

Numerische Simulation von Mauerwerk als Kontinuum

Dipl.-Ing. Roger Schlegel, Prof. Dr.-Ing. Karl Rautenstrauch
Bauhaus-Universität Weimar, Institut für konstruktiven Ingenieurbau,
Professur Holz- und Mauerwerksbau

1 Einleitung

Im Rahmen eines Forschungsprojektes zur numerischen Modellierung von Mauerwerk wurde an der Professur für Holz- und Mauerwerksbau der Bauhaus-Universität Weimar ein räumliches, elastoplastisches Berechnungsmodell zur rechnerischen Simulation von Mauerwerkstrukturen entwickelt und in das FE-Programmsystem ANSYS implementiert.

Das Materialverhalten von Mauerwerk wird dabei mit Hilfe eines verschmierten Ersatzkontinuums beschrieben. Infolgedessen wird der eigentlich heterogene Baustoff als quasi homogen angenommen. Die in der Realität auftretenden unterschiedlichen Spannungs- und Dehnungszustände in Stein und Fuge werden durch mittlere Spannungen und Dehnungen angenähert. Auftretende Diskontinuitäten wie z.B. einzelne klaffende Risse oder Verschiebungssprünge können nicht diskret, sondern nur verschmiert abgebildet werden. Die Zulässigkeit dieser Vorgehensweise hängt vom Verhältnis zwischen dem Fugenabstand und den Gesamtabmessungen des Tragwerkes ab. Je kleiner dieses Verhältnis wird, desto mehr ist die Anwendung eines solchen Ersatzkontinuums gerechtfertigt. Gleichzeitig erfordert es die sinnvolle Eingrenzung des Modellierungs- und Rechenaufwandes größerer Mauerwerkstrukturen, nicht jeden Stein und jede Fuge diskret abbilden zu müssen.

Um eine praktische Anwendbarkeit des Berechnungsmodells zu sichern, wurde auf eine notwendige Beschränkung der Materialparameter bei gleichzeitig möglichst guter Abbildbarkeit der Eigenschaften unterschiedlicher Mauerwerksarten geachtet. Die durch das Zusammenwirken von Stein und Mörtelfugen hervorgerufene Anisotropie wird sowohl hinsichtlich der Spannungs-Dehnungsbeziehung und als auch bei der Formulierung der Festigkeit berücksichtigt. Hierfür wurde ein durch Versuche bestätigtes Materialgesetz verwendet. Es ist somit möglich, Mauerwerkstrukturen unter kombinierter Belastung (Scheiben- und Plattenbeanspruchung), sowie am verformten System nach Theorie 2. Ordnung zu untersuchen.

Der Nachweis der physikalischen Leistungsfähigkeit des Modells wird durch den Vergleich von Rechen- und Versuchsergebnissen erbracht.

2 Zusammengesetzte Fließbedingung zur Festigkeitsbeschreibung von Mauerwerk

Als Grundlage zur Beschreibung der Festigkeit dient das von Ganz [1] hergeleitete Versagenskriterium für Mauerwerk mit dem es möglich ist, sowohl das Versagen der Komponenten Stein und Mörtelfugen als auch des Verbundes abbilden zu können. Dieses Kriterium wurde für die numerische Anwendung geringfügig verändert und erweitert, so dass im entwickelten Rechenmodell eine aus neun Fließflächen zusammengesetzte Fließbedingung berücksichtigt wird. Ein wesentlicher Vorteil dieser zusammengesetzten Fließbedingung liegt in ihrer Anwendbarkeit für verschiedene Mauerwerksarten. Die Bilder 1a und 1b zeigen die Fließbedingung, wobei nur der positive Bereich von τ_{xy} dargestellt ist, da die σ_x - σ_y -Ebene Symmetrieebene ist. Als Bezugssystem dient das in Bild 1c dargestellte fugenbezogene Koordinatensystem.

