

**Beitrag zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Aussteifungssystemen
mit Methoden der mathematischen Optimierung**

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen

der

BAUHAUS-UNIVERSITÄT WEIMAR

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Kay Adami

geb. am 10.10.1972 in Jena

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. E. Raue
Univ.-Prof. Dr.-Ing. K. Meskouris
Prof. Dr.-Ing. habil. C. Könke

Tag der Disputation: 18. Juli 2003

Kurzreferat

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung einer Strategie zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Aussteifungssystemen. Der Anwendungsschwerpunkt umfasst neben dem traditionellen Aufgabenumfang zur Analyse neu zu errichtender Tragwerke gleichzeitig auch Planungsaufgaben, die mit Umbau- und Sanierungsmaßnahmen verbunden sind. Veränderungen, die sich während der Nutzungsgeschichte oder im Revitalisierungsprozess ergeben, werden in den Berechnungsmodellen berücksichtigt.

In vielen Fällen ist es aus planerischer Sicht zweckmäßig, die Nichtlinearität des Materialverhaltens zur Erschließung von Tragreserven in den normativen Nachweiskonzepten mit einzubeziehen. Der damit verbundene numerische Aufwand wird durch die Verwendung separater Modelle zur Erfassung des Querschnitts- und des Systemtragverhaltens begrenzt, ohne die Komplexität der Aufgabenstellung zu reduzieren. Aus detaillierten Querschnittsuntersuchungen der Tragwände werden integrale Materialbeziehungen abgeleitet, welche die Grundlage für die nichtlineare Tragwerksanalyse darstellen.

Die Modellbildung gegliederter Aussteifungswände basiert auf deren Zerlegung in ebene finite Stabsegmente, die sich durch die Diskretisierung in Längs- und in Querrichtung ergeben. Zusätzlich zu den an den Stabenden angreifenden Normalkräften, Querkräften und Biegemomenten werden an den Elementlängsrändern Schubbeanspruchungen erfasst. Die physikalische Nichtlinearität wird durch die Einbeziehung integraler Materialbeziehungen an den Segmenträndern berücksichtigt. Die numerische Umsetzung erfolgt mit Methoden der mathematischen Optimierung.

Die Leistungsfähigkeit der Berechnungsstrategie wird exemplarisch anhand von Untersuchungen an Aussteifungssystemen in Großtafelbauweise nachgewiesen.

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Literaturübersicht	4
1.3	Zielsetzung und Vorgehensweise	13
2	Diskrete Berechnungsmodelle zur Querschnittsanalyse	16
2.1	Inhalt und Annahmen	16
2.2	Grundbeziehungen des Fasermodells	17
2.2.1	Diskretisierung und Bezugssystem	17
2.2.2	Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehung	18
2.2.3	Materialgesetz	19
2.3	Grundbeziehungen des Segmentmodells	21
2.3.1	Diskretisierung und Bezugssystem	21
2.3.2	Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehung	21
2.3.3	Materialgesetz	25
2.3.4	Multilineare Materialbeziehungen	27
2.4	Analyse von Aussteifungssystemen auf der Grundlage des Segmentmodells	31
3	Diskretes Berechnungsmodell zur Tragwerksanalyse	33
3.1	Inhalt und Annahmen	33
3.2	Elementierung und Bezugssystem	33
3.3	Beziehung zwischen Stabschnittgrößen und Kraftgrößen der Knoten bzw. der Verbindungsstellen	35
3.4	Beziehung zwischen Stabrandverformungen und Verformungen der Knoten bzw. der Verbindungsstellen	42
3.5	Beziehung zwischen Elementrandschnittgrößen und Elementschnittgrößen	43
3.6	Materialgesetz	45
3.6.1	Elastische Elementrandverformungen	45
3.6.2	Plastizitätsbedingungen	51
3.6.3	Plastische Stabrandverformung	52
3.7	Gleichgewichtsbedingung und statische Randbedingungen	52

3.8	Berücksichtigung der Auflagerreaktionen in den Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbeziehungen sowie im Materialgesetz	54
4	Überführung der diskreten Berechnungsmodelle in mathematische Optimierungsaufgaben	57
5	Verifikation des Berechnungsmodells	64
6	Ausgewählte Anwendungsbeispiele	67
6.1	Untersuchungsschwerpunkte	67
6.2	Anwendungen zur Querschnittsanalyse	68
6.2.1	Einführung und Variantenvorstellung	68
6.2.2	Anwendung 1: Giebelwand (Rechteckquerschnitt)	70
6.2.3	Anwendung 2: Treppenkerne (U-Querschnitt)	74
6.2.4	Zusammenfassung zur Querschnittsanalyse	82
6.3	Anwendungen zur Tragwerksanalyse	83
6.3.1	Einführung und Variantenvorstellung	83
6.3.2	Erweiterte Querschnittsanalyse zur Abbildung des Gesamttragsystems	86
6.3.3	Tragwerksanalyse der Ursprungsstruktur	88
6.3.4	Tragwerksanalyse der rückgebauten Tragstruktur	91
6.3.5	Einfluss der Diskretisierung	94
6.3.6	Einfluss der Vertikalfugensteifigkeit	97
6.3.7	Einfluss der Schubkraftbegrenzung in den Vertikalfugen	101
6.3.8	Einfluss von Verstärkungsmaßnahmen	102
6.3.9	Einfluss von Vorverformungen und Vorbeanspruchungen	105
6.3.10	Zusammenfassung zur Tragwerksanalyse	107
7	Schlussfolgerungen	109
8	Literaturverzeichnis	113
9	Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen	120

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar. Die wissenschaftlichen Inhalte stehen in einem unmittelbaren Zusammenhang mit den Forschungsaktivitäten der Professur Massivbau I und sind in Projekten des Sonderforschungsbereiches 524 „Werkstoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken“ integriert.

Für die Anregungen zu dieser Arbeit und für die wertvollen Diskussionen möchte ich mich bei meinem Betreuer

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. E. Raue

sehr herzlich bedanken. Mein Dank gilt außerdem meinen Kollegen am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, besonders

Herrn Dr.-Ing. H.-G. Timmler.

Weimar, Dezember 2002

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Zur Sicherung einer nachhaltigen Stadtentwicklung gewinnen Umbau- und Sanierungsmaßnahmen an der bestehenden Bausubstanz an Bedeutung. Derzeit sind Baumaßnahmen vorherrschend, bei denen optisch und wirtschaftlich wirksame Effekte vor allem durch Fassadenneugestaltung und Wärmeschutzverbesserung erzielt werden. Veränderungen an der Tragstruktur bleiben dabei begrenzt. Im Unterschied dazu führt die Anpassung der Bausubstanz an geänderte Nutzungsanforderungen, z.B. durch die Umgestaltung von Grundrissen und Erschließungswegen oder Veränderungen an der Gebäudehülle, zu *erheblichen Eingriffen in die Tragstruktur*. Die Komplexität der Sanierungsaufgabe erhöht sich und führt zwangsläufig zu einer Verschiebung der Schwerpunkte im Planungsprozess von *Revitalisierungsmaßnahmen*. Statisch-konstruktive Probleme, z.B. beim Nachweis der Standsicherheit des aussteifenden Tragsystems vielgeschossiger Gebäude, gewinnen an Bedeutung.

Im Allgemeinen wird für die Schnittgrößenermittlung in Aussteifungssystemen unter Windbelastung linear elastisches Verhalten vorausgesetzt. Nur unter extremen Einwirkungen, z.B. unter Erdbebenbeanspruchung, wird das plastische Widerstandsvermögen in Anspruch genommen. Darüber hinaus ist es auch dann sinnvoll, physikalisch nichtlineare Effekte der Konstruktion zu berücksichtigen, wenn bestehende Gebäude an geänderte Qualitäts- und Nutzungsanforderungen angepasst werden. Revitalisierungsmaßnahmen, die mit einer Veränderung, Ergänzung oder Verstärkung vorhandener Tragelemente verbunden sind, erfordern eine Neubewertung der Tragwiderstände und der Einwirkungen. In vielen Fällen kann der Nachweis der Tragfähigkeit mit Hilfe traditioneller Analyseverfahren auf der Basis linear elastisch ermittelter Schnittgrößen nicht erbracht werden. Im Unterschied dazu gelingt es, unter Einbeziehung der *Nichtlinearität des Materialverhaltens* Tragreserven durch Schnittgrößenumlagerungen innerhalb des Aussteifungssystems zu erschließen. Die Vorzüge bei der Anwendung nichtlinearer Verfahren äußern sich in der Schaffung größerer Planungsfreiheiten und in der Vermeidung bzw. Minimierung des Verstärkungsaufwandes.

Zur Behandlung des Problemkreises der nichtlinearen Tragwerksanalyse sind verschiedenartige Berechnungsmethoden bekannt. Ein Ansatz ergibt sich aus der vollständigen Vernetzung des Aussteifungssystems unter Anwendung finiter Flächenelemente. Da eine derartige Modellierung bereits beim elastischen Materialverhalten mit großem numeri-

schen Aufwand verbunden ist und unter Berücksichtigung physikalischer Nichtlinearität zu einer iterativen Pfadverfolgungsanalyse führt, ist dieses Vorgehen mit Blick auf die Entwicklung von praxisnahen Nachweis- und Bemessungsverfahren nur bedingt geeignet. Im Unterschied dazu erweist es sich als vorteilhaft, die Theorie der Stabtragwerke, die in der Ingenieurpraxis oft angewendet wird, im Grundsatz aufzugreifen und entsprechend zu erweitern. In der vorliegenden Arbeit wird ein Berechnungsmodell vorgestellt, das physikalisch nichtlineare Einflüsse berücksichtigt und gleichzeitig auf praxisnahen Idealisierungen und Diskretisierungsansätzen aufbaut. In Verbindung mit Optimierungsstrategien lassen sich auf dieser Basis effektive Nachweis- und Bemessungshilfsmittel ableiten.

