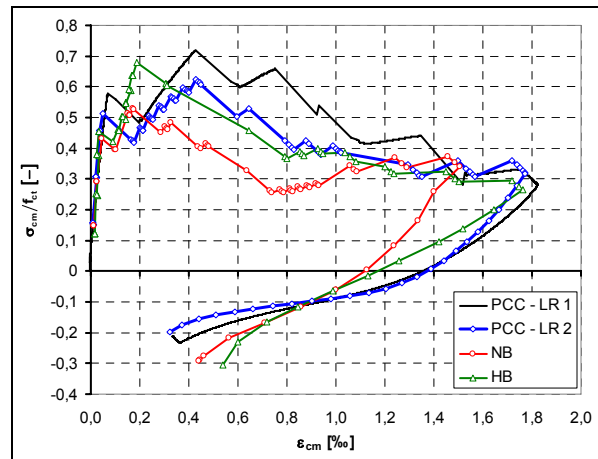
a) Kraftanteil des PCC und der Bewehrung bei jeder Laststufe



b) Kraftanteil des PCC und der Bewehrung bei vollständiger Entlastung



c) Mittlere Spannungs-Dehnungslinie des PCC – Vergleich der unterschiedlichen Lastregime



d) Mittlere Spannungs-Dehnungslinie – Vergleich PCC, Normalbeton (NB) und hochfester Beton (HB)

Verbundschädigung liegen die Kurven der zyklisch belasteten Probekörper unter der Spannungs-Dehnungslinie der monoton belasteten Versuchskörper. Die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen wird vorrangig durch die in der Lastgeschichte eingetretene maximale Belastungs- bzw. Verformungsintensität beeinflusst. Bei Wiederbelastungen unterhalb des maximalen Vorbelastungsniveaus sind die plastischen Betonverformungen sowie die mittlere Steifigkeit des PCC nahezu konstant.

Analog zum bewehrten PCC zeigen die Dehnkörper aus Normalbeton und hochfestem Beton einen ähnlichen, mit fortschreitender Einzelrissbildung abfallenden Spannungs-Dehnungsverlauf (Tafel 3.22d). Bei maximaler Beanspruchung der Dehnkörper liegt die effektive Zugspannung aller Betone zwischen 30 und 40 % der zentrischen Zugfestigkeit f_{ct} . Dies ist u. a.

auf die mehrfach wiederholte Belastung und die damit verbundene sukzessive Schädigung der Verbundzone zurückzuführen.

Beanspruchungen unterhalb der maximalen Vorbelastung zeichnen sich durch eine wesentlich geringere Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen aus. Bei einer geringen Zugbeanspruchung des Verbundelementes nach einer hohen Vorbelastung kann aufgrund der plastischen Betonverformungen auch eine „negative“ Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, d.h. eine Druckbeanspruchung des Betons, auftreten. Insbesondere bei der Bemessung und Nachweisführung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist dieser Sachverhalt gegebenenfalls zu berücksichtigen, da eine im Vergleich zum Gebrauchslastfall größere Vorbelastung im Allgemeinen nicht ausgeschlossen werden kann.

3.2.4.4 Energiebetrachtungen

In der Strukturmechanik hat der Energiesatz der Mechanik, d.h. die Konsistenz der äußeren, inneren und randbedingten Energie, eine zentrale Rolle. Insbesondere bei der Analyse des Spannungs- und Verformungszustandes von Stahlbetonquerschnitten unter Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens ist das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials sowie dessen Überführung in nichtlineare Optimierungsaufgaben, auf das im Kapitel 5.2 näher eingegangen wird, effizient [Raue (2005)]. Neben der Erfassung der potentiellen Energie der äußeren Kräfte ist eine genaue Beschreibung der Formänderungsenergie des Verbundquerschnittes bzw. der einzelnen Verbundanteile, d.h. der Bewehrung und des Betons, notwendig. Weiterhin ermöglichen Energiebetrachtungen eine detaillierte Bewertung der Schädigungen, da diese die Zusammenhänge zwischen kinematischen und statischen Kenngrößen beschreiben und bereits bei geringen Strukturveränderungen Energie dissipiert wird. Im Folgenden wird die Energiebilanz der Dehnkörper näher analysiert.

Wie bereits in Kapitel 3.1.3.5 erläutert, lässt sich die Formänderungsenergie des Verbundquerschnittes $\overline{W}_{VQ,ges}$, d.h. der Flächeninhalt der Kraft-Verformungskurve

$$\overline{W}_{VQ,ges} = \int_{\Delta_0}^{\Delta_1} F(\Delta) \cdot d\Delta + F(\Delta_1) \cdot (\Delta_2 - \Delta_1), \quad (3.22)$$

vereinfacht in drei Energieanteile zerlegen (Tafel 3.23a).

$$\overline{W}_{VQ,ges} = \overline{W}_{VQ,S} + \overline{W}_{VQ,v-el} + \overline{W}_{VQ,el} \quad (3.23)$$

Da bereits während der Be- und Entlastung der Kraft-Verformungsverlauf, insbesondere der primären Belastungsäste, durch das zeitabhängige Betonverhalten und der Strukturschädigung beeinflusst wird, ist eine genaue Ermittlung der drei Energieanteile im Allgemeinen nicht möglich bzw. an weitere Annahmen gebunden. Bei einer mehrfach wiederholten Be- und Entlastung der Probekörper mit einer geringen Laststeigerung von Laststufe zu Laststufe und einer ausreichend hohen Be- und Entlastungsgeschwindigkeit ist der Einfluss der Strukturschädigung und der Kriechverformungen auf den Kraft-Verformungsverlauf der Be- und Entlastungsäste gering und kann somit vernachlässigt werden. Dementsprechend wird angenommen, dass die Formänderungsenergie sowie deren Anteile direkt aus den Versuchs-

daten mit Hilfe einer numerischen Integration auf der Basis der Trapezregel bestimmt werden können. Der Flächeninhalt unter dem Be- bzw. Entlastungsast wird dabei als elastische Energie $\overline{W}_{VQ,el}$ bei Be- bzw. Entlastung aufgefasst.

$$\overline{W}_{VQ,el} = \int_{\Delta_0}^{\Delta_1} F(\Delta l) \cdot d\Delta l \text{ (Belastung) bzw. } \overline{W}_{VQ,el} = \int_{\Delta_3}^{\Delta_2} F(\Delta l) \cdot d\Delta l \text{ (Entlastung)} \quad (3.24)$$

Die dissipierte Energie $\overline{W}_{VQ,S}$ steht in direktem Zusammenhang mit der Schädigung bzw. Rissbildung und der Plastizierung des Bauteils.

$$\overline{W}_{VQ,S} = \int_{\Delta_0}^{\Delta_1} F(\Delta l) \cdot d\Delta l + F(\Delta l_1) \cdot (\Delta l_5 - \Delta l_1) - \int_{\Delta_4}^{\Delta_5} F(\Delta l) \cdot d\Delta l \quad (3.25)$$

Weiterhin repräsentiert $\overline{W}_{VQ,v-el}$ die visko-elastische Energie oder Dämpfungsenergie.

$$\overline{W}_{VQ,v-el} = \int_{\Delta_4}^{\Delta_5} F(\Delta l) \cdot d\Delta l - \int_{\Delta_3}^{\Delta_2} F(\Delta l) \cdot d\Delta l + F(\Delta l_2) \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_5) \quad (3.26)$$

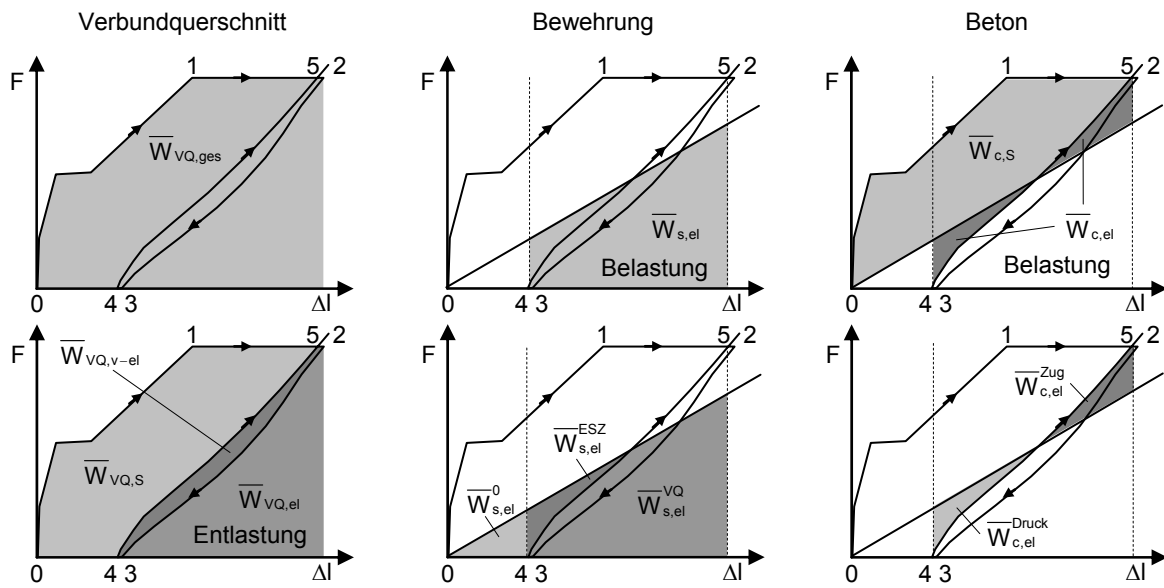
Die ermittelte Formänderungsenergie bzw. deren Anteile der polymermodifizierten Betondehnkörper sind in Tafel 3.23 dargestellt. Bei kontinuierlicher Laststeigerung stellt $\overline{W}_{VQ,el}$ den größten Anteil der Formänderungsenergie dar. Mit zunehmender Beanspruchung nimmt die Dehnsteifigkeit des Verbundelementes ab und somit die elastische Energie $\overline{W}_{VQ,el}$ zu. Ent- und Wiederbelastungen weisen einen parabelförmigen, vom aktuellen Schädigungszustand abhängigen Verlauf auf, sodass eine nahezu konstante Dehnsteifigkeit vorausgesetzt werden kann. Mit Überschreiten der maximalen Vorbelastung nähern sich die Kurven der unterschiedlichen Lastregime an.

Der visko-elastische Energieanteil $\overline{W}_{VQ,v-el}$, der durch viskose trockene Reibung entsteht, liefert mit etwa 10 % der Formänderungsenergie den geringsten Anteil. Durch die zyklische Belastung wird der Verbund zwischen der Bewehrung und dem PCC sukzessive geschädigt, sodass sich für die mit Lastregime 4 beanspruchten Probekörper im oberen Beanspruchungsbereich geringere Werte für $\overline{W}_{VQ,v-el}$ ergeben. Die Abnahme von $\overline{W}_{VQ,v-el}$ geht mit einer Zunahme des elastischen Energieanteils einher.

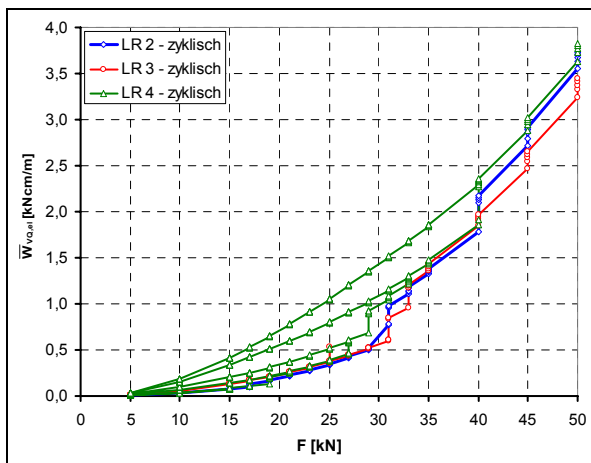
Im ungerissenen Zustand ist das Formänderungsverhalten des Verbundelementes vorwiegend elastisch, sodass die dissipierte Strukturveränderungsenergie $\overline{W}_{VQ,S}$ annähernd null ist. Während mit der Einzelrissbildung eine überproportionale Zunahme der Strukturveränderungsenergie zu erkennen ist, ist $\overline{W}_{VQ,S}$ im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung nahezu konstant. Belastungen unterhalb der maximalen Vorbeanspruchung zeichnen sich durch eine näherungsweise konstante Strukturveränderungsenergie aus. Mit Überschreiten der maximalen Vorbelastung nimmt $\overline{W}_{VQ,S}$ weiter zu. Werden bei einer zyklischen Belastung neben der Verringerung der Reibung auch Strukturverklebungen abgebaut, kann es zu einer Abnahme der Strukturveränderungsenergie kommen.

Analog zu den einzelnen Energieanteilen nimmt die gesamte Formänderungsenergie mit steigender Beanspruchung zu, wobei die Umhüllenden der einzelnen Lastregime nahezu übereinstimmen und somit im Wesentlichen von der maximalen Beanspruchung abhängen.

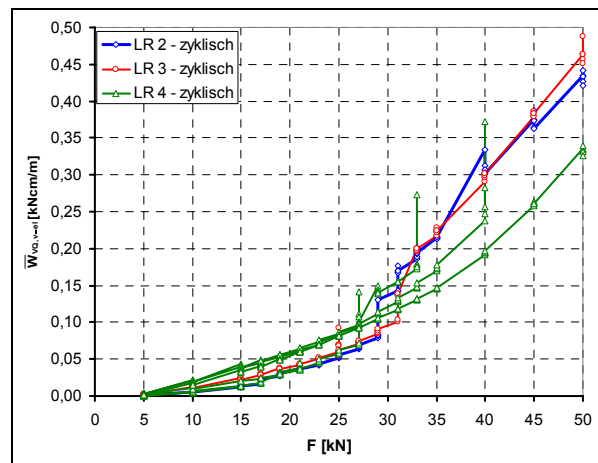
Tafel 3.23: Formänderungsenergie des Verbundquerschnittes von bewehrten polymermodifizierten Betondehnkörpern unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung



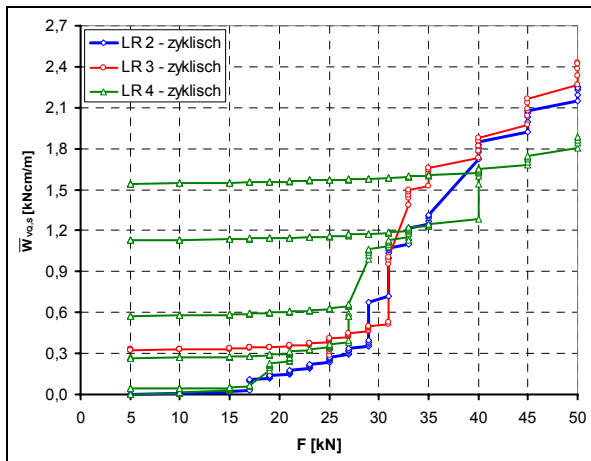
a) Aufteilung der Gesamtenergie der Dehnkörper und ausgewählte Energieanteile der Einzelkomponenten



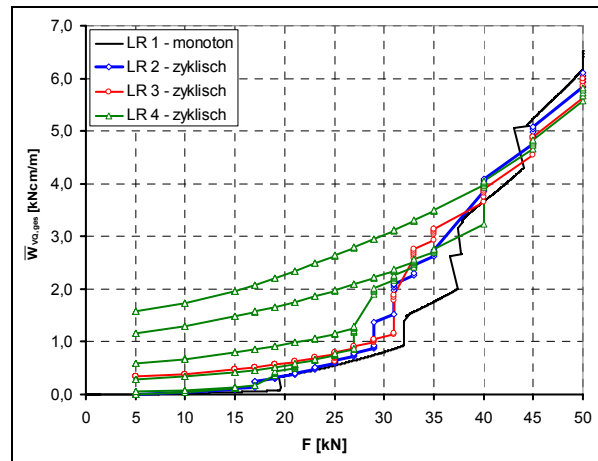
b) elastischer Energieanteil - Belastungsast



d) visko-elastischer Energieanteil



e) Strukturveränderungsenergieanteil



f) gesamte Formänderungsenergie

Die geringen Unterschiede sind vorwiegend auf die stochastischen Materialeigenschaften zurückzuführen. Bis zum Erreichen des maximalen Vorbelastungsniveaus ist der Verlauf der Formänderungsenergie vorwiegend durch die Entwicklung des elastischen Energieanteils $\overline{W}_{VQ,el}$ gekennzeichnet.

Die Energiebetrachtung am Verbundquerschnitt liefert zwar für zugbeanspruchte Stahlbetonelemente charakteristische Ergebnisse, quantitativ beziehen sie sich jedoch auf ein bestimmtes Verbundelement. Die oben beschriebenen Erkenntnisse sind somit nur bedingt auf andere Querschnittsgeometrien bzw. Bewehrungssituationen übertragbar. Für eine detaillierte Untersuchung ist eine weitere Separierung der Formänderungsenergie in die Anteile der beiden Verbundkomponenten erforderlich. Unter Berücksichtigung der getroffenen Annahmen und Voraussetzungen werden u. a. die in Tafel 3.23a dargestellten Energieanteile der Bewehrung und des Betons definiert. Sie entsprechen dem Flächen- bzw. Teilflächeninhalt der jeweiligen Arbeitslinie.

Da während der Versuche die Fließgrenze der Bewehrung nicht erreicht wurde, ist die Formänderungsenergie \overline{W}_s der Bewehrung prinzipiell reversiblen Charakters, wobei \overline{W}_s in drei Anteile zerlegt werden kann.

$$\overline{W}_s = \overline{W}_{s,el}^0 + \overline{W}_{s,el}^{VQ} + \overline{W}_{s,el}^{ESZ} \quad (3.27)$$

Durch die Verklebungseffekte im Rissquerschnitt sowie im Rissstörbereich bleibt der Anteil $\overline{W}_{s,el}^0$, der als Vorverformungsenergie aufgefasst wird und ein Teil der als Strukturveränderungsenergie des Verbundquerschnittes $\overline{W}_{VQ,S}$ ausgewiesenen Energie ist, in der Bewehrung gespeichert. Weiterhin lässt sich die elastische Energie während der Be- bzw. Entlastung $\overline{W}_{s,el}$ aufgrund der Wechselwirkungen im Verbundquerschnitt in zwei Anteile zerlegen.

$$\overline{W}_{s,el} = \overline{W}_{s,el}^{VQ} + \overline{W}_{s,el}^{ESZ} \quad (3.28)$$

Dabei steht $\overline{W}_{s,el}^{VQ}$ neben den Energieanteilen des PCC in Wechselwirkung mit der Arbeit der äußeren Kräfte. $\overline{W}_{s,el}^{ESZ}$ ist durch den mit fortschreitender Einzelrissbildung bzw. zunehmenden Verklebungen entstehenden Eigenspannungszustand im Verbundquerschnitt begründet.

Der PCC weist im Allgemeinen ähnliche Energieanteile wie der Verbundquerschnitt bzw. die Bewehrung auf.

$$\overline{W}_c = \overline{W}_{c,S} + \overline{W}_{c,v-el} + \overline{W}_{c,el} \quad (3.29)$$

Aufgrund der Verklebungen zwischen der Bewehrung und dem Beton treten bei Ent- und Wiederbelastungsvorgängen Wechselbeanspruchungen im Beton auf, die eine Zuordnung der elastischen Energien $\overline{W}_{c,el}$ zum Zug- bzw. Druckbereich ermöglicht.

$$\overline{W}_{c,el} = \overline{W}_{c,el}^{Zug} + \overline{W}_{c,el}^{Druck} \quad (3.30)$$

Dabei erfüllen die elastische Energie des Betons im Druckbereich und $\overline{W}_{s,el}^{ESZ}$ der Bewehrung die Energiebilanz des Eigenspannungszustandes.

$$\overline{W}_{s,el}^{ESZ} = \overline{W}_{c,el}^{Druck} \quad (3.31)$$

Weiterhin ergibt die Summe der Anteile $\overline{W}_{c,el}^{Zug}$ und $\overline{W}_{s,el}^{VQ}$ die elastische Energie des Verbundquerschnittes.

$$\overline{W}_{VQ,el} = \overline{W}_{s,el}^{VQ} + \overline{W}_{c,el}^{Zug} \quad (3.32)$$

In Tafel 3.24 werden die Ergebnisse ausgewählter Energieanteile vorgestellt und untereinander sowie mit den Werten des Verbundquerschnittes verglichen. Bis zur Rissbildung kann bei beiden Verbundkomponenten ein parabelförmiger Verlauf der elastischen querschnittsbezogenen Energie $\overline{W}_{...el}$ bzw. volumenspezifischen Energie $W_{...el}$ beobachtet werden. Mit der Rissbildung entzieht sich der Beton zunehmend der Kraftübertragung, sodass der Anstieg von $\overline{W}_{c,el}$ geringer und von $\overline{W}_{s,el}$ größer wird. Im abgeschlossenen Rissstadium übernimmt die Bewehrung den größten Anteil der elastischen Energie des Verbundquerschnittes. Weiterhin ist festzustellen, dass $\overline{W}_{c,el}^{Zug}$ und $\overline{W}_{c,el}^{Druck}$ bei maximaler Beanspruchung Werte der gleichen Größenordnung aufweisen.

Die dissipierte Strukturveränderungsenergie des polymermodifizierten Betons $\overline{W}_{c,s}$, die primär von der Einzelrissbildung und somit von der maximalen Beanspruchung abhängt, liefert erwartungsgemäß den größten Anteil an $\overline{W}_{VQ,s}$ des Verbundquerschnittes. Unter Vernachlässigung der Wiederbelastungsäste stimmen die Verläufe der drei unterschiedlichen Lastregime annähernd überein, wobei die geringen Unterschiede vorwiegend auf den Zufallscharakter der Materialeigenschaften zurückzuführen sind. Analog zu den Ergebnissen des Verbundquerschnittes ist der Verlauf der dissipierten Energie $\overline{W}_{c,s}$ bis zum Erreichen des maximalen Vorbelastungsniveaus F_{max} nahezu konstant. Mit dem Überschreiten von F_{max} nimmt die Strukturveränderungsenergie weiter zu, wobei der Anstieg im Stadium der abgeschlossenen Rissbildung gering ist und vorwiegend auf eine weitere Verbundschädigung hindeutet.

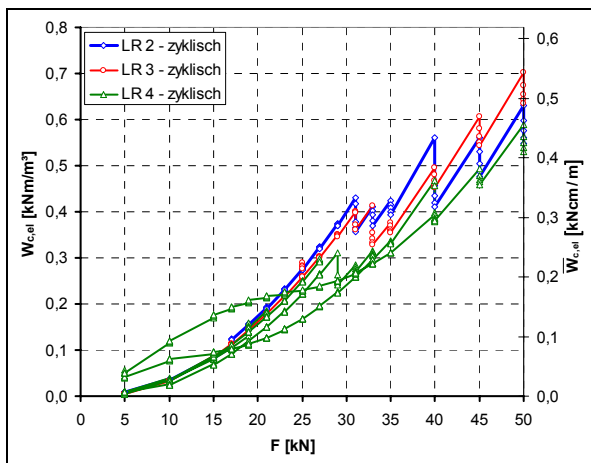
Der Vergleich der Strukturveränderungsenergie des Verbundquerschnittes $\overline{W}_{VQ,s}$ mit den Energieanteilen der Einzelkomponenten zeigt, dass nur ein Teil der Energie durch die plastischen Verformungen des PCC tatsächlich dissipiert wird. Die restliche Energie bleibt im Verbundquerschnitt als elastische Energie der Bewehrung und des Betons gespeichert. Es besteht folgender Zusammenhang:

$$\overline{W}_{VQ,s} = \overline{W}_{c,s} + \overline{W}_{s,el}^0 + \overline{W}_{c,el}^{Druck} \quad (3.33)$$

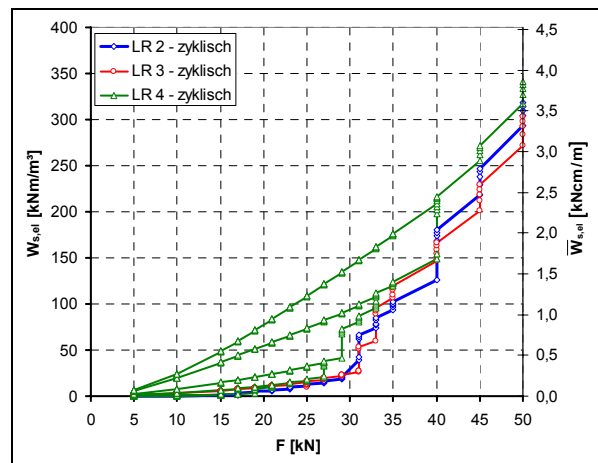
Für die in der Bewehrung verbleibende elastische Formänderungs- bzw. Vorverformungsenergie $\overline{W}_{s,el}^0$ lassen sich ähnliche Aussagen wie für $\overline{W}_{c,s}$ treffen. Aufgrund der während der zyklischen Beanspruchung nachlassenden Verklemmungen weisen die Werte der einzelnen Lastregime vor allem im oberen Beanspruchungsbereich größere Abweichungen auf. Es ist zu vermuten, dass eine große Anzahl zyklischer Belastungen zu einer Verringerung der inneren Verklemmungen führt und somit $\overline{W}_{s,el}^0$ weiter abgebaut werden kann.

Die Ergebnisse ausgewählter Formänderungsenergieanteile von bewehrten Betondehnkörpern aus polymermodifiziertem Beton, Normalbeton und hochfestem Beton sind in Tafel 3.25 gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, dass die beanspruchungsabhängige elastische Energie nahezu identisch und somit vorwiegend vom Bewehrungsgrad sowie vom Bewehrungs-

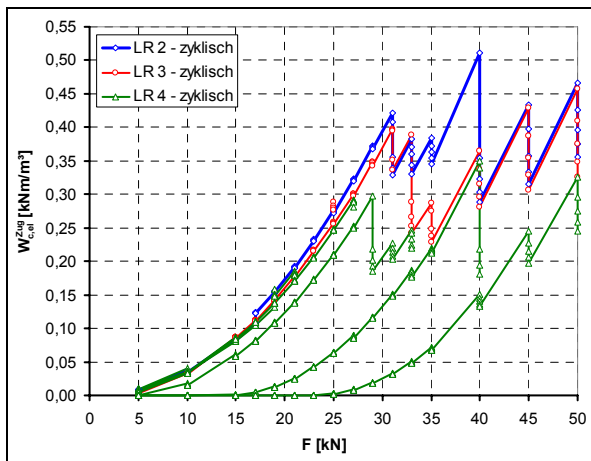
Tafel 3.24: Ausgewählte Formänderungsenergieanteile der Bewehrung und des polymermodifizierten Betons



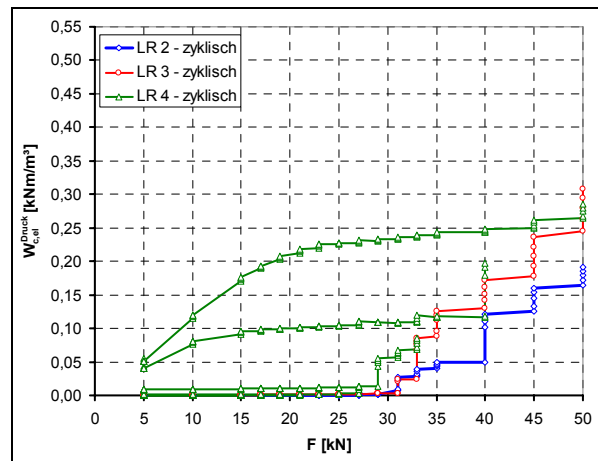
a) elastischer Energieanteil des PCC



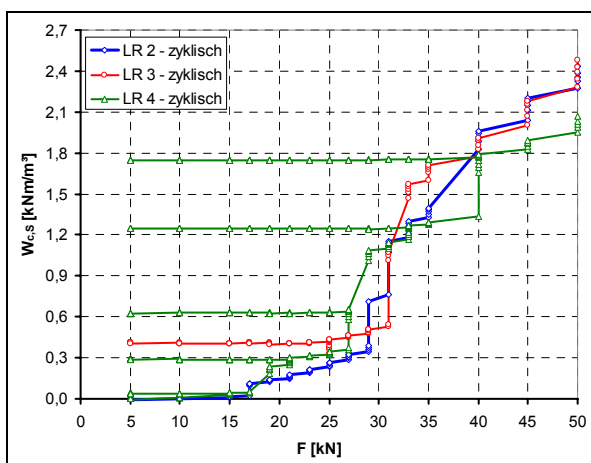
b) elastischer Energieanteil der Bewehrung



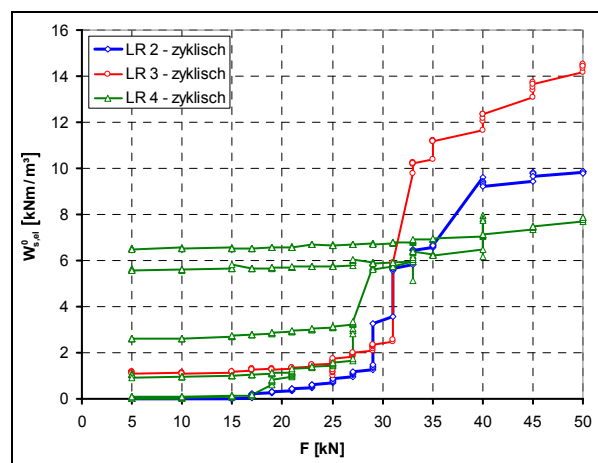
c) elastischer Energieanteil des PCC im Zugbereich



d) elastischer Energieanteil des PCC im Druckbereich

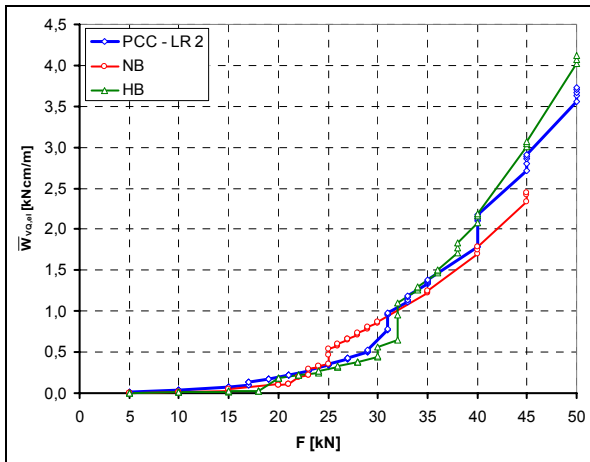


e) dissipierte Strukturveränderungsenergie des PCC

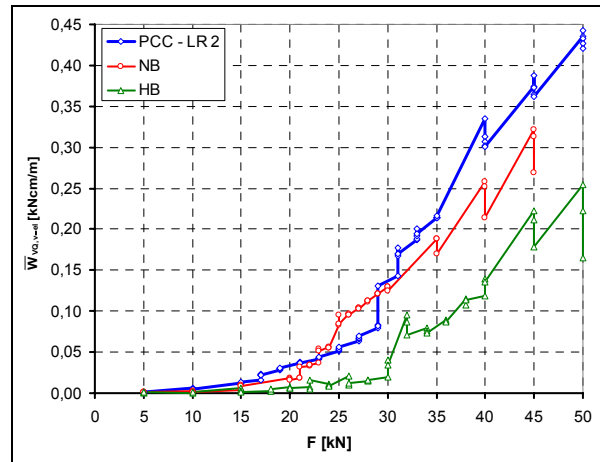


f) elastische Restenergie der Bewehrung bei vollständiger Entlastung

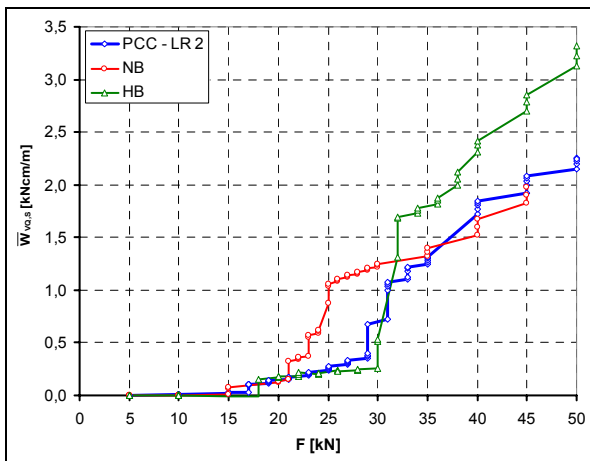
Tafel 3.25: Ausgewählte Formänderungsenergieanteile der bewehrten Betondehnkörpern aus PCC, Normalbeton (NB) und hochfestem Beton (HB)



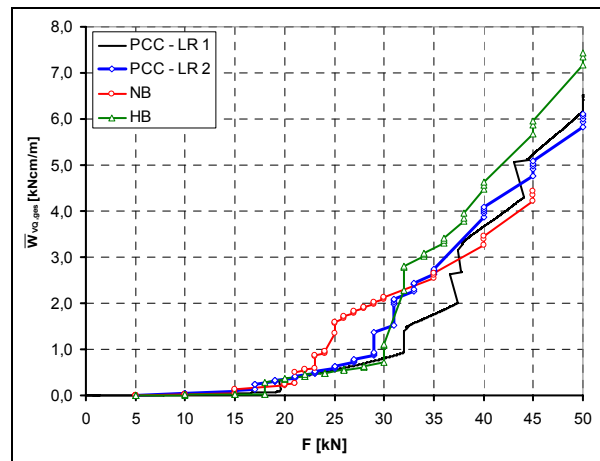
a) elastischer Energieanteil



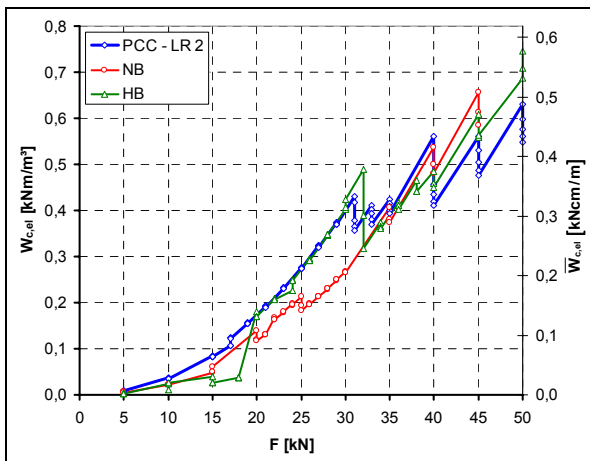
b) visko-elastischer Energieanteil



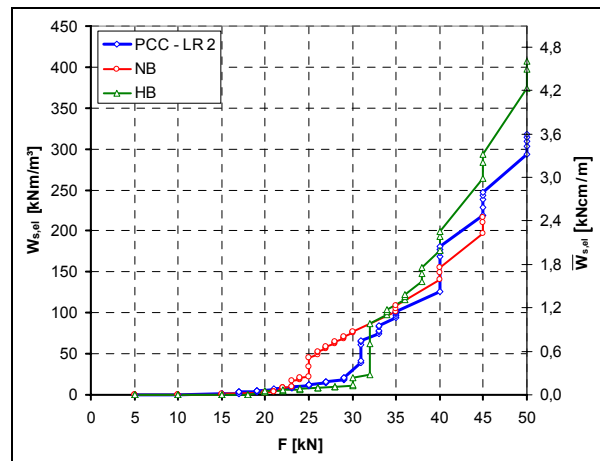
c) Strukturveränderungsenergieanteil



d) gesamte Formänderungsenergie



e) elastischer Energieanteil des Betons



f) elastischer Energieanteil der Bewehrung

material abhängig sind. Die visko-elastische Energie des Verbundquerschnittes $\overline{W}_{vQ,v-el}$, die mit abnehmender Betondruckfestigkeit zunimmt, bestätigt die bereits festgestellte ausgeprägte Viskosität des PCC. Während die Strukturveränderungsenergie $\overline{W}_{vQ,s}$ des Normalbetons und des polymermodifizierten Betons im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung nahezu übereinstimmt, liegen die Werte des hochfesten Betons aufgrund der hohen Zugfestigkeit und des spröden Betonverhaltens deutlich über denen der beiden anderen Betone. Die gesamte Formänderungsenergie $\overline{W}_{vQ,ges}$ spiegelt die Spezifik der einzelnen Energieanteile wider und nimmt mit steigender Betonzugfestigkeit zu. Der Vergleich der elastischen Energie der Einzelkomponenten zeigt, dass nach der Rissbildung $\overline{W}_{s,el}$ bei allen Betonen überproportional zunimmt und deutlich größer als $\overline{W}_{c,el}$ ist. Der prinzipielle Verlauf des elastischen Energieanteils ist bei allen Betonen identisch, wobei der Einfluss der Zugfestigkeit und damit der Risschnittgrößen erkennbar ist.

3.2.5 Einfluss des Bewehrungsmaterials

Neben den Materialeigenschaften des PCC beeinflusst das Formänderungsverhalten der Bewehrung sowie der Verbund zwischen den Einzelkomponenten das Trag- und Verformungsverhalten von bewehrten PCC-Elementen. Für die Beurteilung des Einflusses des Bewehrungsmaterials werden die Versuchsdaten der betonstahl- und der GFK-stabbewehrten PCC-Dehnkörper miteinander verglichen. Weiterhin werden für die Einordnung der gewonnenen Erkenntnisse die Messdaten ähnlicher Versuche an GFK-stabbewehrten Dehnkörpern aus Normalbeton [Füllsack-Köditz (2004)] und hochfestem Beton, die an der Professur Massivbau I der Bauhaus-Universität Weimar durchgeführt wurden, herangezogen und mit den gleichen Auswertungsmethoden bewertet. Die Ergebnisse sind in Tafel 3.26 dargestellt.

Im ungerissenen Zustand I sind die Kraft-Verformungskurven der betonstahl- und der GFK-stabbewehrten PCC-Probekörper nahezu identisch. Aufgrund des geringen Elastizitätsmoduls der GFK-Stäbe weisen die entsprechenden Verbundelemente im Vergleich zu den Stahlbetonzugkörpern nach Bildung des ersten Risses wesentlich größere elastische und plastische Verformungen auf. Bei vollständiger Entlastung rufen die plastischen Betonverformungen beider Bewehrungsvarianten einen Eigenspannungszustand hervor, der durch Zugspannungen in der Bewehrung sowie Druckspannungen im PCC gekennzeichnet ist.

Die Rissbildung und -entwicklung ist im Allgemeinen von zahlreichen Einflussgrößen wie beispielsweise den Verbundeigenschaften, dem Bewehrungsgrad, der Betonzug- und -druckfestigkeit sowie der Belastungsart abhängig. Durch die Querschnittsschwächung und Kerbwirkung der Sollrissstelle sowie den geringen Bewehrungsgrad $\rho_s = 1,46\%$ spielt das Bewehrungsmaterial für die Bildung des ersten Risses im Bereich der Sollrissstelle eine untergeordnete Rolle. Die Rissbildung setzt bei beiden Bewehrungsvarianten bei ca. 17 kN ein. Die gemessenen Rissbreiten der Sollrissstelle bei vollständiger Be- und Entlastung nimmt bei allen Probekörpern beanspruchungsabhängig zu, wobei die Werte der GFK-bewehrten Dehnkörper aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit der Bewehrung um den Faktor 3 bis 4 größer sind. Im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung beträgt die mittlere Rissbreite $w_m = 0,54$ mm (Betonstahl) bzw. $w_m = 1,60$ mm (GFK). Das Verhältnis von mittlerer zu maxi-

maler Rissbreite liegt zwischen 0,7 und 0,8. Im Vergleich zu betonstahlbewehrten Probekörpern weisen die GFK-stabbewehrten Versuchskörper infolge der größeren bezogenen Rippenfläche der Bewehrung in der Regel ein deutlich feiner strukturiertes Rissbild mit kleineren Rissabständen, stärkeren Verzweigungen und größeren Rissbreiten auf (Abb. 3.6).

Die Verläufe der nach Tafel 3.21a bzw. Gl. (3.19) berechneten mittleren Dehnsteifigkeiten D_i sowie die daraus abgeleitete mittlere Betonsteifigkeit E_{cm} der betonstahl- bzw. GFK-stabbewehrten PCC-Probekörper sind qualitativ identisch. Wie bereits beschrieben, nimmt die Steifigkeit der Verbundelemente mit steigender Beanspruchung bzw. mit fortschreitender Einzelrissbildung ab. Aufgrund der geringeren Dehnsteifigkeit $D = E \cdot A$ der glasfaserverstärkten Kunststoffstäbe ist die ermittelte integrale Steifigkeitsdegradation der GFK-stabbewehrten Dehnkörper größer als bei Stahlbetonelementen. Im Stadium der abgeschlossenen Rissbildung hat der PCC nahezu keinen Einfluss auf die Dehnsteifigkeit der Dehnkörper.

Infolge der wesentlich größeren Verformungen der GFK-stabbewehrten Probekörper erfolgt eine stärkere Plastizierung im Bereich der Verbundzone, sodass bei einer Wiederbelastung größere Relativverschiebungen zwischen der Bewehrung und dem PCC überwunden werden müssen, bis die Mitwirkung des Betons voll aktiviert wird. Während die Reststeifigkeit $E_{cm,eff}$ des PCC der betonstahlbewehrten Probekörper bei abgeschlossener Rissbildung ca. $1/8$ der Anfangssteifigkeit E_{c0} beträgt, liegt $E_{cm,eff}$ der GFK-bewehrten Elemente bei ca. $1/50$ von E_{c0} . Insbesondere bei hohen Beanspruchungen stellt sich somit die Frage, inwieweit die Anrechnung der Betonsteifigkeit im Zugbereich von GFK-Beton-Verbundelementen sinnvoll ist.

Entsprechend der Anfangssteifigkeit der einzelnen Betone weisen die Dehnkörper aus Normalbeton und hochfestem Beton im Zustand I eine höhere Steifigkeit als die PCC-Elemente auf. Im Bereich der abgeschlossenen Rissbildung sind infolge der großen Verformungen und der damit verbundenen Schädigung der Verbundzone die ermittelten Steifigkeiten der unterschiedlichen Betone nahezu identisch.