Die Festigkeit wird durch folgende Materialparameter beschrieben:

- f_{mx} vertikale Druckfestigkeit des Mauerwerks (senkrecht zur Lagerfuge)
- f_{my} horizontale Druckfestigkeit des Mauerwerks (senkrecht zur Stoßfuge)
- f_{tx} vertikale Zugfestigkeit (senkrecht zur Lagerfuge)
- f_{ty} horizontale Zugfestigkeit (senkrecht zur Stoßfuge)
- a_s, a_l Stoßfugenabstand (Steinlänge), Lagerfugenabstand (Steinhöhe)
- μ Abminderungswert der einaxialen horizontalen Druckfestigkeit f_{my}
- φ, c Reibungswinkel der Lagerfuge, Kohäsion der Lagerfuge

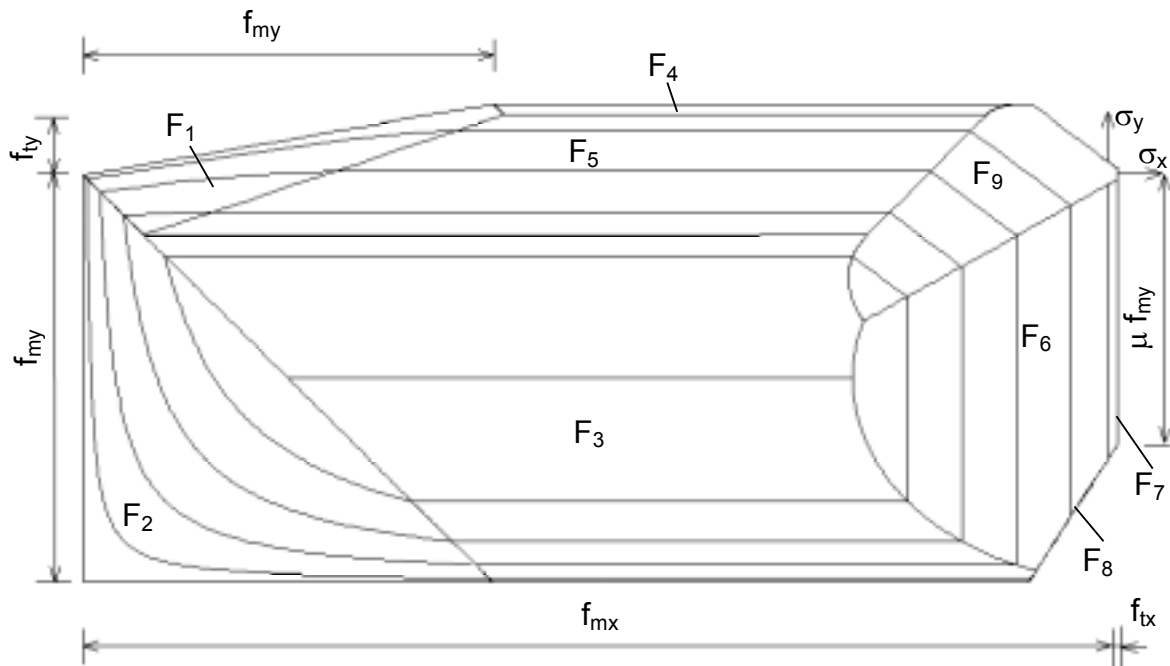


Bild 1a. Zusammengesetzte Fließbedingung für Mauerwerk

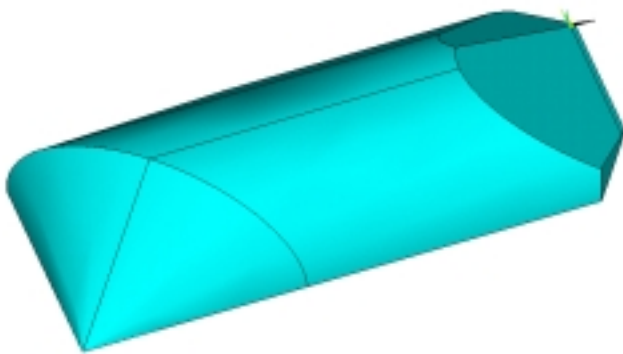


Bild 1b. Isometrie

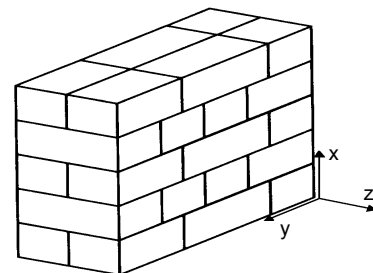


Bild 1c. Fugenbezogenes Koordinatensystem (Anisotropieachsen)