Im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen vielgeschossige Gebäude aus bewehrten und unbewehrten Aussteifungswänden, deren Analyse numerisch vorteilhaft in getrennten Modellebenen des *Querschnittes* und des *Tragwerkes* erfolgen kann. Auf Querschnittsebene werden die lokalen Effekte querschnittsinterner Spannungsumlagerungen infolge Rissbildung und Plastizierung erfasst. Auf dieser Grundlage sind integrale Materialbeziehungen formulierbar, welche die Basis für die Erfassung der physikalischen Nichtlinearität auf Tragwerksebene darstellen. Diese Vorgehensweise ist besonders für die Untersuchung elastisch-plastischer Tragsysteme geeignet, die mit eindimensionalen Strukturelementen abgebildet werden können.

In Bezug auf die Analyse bewehrter Tragelemente mit rechteckigem Querschnitt, die als *ungekoppelte* Aussteifungswände aufgefasst werden können, existieren geeignete Methoden, z.B. [1-4]. Eine entsprechende Anpassung an unbewehrte Elemente ist prinzipiell möglich. Anders verhält es sich für *gegliederte* Tragwände, deren Teilwände diskret durch flexible Bauteile oder kontinuierlich durch Vertikalfugen miteinander gekoppelt sind. Im wesentlichen werden Tragwände mit gegliederten Querschnitten zusammengesetzt aus einzelnen Teilquerschnitten nach der Theorie prismatischer Falwerke [17-25, 28-31] oder als Gesamtquerschnitt nach der Theorie dünnwandiger Stäbe [38-52] modelliert. Dabei sind die vorhandenen Modellierungsansätze zur Abbildung der Kopplungsstellen und zur Erfassung der physikalischen Nichtlinearität kritisch zu bewerten. Während bei der Modellierung des Gesamtquerschnittes mit Teilquerschnitten zwar Kenntnisse über die Größe der Schubkraft an den Kopplungsstellen vorliegen, werden an diesen Stellen die kontinuierlich verteilten Schubspannungen diskret erfasst, was zu einer Verfälschung des Kraftgrößen- und Formänderungszustandes führt. Sofern eine Abbildung des nichtlinearen Materialverhaltens der einzelnen Wandabschnitte in das Berechnungsmodell einbezogen wird, erfolgt dies meist unter Verwendung bilinearer Materialbeziehungen. Gerade für Zwischenzustände ist so eine realitätsnahe Erfassung der Strukturantwort unter Berück-

sichtigung von Rissbildung und Plastizierung nicht möglich. Dagegen besteht bei der Modellierung des zusammengesetzten Querschnittes als Gesamtquerschnitt der Hauptnachteil darin, dass zwischen den Tragwänden eine starre Verbindung und volle Schubkraftübertragung vorausgesetzt wird, die im Einzelfall nicht immer gewährleistet werden kann. Die Abbildung der physikalischen Nichtlinearität erfolgt numerisch aufwendig entweder durch Berücksichtigung dreidimensionaler Interaktionsbedingungen oder durch direkte Einbeziehung eines Fasermodells in das Tragwerksmodell.

Ausgehend von den vorhandenen Modellierungsansätzen erweist sich zur Erfassung des Tragverhaltens gegliederter Aussteifungswände die Anwendung von Berechnungsmodellen als vorteilhaft, bei denen die Tragelemente durch Zerlegen in einzelne Segmente beschrieben werden können. Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht vor allem darin, dass das Tragverhalten ebener Segmente im Unterschied zu verwölbungsfähigen Elementen unabhängig von der Verdrehung des Gesamtsystems beschreibbar ist.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird deshalb ein finites Stabsegment entwickelt, das durch Berücksichtigung zusätzlicher Schubbeanspruchungen an den Elementlängsränder die Verträglichkeit der Längsdeformationen benachbarter Elemente sichert. Die Flexibilitätsmatrix der Stabsegmente kann so angepasst werden, dass Schubflüsse infolge kontinuierlicher Kopplung und Schubkräfte infolge diskreter Kopplung erfasst werden. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, an den Segmenträndern nichtlineare Materialgesetze abzubilden.

Die Anwendung der entwickelten Berechnungsmodelle auf den Problemkreis der Revitalisierung resultiert insbesondere aus dem Bedarf an Revitalisierungsmaßnahmen, der vor allem in den neuen Bundesländern und in Hinblick auf EU-Erweiterungen auch in Osteuropa besteht. In diesen Gebieten nehmen Großtafelbauten einen großen Anteil am Wohnungsbestand ein. Das Aussteifungssystem derartiger Gebäude besteht aus großformatigen Betonfertigteilen, deren Verbindung untereinander das Tragverhalten der Konstruktion maßgebend beeinflusst. Die Gleichartigkeit der vorhandenen Wohneinheiten und die Gleichartigkeit der auftretenden Probleme bei der baulichen Umgestaltung führt zu einem überregionalen Interesse an allgemeingültigen, effizienten und normengerechten Konzepten zur Tragwerksanalyse.

1.2 Literaturübersicht

Auf dem Gebiet der Modellierung und numerischen Berechnung von Aussteifungssystemen ist seit den 60er Jahren eine Vielzahl von Veröffentlichungen erschienen.

Zusammenfassende Darstellungen zur Auswahl geeigneter Tragsysteme für die Aussteifung von Stahlbetonhochhäusern werden beispielsweise von Hampe [5] und von König [6] gegeben.

Unter besonderer Beachtung von *Erdbebenbeanspruchungen* werden Stahlbetonhochbauten von Paulay et al. in [7] behandelt. Im Mittelpunkt steht auf der Basis der Kapazitätsbemessung die konstruktive Durchbildung von Bereichen, in denen das inelastische Widerstandsvermögen in Anspruch genommen wird.

Bungale und Taranath [8] sowie Stafford Smith und Coull [9] fassen *analytische und numerische Methoden* zur Behandlung verschiedener Bauweisen auf der Basis linear elastischer Materialmodelle zusammen, deren Anwendung sich für die Ingenieurpraxis eignen.

Einen Überblick bezüglich der *Tragsysteme aus Fertigteilen* wird von Steinle und Hahn in [10] angegeben. Wolter beschreibt in [11] allgemeine baumechanische Modelle zur numerischen Behandlung von Aussteifungssystemen in Großtafelbauweise. Dabei werden Hinweise zu wirklichkeitsnahen Berechnungen unter Beachtung physikalisch nichtlinearer Effekte gegeben. In Verbindung mit dem Fugentragverhalten von Großtafelbauten wird ein wesentlicher Bezug zur Arbeit von Mehlhorn und Schwing [12] hergestellt.

Im folgenden wird auf Veröffentlichungen eingegangen, die wesentliche Beiträge zur Modellbildung von Aussteifungssystemen liefern und auf deren Basis Modellerweiterungen für die vorliegende Arbeit abgeleitet werden können. Dabei finden nachstehende Themenkreise besondere Beachtung:

- Modellierung der Tragelemente unter Anwendung flächiger Strukturelemente
- Modellierung der Tragelemente unter Anwendung stabförmiger Strukturelemente
- Lösungsstrategien für physikalisch nichtlineare Problemformulierungen

Modellierung der Tragelemente unter Anwendung flächiger Strukturelemente

a) mit physikalisch linearem Materialverhalten

Die Abbildung der Tragstruktur vielgeschossiger Gebäude bezüglich Geometrie und Material kann mit unterschiedlichem Detaillierungsgrad vorgenommen werden. Sofern eine Beschreibung der Tragwände und Decken mit Hilfe flächenhafter Elemente vorgenommen wird, ist eine Diskretisierung mit der Finiten Elemente Methode (FEM) besonders geeignet. Die zugehörige mathematische Formulierung beinhaltet im Allgemeinen lineare Gleichungssysteme, deren Lösung zu den algebraischen Standardaufgaben gehört. Für die Berechnung stehen eine Reihe von kommerziellen FEM - Programmsystemen zur Verfügung, die auf elastischem Materialverhalten beruhen. Geometrische Unregelmäßigkeiten können gut erfasst werden. Allerdings weisen u.a. Schmidts [13], Johnson und Nadjai [14] sowie Linde [15] darauf hin, dass eine Modellierung und Analyse von Hochhausstrukturen mit finiten Flächenelementen i.d.R. sehr aufwendig sind. Der numerische Aufwand kann erheblich verringert werden, ohne die Qualität der Ergebnisse für praxisnahe Fälle wesentlich zu beeinträchtigen, indem die lastverteilenden Decken in ihrer Ebene dehnsteif und senkrecht dazu biegeweich angenommen werden. Diese „Diaphragmen“ führen nur Starrkörperbewegungen aus, so dass sich die Anzahl der Freiheitsgrade in ihrer Ebene auf zwei Translationen und eine Rotation bezüglich einer Referenzachse reduziert.

b) mit physikalisch nichtlinearem Materialverhalten

Der numerische Aufwand erhöht sich, wenn das physikalisch nichtlineare Tragverhalten von Aussteifungssystemen berücksichtigt wird. Zum einen ist der Einsatz iterativer Lösungsverfahren unumgänglich und zum anderen ist eine aufwendige Diskretisierung der Tragwände notwendig, um das inelastische Materialverhalten der Tragwände und der Verbindungselemente zu beschreiben. Die Anzahl der Arbeiten, die sich mit der Anwendung der FEM auf Flächentragwerke mit physikalisch nichtlinearem Verhalten beziehen, ist außerordentlich groß. Soweit sie sich auf Aussteifungssysteme beziehen, nehmen die Arbeiten von Schwing [16], Bolander [17] und Linde [15] einen besonderen Platz ein.

Bei Schwing steht die numerische Erfassung von Wandscheiben, die aus Fertigteilen zusammengesetzt sind, im Mittelpunkt der Untersuchungen. Während für das Scheibenelement ein linear elastisches Materialverhalten unterstellt wird, erfolgt die Beschreibung der physikalischen Nichtlinearität in den Horizontal- und Vertikalfugen. Die Abbildung der Fugen wird mit Hilfe nichtlinearer orthogonaler Federn vorgenommen, deren Kennwerte aus Versuchen abgeleitet werden.