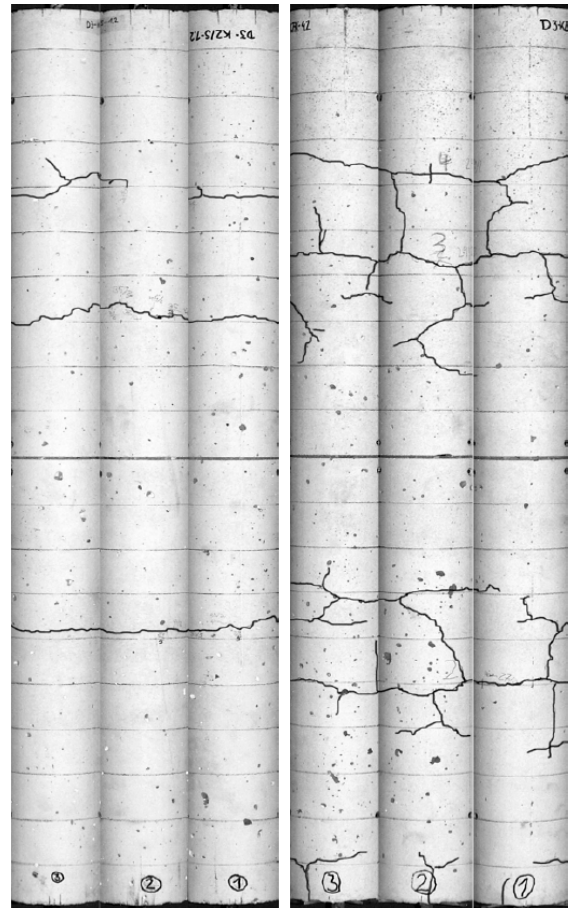
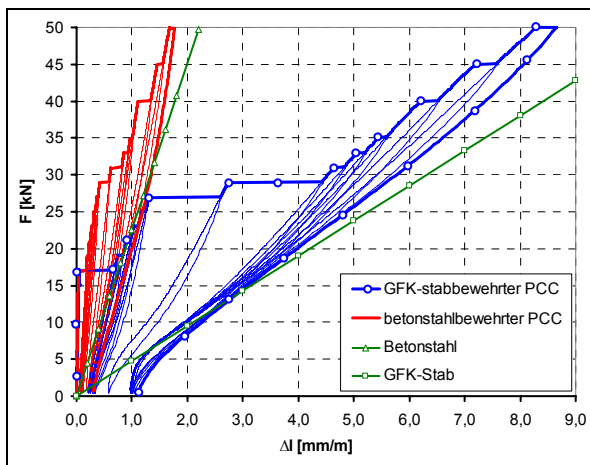
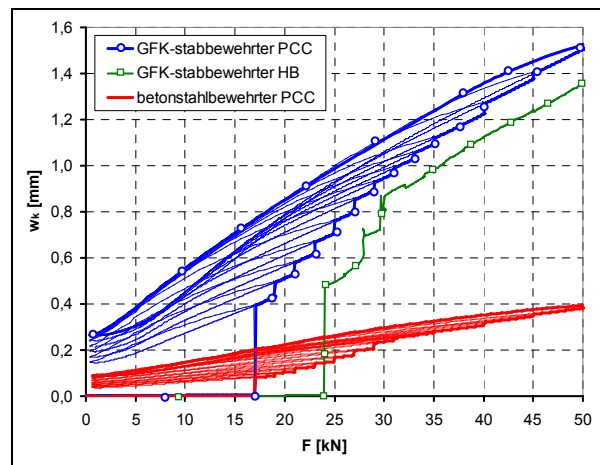


Abb. 3.6: Abgeschlossenes Rissbild eines betonstahlbewehrten (rechts) und eines GFK-stabbewehrten (links) Dehnkörpers (abgewickelter Dehnkörpermantel)

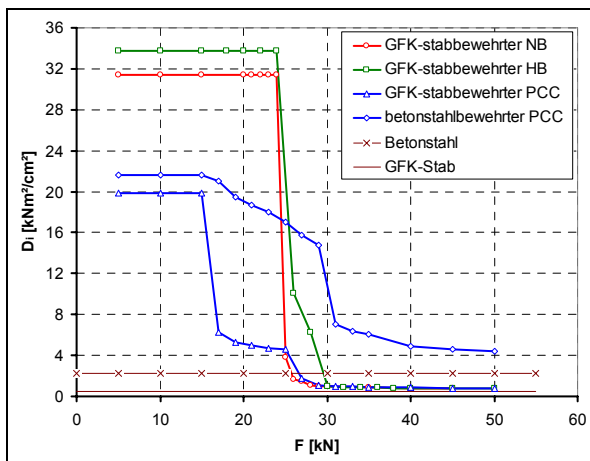
Tafel 3.26: Ergebnisse der GFK- und betonstahlbewehrten PCC-Dehnkörper sowie der GFK-stabbewehrten Dehnkörper aus Normalbeton (NB) und hochfestem Beton (HB)



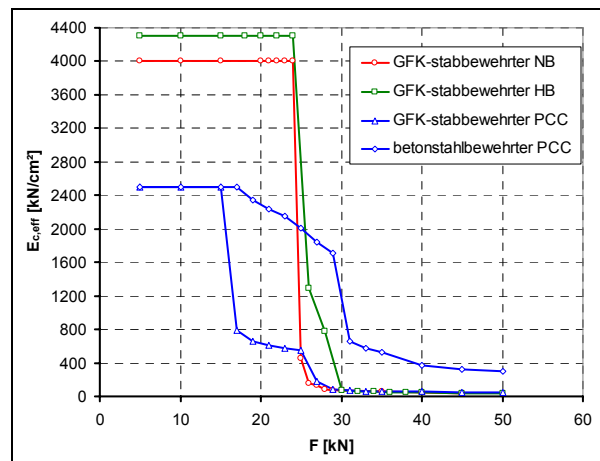
a) Kraft-Verformungsbeziehung



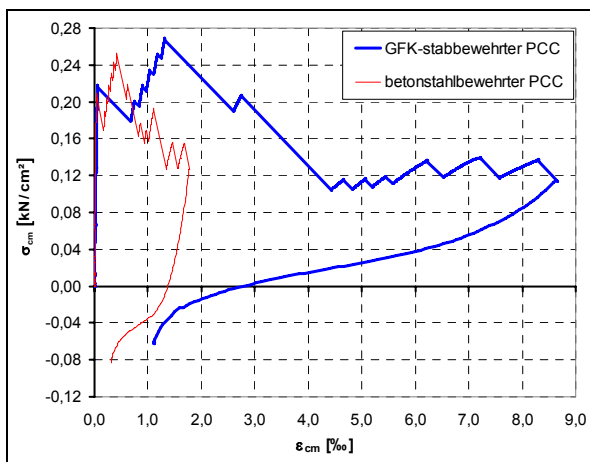
b) Rissbreite der Sollrissstelle



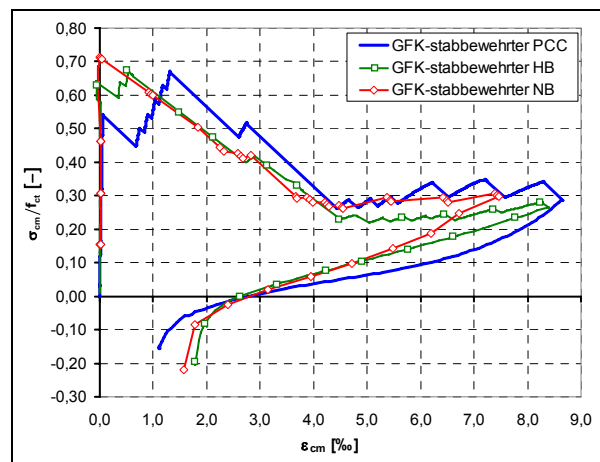
c) beanspruchungsabhängige Dehnsteifigkeit



d) beanspruchungsabhängiger Steifigkeit des PCC

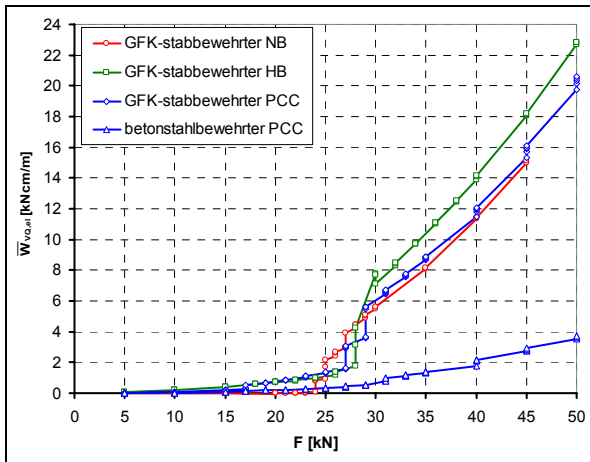


e) effektive Spannungs-Dehnungslinie des PCC

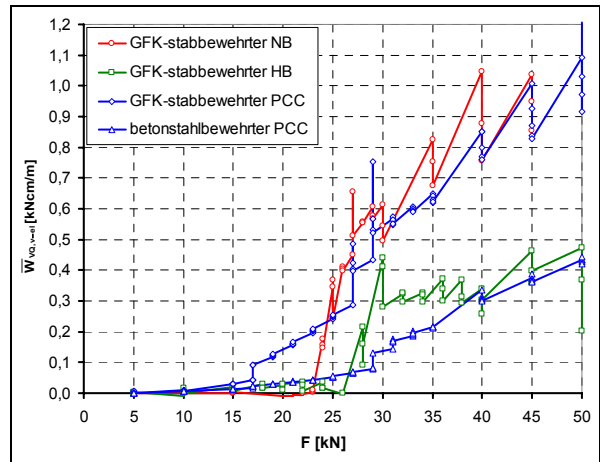


f) effektive Spannungs-Dehnungslinie von PCC, Normalbeton (NB) und hochfestem Beton (HB)

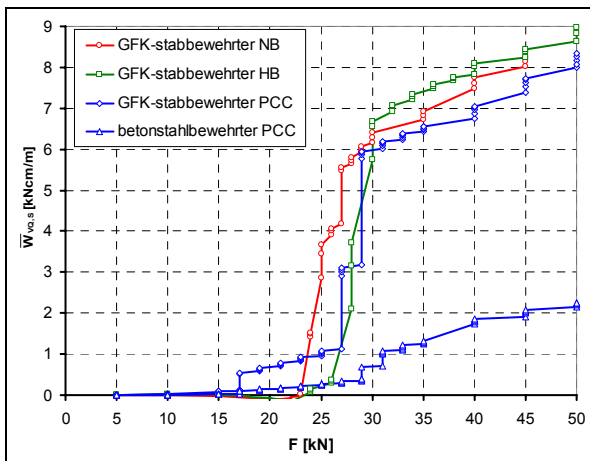
Tafel 3.26: Ergebnisse der GFK- und betonstahlbewehrten PCC-Dehnkörper sowie der GFK-stabbewehrten Dehnkörper aus Normalbeton (NB) und hochfestem Beton (HB) - Fortsetzung -



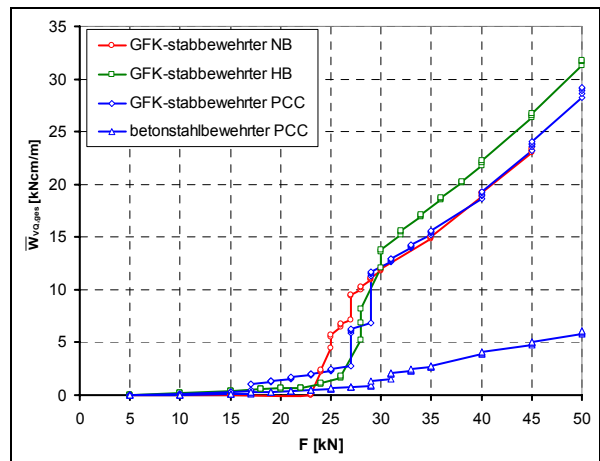
g) elastischer Energieanteil des Verbundelementes



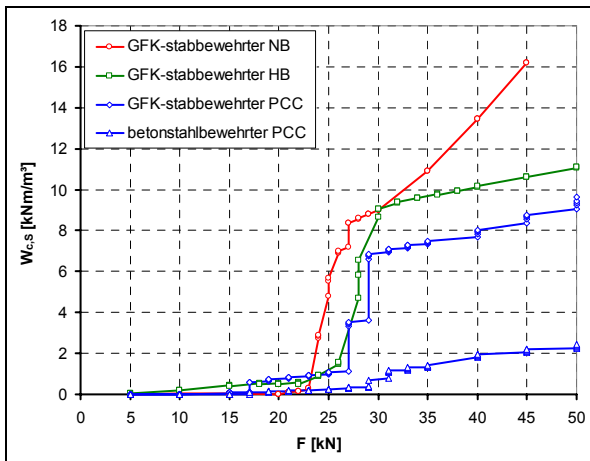
h) visko-elastischer Energieanteil des Verbundelementes



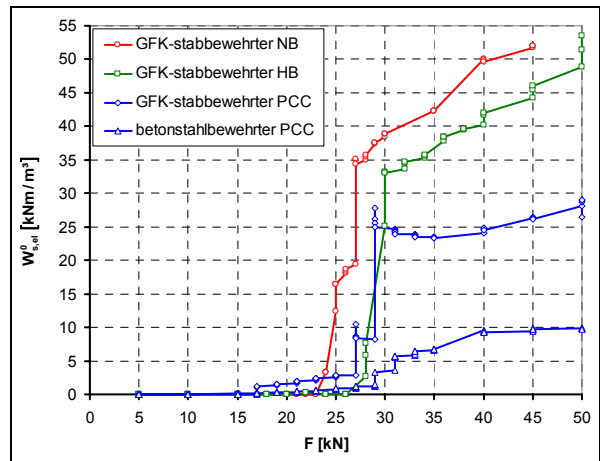
i) Strukturveränderungsenergieanteil des Verbundelementes



j) gesamte Formänderungsenergie des Verbundelementes



k) dissipierte Strukturveränderungsenergie des PCC



l) Restenergie der Bewehrung bei vollständiger Entlastung

Der Grad der beanspruchungsabhängigen Mitwirkung des polymermodifizierten Betons zwischen den Rissen (tension stiffening) ist im ungerissenen Zustand sowie im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung nahezu unabhängig von der Bewehrungsvariante. Die Unterschiede im Beanspruchungsbereich der Einzelrissbildung sind vorwiegend auf den Zufallscharakter der Materialeigenschaften zurückzuführen. Die unter Berücksichtigung der im Kapitel 3.2.2 beschriebenen Annahmen und Voraussetzungen ermittelte maximale Betonspannung $\sigma_{cm,max}$ beträgt aufgrund der Kerbwirkung der Sollrissstelle und gegebenenfalls der Mikrorissbildung infolge des Betonschwindens bei beiden Bewehrungsvarianten ca. 2,5-2,7 kN/cm² und liegt damit weit unter der ermittelten Zugfestigkeit des polymermodifizierten Betons von $f_{ct} = 4,0$ N/mm². Während die anrechenbare Zugspannung der betonstahlbewehrten PCC-Elemente mit $\sigma_{cm} \approx 0,35-0,37 \cdot f_{ct}$ annähernd im Bereich der normativen Vorgabe von $\sigma_{ct} = 0,4 \cdot f_{ct,eff}$ liegt, unterschreitet die Restzugspannung der GFK-bewehrten Probekörper mit $\sigma_{cm} \approx 0,30-0,34 \cdot f_{ct}$ diese Grenze deutlich. Für die Berücksichtigung des Betons in der Zugzone wird deshalb in der Literatur ein Bereich von $\sigma_{ct} = 0,3-0,6 \cdot f_{ct,eff}$ angegeben, der von den Versuchsergebnissen prinzipiell bestätigt wird. Allerdings werden Ent- und Wiederbelastungsvorgänge durch die Annahme einer konstanten Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen nur unzureichend abgebildet. Bei vollständiger Entlastung des Verbundelementes stellt sich bei den GFK-bewehrten Dehnkörpern aufgrund der größeren Elastizität der Bewehrung ein geringerer Eigen- bzw. Restspannungszustand ein.

Der Vergleich der unterschiedlichen Betone zeigt, dass im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung die effektive Restzugspannung des Normalbetons und des hochfesten Betons unter der des polymermodifizierten Betons liegt. Während die plastischen Betonverformungen bei $\sigma_c=0$ nahezu identisch sind, stellt sich beim Normalbeton und beim hochfestem Beton entsprechend der höheren Betonsteifigkeit ein größerer Restverformungszustand als beim PCC ein.

Die Ergebnisse ausgewählter Energieanteile der beiden Bewehrungsvarianten bestätigen die bereits getroffenen Aussagen. Nach der Erstrissbildung weisen die GFK-bewehrten Dehnkörper aufgrund der geringen Dehnsteifigkeit der Bewehrung und den damit verbundenen größeren Verformungen sowohl für den Verbundquerschnitt als auch für die Einzelkomponenten um ein Vielfaches größere Energien bzw. Energieanteile als die Stahlbetonelemente auf. Im ungerissenen Zustand sowie im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung kann bei beiden Bewehrungsvarianten von einer nahezu konstanten dissipierten Strukturveränderungsenergie sowie von einer parabelförmigen Entwicklung der Formänderungsenergie und der elastischen Energie des Verbundquerschnitts ausgegangen werden. Im Bereich der Einzelrissbildung ist bei allen dargestellten Verläufen ein sprunghafter Verlauf zu erkennen, der bei den GFK-bewehrten Versuchskörpern besonders ausgeprägt ist.

3.3 Zusammenfassung

Zusammenfassend kann anhand der Versuche an PCC-Druckzylindern Folgendes festgestellt werden:

- Infolge der verwendeten Polymermodifikation sind generell eine Verringerung der Druckfestigkeit und des statischen E-Moduls, eine deutliche Vergrößerung der Biegezug- und Zugfestigkeit sowie der Bruchstauchungen und eine verstärkte Viskosität festzustellen.
- Die Spannungs-Dehnungslinie des untersuchten polymermodifizierten Betons weist einen betontypischen Verlauf auf.
- Mit zunehmender Beanspruchung nimmt die Steifigkeit des polymermodifizierten Betons kontinuierlich ab. Sowohl im Gebrauchslastbereich als auch im versagensnahen Bereich ist die Steifigkeitsdegradation des PCC deutlich größer als die des Normalbetons und hochfesten Betons.
- Im Vergleich zu Normalbeton und zu hochfesten Beton sind die plastischen Stauchungen des polymermodifizierten Betons um ein Vielfaches größer.
- Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbelastung sowie der Dauerstandfestigkeit zeichnen sich durch eine nahezu unveränderliche Steifigkeit und durch annähernd konstante plastische Verformungen aus.
- Eine lineare Beziehung zur kriecherzeugenden Spannung bzw. elastischen Verformung kann weder für die visko-elastischen noch für die visko-plastischen Verformungen des PCC festgestellt werden.
- Die beispielsweise in der DIN 1045-1 vorgeschlagenen Berechnungsverfahren zur Bestimmung des Langzeitverhaltens des Betons sind nur bedingt auf polymermodifizierte Betonelemente übertragbar.

Die Untersuchungen an monoton und zyklisch beanspruchten Betondehnkörpern zeigen:

- Der Verlauf der Kraft-Verformungskurven des bewehrten polymermodifizierten Betons und der Probekörper aus Normalbeton und hochfestem Beton ist prinzipiell identisch.
- Infolge der verwendeten Polymermodifikation und der damit verbundenen Veränderung der Betoneigenschaften werden die Rissbildung und die Steifigkeitsdegradation auf ein höheres Beanspruchungsniveau verschoben, wobei sich größere Rissbreiten und Rissabstände einstellen.
- Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbelastung weisen eine nahezu konstante Dehnsteifigkeit und eine annähernd unveränderliche plastische Verformung auf.
- Für Beanspruchungen unterhalb der maximalen Vorbelastung führt eine vereinfachte Annahme bezüglich der Zugversteifung des Betons, d.h. eine konstante Steifigkeit und Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, bei allen Betonen zu einer unzureichenden Beurteilung des Formänderungsverhaltens entsprechender Verbundelemente.

- Im Vergleich zu betonstahlbewehrten Betondehnkörpern weisen GFK-stabbewehrte Betonprobekörper größere Verformungen, Rissbreiten und Energieanteile sowie eine ausgeprägtere Steifigkeitsdegradation und Rissverzweigung auf.
- Für eine kontinuierliche Laststeigerung ist die Mitwirkung des polymermodifizierten Betons zwischen den Rissen bei beiden Bewehrungsvarianten nahezu identisch.
- Im Vergleich zu Normalbeton und hochfestem Beton weisen GFK-stabbewehrte PCC-Dehnkörper eine etwas höhere Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen auf. Dies ist vor allem auf die erhöhte Verformungskapazität der PCC-Druckkonsolen in der Verbundzone zurückzuführen.

Der Einsatz von polymermodifiziertem Beton als Konstruktionsbeton ist prinzipiell möglich. Dabei können durch die Optimierung des Kunststoff-Zement-Verhältnisses sowie des Wasser-Zement-Wertes die positiven und negativen Einflüsse der Polymermodifikation gesteuert und an die gegebene Aufgabenstellung angepasst werden. Bei der Bemessung und Nachweisführung polymermodifizierter Betontragwerke ist gegebenenfalls eine genauere Betrachtung der Auswirkungen viskoser Verformungen sowie der Rissbreiten und damit der Dauerhaftigkeit notwendig.

Auf der Grundlage der beschriebenen Erkenntnisse werden im nächsten Kapitel Berechnungsmodelle zur Beschreibung des Druck- und Zugverhaltens von unbewehrtem und bewehrtem Beton unter mehrfach wiederholter Beanspruchung vorgeschlagen. Da die Steifigkeitsdegradation und das viskose Materialverhalten sowohl von der Lastintensität als auch von der Beanspruchungsdauer abhängen, ist eine spannungsbasierte Beschreibung des Trag- und Verformungsverhaltens des polymermodifizierten Betons nur bedingt möglich. Eine Alternative hierzu bietet die im nachfolgenden Kapitel beschriebene verformungsbasierte Problemformulierung.

Kapitel 4

Zeit- und schädigungsabhängige Modellierung des Formänderungsverhaltens von PCC unter mehrfach wiederholter Beanspruchung

In diesem Kapitel werden auf der Basis der visko-elastisch-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie ein Modell zur Erfassung des Betontragverhaltens unter Druckbeanspruchung und die Modellierung des Tragverhaltens von bewehrtem Beton unter Zugbelastung vorgestellt. Die Modellbildung erfolgt dabei auf der makromechanischen Betrachtungsebene. Lokale Strukturschädigungen bzw. -veränderungen wie z.B. die Mikro- und Makrorissbildung werden durch integrale Materialgesetze, die phänomenologisch begründet sind, abgebildet. Die verwendeten Modellparameter werden aus den experimentellen Untersuchungen abgeleitet, sodass die im Kapitel 3 beschriebenen zeit- und schädigungsabhängigen Effekte sowie deren Interaktion funktionell erfasst werden.

4.1 Grundlagen

4.1.1 Zielstellung und Voraussetzungen

Ziel der Modellierung des Betontragverhaltens ist eine einheitliche Beschreibung des Kurzzeit- und Langzeittragverhaltens sowie für monoton steigende und mehrfach wiederholte Belastungen. Die zu entwickelnden Modelle sollen in der Lage sein, das Tragverhalten des unbewehrten druckbeanspruchten bzw. bewehrten zugbeanspruchten Betons sowohl im Gebrauchsspannungsbereich als auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit realitätsnah wiederzugeben.

Die Modellbildung konzentriert sich dabei auf die Erfassung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Formänderungsverhaltens des Betons in Längsrichtung. Der Einfluss der Querdehnung wird nicht explizit erfasst. Für die phänomenologische Beschreibung des Materialverhaltens wird der Beton makroskopisch als homogenes Kontinuum aufgefasst. Lokale Schädigungen und Störbereiche werden weitgehend als „verschmiert“ betrachtet. Die mit der Strukturveränderung des Betons verbundene Inhomogenität wird durch zeit- und beanspruchungsabhängige Materialeigenschaften erfasst. Unter der Annahme isothermer Prozesse erfolgt die Formulierung der Werkstoffeigenschaften temperaturunabhängig. Im ungeschädigten Zustand werden gleiche Anfangssteifigkeiten im Druck- und Zugbereich sowie isotropes Materialverhalten vorausgesetzt. Es wird von einer statischen bzw. quasi-statischen

Belastung ausgegangen und dynamische Effekte vernachlässigt. Ermüdungserscheinungen infolge zyklischer Beanspruchung sowie Spannungs- und Schädigungszustände infolge nichtmechanischer Einwirkungen bleiben unberücksichtigt.

Grundlage der Modellierung des Trag- und Verformungsverhaltens von Beton sind die in Kapitel 3 vorgestellten experimentellen Ergebnisse an polymermodifiziertem Beton sowie die in der Literatur [Schwabach (2005); Bolle (1999); Füllsack-Köditz (2004)] beschriebenen Beobachtungen an Normalbeton bzw. hochfestem Beton. Die Basis der vorgeschlagenen Modelle bilden nichtlineare rheologische Elemente, deren Kenngrößen untereinander verknüpft werden, sodass das Berechnungsmodell an das reale Verhalten des polymermodifizierten Betons angepasst werden kann.

4.1.2 Grundelemente der Rheologie

Die Rheologie ist ein Teil der Mechanik und kombiniert die Elastizitäts-, Plastizitäts- und Viskositätstheorie. Der Grundstein dieser Theorie, die das Verformungs- und Fließverhalten viskoser Kontinua beschreibt, wurde von E. C. BINGHAM (1919) und M. REINER (1928) gelegt. Nach dem Vorschlag von ACKERMANN und BEUTNER [1972] kann die Rheologie in verschiedene Hauptgebiete unterteilt (Abb. 4.1) und das Formänderungsverhalten eines Körpers bestimmten idealen Modellvorstellungen zugeordnet werden. Neben zeitunabhängigen elastischen und plastischen Verformungen können im Laufe der Zeit viskose Spannungs- bzw. Verformungsänderungen auftreten. Der Körper verhält sich dabei elastisch oder plastisch im Sinne der Viskoelastizitäts- bzw. Viskoplastizitätstheorie. Die Spannungs-Dehnungsbeziehungen können linear oder nichtlinear sein.

Die lineare Viskoelastizitätstheorie ermöglicht mit Hilfe einfacher mechanischer Modelle eine anschauliche Darstellung des komplexen Festkörperverhaltens. Entsprechend der Grundeigenschaften fester Körper, d.h. Elastizität, Plastizität und Viskosität, basiert die Rheologie auf definierten idealisierten Grundelementen, wie z.B. der HOOKESchen Feder, dem NEWTONSchen Dämpfer und dem ST.-VENANTSchen Reibelement (Abb. 4.2).

Wird für die Feder eine lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung vorausgesetzt, ergibt sich unter Berücksichtigung des Elastizitätsmoduls E_F das HOOKESche Gesetz.

$$\sigma_F = E_F \cdot \varepsilon_F \quad (4.1)$$

Beim NEWTONSchen Dämpfer wird unter Verwendung der Viskositätskonstante η_D eine proportionale Beziehung zwischen der Spannung im Dämpfer und der Dehnungsgeschwindigkeit hergestellt.

$$\sigma_D = \eta_D \cdot \frac{d\varepsilon_D}{dt} \quad (4.2)$$

Alternativ zur Viskositätskonstante η_D kann als Materialkenngröße die Retardationszeit $\tau_D = \eta_D/E$ verwendet werden.

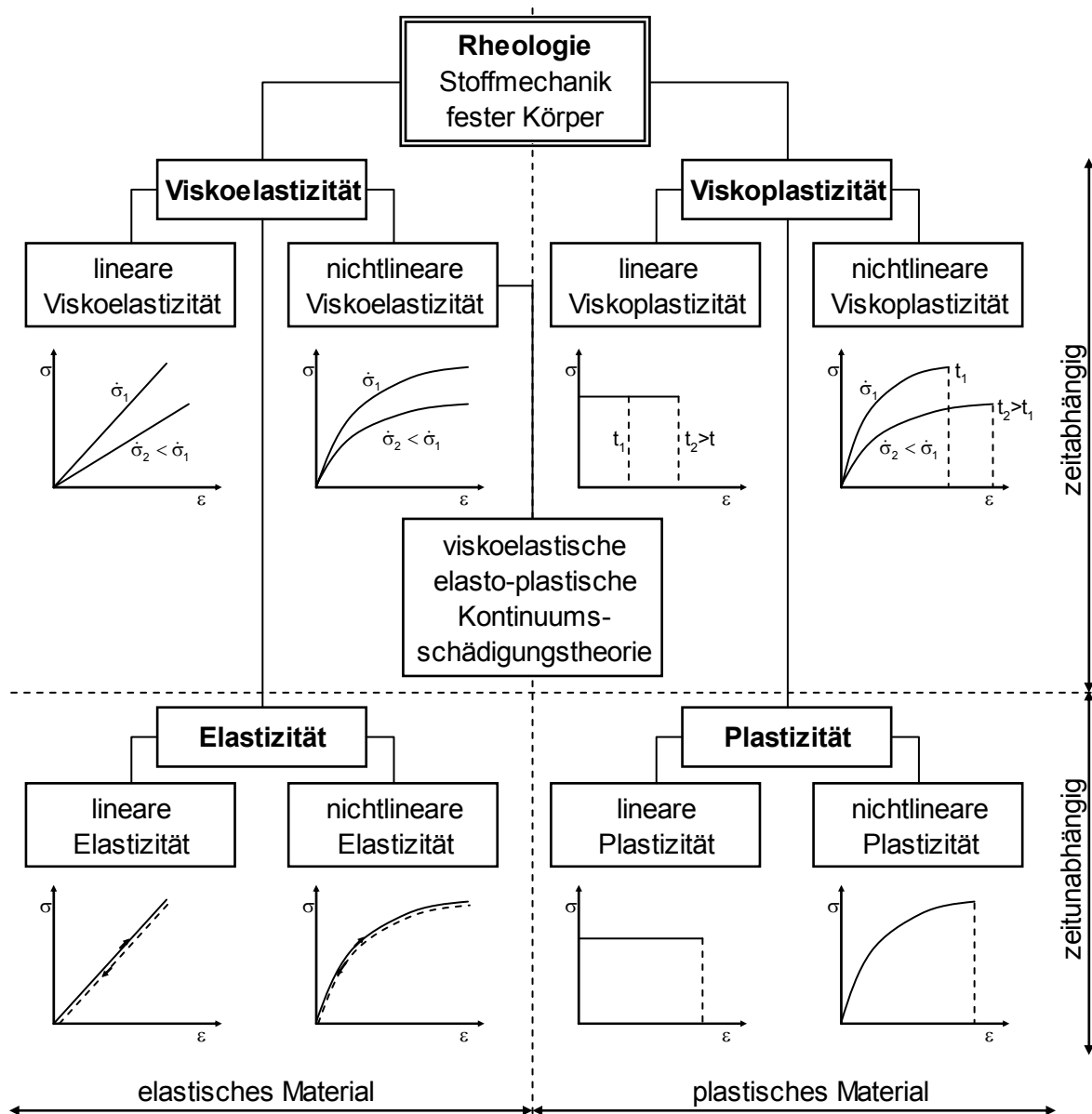


Abb. 4.1: Hauptgebiete der Rheologie in Anlehnung an ACKERMANN und BEUTNER [1972] und die Erweiterung nach BOCKHOLD [2005]

Das ST.-VENANTSche Reibelement beschreibt den Bereich ideal-plastischer Verformungen. Bis zum Erreichen der maximalen Beanspruchung, d.h. der Fließgrenze σ_y , treten keine Deformationen ϵ_R auf. Ist die Spannung im Reibelement σ_R gleich der Grenzspannung σ_y , entstehen plastische Verformungen ϵ_R , die jede beliebige Größe annehmen können, während σ_R konstant ist.

$$\begin{cases} 0 > \epsilon_R > -\infty & \text{für } \sigma_R \leq -\sigma_y \\ \epsilon_R = 0 & \text{für } |\sigma_R| < \sigma_y \\ 0 < \epsilon_R < +\infty & \text{für } \sigma_R \geq \sigma_y \end{cases} \quad (4.3)$$

Zur Beschreibung hyperelastischer Feststoffe wurden weitere rheologische Elemente, wie das Dehnungsverfestigungselement (strain hardening body), entwickelt (Abb. 4.3). In Analogie zum ST.-VENANTSchen Reibelement erfolgt beim strain hardening body bis zum Er-

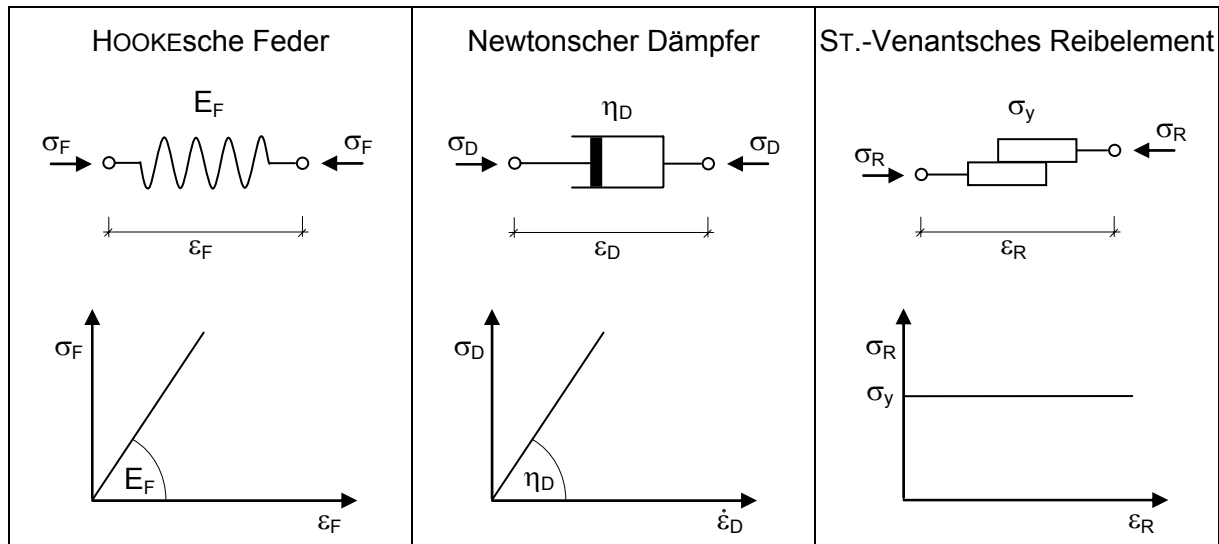


Abb. 4.2: Rheologische Grundelemente

reichen der Dehnungsgrenze ϵ_y , d.h. dem Verfestigungspunkt, eine spannungsfreie Verformung ϵ_v . Anschließend ist die Dehnung $\epsilon_v = \epsilon_y$ konstant, während die Spannung beliebige Werte zwischen 0 und ∞ annehmen kann.

$$\begin{cases} \sigma_v = 0 & \text{für } \epsilon_v < \epsilon_y \\ 0 < \sigma_v < \infty & \text{für } \epsilon_v = \epsilon_y \end{cases} \quad (4.4)$$

Für die idealisierte Darstellung des Materialverhaltens von Werkstoffen mit unterschiedlichen Eigenschaften im Druck- und Zugbereich kann das einseitig gerichtete Verbundelement (unidirectional bond) verwendet werden (Abb. 4.3). Berühren sich die beiden Platten, ist eine verformungsfreie Übertragung von Druckspannungen beliebiger Größe möglich. In Zugrichtung stellen die Platten separate Systeme dar, sodass eine spannungsfreie Verformung stattfindet.

$$\begin{cases} \sigma_b = 0 & \text{für } \epsilon_b > 0 \\ 0 > \sigma_b > -\infty & \text{für } \epsilon_b \leq 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

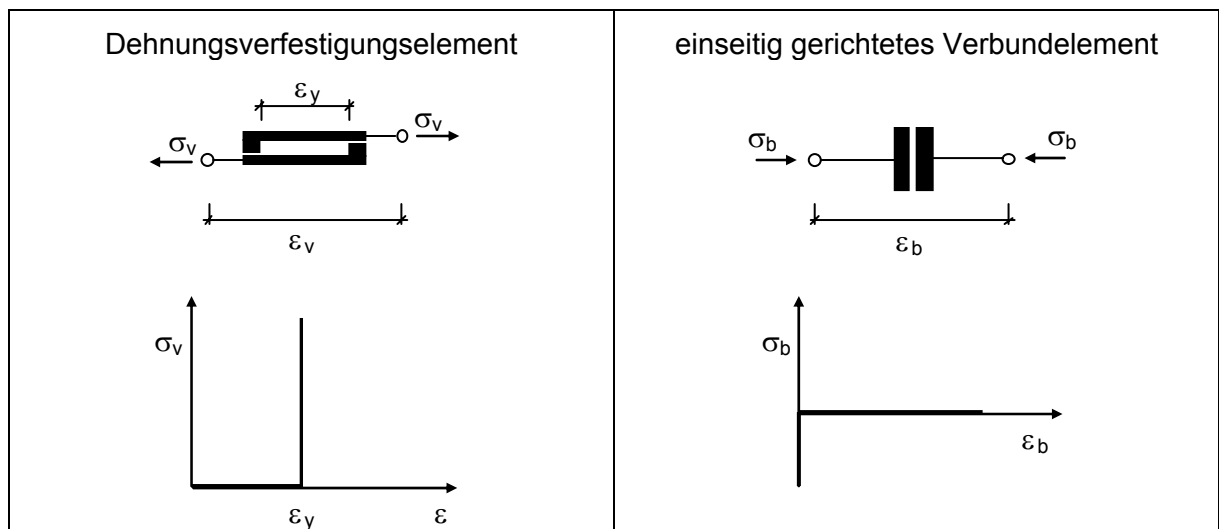


Abb. 4.3: Elemente zur Beschreibung der Dehnungsverfestigung und des einseitig gerichteten Verbundes

Im Allgemeinen kann einem rheologischen Element eine beliebige elementspezifische funktionelle Beziehung zwischen der Spannung und der Verformung bzw. deren Ableitung zugewiesen und somit nichtlineare Effekte berücksichtigt werden. Somit ist die Beschreibung der nichtlinearen zeitunabhängigen Arbeitslinie des Betons beispielsweise mit Hilfe einer nichtlinearen Feder entsprechend der nichtlinearen Elastizität (Abb. 4.1) möglich. Da die Be- und Entlastung auf dem gleichen Pfad verlaufen, liefert dieses Modell lediglich für eine monoton steigende Beanspruchung hinreichend genaue Ergebnisse.

Eine andere Möglichkeit der Modellbildung zum zeitinvarianten Betonverhalten bietet die Elasto-Plastizitätstheorie, die eine Kombination der Elastizitäts- und Plastizitätstheorie darstellt und auf einer Reihenschaltung von einer Feder und einem Reibelement basiert. Wird dabei eine konstante Steifigkeit, d.h. eine lineare Beziehung zwischen der Spannung und dem elastischen Dehnungsanteil, vorausgesetzt (Abb. 4.4), ist die Nichtlinearität der Spannungs-Dehnungslinie auf das plastische Materialverhalten zurückzuführen. Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbeanspruchung verlaufen parallel zur Tangente im Koordinatenursprung und sind somit linear elastisch. Bei vollständiger Entlastung ist eine irreversible Verformung erkennbar.

Die Kontinuumsschädigungstheorie stellt eine weitere Modellierungsvariante zur Beschreibung der σ_c - ε_c -Beziehung dar. Wird entsprechend Abb. 4.5 unterstellt, dass die gesamten Verformungen reversibel sind, kann die Nichtlinearität der Betonarbeitslinie z.B. durch eine schädigungsabhängige Steifigkeitsdegradation der Feder bzw. des Federsystems erfasst werden. Schädigungsfreie Ent- und Wiederbelastungen verlaufen demnach linear elastisch, wobei die Verformungen bei vollständiger Entlastung auf null zurückgehen, sodass keine bleibende Dehnung entsteht.

Wie bereits beschrieben, liegen der Elasto-Plastizitätstheorie und der Kontinuumsschädigungstheorie vereinfachende Annahmen, wie z.B. zur Steifigkeit oder zu den plastischen Verformungen, zugrunde, sodass diese Theorien eine Art Grenzbetrachtung darstellen. Da in der Regel weder die Schädigung des Betongefüges noch die Bildung plastischer Verformungen ausgeschlossen werden können, ist für eine realitätsnahe Erfassung des Betontragverhaltens unter Berücksichtigung von Ent- und Wiederbelastungsvorgängen eine Kombina-

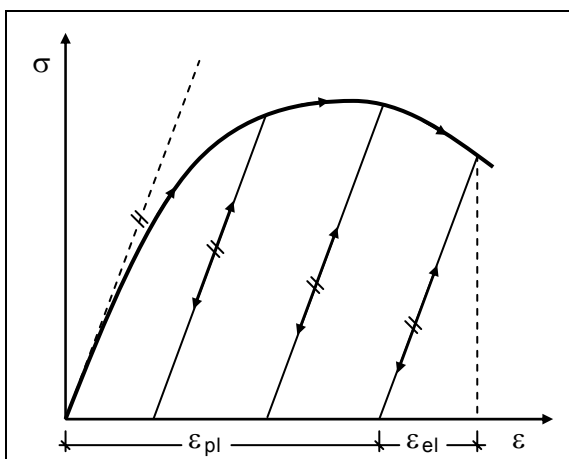


Abb. 4.4: Elasto-Plastizitätstheorie

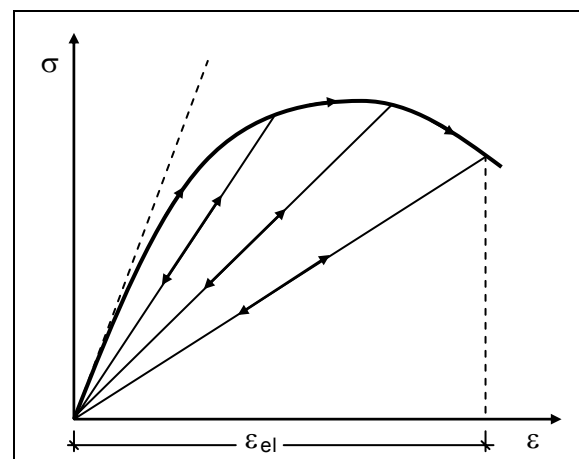


Abb. 4.5: Kontinuumsschädigungstheorie

tion beider Theorien notwendig. Diesbezüglich wurde z.B. von BOCKHOLD [2005] eine Koppelung viskoser, elastischer und plastischer Materialeigenschaften innerhalb der visko-elastischen elasto-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie vorgeschlagen. Einen ausführlichen Überblick über zeitabhängige und nichtlineare rheologische Stoffgesetze sowie komplexe Modellierungen des Betonverhaltens geben z.B. BAŽANT [1988], SOBOTKA [1984] und BETTEN [2002].

4.2 Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung

4.2.1 Einleitung und rheologisches Modell

Die in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagene Modellierung des Tragverhaltens von unbewehrtem Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung basiert auf dem in Abb. 4.6 dargestellten rheologischen Modell und konzentriert sich auf die makroskopische Beschreibung des Betonverhaltens in Längsrichtung. Da Untersuchungen zum Schwindverhalten des PCC nicht Gegenstand dieser Arbeit sind, werden neben den Querverformungen die Schwinddehnungen $\varepsilon_{c,sh}$ nicht berücksichtigt, wobei eine Modellerweiterung zur Erfassung von $\varepsilon_{c,sh}$ prinzipiell möglich ist.

Bei der Modellierung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Materialverhaltens des Betons ist entsprechend der im Kapitel 3.1 erläuterten Versuchsergebnisse zwischen:

- der *zeitabhängigen* Verformungszunahme, die auf reversible und irreversible Kriechprozesse zurückzuführen ist,
- der *zeitabhängigen* Strukturbildung bzw. Nacherhärtung, die u.a. eine Zunahme der Steifigkeit zur Folge hat,
- der *beanspruchungsabhängigen* Kriechintensität, d.h. der mit steigender Beanspruchung überproportional zunehmenden Kriechrate bzw. Kriechverformung, und
- der *beanspruchungsabhängigen* Steifigkeitsdegradation, die auf die Strukturschädigung zurückzuführen ist,

zu unterscheiden.

Die Gesamtdehnung ε_c des Beton-Modells, das durch Reihen- bzw. Parallelschaltung der in Kapitel 4.1.2 vorgestellten rheologischen Grundelemente gebildet wird, kann gemäß Abb. 4.6

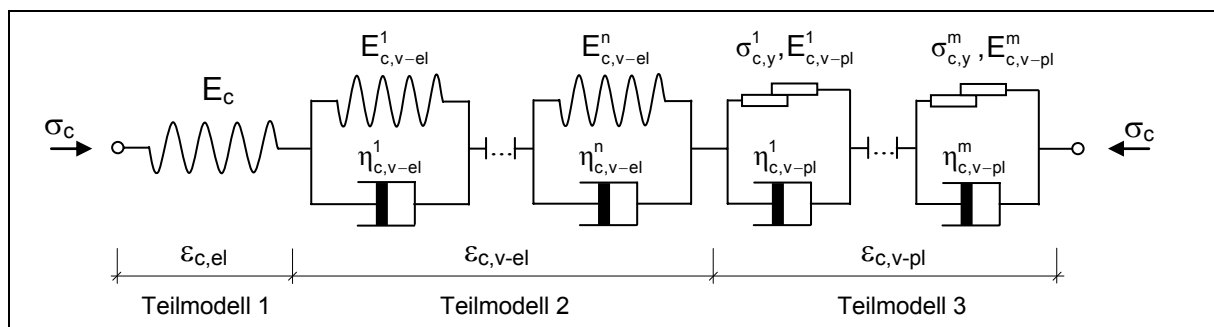


Abb. 4.6: Rheologisches Modell von einaxial druckbeanspruchtem Beton

in folgende Einzelkomponenten zerlegt werden:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,v-el} + \varepsilon_{c,v-pl} \quad (4.6)$$

Dabei werden:

- die elastische zeitinvariante Verformung $\varepsilon_{c,el}$ durch ein Federelement,
- die visko-elastische Dehnung $\varepsilon_{c,v-el}$ durch n in Reihe geschaltete KELVIN-Körper und
- die visko-plastische Verformung $\varepsilon_{c,v-pl}$ durch m in Reihe geschaltete BINGHAM-Körper

beschrieben.