Die Bedeutung der einzelnen Kriterien lässt sich wie folgt zusammenfassen:

F_1 - Zugversagen der Steine

F_2 - Druckversagen des Mauerwerks

F_3 - Schubversagen des Mauerwerks (Steinversagen)

F_4 - horizontales Zugversagen des Mauerwerks parallel zur Lagerfuge

F_5 - Schubversagen des Mauerwerks, Übergangsbereich zwischen F_1 , F_3 und F_4 (Tangentialebene)

F_6 - Schubversagen der Lagerfugen

F_7, F_8 - Zugversagen der Lagerfugen

F_9 - treppenförmiges Schubversagen der Lagerfugen bei gleichzeitigem Aufreißen der Stoßfugen

Zur Berücksichtigung eines möglichen Schubversagens der Lagerfugen (F_6, F_9) bei kombinierter Scheiben- und Plattenbeanspruchung wird die resultierende Schubspannung τ_{res} berechnet.

$$\tau_{res} = \sqrt{\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad (1)$$

Die vertikalen Fugen (Stoßfugen) können im allgemeinen nur Druckspannungen übertragen. Sie

können zur Übertragung von Schub- bzw. Zugspannungen nicht herangezogen werden, da
 – sie häufig (planmäßig oder unplanmäßig) nicht bzw. nur zum Teil vermörtelt ausgeführt werden,
 – die Haftung zwischen Mörtel und Stein durch Mörtelschwinden teilweise aufgehoben ist und
 – die Verbundfestigkeit zwischen Mörtel und den relativ glatten Stirnflächen der Mauerziegel gering ist.

Zur Berücksichtigung von Schädigungsphänomenen (z.B. Rissbildung) ist die Einführung von Restfestigkeiten möglich. Nach dem Überschreiten der Zugfestigkeit zeigt Mauerwerk ein sprödes Verhalten. Für das horizontale Zugversagen wird bei Verletzung der Kriterien F_1 , F_4 nach einem Vorschlag von Seim [5] die Zugfestigkeit f_{ty} Null gesetzt und auf das Kriterium F_3 zurückkiteriert. Für das Schub- und Zugversagen der Lagerfuge (F_{6-9}) wird analog verfahren. Nach Überschreitung der Schub- bzw. Zugfestigkeit (φ , c , f_{tx}) können Restfestigkeiten (φ_r , c_r , f_{txr}) eingeführt werden.

3 Numerische Umsetzung

Das Materialverhalten von Mauerwerk wird mit Hilfe der Plastizitätstheorie beschrieben. Die Fließbedingung trennt den elastischen und plastischen Bereich. Die Abfrage der einzelnen Fließkriterien erfolgt in jedem Integrationspunkt. Bei Überschreitung der Festigkeit treten irreversible Verformungen auf. Die zugehörigen plastischen Dehnungsinkremente werden mit Hilfe der Fließregel

$$\{d\varepsilon^{pl}\} = d\lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad (2)$$

berechnet. Die Größe des plastischen Dehnungsinkrements wird durch den plastischen Multiplikator

$$d\lambda = \frac{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\varepsilon\}}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\}} \quad (3)$$

und die Richtung durch die partielle Ableitung des plastischen Potentials nach den Komponenten des Spannungsvektors $\left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\}$ bestimmt.

Im Fall einer assoziierten Fließregel ist das plastische Potential gleich der Fließbedingung. Die plastischen Dehnungsinkremente sind dann senkrecht zur Fließfläche gerichtet, was eine Volumenaufweitung (Dilatanz) zur Folge hat. Für das Schubversagen der Lagerfuge kann ein Dilatanzwinkel ψ , der im plastischen Potential den Reibungswinkel φ ersetzt, berücksichtigt werden. Diese auch von Lourenco / Rots [2] vorgeschlagene Vorgehensweise dient der besseren Annäherung an das im Versuch beobachtete Verformungsverhalten und findet ebenfalls bei anderen Materialien wie z.B. Fels Anwendung. Allerdings bringen nichtassoziierte Fließregeln durch unsymmetrische Matrizen zusätzliche numerische Probleme.