Bolander und Linde berücksichtigen bei der Modellierung von Stahlbetontragwänden das nichtlineare Materialverhalten an den Integrationspunkten des finiten Elementes. Bei der

Tragwerksanalyse werden die Stoffgesetze direkt als Spannungs-Dehnungsbeziehungen einbezogen.

Modellierung der Tragelemente unter Anwendung stabförmiger Strukturelemente

Zur Verringerung des numerischen Aufwandes werden aussteifende Tragelemente unter der Voraussetzung, dass die Aussteifungswände schlank genug sind, als stabförmige Strukturelemente modelliert. In Verbindung mit Diaphragmen reduziert sich das Problem auf die Untersuchung gekoppelter eindimensionaler Strukturen. Diese können aus prismatisch ebenen und räumlichen Stäben bestehen, deren Einzelemente durch Riegel, Verbände oder Fugen miteinander verbunden werden. Der Spannungs- und Verformungsverlauf über dem Querschnitt wird bezüglich einer Referenzachse zu daraus resultierenden Schnittgrößen und Querschnittsverzerrungen zusammengefasst, die über Materialgesetze miteinander verknüpft werden. Prinzipiell haben sich zwei Berechnungsmethoden entwickelt:

- Modellierung als zusammengesetzte Strukturen bestehend aus ebenen Stabsegmenten auf der Grundlage der Theorie prismatischer Falwerke und
- Modellierung als Gesamtquerschnitte auf der Grundlage der Theorie der Wölbkrafttorsion bzw. der Theorie dünnwandiger Stäbe.

a) Modellierung als zusammengesetzte Strukturen basierend auf stetigen Ersatzsystemen unter Berücksichtigung des elastischen und inelastischen Materialverhaltens

Die Modellierung gegliederter Tragwände erfolgt durch Zerlegung der zusammengesetzten Struktur in ebene Stabsegmente. Die Einzelemente werden als Balken behandelt und an den Verbindungsstellen werden Übergangsbedingungen formuliert. Die Arbeiten von Rosman [18-25] beruhen auf dieser Vorgehensweise. Öffnungsreihen und Rahmen werden durch stetige Ersatzsysteme abgebildet. Das mechanische Modell basiert auf Energiebetrachtungen, wobei die Schubkräfte gekoppelter Tragwände als Unbekannte eingeführt werden. Die Variationsaufgabe führt zu nichthomogenen linearen Differentialgleichungen II. Ordnung, deren Lösung in analytischer und numerischer Form möglich ist.

Wolter behandelt eingehend die Problematik gegliederter Tragwände unter Beachtung elastischer Schubverformungen der kontinuierlichen Verbindungsstellen. Seine Untersuchungen beschränken sich in [26, 27] auf ebene Systeme. Für spezielle Großtafelbau-

typen werden Schubmodule für Vertikalfugen angegeben, die auf der Arbeit von Schwing [16] basieren.

Johnson und Nadjai beschreiben in [14] ein diskretes Berechnungsmodell, das ebenso wie Rosman die Ansätze der Kontinuumsmodelle mit dem Konzept der Zerlegung zusammengesetzter Strukturen in ebene Stabsegmente vereint. Über Kompatibilitätsbedingungen an den Verbindungsstellen wird zur Bestimmung der überzähligen Schubkräfte ein lineares Gleichungssystem abgeleitet. Die übrigen Schnittgrößen in den Teilwänden werden durch Gleichgewichtsbetrachtungen am jeweils zu untersuchenden Geschoss bestimmt. Schnittgrößenextrapolationen sind erforderlich, da die Formulierung der Bestimmungsgleichungen für die Geschossmitte erfolgt. Eine Modellerweiterung ermöglicht die Begrenzung der übertragbaren Querkräfte in den Kopplungsriegeln auf der Basis bilinearer Materialbeziehungen [28]. Die elasto-plastische Analyse erfolgt durch ein sukzessives Einschalten von Gelenken an den Riegelenden beim Erreichen aufnehmbarer Schnittgrößen. Dieses Verfahren ist sehr aufwendig, da die Koeffizientenmatrix zur Bestimmung der Schubkräfte unsymmetrisch und die Problemlösung mit rechenintensiven Iterationen verbunden ist.

Im Unterschied dazu wird in der Arbeit von Schiefner [29] ein diskretes Berechnungsmodell vorgestellt, mit dem die plastische Grenzlast direkt ermittelt werden kann. Das mechanische Modell basiert auf der Grundlage des statischen Satzes der Plastizitätstheorie. Zur Lösung werden Methoden der linearen Optimierung angewendet. Eine Modellerweiterung umfasst die Bestimmung des Schnittgrößen- und Formänderungszustandes unterhalb der plastischen Grenzlast auf der Grundlage bilinearer Materialbeziehungen im Raum der Schnittgrößen [30]. Kritisch zu betrachten ist die Verwendung von finiten Stabelementen mit konstantem Längskraftansatz bei der Untersuchung kontinuierlich gekoppelter Tragwände. Außerdem erweist sich deren Modellierung als aufwendig, da beispielsweise zur Kopplung von zwei Wandelementen durch eine Vertikalfuge fünf Elemente benötigt werden. Die geschosshohen Tragwände werden in halber Höhe geteilt und dort mit Hilfe eines Federelementes miteinander verbunden.

b) Modellierung als zusammengesetzte Strukturen basierend auf äquivalenten Rahmenmodellen unter Berücksichtigung des elastischen und inelastischen Materialverhaltens

Auf der Grundlage der Zerlegung gekoppelter Aussteifungswände in Einzelelemente wird u.a. von MacLeod [31], Schwaighofer [32] und Hoeland [33] ein äquivalentes Rahmenmodell vorgestellt. Die Stiele des äquivalenten Rahmens werden mit den elastischen Eigenschaften der Teilwände abgebildet, während die Riegel, die bis zur Randfaser reichen, als

unendlich starr aufgefasst werden. Für die Verbindungsstäbe werden die elastischen Eigenschaften aus der Geometrie der Kopplungsriegel abgeleitet, wobei die Dehnsteifigkeit infolge einer nahezu dehntarren Deckenwirkung vernachlässigt wird. Die Anwendung dieser Methode auf räumliche Strukturen wurde in der Vergangenheit durch Programmsysteme, wie TABS [34] und später ETABS [35], erleichtert, da dort die Diaphragmenwirkung der Decken von vornherein berücksichtigt wurde. Prinzipiell sind die Berechnungsannahmen analog denen der Gelenkwerktheorie. Für kontinuierlich zusammengesetzte Tragwände werden, anstatt einer Gelenkkette, konzentrierte Kugelgelenke an den Stabenden für die Kopplung der Teilwände benutzt. Auch hier wird Formtreue des Querschnitts und die Anwendbarkeit der Biegetheorie für die Teilwände vorausgesetzt.

Von Avramidis werden in [36] die Anwendungsgrenzen äquivalenter Rahmenmodelle für Wandscheiben und Hochhauskerne beschrieben. In diesem Zusammenhang wird die Benutzung des Berechnungsverfahrens für offene bzw. halboffene Kerne unter starker Torsionsbeanspruchung sowie für geometrisch unregelmäßige Tragwände nicht empfohlen. Ein wichtiger Kritikpunkt ist, dass bei Tragsystemen, die aus ungekoppelten und kontinuierlich gekoppelten Tragwänden bestehen, infolge konstanter Längskraftansätze Momentensprünge auftreten. Dadurch wird ein Biegeanteil (*reverse bending*) hervorgerufen, welcher den resultierenden Schnittgrößenzustand inakzeptabel verfälscht. Vorteil des äquivalenten Rahmenmodells ist die einfache Handhabung und das Vorliegen bemessungsrelevanter Schnittgrößen der Teilwände.

In Verbindung mit einer integralen Formulierung der Materialbeziehungen an den Enden der Rahmenstiele und der Kopplungsriegel sind physikalisch nichtlineare Effekte beschreibbar. Vielfach werden bilineare Approximationen gewählt, auf deren Grundlage die Wirkung der Rissbildung und der Plastizierung nur durch eine effektive Fließfläche abgebildet werden kann. Das nichtlineare Verhalten wird auf konzentrierte plastische Gelenke beschränkt.

Beispielsweise werden von Nayar und Coull in [37] ebene gekoppelte Aussteifungswände aus Stahlbeton untersucht. Im Unterschied zu den oben aufgeführten Arbeiten werden die Kopplungsriegel nicht über dehn- und biegestarre Riegel an die Stiele im Schwerpunkt der Tragwände angeschlossen, sondern mit Hilfe eines speziellen Transformationsoperators. Das inelastische Tragverhalten beim Erreichen aufnehmbarer Schnittgrößen wird durch die Einführung zusätzlicher Freiheitsgrade berücksichtigt, die zur Erfassung der plastischen Deformationen notwendig sind. Die Lösung des Problems erfolgt inkrementell iterativ.

Bolander untersucht in [17] ein vielgeschossiges Gebäude bestehend aus mehreren gekoppelten Stahlbetontragwänden mit Hilfe finiter Flächenelemente und unter Anwendung des äquivalenten Rahmenmodells. Bei den Berechnungen wird trotz der unterschiedlichen Diskretisierungsvarianten ein übereinstimmendes globales Tragverhalten und ein gleichartiger Versagensmechanismus festgestellt. Abweichungen ergeben sich vor allem durch die vereinfachte Annahme bilinearer Materialbeziehungen, welche die Steifigkeitsminderung infolge der Rissbildung nicht erfassen.

c) Modellierung als Gesamtquerschnitte unter Berücksichtigung des elastischen und inelastischen Materialverhaltens

Im Unterschied zu den Berechnungsmodellen auf der Basis der Faltwerkstheorie werden von Wlassow bei seiner Theorie der dünnwandigen Stäbe die Kraftgrößen an den Verbindungsstellen durch unbekannte Wölbordinaten ersetzt. Auf dieser Grundlage erfolgt für allgemeine Gesamtquerschnitte die Herleitung von Differentialgleichungen zur Beschreibung des räumlichen Stabes [38].