Entsprechend der Definition der einzelnen Verformungsanteile stellen die elastische und visko-elastische Dehnung den reversiblen Verformungsanteil

$$\varepsilon_{c,rev} = \varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,v-el} \quad (4.7)$$

und die visko-plastische Dehnung den irreversiblen Verformungsanteil

$$\varepsilon_{c,irr} = \varepsilon_{c,v-pl} \quad (4.8)$$

dar.

Im Allgemeinen beeinflussen u.a. das Betonalter t , der Zeitpunkt der Lasteinleitung τ sowie die Umgebungsbedingungen die Größe und den Verlauf der reversiblen und irreversiblen Kriechverformungen. Da im Rahmen dieser Arbeit die Beschreibung der Strukturschädigung und des viskosen Betonverhaltens sowie deren Interaktion im Vordergrund steht, werden alle weiteren Einflussgrößen wie beispielsweise die Umgebungsbedingungen nicht im Modell berücksichtigt.

Gemäß der Aufteilung der Gesamtverformungen werden nachfolgend die funktionellen Zusammenhänge der einzelnen Dehnungsanteile sowie deren Interaktion näher beschrieben. Die Nichtlinearität des Kurz- und Langzeitverhaltens des Betons wird durch die Modifikation und Verknüpfung der rheologischen Grundelemente erfasst.

4.2.2 Elastische Verformung und Steifigkeitsdegradation (Teilmodell 1)

Das elastische Materialverhalten wird durch ein Federelement beschrieben und somit eine direkte Beziehung zwischen der Betonspannung σ_c und der elastischen Betondehnung $\varepsilon_{c,el}$ hergestellt.

$$\sigma_c = f(\varepsilon_{c,el}) \quad (4.9)$$

Bei Entlastung geht die elastische Dehnung wieder auf null zurück und ist somit vollständig reversibel.

Wird entsprechend der linearen Elastizitätstheorie die Gültigkeit des HOOKESchen Gesetzes vorausgesetzt, besteht ein linearer Zusammenhang zwischen der Spannung σ_c und der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$.

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_{c,el} \quad (4.10)$$

Da der PCC ein ausgeprägt nichtlineares Materialverhalten aufweist, das sowohl auf die viskosen Verformungsanteile als auch auf die nichtlinear elastischen Materialeigenschaften sowie deren Veränderung zurückzuführen ist, liefert die vereinfachte Annahme einer konstanten Steifigkeit E_c lediglich im unteren Beanspruchungsbereich hinreichend genaue Ergebnisse.

Für eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Tragverhaltens des Betons sowohl im unteren als auch im oberen Beanspruchungsbereich kann im Allgemeinen eine Veränderung des Betongefüges mit steigender Belastung nicht ausgeschlossen werden. Auf der Basis der im Kapitel 3.1 beschriebenen Versuchsergebnisse ist folgendes festzustellen:

- Die Strukturschädigung hängt vorwiegend von der während der Lastgeschichte aufgetretenen maximalen Beanspruchungssituation ab.
- Bei einer ausreichend hohen Be- und Entlastungsgeschwindigkeit sind Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Vorbeanspruchung bzw. der Dauerstandgrenze durch einen nahezu linearen σ_c - ε_c -Verlauf gekennzeichnet.

Dementsprechend kann die Beziehung zwischen der Spannung und der elastischen Dehnung nach Gl. (4.10) prinzipiell aufrecht erhalten werden und die Erfassung des nichtlinear elastischen Werkstoffverhaltens beispielsweise durch eine spannungs- oder verzerrungsabhängige Modifikation der Sekantensteifigkeit E_c erfolgen. Beide Varianten bieten Vor- und Nachteile, die nachfolgend kurz diskutiert werden.

Spannungsabhängige Beschreibung der Steifigkeitsdegradation

Die Kopplung der Steifigkeit E_c an die aktuelle Betonspannung σ_c stellt eine Möglichkeit der Erfassung des nichtlinear elastischen Betonverhaltens dar.

$$E_c = f(\sigma_c) \quad (4.11)$$

Dieser funktionelle Zusammenhang ist für monoton steigende Kurzzeitbelastungen bis zum Erreichen der Kurzzeit-Druckfestigkeit f_c eindeutig und erfasst hinreichend genau die beanspruchungsabhängige Beziehung zwischen der Spannung und der elastischen Dehnung des Betons. Be- und Entlastungen würden jedoch auf demselben Spannungs-Dehnungspfad verlaufen und die Steifigkeit mit sinkender Betonspannung wieder zunehmen. Bei vollständiger Entlastung würde $E_c(\sigma_c=0)$ der Anfangssteifigkeit $E_{c,0}$, d.h. der Steifigkeit des ungeschädigten Betons im Koordinatenursprung, entsprechen. Das Betonverhalten unter mehrfach wiederholter Belastung wird somit nur unzureichend wiedergegeben und lediglich die Umhüllende der Spannungs-Dehnungslinie, d.h. monoton steigende Belastungen, hinreichend genau erfasst.

Eine andere Möglichkeit bietet die Verknüpfung des Elastizitätsmoduls E_c mit der während der Lastgeschichte aufgetretenen kleinsten Betonspannung

$$\sigma_{c,\min} = \min(\sigma_c), \quad (4.12)$$

d.h. der maximalen Betondruckspannung.

$$E_c = f(\sigma_{c,\min}) \quad (4.13)$$

Unter diesem Aspekt wertete beispielsweise SCHWABACH [2005] Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton mit niederzyklischer Druckbelastung aus. Dabei wurde festgestellt, dass die Beziehung zwischen der Steifigkeit und der Spannungsintensität bei Normalbeton mit Hilfe einer Exponentialfunktion und bei hochfestem Beton mit Hilfe einer Potenzfunktion beschrieben werden kann. Für monoton steigende und mehrfach wiederholte Kurzzeitbelastungen unterhalb der Kurzzeit-Druckfestigkeit f_c ist die Beschreibung des Spannungs-Dehnungsverlaufes mit Hilfe der Gln. (4.10) und (4.13) eindeutig und hinreichend genau. Während die Erstbelastung eine nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung aufweist, verlaufen Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Betondruckspannung $\sigma_{c,\min}$ in Anlehnung an die Kontinuumsschädigungstheorie linear elastisch (Abb. 4.5).

Wird der abfallende Ast der Betonarbeitslinie bei der Beschreibung der Spannungs-Dehnungsbeziehung bzw. der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsentwicklung berücksichtigt, geht die Eindeutigkeit der Gln. (4.11) und (4.13) verloren. Zur Verdeutlichung dieser Tatsache wurde dem Beton analog zu Abb. 4.5 bis zum Erreichen der Bruchstauchung bzw. der Druckfestigkeit rein elastisches Materialverhalten unterstellt. In Abb. 4.7 ist die theoretische Entwicklung des Sekantenmoduls E_c bezüglich der nach Gl. (2.18) berechneten Arbeitslinie dargestellt. Einerseits ordnet die Beschreibung der Strukturveränderung mit Hilfe der aktuellen Betonspannung σ_c im oberen Beanspruchungsbereich jedem Spannungswert zwei Steifigkeiten zu. Andererseits unterstellt die Kopplung der Steifigkeit an die maximale Betondruckspannung $\sigma_{c,\min}$, dass im Bereich des abfallenden Astes entweder der Elastizitätsmodul konstant bleibt oder die weitere Entwicklung der Steifigkeitsdegradation nicht eindeutig bestimmt ist. Da beide Modelle das reale Betonverhalten lediglich in Teilbereichen der Arbeitslinie hinreichend genau beschreiben und die Steifigkeitsdegradation während einer konstanten Dauerbelastung nicht erfasst werden kann, ist die spannungsbasierte Vorgehensweise an zusätzliche Voraussetzungen geknüpft.

Dehnungsabhängige Beschreibung der Steifigkeitsdegradation

Eine Alternative zur spannungsabhängigen Beschreibung der Strukturveränderungen bietet eine u.a. von HÄUSSLER-COMBE [2005, 2006] vorgeschlagene dehnungsbasierte Modellierung der Schädigungs- bzw. Steifigkeitsentwicklung.

$$E_c = f(\varepsilon) \quad (4.14)$$

Prinzipiell stehen neben der Gesamtdehnung ε_c der elastische $\varepsilon_{c,el}$, visko-elastische $\varepsilon_{c,v-el}$ und visko-plastische $\varepsilon_{c,v-pl}$ Verformungsanteil als Bezugsgrößen zur Verfügung. Da die Struktur-schädigung sowohl von der Intensität als auch von der Dauer der Beanspruchung abhängt, wird im Rahmen dieser Arbeit die im Laufe der Lastgeschichte aufgetretene maximale reversible Betonstauchung, d.h. die kleinste reversible Dehnung

$$\varepsilon_{c,rev,\min} = \min(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,v-el}) \quad (4.15)$$

als maßgebliche Einwirkung aufgefasst.

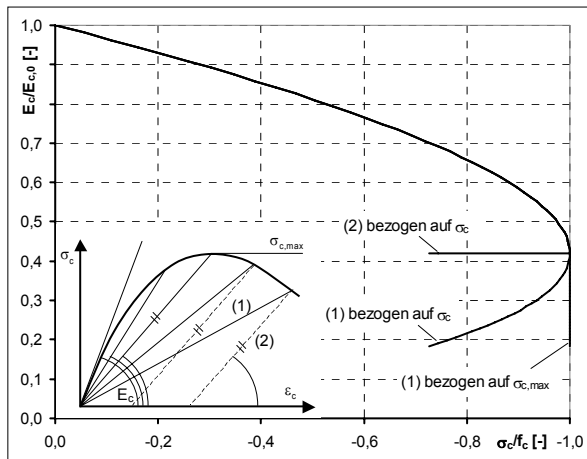


Abb. 4.7: Spannungsbasierte Steifigkeitsmodellierung

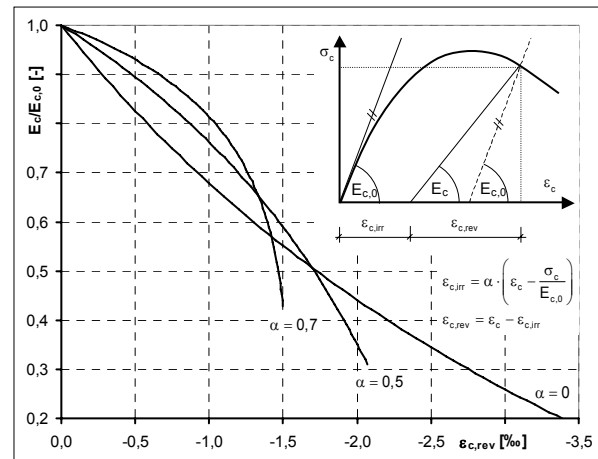


Abb. 4.8: Verzerrungsbasierte Steifigkeitsmodellierung

$$E_c = f(\epsilon_{c,rev,max}) = f\left(\left(\epsilon_{c,el} + \epsilon_{c,v-el}\right)_{max}\right) \quad (4.16)$$

Dieser funktionelle Zusammenhang, bei dem eine stetige Steifigkeitsabnahme mit steigender reversibler Verformung gewährleistet sein muss, besitzt folgende Eigenschaften:

- Während der Erstbelastung nimmt die maximale reversible Stauchung zu und somit der Elastizitätsmodul ab, sodass sich ein nichtlinearer σ_c - $\epsilon_{c,el}$ -Verlauf einstellt.
- Bei schädigungsfreien Ent- und Wiederbelastungsvorgängen ist die aktuelle reversible Dehnung $\epsilon_{c,rev}$ größer als $\epsilon_{c,rev,min}$ und somit die Steifigkeit E_c konstant.
- Die Steifigkeitsabnahme bei konstanter Dauerbelastung wird durch die Zunahme der maximalen reversiblen Betonstauchung $\epsilon_{c,rev,min}$ erfasst.
- Im Bereich des abfallenden Astes der Arbeitslinie wird von einer kontinuierlichen Zunahme der Schädigung bzw. der reversiblen Stauchung ausgegangen, sodass eine eindeutige Beschreibung der Steifigkeitsentwicklung gewährleistet ist.

Für die Veranschaulichung des prinzipiellen Steifigkeitsverlaufes in Abhängigkeit von $\epsilon_{c,rev,min}$ wird die zeitinvariante Arbeitslinie des Betons nach Gl. (2.18) herangezogen und die Gesamtverformung ϵ_c entsprechend der in Abb. 4.8 dargestellten Beziehungen theoretisch in einen reversiblen $\epsilon_{c,rev}$ und einen irreversiblen $\epsilon_{c,irr}$ Anteil zerlegt. In Abb. 4.8 ist zu erkennen, dass der verzerrungsabhängige Elastizitätsmodul $E_c(\epsilon_{c,rev,min})$ für die gesamte Arbeitslinie einen stetig abfallenden Verlauf aufweist. Entsprechend dem Anteil der irreversiblen Dehnung an der nichtlinearen Spannungs-Dehnungsbeziehung ist der Kurvenverlauf mehr oder weniger stark geneigt.

Die mathematische Beschreibung der in Abb. 4.8 dargestellten Beziehung zwischen der Steifigkeit E_c und der reversiblen Dehnung $\epsilon_{c,rev}$ kann über verschiedene Funktionsansätze, z.B. durch eine Polynom-, Exponential- oder Hyperbelfunktion, erfolgen. Im Rahmen dieser Arbeit wird in Anlehnung an HÄUSSLER-COMBE [2005, 2006] die Multiplikation der Anfangssteifigkeit im Koordinatenursprung $E_{c,0}$ mit einer Schädigungsfunktion $D(\epsilon_{c,rev,min})$ vorgeschlagen.

$$E_c(\epsilon_{c,rev,min}) = E_{c,0} \cdot D(\epsilon_{c,rev,min}) \quad (4.17)$$

Die Schädigungsfunktion $D(\varepsilon_{c,rev,min})$

$$D(\varepsilon_{c,rev,min}) = \begin{cases} 1 & \text{für } \varepsilon_{c,rev,min} \geq \varepsilon_{c,da} \\ e^{-(a_E \cdot (\varepsilon_{c,rev,min} - \varepsilon_{c,da}))^{b_E}} & \text{für } \varepsilon_{c,rev,min} < \varepsilon_{c,da} \end{cases} \quad (4.18)$$

kann lediglich Werte zwischen 0 und 1 annehmen, wobei der Wert 1 ungeschädigtem und der Wert 0 vollständig geschädigtem Material entspricht.

4.2.3 Visko-elastische Verformung (Teilmodell 2)

In der vorliegenden Arbeit bildet der KELVIN-Körper, eines der am häufigsten in der Visko-elastizitätstheorie verwendeten Modelle, die Grundlage für die Beschreibung der visko-elastischen Dehnung. Der KELVIN-Körper besteht aus einer Feder und einem parallel geschalteten Dämpfer, wobei die Dehnung der Feder stets der Dehnung des Dämpfers entspricht. Die äußere Spannung σ_c ergibt sich aus der Summation der Spannungen in der Feder und im Dämpfer. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt τ eine konstante Spannung σ_c aufgebracht, ergibt sich für den i -ten KELVIN-Körper unter Berücksichtigung der Stoffgesetze (4.1) und (4.2) folgende Spannungs-Dehnungsbeziehung:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_{c,el} = E_{c,v-el}^i \cdot \varepsilon_{c,v-el}^i + \eta_{c,v-el}^i \cdot \frac{d\varepsilon_{c,v-el}^i}{dt}. \quad (4.19)$$

Die lineare Differentialgleichung erster Ordnung besitzt unter Berücksichtigung der zum Zeitpunkt τ bereits vorhandene Anfangsverformung $\varepsilon_{c,v-el,\tau}^i = \varepsilon_{c,v-el}^i(\tau)$ folgende analytische Lösung:

$$\varepsilon_{c,v-el}^i = \varepsilon_{c,el} \cdot \frac{E_c}{E_{c,v-el}^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right) + \varepsilon_{c,v-el,\tau}^i \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}}. \quad (4.20)$$

Dabei stellen E_c die Sekantensteifigkeit nach Gl. (4.17) und $\tau_{c,v-el}^i$ die Retardationszeit, d.h. das Verhältnis zwischen der Viskositätskonstante $\eta_{c,v-el}^i$ und dem Elastizitätsmodul $E_{c,v-el}^i$

$$\tau_{c,v-el}^i = \eta_{c,v-el}^i / E_{c,v-el}^i, \quad (4.21)$$

dar. Durch eine Reihenschaltung mehrerer KELVIN-Körper kann die Beschreibung des visko-elastischen Kriechverhaltens weiter verfeinert und an das reale Betonverhalten angepasst werden. Unterschiedliche Elastizitätsmoduln $E_{c,v-el}^i$ und Retardationszeiten $\tau_{c,v-el}^i$ der einzelnen rheologischen Elemente ermöglichen die Beschreibung des Kurz- und Langzeitverhaltens des Betons. Die gesamte visko-elastische Verformung des verallgemeinerten KELVIN-Modells ergibt sich aus der Summe der Dehnungen der einzelnen rheologischen Glieder (Abb. 5.4).

$$\varepsilon_{c,v-el} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{c,v-el}^i = \sum_{i=1}^n \left[\varepsilon_{c,el} \cdot \frac{E_c}{E_{c,v-el}^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right) + \varepsilon_{c,v-el,\tau}^i \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right] \quad (4.22)$$

Da das Kriechen des PCC bereits im Gebrauchsspannungsbereich einen nichtlinearen Charakter aufweist und Strukturveränderungen berücksichtigt werden sollen, wird in Anlehnung

an SHEN [1992] für jeden KELVIN-Körper eine nichtlineare Kriechfeder eingeführt, die mit Hilfe einer Funktion $\alpha_{c,v-el}^i$ an die Steifigkeit E_c (Gl. (4.17)) gekoppelt ist.

$$E_{c,v-el}^i = \frac{E_c}{\alpha_{c,v-el}^i} \quad (4.23)$$

Die nichtlineare Funktion $\alpha_{c,v-el}^i$ ist eine auf der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ basierende Polynomfunktion.

$$\alpha_{c,v-el}^i(\varepsilon_{c,el}) = \sum_{j=0}^m a_{c,v-el}^{i,j} \cdot |\varepsilon_{c,el}|^j \quad (4.24)$$

Die beanspruchungsabhängige Steifigkeitsänderung beeinflusst somit neben dem elastischen das visko-elastische Verhalten des Betons, wobei die Retardationszeiten $\tau_{c,v-el}^i$ vereinfacht als konstant angenommen werden. Wird im Zeitintervall $[t, \tau]$ neben einer konstanten elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ eine konstante Steifigkeit E_c vorausgesetzt, kann Gl. (4.22) unter Berücksichtigung der Gln. (4.23) und (4.24) wie folgt dargestellt werden:

$$\varepsilon_{c,v-el} = \varepsilon_{c,el} \cdot \sum_{i=1}^n \left[\alpha_{c,v-el}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right) \right] + \sum_{i=1}^n \left[\varepsilon_{c,v-el,\tau}^i \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right]. \quad (4.25)$$

Wird davon ausgegangen, dass die Anfangsverformungen $\varepsilon_{c,v-el,\tau}^i$ null sind, ist die reversible zeitabhängige Verformung $\varepsilon_{c,v-el}$ entsprechend der im Kapitel 2.2.3 beschriebenen Definition des Kriechens ein Vielfaches der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$

$$\varepsilon_{c,v-el} = \varepsilon_{c,el} \cdot \varphi_{c,v-el} \quad (4.26)$$

und wird mit Hilfe einer dimensionslosen Kriechzahl $\varphi_{c,v-el}$ bestimmt.

$$\varphi_{c,v-el} = \sum_{i=1}^n \left(\alpha_{c,v-el}^i \cdot \beta_{c,v-el}^i \right) \quad (4.27)$$

Dabei wird die Verformungsevolution der einzelnen KELVIN-Körper durch die zugehörige Verlaufsfunktion

$$\beta_{c,v-el}^i = \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right) \quad (4.28)$$

bestimmt.

Für $(t-\tau) \rightarrow \infty$ streben die Verlaufsfunktionen $\beta_{c,v-el}^i$ gegen eins und $\varphi_{c,v-el}$ dem Endwert

$$\varphi_{c,v-el,\infty} = \sum_{i=1}^n \alpha_{c,v-el}^i \quad (4.29)$$

entgegen.

Ist die zur kriecherzeugenden elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ gehörende visko-elastische Endverformung

$$\varepsilon_{c,v-el,\infty}^i = \varepsilon_{c,el} \cdot \alpha_{c,v-el}^i \quad (4.30)$$

eines KELVIN-Körpers kleiner als die bereits vorhandene Dehnung $\varepsilon_{c,v-el,\tau}^i$:

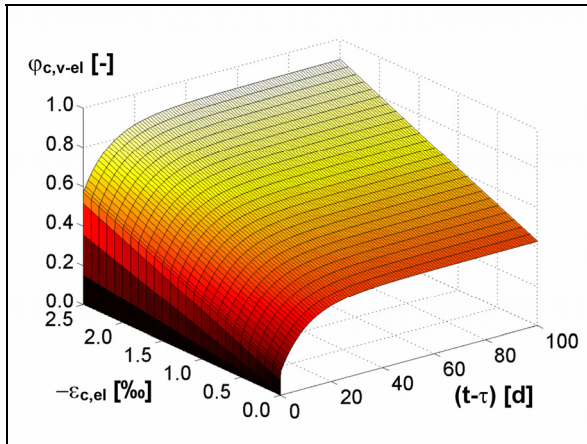


Abb. 4.9: Verlauf der Kriechzahl $\varphi_{c,v-el}$ in Abhängigkeit von der elastischen Dehnung

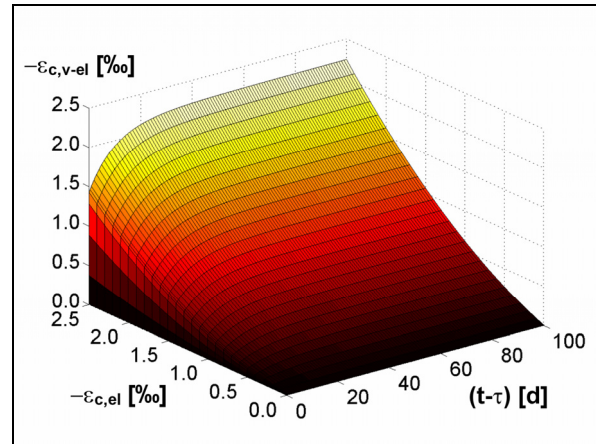


Abb. 4.10: Verlauf der visko-elastischen Verformung in Abhängigkeit von der elastischen Dehnung

$$\varepsilon_{c,v-el,\infty}^i < \varepsilon_{c,v-el,\tau}^i, \quad (4.31)$$

findet in diesem Element ein Wechsel der Verformungsrichtung statt. Bei vollständiger Entlastung verschwindet für jeden KELVIN-Körper die Endverformung $\varepsilon_{c,v-el,\infty}^i$ und die gesamte visko-elastische Dehnung $\varepsilon_{c,v-el}$ strebt gegen null (Abb. 5.5).

$$\varepsilon_{c,v-el} = \sum_{i=1}^n \left[\varepsilon_{c,v-el,\tau}^i \cdot e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-el}^i}} \right] \quad (4.32)$$

Die Beschreibung der visko-elastischen Verformung kann somit prinzipiell der Theorie der elastischen Nachwirkung (Kapitel 2.2.3.4), einem Sonderfall der Theorie des elastisch-kriechenden Körpers, zugeordnet werden.

In Abhängigkeit von der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ ergibt sich der in Abb. 4.9 beispielhaft dargestellte Verlauf der Kriechzahl $\varphi_{c,v-el}$ sowie die daraus resultierende visko-elastische Verformung $\varepsilon_{c,v-el}$ (Abb. 4.10).

4.2.4 Visko-plastische Verformung (Teilmodell 3)

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagene Modellierung der visko-plastischen Dehnung basiert auf einem BINGHAM-Körper, d.h. einer Parallelschaltung eines Dämpfers und eines Reibelementes. Für die Berücksichtigung des nichtlinearen Charakters der visko-plastischen Verformungen wird die Gl. (4.3) des ST.-VENANTSchen Reibelementes um einen plastischen Verfestigungsanteil erweitert.

$$\begin{cases} \sigma_R > \sigma_y & \text{für } \varepsilon_R = 0 \\ \sigma_R = \sigma_y + E_R \cdot \varepsilon_R & \text{für } \varepsilon_R < 0 \end{cases} \quad (4.33)$$

Der Parameter E_R beschreibt den Anstieg der plastischen Verfestigung in Abhängigkeit von der Dehnung ε_R im Reibelement (Abb. 4.11). Die Fließgrenze σ_y ermöglicht die Erfassung eines Bereiches zu Beginn der Spannungs-Dehnungslinie, in dem keine plastischen Verformungen auftreten.

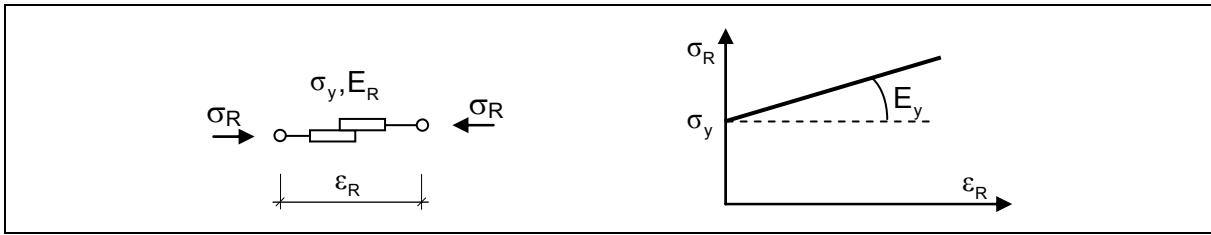


Abb. 4.11: Reibelement mit plastischem Verfestigungsanteil

Analog zum KELVIN-Körper sind die Verformungen der beiden Elemente stets gleich und entsprechen der Gesamtverformung des BINGHAM-Körpers. Die äußere Spannung σ_c hingegen ergibt sich aus der Addition der Spannungen im Dämpfer und im Reibelement. Wird zu einem beliebigen Zeitpunkt τ eine konstante Spannung σ_c aufgebracht, kann für den i -ten unverformten BINGHAM-Körper unter Berücksichtigung der Stoffgesetze (4.2) und (4.33) folgende Beziehung zwischen der Spannung σ_c bzw. der elastischen Dehnung $\epsilon_{c,el}$ und der Gesamtverformung des BINGHAM-Körpers $\epsilon_{c,v-pl}^i$ angegeben werden:

$$\begin{cases} \epsilon_{c,v-pl}^i = 0 & \text{für } \sigma_c > \sigma_{c,y}^i \text{ bzw. } \epsilon_{c,el} > \epsilon_{c,y}^i \\ \sigma_c = E_c \cdot \epsilon_{c,el} = \sigma_{c,y}^i + E_{c,v-pl}^i \cdot \epsilon_{c,v-pl}^i + \eta_{c,v-pl}^i \cdot \frac{d\epsilon_{c,v-pl}^i}{dt} & \text{für } \sigma_c \leq \sigma_{c,y}^i \text{ bzw. } \epsilon_{c,el} \leq \epsilon_{c,y}^i \end{cases} \quad (4.34)$$

Für Spannungen $\sigma_c \geq \sigma_{c,y}^i$ ist der BINGHAM-Körper starr, d.h. $\epsilon_{c,v-pl}^i = 0$. Wird die Fließgrenze $\sigma_{c,y}^i$ des Reibungselementes überschritten, d.h. $\sigma_c < \sigma_{c,y}^i$, tritt eine visko-plastische Verformungszunahme $\epsilon_{c,v-pl}^i$ auf, die durch den Dämpfer und die plastische Verfestigung beschrieben wird. Unter der Voraussetzung, dass die Anfangsverformung $\epsilon_{c,v-pl,\tau}^i = \epsilon_{c,v-pl}^i(\tau) = 0$ ist, besitzt die lineare Differentialgleichung (4.34) erster Ordnung folgende analytische Lösung:

$$\epsilon_{c,v-pl}^i = \begin{cases} 0 & \text{für } \epsilon_{c,el} > \epsilon_{c,y}^i \\ \left(\epsilon_{c,el} - \epsilon_{c,y}^i \right) \cdot \frac{E_c}{E_{c,v-pl}^i} \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-pl}^i}} \right) & \text{für } \epsilon_{c,el} \leq \epsilon_{c,y}^i \end{cases} \quad (4.35)$$

Dabei stellt $\tau_{c,v-pl}^i$ die Retardationszeit, das Verhältnis der Viskosität und der Verfestigungskonstante

$$\tau_{c,v-pl}^i = \eta_{c,v-pl}^i / E_{c,v-pl}^i, \quad (4.36)$$

und E_c die Sekantensteifigkeit nach Gl. (4.17) dar. Die Grenzdehnungen $\epsilon_{c,y}^i$ werden vereinfacht als beanspruchungsunabhängige Konstanten angenommen und mit Hilfe der Anfangssteifigkeit $E_{c,0}$ des ungeschädigten Betons bestimmt.

$$\epsilon_{c,y}^i = \frac{\sigma_{c,y}^i}{E_{c,0}} \quad (4.37)$$

Durch eine Reihenschaltung von m BINGHAM-Körpern kann die Beschreibung des visko-plastischen Materialverhaltens des Betons weiter verfeinert werden. Eine wirklichkeitsnahe Erfassung des realen Kurz- und Langzeitverhaltens des Betons wird durch unterschiedliche Verfestigungskonstanten $E_{c,v-pl}^i$ und Retardationszeiten $\tau_{c,v-pl}^i$ der einzelnen rheologischen Elemente ermöglicht. Die Summation der Verformungen $\epsilon_{c,v-pl}^i$ der einzelnen BINGHAM-

Körper ergibt die visko-plastische Dehnung $\varepsilon_{c,v-pl}$ des verallgemeinerten BINGHAM-Modells (Abb. 5.6).

$$\varepsilon_{c,v-pl} = \sum_{i=1}^m \varepsilon_{c,v-pl}^i \quad (4.38)$$

Analog zur visko-elastischen Verformung wird für die Berücksichtigung der Strukturschädigungen und des nichtlinearen Charakters der visko-plastischen Dehnung $\varepsilon_{c,v-pl}$ für jedes Reibelement eine nichtlineare Verfestigung eingeführt und $E_{c,v-pl}^i$ an die beanspruchungsabhängige Steifigkeit E_c des Betons nach Gl. (4.17) funktionell gekoppelt.

$$E_{c,v-pl}^i = \frac{E_c}{\alpha_{c,v-pl}^i} \quad (4.39)$$

Die nichtlinearen Funktionen $\alpha_{c,v-pl}^i$ sind auf der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ basierende Polynomfunktionen.

$$\alpha_{c,v-pl}^i(\varepsilon_{c,el}) = \sum_{j=0}^n a_{c,v-pl}^{i,j} \cdot |\varepsilon_{c,el}|^j \quad (4.40)$$

Neben der Beanspruchung, d.h. der elastischen Dehnung, beeinflusst die Schädigungsentwicklung das visko-plastische Verformungsverhalten des Betons. Durch Einsetzen der Gln. (4.39) und (4.40) in Gl. (4.35) bzw. (4.38) ergibt sich folgende Beziehung:

$$\varepsilon_{c,v-pl} = \sum_{i=1}^m \varepsilon_{c,v-pl}^i \quad \text{mit: } \varepsilon_{c,v-pl}^i = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{c,el} > \varepsilon_{c,y}^i \\ \varepsilon_{c,el} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_{c,y}^i}{\varepsilon_{c,el}}\right) \cdot \alpha_{c,v-pl}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-pl}^i}}\right) & \text{für } \varepsilon_{c,el} \leq \varepsilon_{c,y}^i \end{cases} \quad (4.41)$$

Entsprechend der Definition des Kriechens ist die visko-plastische Verformung $\varepsilon_{c,v-pl}$ ein Vielfaches der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ und kann mit Hilfe einer Kriechzahl $\varphi_{c,v-pl}$ ausgedrückt werden.

$$\varepsilon_{c,v-pl} = \varepsilon_{c,el} \cdot \varphi_{c,v-pl} \quad (4.42)$$

Für $(t-\tau) \rightarrow \infty$ streben die Verlaufsfunktionen $\beta_{c,v-pl}^i$

$$\beta_{c,v-pl}^i = \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau)}{\tau_{c,v-pl}^i}}\right) \quad (4.43)$$

gegen eins und $\varphi_{c,v-pl}$ dem Endwert

$$\varphi_{c,v-pl,\infty} = \sum_{i=1}^m \left[\begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{c,el} < \varepsilon_{c,y}^i \\ \left(1 - \frac{\varepsilon_{c,y}^i}{\varepsilon_{c,el}}\right) \cdot \alpha_{c,v-pl}^i & \text{für } \varepsilon_{c,el} \geq \varepsilon_{c,y}^i \end{cases} \right] \quad (4.44)$$

entgegen.

Die funktionelle Beziehung zwischen der elastischen Verformung und der Endkriechzahl $\varphi_{c,v-pl,\infty}$ nach Gl. (4.44) ist in Abb. 4.12 dargestellt. Sie zeigt im Vergleich zu den von BAŽANT und PRASANNAN [1989] sowie BAŽANT und KIM [1991] vorgeschlagenen spannungsab-

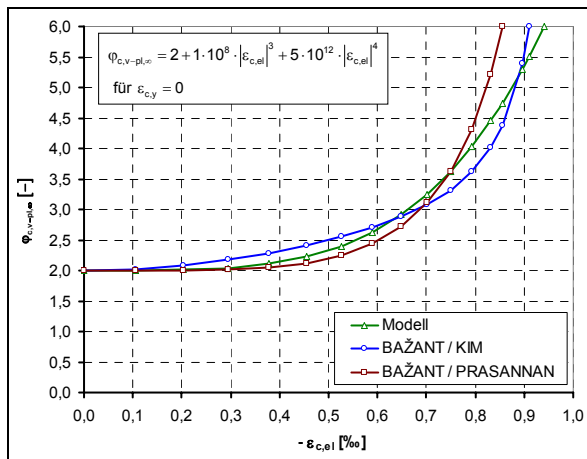


Abb. 4.12: Endkriechzahl $\varphi_{c,v-pl,\infty}$ in Abhängigkeit von der elastischen Dehnung

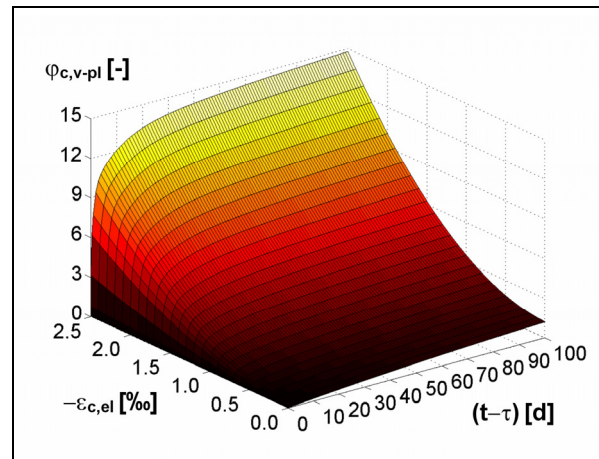


Abb. 4.13: Verlauf der Kriechzahl $\varphi_{c,v-pl}$ in Abhängigkeit von der elastischen Dehnung

hängigen Nichtlinearitätsfaktoren (Kapitel 2.2.3.7, Gl. (2.65), Abb. 2.15) einen ähnlichen Verlauf und strebt mit zunehmender elastischer Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ gegen ∞ . Während die Endkriechzahl $\varphi_{c,v-pl,\infty}$ bei geringer Beanspruchung einen Grenzwert darstellt, ist $\varphi_{c,v-pl,\infty}$ bei hoher Beanspruchung bzw. elastischer Verformung ein theoretischer Wert, der die Beschleunigung der plastischen Kriechverformung im Versagensbereich erfasst.

Je nach Wahl der Modellparameter ergibt sich in Abhängigkeit von der elastischen Verzerrung $\varepsilon_{c,el}$ der in Abb. 4.13 beispielhaft dargestellte Verlauf der Kriechzahl $\varphi_{c,v-pl}$. Analog zu den reversiblen Kriechverformungen können im Rahmen dieser Arbeit unberücksichtigte Einflussgrößen, wie z.B. der Zeitpunkt der Lasteinleitung τ oder die Zementart, über eine Modifikation der Modellparameter $a_{c,v-pl}^{ij}$ und $\varepsilon_{c,y}^i$ erfasst werden.

4.2.5 Verformungsverhalten bei veränderlicher elastischer Dehnung

Die in den Kapiteln 4.2.2-4.2.4 beschriebene dehnungsbasierte Modellbildung zur Erfassung der reversiblen und irreversiblen Verformungen setzt aufgrund der nichtlinearen Beziehungen und Interaktionen der einzelnen Dehnungsanteile im Beobachtungszeitraum $[t, \tau]$ eine konstante elastische Verformung bzw. Spannung sowie konstante Materialparameter voraus. In realen Betonkonstruktionen tritt dieser Sonderfall nicht auf, da infolge der Strukturbildung und Strukturschädigung selbst bei konstanter Betonspannung eine Änderung der elastischen Eigenschaften erfolgt. Die Berücksichtigung dieser Veränderungen bei der Modellierung des Formänderungsverhaltens des Betons ist somit unumgänglich.

Für die Beschreibung des viskosen Verformungsverhaltens wird der veränderliche elastische Dehnungsverlauf innerhalb eines hinreichend kleinen Zeitschrittes als konstant angenommen. Die mittlere elastische Dehnung $\bar{\varepsilon}_{c,el,k}$ in einem diskreten Zeitschritt $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ ergibt sich aus den Werten am Intervallanfang t_{k-1} und -ende t_k .

$$\bar{\varepsilon}_{c,el,k} = \frac{\varepsilon_{c,el}(t_{k-1}) + \varepsilon_{c,el}(t_k)}{2} = \frac{\varepsilon_{c,el,k-1} + \varepsilon_{c,el,k}}{2} \quad (4.45)$$

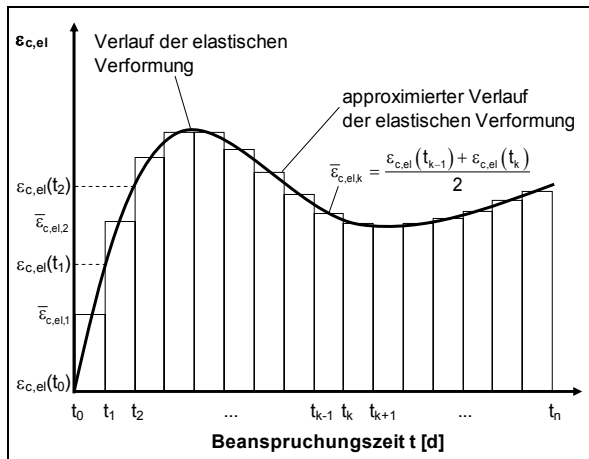


Abb. 4.14: Diskretisierung des zeitlichen Verlaufes der elastischen Dehnung

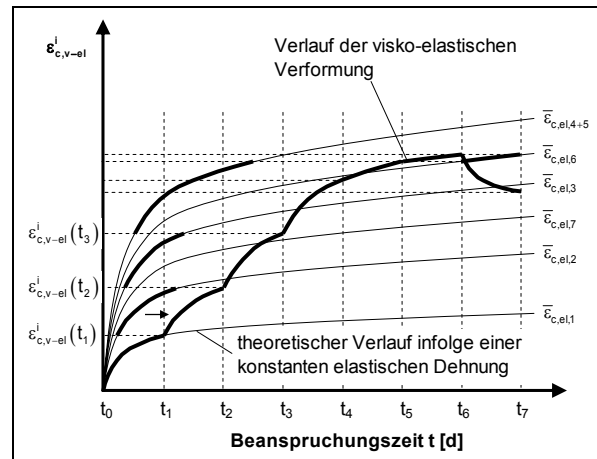


Abb. 4.15: Verlauf der visko-elastischen Verformung eines KELVIN-Körpers infolge einer veränderlichen elastischen Dehnung

In Anlehnung an die im Kapitel 2.2.3.4 beschriebenen Superpositionsmethoden wird somit die Beanspruchungsgeschichte in diskrete elastische Verformungsimpulse $\bar{\epsilon}_{c,el,k}$ zerlegt (Abb. 4.14). Das Betonverhalten wird lediglich durch den aktuellen Schädigungs- und Verformungszustand sowie durch die Beanspruchung im Zeitintervall $[t_{k-1}, t_k]$ beschrieben. Die Spannungs- bzw. Verformungsgeschichte geht nicht explizit in die Berechnung ein.

Bei der Erfassung der reversiblen Kriechverformung sind die Deformationen der einzelnen KELVIN-Körper getrennt voneinander zu untersuchen. In Abhängigkeit vom Verhältnis der Vorverformung $\epsilon_{c,v-el,k-1}^i$ zur visko-elastischen Endverformung $\epsilon_{c,v-el,\infty}^i$ nach Gl. (4.30) nimmt, wie bereits in Kapitel 4.2.3 beschrieben, die elastische Kriechverformung im aktuellen Zeitintervall $[t_{k-1}, t_k]$ zu oder ab bzw. bleibt konstant. Für einen diskreten Zeitschritt $\Delta t_k = t_k - t_{k-1}$ wird die Verformung des i-ten KELVIN-Körpers mit Hilfe der aktuellen kriecherzeugenden elastischen Dehnung $\bar{\epsilon}_{c,el,k}$ berechnet (Abb. 4.15).

$$\epsilon_{c,v-el,k}^i = \bar{\epsilon}_{c,el,k} \cdot \alpha_{c,v-el}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t_k - t_{k-1})}{\tau_{c,v-el}^i}} \right) + \epsilon_{c,v-el,k-1}^i \cdot e^{-\frac{(t_k - t_{k-1})}{\tau_{c,v-el}^i}} \quad (4.46)$$

mit: $\epsilon_{c,v-el,k-1}^i > \epsilon_{c,v-el,\infty}^i$ (Kriechen), $\epsilon_{c,v-el,k-1}^i < \epsilon_{c,v-el,\infty}^i$ (Rückkriechen)

Die gesamte visko-elastische Dehnung ergibt sich aus der Summation der Verformungen der einzelnen KELVIN-Körper.

$$\epsilon_{c,v-el} = \sum_{i=1}^n \epsilon_{c,v-el}^i \quad (4.47)$$

Die Berechnung der irreversiblen Kriechverformung unter Berücksichtigung einer veränderlichen elastischen Dehnung erfolgt analog zur reversiblen Kriechverformung. In Abhängigkeit vom Verhältnis der elastischen Dehnung zur kinematischen Fließgrenze und vom Verhältnis der irreversiblen Vorverformung $\epsilon_{c,v-pl,k-1}^i$ zur Endverformung $\epsilon_{c,v-pl,\infty}^i$ nimmt die visko-plastische Dehnung $\epsilon_{c,v-pl,k}^i$ im Zeitintervall $[t_{k-1}, t_k]$ zu bzw. bleibt konstant.

$$\varepsilon_{c,v-pl,k}^i = \begin{cases} \varepsilon_{c,v-pl,k-1}^i & \text{für } \varepsilon_{c,v-pl,k-1}^i \leq \varepsilon_{c,v-pl,\infty}^i \text{ oder } \bar{\varepsilon}_{c,el,k} \geq \varepsilon_{c,y}^i \\ \varepsilon_{c,v-pl,\infty}^i \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t_k - t_{k-1})}{\tau_{c,v-pl}^i}}\right) + \varepsilon_{c,v-pl,k-1}^i \cdot e^{-\frac{(t_k - t_{k-1})}{\tau_{c,v-pl}^i}} & \text{für } \varepsilon_{c,v-pl,k-1}^i > \varepsilon_{c,v-pl,\infty}^i \text{ und } \bar{\varepsilon}_{c,el,k} < \varepsilon_{c,y}^i \end{cases} \quad (4.48)$$

mit: $\varepsilon_{c,v-pl,\infty}^i = \bar{\varepsilon}_{c,el,k} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_{c,y}^i}{\bar{\varepsilon}_{c,el,k}}\right) \cdot \alpha_{c,v-pl}^i$

Wie bereits in Kapitel 4.2.2 beschrieben, wird der Schädigungszustand bzw. die aktuelle Steifigkeit E_c unter Berücksichtigung der während der gesamten Verformungsgeschichte aufgetretenen kleinsten reversiblen Dehnung $\varepsilon_{c,rev,min} = \min(\varepsilon_{c,el} + \varepsilon_{c,v-el})$ nach Gl. (4.17) berechnet. Die aktuelle Spannung $\sigma_c(t_k)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt $t = t_k$ ist eine sekundäre Größe und ergibt sich aus dem Produkt der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}(t_k)$ und dem Elastizitätsmodul $E_c(t_k)$.