Der generelle Ablauf einer nichtlinearen Rechnung des hier angewendeten impliziten Berechnungsverfahrens gliedert sich innerhalb eines Lastschrittes in eine globale und eine lokale Iterationsebene. Die lokale Iteration am Integrationspunkt dient der Spannungsrückführung. Hierfür wird das von Simo [6] beschriebene Return-Mapping-Verfahren (Bild 2) benutzt. Wenn sich die Gradienten der Fließfunktionen während der Spannungsrückführung ändern, wie das z.B. bei gekrümmten Fließflächen der Fall ist, wird dieses Vorgehen ein iterativer Prozeß.

Sind mehrere Fließkriterien gleichzeitig verletzt, so setzt sich das plastische Dehnungsinkrement aus mehreren Anteilen zusammen. Die plastischen Multiplikatoren werden dann mit Hilfe eines Gleichungssystems ermittelt [7].

$$\left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \{d\varepsilon\} = \sum_i^{\text{Anz aktiver } F} \left\{ \frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right\}^T [D] \lambda_i \left\{ \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma} \right\} \quad (4)$$

Gleichzeitig muss auch die Aktivität der durch den Versuchsspannungszustand verletzten Fließkriterien überprüft werden [6]. Als Bedingung hierfür gilt

$$\lambda_i \geq 0 \quad (5)$$

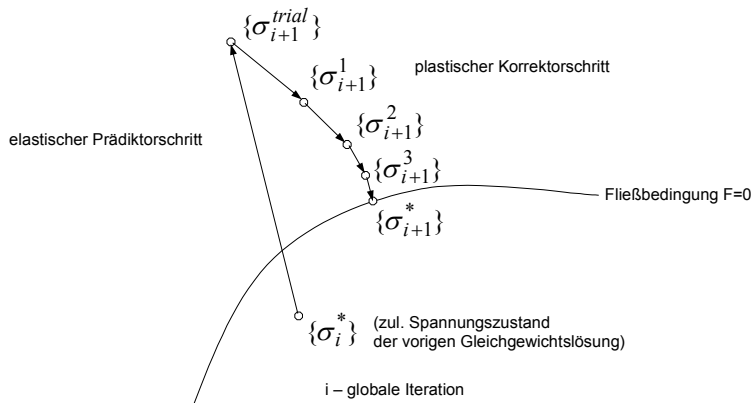


Bild 2. Return-Mapping-Verfahren

Ein zusätzliches Kriterium für die zulässige Größe des Dehnungsinkrementes sichert das richtige Abschreiten des Spannungspfades auf der Fließfläche [7]. Danach ist das Inkrement nur dann zulässig, wenn verglichen mit dem letzten Gleichgewichtszustand sich entweder die Aktivitäten nicht ändern oder ein weiteres Fließkriterium aktiv wird. Das Dehnungsinkrement ist zu groß, wenn mehr als eine Aktivierung auftritt oder für das Gleichungssystem (4) keine Lösung gefunden werden kann (angenommene aktive Fließflächen haben keine Schnittmenge). In diesem Fall wird entweder das globale Lastinkrement oder das lokale Dehnungsinkrement am Diskretisierungspunkt unterteilt.

Die globale Iteration dient zur Umlagerung der Ungleichgewichtskräfte (Residuum) auf Systemebene. Hierfür wird das von ANSYS bereitgestellte Newton-Raphson-Verfahren benutzt. Zur Verbesserung der Konvergenz kann optional die konsistente elastoplastische Tangente $[D_{EP}]$ ermittelt werden.

4 Berechnungsbeispiele

4.1 Versuche an Wandscheiben von Lurati / Thürlimann

In Bild 3 ist der Versuchsaufbau, die Belastung und die Materialparameter der untersuchten Wände aus Zementsteinmauerwerk ZW1, ZW2 dargestellt. Zunächst wurden die Wände durch eine gleichmäßig eingetragene vertikale Druckkraft N belastet. Diese betrug bei der Wand ZW1 419 kN und ZW2 833 kN. Danach wurde bei allen drei Wänden über die obere Betonplatte eine Horizontalbelastung V eingetragen und bis zum Versagen der Wand gesteigert. Im Versuch

