

Entwurf eines objektorientierten Modells zur Analyse von Schalenträgwerken

Dimiter Tzanev

Universitaet fuer Architektur, Bauwesen und Geodaesie, Sofia, Bulgarien

Stojan Grigorov

Bulgarische Akademie der Wissenschaften, Sofia, Bulgarien

1. Einfuehrung

In dieser Arbeit werden dickwandige Schalenträgwerke unter statischen Belastungen betrachtet. Es ist angenommen, dass die Schale aus verschiedenen Zonen besteht und in jeder Zone die Schalenmittelfläche mittels eines eigenen Geometriegleichungssystems definiert wird. Ein Verfahren zur Analyse von dicken Schalen mit der Hilfe der gekrümmten isoparametrischen finiten Elemente wurde in [Zienkiewicz O. 1971] entwickelt. Es wurde empfohlen, die Knotenpunkte nur in der Schalenmittelfläche zu definieren. Hier wird ein Verzerrungsfeld mit allen 6 unabhängigen Komponenten des Verzerrungstensor angewandt. Es wird nur angenommen, dass die ebenartige Querschnitte, normal zu der Schalenmittelfläche des unbelasteten Tragwerkes, nicht normal zu dieser Fläche während des Deformationsprozesses bleiben, aber die Querschnittsfasern bleiben geradlinig. Die statische Analyse der betrachteten Schalenträgwerke wird nach der Methode der finiten Elemente mittels Makroelemententechnik durchgeführt. Bei dieser Analyse werden verschiedene Methoden aus den Gebieten Mathematik, Mechanik und Informatik benützt. In den letzten Jahren wird ein Einsatz objektorientierter Techniken im konstruktiven Ingenieurbauwesen deutlich bemerkbar. Die Grundlagen der objektorientierten Methode der finiten Elemente (FEM) wurden in [Forde B.W.R., Foschi R.O. & Stiemer S.F. 1990] und [Zimmermann T., Dubois-Pelerin Y. & Bomme, P. 1992] untersucht. In [Zimmermann T. & Dubois-Pelerin Y. 1992] wurde eine Hierarchie von Klassen entwickelt, die zu einer Implementierung in C++ passend ist. Wenn eine Makroelementsdekomposition benützt wird, dann ist es zweckmässig eine mehr abstrakte Hierarchie zu verwenden [Ju J. & Hosain M.U. 1994]. In einigen Fällen sind die klassischen C++ - Verhältnisse zwischen den Klassen nicht genug und es ist mehr effektiv, die "Assoziationsklassen" zu definieren [Kolender U. & Hartmann D. 1995]. Bei der Entwicklung der CAD-Systeme ist es zweckmässig, allgemeine objektorientierte Modelle mit mindestens zwei Anteile - Konstruktives Modell und FEM-Modell zu schaffen [Mackie R.I. 1995]. In dem vorliegenden Beitrag werden die Grundklassen der obigen Modelle fuer den Sonderfall statische Analyse der dicken Schalenträgwerke untersucht.

Die vorliegende Arbeit praesentiert einen Teilaspekt des Forschungsvorhabens TH 535/95 "Statische und dynamische Untersuchungstheorie der Bogenmauer", das von der Nationalforschungsstiftung Bulgariens finanziell unterstuetzt wird.

2. Wesentliche Parameter der Schalengeometrie

Die Geometriegroessen der dicken Schalen werden mit der Hilfe der Parameter der Schalenmittelfläche und auch einer Menge von den Werten der Schalendicke in ausgewählten Punkten dieser Fläche definiert.