Dieser Ansatz wird von Stiller [39, 40], Beck und Schäfer [41] und Schrefler [42] aufgegriffen. In diesen Arbeiten werden unter der Annahme einer Diaphragmenwirkung alle am Aussteifungssystem beteiligten Wandelemente zu einem räumlichen Gesamtstab zusammengefasst. Durch die Wahl des Schubmittelpunktes als Bezugspunkt werden die Biege- und Torsionsprobleme voneinander entkoppelt betrachtet. Dieses Vorgehen ist durch das affine Verformungsverhalten der Einzeltragglieder gerechtfertigt. Bei Stiller werden die Berechnungen geschossweise durchgeführt, wobei ein Kragarm mit konstanter Querkraft untersucht wird, der von der Einspannstelle bis zum betrachteten Geschoss reicht. Unbekannte sind die Diaphragmenverschiebungen und –verdrehungen. Die Berechnungsmethode von Beck und Schäfer erfasst das gesamte Tragwerk. Für verschiedene Lastfälle werden geschlossene Lösungen angegeben. Erst durch die Arbeit von Schrefler können Veränderungen der Geschossquerschnitte bezüglich Material und Geometrie berücksichtigt werden. Die Differentialgleichungen werden in ein Gleichungssystem überführt, welches die Diaphragmenverformungen als Unbekannte beinhaltet.

Gemischte Aussteifungssysteme, die aus ungekoppelten und gekoppelten Tragwänden sowie aus Rahmen bestehen, werden von Schäfer [43], Gluck [44], Sternik und Gluck [45], Coull und Wahab [46] und Hönderkamp [47] analytisch behandelt. In der Arbeit von Schäfer [43] und später von Sternik und Gluck [45] wird gezeigt, dass sich die Lage des Drillruhepunktes von gemischten Systemen über die Höhe verändert, da das Verformungsverhalten der Einzeltragelemente nicht affin zueinander ist. Eine Entkopplung des

Biege- und Torsionsproblems ist deshalb nicht ohne weiteres möglich. Diese Aussage ist auf reine Wandsysteme mit unterschiedlichen Schubslankheiten übertragbar.

Im Zusammenhang mit diskreten Berechnungsmethoden, z.B. auf der Basis der Finiten Elementmethode, können finite Balkenelemente benutzt werden, bei denen die Verwölbung als 7. Freiheitsgrad angesetzt wird. Anwendungen sind u.a. von Heidebrecht [48] und Taranath [49] bekannt, bei denen für den Einzelstab die auf den Schubmittelpunkt bezogenen Querschnittswerte des räumlichen Biegebalkens benutzt werden. Das elastische Materialverhalten steht im Mittelpunkt der Betrachtungen.

In den Arbeiten von Obst [50] und Ambos [51] werden nichtlineare Stoffgesetze bei der Erfassung des Tragverhaltens von Aussteifungssystemen berücksichtigt. Die Tragwände werden durch räumliche finite Stabelemente ohne Eigentorsionssteifigkeit diskretisiert. Obst verwendet ideale Ersatzquerschnitte, bei denen die gleichen Verzerrungen auftreten wie beim tatsächlichen Querschnitt unter Beachtung physikalisch nichtlinearer Effekte. Die ideellen Querschnittswerte sind beanspruchungsabhängig und müssen iterativ ermittelt werden. In der Arbeit von Ambos werden hingegen wirksame Ersatz-Stabsteifigkeiten angegeben, die von der Belastung, dem Querschnitt und der Bewehrung abhängig sind. Bei räumlich gegliederten Tragwänden, wie z.B. Hohlkästen, bleibt die gleichmäßig verteilte Bewehrung unberücksichtigt.

In der Arbeit von Backes [52] stehen Betrachtungen zu räumlichen Stabilitätsproblemen von Stahlbetonstabtragwerken im Mittelpunkt des Interesses. Als ein spezielles Anwendungsbeispiel werden aussteifende Hochhauskerne mit dünnwandigen offenen Querschnitten untersucht. In Längsrichtung erfolgt eine Diskretisierung in finite Stabelemente, während der Querschnitt mit Hilfe eines Fasermodells abgebildet wird. Einachsige Spannungs-Dehnungsbeziehungen beschreiben die physikalische Nichtlinearität der einzelnen Materialfasern. Das Querschnittsproblem wird direkt in der finiten Stabformulierung verarbeitet. Die Problemformulierung erfolgt auf der Basis des Prinzips der virtuellen Verrückungen, für deren Lösung inkrementell-iterative Verfahren verwendet werden.

d) Modellierung auf der Basis verallgemeinerter Querschnittswerte unter Berücksichtigung des elastischen Materialverhaltens

Eine weitere Vorgehensweise zur Analyse von Aussteifungssystemen ergibt sich durch die konsequente Trennung der Verschiebungsansätze bezüglich der Stab- und Querschnittskordinaten. Über einen Produktansatz werden die resultierenden Verformungen des Gesamtsystems ermittelt. Auf dieser Grundlage untersucht Becker in [53] torsionsbeanspruchte gegliederte Hochhauskerne. Die aussteifenden Tragelemente werden in kon-

tinuierliche Ersatzsysteme überführt und als faltwerkähnliche Struktur aus zusammengesetzten Einzelkomponenten betrachtet. Mit Hilfe der Verschiebungsansätze über dem Querschnitt werden „verallgemeinerte Querschnittswerte“ hergeleitet, die im Sonderfall als Querschnittsfläche, Flächenträgheitsmoment, Wölbwiderstand usw. interpretiert werden können.

Dieser Grundgedanke wird ebenso von Liphardt zur Berechnung von symmetrischen Tragwerken aufgegriffen, wobei diese aus zusammengesetzten Wandscheiben und Hohlkästen aus Rahmen bestehen. In [54] werden durch eine günstige Wahl der Ansatzfunktionen „shear lag“ - Effekte in kontinuierlichen Ersatzsystemen von Stockwerkrahmen erfasst und für Biegebeanspruchungen die Differentialgleichung des ebenen Ersatzsystems hergeleitet.

Von Schardt wird diese Vorgehensweise in [55] zur „Verallgemeinerten Technischen Biegetheorie“ zusammengefasst. Er verweist darauf, dass diese Theorie sowohl Ansätze der Faltwerktheorie als auch Ansätze der Theorie dünnwandiger Stäbe vereint.

In der Arbeit von Schmidts [56] wird auf der gleichen Grundlage ein Berechnungsmodell zur Erfassung beliebig räumlich angeordneter Aussteifungselemente aufgestellt. Die Diskretisierung in Längsrichtung erfolgt unter Anwendung der Finiten Elementmethode. Die genannten Verfahren setzen linear elastisches Materialverhalten voraus.

Lösungsstrategien für physikalisch nichtlineare Problemformulierungen

Die Lösung nichtlinearer Probleme erfordert das Vorhandensein geeigneter mathematischer Berechnungsmethoden. Für einfache Systeme geben Paulay [57] und Gluck [58] analytische Ergebnisse an, deren Anwendung sich auf elastisch-plastische Berechnungen ebener gekoppelter Tragwände beschränkt.

Für praxisübliche Systeme ist der Einsatz numerischer Methoden unumgänglich, die meist auf inkrementell-iterativen Vorgehensweisen beruhen. Unter der Voraussetzung der Fließgelenktheorie können physikalisch nichtlineare Effekte durch sukzessives Einschalten plastischer Gelenke und anschließender Systemänderung numerisch einfach verarbeitet werden [59]. Diese Vorgehensweise ist aufwendig und mit Blick auf umfangreiche Systeme nur bedingt anwendbar. Im Allgemeinen werden Randwertaufgaben unter Verwendung einer finiten Elementdiskretisierung auf nichtlineare algebraische Gleichungs-

systeme zurückgeführt. Mit Hilfe verschiedener iterativer Verfahren können diese gelöst werden, z.B. mit dem Newton-Raphson-Verfahren [60].

Alternativ dazu können die Problemformulierungen, die von vornherein auf Energieprinzipien basieren, direkt unter Anwendung mathematischer Optimierungsalgorithmen behandelt werden. Mit der Entwicklung leistungsfähiger Lösungsroutinen seit den 50er Jahren erweist sich der Einsatz auch für komplexere Aufgaben als vorteilhaft. Erste Anwendungen sind im Zusammenhang mit der Ermittlung des Grenzgleichgewichtes von Rahmen-tragwerken bekannt, die mit linearen Optimierungsmethoden bestimmt werden [61-63].

Der Einsatz dieser Strategien wird von Schiefner [29] in einem Berechnungsmodell zur Ermittlung plastischer Grenzlaster von Aussteifungssystemen umgesetzt. Dabei werden einsinnige und monoton steigende Belastungen unterstellt. Für mehrfach wiederholt statisch oder dynamisch beanspruchte Tragsysteme ist die Strukturantwort von der Lastintensität und der Lastreihenfolge abhängig. Bereits unterhalb der plastischen Grenzlaster können Schadensakkumulationen auftreten, deren Vermeidung durch die Begrenzung der Belastungsintensität möglich ist. Die zugehörige adaptive Grenzlaster oder Einspiellaster basiert auf den statischen und kinematischen Einspieltheoremen von Melan [64] und Koiter [65]. Durch die konsequente Trennung des Gesamtspannungszustandes in einen linear elastischen Anteil und einen Restanteil gelingt es Raue [66-68], den Einfluss der konkreten Lastgeschichte bei der Ermittlung der adaptiven Grenzlaster auszuschließen.