4.2.6 Einfluss der Nacherhärtung des Betons

Bei älteren Betonen bzw. bei Betonen mit geringer Nacherhärtung kann der Strukturbildungsprozess, d.h. die Festigkeits- und Steifigkeitszunahme usw., vernachlässigt werden, sodass die in den letzten Kapiteln vorgeschlagene Modellbildung eine hinreichend genaue Beschreibung des Betontragverhaltens ermöglicht. Bei Betonkonstruktionen mit einer Beanspruchung im frühen Betonalter ist für eine wirklichkeitsnahe Abschätzung des Tragverhaltens der Einfluss der Nacherhärtung des Betons zu berücksichtigen.

Es wird angenommen, dass die Nacherhärtung des Betons durch eine Modifikation des Anfangselastizitätsmoduls $E_{c,0}$ erfasst und entsprechend Kapitel 2.1.2 mit Hilfe einer Verlaufsfunktion $\beta_E(t)$ beschrieben werden kann. Das in Abb. 4.6 dargestellte rheologische Modell wird bezüglich des elastischen Federelementes entsprechend Abb. 4.16 erweitert. Nach jedem diskreten Zeitintervall $[t_{k-1}, t_k]$ wird eine neue Feder mit der Steifigkeit

$$E_{c,0}^k = \Delta E_{c,0}(t_k) = E_{c,0,28} \cdot \Delta \beta_E(t_k) \quad (4.49)$$

spannungsfrei eingebaut. Hierfür wird der Steifigkeitsverlauf innerhalb eines hinreichend kleinen Zeitschrittes als konstant angenommen (Abb. 4.17). Die Steifigkeit $E_{c,0}$ des ungeschädigten Betons zu einem beliebigen Zeitpunkt t ergibt sich aus der Summe der einzelnen Federsteifigkeiten.

$$E_{c,0}(t) = E_{c,0}(t_0) + \sum_{k=1}^n \Delta E_{c,0}(t_k) = E_{c,0,28} \cdot \left[\beta_E(t_0) + \sum_{k=1}^n \Delta \beta_E(t_k) \right] \quad (4.50)$$

Für die Berücksichtigung der beanspruchungsabhängigen Steifigkeitsdegradation der Federn ist folgende Erweiterung notwendig.

$$E_c(t) = E_{c,0,28} \cdot \left[\beta_E(t_0) \cdot D(\varepsilon_{c,rev,min}(t_0, t) - \varepsilon_0(t_0)) + \sum_{k=1}^n \Delta \beta_E(t_k) \cdot D(\varepsilon_{c,rev,min}(t_k, t) - \varepsilon_0(t_k)) \right] \quad (4.51)$$

Die Funktion $D(\varepsilon_{c,rev,min}(t_k, t) - \varepsilon_0(t_k))$ beschreibt die Schädigungsentwicklung entsprechend Gl. (4.17), wobei

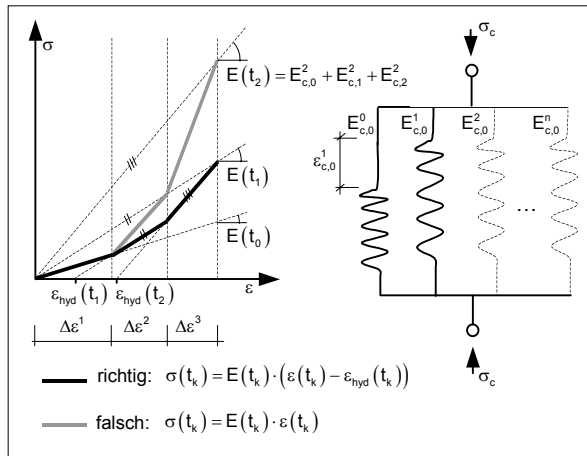


Abb. 4.16: Einfluss der Nacherhärtung auf die Spannungs-Dehnungsbeziehung

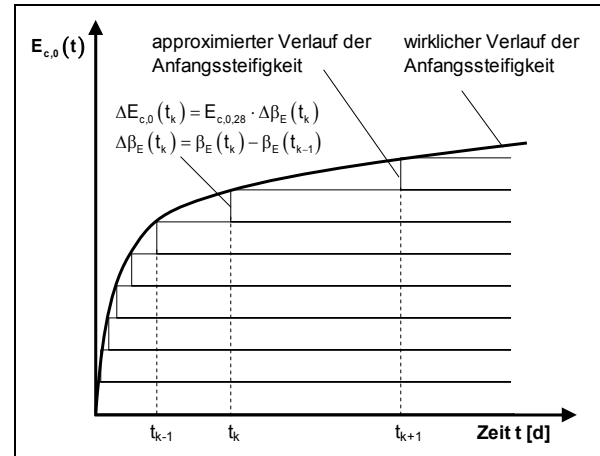


Abb. 4.17: Diskretisierung des zeitlichen Verlaufes der Anfangssteifigkeit

$$\varepsilon_{c,rev,min}(t_k, t) - \varepsilon_0(t_k) = \min(\varepsilon_{c,rev}) - \varepsilon_0(t_k) \quad (4.52)$$

den kleinsten reversiblen Verformungszustand der k-ten Feder im Intervall $[t_k, t]$ darstellt und die Vorverformung der Federn $\varepsilon_0(t_k) = \varepsilon_{c,rev}(t_k)$, die sich aus dem spannungsfreien Einbau in ein verformtes System ergibt, zu berücksichtigen ist.

Wird im Intervall $[t_0, t]$ die Differenzierbarkeit der Verlaufsfunktion $\beta_E(t)$ vorausgesetzt, kann die Summation in eine Integration überführt werden.

$$E_c(t) = E_{c,0,28} \cdot \left[\beta_E(t_0) \cdot D(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial \beta_E(\tau)}{\partial \tau} \cdot D(t, \tau) d\tau \right] \quad (4.53)$$

$$\text{mit: } D(t, \tau) = D(\varepsilon_{c,rev,min}(t, \tau) - \varepsilon_0(\tau))$$

Für schädigungsfreie Strukturveränderungen ist $D(t, \tau) = 1$ und Gl. (4.53) geht in Gl. (2.14) über. Wird die Nacherhärtung vernachlässigt, entspricht Gl. (4.53) der Gl. (4.17). Der Einfluss der Betonhydratation auf die viskosen Verformungsanteile wird dabei indirekt über die nichtlineare Verknüpfung der reversiblen und irreversiblen Kriechverformungen an die elastische Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ und an die Steifigkeit E_c berücksichtigt.

Als Folge der Strukturbildung im belasteten Zustand tritt, wie u. a. von MESCHKE [1998] beschrieben, neben den reversiblen und irreversiblen Kriechverformungen eine weitere zeitabhängige Dehnung $\varepsilon_{c,hyd}$ auf. Im rheologischen Modell ist $\varepsilon_{c,hyd}$ auf die unterschiedliche Vordehnung der einzelnen Federn und den damit verbundenen Eigenspannungszustand zurückzuführen (Abb. 4.16). Für die Ermittlung von $\varepsilon_{c,hyd}$ werden die Verträglichkeits- und Gleichgewichtsbedingung herangezogen. Unter Berücksichtigung der jeweiligen elastischen Dehnung

$$\varepsilon_{c,el,k}(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_0(t_k) \quad (4.54)$$

und der einzelnen Federsteifigkeiten

$$E_{c,k}(t) = \Delta E_c(t_k) \cdot D(t, t_k) \quad (4.55)$$

wird die Spannung $\sigma_c(t)$ wie folgt berechnet:

$$\sigma_c(t) = E_c(t_0) \cdot D(t, t_0) \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon_0(t_0)) + \sum_{k=1}^n \Delta E_c(t_k) \cdot D(t, t_k) \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon_0(t_k)). \quad (4.56)$$

Die Vorverformung der k-ten Feder $\varepsilon_0(t_k)$ entspricht der Gesamtverformung des Federsystems $\varepsilon(t_k)$ zum Zeitpunkt t_k . Wird im Intervall $[t, t_0]$ die Differenzierbarkeit der Verlaufsfunktion $\beta_E(t)$ vorausgesetzt, kann die Summation in eine Integration überführt und analog zu Gl. (4.51) die 28-Tage-Steifigkeit $E_{c,0,28}$ separiert werden.

$$\sigma_c(t) = E_{c,0,28} \cdot \left[\beta_E(t_0) \cdot D(t, t_0) \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(t_0)) + \int_{t_0}^t \frac{\partial \beta_E(\tau)}{\partial \tau} \cdot D(t, \tau) \cdot (\varepsilon(t) - \varepsilon(\tau)) d\tau \right] \quad (4.57)$$

Bei vollständiger Entlastung ist die Spannung $\sigma_c(t)=0$ und die Dehnung infolge der Betonhydratation $\varepsilon_{c,hyd}$ entspricht der verbleibenden Dehnung $\varepsilon(t)$ des Federsystems.

$$\varepsilon_{c,hyd}(t) = \varepsilon(t) = \frac{\beta_E(t_0) \cdot D(t, t_0) \cdot \varepsilon(t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial \beta_E(\tau)}{\partial \tau} \cdot D(t, \tau) \cdot \varepsilon(\tau) d\tau}{\beta_E(t_0) \cdot D(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{\partial \beta_E(\tau)}{\partial \tau} \cdot D(t, \tau) d\tau} \quad (4.58)$$

Die Gesamtdehnung des Federsystems $\varepsilon(\tau)$ zu einem beliebigen Zeitpunkt τ ergibt sich aus der elastischen Verformung $\varepsilon_{c,el}$ und $\varepsilon_{c,hyd}$.

$$\varepsilon(\tau) = \varepsilon_{c,el}(\tau) + \varepsilon_{c,hyd}(\tau) = \frac{\sigma_c(\tau)}{E_c(\tau)} + \varepsilon_{c,hyd}(\tau) \quad (4.59)$$

In Abhängigkeit von der Schädigungsfunktion D sowie der Vorverformung der einzelnen Federn besitzt $\varepsilon_{c,hyd}$ einen reversiblen und einen irreversiblen Anteil. Die Beschreibung der Steifigkeitsentwicklung kann beispielsweise über die im CEB-FIP MC 90 vorgeschlagene Verlaufsfunktion $\beta_E(t)$ nach Gl. (2.14) erfolgen.

4.3 Bewehrter Beton unter einachsiger Zugbeanspruchung

4.3.1 Prinzipielles Tragverhalten zugbeanspruchter Stahlbetonelemente

Stahlbeton bzw. bewehrter polymermodifizierter Beton sind Verbundbaustoffe aus Beton und Stahl, deren Tragverhalten wesentlich durch die Material- und Verbundeigenschaften der beiden Baustoffe bestimmt wird. In Abhängigkeit von den Unterschieden bezüglich der Festigkeits- und Formänderungseigenschaften, des Langzeittragverhaltens und der Verbundeigenschaften beteiligen sich die beiden Baustoffe an der Übertragung der inneren Kräfte. Entsprechend der im Kapitel 3.2 erläuterten Versuchsergebnisse kann für normalkraftbeanspruchte Stahlbetonelemente die über die Elementlänge gemittelte Kraft-Verformungskurve bei monoton steigender Beanspruchung prinzipiell in vier Bereiche unterteilt werden (Abb. 4.18).

- a) Im Zustand I ist das Bauteil ungerissen, d.h. die Bewehrung und der Beton nehmen gemeinsam die Zugkraft auf.
- b) Sobald an der schwächsten Stelle die Betonzugspannung die Zugfestigkeit überschreitet, bildet sich der erste primäre Riss. Die freiwerdende Betonzugkraft muss

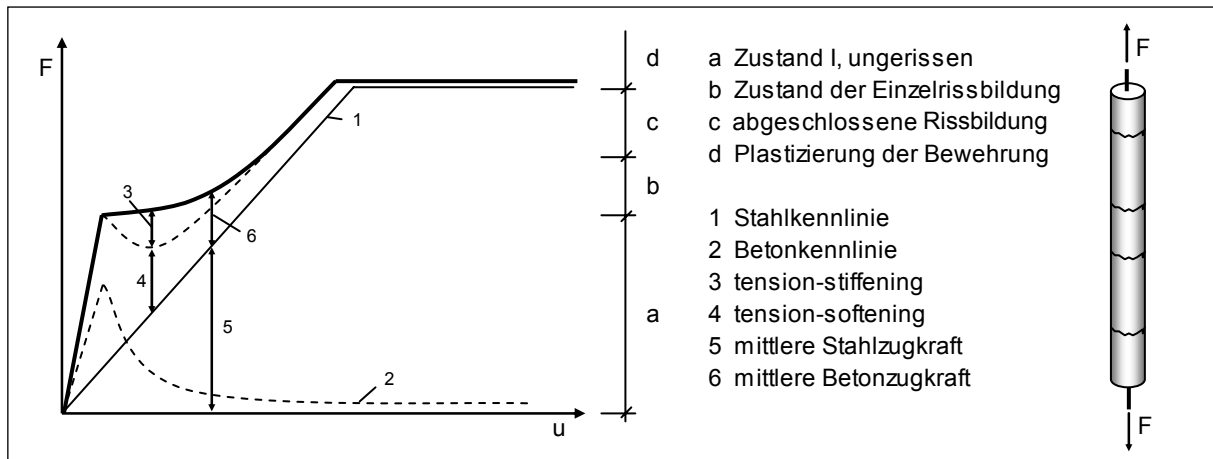


Abb. 4.18: Schematische Darstellung der Kraft-Verformungskurve eines zentrischen Stahlbetonzugstabes

im Rissquerschnitt von der Bewehrung aufgenommen werden. Diese Umlagerung führt in der Regel zu einer starken Verformungszunahme. Mit weiterer Laststeigerung bilden sich aufgrund der zufälligen Zugfestigkeitsverteilung des Betons weitere Risse, die ebenfalls zu starken Verformungszunahmen führen.

- c) Ist die Rissbildung abgeschlossen, kann von einer nahezu linearen Beziehung zwischen der Belastung und der Verformung ausgegangen werden.
- d) Erreicht die Stahlspannung die Fließgrenze, nimmt die Verformung überproportional zur Spannung zu. Das Versagen kündigt sich in der Regel durch große Verformungen an.

Da durch den Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton mit zunehmendem Abstand zum Rissquerschnitt ein Teil der Zugkraft von der Bewehrung wieder auf den Beton übertragen wird, sind selbst im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung die Gesamtverformungen des Stahlbetonzugstabes geringer als die eines Bewehrungsstabes ohne Betonummantelung (Abb. 4.18). Diese Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen, die auch als Zugversteifung oder *tension-stiffening* bezeichnet wird, beeinflusst somit die effektive Steifigkeit des Gesamtsystems, die zwischen der Steifigkeit des ungerissenen Stahlbetonzugstabes und der Steifigkeit des Bewehrungsstabes liegt. Während die Zugversteifung bei der Bemessung von Stahlbetonquerschnitten im Allgemeinen eine untergeordnete Rolle spielt, sollte diese für eine wirklichkeitsnahe Verformungs- und Rissbreitenberechnung berücksichtigt werden.

4.3.2 Rheologisches Modell

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagene Modellbildung zum zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhalten von bewehrtem Beton unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung basiert auf dem in Abb. 4.19 dargestellten rheologischen Modell und wird an einem zentrisch bewehrten, mittig beanspruchten Zugstab als Prinzipbeispiel erläutert. Dabei wird der Zugstab in Teilbereiche, die den Rissstörbereichen bei abgeschlossener Rissbildung ent-

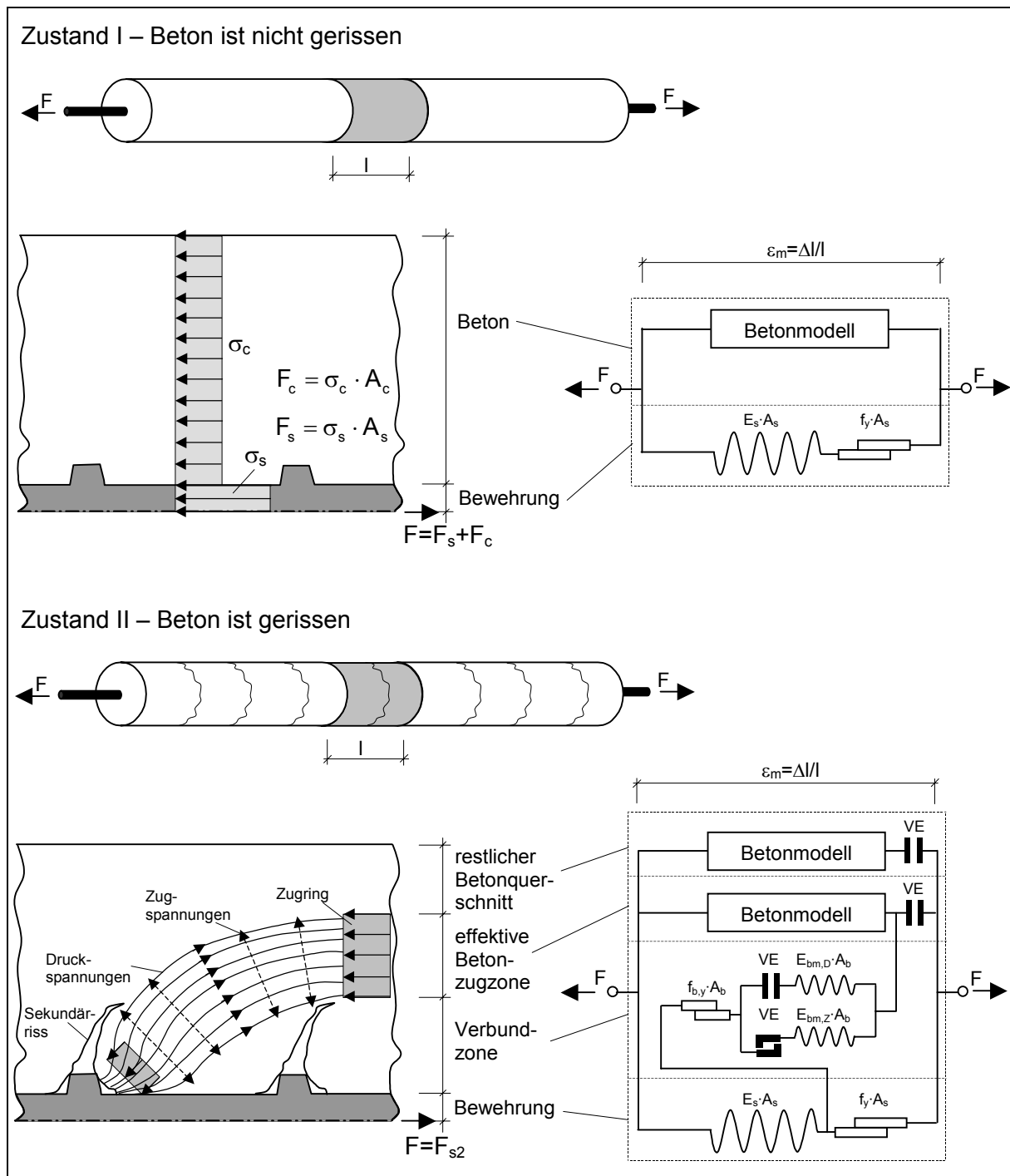


Abb. 4.19: Schematische Darstellung und rheologisches Modell zum Tragverhalten von bewehrtem Beton unter einachsiger Zugbeanspruchung

sprechen, unterteilt, sodass das Berechnungsmodell weitgehend unabhängig von der Länge des Zugstabes und von der zufälligen Verteilung der Betonzugfestigkeit ist.

Für die Beschreibung des Tragverhaltens der Teilbereiche wird zwischen den Zuständen I und II, d.h. ungerissener und gerissener Beton, unterschieden. Im ungerissenen Zustand wird ein starrer Verbund vorausgesetzt. Der Betonquerschnitt sowie die Bewehrung nehmen entsprechend der jeweiligen Dehnsteifigkeit $D_{(.,.)}$, dem Produkt aus Elastizitätsmodul $E_{(.,.)}$ und Flächeninhalt $A_{(.,.)}$, die angreifende Normalkraft F auf.

Im gerissenen Zustand wird der Betonquerschnitt in drei Bereiche:

- die Verbundzone,
- die effektive Betonzugzone und
- den restlichen Betonquerschnitt

unterteilt. In Abhängigkeit von der Dehnsteifigkeit der einzelnen Bereiche wird im Rissstörbereich über die Verbundzone ein Teil der Kraft von der Bewehrung auf die effektive Betonzugzone übertragen. Weiterhin wird angenommen, dass sich der restliche Betonquerschnitt nicht mehr an der Übertragung der angreifenden Zugkraft beteiligt. Aufgrund der rauen Oberfläche der Rissufer und deren gegenseitigen Verschiebung bilden sich im primären Rissquerschnitt bleibende Verformungen, die bei einer vollständigen Entlastung des Querschnitts zu einer Druckbeanspruchung der effektiven Betonzugzone und des restlichen Betonquerschnitts führen. Im Verbundquerschnitt entsteht somit ein Eigenspannungszustand.

Neben der Beschreibung der Arbeitslinie des Betons sind die Erfassung des Materialverhaltens der Bewehrung sowie die Modellierung der Verbundzone notwendig. Vereinfacht wird von einem integralen Materialgesetz ausgegangen. Lokale Effekte werden innerhalb des Rissstörbereiches als „verschmiert“ betrachtet. Die Längenänderung der einzelnen Querschnittsanteile werden auf bezogene Größen, d.h. mittlere Dehnungen ε_m , zurückgeführt und somit analog zu Kapitel 4.2 eine einheitliche dehnungsbasierte Formulierung angestrebt. Die Modellierung des Tragverhaltens der Teilbereiche richtet sich nach den in Kapitel 3.2 beschriebenen Versuchsergebnissen im ungerissenen Zustand sowie im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung. Die Einzelrissbildung ist vom Zufallscharakter der Materialeigenschaften abhängig und kann dementsprechend bei der Beschreibung des Gesamttragverhaltens von Stahlbetonelementen berücksichtigt werden.

4.3.3 Bewehrung

Für die Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Bewehrung können verschiedene Ansätze gewählt werden. Eine wirklichkeitsnahe Berücksichtigung des nichtlinearen Zusammenhanges zwischen der Spannung und der Dehnung ermöglicht beispielsweise das RAMBERG-OSGOOD-Polynom nach Gl. (2.76). Im Rahmen dieser Arbeit wird vereinfacht von einem zeit- und schädigungsunabhängigen linear-elastischen / ideal-plastischen Materialverhalten ausgegangen (Abb. 4.20). Die bilineare Arbeitslinie kann durch Reihenschaltung einer HOOKESchen Feder und eines ST.-VENANTSchen Reibelementes symbolisiert werden. Für eine dehnungsbasierte Modellbildung ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sm,el} + \varepsilon_{sm,pl} \quad (4.60)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{sm,pl} = 0 & \text{für } \varepsilon_{sm,el} < \varepsilon_{s,y} \\ 0 < \varepsilon_{sm,pl} < \infty & \text{für } \varepsilon_{sm,el} \geq \varepsilon_{s,y} \end{cases} \quad \text{mit: } \varepsilon_{s,y} = \frac{f_y}{E_s} \quad \text{und} \quad \varepsilon_{sm,el} = \frac{\sigma_{sm}}{E_s} \quad (4.61)$$

$$\begin{cases} \sigma_{sm} = E_s \cdot \varepsilon_{sm,el} & \text{für } \varepsilon_{sm,el} < \varepsilon_{s,y} \\ \sigma_{sm} = f_y & \text{für } \varepsilon_{sm,el} \geq \varepsilon_{s,y} \end{cases} \quad (4.62)$$

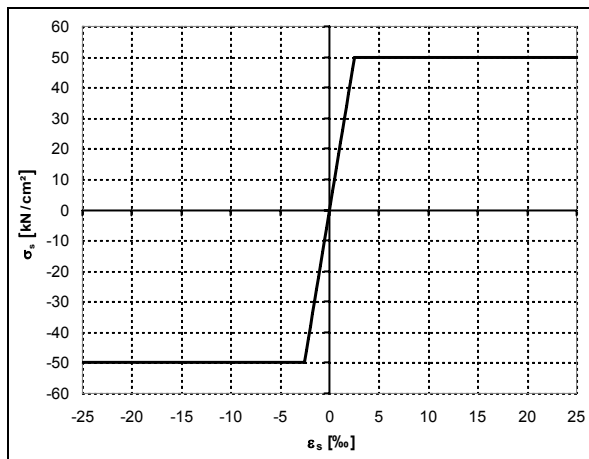


Abb. 4.20: Spannungs-Dehnungsbeziehung der Bewehrung

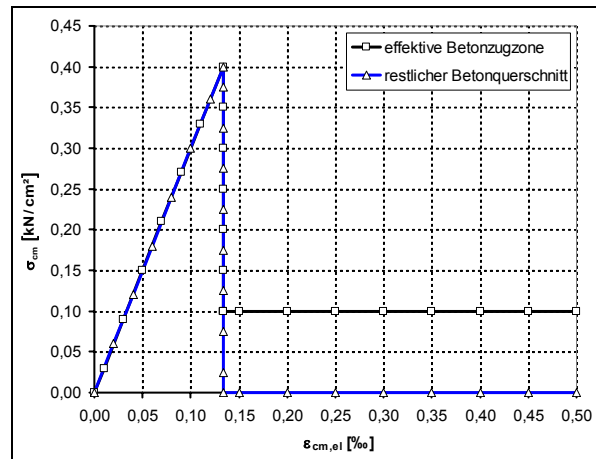


Abb. 4.21: Zugspannungs-Dehnungsbeziehung der effektiven Betonzugzone und des restlichen Betonquerschnitts

Hierbei sind $\varepsilon_{s,y}$ die Grenzdehnung, f_y die Fließgrenze und E_s der Elastizitätsmodul.

4.3.4 Beton unter Zugbeanspruchung

Die Modellierung des Formänderungsverhaltens von zugbeanspruchtem Beton erfolgt auf der Basis der Viskoelastizitätstheorie entsprechend dem in Abb. 4.22 dargestellten rheologischen Modell. Die mittlere Gesamtverformung ε_{cm} wird in einen elastischen und einen visko-elastischen Anteil sowie in einen irreversiblen Rissanteil zerlegt.

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{cm,el} + \varepsilon_{cm,v-el} + \varepsilon_{cm,w,irr} \quad (4.63)$$

Die elastische Verformung $\varepsilon_{cm,el}$ wird durch eine HOOKEsche Feder abgebildet, sodass im ungerissenen Zustand eine lineare Beziehung zwischen der Betonspannung und elastischen Betondehnung existiert.

$$\sigma_{cm} = E_c \cdot \varepsilon_{cm,el} \quad \text{für } \max(\varepsilon_{cm,el}) < \varepsilon_{ct} \quad \text{mit: } \varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (4.64)$$

Mit dem Erreichen der Zugfestigkeit f_{ct} bzw. der Grenzdehnung ε_{ct} des Betons findet die Rissbildung und somit der Übergang vom Zustand I zum Zustand II statt. Entsprechend Abb. 4.19 wird der Betonquerschnitt in die Verbundzone, die effektive Betonzugzone und den restlichen Betonquerschnitt unterteilt. Während sich der restliche Betonquerschnitt nicht mehr an der Übertragung der Zugkraft beteiligt,

$$\sigma_{cm,R} = E_c \cdot \varepsilon_{cm,R,el} \leq 0 \quad (4.65)$$

wird die effektive Betonzugzone über die Verbundzone beansprucht (Abb. 4.21).

$$\sigma_{cm,eff} = E_c \cdot \varepsilon_{cm,eff,el} \leq -\sigma_{bm} \cdot \frac{A_b}{A_{c,eff}} \quad (4.66)$$

Die Beschreibung der visko-elastischen Dehnung erfolgt analog zum Druckbereich durch n in Reihe geschaltete KELVIN-Körper. Es wird davon ausgegangen, dass das visko-elastische

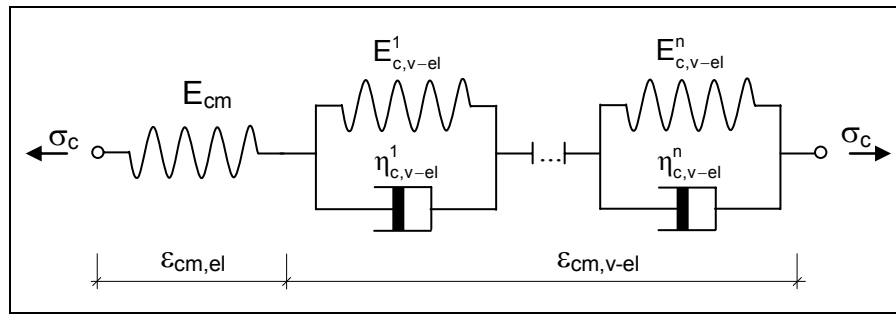


Abb. 4.22: Rheologisches Modell von bewehrtem Beton unter einachsiger Zugbeanspruchung

Materialverhalten für Zug- und Druckbeanspruchung identisch ist und die Gln. (4.23)-(4.32) und (4.45)-(4.47) auf den Fall der Zugbeanspruchung des Betons übertragen werden können. Visko-plastische Verformungsanteile sowie eine sukzessive Steifigkeitsdegradation werden nicht berücksichtigt.

Während des Entlastungsvorganges ist bei Stahlbetonelementen bereits vor der vollständigen Risschließung eine Steifigkeitszunahme zu beobachten, die auf Verklebungseffekte infolge einer gegenseitigen Verschiebung bzw. Verdrehung der Rissufer zurückzuführen ist. Für die Berücksichtigung dieses Effektes wird zwischen den Rissflächen des Betons ein einseitig gerichtetes Verbundelement (VE), das auch irreversible Verformungen und somit bleibende Rissbreiten erfassen kann, eingesetzt (Abb. 4.19). Berühren sich die beiden Platten des einseitig gerichteten Verbundelementes können Druckspannungen vom Beton übertragen werden. Es wird angenommen, dass sich die bleibende Rissbreite bzw. die irreversible Verformung $\epsilon_{cm,w,irr}$ nach der maximalen Rissöffnung bzw. nach der maximalen Dehnungsdifferenz zwischen dem Beton und der Bewehrung richtet.

$$\epsilon_{cm,w,irr} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{c,w}^j \cdot |\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}|_{max}^j \\ \epsilon_{cm,w,y} \end{array} \right. \quad (4.67)$$

Die Dehnung $\epsilon_{cm,w,y}$ stellt dabei eine obere Grenze dar.

4.3.5 Verbundzone

Für die Beschreibung des Formänderungsverhaltens der Verbundzone ist eine Einteilung in die Zustände I und II, d.h. ungerissener und gerissener Beton, notwendig. Im ungerissenen Zustand werden ein starrer Verbund zwischen dem Beton und der Bewehrung sowie eine gleichmäßige Spannungsverteilung über den gesamten Betonquerschnitt vorausgesetzt.

Im gerissenen Zustand wird der starre Verbund aufgehoben, sodass sich eine Verbundzone ausbildet. Die Verbundwirkung der in der Regel verwendeten Rippenstähle lässt sich in:

- Haftverbund,
- Reibungsverbund und
- Form- oder Scherverbund

unterteilen (Abb. 4.23). Der Haftverbund, der auf eine Adhäsion zwischen der Bewehrung und dem Zementstein beruht, wird bereits bei geringen Verschiebungen zerstört. Der Scher- oder Formverbund stellt die wirksamste Verbundart dar. Durch die Verdübelung bzw. Verzahnung zwischen dem Beton und der Bewehrung bilden sich im Verbundbereich geneigte Betondruckkonsolen aus, die sich auf den Bewehrungsrippen abstützen (Abb. 4.24). Senkrecht zu den Druckspannungen treten im Beton Zugspannungen bzw. Ringzugspannungen auf. Die Wirkung des Form- oder Scherverbundes wird somit maßgeblich vom Materialverhalten der Betonkonsolen bestimmt. Nach dem Versagen des Scherverbundes, das bei Stahlbetonelementen im Allgemeinen durch das Versagen der Betonkonsolen begründet ist, wird der infolge der rauen Kontaktflächen hervorgerufene Reibungsverbund aktiviert. Die Verbundeigenschaften werden vorwiegend von der bezogenen Rippenfläche, der Betondruckfestigkeit, der Betondeckung, dem äußeren Querdruck und der Lage beim Betonieren beeinflusst.

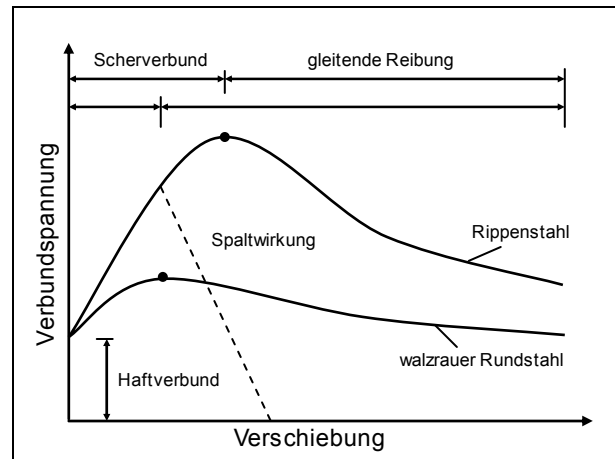


Abb. 4.23: Verbundarten zwischen Beton und geripptem Betonstahl [Rußwurm (1992)]

Zur Vereinfachung der Modellbildung wird der im Verbundbereich vorherrschende räumliche Spannungs- und Verzerrungszustand auf ein eindimensionales Problem zurückgeführt und die Gesamtverformung in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegt.

$$\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bm,el} + \varepsilon_{bm,pl} \quad (4.68)$$

Das Verbundkriechen, das im Allgemeinen bei zugbeanspruchten Stahlbetonelementen eine untergeordnete Rolle spielt, wird vernachlässigt und kann gegebenenfalls durch zusätzliche rheologische Elemente berücksichtigt werden.

Entsprechend der unterschiedlichen Druck- und Zugeigenschaften des Betons bzw. der Verbundzone werden für die Beschreibung der mittleren elastischen Dehnung $\varepsilon_{bm,el}$ zwei schädigungsabhängige Federn verwendet. Analog zu Kapitel 4.2.2 wird die Steifigkeit der Druckfeder an die während der Lastgeschichte aufgetretene minimale elastische Dehnung $\varepsilon_{bm,el,min}$,

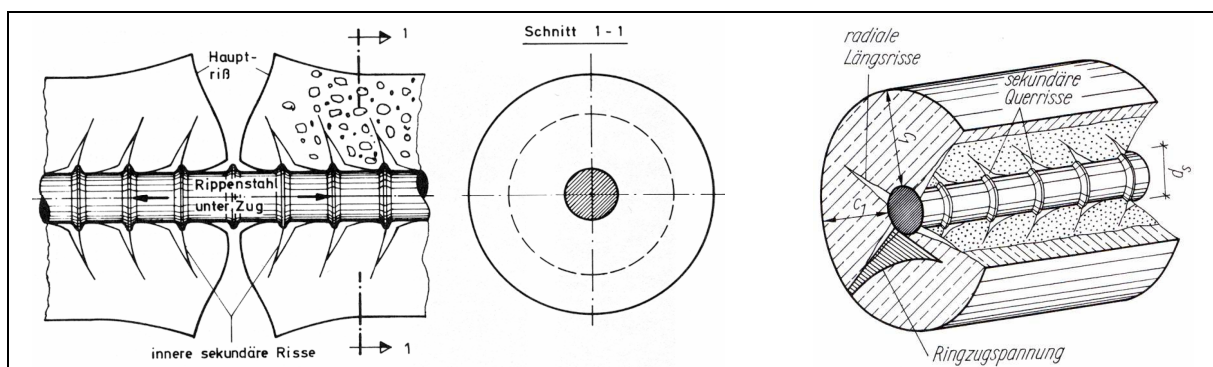


Abb. 4.24: Beanspruchung der Betonkonsolen [Goto (1971)]

d.h. die maximale Stauchung, gekoppelt

$$E_{\text{bm},D} = E_{\text{b},0} \cdot D_{\text{bm},D}(\varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}}) \quad \text{mit: } \varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}} = \min(\varepsilon_{\text{bm},\text{el}}) \quad (4.69)$$

und mit Hilfe einer Schädigungsfunktion $D_{\text{bm},D}$ beschrieben.

$$D_{\text{bm},D}(\varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}}) = \begin{cases} 1 & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}} > \varepsilon_{\text{b},D,\text{da}} \\ \frac{\varepsilon_{\text{b},D,\text{da}}}{\varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}}} & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{el},\text{min}} \leq \varepsilon_{\text{b},D,\text{da}} \end{cases} \quad \text{mit: } \varepsilon_{\text{b},D,\text{da}} = \frac{f_{\text{b},y}}{E_{\text{b},0}} \quad (4.70)$$

Dabei ergibt sich die Grenzdehnung $\varepsilon_{\text{b},D,\text{da}}$ aus der Anfangssteifigkeit $E_{\text{b},0}$ und der Grenzspannung $f_{\text{b},y}$, die der Druckfestigkeit des Betons entspricht.

Die Steifigkeitsdegradation der Zugfeder, die vorwiegend die Verklebungen im Rissstörbereich erfassen soll, wird an die plastische Dehnung $\varepsilon_{\text{bm},\text{pl}}$ gekoppelt.

$$E_{\text{bm},Z} = E_{\text{b},0} \cdot D_{\text{bm},Z}(\varepsilon_{\text{bm},\text{pl}}) \quad (4.71)$$

$$D_{\text{bm},Z}(\varepsilon_{\text{bm},\text{pl}}) = \begin{cases} 1 & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{pl}} \geq \varepsilon_{\text{b},Z,\text{da}} \\ \frac{1}{1 + \sum_i a_{\text{b},E}^i \cdot |\varepsilon_{\text{bm},\text{pl}} - \varepsilon_{\text{b},Z,\text{da}}|^i} & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{pl}} < \varepsilon_{\text{b},Z,\text{da}} \end{cases} \quad (4.72)$$

Mit Hilfe der Grenzdehnungen $\varepsilon_{\text{b},D,\text{da}}$ und $\varepsilon_{\text{b},Z,\text{da}}$ kann ein schädigungsfreier Beanspruchungsbereich zu Beginn der Arbeitslinie der Federn erfasst werden. In Abb. 4.25 und Abb. 4.26 ist die Schädigungsentwicklung der beiden Federn exemplarisch dargestellt.

Unter Berücksichtigung der Verbundelemente (VE) ergibt sich für die Verbundzone folgende Beziehung zwischen der Spannung und der elastischen Dehnung.

$$\sigma_{\text{bm}} = \begin{cases} E_{\text{bm},D} \cdot \varepsilon_{\text{bm},\text{el}} & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{el}} < 0 \\ E_{\text{bm},Z} \cdot \varepsilon_{\text{bm},\text{el}} & \text{für } \varepsilon_{\text{bm},\text{el}} \geq 0 \end{cases} \quad (4.73)$$

Für die Beschreibung der Plastizierung der Verbundzone wird ein Reibelement verwendet und die plastische Verformung mit Hilfe einer Polynomfunktion an die maximale elastische

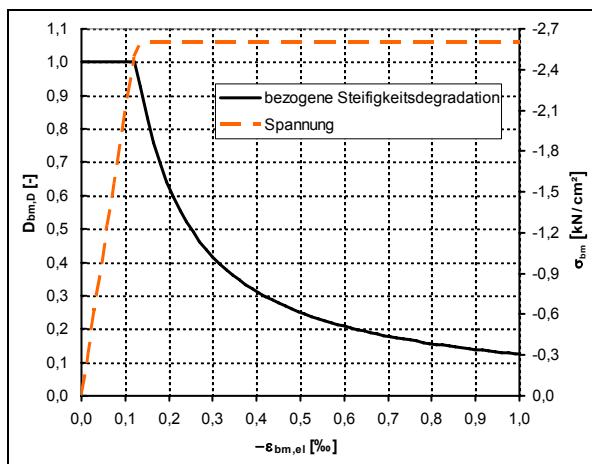


Abb. 4.25: Verlauf der Schädigungsfunktion und der Arbeitslinie der Druckfeder

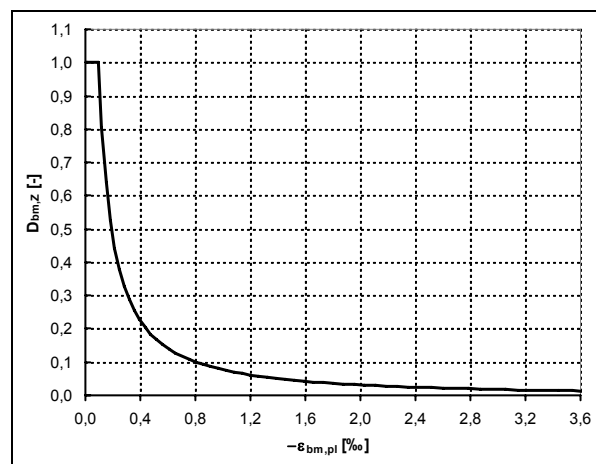


Abb. 4.26: Verlauf der Schädigungsfunktion der Zugfeder

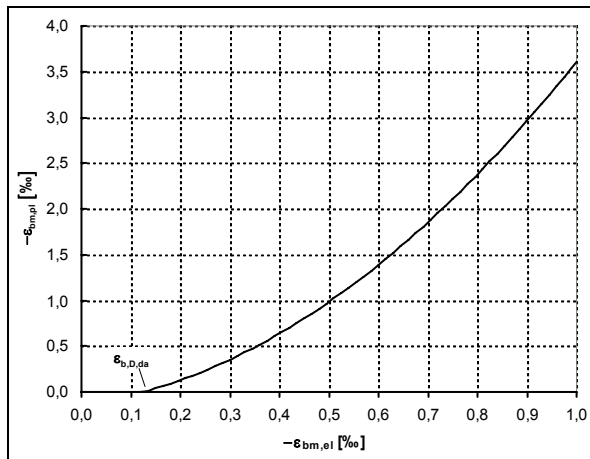


Abb. 4.27: Verlauf der plastischen Verformungen der Verbundzone

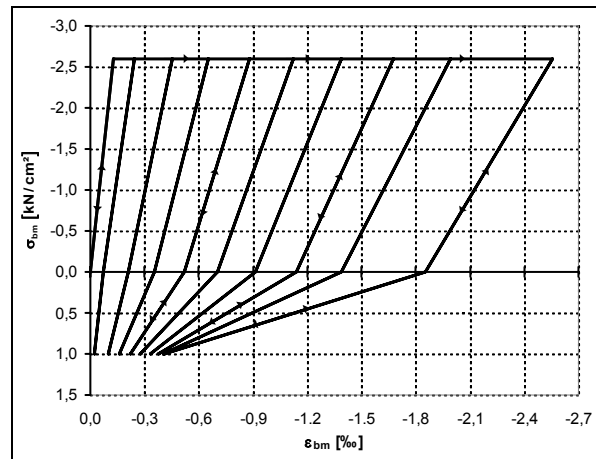


Abb. 4.28: Spannungs-Dehnungsbeziehung der Verbundzone

Stauchung, d.h. an $\varepsilon_{bm,el,min}$, gekoppelt.

$$\varepsilon_{bm,pl} = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{bm,el,min} > \varepsilon_{b,D,da} \\ -\sum_i a_{b,pl}^i \cdot |\varepsilon_{bm,el,min} - \varepsilon_{b,D,da}|^i & \text{für } \varepsilon_{bm,el,min} \leq \varepsilon_{b,D,da} \end{cases} \quad (4.74)$$

Die in Gl. (4.74) beschriebene Verformungsbeziehung ist beispielhaft in Abb. 4.27 dargestellt.

Unter Berücksichtigung aller Verformungsanteile ergibt sich die in Abb. 4.28 dargestellte Spannungs-Dehnungsbeziehung.

Mit dem Überschreiten des elastischen Bereiches wird in Anlehnung an DIN 1045-1 und CEB-FIP MC 90 bei kontinuierlicher Laststeigerung des Verbundquerschnittes eine konstante Beanspruchung der Verbundzone und somit eine konstante Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen angenommen. Neben der Bildung plastischer Verformungen erfolgt dabei sowohl im Druck- als auch im Zugbereich eine Steifigkeitsdegradation. Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Beanspruchung der Verbundzone verlaufen auf dem gleichen Pfad.