Es wird angenommen, dass in der Schalenmittelfläche wenigstens zwei in den gegenseitig senkrechten Ebenen liegenden Linien existieren. Es wird ein Linienpaar ausgewählt. Ein Mitglied dieses Paares wird als "Hauptmeridian" benannt. Das andere Mitglied wird als "Hauptbreitenkreis" benannt. Der Hauptmeridian liegt in der Koordinatenebene OYZ eines kartesischen Koordinatensystems OXYZ. Der Hauptbreitenkreis liegt in einer Ebene, die parallel zu der Koordinatenebene OXZ desselben Koordinatensystems ist. Jede von den beiden Hauptlinien besteht aus verschiedenen Kreisbogen mit denselben Tangenten in den Nachbarpunkten. Die Nachbarpunkte sowie auch andere ausgewählte Punkte aus dem Hauptmeridian gehoeren auch zu den "Grundbreitenkreisen", d.h. die Linien, die in den parallelen zu OXZ Ebenen liegen. Die Schalenmittelflächenzone zwischen den zwei obengenannten nachbarliegenden Breitenkreisen wird "Streifen" genannt (Abb. 1). Ein Streifen koennte mittels eines Kriechens des oberen

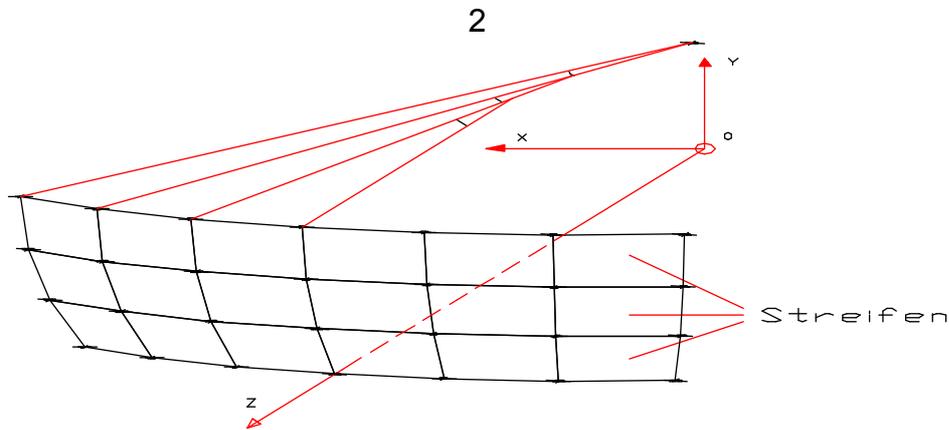


Abb.1

Breitenkreises an dem entsprechenden Hauptmeridianbogen bis zum Erreichen des unteren Breitenkreises des Streifens definiert werden. Bei diesem Kriechen ist eine lineare Aenderung der Radien und der Zentriewinkel der Bogen zulaessig. Die Nachbarpunkte der Bogen definieren bei dem Kriechen die Grundmeridianbogen. Es wird angenommen, dass in allen Nachbarpunkten, sowie auch in anderen ausgewaehlten Punkten, die Werte der Schalendicke gegeben sind (Abb.2). Die innere, sowie auch die aeuessere Flaechen des Schalentrageswerkes werden "teilweise" mit den

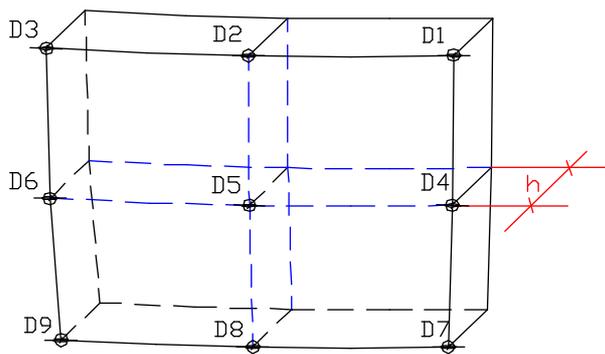


Abb.2

Funktionen zweiten Grades interpoliert. In dem obengenannten Forschungsvorhaben wurde beweis, dass die drei Schalenflaechen (innere, aeuessere und mittlere) kontinuierlich sind. Ein Anteil der Schale zwischen den zwei Nachbarmeridianen und zwei Nachbarbreitenkreisen wird "Fragment" genannt. Ein Fragment ist in der Abb.2 dargestellt.