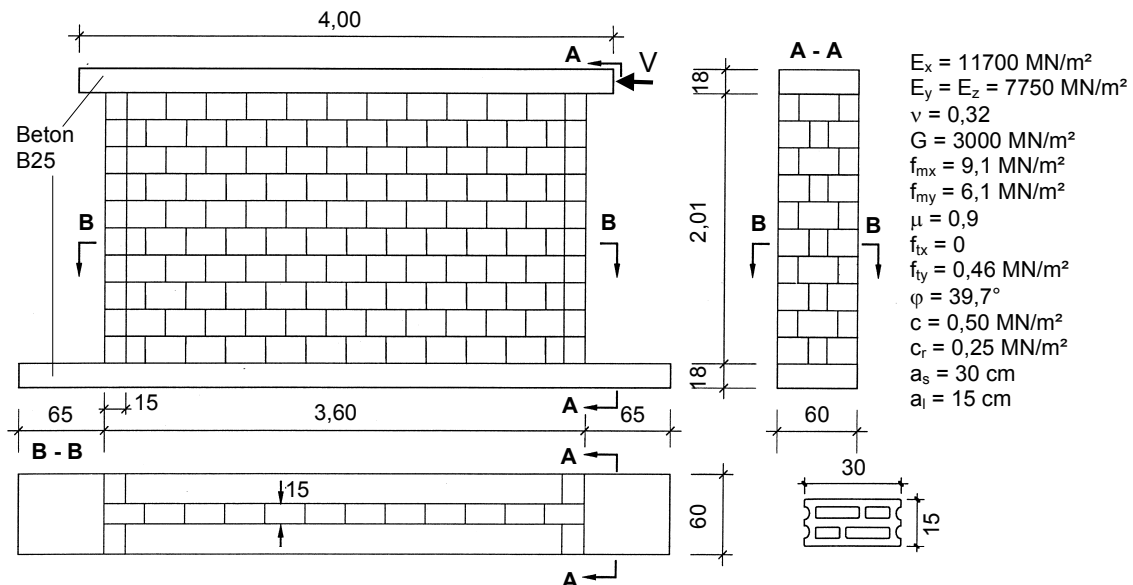


Bild 3. Versuchsaufbau, Belastung und Materialparameter [3]

erfolgte die Eintragung der Horizontalbeanspruchung verschiebungsgesteuert, die FE-Berechnungen wurden lastgesteuert durchgeführt. Die Modellierung der Wände erfolgte mit 20-Knoten-Volumenelementen.

Einem anfänglich elastischen Verhalten der Wände folgte bis zum Erreichen der Versagenslast die Bildung von Schubrisen, die durch die Steine und treppenförmig durch Stoß- und Lagerfugen verliefen. Weiterhin entstanden auf der Zugseite der Wände horizontal, entlang der Lagerfuge verlaufende Risse. Nach einem weiteren Öffnen der Risse erfolgte ein Druckversagen im Fußbereich des Druckflansches. Im Bild 4 sind die Last-Verschiebungskurven ZW1, ZW2 der Versuche und FE-Berechnungen gegenübergestellt. Die Tabelle 1 enthält die zugehörigen gemessenen und berechneten Versagenslasten. Die Übereinstimmung zwischen Versuch und Berechnung kann als sehr gut bezeichnet werden.