4.3.6 Aufteilung des Betonquerschnitts im gerissenen Zustand

Während sich der gesamte Betonquerschnitt im ungerissenen Zustand an der Kraftübertragung beteiligt, ist im gerissenen Zustand eine Unterscheidung zwischen der Verbundzone, der effektiven Betonzugzone und dem restlichen Betonquerschnitt notwendig. Die Größe der Verbundzone wird durch die inneren Querrisse beeinflusst, die u.a. von GOTO [1971] experimentell nachgewiesen wurden und von der Beanspruchungshöhe abhängig sind. Weitere Einflussgrößen auf die Größe der Verbundzone sind u.a. die Betondruck- und -zugfestigkeit, die Betondeckung sowie der Durchmesser und die Profilierung der Bewehrung. Für die Beschreibung der Verbundzone von bewehrtem Beton wird vereinfachend von einer konstanten Verbundzone ausgegangen und in Anlehnung an die Untersuchungen von SCHÖBER

[1984] der Durchmesser der Verbundzone in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser der Bewehrung d_s wie folgt festgelegt:

$$2 \cdot d_s \leq d_b \approx 0,25 \cdot (2 \cdot c + d_s) \leq 3 \cdot d_s . \quad (4.75)$$

Die Zugspannung nimmt außerhalb der Verbundzone mit zunehmendem Abstand von der Bewehrung überproportional ab, sodass bei der Modellbildung eine vereinfachte Annahme bezüglich der Spannungsverteilung und die Begrenzung der effektiven Betonzugzone sinnvoll sind. Demnach wird von einer konstanten mittleren Spannungsverteilung ausgegangen und der Durchmesser der effektiven Betonzugzone ebenfalls in Abhängigkeit vom Stabdurchmesser der Bewehrung gewählt.

$$d_b < d_{c,eff} \approx 2 \cdot c + d_s \leq 8 \cdot 10 \cdot d_s \quad (4.76)$$

Bei Bewehrungssituationen, bei denen die Bewehrungsstäbe sehr dicht liegen, dürfen lediglich die für den jeweiligen Bewehrungsstab relevanten Flächen der Verbundzone bzw. der effektiven Betonzugzone angesetzt werden. Zur Abschätzung der maximalen effektiven Betonzugfläche üblicher Stahlbetonbauteile, d.h. rechteckige Balken-, Platten- oder Scheibenquerschnitte, können die in Abb. 4.29 dargestellten Ansätze nach EC 2 und DIN 1045-1 herangezogen werden.

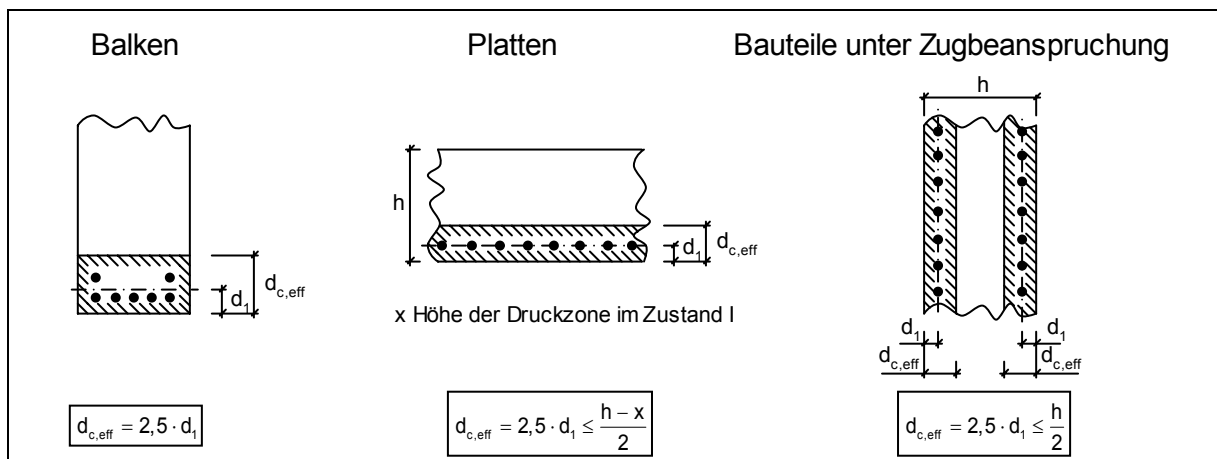


Abb. 4.29: Effektive Betonzugfläche im Wirkungsbereich der Bewehrung nach DIN 1045-1

Kapitel 5

Modellgestützte Untersuchungen zum Tragverhalten von polymermodifiziertem Beton

In diesem Kapitel werden die Anwendbarkeit und das Potential der vorgeschlagenen Modellierung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhaltens von polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Beanspruchung gezeigt. Hierfür werden zunächst das Materialmodell für unbewehrten druckbeanspruchten PCC untersucht und die theoretischen und experimentellen Ergebnisse der zyklischen Kurzzeitbeanspruchungen sowie der Dauerstandversuche gegenübergestellt. Weiterhin werden ausgewählte praxisrelevante Untersuchungen zum Tragverhalten von PCC durchgeführt.

Die Implementierung des Materialmodells für bewehrten zugbeanspruchten PCC wird in einen auf dem HAMILTON-Prinzip bzw. auf dem Prinzip von LAGRANGE vom Minimum des Gesamtpotentials basierenden Berechnungsansatz vorgestellt und das Problem auf nichtlineare Optimierungsaufgaben zurückgeführt. Die Leistungsfähigkeit des vorgeschlagenen Berechnungsansatzes wird durch die Gegenüberstellung der theoretisch und experimentell bestimmten Kraft-Verformungskurven belegt.

5.1 Numerische Untersuchungen an druckbeanspruchten unbewehrten PCC-Zylindern

5.1.1 Vorbemerkungen

Das in Kapitel 4.2 vorgestellte schädigungs- und zeitabhängige Materialmodell für Beton unter mehrfach wiederholter Druckbelastung ist dadurch charakterisiert, dass bei der Berechnung eines beliebigen Zeitschrittes die Lastgeschichte nicht explizit im Modell berücksichtigt werden muss. Das weitere Formänderungsverhalten des Betons ergibt sich aus dem aktuellen Schädigungs- und Verformungszustand sowie aus der im Berechnungsintervall vorherrschenden Einwirkung. Die zur Beschreibung der einzelnen Verformungsanteile des Betons notwendigen Modellparameter sind wie folgt deklariert:

- Die Anfangssteifigkeit $E_{c,0}$ definiert den Anstieg der Arbeitslinie im Koordinatensprung des ungeschädigten Betons.
- Die Parameter a_E , b_E und $\varepsilon_{c,da}$ steuern die Schädigung und die damit verbundene Steifigkeitsdegradation des Betons.
- Die Anzahl der KELVIN- bzw. BINGHAM-Körper n bzw. m legen die Gesamtgröße der

KELVIN- bzw. BINGHAM-Kette fest. Mit zunehmender Anzahl n bzw. m kann die Berechnung verfeinert und an größere Kriechzeiträume angepasst werden.

- Die Retardationszeiten $\tau_{c,v-el}^i$ und $\tau_{c,v-pl}^i$ der KELVIN- und BINGHAM-Körper steuern das rheologische Verhalten des jeweiligen Dämpfers. Je kleiner der Wert ist, umso schneller werden die Spannungen im Dämpfer abgebaut, sodass die viskosen Verformungen zum Stillstand kommen.
- Die Parameter $a_{c,v-el}^{ij}$ und $a_{c,v-pl}^{ij}$ dienen zur Steuerung des nichtlinearen elastischen und plastischen Kriechens.

Die Materialparameter zur Beschreibung der Steifigkeitsentwicklung können auf der Basis aktueller Normen oder von Versuchsergebnissen aus der Kurzzeit-Arbeitslinie des Betons abgeschätzt werden. Die rheologischen Kennwerte können durch experimentelle Untersuchungen bestimmt und an den jeweiligen Beton angepasst werden. Die Anzahl der KELVIN- bzw. BINGHAM-Körper richtet sich neben der gewünschten Ergebnisgenauigkeit nach dem zu untersuchenden Kriechzeitraum.

5.1.2 Modellvarianten

Durch die Wahl der Modellparameter bzw. der Kombination der verschiedenen Verformungsanteile, d.h. der elastischen, visko-elastischen und visko-plastischen Dehnung, kann das Berechnungsmodell an unterschiedliche materialspezifische Spannungs-Dehnungs-Zeitbeziehungen angepasst werden. Unter Vernachlässigung der Nacherhärtung des Betons werden nachfolgend zeitunabhängige, d.h.:

- elastische und
- elastisch-plastische,

sowie zeitabhängige, d.h.:

- elastisch/visko-elastische,
- elastisch/visko-plastische und
- elastisch/visko-elastisch/visko-plastische,

Modellvarianten vorgestellt, die den Einfluss der Modellparameter sowie die Leistungsfähigkeit und Einsatzmöglichkeiten des vorgeschlagenen Modells verdeutlichen.

Elastisches Materialmodell

In Abb. 5.1 sind auf der Basis der in Tab. 5.1 enthaltenen Parameter verschiedene zeitinvariante elastische Modellvarianten dargestellt, die mehr oder weniger betonspezifische Charakteristika aufweisen. Wird beispielsweise der Kurzzeit-Arbeitslinie nach DIN 1045-1 Gl. (2.18) rein elastisches Materialverhalten unterstellt, ist eine hinreichend genaue Wiedergabe der Spannungs-Dehnungslinie (Modellvariante 1) mit Hilfe der nach Gl. (4.18) berechneten Schädigungsfunktion $D(\varepsilon_{c,rev,min})$ (Abb. 5.2) möglich. Ent- und Wiederbelastungen unterhalb der maximalen Betonstauchung, d.h. $\varepsilon_{c,el,min}$, verhalten sich dabei linear-elastisch.

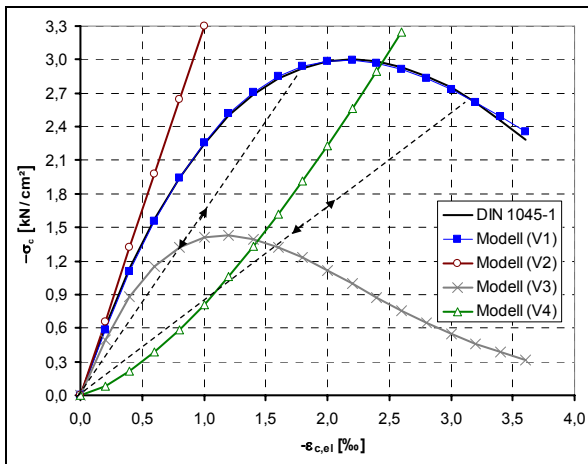


Abb. 5.1: Zeitunabhängige elastische Modellvarianten

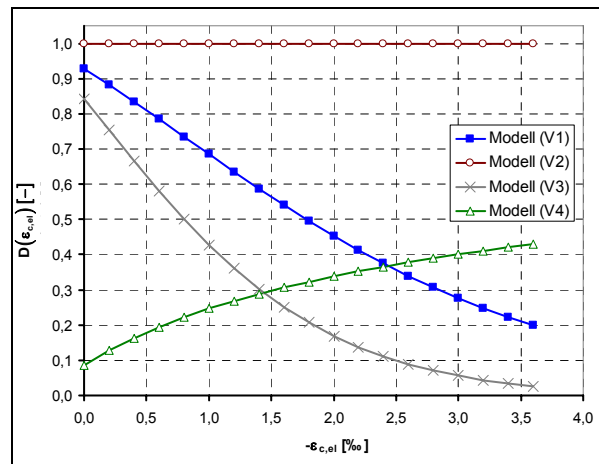


Abb. 5.2: Verlauf der Schädigungsfunktion

Mit Hilfe der Grenzdehnung $\epsilon_{c,da}$ kann ein schädigungsfreier Beanspruchungsbereich zu Beginn der Betonarbeitslinie bzw. der Sonderfall linear-elastisches Materialverhalten (Modellvariante 2) beschrieben werden. Weiterhin ist durch die Variation der Parameter a_E und b_E eine Stauchung (Modellvariante 3) bzw. Streckung der Arbeitslinie sowie die Erfassung einer zunehmenden Dehnungsverfestigung (Modellvariante 4) möglich.

Modellvariante	$E_{c,0}$ [kN/cm ²]	a_E [10 ³]	b_E [-]	$\epsilon_{c,da}$ [%]
1	3300	-0,342	1,436	0,488
2	3300	-0,342	1,436	-4,000
3	3300	-0,600	1,436	0,488
4	3300	-0,342	-0,500	0,488

Tab. 5.1: Parameter der elastischen Modellvarianten

Elastisch-plastisches Materialmodell

Wird das Berechnungsmodell aus einer beanspruchungsabhängigen Feder und einem oder mehreren BINGHAM-Körpern zusammengesetzt, können für $\tau_{c,v-pl}^i \rightarrow 0$ mit Hilfe der nichtlinearen Funktionen $\alpha_{c,v-pl}^i$ und der Schädigungsfunktion $D(\epsilon_{c,rev,min})$ nach Gl. (4.18) verschiedene Sonderfälle des quasi-zeitinvarianten elastisch-plastischen Materialverhaltens erfasst werden. Die für die in Abb. 5.3 dargestellten Modellvarianten wurden die in Tab. 5.2 enthaltenen Parameter verwendet. Es ist zu

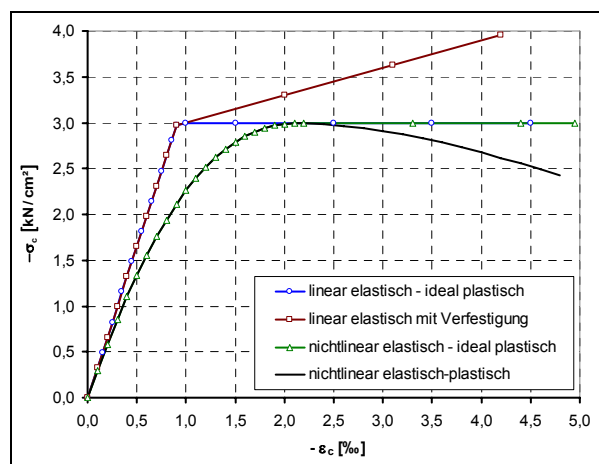


Abb. 5.3: Zeitunabhängige elastisch-plastische Modellvarianten

Modellvariante	$E_{c,0}$ [kN/cm ²]	a_E [10 ³]	b_E [-]	$\varepsilon_{c,da}$ [‰]	$a_{c,v-dl}^{1,0}$ [-]	$\varepsilon_{c,y}$ [‰]
linear-elastisch / ideal-plastisch	3300	-0,342	1,436	-4,0	$1 \cdot 10^{14}$	-0,9
linear-elastisch mit Verfestigung	3300	-0,342	1,436	-4,0	$1 \cdot 10^4$	-0,9
nichtlinear-elastisch / ideal-plastisch	3300	-0,342	1,436	0,488	$1 \cdot 10^4$	-2,2
nichtlinear-elastisch-plastisch	3300	-0,342	1,436	0,488	$1 \cdot 10^3$	-2,2

Tab. 5.2: Parameter der elastisch-plastischen Modellvarianten

erkennen, dass neben den idealisierten bilinearen Arbeitslinien, wie die linear-elastisch / ideal-plastische Spannungs-Dehnungsbeziehung und die linear-elastische σ - ε -Beziehung mit anschließender Nachverfestigung, die Beschreibung nichtlinear-elastischer / ideal-plastischer und nichtlinear-elastisch-plastischer Spannungs-Dehnungslinien entsprechend der elasto-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie möglich ist.

Elastisch / visko-elastisches Materialmodell

Werden neben der beanspruchungsabhängigen elastischen Feder verschiedene KELVIN-Körper im Modell berücksichtigt, ist die Erfassung visko-elastischer Verformungen möglich. Abb. 5.4 zeigt den prinzipiellen Verlauf der visko-elastischen Dehnung und deren Anteile infolge einer im Zeitintervall $[t_0, t_1]$ konstanten elastischen Verformung. Entsprechend der Wahl der Retardationszeiten kann der Verlauf der visko-elastischen Dehnung in Teilbereiche vorwiegend den Eigenschaften eines bestimmten KELVIN-Körpers zugeordnet werden. Die anderen KELVIN-Körper weisen in diesem Zeitraum nur geringe Verformungszunahmen auf und können gegebenenfalls vernachlässigt oder als konstant angenommen werden.

Die Anzahl der KELVIN-Körper richtet sich nach dem Beobachtungszeitraum und der angestrebten Ergebnisgenauigkeit. Einerseits ist für die Untersuchung größerer Beanspruchungszeiträume die Einbeziehung weiterer KELVIN-Körper notwendig. Andererseits können die Ver-

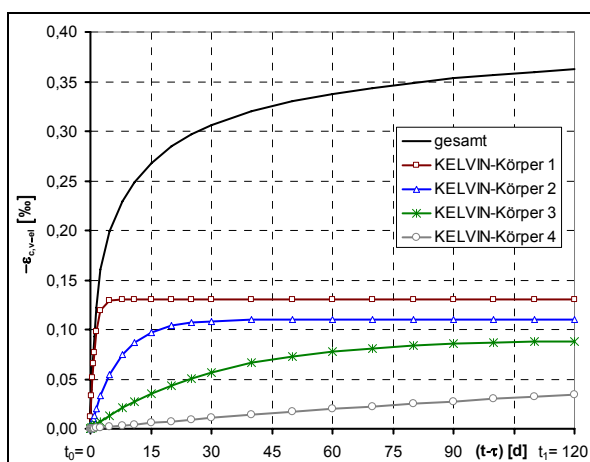


Abb. 5.4: Verlauf und Zusammensetzung der visko-elastischen Verformung (elastisch / visko-elastisches Modell)

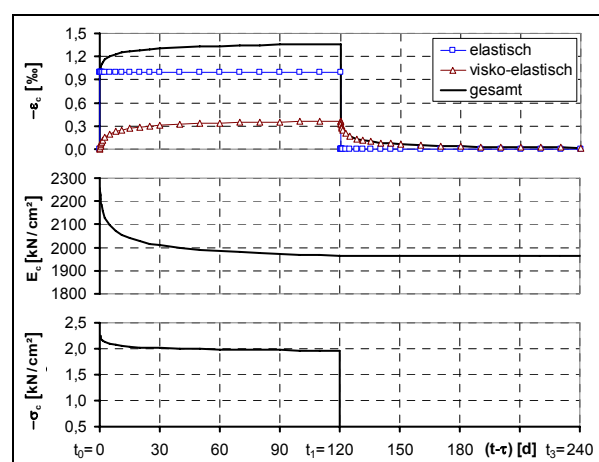


Abb. 5.5: Verlauf der Verformungen, Steifigkeit und Spannung (elastisch / visko-elastisches Modell)

formungen der ersten KELVIN-Körper näherungsweise als zeitinvariante elastische Dehnungen aufgefasst werden, wenn eine detaillierte Erfassung der visko-elastischen Verformung zu Beginn der Dauerbelastung eine untergeordnete Rolle spielt.

Infolge der Zunahme der visko-elastischen Dehnung im Zeitintervall $[t_0, t_1]$ als Anteil der reversiblen Verformung nehmen gemäß der Schädigungsfunktion $D(\varepsilon_{c,rev,min})$ nach Gl. (4.17) der Elastizitätsmodul E_c und die Spannung ab (Abb. 5.5). Aufgrund der vollständigen Entlastung zum Zeitpunkt t_1 verschwindet der elastische Verformungsanteil und die visko-elastische Dehnung strebt für $(t-t_1) \rightarrow \infty$ gegen null. Da die während der Lastgeschichte aufgetretene minimale reversible Verformung im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ nicht überschritten wird, bleibt die Steifigkeit konstant.

Im Gegensatz zu den im Kapitel 2.2.3.7 beschriebenen spannungsabhängigen Nichtlinearitätsfaktoren bietet diese Formulierung die Möglichkeit, den Einfluss der Strukturbildung und Strukturschädigung auf die reversiblen Kriechverformungen zu berücksichtigen. Durch die Zunahme der elastischen Dehnung infolge der Steifigkeitsdegradation unter hoher Dauerbelastung erfolgt eine Beschleunigung der Kriechverformungen, wie sie in Versuchen beobachtet wird. Weitere Einflussfaktoren, wie z.B. die Umgebungsbedingungen und das Betonalter bei Lasteinleitung, können z.B. über eine Modifikation der Parameter $a_{c,v-el}^{i,j}$ und $\tau_{c,v-el}^i$ berücksichtigt werden.

Elastisch / visko-plastisches Materialmodell

Durch die Kombination einer beanspruchungsabhängigen Feder mit einer BINGHAM-Kette kann elastisch / visko-plastisches Materialverhalten beschrieben werden. Diesbezüglich sind in Abb. 5.6 und Abb. 5.7 der Verlauf und die Zusammensetzung der visko-plastischen Verformung $\varepsilon_{c,v-pl}$ infolge einer im Zeitintervall $[t_0, t_1]$ wirkenden konstanten elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ sowie die Entwicklung des Elastizitätsmoduls E_c und der Spannung σ_c beispielhaft dargestellt. In Analogie zur reversiblen Kriechverformung wird die irreversible Kriechverformung in

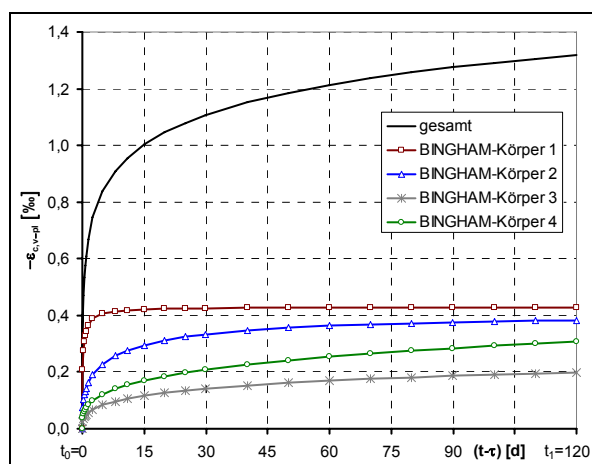


Abb. 5.6: Verlauf und Zusammensetzung der visko-plastischen Verformung (elastisch / visko-plastisches Modell)

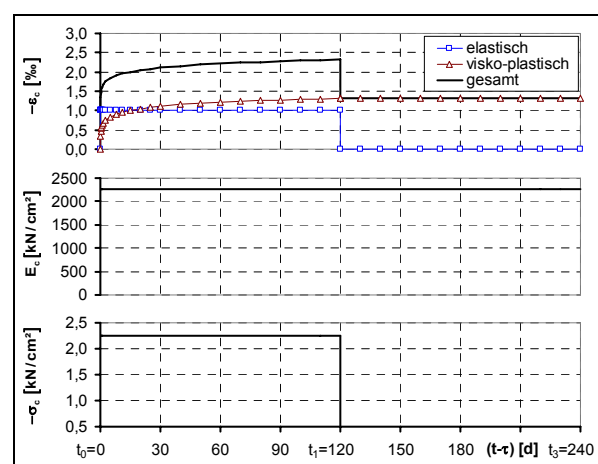


Abb. 5.7: Verlauf der Verformungen, Steifigkeit und Spannung (elastisch / visko-plastisches Modell)

Teilbereichen vorwiegend durch die Eigenschaften eines BINGHAM-Körpers bestimmt. Da sich die reversible Verformung $\varepsilon_{c,rev} = \varepsilon_{c,el}$ im Beanspruchungsintervall $[t_0, t_1]$ nicht ändert, bleiben der Elastizitätsmodul und die Spannung konstant. Bei vollständiger Entlastung im Zeitintervall $[t_1, t_2]$ findet kein Rückkriechen statt, sodass die Beschreibung der visko-plastischen Verformung prinzipiell der Theorie des Alterns (Kapitel 2.2.3.4), einem Sonderfall der Theorie des elastisch kriechenden Körpers, zugeordnet werden kann.

Elastisch / visko-elastisch / visko-plastisches Materialmodell

Die Kombination der drei Teilmodelle, d.h. der beanspruchungsabhängigen Feder, der KELVIN- und der BINGHAM-Kette, ergibt die in Abb. 5.8 beispielhaft dargestellten Verläufe der einzelnen Verformungsanteile, der Steifigkeit E_c und der Spannung σ_c . Die Gesamtverformung ε_c berücksichtigt neben der elastischen Dehnung reversible $\varepsilon_{c,v-el}$ und irreversible $\varepsilon_{c,v-pl}$ Verformungsanteile und kann somit prinzipiell der Theorie des elastisch kriechenden Körpers, die das Betonverhalten in allgemeiner Form beschreibt, zugeordnet werden. Infolge des Anstiegs der reversiblen Verformung im Belastungsintervall $[t_0, t_1]$ nehmen der Elastizitätsmodul und die Spannung ab. Im Entlastungsintervall $[t_1, t_2]$ wird die während der Lastgeschichte aufgetretene maximale reversible Betonstauchung nicht überschritten, sodass die Steifigkeit konstant bleibt. Während die visko-elastische Verformung dem Wert null entgegen strebt, kann die visko-plastische Dehnung als Restverformung aufgefasst werden.

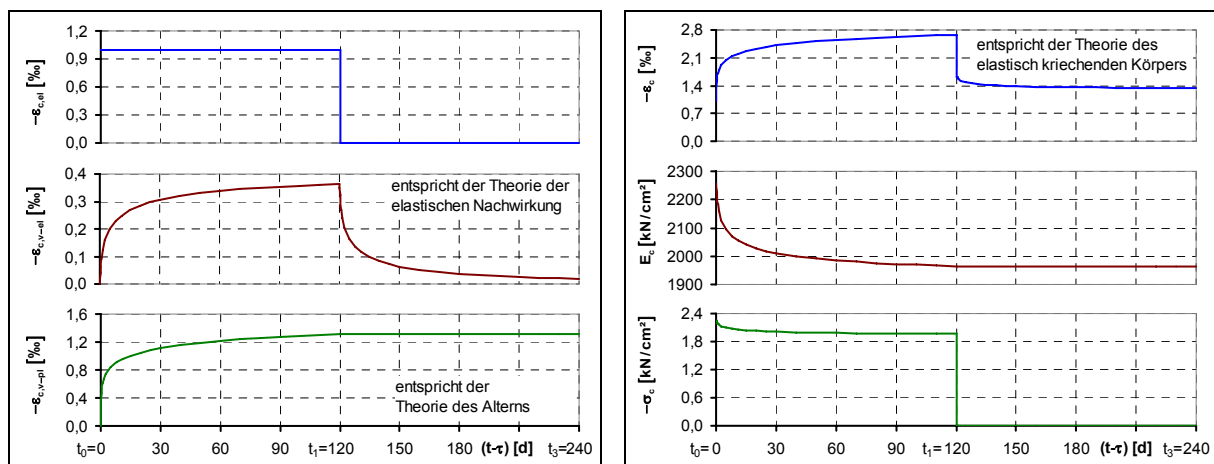


Abb. 5.8: Verlauf der Verformungen, der Steifigkeit und der Spannung (elastisch / visko-elastisch / visko-plastisches Modell)

5.1.3 Bestimmung der Modellparameter und Verifikation anhand der Versuchsergebnisse

Zur Ermittlung der einzelnen Modellparameter sowie zur Verifikation des Berechnungsmodells werden die Versuchsergebnisse der unbewehrten polymermodifizierten Betondruckzylinder aus Kapitel 3.1 herangezogen. Temperatur- und Schwindverformungen wurden während der Versuchsdurchführung kompensiert und müssen bei der numerischen Unter-

suchung nicht explizit erfasst werden. Die gemessenen Verformungen sind ausschließlich auf die mechanische Einwirkung zurückzuführen.

Für die Nachrechnung der Versuche wird der kontinuierliche Spannungsverlauf bzw. der daraus resultierende elastische Verformungsverlauf in einzelne Zeitintervalle zerlegt und durch elastische Verformungsimpulse nach Gl. (4.45) angenähert (Abb. 5.9). Die Dauer der elastischen Verformungsimpulse während der Be- und Entlastung entspricht dem Messintervall von 0,2 bzw. 0,05 Sekunden. Während der Lasthalte- und Erholungsphase wird die Impulsdauer erhöht und eine an die Dehngeschwindigkeit angepasste Zeiteinteilung gewählt (Abb. 5.9).

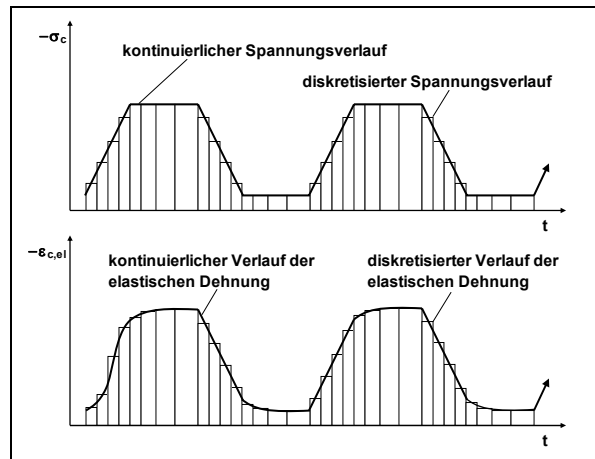


Abb. 5.9: Zerlegung des kontinuierlichen Beanspruchungsverlaufes

Der Elastizitätsmodul E_c ist im Allgemeinen von der Zeit sowie von der Schädigung abhängig. Unter Berücksichtigung des Alters der Versuchskörper bzw. der geringen Versuchsdauer wird die Zeitabhängigkeit vernachlässigt.

Zunächst wird die Vorhersagegenauigkeit des entwickelten zeit- und schädigungsabhängigen Materialmodells anhand der Versuche an PCC unter mehrfach wiederholter Kurzzeit-Druckbelastung analysiert. Entsprechend dieser Versuchsdaten liegt der Schwerpunkt der Untersuchung auf der Simulation des Kurzzeit-Kriechens für Belastungszeiträume im Sekunden- bzw. Minutenbereich. Für die Berechnung der viskosen Verformungen kommen 4 KELVIN- und 4 BINGHAM-Körper zum Einsatz. Die Modellparameter werden an einem ausge-

Steifigkeit	$E_{c,0}$ [kN/cm ²]	a_E [10 ³]	b_E [-]	$\varepsilon_{c,da}$ [‰]	
	3000	-0,265	1,35	0	
visko-elastische Verformung					
	$\tau_{c,v-el}^i$ [d]	$a_{c,v-el}^{i,1}$ [10 ⁻³]	$a_{c,v-el}^{i,2}$ [-]	$a_{c,v-el}^{i,3}$ [10 ³]	$a_{c,v-el}^{i,4}$ [10 ⁶]
KELVIN-Körper 1	$1 \cdot 10^{-6}$	12,30	3,08	6,40	0,15
KELVIN-Körper 2	$5 \cdot 10^{-5}$	25,00	6,25	13,00	0,30
KELVIN-Körper 3	$1 \cdot 10^{-3}$	45,10	11,28	20,05	0,30
KELVIN-Körper 4	$2 \cdot 10^{-2}$	55,00	13,75	20,00	0,40
visko-plastische Verformung					
	$\tau_{c,v-pl}^i$ [d]	$a_{c,v-pl}^{i,1}$ [10 ⁻³]	$a_{c,v-pl}^{i,2}$ [-]	$a_{c,v-pl}^{i,3}$ [10 ³]	$a_{c,v-pl}^{i,4}$ [10 ⁶]
BINGHAM-Körper 1	$1 \cdot 10^{-5}$	0,00	0,60	15,00	2,30
BINGHAM-Körper 2	$5 \cdot 10^{-4}$	0,10	3,60	75,00	2,00
BINGHAM-Körper 3	$1 \cdot 10^{-2}$	0,20	27,60	67,50	1,00
BINGHAM-Körper 4	$1 \cdot 10^{-1}$	8,80	194,40	217,50	0,00

Tab. 5.3: Ermittelte Material- und Modellparameter der Druckversuche unter mehrfach wiederholter Belastung

wählten Probekörper (C3-KS2-5.3) mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate kalibriert. Die ermittelten Werte sind in Tab. 5.3 angegeben. Die Gesamtverformung sowie die einzelnen Verformungsanteile der anderen Versuchskörper werden mit den gleichen Parametern berechnet.

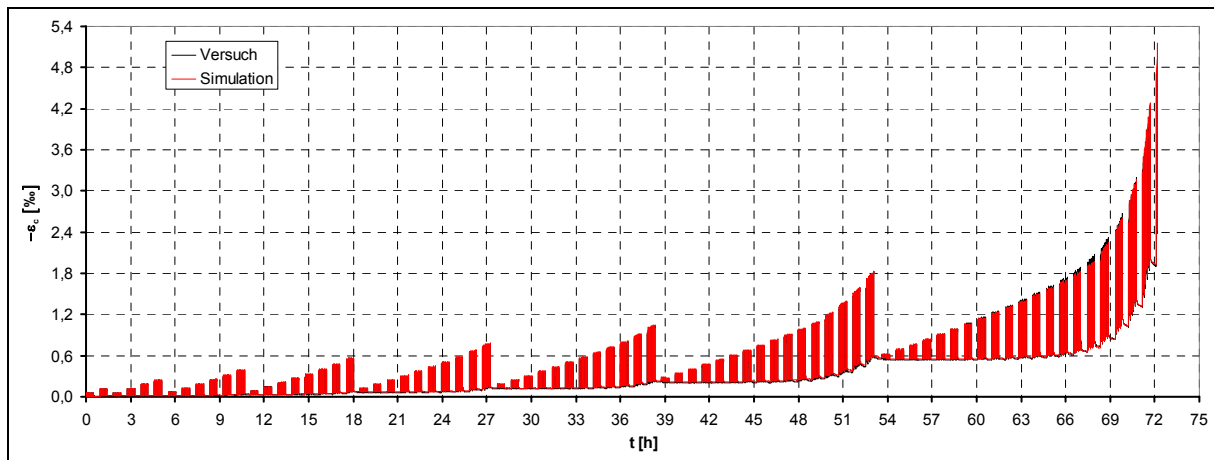
In Tafel 5.1 sind die Gesamtverformungen, die Verformungsanteile und die Steifigkeitsdegradation der ca. ein Jahr alten zyklisch beanspruchten Probe C3-KS2-5.3 in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Der Vergleich der numerisch und experimentell bestimmten Gesamtdehnungen zeigt sowohl im Gebrauchslastbereich als auch im versagensnahen Bereich eine gute Übereinstimmung. Während der Lasthaltephasen liegen die numerischen Ergebnisse leicht über den Versuchsdaten, sodass das Berechnungsmodell die zeit- und beanspruchungsabhängigen Verformungen nicht unterschätzt. Das in Versuchen mit hoher Beanspruchung beobachtete tertiäre Kriechen kann durch die gegenseitige Beeinflussung von viskosen Verformungen und der Steifigkeitsdegradation ebenfalls erfasst werden. Dementsprechend ist mit steigender Beanspruchung eine nichtlineare Zunahme der visko-elastischen und visko-plastischen Verformung zu erkennen. Durch die Steifigkeitsdegradation, die im Bereich hoher Beanspruchungen besonders ausgeprägt ist, nehmen bei konstanter Spannung die elastischen Verformungen zu und führen somit zu einer Beschleunigung der viskosen Deformation sowie der Strukturschädigung.

Die in Tafel 5.2 enthaltene Gegenüberstellung der experimentellen und numerischen Ergebnisse weiterer druckbeanspruchter PCC-Probekörper zeigt, dass das vorgeschlagene Kriech- und Schädigungsmodell in der Lage ist, das Kurzzeitkriechen von polymermodifiziertem Beton sowohl unter niedrigen als auch unter hohen mehrfach wiederholten Beanspruchungen realitätsnah wiederzugeben.

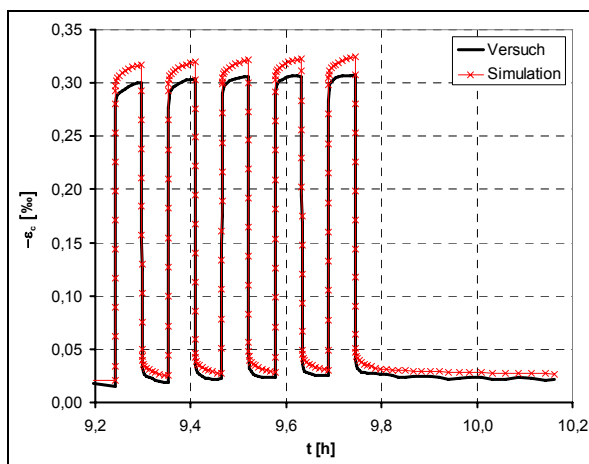
Anhand der im Kapitel 3.1.4 vorgestellten experimentellen Ergebnisse der Dauerstandversuche an den in Tab. 3.4 enthaltenen PCC-Probekörpern soll die Anwendbarkeit des Berechnungsmodells auf größere Belastungszeiträume überprüft werden. Für die Beschreibung der Langzeitverformungen im Stunden- bzw. Tagebereich werden zusätzlich 4 KELVIN- und 4 BINGHAM-Körper eingesetzt und deren Modellparameter mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Die anhand der Versuchsergebnisse der PCC-Probekörper unter mehrfach wiederholter Kurzzeitbelastung ermittelten Modellparameter der ersten 4 KELVIN- und BINGHAM-Körper sowie der Steifigkeitsdegradation werden unverändert übernommen. Die Werte sind Tab. 5.4 zu entnehmen.

Der Vergleich der experimentellen und numerischen Ergebnisse der Dauerstandversuche zeigt sowohl für die Be- als auch für die Entlastungsphasen überwiegend eine gute Übereinstimmung (Tafel 5.3). Lediglich im versagensnahen Bereich sind größere Abweichungen erkennbar, die u. a. auf den Zufallscharakter der Materialeigenschaften zurückgeführt werden können. Mit steigender Beanspruchung ist eine überproportionale Zunahme der Langzeitverformungen erkennbar. Bei dem mit ca. 59 % der Kurzzeit-Festigkeit $f_c(t)$ zum Zeitpunkt der Lasteinleitung beanspruchten Probekörper, was ca. 90 % der 28-Tage-Kurzzeit-Festigkeit $f_{c,28}$ entspricht, ist sowohl beim experimentell als auch beim numerisch ermittelten Verformungsverlauf das gesamte Kriechspektrum, d.h. primäres, sekundäres und tertiäres

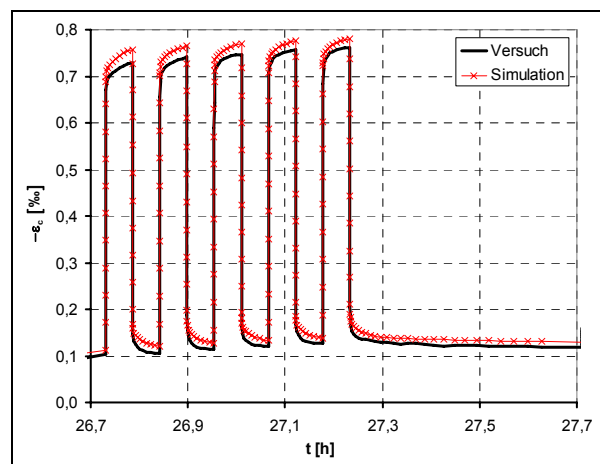
Tafel 5.1: Experimentelle und numerische Ergebnisse des Probekörpers C3-KS2-5.3
(ca. 1 Jahr alt, Lastregime 6)



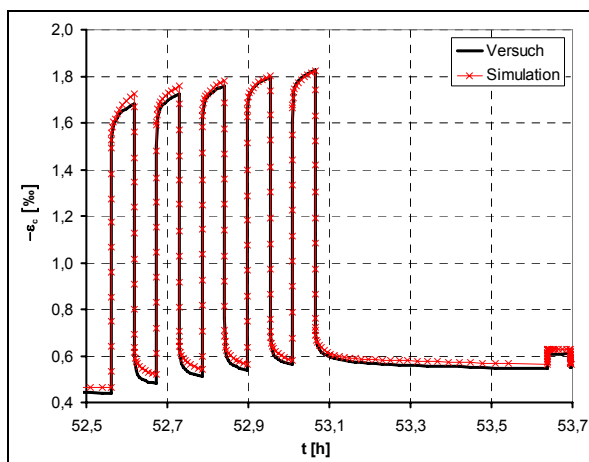
a) Gegenüberstellung der Gesamtverformung



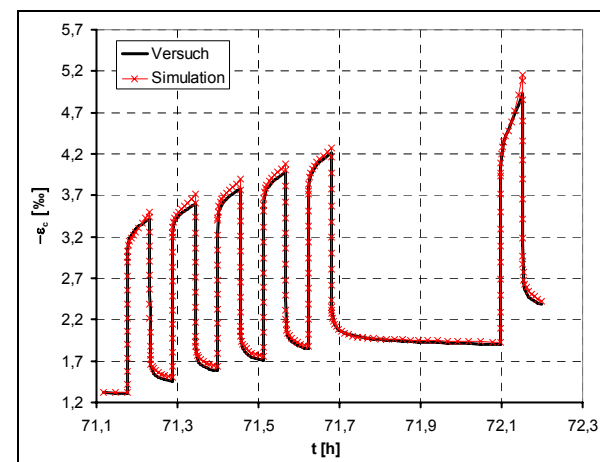
b) Laststufe bei ca. $0,2 \cdot f_c$



c) Laststufe bei ca. $0,4 \cdot f_c$



d) Laststufe bei ca. $0,65 \cdot f_c$

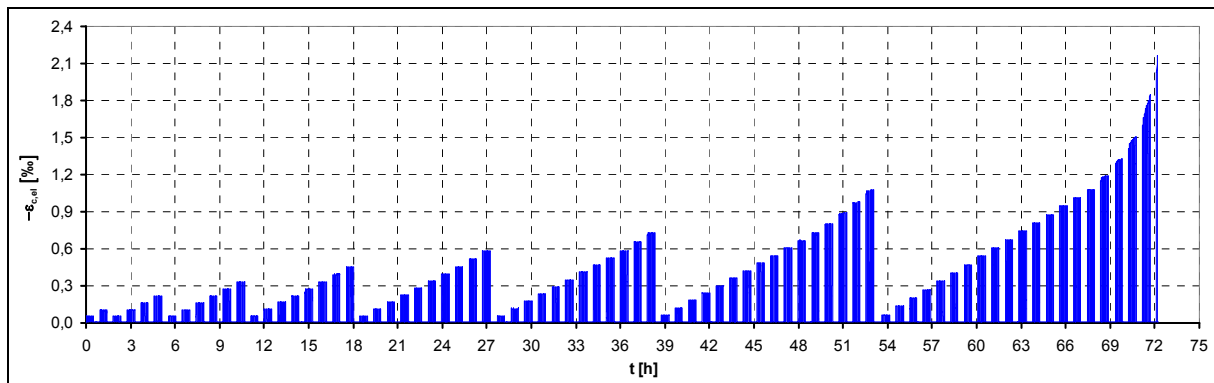
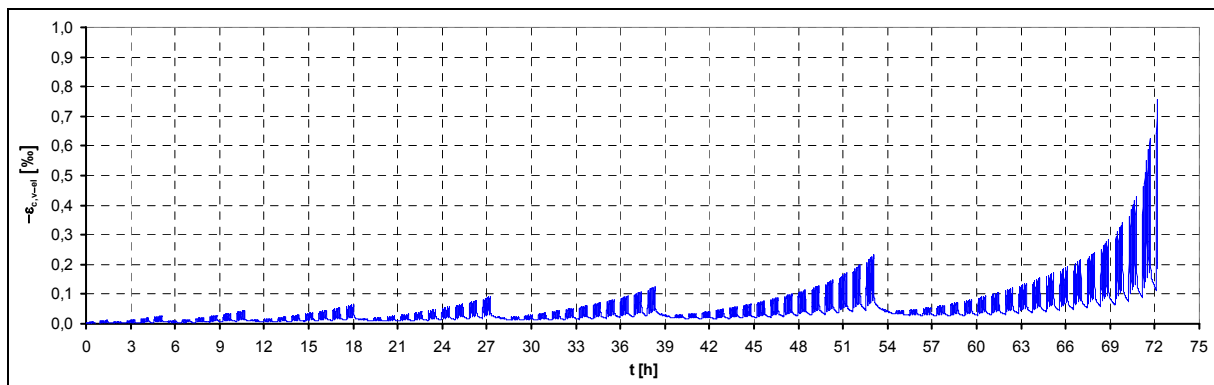
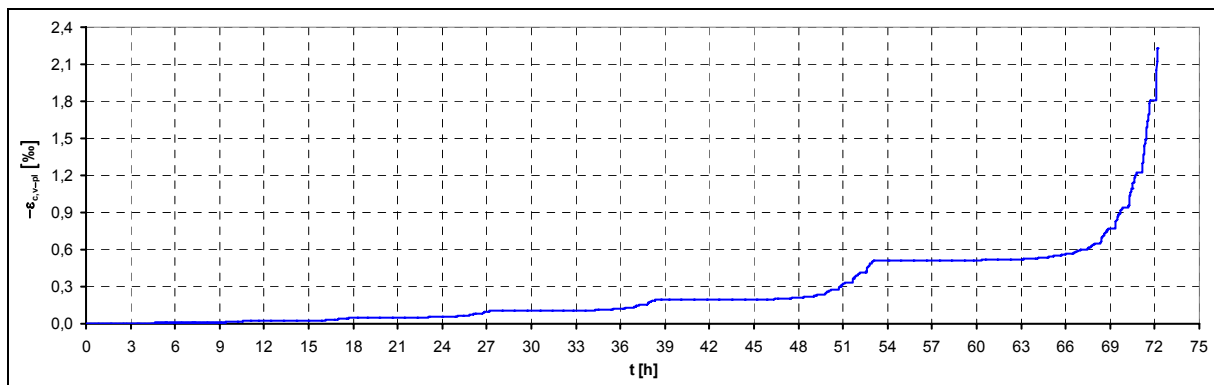
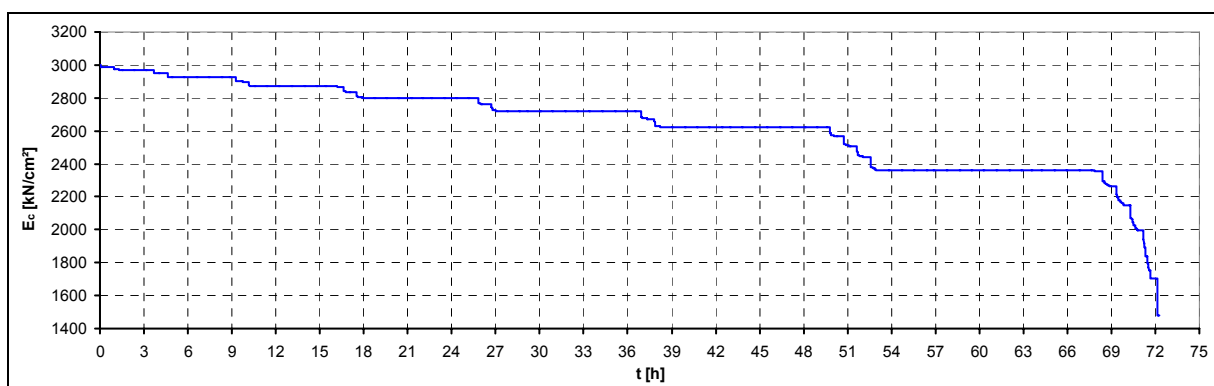