3. Ein dreidimensionales finites Element

Es wird angenommen, dass jedem Schalenfragment ein Makroelement in dem FEM-Modell entspricht. Die kondensierte Steifigkeitsmatrize und der kondensierte Lastvektor des Makroelementes werden nach den bekannten Formeln bestimmt:

$$k_m = k_m^{ee} - k_m^{ei} (k_m^{ii})^{-1} k_m^{ie} \quad , \quad (1.a)$$

$$p_m = p_m^e - k_m^{ei} (k_m^{ii})^{-1} p_m^i \quad . \quad (1.b)$$

In den obigen Formeln mit "e" wird "extern" und mit "i" - "intern" bezeichnet. Das globale Gleichungssystem ist

$$KZ + P = 0 \quad , \quad (2)$$

wo K die globale Steifigkeitsmatrize ist, P ist der globale Lastvektor, Z ist der Vektor der Verschiebungsparameter an den Makroelementenraendern. Der Schwerpunkt dieses Kapitels ist die Entwicklung eines dreidimensionalen finiten Elementes. Das Element muesste der im Kapitel 1. definierten Hypothese entsprechen (Abb. 3), d.h. die Verschiebungsfunktionen der obengenannten Fasern entlang koennten mit den linearen Ansatzfunktionen approximiert werden.

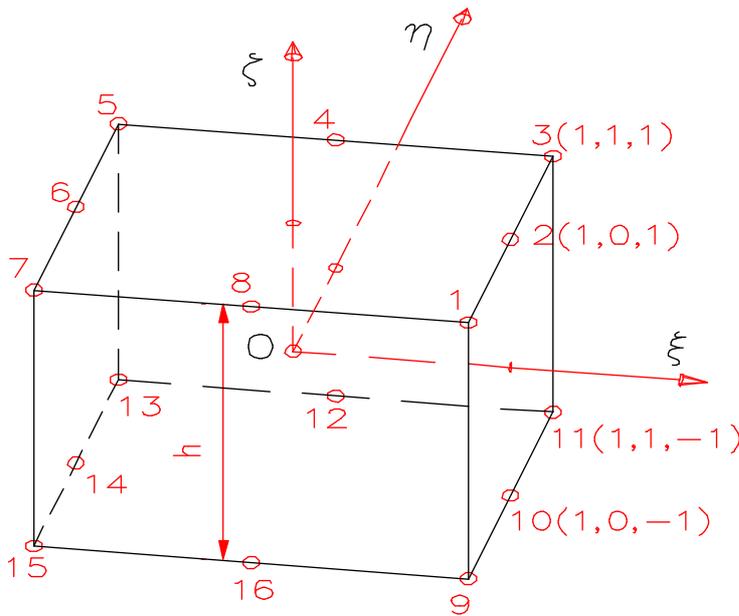


Abb. 3.

Dann ist es zweckmaessig, die Laengen der Kanten 1-9, 3-11, 5-13 und 7-15 gleich zu der Dicke h auszuwaehlen. Um eine bessere Beschreibung der aeusseren und inneren Schalenflaechen zu erreichen, den anderen Kanten entlang wird quadratische Approximation angewandt. Die entsprechenden FEM-Ansatzfunktionen N' in dem lokalen Koordinatensystem $O\xi\eta\zeta$ sind:

- Fuer die Eckknoten ($i = 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15$):

$$N'_i = \frac{1}{8}(1 + \xi_o)(1 + \eta_o)(\xi_o + \eta_o - 1) \quad , \quad (3.a)$$

$$\xi_o = \xi \cdot \xi_i \quad , \quad \eta_o = \eta \cdot \eta_i \quad ,$$

- Fuer die in der Koordinatenebene $O\eta\zeta$ liegenden Knoten ($i = 4, 8, 12, 16$):

$$N'_i = \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(1 + \eta_o)(1 + \zeta_o) \quad , \quad \zeta_o = \zeta \cdot \zeta_i \quad (3.b)$$