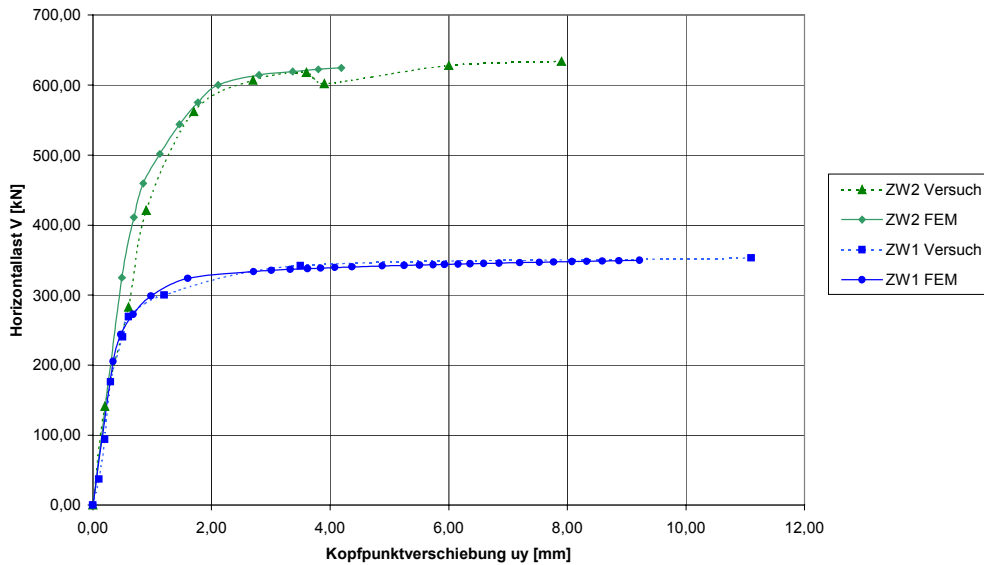


Bild 4. Last-Verschiebungskurven

Versuchswand	ZW1	ZW2
Versuch	353 kN	634 kN
Berechnung	349 kN (99 %)	624 kN (98 %)

Tabelle 1. Vergleich der Versagenslast V_u Versuch / Berechnung

4.2 Versuche kombiniert beanspruchter Mauerwerkswände von Mojsilovic / Marti

Das Prinzip des Versuchsaufbaus, die Belastung und die Materialparameter des Kalksandsteinmauerwerks sind in Bild 5 dargestellt. Durch die Änderung der Lagerfugeneigung konnten verschiedene Scheibenspannungszustände im Mauerwerk erzeugt werden. Zuerst wurde eine gleichmäßige Druckbelastung $Q = 0,3 \text{ MN}$ am Wandkopf aufgebracht und in der Folge konstant gehalten. Danach wurde durch Eintragung eines Momentes $M = Q \cdot e$ die Fußverdrehung ϑ bis zum Versagen der Wand gesteigert. Dies geschah sowohl bei den Versuchen als auch bei den Berechnungen verschiebungsgesteuert. Die Diskretisierung der Wände erfolgte mit 20-Knoten-Volumenelementen. Über die Wanddicke wurden drei Elemente gewählt.

In Bild 6 sind die Versuchs- und Berechnungswerte der Exzentrizitäten e_0 der Vertikalkraft Q an der Wandaufstandsfläche in Abhängigkeit von der Fußverdrehung ϑ aufgetragen. Zunächst zeigen die Kurven einen linearen Anstieg. Durch die beginnende Rissbildung flacht der Verlauf ab. Nach dem Erreichen einer maximalen Exzentrizität folgt dann bis zum Versagen der Wand ein abfallender Ast. Dieser Verlauf stellt eine Entfestigung dar, die durch die Einflüsse der Theorie 2. Ordnung bedingt ist. Die Ausmitte e der Vertikalkraft Q bezüglich der Wandachse setzt sich aus zwei Anteilen infolge der Durchbiegung u_z und der exzentrischen Lasteinleitung zusammen. Aufgrund weiterer, klaffender Rissbildung entsteht ein plastisches Gelenk. Zur Erhaltung des

Gleichgewichtes muss sich die Vertikalkraft Q in Richtung Wandmitte verschieben. Die Exzentrizität e_0 nimmt schlagartig ab und wird je nach Lage und Größe des klaffenden Risses sogar negativ.

Die qualitative Übereinstimmung zwischen den Versuchs- und Berechnungsergebnissen der $e_0 - \vartheta$ Kurven kann als gut eingeschätzt werden. Gemäß den oben beschriebenen Modellannahmen eines verschmierten Ersatzkontinuums können klaffende Risse nicht diskret abgebildet werden. Das damit verbundene plötzliche Abfallen der Versuchswerte e_0 kann somit nicht nachvollzogen werden.