Eine Reihe von Untersuchungen sind zu dieser Thematik unter der Leitung von Prof. Raue an der Professur Massivbau I der Bauhaus-Universität Weimar vorgenommen worden. U.a. in [69-71] werden exemplarisch die entwickelten Modelle und Methoden auf Stahlbetonrahmensysteme angewendet. Betrachtungen zum Tragverhalten von Aussteifungssystemen als Querschnittsproblem auf der Basis von Gesamtquerschnitten unter Vernachlässigung der Eigentorsion werden in [72] angestellt.

Für die Tragwerksanalyse können lineare und nichtlineare Optimierungsalgorithmen verwendet werden. Lineare Optimierungsaufgaben ergeben sich im Allgemeinen nur für Problemformulierungen zur Grenzzustandsanalyse unter der Annahme linearer oder linearisierter Spannungsrestriktionen mit starr - ideal plastischen Stoffgesetzen und geometrisch linearem Tragverhalten. Für die eindeutige Bestimmung von Spannungs- und Verformungszuständen ist die Verwendung nichtlinearer Optimierungsalgorithmen notwendig. Unter den oben genannten Annahmen und unter Verwendung multilinearer Materialbeziehungen stehen als Sonderfall quadratische Optimierungsstrategien zur Verfügung. [73-75]

1.3 Zielsetzung und Vorgehensweise

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung einer Strategie zur physikalisch nichtlinearen Analyse von Aussteifungssystemen und in deren numerischer Umsetzung mit Hilfe der mathematischen Optimierung. Die Schwerpunkte sind dabei die Modellierung gegliederter Aussteifungselemente und die exemplarische Anwendung der entwickelten Berechnungsmodelle und –methoden auf Aussteifungssysteme in Großtafelbauweise.

Die Berechnungsstrategie basiert auf der Verwendung separater Modelle zur Abbildung lokaler und globaler Effekte. Bei der Modellbildung wird deshalb die klassische Betrachtung in getrennten Modellebenen des Querschnittes und des Tragwerkes übernommen. Diese Vorgehensweise ermöglicht die Reduzierung des numerischen Aufwandes bei gleichzeitiger Aufrechterhaltung der Komplexität der Problemstellung. Auf dieser Basis ist es möglich, das Querschnittstragverhalten der Tragwände mit relativ hohem Detaillierungsgrad vorab zu ermitteln (Abschnitt 2). Die resultierenden integralen Größen werden bei der Untersuchung des Gesamttragwerkes berücksichtigt (Abschnitt 3). Für die Kopplung der Modellebenen werden geeignete Transformationsvorschriften bereitgestellt. Hierbei erweist sich die Verwendung effektiver Steifigkeiten unter Einbeziehung von Schnittgrößeninteraktionen als vorteilhaft.

Für die rechentechnische Umsetzung wird eine Berechnungsmethodik aufbereitet, mit deren Hilfe eine einheitliche Aufgabenstruktur für die unterschiedlichen mechanischen Problemstellungen und damit ein einheitliches Konzept zur numerischen Behandlung von Aussteifungselementen und –systemen abgeleitet werden kann (Abschnitt 4).

Am Beispiel einer gekoppelten, schlanken Aussteifungswand werden Untersuchungen zur Verifizierung der entwickelten Berechnungsmodelle durchgeführt. Zur Ermittlung von Referenzergebnissen findet das FEM – Programmsystem Atena 2D Anwendung (Abschnitt 5).

Speziell für ein gewähltes Aussteifungssystem in Anlehnung an Großtafelbauten der DDR werden verschiedenartige Untersuchungen zur Standsicherheit durchgeführt. Ziel ist es, verallgemeinerungsfähige Aussagen zum Tragverhalten der Ursprungsstruktur und verschiedenartig revitalisierter Tragsysteme unter Berücksichtigung des physikalisch nichtlinearen Tragverhaltens abzuleiten (Abschnitt 6).

Die Anwendung nichtlinearer Berechnungsverfahren basiert in der vorliegenden Arbeit auf Kenntnissen zum Querschnittstragverhalten der Aussteifungselemente. Die Bestimmung

von Querschnittswiderständen verwölbungsfähiger Tragwände ist von der Verdrehung des Tragsystems und vom Tragverhalten der Verbindungselemente abhängig. In der vorliegenden Arbeit wird deshalb zur Erfassung des Gesamttragverhaltens eine Vorgehensweise vorgeschlagen, bei der die zusammengesetzten Strukturen in ebene Segmente zerlegt werden. Für die Einzelemente, die als nicht verwölbungsfähig gelten, ist eine eindeutige Bestimmung der Querschnittskapazität möglich.

Dieses Konzept wird auf die Tragwerksmodellierung übertragen. Zusammengesetzte Stabstrukturen werden in finite ebene Stabsegmente diskretisiert. Die Elemente werden so ausgelegt, dass verschiedene vertikale Interaktionen gekoppelter Tragwände einheitlich erfasst werden können. Im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen diskrete Verbindungen zur Abbildung konzentrierter Vertikalfugenbewehrung, Kopplungsriegel oder Kopplungsverbände sowie kontinuierliche Verbindungen zur Abbildung von Vertikalfugen mit gleichmäßig verteilter Bewehrung und Betonverguss. Das Tragverhalten der Kopplungen ist an den Elementrändern beschreibbar. Diese Vorgehensweise gestattet auch, Tragwände mit Hilfe mehrerer gekoppelter Stabsegmente abzubilden und damit das Tragverhalten im physikalisch nichtlinearen Bereich unter Verwendung einfacher Materialbeziehungen hinreichend genau zu erfassen.

Das Berechnungsmodell wird so ausgelegt, dass Aussteifungssysteme, die in Ortbeton oder aus Fertigteilen hergestellt sind, gleichermaßen behandelt werden können. Die Aufgabenstruktur auf Tragwerksebene bleibt unverändert. Unterschiede im Querschnittstragverhalten werden durch angepasste Materialbeziehungen berücksichtigt.

Für die Lösung der vorgestellten strukturmechanischen Problemstellungen eignen sich Formulierungen, die auf Extremalprinzipien basieren. Alternativ zu traditionellen Lösungsverfahren, bei denen diese in algebraische Gleichungssysteme überführt werden, ist es vorteilhaft, Extremalaussagen direkt zur Lösung nichtlinearer Zustands- und Grenzzustandsaufgaben zu nutzen. Der Vorzug dieser Vorgehensweise besteht darin, dass der zulässige Variablenraum durch Nebenbedingungen anschaulich und flexibel eingegrenzt werden kann. Die auf diesem einheitlichen Konzept basierenden Extremalaufgaben mit Nebenbedingungen werden durch geeignete Diskretisierung in Optimierungsaufgaben überführt. Die Lösung des mechanischen Problems erfolgt direkt, d.h. ohne Berechnung von Zwischenzuständen.

Basierend auf einer einheitlichen Betrachtung lokaler und globaler Problemstellungen und einer einheitlichen Umsetzung in mathematische Optimierungsaufgaben werden für die

numerische Behandlung von Aussteifungssystemen mit gegliederten Tragelementen folgende Teilgebiete untersucht:

- Mit Hilfe der *Querschnittsanalyse* wird das lokale Tragverhalten einzelner aussteifender Tragelemente numerisch erfasst. Für die Berücksichtigung des physikalisch nichtlinearen Tragverhaltens bewehrter und unbewehrter Elemente auf Tragwerksebene können zum einen für vorgegebene Beanspruchungen effektive Steifigkeiten als Grundlage für eine iterative Systemanalyse bestimmt werden und zum anderen ist die Angabe effektiver Steifigkeiten unter Einbeziehung von Schnittgrößeninteraktionen für vorgegebene Beanspruchungsbereiche möglich.
- Die entwickelten Berechnungsmodelle zur *Querschnittsanalyse* werden neben der Abbildung einzelner Tragelemente gleichzeitig auch zur näherungsweisen Berechnung von Aussteifungssystemen verwendet. Die Untersuchung des Gesamtsystems wird dabei auf die Betrachtung einer Geschossebene reduziert. Dieses Vorgehen ermöglicht auf einfache Weise, Aussagen zum physikalisch nichtlinearen Tragverhalten zu treffen.
- Bei der *Tragwerksanalyse* wird die räumliche Gesamtstruktur von Aussteifungssystemen in die Modellbildung einbezogen. Schwerpunkt bildet die Erfassung gegliederter Aussteifungselemente unter Beachtung physikalisch nichtlinearer Effekte. Die Nichtlinearität des Materialverhaltens wird auf der Grundlage integraler Materialbeziehungen abgebildet, z.B. resultierend aus der Querschnittsanalyse. Das Berechnungsmodell wird so aufbereitet, dass Untersuchungen zur Anpassungsfähigkeit des Gesamttragwerkes gegenüber konstruktiven Veränderungen im Revitalisierungsprozess ermöglicht werden.

2 Diskrete Berechnungsmodelle zur Querschnittsanalyse

2.1 Inhalt und Annahmen

Die Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität aussteifender Tragwände wird in der vorliegenden Arbeit durch das Querschnittstragverhalten erfasst. Die Effekte der Rissbildung und Plastizierung werden durch *integrale Materialbeziehungen* (Verknüpfung von Schnittgrößen und Querschnittsverzerrungen) abgebildet. Im Mittelpunkt der Betrachtungen steht die Formulierung von Schnittgrößeninteraktionen zur Abbildung signifikanter Steifigkeitsänderungen für ausgewählte Beanspruchungsbereiche. In Erweiterung dazu ist die Möglichkeit gegeben, für einen Beanspruchungszustand effektive Steifigkeiten abzuleiten.

In diesem Abschnitt werden zur Bestimmung integraler Materialbeziehungen gegliederter Querschnitte zwei Berechnungsmodelle angewendet. Wesentliche Unterschiede ergeben sich aus der Diskretisierung des Querschnittes und der Materialbeziehungen. Gegliederte Querschnitte werden alternativ mit Hilfe von Fasern (*Fasermmodell*) oder durch ebene Segmente (*Segmentmodell*) abgebildet.