- Fuer die in der Koordinatenebene $O\xi\zeta$ liegenden Knoten ($i = 2, 6, 10, 14$):

$$N'_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_o)(1 - \eta^2)(1 + \zeta_o) \quad . \quad (3.c)$$

In dem obengenannten Forschungsvorhaben wurde bewiesen, dass die approximierten Verschiebungsfunktionen ununterbrochen auf den inneren und aeusseren Schalenoberflaechen sind und die Summe $\sum N'_i = I$, d.h. die angenaehrte Loesung des entsprechenden Variationsproblems existiert und die Konvergenz der Loesung zu erwarten ist [Zienciewicz O. 1971].

4. Ein Informationsmodell

Die konstruktive Projektierung hat zwei wesentliche Kennzeichen:

- ein Anteil der Daten muss in einer Datenbank geschrieben werden;
- die Ergebnisse, die mittels Methoden eines Objektes erhalten werden, dienen in gewissen Faellen als Eingabedaten fuer die Methoden der anderen Objekte. Darum wird in den Informationsmodellen auch ein Informationsaustausch zwischen den Klassenobjekten vorgesehen. In der konstruktiven Projektierung werden vier Datenmengen betrachtet - fuer die Geometrie, fuer die Baustoffe, fuer die Lastfaelle und fuer die Spannungs - und Deformationszustaende (z.B. die Spannungen, die Dehnungen und die Verschiebungen).

Der Datenaustausch zwischen den Objekten passt nicht zu dem Datenkapselungsprinzip. In dem obigen Modell wird vorgesehen nur die Daten, deren Strukturaenderungen bei den wieweren Entwicklungen des Softwaresystems nicht wahrscheinlich sind, im Ausfachaustausch teilnehmen zu lassen.

Fuer die hier betrachteten Schalentragerwerke wird ein Anteil von den wesentlichen Geometrieparametern nach den Expertenverfahren ausgewaehlt - die Koordinatenwerte des Kreismittelpunktes, die Radien und die Zentriewinkel der Hauptmeridianbogen, sowie auch die fuer die Definition des Hauptbreitenkreises und der Grundbreitenkreise benoetigten Parameter. Der konkrete Satz von den ausgewaehelten Parameterwerten haengt von der Spezifik der Aufgabe ab - z.B. die Werte der ersten Ableitungen der Breitenkreise in den Schalenrandpunkten, die Verhaeltnisse zwischen den Radien der Breitenkreisbogen u.s.w.

Der groessere Anteil von den obigen Parametern wird nach den Gleichungen, die aus den Kontinuitaetsbedingungen der Schalenmittelflaeche folgen.

Weil die Formalisation dieser Projektierungsetappe ungenuegend ist, wird von dem konstruktiven Modell ein Anteil als partiales Modell "Grunddaten" getrennt (Abb.4.a). Der Kern des partialen Modells ist eine klassische Hierarchie von Objekten, die den Klassen GStreifen und GFragment gehoeren. Die Anwendung der "inneren" Klassen (Abb.4.a) begrenzt die Vererbung der Daten, aber entspricht besser der ingenieurmaessige Dekomposition des Tragwerkes. Die Grunddaten der Schalenmittelflaeche, die Dickenwerte und die Daten bezueglich der kinematischen Randbedingungen werden in der Datenbank gespeichert.