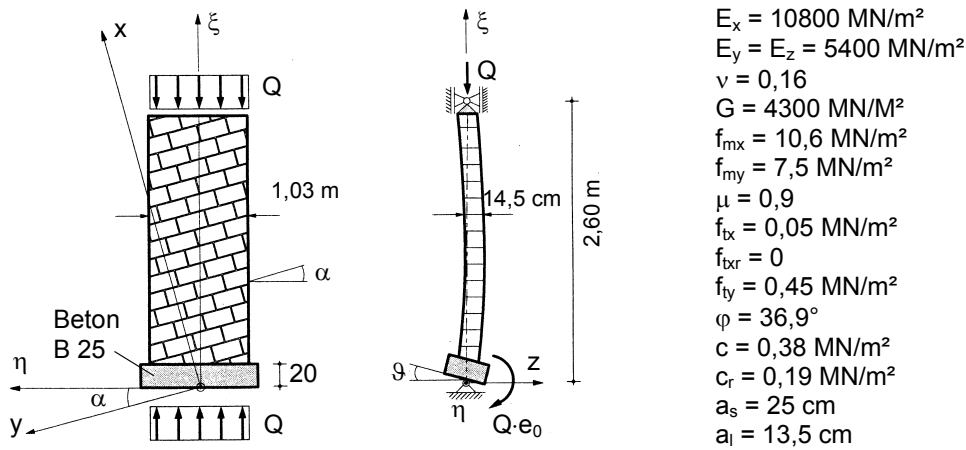


Bild 5. Prinzipieller Versuchsaufbau, Belastung und Materialparameter [4]