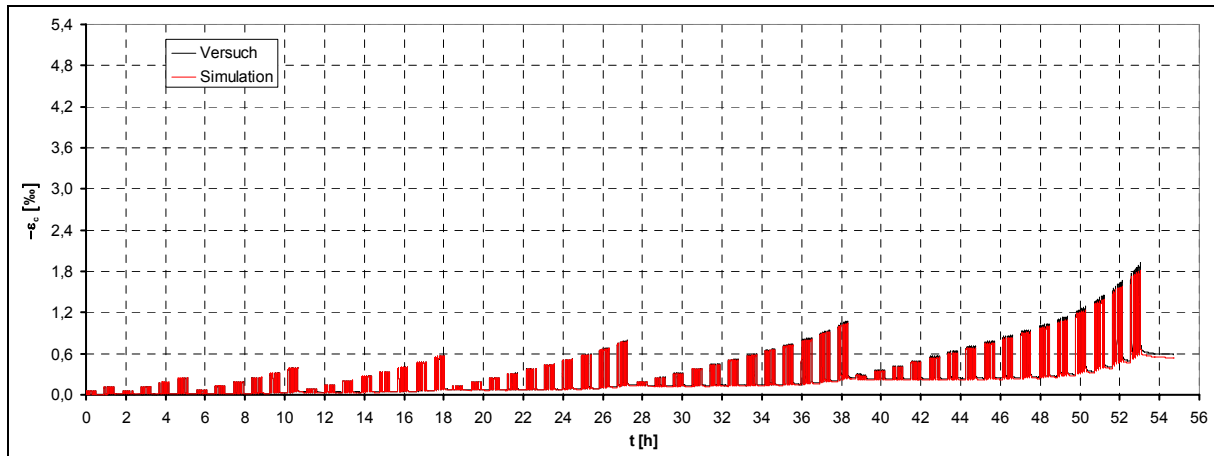
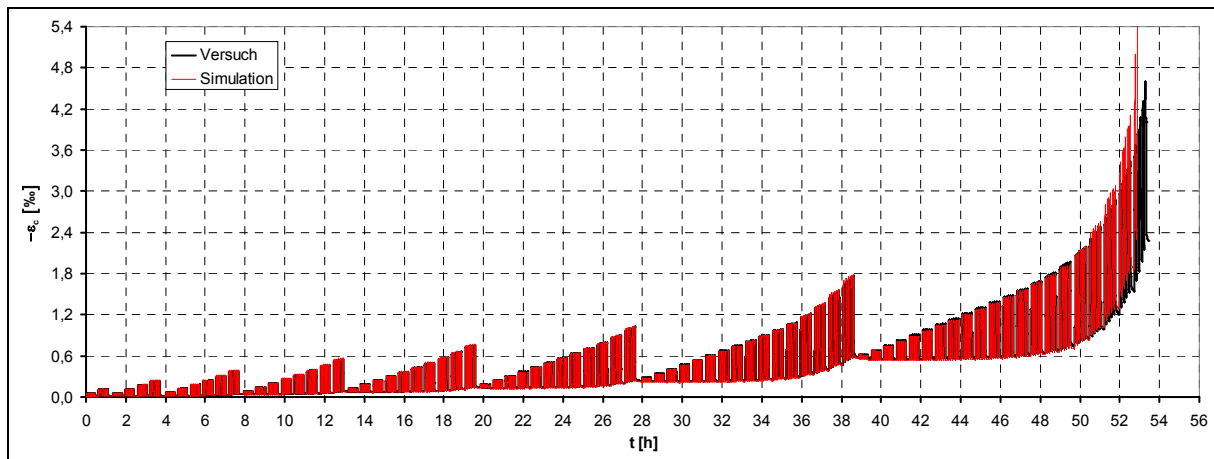
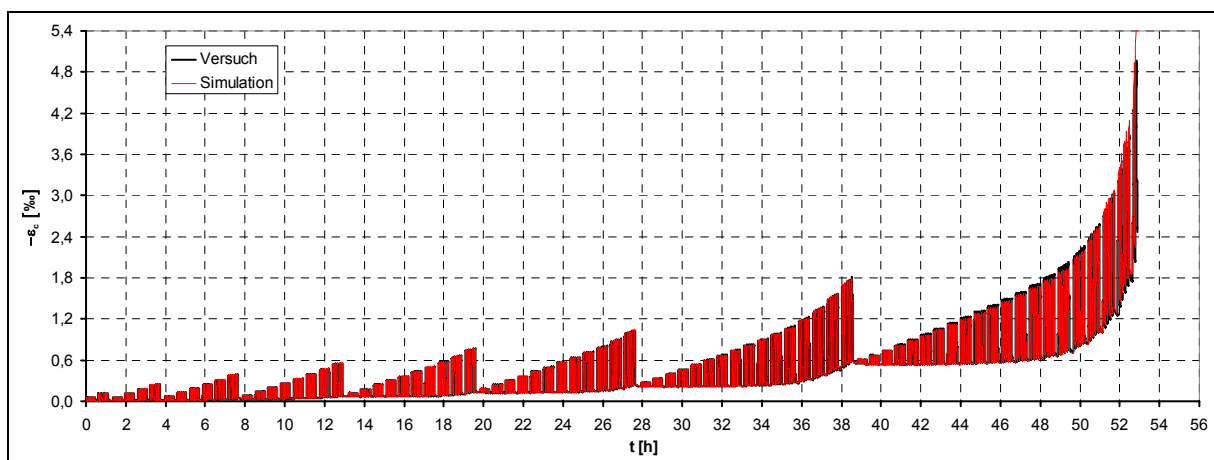
e) Laststufe im versagensnahen Bereich

Tafel 5.1: Experimentelle und numerische Ergebnisse des Probekörpers C3-KS2-5.3

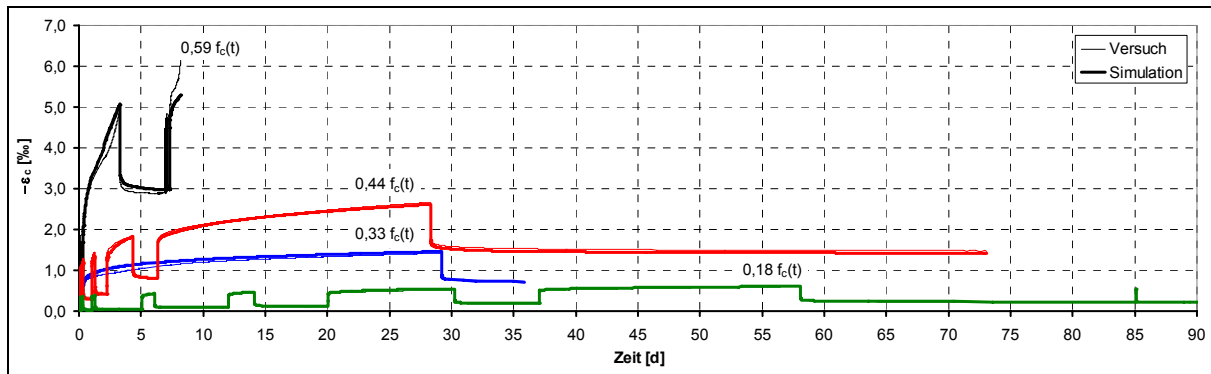
(ca. 1 Jahr alt, Lastregime 6)

- Fortsetzung -

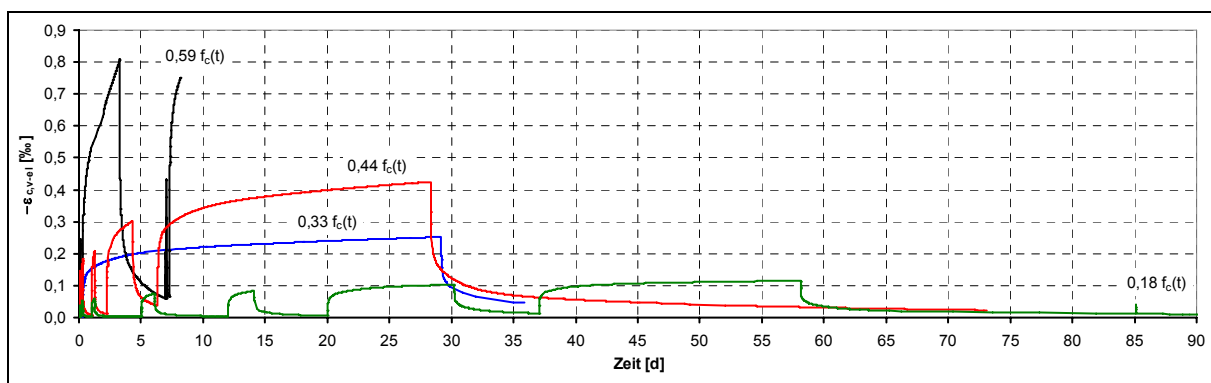
**f)** elastische Verformung**g)** visko-elastische Verformung**h)** visko-plastische Verformung**i)** Steifigkeitsdegradation

Tafel 5.2: Experimentelle und numerische Ergebnisse weiterer PCC-Probekörper**a)** Probekörper C3-KS2-5.1 (Lastregime 6)**b)** Probekörper C3-KS2-5.2 (Lastregime 5)**c)** Probekörper C3-KS2-5.5 (Lastregime 5)

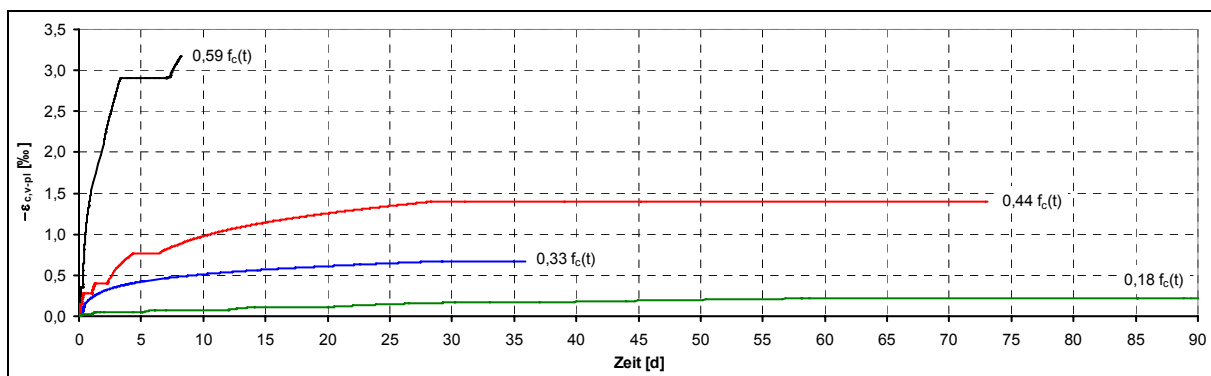
Tafel 5.3: Experimentelle und numerische Ergebnisse der Dauerstandprobekörper



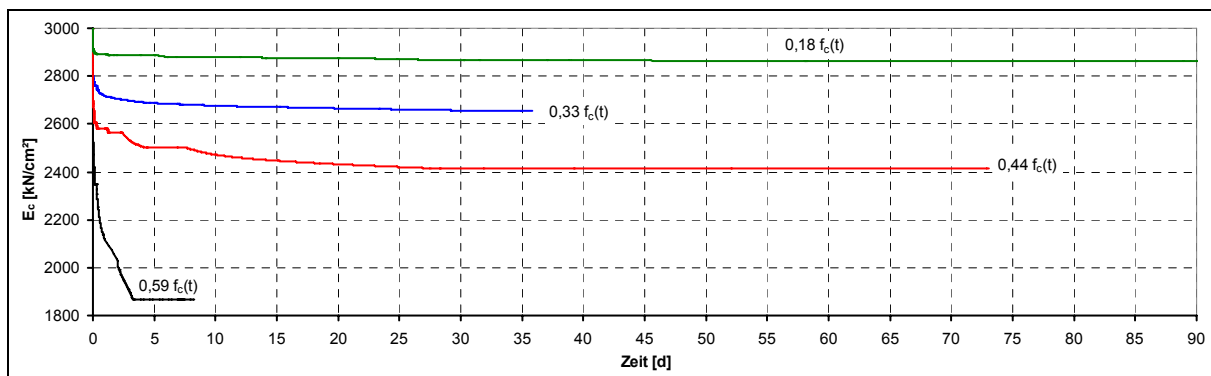
a) Gesamtverformung



b) visko-elastische Verformung



c) visko-plastische Verformung



d) Steifigkeitsdegradation

Steifigkeit	$E_{c,0}$ [kN/cm ²]	a_E [10 ⁻³]	b_E [-]	$\varepsilon_{c,da}$ [%]	
	3000	-0,265	1,35	0	
visko-elastische Verformung	$\tau_{c,v-el}^i$ [d]	$a_{c,v-el}^{i,1}$ [10 ⁻³]	$a_{c,v-el}^{i,2}$ [-]	$a_{c,v-el}^{i,3}$ [10 ³]	$a_{c,v-el}^{i,4}$ [10 ⁶]
KELVIN-Körper 1-4	siehe Tab. 5.3				
KELVIN-Körper 5	$2 \cdot 10^{-1}$	65,20	16,30	27,60	0,55
KELVIN-Körper 6	$2 \cdot 10^0$	88,00	22,00	40,00	0,70
KELVIN-Körper 7	$2 \cdot 10^1$	70,80	17,70	30,40	0,61
KELVIN-Körper 8	$1 \cdot 10^2$	106,80	26,70	48,40	0,97
visko-plastische Verformung	$\tau_{c,v-pl}^i$ [d]	$a_{c,v-pl}^{i,1}$ [10 ⁻³]	$a_{c,v-pl}^{i,2}$ [-]	$a_{c,v-pl}^{i,3}$ [10 ³]	$a_{c,v-pl}^{i,4}$ [10 ⁶]
BINGHAM-Körper 1-4	siehe Tab. 5.3				
BINGHAM-Körper 5	$1 \cdot 10^0$	43,10	306,30	225,00	0,00
BINGHAM-Körper 6	$5 \cdot 10^0$	125,30	405,90	0,00	0,00
BINGHAM-Körper 7	$5 \cdot 10^1$	179,80	1079,40	0,00	0,00
BINGHAM-Körper 8	$5 \cdot 10^2$	199,30	1737,90	0,00	0,00

Tab. 5.4: Ermittelte Material- und Modellparameter der Dauerstandversuche

Kriechen, erkennbar. Analog zu den Ergebnissen der zyklisch beanspruchten Probekörper kann im versagensnahen Bereich eine überproportionale Steifigkeitsdegradation, verbunden mit einem deutlichen Anstieg aller Verformungsanteile beobachtet werden. Dies führt letztendlich zum Versagen des Probekörpers. Wie die Ergebnisse zeigen, ermöglicht die vorgeschlagene zeit- und beanspruchungsabhängige Modellierung des Tragverhaltens von unbewehrtem PCC eine qualitativ und quantitativ realitätsnahe Erfassung des Kurz- und Langzeitkriechens sowie der Strukturveränderung unter sowohl niedriger als auch hoher Beanspruchung. Neben monoton steigender Belastung können dabei mehrfach wiederholte Be- und Entlastungsvorgänge berücksichtigt werden.

5.1.4 Weiterführende praxisrelevante Untersuchungen

Zur Untersuchung des Anwendungsspektrums des vorgeschlagenen zeit- und beanspruchungsabhängigen Berechnungsmodells von unbewehrtem PCC werden im Folgenden weiterführende praxisrelevante Modelluntersuchungen durchgeführt. Neben dem Einfluss der Verformungsgeschwindigkeit auf die Spannungs-Dehnungslinie des polymermodifizierten Betons steht das Kriech- und Schädigungsverhalten des polymermodifizierten Betons unter Berücksichtigung von Vorbelastungen sowie der Nacherhärtung des Betons im Blickfeld der Untersuchungen. Für die Ermittlung der einzelnen Verformungsanteile sowie der Steifigkeitsdegradation werden die in Tab. 5.4 enthaltenen Modellparameter herangezogen. Die in Kapitel 5.1.3 getroffenen Annahmen und Voraussetzungen gelten unverändert. Da sich Ermittlung der Modellparameter auf Kurzzeitversuche mit Belastungsphasen im Sekunden- und Minutenbereich sowie auf Dauerstandversuche mit Belastungsphasen im Tage- und

Wochenbereich stützt, bleibt zu untersuchen, inwiefern die ermittelten Modellparameter eine hinreichend genaue Beurteilung des Langzeittragverhaltens des polymermodifizierten Betons unter längerer Dauerbeanspruchung ermöglichen bzw. welche Modellerweiterungen notwendig sind.

5.1.4.1 Einfluss der Verformungsgeschwindigkeit auf die Arbeitslinie

Insbesondere bei Materialien mit einem ausgeprägten Kriechverhalten, wie es bei polymermodifiziertem Beton beobachtet werden kann, beeinflussen viskose Verformungen bereits bei einer monoton steigenden Kurzzeitbelastung das Tragverhalten des Betons. Wie im Kapitel 2.2.1 beschrieben, sinken die beobachtete Steifigkeit E_c und die maximal erreichbare Spannung f_c mit abnehmender Dehn- bzw. Belastungsgeschwindigkeit [RASCH (1962)]. Die elastischen Verformungen werden von Kriechverformungen überlagert, sodass die zu einem bestimmten Spannungswert gehörende Gesamtverformung und die Bruchdehnung zunehmen (Abb. 2.7).

Zur Überprüfung, ob das Berechnungsmodell in der Lage ist, diese Effekte realitätsnah zu erfassen, wurden für verschiedene Verformungsgeschwindigkeiten die Spannungs-Dehnungslinie des PCC numerisch ermittelt und die Ergebnisse in Abb. 5.10 dargestellt. Dabei wurde die Nacherhärtung des PCC vernachlässigt.

Die numerisch ermittelten Arbeitslinien des PCC spiegeln prinzipiell die im Kapitel 3.1 beschriebenen experimentellen Ergebnisse sowie die aus der Literatur bekannten Zusammenhänge wider. Mit zunehmender Dehngeschwindigkeit kann ein deutlicher Anstieg der Sekantensteifigkeit E_c , d.h. das Verhältnis der Betonspannung σ_c zur Gesamtverformung ε_c , sowie eine Zunahme der maximalen Betondruckspannung, d.h. die Kurzzeit-Festigkeit f_c , festgestellt werden. Sowohl bei geringer als auch bei hoher Verformungsgeschwindigkeit ist eine nichtlineare Beziehung zwischen der Spannung und der Betonstauchung erkennbar. Aufgrund der signifikanten Viskosität des PCC ist die Dehnung ε_{c1} bei maximaler Beanspruchung im Vergleich zu Normalbeton durchweg größer.

Das Berechnungsmodell ist demnach in der Lage, realitätsnahe Aussagen zur Spannungs-Dehnungs-Zeit-Beziehung des PCC unter Kurzzeitbelastung zu geben. Da bei praktischen Berechnungen in der Regel vereinfachte zeitunabhängige Stoffgesetze zum Einsatz kommen, erscheint es anhand der numerischen Ergebnisse zweckmäßig, für praktische Belange die experimentelle Ermittlung der zeitinvarianten Arbeitslinie des PCC mit einer im Vergleich zu Normalbeton (NB) geringeren Belastungsgeschwindigkeit

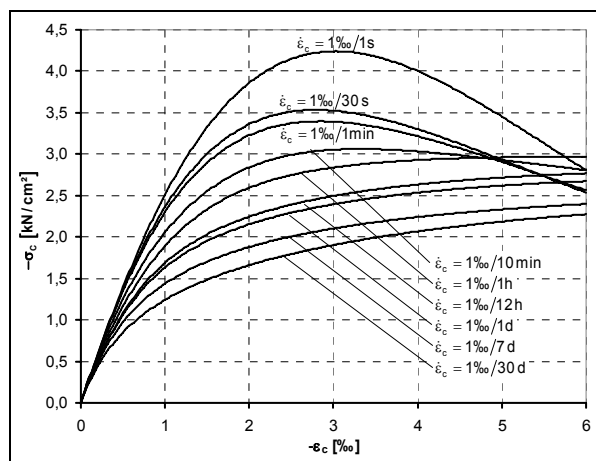


Abb. 5.10: Spannungs-Dehnungslinie für unterschiedliche Dehngeschwindigkeiten

$$\dot{\sigma}_{\text{PCC}} < \dot{\sigma}_{\text{NB}} = (0,5 \pm 0,2) \frac{\text{N/mm}^2}{\text{s}} \quad (5.1)$$

durchzuführen. Neben der Berücksichtigung viskoser Verformungen wird somit dem zeitvarianten Schädigungsverhalten stärker Rechnung getragen.

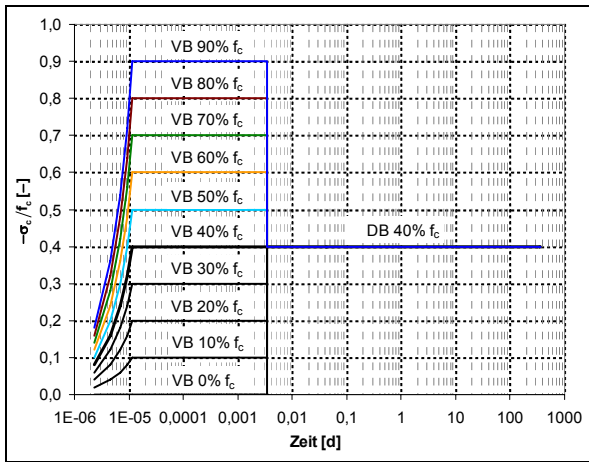
5.1.4.2 Einfluss der Vorbelastung auf das Kriech- und Schädigungsverhalten des PCC

Für die Untersuchung des Einflusses von Vorbelastungen auf das Kriech- und Schädigungsverhalten von polymermodifiziertem Beton wurden PCC-Probekörper entsprechend Tafel 5.4 a und b einer dreiminütigen bzw. eintägigen Vorbelastung von 0%, 10%, ..., 90% der Kurzzeitfestigkeit f_c unterzogen und anschließend das Langzeittragverhalten im Gebrauchslastbereich bei einer Dauerbeanspruchung von $40\% \cdot f_c$ simuliert. Die Berechnung der Kriechverformungen und der elastischen Betonstauchung sowie der Steifigkeitsentwicklung erfolgt unter Vernachlässigung der Nacherhärtung des PCC.

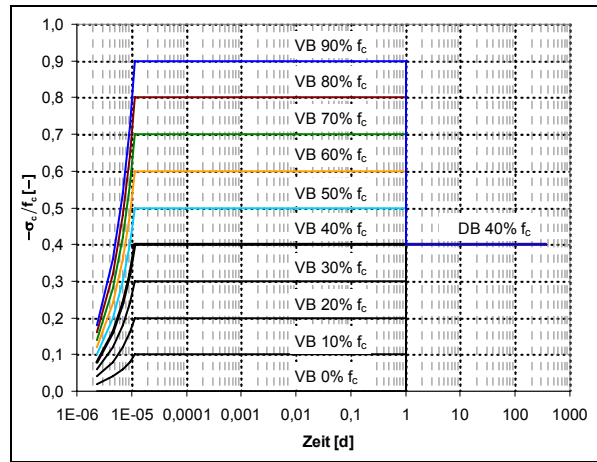
Anhand der numerischen Ergebnisse, die in Tafel 5.4 zusammengefasst sind, können folgende Schlussfolgerungen getroffen werden:

1. Vorbelastungen unterhalb des Dauerbeanspruchungsniveaus von $0,4 \cdot f_c$ haben nahezu keinen Einfluss auf die Gesamtdeformationen bzw. auf die reversiblen und irreversiblen Langzeitverformungen. Lediglich zu Beginn der Dauerbelastung sind leichte Unterschiede im Verformungsverlauf erkennbar (Tafel 5.4c und d), die auf die vorweggenommenen visko-elastischen und visko-plastischen Deformationen sowie auf die nahezu abgeschlossene Steifigkeitsdegradation zurückgeführt werden können. Für die Einschätzung des Langzeittragverhaltens von PCC-Konstruktionen ist es somit nicht zwingend erforderlich, kurzzeitige Beanspruchungszustände unterhalb der Dauerbelastung zu berücksichtigen.
2. Vorbelastungen oberhalb des Dauerbeanspruchungsniveaus von $0,4 \cdot f_c$ zeigen in Abhängigkeit von deren Intensität und Dauer signifikante Unterschiede im Verformungsverlauf, sodass diese bei einer wirklichkeitsnahen Beurteilung des Langzeittragverhaltens von polymermodifizierten Betontragwerken berücksichtigt werden müssen. Analog zu den experimentellen Beobachtungen erfolgt einerseits eine gewisse Vorwegnahme der Struktur-schädigung sowie der visko-elastischen und der visko-plastischen Verformung. Andererseits wird deutlich, dass aufgrund der Vorbelastung und der damit verbundenen Steifigkeitsdegradation eine verstärkte Kriechwilligkeit während der Langzeitbelastung festzustellen ist, die bei ausreichend hoher Vorschädigung selbst im Gebrauchslastbereich zum Zeitstandversagen des polymermodifizierten Betons führen kann.
3. Die berechneten Verformungen bei hohen Beanspruchungen durchlaufen den gesamten Bereich des primären, sekundären und tertiären Betonkriechens und spiegeln somit prinzipiell die Ergebnisse der im Kapitel 3.1.4 beschriebenen Dauerstandversuche an PCC-Probekörpern sowie die aus der Literatur bekannten Beobachtungen bezüglich des nicht-linearen Betonkriechens wieder. Der tertiäre Kriechbereich ist dabei durch ein stark nicht-lineares und divergentes Formänderungsverhalten gekennzeichnet, welches das Betonversagen einleitet.

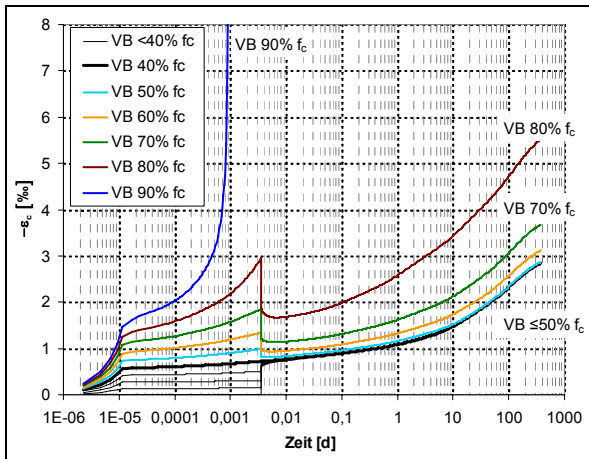
Tafel 5.4: Einfluss unterschiedlicher Vorbelastungsniveaus (VB) auf das Kriechverhalten des PCC unter einer Dauerbelastung von 40 % der Kurzzeit-Festigkeit f_c



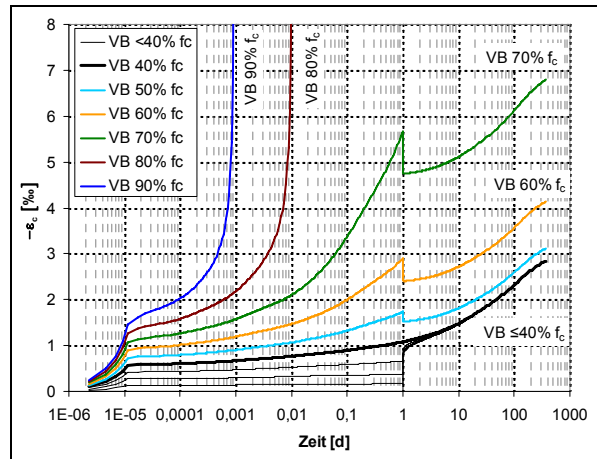
a) Lastregime – Vorbelastung 3 Minuten



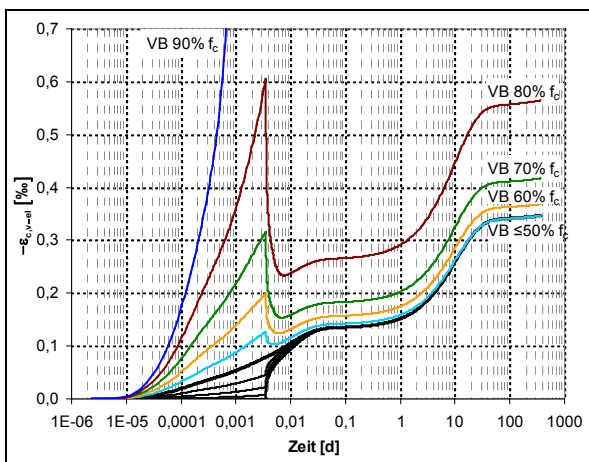
b) Lastregime – Vorbelastung 1 Tag



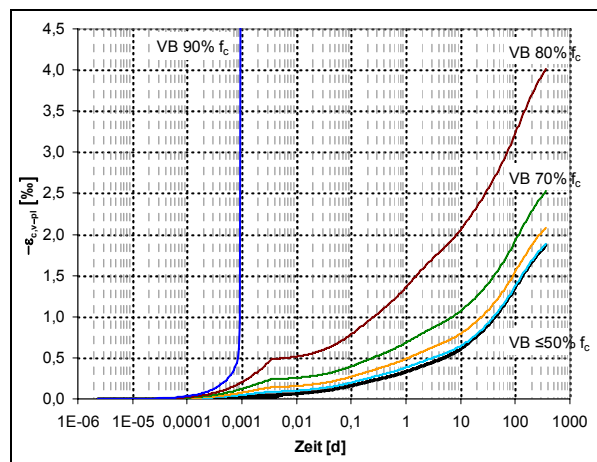
c) gesamte Verformung – Vorbelastung 3 Minuten



d) gesamte Verformung – Vorbelastung 1 Tag



e) visko-elastische Betonverformung – Vorbelastung 3 Minuten



f) visko-plastische Betonverformung – Vorbelastung 3 Minuten

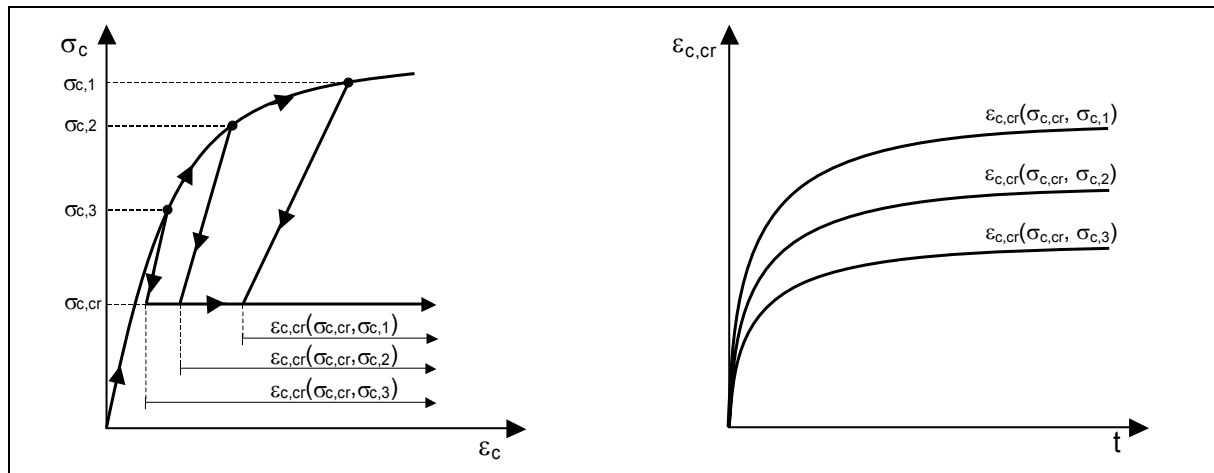


Abb. 5.11: Prinzipielle Versuchsdurchführung und -ergebnisse von Kriechuntersuchungen an Betonprobekörpern mit unterschiedlichem Vorbelastungsgrad nach [Meyers, Slate & Winter (1969)]

4. Bei Vorbeanspruchungen, die nicht zum Versagen führen, wird von dem Berechnungsmodell ein betontypisches Langzeittragverhalten prognostiziert. Nach einer anfänglich überproportionalen Stauchungszunahme ist ein Abklingen der Verformungsrate festzustellen, sodass die Betonstauchungen einem Endwert entgegenstreben.
5. Die numerisch ermittelten visko-elastischen Verformungen (Tafel 5.4e) sind im Vergleich zu den visko-plastischen Deformationen wesentlich geringer und erreichen bereits nach zwei bis drei Monaten ihren Endwert. Die Berechnungsergebnisse stimmen somit tendenziell mit den Versuchsbeobachtungen von RÜSCH ET AL. [1973] an Normalbeton überein.
6. Die berechneten visko-plastischen Dehnungen (Tafel 5.4e) stellen den größten Anteil der Gesamtdeformationen dar und weisen am Ende der ca. einjährigen Dauerbelastung einen deutlichen Anstieg auf.

Die numerisch gewonnen Erkenntnisse zum zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhalten des PCC werden durch die Ergebnisse der von MEYERS, SLATE und WINTER [1969] durchgeführten Untersuchungen zum Einfluss hoher Vorbelastungen auf das Betonkriechens bestätigt. Dabei wurden, wie in Abb. 5.11 schematisch dargestellt, verschiedene Probekörper der gleichen Betonzusammensetzung unterschiedlich hohen Kurzzeit-Belastungen, d.h. Vorbelastungen $\sigma_{c,(.)}$, ausgesetzt und anschließend das Langzeittragverhalten unter einer Dauerbelastung $\sigma_{c,cr}$ analysiert. Analog zu den in Tafel 5.4 dargestellten Simulationsergebnissen konnte bei diesen experimentellen Untersuchungen festgestellt werden, dass neben der Intensität der Dauerlast die Vorbelastung bzw. Vorschädigung der Probekörper die Größe und den Verlauf der resultierenden Kriechverformungen beeinflusst.

5.1.4.3 Einfluss der Nacherhärtung auf das Kriech- und Schädigungsverhalten des PCC

Zur Simulation des Nacherhärtungseinflusses auf das Kriech- und Schädigungsverhalten des polymermodifizierten Betons wird der PCC im Alter von 28 Tagen einer Dauerdruckbeanspruchung ausgesetzt. Neben der Variation Dauerlastintensität erfolgt die Simulation des Langverhaltens des PCC sowohl mit als auch ohne Berücksichtigung der Strukturbildung.

Die Nacherhärtung wird dabei lediglich über eine zeitabhängige Steifigkeitsentwicklung berücksichtigt und mit Hilfe der Verlaufsfunktion nach CEB-FIP MC 90 erfasst.

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot \beta_E(t) \quad \text{mit: } \beta_E(t) = \left[\exp \left[0,38 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t_T/t_1}} \right) \right] \right]^{0,5} \quad (5.2)$$

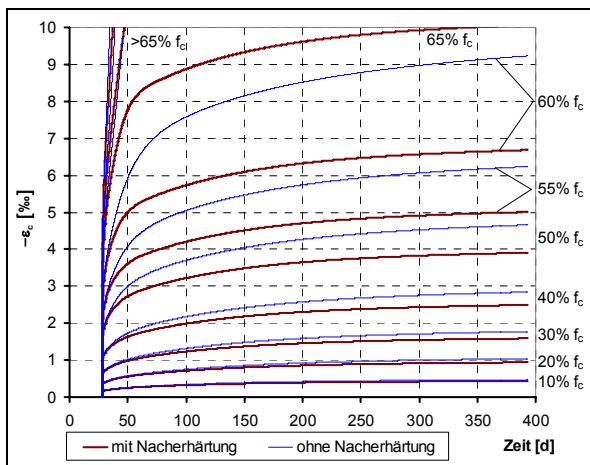
Die zeitliche Diskretisierung wird an den Beanspruchungsverlauf angepasst und nach der Lasteintragung eine sukzessive Vergrößerung der Zeitintervalle gewählt. Zu jedem Zeitpunkt werden die Betonstauchungen bzw. deren Anteile und der Elastizitätsmodul gemäß der im Kapitel 4.2 beschriebenen Zusammenhänge bestimmt.

Anhand der in Tafel 5.5 dargestellten Simulationsergebnisse ist der Einfluss der Betonhydratation auf das Kriech- und Schädigungsverhalten des PCC in Abhängigkeit vom Beanspruchungsniveau deutlich zu erkennen. Während zu Beginn der Dauerbelastung die Verformungsunterschiede zwischen den Modellrechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Nacherhärtung des PCC gering sind, wachsen die Abweichungen mit zunehmender Beanspruchungsdauer und steigendem Auslastungsgrad signifikant an. Die Vernachlässigung der zeitlichen Veränderung der Materialeigenschaften gewährleistet zwar eine sichere Abschätzung des Trag- und Verformungsverhaltens des PCC, führt jedoch teilweise zu einer nennenswerten Überschätzung der Gesamtverformung. Da die Steifigkeitszunahme infolge der Betonhydratation der zunehmenden Kriechverformung und der Strukturschädigung entgegenwirkt, führt deren Vernachlässigung gegebenenfalls zu einem prognostizierten Materialversagen, das gegebenenfalls nicht dem realen Betonverhalten entspricht.

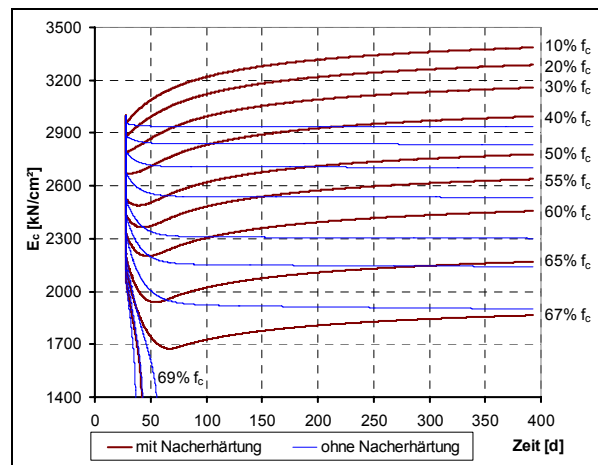
Die numerisch ermittelten Verläufe des Elastizitätsmoduls sowie der elastischen und viskosen Stauchungen lassen detaillierte Rückschlüsse bezüglich der Auswirkungen der Betonhydratation zu. Die Interaktion zwischen der Strukturbildung und -schädigung ist insbesondere bei hohen Beanspruchungen u. a. im Steifigkeitsverlauf erkennbar und stimmt tendenziell mit den in Abb. 2.9 dargestellten Zusammenhängen überein, sodass die im Kapitel 4.2 beschriebenen Modellannahmen bestätigt werden. Während zu Beginn der Belastungsphase die Degradation der Steifigkeit dominiert, gewinnt deren Zunahme im Laufe der Zeit an Bedeutung, sodass bei Beanspruchungen unterhalb der Dauerstandfestigkeit ein Steifigkeitsminimum festzustellen ist und somit ein Zeitstandversagen ausgeschlossen werden kann. Aufgrund der Nacherhärtung des Betons ergeben sich durchweg deutlich geringere elastische, visko-elastische und visko-plastische Stauchungen. Die Berechnungsergebnisse mit Berücksichtigung der Nacherhärtung des PCC zeigen, dass bei Beanspruchungen unterhalb der Dauerstandfestigkeit die reversiblen Kriechstauchungen durch ein Maximum und eine anschließende Abnahme gekennzeichnet sind. Die auf die Betonhydratation im belasteten Zustand zurückzuführende Stauchung $\varepsilon_{c,hyd}$ weist einen betontypischen Kriechverlauf auf und nimmt mit steigender Spannung überproportional zu.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass im Gebrauchslastbereich vereinfacht auf eine zeitabhängige Formulierung der Materialparameter verzichtet werden kann. Bei höheren Beanspruchungen sind signifikante Unterschiede erkennbar, sodass die Vernachlässigung der Betonhydratation zur Überschätzung der Verformungen führt.