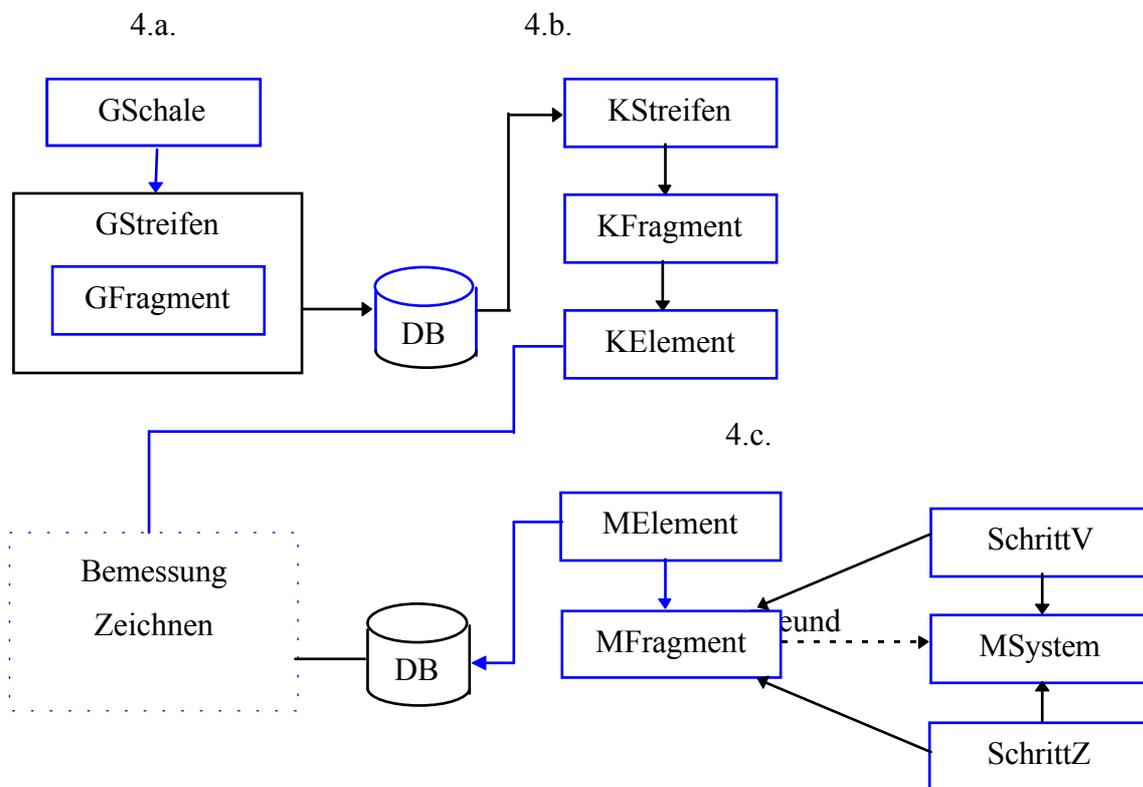


Abb.4.

Es wird angenommen, dass mittels des konstruktiven Modells alle fuer die MKE-Berechnungen noetigen Daten "elementweise" erhalten werden: die Knotenkoordinaten, die Werte der Lasten, die kinematischen Randbedingungen, die Materialkonstanten, die topologische Charakteristiken.

Die nichtlokalen Instanzvariablen der Streifen werden von den Fragmenten und von den Elementen vererbt. Die Instanzvariablen der Fragmente werden von den Elementen vererbt. Darum wird eine Hierarchie von Grundklassen und abgeleiteten Klassen angenommen (Abb.4.b).

Das FEM-Modell hat drei wesentliche Klassen (Abb.4.c). Die Klasse MFragment ist "eine abgeleitete Klasse" der Klasse MElement. Die ist "Freund" von der Klasse MSystem. Nach dieser Klassenstruktur werden die Anteile der kondensierten Matrizen und Vektoren mittels der Methoden der Klasse MFragment in dem globalen Gleichungssystem positioniert. Die Hilfsklassen SchrittV und

SchrittZ enthalten die Daten und Methoden fuer die Zerlegung der globalen Matrize und fuer die Berechnung der Vektoren der freien Parameter infolge verschiedener Lastfaelle.

Der Anteil des konstruktiven Modells, der die Projektierungsoperationen "Bemessung", "Konstruieren", "Zeichnen" und "Bewerten" realisiert, ist im Moment in einer Entwicklungsphase. Darum werden sie in Abb.4 nicht in Detail gegeben.