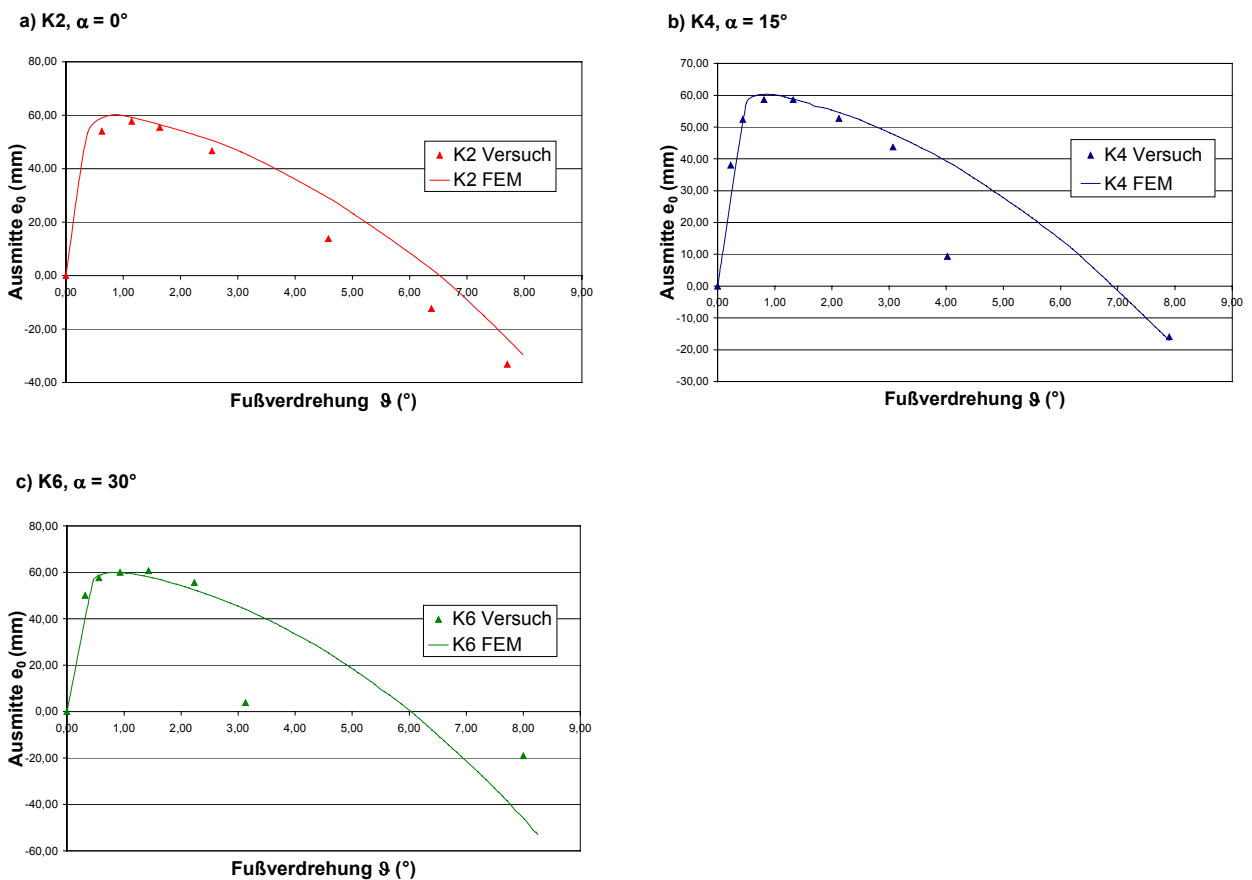


Bild 6. Exzentrizitäts-Verdrehungs-Kurven der Kalksandsteinwände

In Tabelle 2 werden die Berechnungswerte mit den Versuchswerten der maximal aufnehmbaren Momente am Wandfuß $\max M_0 = Q \cdot \max e_0$ verglichen. Auch hier kann eine gute Überein-

stimmung festgestellt werden. Für die Versuche K2 bis 6 sind die Abweichungen vom Versuchsergebnis maximal 4%.

Versuchswand	K2	K4	K6
Versuch	18,8	19,1	19,8
Berechnung	19,5 (104 %)	19,6 (103 %)	19,5 (98 %)

Tabelle 2. Aufnehmbares Moment max M_0 (kNm)

5 Schlussfolgerungen und Ausblick

Mit dem beschriebenen elastoplastischen Berechnungsmodell wird der Baustoff Mauerwerk mit Hilfe eines Ersatzkontinuums unter Berücksichtigung der Anisotropie mit verschmierten Materialeigenschaften modelliert. Wie die dargestellten Berechnungen zeigen, ist es möglich, das räumliche Trag- und Verformungsverhalten kombiniert beanspruchter Mauerwerkstrukturen innerhalb der dargelegten Anwendungsgrenzen gut zu beurteilen. Durch die Beschreibung der Festigkeit mit Hilfe einer zusammengesetzten Fließbedingung und durch die Wahl einfach bestimmbarer Materialparameter wird es möglich, verschiedene Mauerwerksarten zu berücksichtigen.

Das vorgestellte Modell stellt den ersten Teil des Forschungsvorhabens der Professur für Holz- und Mauerwerksbau der Bauhaus-Universität Weimar zur numerischen Berechnung von Mauerwerk dar. Weitere offene Fragen wie z.B. die Berücksichtigung der Schädigung, des Riss- bzw. Nachrissverhaltens und der Einführung von Kriterien zur Begrenzung der Dehnungen bzw. Verformungen sollen untersucht werden. Dabei werden verschiedene Modellierungsvarianten für Mauerwerk betrachtet.

Das Forschungsprojekt wird durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) gefördert.

Literatur

- [1] Ganz, H. R.: Mauerwerkscheiben unter Normalkraft und Schub. ETH Zürich, Institut für Baustatik und Konstruktion. Birkhäuser Verlag Basel (1985).
- [2] Lourenco, P. B.; Rots, J. G.: Multisurface interface model for analysis of masonry structures. Journal of engineering mechanics, Vol. 123, July (1997) S. 660-668.
- [3] Lurati, F.; Thürlimann, B.: Versuche an Mauerwerkswänden aus Zementstein, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht Nr. 8401-3, Birkhäuser Verlag, Basel (1990).
- [4] Mojsilovic, N.; Marti, P.: Versuche an kombiniert beanspruchten Mauerwerkswänden. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 203 (1994).
- [5] Seim, W.: Numerische Modellierung des anisotropen Versagens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben. Institut für Tragkonstruktionen, Dissertation Universität Karlsruhe, Heft 27 (1995).
- [6] Simo, J. C.; Kennedy, J. G.; Govindjee, S.: Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity. Loading/unloading conditions and numerical algorithms. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 26 (1988) S. 2161 - 2185.
- [7] Will, J.: Beitrag zur Standsicherheitsberechnung im geklüfteten Fels in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik unter Verwendung impliziter und expliziter Berechnungsstrategien. Dissertation, Bauhaus-Universität Weimar (1999)