Bei den Fasermmodellen wird die physikalische Nichtlinearität in den einzelnen Fasern basierend auf einachsigen Spannungs-Dehnungsbeziehungen beschrieben. Durch die Verwendung des Fasermmodells können integrale Materialbeziehungen sowohl für den gegliederten Querschnitt als auch für einzelne Segmente bestimmt werden. Letzteres bildet die Voraussetzung für die Anwendung des Segmentmodells, durch deren Einsatz ebenso integrale Materialbeziehungen des gegliederten Querschnittes ermittelt werden können.

Das Fasermmodell basiert auf einer Modellierung, die in [72] für kompakte Querschnitte angegeben wird. Die Erweiterung des Berechnungsmodells zur Erfassung räumlich gegliederter Querschnitte erfolgt durch die Berücksichtigung von längsnormalspannungserzeugenden Verwölbungen auf der Grundlage der klassischen Theorie der Wölbkrafttorsion.

Darüber hinaus liegt der Schwerpunkt dieses Abschnittes auf der Entwicklung des Segmentmodells und der Angabe geeigneter Formulierungen zur Abbildung des physikalisch nichtlinearen Tragverhaltens der Segmente. Ferner wird die Anwendung des Segmentmodells für die *Tragwerksanalyse auf Querschnittsebene* demonstriert. Diese Betrachtungen bilden die Grundlage für die räumliche Abbildung von Aussteifungssystemen, die im Abschnitt 3 vorgestellt wird.

Den Berechnungsmodellen liegen folgende Annahmen zugrunde:

- Die Belastung erfolgt statisch.
- Die Querschnitte bleiben im belasteten Zustand formtreu.
- Die Dehnungen können additiv in elastische und plastische Anteile zerlegt werden (kleine Formänderungen).
- Das Material verhält sich isotrop und ist homogen.
- Die Gesamtdehnungen eines Segmentes werden durch eine Gerade beschrieben (Wagner-Hypothese oder erweiterte Bernoulli-Hypothese). Damit ist ebenso der Sonderfall erfasst, dass der Gesamtquerschnitt bei reiner Biegung oder Längung eben bleibt (Bernoulli-Hypothese).
- Die Verformungen infolge Schubspannungen aus primären und sekundären Torsionsmomenten sowie aus Querkraft werden vernachlässigt.
- Die Langzeiteinflüsse werden nicht berücksichtigt.
- Das Versagen infolge Beulen, Knicken oder Biegedrillknicken wird ausgeschlossen.
- Die Plattenwirkung der Segmente (Teilquerschnittswände) wird vernachlässigt.

Soweit Formelzeichen und Abkürzungen nicht unmittelbar im Text erläutert werden, sind diese im Abschnitt 8 aufgeführt.

2.2 Grundbeziehungen des Fasermodells

2.2.1 Diskretisierung und Bezugssystem

Wie Abb. 2-1 zeigt, wird der Querschnitt in n_F Fasern unterteilt, die auf ein rechtwinkliges, beliebig orientiertes Referenzsystem (x_0, y_0, z_0) bezogen werden. Die Berechnungsalgorithmen sind unabhängig von der Wahl des Bezugssystems, das für die weiteren Betrachtungen der Schwerpunkt des ungerissenen Querschnitts ist. Die Zustandsvariablen der einzelnen Fasern werden auf die Mittellinie der Querschnittswände konzentriert betrachtet. Die Bewehrungsanteile können diskret oder in den Betonfasern verschmiert berücksichtigt werden.

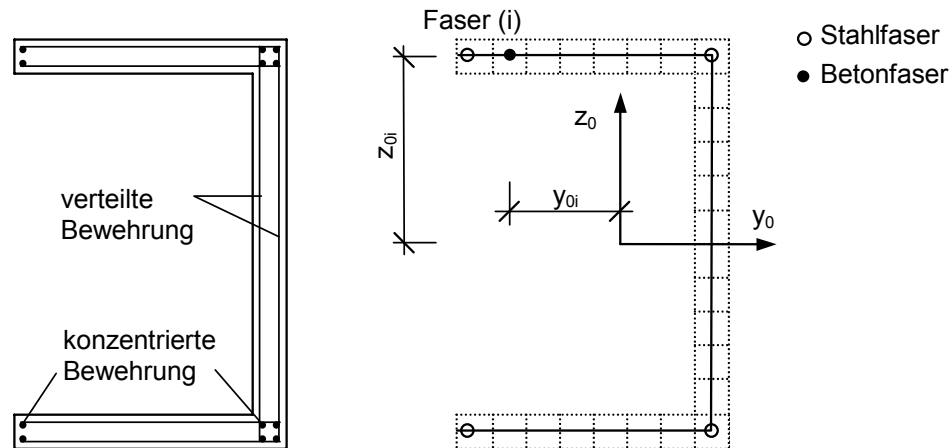


Abb. 2-1 Exemplarische Faserdiskretisierung eines U-Querschnittes

2.2.2 Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehung

Die Diskretisierung des Gesamtquerschnittes in Fasern gestattet, die Biegewirkung der Einzelfaser zu vernachlässigen, so dass im Vektor \mathbf{s} der inneren Kraftgrößen die Faser-normalkräfte $N_{\bar{x},i}$ und im Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ der inneren Formänderungen die Faserdehnungen $\varepsilon_{\bar{x},i}$ enthalten sind:

$$\mathbf{s} = \{N_{\bar{x},1}, \dots, N_{\bar{x},i}, \dots, N_{\bar{x},n_F}\}^T \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \{\varepsilon_{\bar{x},1}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},i}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},n_F}\}^T \quad (2-1)$$

Die Einwirkungen \mathbf{f} und die Gesamtquerschnittsverformungen \mathbf{u} sind auf die Referenzachsen bezogen:

$$\mathbf{f} = \{N_{x_0}, M_{y_0}, M_{z_0}, M_{b_0}\}^T \quad \text{und} \quad \mathbf{u} = \{\varepsilon_{x_0}, \kappa_{y_0}, \kappa_{z_0}, \vartheta'_0\}^T. \quad (2-2)$$

Die Verknüpfung der inneren und äußeren Zustandsvariablen erfolgt durch die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} , die in Abhängigkeit der Koordinaten $(x_{0,i}, y_{0,i}, z_{0,i})$ und der Wölbordinate $\omega_{0,i}$ aufgebaut ist:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \\ z_{01} & \dots & z_{0i} & \dots & z_{0n_F} \\ y_{01} & \dots & y_{0i} & \dots & y_{0n_F} \\ \omega_{01} & \dots & \omega_{0i} & \dots & \omega_{0n_F} \end{bmatrix}. \quad (2-3)$$

Mit (2-1), (2-2) und (2-3) ergeben sich die Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehungen:

$$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad (2-4)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}. \quad (2-5)$$

2.2.3 Materialgesetz

Als Voraussetzung zur Abbildung unterschiedlicher Materialien (Beton und Stahl) wird die Möglichkeit bereitgestellt, für jede diskrete Faser ein spezielles Materialgesetz zu berücksichtigen. Allgemein ergibt sich ein funktioneller Zusammenhang zwischen den Formänderungen und Kraftgrößen:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{f}(\mathbf{s}) \quad (2-6)$$

Im elastischen Bereich kann (2-6) beispielsweise durch lineare Materialbeziehungen abgebildet werden:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} = \mathbf{Q} \mathbf{s} \quad (2-7)$$

mit dem Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}}$ der elastischen Faserdehnungen

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{el}} = \left\{ \varepsilon_{\bar{x}, \text{el}, 1}, \dots, \varepsilon_{\bar{x}, \text{el}, i}, \dots, \varepsilon_{\bar{x}, \text{el}, n_F} \right\}^T. \quad (2-8)$$

Die Flexibilitätsmatrix \mathbf{Q} weist eine Diagonalstruktur auf:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left[\frac{1}{EA_1}, \dots, \frac{1}{EA_i}, \dots, \frac{1}{EA_{n_F}} \right]. \quad (2-9)$$

Darin ist EA_i die Dehnsteifigkeit der diskreten Faser (i). Weitere Möglichkeiten zur Abbildung des Materialverhaltens bestehen in der Verwendung von multilinearen Beziehungen oder von Polynomen.

Das Materialverhalten im inelastischen Bereich wird ideal plastisch beschrieben, welches die Definition oberer und unterer Grenzschnittgrößen erfordert. Die Plastizitätsbedingung wird als Ungleichung geschrieben:

$$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}. \quad (2-10)$$

Das konstante Glied \mathbf{s}_u beinhaltet die aufnehmbaren Zugnormalkräfte

$N_i^{(+)}$ bzw. Drucknormalkräfte $N_i^{(-)}$ einer Faser (i), die aus dem Produkt der Grenzspannungen $\sigma_i^{(+)}$ bzw. $\sigma_i^{(-)}$ mit der Faserquerschnittsfläche A_i resultieren:

$$\mathbf{s}_u = \{N_1^{(+)}, N_1^{(-)}, \dots, N_i^{(+)}, N_i^{(-)}, \dots, N_{n_F}^{(+)}, N_{n_F}^{(-)}\}^T. \quad (2-11)$$

Die lineare Koeffizientenmatrix der Plastizitätsbedingung \mathbf{A}_P wird folgendermaßen angegeben:

$$\mathbf{A}_P = \begin{bmatrix} 1 & & & & 0 \\ -1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & 1 & & \\ & & -1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ 0 & & & & -1 \end{bmatrix}. \quad (2-12)$$

Unter der Voraussetzung des assoziierten Fließgesetzes gilt für die lineare Plastizitätsbedingung (2-10):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2-13)$$

mit dem Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$ der plastischen Faserdehnungen:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \{\varepsilon_{\bar{x},pl,1}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},pl,i}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},pl,n_F}\}^T. \quad (2-14)$$