Die Objekte der Klasse MFragment enthalten die topologischen Daten, die fuer die Identifizierung der Makroelementbezogenen Anteile des Vektors der freien Parameter Z^f noetig sind. Durch die entsprechenden Methoden dieser Klasse werden die Vektoren der freien Parameter der zu dem Makroelement gehoerenden finiten Elemente erhalten. Die Spannungen und die Dehnungen werden durch die Methoden der Klasse MElement berechnet. Durch die Methoden dieser Klasse werden die Charakteristiken der Spannungs - und Deformationszustaende in der Datenbank gespeichert. Die obigen Modelle wurden in Programmiersprache Microsoft Visual C++ v.4.0. unter Windows 95 implementiert.

5. Numerisches Beispiel

Im Rahmen des obigen Forschungsvorhabens wurde das entwickelte Modell mittels einer Bogenmauerschalentragswerksberechnung ausprobiert. Die Mauer hat eine Hoehe von 100 m. Der Hauptmeridian besteht aus zwei Bogen mit entsprechenden Radien von 220 m. und von 280 m. und Zentriewinkeln - 4.7454° und 7.5596° .

Der oberste von allen drei Grundbreitenkreisen ist als Hauptbreitenkreis ausgewählt. Jeder Breitenkreis besteht aus vier Bogen. Die Breitenkreisbogenradienwerte sind zwischen 361.92 m. und 164.73 m. (die Radien vermindern sich von oben nach unten). Die Zentriewinkelwerte der Breitenkreise sind zwischen 6.172° und 15.330° fuer den in der Koordinatenebene OXZ liegenden Breitenkreis. Fuer den Hauptbreitenkreis sind die Zentriewinkelwerte zwischen 13.064° und 37.405° . Auf diesem Grund werden acht Fragmente erhalten. Jedem Fragment entspricht ein Makroelement, das aus sechs finiten Elementen besteht.

In Abb. 5 ist ein ebenartiges, vereinfachtes Schema der Finitenelementendiskretisation gegeben, wobei die Grenzen zwischen den Makroelementen mit dicken Linien gezeigt sind. Die Nummern eines Anteils der freien Parameter sind auch gegeben.

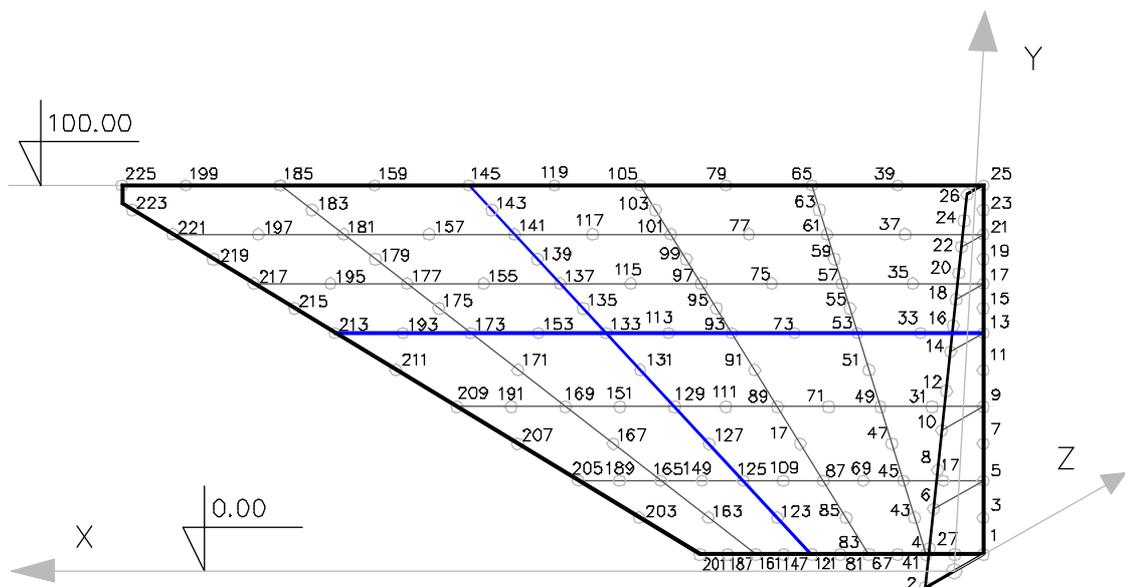


Abb.5

In Abb. 6 sind die Niveaulinien der maximalen Hauptspannungen (in MPa) in der Luftoberflaeche der Bogenmauer infolge des Wasserdruckes gezeigt. Eine Berechnung mit einer