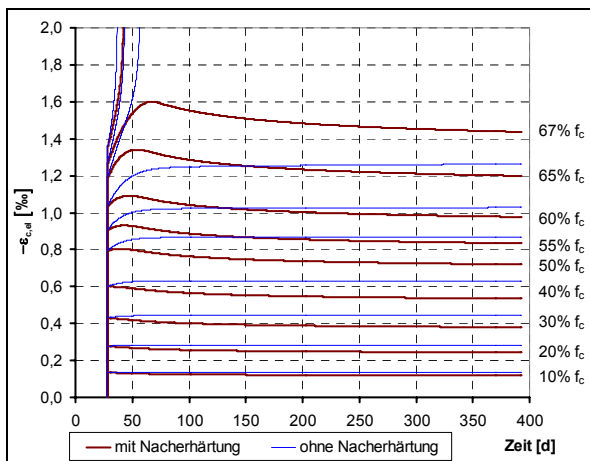
Tafel 5.5: Einfluss der Nacherhärtung auf das Kriech- und Schädigungsverhalten des PCC unter einer Dauerbelastung (Betonalter bei Erstbelastung $\tau=28$ Tage)



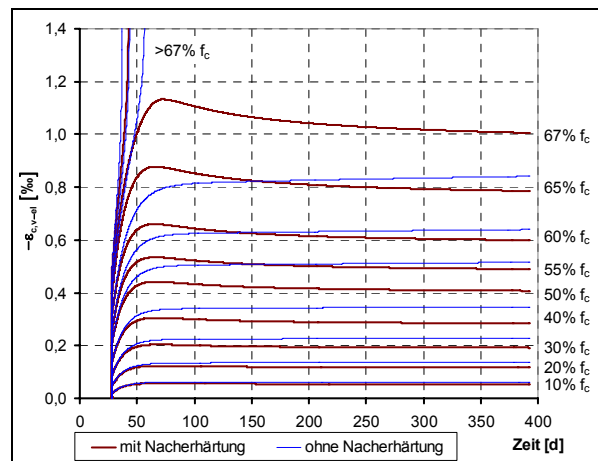
a) gesamte Betonverformung



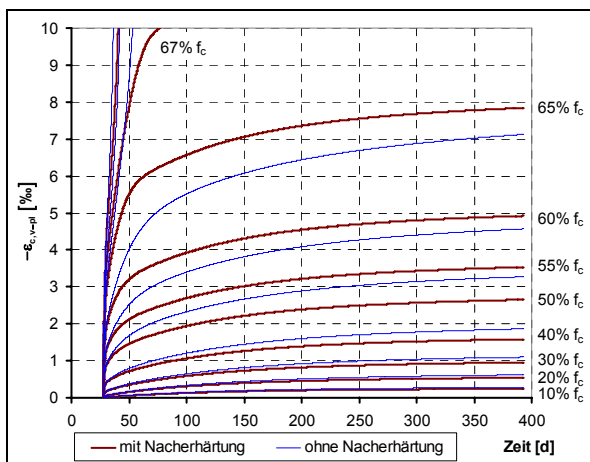
b) Steifigkeit



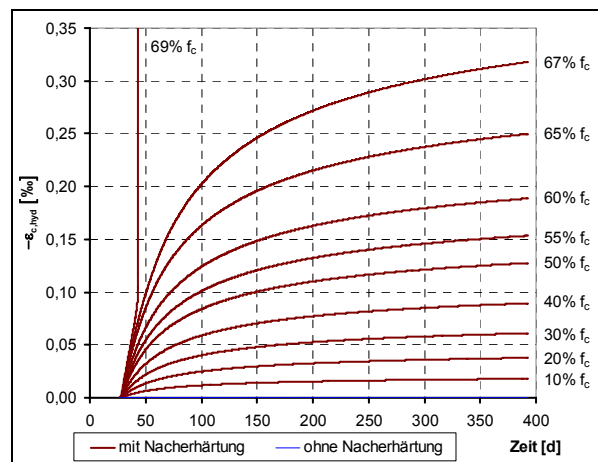
c) elastische Betonverformung



d) visko-elastische Betonverformung



e) visko-plastische Betonverformung



f) Betonverformung infolge der Nacherhärtung während der Belastungsphase

5.2 Numerische Untersuchungen an zugbeanspruchten bewehrten Dehnkörpern

5.2.1 Vorbemerkungen

Das in Kapitel 4.3 vorgeschlagene schädigungs- und zeitabhängige Materialmodell für bewehrten Beton unter mehrfach wiederholter Zugbelastung ist dadurch charakterisiert, dass bei der Berechnung eines beliebigen Zeitschrittes die Lastgeschichte nicht explizit im Modell berücksichtigt werden muss. Das weitere Formänderungsverhalten des Verbundquerschnittes bzw. der Querschnittsanteile ergibt sich aus dem aktuellen Schädigungs- und Verformungszustand sowie aus der im Berechnungsintervall vorherrschenden Einwirkung. Zur Beschreibung des Tragverhaltens der im Kapitel 3.2 beschriebenen Dehnkörper sind folgende Parameter notwendig:

- Da während der Versuche die Fließgrenze der Bewehrung nicht überschritten wurde, kann der Bewehrung linear-elastisches Materialverhalten unterstellt werden, dass mit Hilfe des Elastizitätsmoduls E_s beschrieben wird.
- Die Anfangssteifigkeit $E_{c,0}$ und die Zugfestigkeit f_{ct} definieren den Anstieg der Arbeitslinie im Koordinatenursprung und die Rissspannung des ungeschädigten Betons.
- Die Anzahl n der KELVIN-Körper legt die Gesamtgröße der KELVIN-Kette fest. Mit zunehmender Anzahl n kann die Berechnung verfeinert und an beliebige Kriechzeiträume angepasst werden.
- Die Retardationszeiten $\tau_{c,v-el}^i$ der KELVIN-Körper steuern das rheologische Verhalten des jeweiligen Dämpfers. Je kleiner der Wert ist, umso schneller werden die Spannungen im Dämpfer abgebaut, sodass die viskosen Verformungen zum Stillstand kommen.
- Die Parameter $a_{c,v-el}^{i,j}$ dienen zur Steuerung des nichtlinear elastischen Kriechens.
- Die Anfangssteifigkeit $E_{b,0}$ und die Fließgrenze $f_{b,y}$ beschreiben den Anstieg der Arbeitslinie im Koordinatenursprung und die schädigungsfreie Grenzbeanspruchung der Verbundzone.
- Die Parameter $a_{b,pl}^i$ steuern das plastische Materialverhalten der Verbundzone.
- Die Kenngrößen $a_{b,E}^j$ beschreiben die Zugsteifigkeit der Verbundzone, die vorwiegend den Haft- und Reibungsverbund erfassen soll.

Für die Simulation des Trag- und Verformungsverhaltens des Verbundquerschnitts werden weiterhin die Flächen der einzelnen Querschnittsanteile benötigt. Im gerissenen Zustand wird aufgrund des geringen Durchmessers der Betondehnkörper davon ausgegangen, dass der gesamte Betonquerschnitt außerhalb der Verbundzone gemäß den Gln. (4.75) und (4.76) der effektiven Betonzugzone entspricht. Bei der numerischen Untersuchung sind somit neben der Bewehrung lediglich die Verbundzone und die effektive Betonzugzone zu berücksichtigen.

Während einige Modellparameter mit Hilfe aktueller Normen abgeschätzt werden können, sind für die Anpassung der anderen Kenngrößen an den jeweiligen Beton Zugversuche an bewehrten Betonprobekörpern notwendig.

5.2.2 Numerische Umsetzung

Aufgrund der nichtlinearen und zeitabhängigen Materialeigenschaften der im Verbund wirkenden Querschnittsanteile ist die Bestimmung des Spannungs- und Deformationszustandes im Dehnkörperquerschnitt im Allgemeinen nicht geschlossen möglich. Die Problembeschreibung zur Bestimmung des Trag- und Verformungszustandes des Verbundquerschnitts zu einem beliebigen Zeitpunkt t_k erfolgt auf der Basis des *HAMILTON Prinzips* unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Im Allgemeinen gilt:

Von allen kinematisch zulässigen Formänderungsverläufen tritt derjenige ein, für den das Zeitintegral über dem Gesamtpotential Π ein Minimum wird.

$$\int_0^{t_k} \Pi dt = \int_0^{t_k} (\Pi_i + \Pi_a) dt \rightarrow \text{Minimum} \quad (5.3)$$

Aufgrund der vorerst unbekanntenen Spannungs- bzw. Verformungsgeschichte ist im Allgemeinen eine geschlossene Lösung der Gl. (5.3) nicht möglich. Basierend auf dem Differenzenverfahren wird der Gesamtzeitraum in einzelne finite Zeitintervalle zerlegt und mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Integralrechnung die Integration durch eine Summation ersetzt.

$$\sum_{j=1}^k \int_{t_{j-1}}^{t_j} \Pi dt = \sum_{j=1}^k (\Pi(t_{j-1} + \theta)) \cdot (t_j - t_{j-1}) \rightarrow \text{Minimum} \quad (5.4)$$

Wird näherungsweise vorausgesetzt, dass sich $\Pi(t_{j-1} + \theta)$ durch den Mittelwert des Gesamtpotentials an den Intervallgrenzen ersetzen lässt, erhält man das HAMILTON Prinzip in diskretisierter algebraischer Form.

$$\sum_{j=1}^k 0,5 \cdot (\Pi(t_{j-1}) + \Pi(t_j)) \cdot (t_j - t_{j-1}) \rightarrow \text{Minimum} \quad (5.5)$$

Das Zeitintegral über dem Gesamtpotential zu einem beliebigen Zeitpunkt t_k setzt sich entsprechend Gl. (5.5) aus den Werten der vorangegangenen Zeitpunkte (t_0, t_1, \dots, t_{k-1}) und dem Gesamtpotential des aktuellen Zeitpunktes t_k zusammen. Da die Werte des Gesamtpotentials der vorangegangenen Zeitpunkte bekannt sind, kann das Problem für den aktuellen diskreten Zeitschritt (t_{k-1}, t_k) auf das *Prinzip von LAGRANGE vom Minimum des Gesamtpotentials* zurückgeführt und als Extremalaufgabe formuliert werden. Dabei gilt:

Von allen kinematisch zulässigen Formänderungen treten diejenigen ein, für die das Gesamtpotential $\Pi(t_k)$ ein Minimum wird.

$$\Pi(t_k) = \Pi_k = \Pi_{i,k} + \Pi_{a,k} \rightarrow \text{Minimum} \quad (5.6)$$

Dabei stellen $\Pi_{i,k}$ die Formänderungsenergie im Dehnkörperquerschnitt und $\Pi_{a,k}$ die potentielle Energie der äußeren Kraft zum betrachteten Zeitpunkt t_k dar. Die Formänderungen sind kinematisch zulässig, wenn sie die Kompatibilitätsbedingungen erfüllen und vorgegebene Restriktionen nicht verletzen. Mit Hilfe der nichtlinearen Optimierung ist eine numerische Lösung der Gl. (5.6) möglich [Raue (2005)].

Für die Simulation des Formänderungsverhaltens bewehrter Dehnkörper wird von einer statischen Normalkraftbeanspruchung ausgegangen. Der Querschnitt wird als schubstarr ange-

nommen, d.h. die Einflüsse der Schubverformungen und -spannungen sowie der Querdehnungen werden vernachlässigt. Für den Gesamtquerschnitt sowie für die einzelnen Querschnittsanteile wird die BERNOULLI-Hypothese vom Ebenbleiben des Querschnitts vorausgesetzt. Basierend auf den in Kapitel 4.3 beschriebenen Modellannahmen wird im Zustand I, d.h. im ungerissenen Zustand, ein starrer Verbund zwischen dem Beton und der Bewehrung angenommen. Im gerissenen Zustand wird der starre Verbund zwischen den beiden Querschnittsanteilen aufgehoben und die Mitwirkung der effektiven Betonzugzone zwischen den Rissen über die Verbundzone realisiert. In der Regel wird die Rissbildung des Betons über die während der Lastgeschichte aufgetretene maximale Betonspannung $\max(\sigma_{cm}) \leq f_{ct}$ bzw. die zugehörige elastische Betondehnung $\max(\varepsilon_{cm,el}) \leq \varepsilon_{ct}$ nach Gl. (4.65) erfasst. Da σ_{cm} und $\varepsilon_{cm,el}$ infolge der Rissbildung einen unstetigen Verlauf aufweisen, wird der im Zustand I vorausgesetzte Zusammenhang,

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sm,el} + \varepsilon_{sm,0} = \varepsilon_{cm} = \varepsilon_{cm,el} + \varepsilon_{cm,v-el} + \varepsilon_{cm,0} \quad (5.7)$$

ausgenutzt und die Rissbedingung wie folgt definiert:

$$\text{Beton} = \begin{cases} \text{ungerissen} & \text{für } \max(\varepsilon_{sm,el,i} + \varepsilon_{sm,0} - \varepsilon_{cm,v-el,i} - \varepsilon_{cm,0}) \leq \varepsilon_{ct} \\ \text{gerissen} & \text{für } \max(\varepsilon_{sm,el,i} + \varepsilon_{sm,0} - \varepsilon_{cm,v-el,i} - \varepsilon_{cm,0}) > \varepsilon_{ct} \end{cases} \quad (5.8)$$

für: $0 \leq i \leq k$ mit: $\varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_{cm}}$.

Die Problemformulierung unterteilt sich demzufolge in die Zustände I und II, d.h. ungerissener und gerissener Beton, wobei Verformungen, die in einem vorherigen Deformationsprozess entstanden sind, z.B. infolge Vorspannung, Vorbelastung, Temperatur oder infolge Kriechen und Schwinden des Betons sowie plastische Verformungen als Vorverformungen $\varepsilon_{sm,0}$ bzw. $\varepsilon_{cm,0}$ berücksichtigt werden müssen.

Problembeschreibung im Zustand I, ungerissener Beton

Im ungerissenen Zustand setzt sich die Formänderungsenergie des Querschnitts $\Pi_{i,k}$ aus dem Energieanteil des Betons $\Pi_{i,c,k}$ und der Bewehrung $\Pi_{i,s,k}$ zusammen, die sich durch Integration der spezifischen Formänderungsenergie $W_{(.,)k}$ über der Fläche des Querschnittsanteils $A_{(.)}$ ergeben.

$$\Pi_{i,k}^{ZI} = \Pi_{i,c,k} + \Pi_{i,s,k} = \int_{A_c} W_{c,k} dA_c + \int_{A_s} W_{s,k} dA_s \quad (5.9)$$

Für die spezifische Formänderungsenergie des Betons gilt:

$$dW_{c,k} = \sigma_{cm,k} \cdot d\varepsilon_{cm,k} \quad (5.10)$$

Wird entsprechend der Modellannahmen eine additive Zerlegung der Gesamtdehnung

$$\varepsilon_{cm,k} = \varepsilon_{cm,el,k} + \varepsilon_{cm,v-el,k-1} + \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} + \varepsilon_{cm,0} \quad \text{mit: } \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} = \varepsilon_{cm,v-el,k} - \varepsilon_{cm,v-el,k-1} \quad (5.11)$$

bzw. deren Zuwachses

$$d\varepsilon_{cm,k} = d\varepsilon_{cm,el,k} + d\Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} = d\varepsilon_{cm,el,k} + \frac{\partial \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k}}{\partial \varepsilon_{cm,el,k}} \cdot d\varepsilon_{cm,el,k} \quad (5.12)$$

vorausgesetzt, kann $dW_{c,k}$ in einen elastischen und einen visko-elastischen Anteil zerlegt werden.

$$dW_{c,k} = dW_{c,el,k} + dW_{c,v-el,k} = \sigma_{cm,k} \cdot d\varepsilon_{cm,el,k} + \sigma_{cm,k} \cdot \frac{\partial \Delta \varepsilon_{cm,v-el,k}}{\partial \varepsilon_{cm,el,k}} \cdot d\varepsilon_{cm,el,k} \quad (5.13)$$

Die Verformungen $\varepsilon_{cm,v-el,k-1}$ und $\varepsilon_{cm,0}$ werden nicht berücksichtigt, da sie für den k-ten Berechnungsschritt vorgegebene Verformungen darstellen. Die spezifische Formänderungsenergie des Betons ergibt sich somit zu:

$$W_{c,k} = W_{c,el,k} + W_{c,v-el,k} = \int_0^{\varepsilon_{cm,el,k}} \sigma_{cm,k} d\varepsilon_{cm,el,k} + \int_0^{\varepsilon_{cm,el,k}} \sigma_{cm,k} \cdot \frac{\partial \Delta \varepsilon_{cm,v-el,k}}{\partial \varepsilon_{cm,el,k}} d\varepsilon_{cm,el,k} \quad (5.14)$$

Im Allgemeinen ist eine geschlossene Lösung der Integrale nicht möglich, sodass eine numerische Auswertung erforderlich ist. Hierfür können numerische Integrationsverfahren, wie beispielsweise das Rechteck- oder Trapezverfahren, zur Anwendung kommen.

Analog zum Beton ergibt sich für die Bewehrung eine ähnliche Beziehung.

$$W_{s,k} = W_{s,el,k} = \int_0^{\varepsilon_{sm,el,k}} \sigma_{sm,k} d\varepsilon_{sm,el,k} \quad (5.15)$$

Wird für die Bewehrung linear-elastisches Materialverhalten vorausgesetzt, ist eine geschlossene Lösung des Integrals möglich und Gl. (5.15) kann wie folgt dargestellt werden:

$$W_{s,k} = W_{s,el,k} = \frac{1}{2} E_s \varepsilon_{sm,el,k}^2 \quad (5.16)$$

Für symmetrische Querschnitte mit einer zentrischen Normalkraftbeanspruchung ist die spezifische Formänderungsenergie der einzelnen Querschnittsanteile über deren Fläche konstant, sodass Gl. (5.9) in

$$\Pi_{I,k}^{ZI} = A_c \cdot (W_{c,el,k} + W_{c,v-el,k}) + A_s \cdot W_{s,el,k} \quad (5.17)$$

übergeht.

Die potentielle Energie der äußeren Normalkraft N_k wird in Abhängigkeit von der Gesamtdehnung in der Schwerachse des Querschnitts ermittelt und beträgt:

$$\Pi_{a,k}^{ZI} = -N_k \cdot \varepsilon_{m,k} \quad (5.18)$$

Unter Berücksichtigung der genannten Voraussetzungen im Zustand I entspricht zum Zeitpunkt t_k die Dehnung des Gesamtquerschnitts $\varepsilon_{m,k}$ der Formänderung der Bewehrung $\varepsilon_{sm,k}$ bzw. des Betons $\varepsilon_{cm,k}$, sodass sich folgende Verträglichkeitsbedingungen ergeben:

$$\varepsilon_m(t_k) = \varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{sm,k} = \varepsilon_{sm,el,k} + \varepsilon_{sm,0} \quad (5.19)$$

$$\varepsilon_m(t_k) = \varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{cm,k} = \varepsilon_{cm,el,k} + \Delta \varepsilon_{cm,v-el,k} + \varepsilon_{cm,0,k} \quad (5.20)$$

Die visko-elastische Betondehnung $\Delta \varepsilon_{cm,v-el,k}$ stellt den jeweiligen Zuwachs im aktuellen Berechnungsintervall dar. Wie bereits beschrieben, sind Verformungen, die in einem vorherigen Deformationsprozess entstanden sind, z.B. infolge Vorspannung, Vorbelastung, Temperatur

oder infolge Kriechen und Schwinden des Betons sowie plastische Verformungen als Vorverformungen $\varepsilon_{sm,0}$ bzw. $\varepsilon_{cm,0,k}$ zu berücksichtigen.

$$\varepsilon_{cm,0,k} = \varepsilon_{cm,v-el,k-1} + \varepsilon_{cm,0} \quad (5.21)$$

Für ungerissene normalkraftbeanspruchte Stahlbetonquerschnitte kann unter Einbeziehung der Gl. (5.14)-(5.20) das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials nach Gl. (5.6) als nichtlineare Optimierungsaufgabe formuliert werden.

Zielfunktion:

$$\Pi_k^{ZI} = A_c \cdot (W_{c,el,k} + W_{c,v-el,k}) + A_s \cdot W_{s,el,k} - N_k \cdot \varepsilon_{m,k} \rightarrow \text{Minimum}$$

Nebenbedingungen (5.22)

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{sm,k} = \varepsilon_{sm,el,k} + \varepsilon_{sm,0}$$

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{cm,k} = \varepsilon_{cm,el,k} + \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} + \varepsilon_{cm,0,k}$$

Die Gleichgewichtsbedingung der inneren und äußeren Kräfte wird in der Extremalaufgabe (5.22) nicht explizit verwendet. Sie ist erfüllt, wenn die Verformungsparameter die Lösung der nichtlinearen Optimierungsaufgabe darstellen. Zur Verdeutlichung dieser Tatsache wird das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials in ein nebenbedingungsfreies LAGRANGE-Funktional überführt, indem die Nebenbedingungen mit einem LAGRANGE-Parameter multipliziert und additiv zur Zielfunktion hinzugefügt werden.

$$\begin{aligned} L_k^{ZI} = & A_c \cdot (W_{c,el,k} + W_{c,v-el,k}) + A_s \cdot W_{s,el,k} - N_k \cdot \varepsilon_{m,k} \\ & + \lambda_1 (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{sm,el,k} - \varepsilon_{sm,0}) + \lambda_2 (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{cm,el,k} - \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} - \varepsilon_{cm,0,k}) \end{aligned} \quad (5.23)$$

Das Gesamtpotential bzw. das LAGRANGE-Funktional erreichen dann ein Minimum, wenn die partiellen Ableitungen nach den unbekanntem Verformungsparametern null werden.

$$\frac{\partial L_k^{ZI}}{\partial \varepsilon_{sm,el,k}} = A_s \sigma_{sm,el,k} - \lambda_1 = 0 \quad \rightarrow \lambda_1 = A_s \sigma_{sm,el,k} = F_{sm,k} \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial L_k^{ZI}}{\partial \varepsilon_{cm,el,k}} = (A_c \sigma_{cm,k} - \lambda_2) \left(1 + \frac{\partial \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k}}{\partial \varepsilon_{cm,el,k}} \right) = 0 \quad \rightarrow \lambda_2 = A_c \sigma_{cm,el,k} = F_{cm,k} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial L_k^{ZI}}{\partial \varepsilon_{m,k}} = -N_k + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad \rightarrow N_k = \lambda_1 + \lambda_2 = F_{sm,k} + F_{cm,k} \quad (5.26)$$

$$\frac{\partial L_k^{ZI}}{\partial \lambda_1} = (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{sm,el,k} - \varepsilon_{sm,0}) = 0 \quad \rightarrow \varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{sm,k} = \varepsilon_{sm,el,k} + \varepsilon_{sm,0} \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial L_k^{ZI}}{\partial \lambda_2} = (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{cm,el,k} - \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} - \varepsilon_{cm,0,k}) = 0 \quad \rightarrow \varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{cm,k} = \varepsilon_{cm,el,k} + \Delta\varepsilon_{cm,v-el,k} + \varepsilon_{cm,0,k} \quad (5.28)$$

Wie aus Gl. (5.26) ersichtlich, ist die Gleichgewichtsbedingung indirekt in der Problembeschreibung enthalten und kann somit als Kontrolle der nichtlinearen Optimierungsaufgabe verwendet werden. Als Alternative zur nichtlinearen Optimierungsaufgabe (5.22) können die Gleichungen und Ungleichungen (5.24)-(5.28) zur Beschreibung des mechanischen Problems verwendet werden.

Problembeschreibung im Zustand II, gerissener Beton

Analog zum Zustand I ergibt sich die Formänderungsenergie gerissener Querschnitte aus der Summe der über die Fläche der einzelnen Querschnittsanteile integrierten spezifischen Formänderungsenergie. Neben der Bewehrung und der effektiven Betonzugzone sind die Verbundzone sowie die Rissbildungsenergie zu berücksichtigen.

$$\Pi_{i,k}^{ZII} = \Pi_{i,c,eff,k} + \Pi_{i,s,k} + \Pi_{i,b,k} = \int_{A_{c,eff}} W_{c,eff,k} dA_{c,eff} + \int_{A_s} W_{s,k} dA_s + \int_{A_b} W_{b,k} dA_b + \int_{A_c} W_{c,w} dA_c \quad (5.29)$$

Die Berechnung der spezifischen Formänderungsenergie der effektiven Betonzugzone $W_{c,eff,k}$ erfolgt nach Gl. (5.14). Für die Bewehrung wird Gl. (5.16) herangezogen. Die Rissbildungsenergie des Betons, die beim Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Zustand einen stetigen Verlauf der Formänderungsenergie $\Pi_{i,k}$ sichert, wird wie folgt berechnet:

$$W_{c,w} = \int_0^{\varepsilon_{ct}} \sigma_c(\varepsilon_{c,el}) d\varepsilon_{c,el} \quad (5.30)$$

Wird entsprechend Kapitel 4.3.4 Gl. (4.64) bis zur Rissbildung eine lineare Beziehung zwischen der Spannung σ_c und der elastischen Dehnung $\varepsilon_{c,el}$ vorausgesetzt, kann Gl. (5.30) wie folgt angegeben werden:

$$W_{c,w} = \frac{1}{2} \cdot E_c \cdot \varepsilon_{ct}^2 \quad \text{mit: } \varepsilon_{ct} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (5.31)$$

Für die Verbundzone wird entsprechend der Modellannahmen eine additive Zerlegung der Gesamtdehnung

$$\varepsilon_{bm,k} = \varepsilon_{bm,el,k} + \varepsilon_{bm,pl,k-1} + \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} + \varepsilon_{bm,0} \quad \text{mit: } \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} = \varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,pl,k-1} \quad (5.32)$$

bzw. des Zuwachses der Gesamtdehnung

$$d\varepsilon_{bm,k} = d\varepsilon_{bm,el,k} + d\Delta\varepsilon_{bm,pl,k} = d\varepsilon_{bm,el,k} + \frac{\partial \Delta\varepsilon_{bm,pl,k}}{\partial \varepsilon_{bm,el,k}} \cdot d\varepsilon_{bm,el,k} \quad (5.33)$$

vorausgesetzt und analog zum Beton bzw. zur Bewehrung die spezifische Formänderungsenergie in einen elastischen und einen plastischen Anteil zerlegt.

$$W_{b,k} = W_{b,el,k} + W_{b,pl,k} = \int_0^{\varepsilon_{bm,el,k}} \sigma_{bm,k} d\varepsilon_{bm,el,k} + \int_0^{\varepsilon_{bm,el,k}} \sigma_{bm,k} \cdot \frac{\partial \Delta\varepsilon_{bm,pl,k}}{\partial \varepsilon_{bm,el,k}} d\varepsilon_{bm,el,k} \quad (5.34)$$

Da die Spannungs-Dehnungsbeziehung entsprechend Abb. 4.28 einen multilinearen Verlauf ausweist, können die Integralausdrücke geschlossen gelöst werden.

$$W_{b,el,k} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot E_{bm,Z,k} \cdot \varepsilon_{bm,el,k}^2 & \text{für } \varepsilon_{bm,el,k} \geq 0 \\ \frac{1}{2} \cdot E_{bm,D,k} \cdot \varepsilon_{bm,el,k}^2 & \text{für } 0 \geq \varepsilon_{bm,el,k} \geq \varepsilon_{bm,el,min,k-1} \\ \frac{1}{2} \cdot E_{bm,D,k-1} \cdot \varepsilon_{bm,el,min,k-1}^2 + \\ E_{bm,D,k-1} \cdot (\varepsilon_{bm,el,k} - \varepsilon_{bm,el,min,k-1}) \varepsilon_{bm,el,k} & \text{für } \varepsilon_{bm,el,k} < \varepsilon_{bm,el,min,k-1} \end{cases} \quad (5.35)$$

$$W_{b,pl,k} = \begin{cases} 0 & \text{für } \varepsilon_{bm,el,k} \geq \varepsilon_{bm,el,min,k-1} \\ E_{bm,D,k} \cdot \varepsilon_{bm,el,k} \cdot \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} & \text{für } \varepsilon_{bm,el,k} < \varepsilon_{bm,el,min,k-1} \end{cases} \quad (5.36)$$

$$\text{mit: } \varepsilon_{bm,el,min,k-1} = \min(\varepsilon_{bm,el,min,0}, \dots, \varepsilon_{bm,el,min,k-1})$$

Analog zum Zustand I entspricht im gerissenen Zustand die Dehnung des Gesamtquerschnitts $\varepsilon_{m,k}$ zu einem beliebigen Zeitpunkt t_k der Verformung der Bewehrung $\varepsilon_{sm,k}$.

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{sm,k} = \varepsilon_{sm,el,k} + \varepsilon_{sm,0} \quad (5.37)$$

Da im Zustand II der starre Verbund zwischen dem Beton und der Bewehrung aufgehoben wird und die Kraftübertragung zwischen den beiden Einzelkomponenten über die Verbundzone stattfindet, ist eine Modifikation der Verträglichkeitsbedingung (5.20) notwendig. Unter Berücksichtigung der Rissverformung $\varepsilon_{cm,w}$ ergibt sich entsprechend dem in Abb. 4.19 dargestellten Modell folgende Beziehung:

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{cm,eff,el,k} + \Delta\varepsilon_{cm,eff,v-el,k} + \varepsilon_{cm,eff,w,k} + \varepsilon_{cm,eff,0,k} \quad (5.38)$$

Vorverformungen, die in einem vorherigen Deformationsprozess entstanden sind, werden analog zum Zustand I über die Deformationen $\varepsilon_{sm,0}$ bzw. $\varepsilon_{cm,eff,0,k}$ berücksichtigt.

Für die Bestimmung der Rissverformung sind neben den Verformungen der Verbundzone $\varepsilon_{bm,k}$ nach Gl. (5.32) auch die irreversible Rissdehnung $\varepsilon_{cm,eff,w,irr,k}$ nach Gl. (4.67) zu berücksichtigen.

$$\varepsilon_{cm,eff,w,k} = -\varepsilon_{bm,k} \geq \varepsilon_{cm,eff,w,irr,k} \quad (5.39)$$

In Analogie zum Zustand I kann für gerissene zentrisch beanspruchte Stahlbetonquerschnitte aus dem Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials nach Gl. (5.6) unter Berücksichtigung der Gln. (5.14), (5.16) sowie (5.35)-(5.39) folgende nichtlineare Optimierungsaufgabe abgeleitet werden:

Zielfunktion:

$$\begin{aligned} \Pi_k^{ZII} = & A_{c,eff} (W_{c,eff,el,k} + W_{c,eff,v-el,k}) + A_s W_{s,el,k} \\ & + A_b (W_{b,el,k} + W_{b,pl,k}) + A_c W_{c,w} - N_k \cdot \varepsilon_{m,k} \rightarrow \text{Minimum} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Nebenbedingungen

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{sm,k} = \varepsilon_{sm,el,k} + \varepsilon_{sm,0}$$

$$\varepsilon_{m,k} = \varepsilon_{cm,eff,k} - \varepsilon_{bm,k}$$

$$= \varepsilon_{cm,eff,el,k} + \Delta\varepsilon_{cm,eff,v-el,k} + \varepsilon_{cm,eff,0,k} - \varepsilon_{bm,el,k} - \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,0,k}$$

$$-\varepsilon_{bm,el,k} - \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,0,k} - \varepsilon_{cm,w,irr,k} \geq 0.$$

Wird Gl. (5.40) in ein nebenbedingungsfreies LAGRANGE-Funktional überführt und partiell nach den unbekanntenen Verformungsparametern abgeleitet, kann gezeigt werden, dass die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden, wenn die Verformungsparameter die Lösung der nichtlinearen Optimierungsaufgabe darstellen.

$$\begin{aligned}
L_k^{ZII} = & A_{c,eff} (W_{c,eff,el,k} + W_{c,eff,v-el,k}) + A_s W_{s,el,k} + A_b (W_{b,el,k} + W_{b,pl,k}) + A_c W_{c,w} - N_k \cdot \varepsilon_{m,k} \\
& + \lambda_1 (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{sm,el,k} - \varepsilon_{sm,0}) \\
& + \lambda_2 (\varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{cm,eff,el,k} - \Delta\varepsilon_{cm,eff,v-el,k} - \varepsilon_{cm,eff,0,k} + \varepsilon_{bm,el,k} + \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} + \varepsilon_{bm,0,k}) \\
& - \lambda_3 (-\varepsilon_{bm,el,k} - \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,0,k} - \varepsilon_{cm,w,irr,k})
\end{aligned} \tag{5.41}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \varepsilon_{sm,el,k}} = A_s \sigma_{sm,k} - \lambda_1 = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = A_s \sigma_{sm,k} = F_{sm,k} \tag{5.42}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \varepsilon_{cm,eff,el,k}} = (A_{c,eff} \sigma_{cm,eff,k} - \lambda_2) \left(1 + \frac{\partial \Delta\varepsilon_{cm,eff,v-el,k}}{\partial \varepsilon_{cm,eff,el,k}} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = A_{c,eff} \sigma_{cm,eff,k} = F_{cm,eff,k} \tag{5.43}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \varepsilon_{m,k}} = -N_k + \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad \rightarrow \quad N_k = \lambda_1 + \lambda_2 = F_{sm,k} + F_{cm,eff,k} \tag{5.44}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \varepsilon_{bm,el,k}} = (A_b \sigma_{bm,k} + \lambda_2 + \lambda_3) \left(1 + \frac{\partial \Delta\varepsilon_{bm,pl,k}}{\partial \varepsilon_{bm,el,k}} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_2 + \lambda_3 = -A_b \sigma_{bm,k} = -F_{bm,k} \tag{5.45}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \lambda_1} = \varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{sm,el,k} - \varepsilon_{sm,0} = 0 \tag{5.46}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \lambda_2} = \varepsilon_{m,k} - \varepsilon_{cm,eff,el,k} - \Delta\varepsilon_{cm,eff,v-el,k} - \varepsilon_{cm,eff,0,k} + \varepsilon_{bm,el,k} + \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} + \varepsilon_{bm,0,k} = 0 \tag{5.47}$$

$$\frac{\partial L_k^{ZII}}{\partial \lambda_3} = -\varepsilon_{bm,el,k} - \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,0,k} - \varepsilon_{cm,w,irr,k} \geq 0 \tag{5.48}$$

Die Einbeziehung von Ungleichungen in das LAGRANGE-Funktional erfordert, dass die zugehörigen LAGRANGE-Parameter die Nichtnegativitätsbedingung

$$\lambda_3 \geq 0 \tag{5.49}$$

und die Komplementaritätsbedingung

$$\lambda_3 (-\varepsilon_{bm,el,k} - \Delta\varepsilon_{bm,pl,k} - \varepsilon_{bm,0,k} - \varepsilon_{cm,w,irr,k}) = 0 \tag{5.50}$$

erfüllen. Die Gleichgewichtsbedingung (5.45) zwischen der Verbundzone und der effektiven Betonzugzone kann somit wie folgt angegeben werden:

$$F_{cm,eff,k} - \lambda_3 = -F_{bm,k} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} F_{cm,eff,k} = -F_{bm,k} & \text{für } -\varepsilon_{bm,k} > \varepsilon_{cm,w,irr,k} \\ F_{cm,eff,k} < -F_{bm,k} & \text{für } -\varepsilon_{bm,k} = \varepsilon_{cm,w,irr,k} \end{cases} \tag{5.51}$$

Da die Gleichgewichtsbedingungen (5.44) und (5.45) nicht explizit in der Problemformulierung (5.40) enthalten sind, können diese zur Kontrolle der Lösung der nichtlinearen Optimierungsaufgabe verwendet werden. Die Gleichungen und Ungleichungen (5.42)-(5.51) stellen bezüglich der Extremalaufgabe eine alternative Problembeschreibung der mechanischen Zusammenhänge dar.

5.2.3 Bestimmung der Modellparameter und Verifikation anhand der Versuchsergebnisse

Die Anwendbarkeit des Berechnungsmodells wird anhand der experimentellen Ergebnisse der im Kapitel 3.2 beschriebenen bewehrten PCC-Dehnkörper untersucht und die einzelnen Modellparameter ermittelt. Aufgrund der kurzen Versuchsdauer und der nahezu konstanten klimatischen Bedingungen können Temperatur- und Schwindverformungen während der Versuchsdurchführung weitgehend ausgeschlossen werden, sodass diese bei den numerischen Untersuchungen unberücksichtigt bleiben. Die ermittelten Verformungen sind somit ausschließlich auf die Lasteinwirkung zurückzuführen.

Für die Bestimmung der visko-elastischen Betonverformung wird der elastische Verformungsverlauf des PCC in einzelne Zeitintervalle zerlegt und durch elastische Verformungsimpulse nach Gl. (4.45) angenähert. Die Dauer dieser Impulse entspricht während der Be- und Entlastung dem Messintervall von 0,5 Sekunden. Während der Lasthalte- und Erholungsphase wird die Impulsdauer erhöht und eine an die Verformungsrate angepasste Zeiteinteilung gewählt. Die Modellparameter der 4 verwendeten KELVIN-Körper werden den experimentellen und numerischen Untersuchungen an PCC-Druckzylindern entnommen. Unter Berücksichtigung der geringen Versuchsdauer wird die Zeitabhängigkeit der Elastizitätsmoduln $E_{c,0}$ und $E_{b,0}$ vernachlässigt. Die Versuchsergebnisse geben das Dehnkörperverhalten in integraler Form wieder, sodass der Prozess der Einzelrissbildung infolge der stochastischen Verteilung der Materialeigenschaften bei der Simulation berücksichtigt werden muss. Da stochastische Untersuchungen nicht Gegenstand dieser Arbeit sind, werden die Dehnkörper entsprechend der experimentell ermittelten Rissanzahl in statistisch homogene Teilbereiche unterteilt und jeweils ein Querschnittsmodell eingefügt. Die Zugfestigkeit des Betons und der Wirkungsbereich, d.h. der Rissstörbereich, der einzelnen Querschnitte werden an die Versuche angepasst.

Die Materialeigenschaften der Betonstahlbewehrung werden aktuellen Normen entnommen und die Modellparameter der Verbundzone anhand einer ausgewählten Probe (D3-K2S-1.1) mit Hilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate verifiziert. Die ermittelten Werte sind in

Betonstahlbewehrung		PCC		Verbundzone	
d_s [cm]	1,2	$d_c = d_{c,eff}$ [cm]	10	d_b [cm]	2,7
A_s [cm ²]	1,13	$A_c = A_{c,eff}$ [cm ²]	72,81	A_b [cm ²]	4,59
E_s [kN/cm ²]	20000	$E_{c,0}$ [kN/cm ²]	2650	$E_{b,0}$ [kN/cm ²]	20000
f_y [kN/cm ²]	50	KELVIN-Körper 1	siehe Tab. 5.3	$f_b = f_{cm}$ [kN/cm ²]	2,6
$\varepsilon_{s,y}$ [%]	2,5	KELVIN-Körper 2		$a_{b,E}^1$ [-]	$8 \cdot 10^3$
		KELVIN-Körper 3		$a_{b,E}^2$ [-]	$2 \cdot 10^6$
		KELVIN-Körper 4		$a_{b,pl}^0$ [-]	2
		$a_{b,E}^1$ [-]	0,2	$a_{b,pl}^1$ [-]	$5 \cdot 10^3$
		$\varepsilon_{cm,w,y}$ [%]	0,3		

Tab. 5.5: Ermittelte Modellparameter der betonstahlbewehrten PCC-Dehnkörper

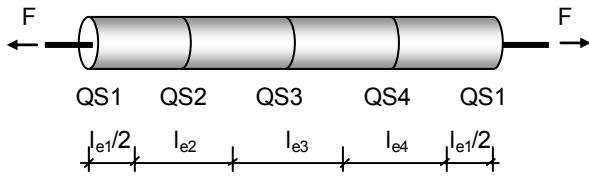
Tab. 5.5 angegeben. Die Gesamtverformung sowie die einzelnen Verformungsanteile der anderen stabstahlbewehrten Versuchskörper werden mit den gleichen Parametern berechnet.

Der Vergleich der experimentell und numerisch ermittelten Kraft-Verformungsbeziehungen des betonstahlbewehrten Dehnkörpers D3-K2S-1.1 (Tafel 5.6c) zeigt weitgehend eine gute Übereinstimmung. Sowohl die Be- und Entlastungsäste als auch die bleibenden Verformungen werden vom Berechnungsmodell hinreichend genau wiedergegeben. Aufgrund der geringen Beanspruchung des PCC bzw. der effektiven Betonzugzone sind die Auswirkungen der viskosen Betonverformungen sehr gering, sodass diese bei praktischen Berechnungen vernachlässigt werden können. Einen größeren Einfluss hat das Verbundkriechen, das jedoch im Vergleich zum gesamten Formänderungsverhalten des Verbundquerschnitts eine untergeordnete Rolle spielt und somit nicht im Berechnungsmodell berücksichtigt wurde. Wird eine höhere Ergebnisgenauigkeit angestrebt, erscheint diesbezüglich eine Erweiterung bzw. Verfeinerung des Berechnungsmodells sinnvoll.

Zur Veranschaulichung des Modells und der numerischen Ergebnisse ist die über den Dehnkörper gemittelte Beanspruchung der Einzelkomponenten in Tafel 5.6d dargestellt. Entsprechend der im Versuch festgestellten Ergebnisse nehmen die Mitwirkung des PCC und die Steifigkeit der Verbundzone mit steigender Beanspruchung und insbesondere mit wachsender Rissanzahl ab. Im Stadium der Einzelrissbildung sind einige Teilbereiche ungerissen und andere gerissen. Die Formänderung des gesamten Dehnkörpers stellt eine integrale Größe dar, die dem Verhalten der unterschiedlich geschädigten Teilbereiche unterliegt. Im Zustand der abgeschlossenen Rissbildung weisen alle Querschnitte das gleiche Tragverhalten auf (Tafel 5.6e). Bei weiterer kontinuierlicher Laststeigerung ist die Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen konstant. Im Gegensatz zur Zugfestigkeit des Betons wurde für alle Querschnitte vereinfachend die gleiche Spannungs-Dehnungsbeziehung der Verbundzone (Tafel 5.6f) angesetzt. Mit Überschreiten der schädigungsfreien Grenzbeanspruchung setzt die Steifigkeitsdegradation der Verbundzone ein und es bilden sich plastische Verformungen, die zu einer bleibenden Verschiebung zwischen der Bewehrung und dem Beton führen.

Für den Vergleich des vorgeschlagenen zeit- und schädigungsabhängigen Modells mit baupraktischen Berechnungsmethoden wird der Ansatz nach DIN 1045-1 herangezogen und die aufnehmbare Zugspannung $f_{ct,eff}$ des effektiven Betonquerschnitts nach der Rissbildung auf 40% der Zugfestigkeit des PCC begrenzt. Wie Tafel 5.6g zu entnehmen ist, zeigen beide Modelle für eine kontinuierliche Laststeigerung ähnliche Ergebnisse und beschreiben hinreichend genau das Dehnkörperverhalten. Die Ent- und Wiederbelastungsäste werden allerdings mit dem Ansatz nach DIN 1045-1 nur unzureichend erfasst und weisen einen stark vereinfachten Verlauf auf. Bleibende Verformungen können mit diesem Berechnungsansatz nicht erfasst werden, sodass die Verformungen bei vollständiger Entlastung auf null zurückgehen.