Der Vektor der plastischen Multiplikatoren ist:

$$\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_1^{(+)}, \lambda_1^{(-)}, \dots, \lambda_i^{(+)}, \lambda_i^{(-)}, \dots, \lambda_{n_F}^{(+)}, \lambda_{n_F}^{(-)}\}^T. \quad (2-15)$$

Der Vektor der Gesamtdehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ setzt sich aus den elastischen Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$, den plastischen Dehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$ und den Vordehnungen $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ zusammen:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0, \quad (2-16)$$

Im Vektor der Vordehnungen sind alle Vorverformungen infolge Temperatur, Vorspannung und Plastizierung enthalten:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \{\varepsilon_{\bar{x},0,1}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},0,i}, \dots, \varepsilon_{\bar{x},0,n_F}\}^T. \quad (2-17)$$

2.3 Grundbeziehungen des Segmentmodells

2.3.1 Diskretisierung und Bezugssystem

Im Unterschied zum Fasermodell wird eine Diskretisierung des Gesamtquerschnittes in n_W Segmente vorgenommen, deren Kopplung über n_C Verbindungsstellen erfolgt. In diesem Zusammenhang erweist sich eine Unterteilung in Rechteckquerschnitte als vorteilhaft, da diese Querschnitte als wölbfrei gelten. Die Segmente werden auf ein beliebig orientiertes Referenzsystem (x_0, y_0, z_0) bezogen, das wie beim Fasermodell für die weiteren Betrachtungen der Schwerpunkt des elastischen Ausgangsquerschnittes ist. Der Bezug der Zustandsgrößen erfolgt auf die Mittellinie der Segmente.

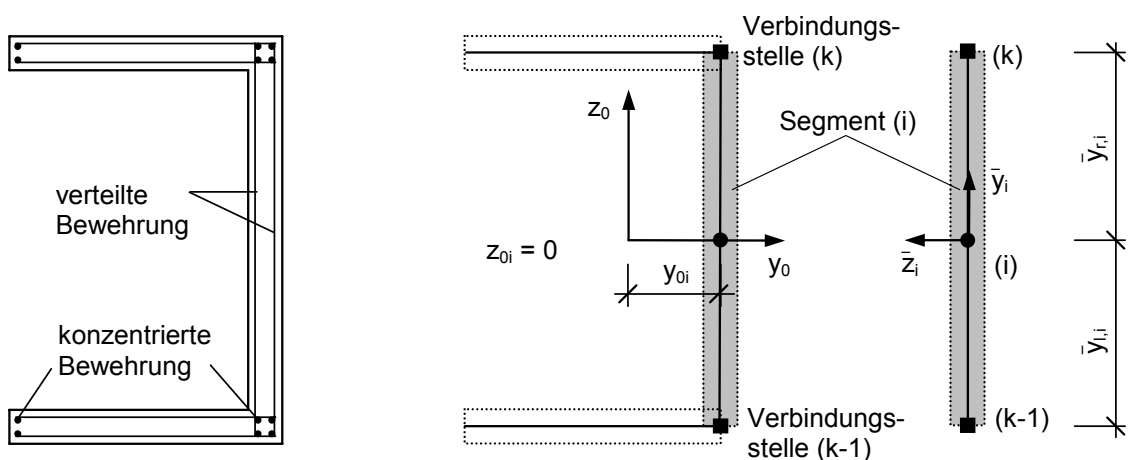


Abb. 2-2 Exemplarische Segmentdiskretisierung eines U-Querschnittes

2.3.2 Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehung

Alternativ zum Fasermodell verlangt die vorgeschlagene Diskretisierung eine Berücksichtigung der Biegemomente M_i bzw. der Krümmungen κ_i in den Segmenten, um den inneren Kraftgrößen- und Verformungszustand beschreiben zu können. Darüber hinaus zeichnet sich das Modell dadurch aus, dass zur Sicherung der Verträglichkeit benachbarter Segmente an den Elementrändern rechts- und linkseitige Kopplungskräfte $(T_{l,i}, T_{r,i})$ bzw. Randdehnungen $(\varepsilon_{\bar{x},l,i}, \varepsilon_{\bar{x},r,i})$ angesetzt werden. Der Kraftgrößenvektor \mathbf{s} und der Formänderungsvektor $\boldsymbol{\varepsilon}$ ändert sich gegenüber (2-1) wie folgt:

$$\mathbf{s} = \{ \mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_i, \dots, \mathbf{s}_{n_W} \} \text{ mit } \mathbf{s}_i = \{ N_{\bar{x},i}, M_i, T_{l,i}, T_{r,i} \}^T \text{ und} \quad (2-18)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \{ \boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_i, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_{n_W} \} \text{ mit } \boldsymbol{\varepsilon}_i = \{ \varepsilon_{\bar{x},i}, \kappa_i, \varepsilon_{\bar{x},l,i}, \varepsilon_{\bar{x},r,i} \}^T. \quad (2-19)$$

Der Vorteil dieser Vorgehensweise liegt in der Berücksichtigung eines variablen Verbundtragverhaltens zwischen den einzelnen Segmenten. Zusätzlich verringert sich die Anzahl der Unbekannten im Vergleich zum Fasermodell. Nachteilig ist, dass die Komplexität in der Beschreibung des Materialverhaltens ansteigt.

Mit der Einführung der seitlichen Kopplungskräfte kann auf die Berücksichtigung der Verwölbungsfunktion entsprechend der Theorie der Wölbkrafttorsion verzichtet werden. Daraus ergeben sich Veränderungen für die Einwirkungen \mathbf{f} und die Gesamtverformungen \mathbf{u} :

$$\mathbf{f} = \{ M_{y_0}, M_{z_0}, M_{b_0}, N_{\bar{x},1}, \dots, N_{\bar{x},i}, \dots, N_{\bar{x},n_W}, T_{\bar{x},1}, \dots, T_{\bar{x},k}, \dots, T_{\bar{x},n_C} \}^T \text{ und} \quad (2-20)$$

$$\mathbf{u} = \{ \kappa_{y_0}, \kappa_{z_0}, \vartheta'_0, \varepsilon_{\bar{x},1}^N, \dots, \varepsilon_{\bar{x},i}^N, \dots, \varepsilon_{\bar{x},n_W}^N, \varepsilon_{\bar{x},1}^T, \dots, \varepsilon_{\bar{x},k}^T, \dots, \varepsilon_{\bar{x},n_C}^T \}^T. \quad (2-21)$$

Dabei muss in (2-20) die Längskraft N_{x_0} entsprechend ihrer Wirkung bezüglich des Gesamtquerschnittes auf die Segmente (i) verteilt werden. Zusätzlich ist eine Berücksichtigung von Kräften an den Kopplungsstellen (k) möglich, die dort für den Gesamtquerschnitt als eine Vorspannkraft interpretiert werden können. Die in (2-21) angegebenen Deformationen bezüglich der Segmente (i) und der Kopplungsstellen (k) werden als Gesamtdehnungen aufgefasst.

Die Herleitung der Koeffizientenmatrix der Gleichgewichts- und Formänderungsbeziehung erfolgt mit Hilfe einzelner Transformationsvorschriften, die für statische Zustandsgrößen im Einzelnen angegeben werden. Mit der ersten Transformation werden die gesuchten Schnittgrößen \mathbf{s} in resultierende Schnittgrößen überführt, da die Kopplungskräfte Beiträge zu den Gleichgewichtsbedingungen liefern:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_V \mathbf{s}. \quad (2-22)$$

$$\text{Darin sind: } \tilde{\mathbf{s}} = \{ \tilde{\mathbf{s}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_i, \dots, \tilde{\mathbf{s}}_{n_W} \} \quad \text{mit } \tilde{\mathbf{s}}_i = \{ \tilde{N}_{\bar{x},i}, \tilde{M}_i, T_{l,i}, T_{r,i} \}^T \text{ und} \quad (2-23)$$

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{V,1} & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{T}_{V,i} & \\ & & & \ddots \\ 0 & & & & \mathbf{T}_{V,n_W} \end{bmatrix} \quad \text{mit } \mathbf{T}_{V,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -\bar{y}_{l,i} & -\bar{y}_{r,i} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-24)$$

Die lokal orientierten Biegemomente der Segmente werden mit (2-25) in das Referenzkoordinatensystem transformiert.

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_\alpha \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \mathbf{s} \quad (2-25)$$

$$\text{mit } \hat{\mathbf{s}} = \{ \hat{\mathbf{s}}_1 \cdots \hat{\mathbf{s}}_i \cdots \hat{\mathbf{s}}_{n_W} \}^T \text{ und } \hat{\mathbf{s}}_i = \{ \tilde{N}_{\bar{x},i}, \tilde{M}_{\bar{y},i}, \tilde{M}_{\bar{z},i}, T_{l,i}, T_{r,i} \}^T. \quad (2-26)$$

Die Drehmatrix \mathbf{T}_α besitzt folgende Bandstruktur, wobei sich die Untermatrizen $\mathbf{T}_{\alpha,i}$ nach den geometrischen Definitionen in Abb. 2-3 ergeben:

$$\mathbf{T}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\alpha,1} & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & \\ & & \mathbf{T}_{\alpha,i} & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & \mathbf{T}_{\alpha,n_W} \end{bmatrix} \text{ mit } \mathbf{T}_{\alpha,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \bar{\alpha}_i & 0 & 0 \\ 0 & \cos \bar{\alpha}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2-27)$$

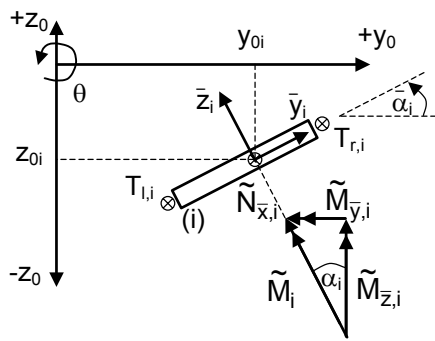


Abb. 2-3 Definition geometrischer Transformationen

Die Verknüpfung der einzelnen Segmente miteinander erfolgt durch die Multiplikation des Kraftgrößenvektors $\hat{\mathbf{s}}$ mit der Zuordnungsmatrix \mathbf{T}_Z :