doppeltverdichteten FE-masche zeigt eine sehr gute Genauigkeit der Ergebnisse. Die Wertenunterschiede sind nicht mehr als 1%.

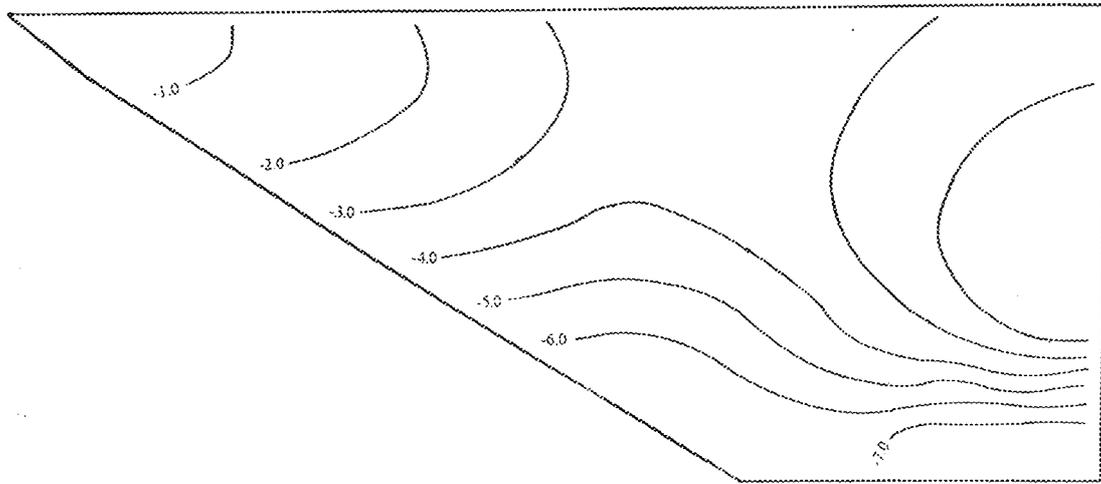


Abb.6

6. Literatur

Forde B.W.R., Foschi R.O. & Stierner S.F. 1990, Object-Oriented Finite Element Analysis, Computer Structures 34 (3), 1990, pp. 355-374.

Ju J. & Hosain M.U. 1994, Substructuring using the object-oriented approach, Proc 2nd Int. Conf. on Computational Structures Technology, Athens, op. cit. 115-120.

Kolender U. & Hartmann D. 1995, Object oriented structural analysis, design and construction of industrial structural systems, Proceedings of the Sixth Int. Conf. of Computing in Civil and Building Engineering, Berlin, Germany 12-15 July 1995, vol.1, pp. 75-79.

Mackie R.I. 1995, Object-oriented methods - Finite element programming and engineering software design, Proceedings of the Sixth Int. Conf. of Computing in Civil and Building Engineering, Berlin, Germany 12-15 July 1995, vol.1, pp. 133-138.

Zienkiewicz O. 1971, The finite element method in engineering science, McGraw Hill, London, 1971.

Zimmermann, T., Dubois-Pelerin, Y. & Bomme, P. 1992, Object-Oriented Finite Element Programming: I. Governing Principles. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 98, 1992, pp. 291-303.

Zimmermann, T., Dubois-Pelerin, Y., 1992, Object-Oriented Finite Element Programming: III. An efficient implementation in C++. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 108: 165-183.

Fuer Kontakte mit den Autoren:

E-mail : tzanev_fce@uacg.acad.bg