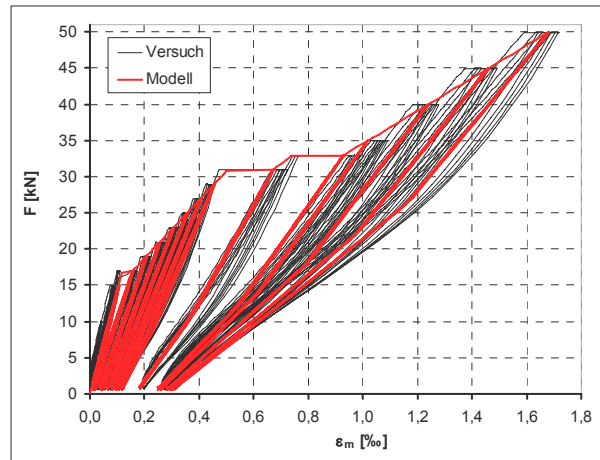
Tafel 5.6: Numerisch und experimentell gewonnene Ergebnisse (D3-K2S-1.1)



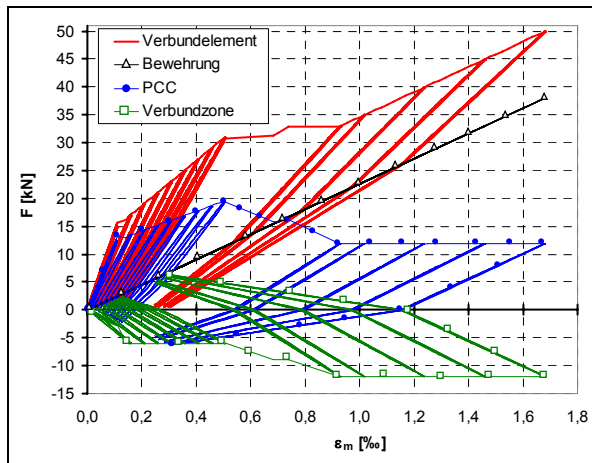
a) Einteilung des Versuchskörpers in Teilbereiche

	QS 1	QS 2	QS 3	QS 4
f_{ct} [N/mm ²]	0,0	1,84	3,52	3,72
l_e [cm]	25,25	24,75	25	25

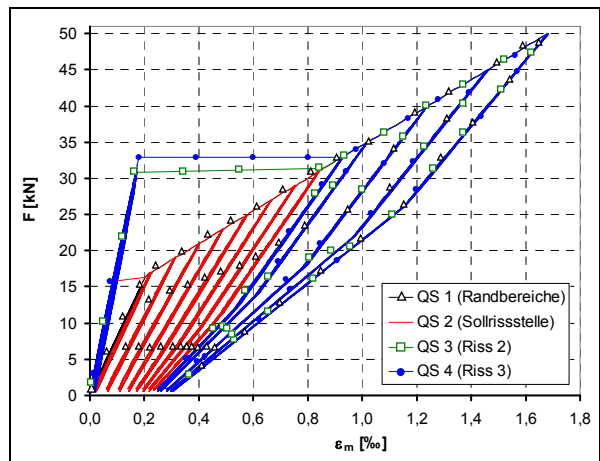
b) Zugfestigkeiten und Rissstör- bzw. Wirkungsbereiche der einzelnen Querschnitte



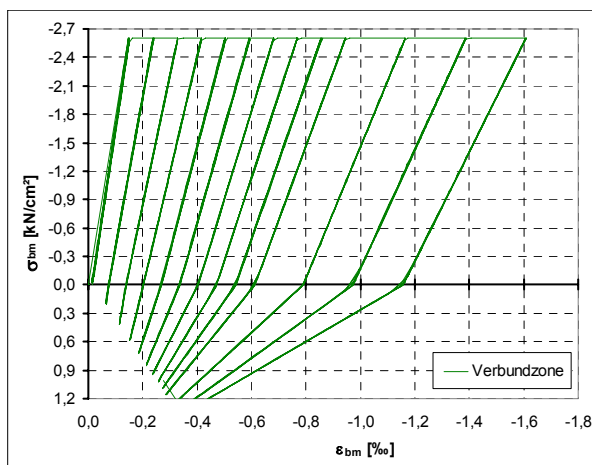
c) Kraft-Verformungslinie des Dehnkörpers



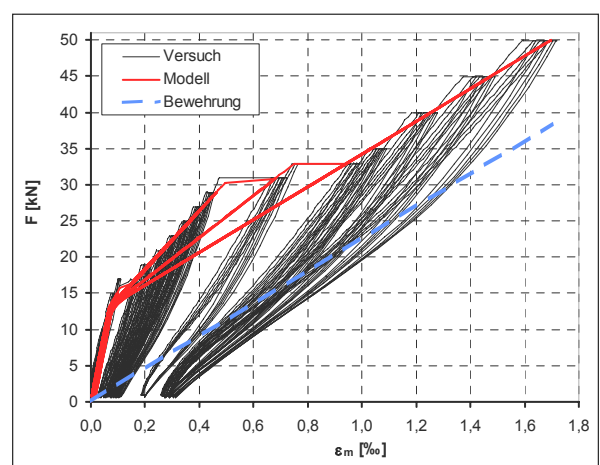
d) Beanspruchung der Bewehrung, des PCC und der Verbundzone im Vergleich zum Verbundelement



e) Kraft-Verformungslinie der einzelnen Querschnitte bzw. Teilbereiche



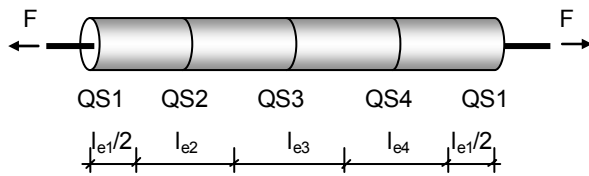
f) Spannungs-Dehnungsbeziehung der Verbundzone



g) Vergleich der Modellrechnung mit dem Rechenansatz nach DIN 1045-1

Tafel 5.7: Numerisch und experimentell gewonnene Ergebnisse weiterer Probekörper

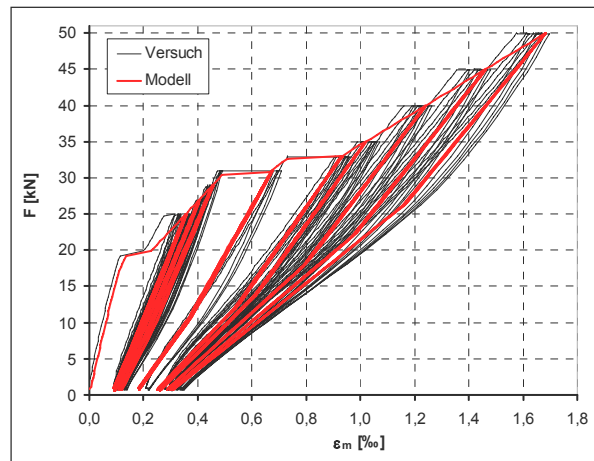
C3-K2S-2.1



a) Einteilung des Versuchskörpers in Teilbereiche

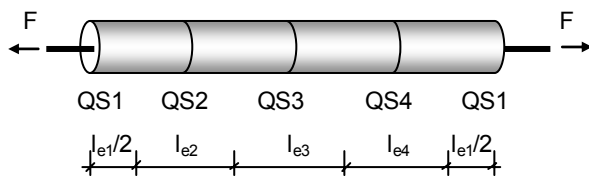
	QS 1	QS 2	QS 3	QS 4	
f_{ct} [N/mm ²]	0,0	2,14	3,52	3,72	
l_e [cm]	15	35	25	25	

b) Zugfestigkeiten und Rissstör- bzw. Wirkungsbereiche der einzelnen Querschnitte



c) Kraft-Verformungslinie des Dehnkörpers

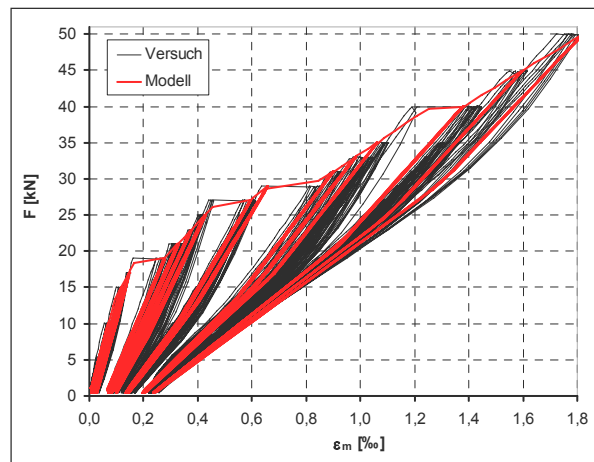
C3-K2S-3.1



d) Einteilung des Versuchskörpers in Teilbereiche

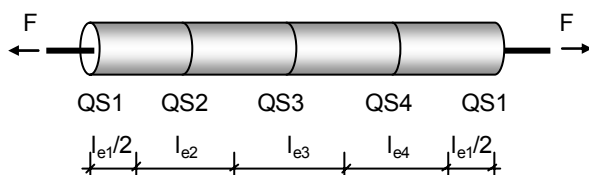
	QS 1	QS 2	QS 3	QS 4	QS 5
f_{ct} [N/mm ²]	0,0	2,14	3,02	3,36	4,50
l_e [cm]	20	30	18	22	10

e) Zugfestigkeiten und Rissstör- bzw. Wirkungsbereiche der einzelnen Querschnitte



f) Kraft-Verformungslinie des Dehnkörpers

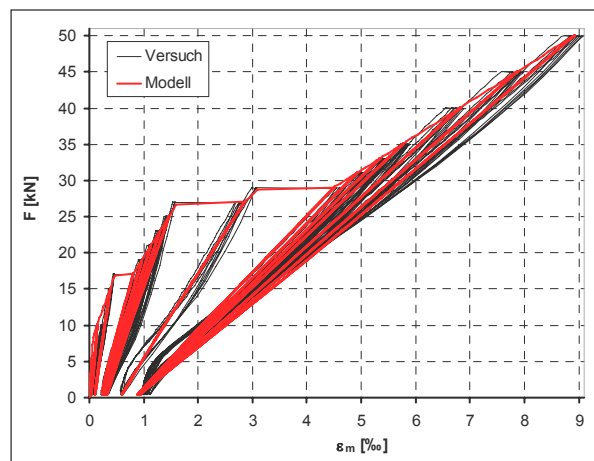
C3-K2GFK-4.2



g) Einteilung des Versuchskörpers in Teilbereiche

	QS 1	QS 2	QS 3	QS 4	
f_{ct} [N/mm ²]	0,0	2,14	3,38	3,64	
l_e [cm]	20	17,5	31,25	31,25	

h) Zugfestigkeiten und Rissstör- bzw. Wirkungsbereiche der einzelnen Querschnitte



i) Kraft-Verformungslinie des Dehnkörpers

Die berechneten und gemessenen Kraft-Verformungsbeziehungen weiterer Probekörper, die sich gegenüber dem Dehnkörper D3-K2S-1.1 im Lastregime oder im Bewehrungsmaterial unterscheiden, sind in Tafel 5.7 dargestellt. Für die numerische Untersuchung der betonstahlbewehrten Dehnkörper wurden die in Tab. 5.5 enthaltenen Modellparameter verwendet und entsprechend der zufälligen Verteilung der Materialeigenschaften lediglich die Betonzugfestigkeit und die Größe des Rissstörbereiches der einzelnen Teilbereiche an die Versuchsergebnisse angepasst. Aufgrund der phänomenologisch orientierten, integralen Material- und Verbundbeschreibung ist für die Nachrechnung der GFK-stabbewehrten PCC-Probekörper neben der Anpassung der Steifigkeit der Bewehrung

$$E_{\text{GFK}}=4200 \text{ kN/cm}^2 \quad (5.52)$$

eine Modifikation der Verbundparameter:

$$\begin{aligned} a_{b,E}^1 &= 0,85 \\ a_{b,E}^2 &= 0 \\ a_{b,pl}^0 &= 5,5 \cdot 10^3 \\ a_{b,pl}^1 &= 1,5 \cdot 10^6 \end{aligned} \quad (5.53)$$

notwendig, welche die Spezifik des Zusammenwirkens des PCC und der GFK-Bewehrung erfasst. Der Vergleich der numerischen und der experimentellen Ergebnisse zeigt sowohl für die betonstahl- als auch für die GFK-stabbewehrten Probekörper durchweg eine gute Übereinstimmung. Das in Kapitel 4.3 vorgeschlagene Modell ist demnach in der Lage, das Formänderungsverhalten von Stahlbetonquerschnitten bzw. -elementen unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung in qualitativer und quantitativer Hinsicht realitätsnah wiederzugeben.

Kapitel 6

Schlussfolgerungen

6.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die *Ergebnisse* eigener *experimenteller* Untersuchungen vorgestellt, die an:

- unbewehrten Probekörpern aus polymermodifiziertem Beton (PCC) unter mehrfach wiederholter Druckbeanspruchung sowie
- betonstahl- bzw. GFK-stabbewehrten Probekörpern aus polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung

durchgeführt wurden. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei dem Formänderungsverhalten, der Steifigkeitsdegradation und der Energiedissipation sowie dem Kriechverhalten und der Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen gewidmet. Zur Einordnung der gewonnenen Erkenntnisse werden ähnliche, am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau (IKI) der Bauhaus-Universität Weimar durchgeführte Versuche an Normalbeton und hochfestem Beton herangezogen und unter den gleichen Gesichtspunkten bewertet.

Die Versuchsergebnisse *unbewehrter druckbeanspruchter PCC-Probekörper* zeigen, dass der untersuchte PCC ein betontypisches Tragverhalten aufweist. Im Vergleich zu Normalbeton ist PCC durch eine höhere Duktilität, eine verringerte Druckfestigkeit und Anfangssteifigkeit (28-Tage-Werte), größere und mit steigender Beanspruchung überproportional zunehmende Kriechverformungen sowie eine signifikante Steifigkeitsdegradation charakterisiert. Da bei dem PCC bereits im Gebrauchslastbereich eine ausgeprägt nichtlineare Beziehung zwischen den Kriechverformungen bzw. deren Anteilen und der kriecherzeugenden Spannung bzw. elastischen Dehnung sowie signifikante Steifigkeitsänderungen festgestellt werden konnte, sind die für Normalbeton üblichen Nachweisverfahren zur Ermittlung der Kurz- und Langzeittragfähigkeit von Betonkonstruktionen nur bedingt auf Tragwerke aus polymermodifiziertem Beton übertragbar. Insbesondere die Annahme einer konstanten Steifigkeit, die neben den elastischen Materialeigenschaften die viskosen Verformungen sowie deren Interaktion beeinflusst, ist bei polymermodifiziertem Beton nur bedingt zu vertreten. Für eine wirklichkeitsnahe Analyse der Kriechauswirkungen des PCC auf das Tragverhalten entsprechender Konstruktionen sind neben den Beanspruchungen im Gebrauchslastbereich auch die während der Lastgeschichte aufgetretene maximale Beanspruchungssituation sowie die Strukturveränderungen zu berücksichtigen.

Zugbeanspruchte bewehrte PCC-Probekörper weisen ein ähnliches Tragverhalten wie bewehrte Dehnkörper aus Normalbeton bzw. hochfestem Beton auf. Im Vergleich zu den Normal- bzw. Referenzbetonprobekörpern können bei den PCC-Dehnkörpern größere Rissbreiten und Rissabstände festgestellt werden, die vorwiegend auf die erhöhte Zugfestigkeit des polymermodifizierten Betons zurückzuführen sind. Aufgrund des im Vergleich zu Normalbeton veränderten Festigkeitsverhältnisses, d.h. der geringeren Druck- und der größeren Zugfestigkeit, sowie der geringen Steifigkeit liegt die auf die Betonzugfestigkeit f_{ct} bezogene Mitwirkung des PCC zwischen den Rissen unter den Vorgaben nach DIN 1045-1 ($\sigma_{ct}=0,4 \cdot f_{ct,eff}$), sodass entsprechende Nachweisverfahren modifiziert werden müssen. Für eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Ent- und Wiederbelastungsverhaltens bewehrter PCC-Probekörper ist die Berücksichtigung plastischer Verformungen und der Steifigkeitsdegradation, die vorwiegend auf die Einzelrissbildung sowie die Verbundschädigung zurückgeführt werden können, notwendig.

Einen weiteren Schwerpunkt der Arbeit stellt die auf den Versuchsergebnissen und der visko-elastisch-plastischen Kontinuumsschädigungstheorie basierende *Modellbildung zum zeit- und beanspruchungsabhängigen Tragverhalten*:

- von druckbeanspruchten unbewehrtem Beton und
- von zugbeanspruchten bewehrtem Beton

dar. Die vorgeschlagenen Modelle sind vorwiegend phänomenologisch begründet und basieren auf rheologischen Elementen. Die gewählte Vorgehensweise ermöglicht eine direkte Einbeziehung nichtlinearer Zusammenhänge sowohl zwischen der Beanspruchung und der Steifigkeitsdegradation als auch zwischen der elastischen und der viskosen Verformung. Als Grundlage der Berechnung wird die elastische Verformung gewählt. Die Steifigkeitsdegradation sowie die zeitvarianten und zeitinvarianten Verformungen werden an die elastische Dehnung direkt oder indirekt funktionell gekoppelt. Die Spannung stellt lediglich eine sekundäre Größe dar.

Für die Berücksichtigung des zeitabhängigen Materialverhaltens des Betons erfolgt die *numerische Umsetzung der Modelle* zur Berechnung von Stahlbetonquerschnitten auf der Grundlage des HAMILTON-Prinzips unter Vernachlässigung der Trägheitskräfte. Durch eine zeitliche Diskretisierung sowie eine sukzessive Berechnung kann die Problembeschreibung auf das Prinzip von LAGRANGE vom Minimum des Gesamtpotentials zurückgeführt und als nichtlineare Optimierungsaufgabe formuliert werden.

Die Ermittlung der Modellparameter und die Verifikation des Berechnungsmodells anhand der Versuchsergebnisse *druckbeanspruchter unbewehrter PCC-Zylinder* zeigen, dass der gewählte Berechnungsansatz in der Lage ist, das viskose und schädigungsabhängige Formänderungsverhalten des PCC sowohl unter geringer als auch unter hoher Beanspruchung hinreichend genau wiederzugeben. Neben der Erfassung physikalisch nichtlinearer Zusammenhänge ist eine Abschätzung des Betonversagens infolge tertiärer Kriech- und Schädigungsprozesse möglich. Liegen genauere Kenntnisse bezüglich der Strukturbildung bzw. der Nacherhärtung des polymermodifizierten Betons vor, können diese mathematisch aufbereitet

und zur Erfassung des zeit- und beanspruchungsabhängigen Langzeittragverhaltens im Modell berücksichtigt werden.

Weiterführende praxisrelevante *numerische Untersuchungen* zum Langzeittragverhalten von druckbeanspruchtem PCC zeigen, dass durch Vorbelastungen zwar kurzfristig strukturelle Veränderungen und viskose Verformungen vorweggenommen werden, sich jedoch langfristig in Abhängigkeit vom Vorbelastungsniveau ein deutlich verändertes Betontragverhalten ergeben kann. Die Untersuchungen zum Einfluss der Nacherhärtung auf das zeitabhängige Kriech- und Schädigungsverhalten des PCC machen deutlich, dass im Gebrauchslastbereich vereinfachend auf die Berücksichtigung der Betonhydratation verzichtet werden kann. Bei höheren Beanspruchungen sind signifikante Unterschiede zwischen den Modellrechnungen mit und ohne Einbeziehung der Nacherhärtung des PCC erkennbar, sodass die Vernachlässigung des Strukturbildungsprozesses zur Überschätzung der Verformungen führt.

Die mit Hilfe der Versuchsergebnisse *zugbeanspruchter bewehrter PCC-Dehnkörper* durchgeführte Parameteridentifikation und Verifikation zeigen die Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit des vorgeschlagenen rheologischen Modells sowie dessen numerische Umsetzung basierend auf nichtlinearen Optimierungsmethoden. Weiterhin wird deutlich, dass im gerissenen Zustand der Einfluss des zeitabhängigen Materialverhaltens der effektiven Betonzugzone auf das Gesamttragverhalten des Stahlbetonquerschnitts sehr gering ist und somit vernachlässigt werden kann. Wird eine detailliertere Beschreibung des Formänderungsverhaltens zyklisch beanspruchter Stahlbetonquerschnitte gefordert, ist eine Modellerweiterung, die das Verbundkriechen und somit das hysteresische Tragverhalten erfasst, möglich und zweckmäßig.

Die experimentellen und theoretischen Untersuchungen an PCC sowie der Vergleich mit anderen Betonarten zeigen, dass der Einsatz von polymermodifiziertem Beton als Konstruktionsbeton grundsätzlich möglich und für besondere Anforderungen zweckmäßig ist. Bei der Bemessung von Tragwerken aus PCC ist eine differenziertere Betrachtung der Auswirkungen viskoser Verformungen sowie der Rissbreiten notwendig.

6.2 Ausblick

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten experimentellen und theoretischen Untersuchungen sowie die Modellbildung zum Tragverhalten von unbewehrtem bzw. bewehrtem PCC unter monotoner und zyklischer Druck- bzw. Zugbeanspruchung konzentrieren sich auf einen ausgewählten Beton, der auf der Basis von Styren - Acrylsäureester modifiziert wurde. Aus den gewonnenen Erkenntnissen lassen sich weitere stoffliche und mechanische Fragestellungen für zukünftige Forschungsaktivitäten ableiten.

Im Hinblick auf die stofflich strukturellen Eigenschaften polymermodifizierter Betone, die im Rahmen dieser Arbeit weitgehend unbeachtet blieben, sind experimentelle und theoretische Untersuchungen bezüglich einer gezielten anwendungsorientierten Beeinflussung der Kurz-

und Langzeiteigenschaften durch den Einsatz geeigneter Polymere sowie durch die Optimierung der Betonrezeptur notwendig. Dabei sollten vor allem die Strukturbildung sowie die Wirkung und Alterung der Polymermatrix in Abhängigkeit von der Betonzusammensetzung und der Belastung im Blickfeld der Untersuchungen stehen und gegebenenfalls mit Hilfe mikroskopischer Verfahren analysiert werden.

Für eine statistische Absicherung der gewonnenen Erkenntnisse bezüglich des Trag- und Schädigungsverhaltens des PCC sowie deren Übertragung auf andere Betone sind weitere Versuchsserien mit einer größeren Probekörperanzahl sowie mit möglichst breitem Spektrum an Betonrezepturen erforderlich. Neben der Bestimmung üblicher Frisch- und Festbetoneigenschaften sollten Versuche mit mehrfach wiederholter Beanspruchung, die u. a. eine Analyse der Steifigkeitsdegradation, des Kurz- und Langzeitkriechverhaltens sowie des Verbundverhaltens ermöglichen, im Vordergrund stehen. Vergleichende experimentelle Untersuchungen an zyklisch beanspruchten Beton- und Zementsteinprobekörpern könnten für eine detaillierte Beurteilung der Strukturbildungs- und Strukturveränderungsprozesse sowie deren Interaktion herangezogen werden.

Für die Anwendung der vorgeschlagenen zeit- und beanspruchungsabhängigen Materialmodelle auf größere Berechnungszeiträume sind weitere Dauerstandversuche an PCC-Probekörpern zur Bestimmung der Modellparameter zusätzlicher KELVIN- und BINGHAM-Körper notwendig. Weiterhin gewährleistet die Verifikation der Modelle anhand unterschiedlicher Betonrezepturen einerseits die Analyse und funktionelle Erfassung weiterer Einflussgrößen, wie beispielsweise die Umgebungsbedingungen und das Betonalter. Andererseits wird die Beurteilung des Kriech- und Schädigungsverhaltens von Betontragwerken ohne begleitende Kurz- und Langzeitversuche ermöglicht.

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgeschlagenen Berechnungsmodelle beruhen auf deterministischen Materialeigenschaften, sodass die Vorhersagegenauigkeit dem zufälligen Charakter der Kriech- und Schädigungsparameter unterliegt. Da eine zuverlässige Bestimmung aller Einflussgrößen in der Praxis nicht möglich ist, wird eine probabilistische Aufbereitung und Anwendung der numerischen Modelle für eine zuverlässige Langzeitanalyse von dauerbeanspruchten Betontragwerken als sinnvoll erachtet.

Literaturverzeichnis

- Acker, P. (2001): Micromechanical analysis of creep and shrinkage mechanisms. in: Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Proceedings of the 6th International Conference CONCREEP-6@MIT, Amsterdam
- Ackermann, G.; Beutner, M. (1972): Theorie der Viskoelastizität – Anwendung zur Berechnung von Konstruktionen aus Plasten. in: Schriftenreihe der Bauforschung, Reihe Technik und Organisation, Heft 38, Deutsche Bauinformation, Berlin
- Ackermann, G.; Raue, E.; Ebel, L.; Setzpfandt G. (1992): Spannungsumlagerungen in Verbundquerschnitten aus Fertigteilen und Ort beton statisch bestimmter Träger infolge Kriechen und Schwinden unter Berücksichtigung der Rissbildung. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Beuth Verlag GmbH, Heft 431, Berlin-Köln
- Alex, R. (2000): Zeitabhängiges Plastizitäts- und Schädigungsmodell von Beton zur statischen und dynamischen Berechnung von Stahlbetonkonstruktionen. in: Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau, Heft 33
- Altenbach, H. (1999): Creep and damage in materials and structures. in: CISM Advanced School on "Modelling of Creep and Damage Processes in Materials and Structures" 1998 (Udine), Courses and lectures / International Centre for Mechanical Sciences Heft 399, Wien
- Altoubat, S.A.; Lange, D.A. (2002): The Pickett effect at early age and experiment separating its mechanisms in tension. in: Materials and Structures, Vol. 35
- Awad, M.E.; Hilsdorf H.K. (1974): Strength and deformation characteristics of plain concrete subjected to high repeated and sustained loads. in: ACI Special Publication SP-41, Fatigue of Concrete
- Bahn, B.Y.; Hsu, C.T.T. (1998): Stress-Strain Behavior of Concrete under Cyclic Loading. in: ACI Materials Journal, V. 95, No. 2
- Baricako, T. (2003): Numerische Simulation der Schädigungsentwicklung bei Stabtragwerken aus bewehrtem Hochleistungsbeton unter mehrachsiger zyklischer Querschnittsbeanspruchung. in: Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4, Bauingenieurwesen, Heft 188
- Bažant, Z.P. (2001): Prediction of concrete creep and shrinkage: Past, present and future. in: Nuclear Engineering and Design 203
- Bažant, Z.P. (Editor) (1988): Mathematical Modelling of Creep and Shrinkage of Concrete. John Wiley and Sons
- Bažant, Z.P.; Hauggaard, A.B.; Baweja S.; Ulm, F.-J. (1997): Microprestresssolidification theory for concrete creep. I: Aging and drying effects. II: Algorithm and verification. in: Journal of Engineering Mechanics 123 (11)
- Bažant, Z.P.; Prasannan, S. (1989): Solidification theory for concrete creep I: Formulation. in: Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, ASCE
- Bažant, Z.P., Osman, E. (1976): Double power law for basic creep of concrete. in: Materials and Structures, Research and Testing (RILEM, Paris), Vol. 9, No. 49
- Bažant, Z.P.; Kim, J.K. (1991): Improved Prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 2 - Basic Creep. in: Materials and Structures, Vol. 24
- Bažant, Z.P.; Kim, J.K. (1992): Improved Prediction model for time-dependent deformations of concrete: Part 3 - Creep at drying. in: Materials and Structures, Vol. 25
- Benboudjema, F.; Meftah, F.; Torrenti, J.M. (2001): Drying creep - An elasto-plastic damage approach of the structural effect. in: de Borst, R. ; Mazars, J.; Pijaudier-Cabot, J.; van Mier, J.G.M. (Hrsg.), Proceedings of the Framcos IV Conference
- Betten, J. (2002): Creep mechanics. Springer Verlag Berlin,

- Bierwirth, H.; Stöckl, S.; Kupfer H. (1994): Versuche zum Kriechen von Beton bei mehrachsiger Beanspruchung - Auswertung auf der Basis von errechneten elastischen Anfangsverformungen. in: Technischer Bericht, Technische Universität München, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 442
- Blessenohl, B. (1990): Zur numerischen Berechnung der Auswirkungen des Kriechens und Schwindens auf Betonverbundtragwerke - Grundlagen und Algorithmen für die EDV. Dissertation an der RWTH Aachen
- Bockhold, J. (2005): Modellbildung und numerische Analyse nichtlinearer Kriechprozesse in Stahlbetonkonstruktionen unter Schädigungsaspekten. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Ruhr-Universität Bochum
- Bolle, G. (1999): Zur Bewertung des Belastungsgrades biegebeanspruchter Stahlbetonkonstruktionen anhand von Last-Verformungs-Informationen. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar
- Bongmba, N.C. (2001): Ein finites anisotropes Materialmodell auf der Basis der Hencky-Dehnung und der logarithmischen Rate zur Beschreibung duktiler Schädigung. in: Mitteilungen aus dem Institut für Mechanik, Heft 127
- Cervera, M.; Oliver, J.; Prato, T. (1999): Thermo-chemo-mechanical model for concrete. II: Damage and creep. in: Journal of Engineering Mechanics 125 (9)
- Chen, F. (2001): Numerische Simulation des nichtlinearen Trag- und Schädigungsverhaltens von Stahlbeton-Stabtragwerken bei monotoner und zyklischer Beanspruchung. in Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4, Bauingenieurwesen, Heft 171
- Ciampi, E.; Eligehausen, R.; Bertero, V. V.; Popov, E. (1982): Analytical Model for Concrete Anchorages of Reinforcing Bar under Generalized Excitation. in: Report No. UCE / EERC-82/23, Berkeley, California
- Daschner, F.; Zilch, K. (2001): Kriechen von unbewehrtem Porenbeton. in: Schubtragfähigkeit längsbewehrter Porenbetonbauteile ohne Schubbewehrung, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 518, Beuth-Verlag, Berlin
- Dazio, A.; Wenk, T.; Bachmann, H. (1999): Versuche an Stahlbetontragwänden unter zyklisch-statischer Einwirkung. in: IBK-Bericht, Heft 239
- Diener J. (1998): Beitrag zur physikalisch und geometrisch nichtlinearen Berechnung langzeitbelasteter Bauteile aus Stahlbeton und Spannbeton unter besonderer Berücksichtigung des nichtlinearen Kriechens und der Rissbildung. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar
- Diener, J.; Raue, E. (1999): Modellierung des Tragverhaltens von Stahlbetonelementen unter Berücksichtigung des linearen und nichtlinearen Kriechens des Betons. in: 37. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschuss für Stahlbeton an der Bauhaus-Universität Weimar
- Dimmig, A. (2002): Einflüsse von Polymeren auf die Mikrostruktur und die Dauerhaftigkeit kunststoffmodifizierter Mörtel (PCC). Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar
- Duda, H. (1991): Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 419, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Donaubauer, U.W. (2002): Rechnerische Untersuchung der Durchbiegung von Stahlbetonplatten unter Ansatz wirklichkeitsnaher Steifigkeiten und Lagerungsbedingungen und unter Berücksichtigung zeitabhängiger Verformungen. Dissertation an der TU München
- Empelmann, M. (1995): Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen. Dissertation an der RWTH Aachen
- Fehling, E. (1990): Zur Energiedissipation und Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen unter besonderer Berücksichtigung von Rißbildung und verschieblichem Verbund. Dissertation an der TH Darmstadt
- Flohr, A. (2005): Untersuchungen von Einflüssen einer Polymermodifikation auf statische Eigenschaften von Beton. Diplomarbeit an der Bauhaus-Universität Weimar

- Füllsack-Köditz, R. (2004): Verbundverhalten von GFK-Bewehrungsstäben und Rissentwicklung in GFK-stabbe-
wehrteten Betonbauteilen. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar
- Goto, Y. (1971): Cracks formed in concrete around deformed tension bars. in: ACI Journal 68, No. 4, p. 244-251
- Grasberger, S.; Meschke, G. (2001): Numerical simulation of coupled thermo-hygromechanical processes within
concrete. in: Bažant, Z.P.; Ulm, F.-J.; Wittmann, F.H. (Hrsg.), Creep, Shrinkage and Durability Mechanics
of Concrete and other quasi-brittle Materials, 165-170, Elsevier
- Grasser, E., Kraemer, U. (1981): Kriechen von Beton unter hoher zentrischer und exzentrischer Druckbeanspru-
chung. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 358, Verlag Ernst & Sohn, Berlin
- Grube, H. (1991): Ursachen des Schwindens von Beton und seine Auswirkungen für den Verbundbaustoff vorge-
spannter Stahlbeton. in: Schriftenreihe der Zementindustrie, Heft 52, Habilitation
- Hampe, E.; Raue, E.; Kaller, W. (1983): Stahlbeton – Teil 1: Grundlagen. Verlag für Bauwesen, Berlin-München
- Häußler-Combe, U. (2006): Dreiaxiale Stoffgesetze für Beton – Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen. in:
Beton- und Stahlbetonbau 101, Heft 3, Berlin, S. 175-186
- Häußler-Combe, U.; Pröchtel, P. (2005): Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Beton mit normaler und hoher Festigkeit.
in: Beton- und Stahlbetonbau 100, Heft 1, Berlin, S. 52-62
- Heidolf, T. (2005): Schädigungsorientierte Modellierung des zeitabhängigen Trag- und Verformungsverhaltens
von polymermodifiziertem Beton. in: 45. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahl-
beton - 100. Jahrgang Beton- und Stahlbetonbau, Wien
- Hilsdorf, H.K.; Müller, H.S. (1987): Stoffgesetze für das Kriechen und Schwinden von Dischinger bis heute. in:
Specht, M. (Hrsg.), Spannweite der Gedanken, Springer Verlag
- Hubert, F. X.; Burlion, N.; Shao, J. F. (2001): Consequences of dessication on mechanical damage of concrete.
in: de Borst, R.; Mazars, J.; Pijaudier-Cabot, J.; van Mier, J.G.M. (Hrsg.), Proceedings of the Framcos IV
Conference
- Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U. (2000): Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. in: Deutscher Aus-
schuss für Stahlbeton, Heft 498, Berlin, Beuth
- Kovler, K. (2001): Drying creep of stress-induced shrinkage. in: Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of
Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Amsterdam
- Krätzig, W.B. (1986): Experimentelle und theoretische Untersuchungen an zyklisch nichtlinear beanspruchten
Stahlbetonbalken. in: Bochum SFB-151-Berichte 5
- Krätzig, W.B.; Mancevski, D.; Pölling, R. (1999): Modellierungsprinzipien von Beton. in: Baustatik-Baupraxis 7,
Balkema, Rotterdam
- Lohaus, L.; Anders, S. (2004): Effects of polymer modification on the mechanical and fracture properties of high
and ultra-high strength concrete. in: 11th International Congress on Polymers in Concrete, 2. – 4. Juni,
Berlin, S. 183 – 190
- Maher, A.; Darwin, D. (1998): Mortar constituent of concrete in compression. in: Journal of the American Concrete
Institute, (79)
- Mazzotti, C.; Savoia, M. (2003): Nonlinear creep damage model for concrete under uniaxial compression. in:
Journal of Engineering Mechanics 129 (9)
- Meyer, R. (1991): Mehraxiales Werkstoffmodell für Beton mit einheitlichem Konzept im Vor- und Nachbruchbe-
reich. Dissertation an der Technischen Universität Braunschweig
- Meyers, B.L.; Slate, F.O.; Winter G. (1969): Relationship between time-dependent deformation and microcracking
of plane concrete. in: ACI Journal 66
- Mehlhorn, G. (1970): Ein Beitrag zum Kipp-Problem bei Stahlbeton- und Spannbetonträgern. Dissertation an der
Technischen Hochschule Darmstadt
- Mehmel, A.; Kern, E. (1962): Elastische und plastische Stauchungen von Beton infolge Druckschwell- und Stand-
belastung. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 153, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin

- Mertzsch, O. (2003): Zum Einfluss zeitvarianter Materialgesetze auf die Verformungsvorhersage von biegebeanspruchten Betonbauteilen. in: Rostocker Berichte aus dem Fachbereich Bauingenieurwesen. Heft 10
- Meschke, G. (1998): Consideration of aging of shotcrete in the context of a 3D viscoplastic material model. in: International Journal for Numerical Methods in Engineering 39, S. 3123-3143.
- Meschke, G.; Macht, J.; Lackner, R. (1998): A damage-plasticity model for concrete accounting for fracture-induced anisotropy. in: Computational Modelling of Concrete Structures, Proceedings of the EURO-C 1998, Balkema, Rotterdam
- Müller, H.S.; Kvitsel, V. (2002): Kriechen und Schwinden von Beton - Grundlagen der neuen DIN 1045 und Ansätze für die Praxis. in: Beton- und Stahlbetonbau 97
- Nechvatal, D. (1996): Normalbeton unter hohen Dauerlasten bei verhiertem Feuchteaustausch. Dissertation am Lehrstuhl für Massivbau der Technischen Universität München.
- Neville, A.M.; Dilger, W.H.; Brooks, J.J. (1983): Creep of plain and structural concrete. in: Construction Press, London, New York
- Neville, A.M. (1981): Properties of concrete. Pitman Pub., 3. ed., London
- Nielsen, L.F. (1970): Kriechen und Relaxation des Betons. in: Beton- und Stahlbetonbau, Heft 65, S. 272-275
- Ost, C. (1993): Berechnung von Stahlbetontragwerken unter Last- und Temperatureinwirkung bei Berücksichtigung der Rißbildung mit Hilfe der mathematischen Optimierung. Dissertation an der Hochschule für Architektur und Bauwesen Weimar – Universität
- Ostergaard, L.; Altoubat, S.A.; Lange, D.A. (2001): Tensile basic creep of early-age concrete under constant load. in: Cement and Concrete Research, Vol. 31
- Pensky, H.M.H. (2000): Beschreibung von streuendem Materialverhalten und von Schädigung bei inelastischen Werkstoffen. in: Bericht - Institut für Statik, Technische Universität Braunschweig, Heft 89
- Pölling, R. (2000): Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Ruhr-Universität Bochum
- Pölling, R.; Krätzig, W.B. (1998): On fracturing- and damage-theories for concrete simulations. in: Computational Modelling of Concrete Structures, Proceedings of the EURO-C 1998, Balkema, Rotterdam
- Rasch, C. (1962): Spannungs-Dehnungs-Linien des Betons und Spannungsverteilung in der Biegedruckzone bei konstanter Dehngeschwindigkeit. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 154, Beuth-Verlag, Berlin
- Raue, E. (2005): Nichtlineare Querschnittsanalyse als Optimierungsproblem. in: Bautechnik 82, Heft 11, Berlin, S. 796-809
- Raue, E.; Dimmig-Osburg, A.; Heidolf, T.; Bode, K. (2005): Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten polymermodifizierter Betondruckzylinder. in: Querschnittsarbetsgruppe Naturwissenschaftliche Grundlagen, Veröffentlichungen des Sonderforschungsbereiches 524 „Werkstoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken“, Bauhaus-Universität Weimar
- Raue, E.; Dimmig-Osburg, A.; Heidolf, T.; Bode, K. (2006a): Untersuchungen an Betondruckzylindern zum Einfluss einer Polymermodifikation auf das Trag- und Verformungsverhalten. in: 16th Internationale Baustofftagung "ibausil", Weimar, Tagungsband 2, auch erschienen in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 119
- Raue, E.; Dimmig-Osburg, A.; Heidolf, T.; Bode, K. (2006b): Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten polymermodifizierter Betondruckzylinder. in: Thüringer Werkstofftag 2006 – Polymere in Thüringen, Institut für Materialwissenschaft und Werkstofftechnologie der Friedrich-Schiller-Universität Jena
- Raue, E.; Füllsack, R.; Timmler, H.G. (1999): Trag- und Verformungsverhalten von Betonelementen mit Bewehrung aus GFK-Stäben. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 37. Forschungskolloquium, Bauhaus-Universität Weimar
- Raue, E.; Heidolf, T. (2003): Untersuchungen zum zeitabhängigen Tragverhalten von Verbundquerschnitten mit Hilfe der Laplace-Transformation. in: IKM 2003 - proceedings 16th International Conference on the Applica-

- tions of Computer Science and Mathematics in Architecture and Civil Engineering, CD zur Tagung, Bauhaus-Universität Weimar, auch erschienen in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 115
- Raue, E.; Heidolf, T. (2004): Analysis of the Time-Dependent Behaviour of Composite Cross-Sections by Laplace-Transform. in: The 8th International Conference - Modern Building Materials, Structures and Techniques, Vilnius, Lithuania, auch erschienen in: Journal of Civil Engineering and Management, Vol. XI, No. 3, p. 203-209
- Raue, E.; Heidolf, T. (2005a): Formänderungsverhalten von polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Druckbeanspruchung. in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 117
- Raue, E.; Heidolf, T. (2005b): Tragverhalten von bewehrten Dehnkörpern aus polymermodifiziertem Beton unter mehrfach wiederholter Zugbeanspruchung. in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 117
- Raue, E.; Heidolf, T. (2006): Analyse des Formänderungsverhaltens bewehrter Dehnkörper aus polymermodifiziertem Beton. in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 119
- Raue, E.; Heidolf, T., Riesel, T. (2005): Simulation des Kurzzeit-Kriechens von Normalbeton unter mehrfach wiederholter Belastung. in: Schriften der Bauhaus-Universität Weimar, Heft 117
- Reinhardt, H.W.; Cornelissen, H.A.W.; Hordijk, D.A. (1986): Tensile Tests and Failure Analysis of Concrete. in: ASCE-EM 112 (11)
- Roll, R. (1964): Long time creep-recovery of highly stressed concrete cylinders. In: ACI SP-9 Symposium on creep, 115-128, Portland Cement Association
- Rottler, S. (1998): Kriechen von Beton unter veränderlicher Spannung. Dissertation an der Universität Fridericiana, Karlsruhe
- Rüsch, H. (1960): Researches toward a general flexural theory for structural concrete. in ACI Journal, No. 57-1
- Rüsch, H.; Jungwirth, D.; Hilsdorf, H. (1973): Kritische Sichtung der Verfahren zur Berücksichtigung der Einflüsse von Kriechen und Schwinden des Betons auf das Verhalten der Tragwerke. in: Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3, 4, 6
- Rußwurm, D. (1992): Betonstähle für den Stahlbetonbau: Eigenschaften und Verwendung. Institut für Stahlbetonbewehrung e.V. München, Bauverlag, Wiesbaden
- Sawade, G. (1993): Ein energetisches Materialmodell zur Berechnung des Tragverhaltens von zugbeanspruchtem Beton. Dissertation an der Universität Stuttgart
- Schober, H. (1984): Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation an der Universität Stuttgart
- Schwabach, E. (2005): Verformungs- und Degradationsverhalten von niederzyklisch uniaxial druckbeanspruchtem Beton. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar
- Setunge, S. (1997): Short-term and long-term behaviour of high performance concrete. in: Proc. of the USA-Australia Workshop on High Performance Concrete (HPC), Sydney
- SFB 524 - FIB (2004): Messdaten experimenteller Untersuchungen an unbewehrten Betondruckzylindern und bewehrten Betondehnkörpern. F.A. Finger-Institut für Baustoffkunde, Bauhaus-Universität Weimar (unveröffentlicht)
- SFB 524 - TP B3 (2005): Bericht der 2. Förderperiode 07'02-06'05. Teilprojekt B3, Bauhaus-Universität Weimar
- Shen, J.H. (1992): Lineare und nichtlineare Theorie des Kriechens und der Relaxation von Beton unter Druckbeanspruchung. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 462, Berlin
- Sinha, B.P.; Gerstle, K.H.; Tulin, L.G. (1964): Stress-Strain Relations for Concrete Under Cyclic Loading. in: ACI Journal, Vol. 61
- Sobotka, Z. (1984): Rheology of materials and engineering structures. Prague, Academia
- Spooner, D. C.; Dougill, J. W. (1975): A Quantitative Assessment of Damage Sustained in Concrete During Compressive Loading. in: Magazine of Concrete Research Vol. 27, No. 92

- Streit, W. (1991): Zeitabhängige Verformungen von Beton infolge hoher Druckbeanspruchungen. Dissertation an der TU München
- Tartsch, E. (2007): Beitrag zur Bewertung der Dauerstandfestigkeit von dampfgehärtetem Porenbeton auf der Grundlage von Kurzzeitversuchen. Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität Weimar (eingereicht)
- Tassilo, R. (2002): Hochfester Beton unter Dauerzuglast. Dissertation an der Universität Stuttgart, in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 544
- Tassios, T.P.; Yannopoulos, P.J. (1981): Analytical Studies on Reinforced Concrete Members under Cyclic Loading Based on Bond Stress-Slip Relationships. in: ACI Journal 78 (3)
- Teichen, K.T. (1968): Über die innere Dämpfung von Beton. in: Schriftenreihe Otto-Graf-Institut, Amtliche Forschungs- und Materialprüfanstalt für das Bauwesen, Universität Stuttgart, Heft 38, Stuttgart
- Tran, X.T.; Dorfmann, A.; Rhie, Y.B. (1998): Micromechanical modeling of cacking and damage of concrete structures. in: Computational Modelling of Concrete Structures, Proceedings of the EURO-C 1998, Balkema, Rotterdam
- Trost, H. (1967): Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton- und Spannbeton. in: Beton- und Stahlbetonbau 62, S. 230-238 und 261-269
- Ulm, F.J.; Bazant, Z.P.; Wittmann, F.-H. (2001): Creep, shrinkage and durability mechanics of concrete and other quasi-brittle materials. in: Proc. of the 6th international conference on Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and Other Quasi-Brittle Materials, Cambridge, USA
- Wischers, G. (1978): Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton. in: beton 28, Heft 2 und 3

Normen, Richtlinien, Empfehlungen und Produktinformationen

- ACI Comittee 209 (1978): Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures. 2nd Draft, American Concrete Institute, Detroit
- CEB FIP (1991): Model Code 90 - Design Code. CEB Comite Euro-International du Beton
- DAfStb 525 (2003): Erläuterungen zu DIN 1045-1. in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 525, Beuth Verlag GmbH Berlin-Wien-Zürich
- DAfStb-Richtlinie (2001): Schutz und Instandsetzung von Bauteilen. Teil 1-4, Beuth-Verlag
- DIN 4227 (1988): Teil 1, Spannbeton, Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung. Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag
- DIN 488 (1984): Betonstahl. Teil 1-7, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag, Berlin
- DIN V ENV 1992-1-1 Eurocode 2 (1992): Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken. Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau, Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin
- DIN 1045-1 (2001): Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth Verlag, Berlin
- Marshall Industries Composites Inc. U.S. (1997): Produktinformation zur GFK-Stabbewehrung C-bar. Lima Ohio, USA
- ZTV-SIB (1990): BMV, Verkehrsblatt-Verlag