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_Z \hat{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_Z \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \mathbf{s}. \quad (2-28)$$

$$\text{Darin ist } \dot{\mathbf{s}} = \{ \dot{\mathbf{s}}_1 \cdots \dot{\mathbf{s}}_i \cdots \dot{\mathbf{s}}_{n_W} \dot{\mathbf{s}}_{T,1} \cdots \dot{\mathbf{s}}_{T,k} \cdots \dot{\mathbf{s}}_{T,n_C} \}^T \text{ mit } \dot{\mathbf{s}}_i = \{ \tilde{N}_{\bar{x},i}, \tilde{M}_{\bar{y},i}, \tilde{M}_{\bar{z},i} \}^T. \quad (2-29)$$

Die Zuordnungsmatrix wird für Abb. 2-2 exemplarisch angegeben:

$$\mathbf{T}_Z = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_2 & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_3 & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0}'^T & 1 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 0 \\ \mathbf{0}'^T & 0 & 1 & \mathbf{0}'^T & 1 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 0 \\ \mathbf{0}'^T & 0 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 1 & \mathbf{0}'^T & 1 & 0 \\ \mathbf{0}'^T & 0 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 0 & \mathbf{0}'^T & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ mit } \mathbf{e}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{0}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2-30)$$

Dabei wird die Zuordnungsmatrix so aufgebaut, dass der obere Bereich für die Längskräfte und Biegemomente der Segmente und der untere Bereich für die Kopplungskräfte vorgesehen ist. Mit Hilfe dieser Ordnung ergeben sich wesentliche Vereinfachungen für die abschließende Transformation, bei der die Kraftgrößen auf die entsprechenden lokalen und globalen Bezugsachsen transformiert werden.

$$\mathbf{s}_0 = \mathbf{T}_0 \dot{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_0 \mathbf{T}_Z \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \mathbf{s} = \mathbf{A} \mathbf{s} \quad (2-31)$$

$$\text{mit } \mathbf{s}_0 = \left\{ \tilde{\mathbf{M}}_{y_0}, \tilde{\mathbf{M}}_{z_0}, \tilde{\mathbf{M}}_{b_0}, \tilde{\mathbf{N}}_{\bar{x},1}, \dots, \tilde{\mathbf{N}}_{\bar{x},i}, \dots, \tilde{\mathbf{N}}_{\bar{x},n_W}, T_{\bar{x},1}, \dots, T_{\bar{x},k}, \dots, T_{\bar{x},n_C} \right\}^T, \quad (2-32)$$

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -y_{01} & -z_{01} & \dots & 0 & -y_{0i} & -z_{0i} & \dots & 0 & -y_{0n_W} & -z_{0n_W} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (2-33)$$

\mathbf{I} ist eine Einheitsmatrix mit der Größe $[n_C, n_C]$. Die Koeffizientenmatrix ergibt sich nach (2-31) zu:

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\sin \bar{\alpha}_1 & \cos \bar{\alpha}_1 & \begin{pmatrix} -z_{01} \cos \bar{\alpha}_1 \\ + y_{01} \sin \bar{\alpha}_1 \end{pmatrix} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin \bar{\alpha}_1 \bar{y}_{l,1} & -\cos \bar{\alpha}_1 \bar{y}_{l,1} & \begin{pmatrix} z_{01} \cos \bar{\alpha}_1 \\ -y_{01} \sin \bar{\alpha}_1 \end{pmatrix} \bar{y}_{l,1} & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sin \bar{\alpha}_1 \bar{y}_{r,1} & -\cos \bar{\alpha}_1 \bar{y}_{r,1} & \begin{pmatrix} z_{01} \cos \bar{\alpha}_1 \\ -y_{01} \sin \bar{\alpha}_1 \end{pmatrix} \bar{y}_{r,1} & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\sin \bar{\alpha}_i & \cos \bar{\alpha}_i & \begin{pmatrix} -z_{0i} \cos \bar{\alpha}_i \\ + y_{0i} \sin \bar{\alpha}_i \end{pmatrix} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin \bar{\alpha}_i \bar{y}_{l,i} & -\cos \bar{\alpha}_i \bar{y}_{l,i} & \begin{pmatrix} z_{0i} \cos \bar{\alpha}_i \\ -y_{0i} \sin \bar{\alpha}_i \end{pmatrix} \bar{y}_{l,i} & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sin \bar{\alpha}_i \bar{y}_{r,i} & -\cos \bar{\alpha}_i \bar{y}_{r,i} & \begin{pmatrix} z_{0i} \cos \bar{\alpha}_i \\ -y_{0i} \sin \bar{\alpha}_i \end{pmatrix} \bar{y}_{r,i} & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\sin \bar{\alpha}_{n_W} & \cos \bar{\alpha}_{n_W} & \begin{pmatrix} -z_{0n_W} \cos \bar{\alpha}_{n_W} \\ + y_{0n_W} \sin \bar{\alpha}_{n_W} \end{pmatrix} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sin \bar{\alpha}_{n_W} \bar{y}_{l,n_W} & -\cos \bar{\alpha}_{n_W} \bar{y}_{l,n_W} & \begin{pmatrix} z_{0n_W} \cos \bar{\alpha}_{n_W} \\ -y_{0n_W} \sin \bar{\alpha}_{n_W} \end{pmatrix} \bar{y}_{l,n_W} & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \sin \bar{\alpha}_{n_W} \bar{y}_{r,n_W} & -\cos \bar{\alpha}_{n_W} \bar{y}_{r,n_W} & \begin{pmatrix} z_{0n_W} \cos \bar{\alpha}_{n_W} \\ -y_{0n_W} \sin \bar{\alpha}_{n_W} \end{pmatrix} \bar{y}_{r,n_W} & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-34)$$

Die Gleichgewichts- und Formänderungsbedingungen werden analog (2-4) und (2-5) formuliert:

$$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \text{und} \quad (2-35)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}. \quad (2-36)$$

2.3.3 Materialgesetz

Während beim Fasermodell die Materialbeziehungen durch das einachsige Verhalten der Einzelkomponenten beschrieben werden, führt die gewählte Formulierung zu integralen Beziehungen bezüglich der Segmente. Diese sind numerisch aufwendiger zu beschreiben und in der Regel nicht mathematisch geschlossen formulierbar. Einerseits bieten sich iterative Verfahren an, bei denen die integralen Materialbeziehungen der Segmente belastungsabhängig, z.B. basierend auf dem vorgestellten Fasermodell, angepasst werden. Andererseits sind für viele Aufgabenstellungen zur Zustandsanalyse Vereinfachungen sinnvoll, bei denen von vornherein bilineare Materialbeziehungen zur Anwendung kommen. Für den elastischen Bereich gilt dann:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \mathbf{Q} \mathbf{s}. \quad (2-37)$$

Die Flexibilitätsmatrix \mathbf{Q} erweitert sich gegenüber (2-9) um die Anteile zur Erfassung der Biege- und Schubwiderstände der Segmente EI und der Schubsteifigkeit GA der Verbindungsstellen:

$$\mathbf{Q} = \text{diag} \left[\frac{1}{EA_1}, \frac{1}{EI_1}, \frac{1}{GA_{l,1}}, \frac{1}{GA_{r,1}}, \dots, \frac{1}{EA_i}, \frac{1}{EI_i}, \frac{1}{GA_{l,i}}, \frac{1}{GA_{r,i}}, \dots, \frac{1}{EA_{n_W}}, \frac{1}{EI_{n_W}}, \frac{1}{GA_{l,n_W}}, \frac{1}{GA_{r,n_W}} \right]. \quad (2-38)$$

Aufgrund der groben Diskretisierung der Tragwände in Segmente kann sich auch die Verwendung multilinearer Materialbeziehungen als vorteilhaft erweisen. Damit wird die Möglichkeit gegeben, signifikante Steifigkeitsänderungen der Querschnitte infolge Rissbildung und Plastizierung zu erfassen.

Im Unterschied zu den Fasermodellen, bei denen lediglich die einaxiale Druck- bzw. Zugfestigkeit der Einzelkomponenten begrenzt wird, führt die gewählte Formulierung zu nicht-linearen Interaktionsbeziehungen zwischen der Normalkraft und dem Biegemoment der Segmente, die jedoch durch Linearisierung gut approximiert werden können (s. Abb. 2-4):

$$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}. \quad (2-39)$$

Der Vektor \mathbf{s}_u und die lineare Koeffizientenmatrix \mathbf{A}_P werden wie folgt angegeben:

$$\mathbf{s}_u = \{\mathbf{s}_{u,1}, \dots, \mathbf{s}_{u,i}, \dots, \mathbf{s}_{u,n_W}\}^T \text{ mit } \mathbf{s}_{u,i} = \{b_{i,1}, \dots, b_{i,q}, T_{l,i}^{(+)}, T_{l,i}^{(-)}, T_{r,i}^{(+)}, T_{r,i}^{(-)}\}^T. \quad (2-40)$$

$$\mathbf{A}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{P,1} & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{A}_{P,i} & \\ & & & \ddots \\ \mathbf{0} & & & & \mathbf{A}_{P,n_W} \end{bmatrix} \text{ mit } \mathbf{A}_{P,i} = \begin{bmatrix} a_{i,1,N} & a_{i,1,M} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{i,q,N} & a_{i,q,M} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (2-41)$$

Das konstante Glied \mathbf{s}_u enthält neben den senkrechten Abständen b_i der Interaktionsbedingungen zum Koordinatenursprung auch die zulässigen Übertragungsschubkräfte ($T_{l,i}^{(\pm)}, T_{r,i}^{(\pm)}$) zwischen den Segmenten. Im Linearglied \mathbf{A}_P sind die Richtungsvektoren der Interaktionsbeziehungen zusammengefasst.

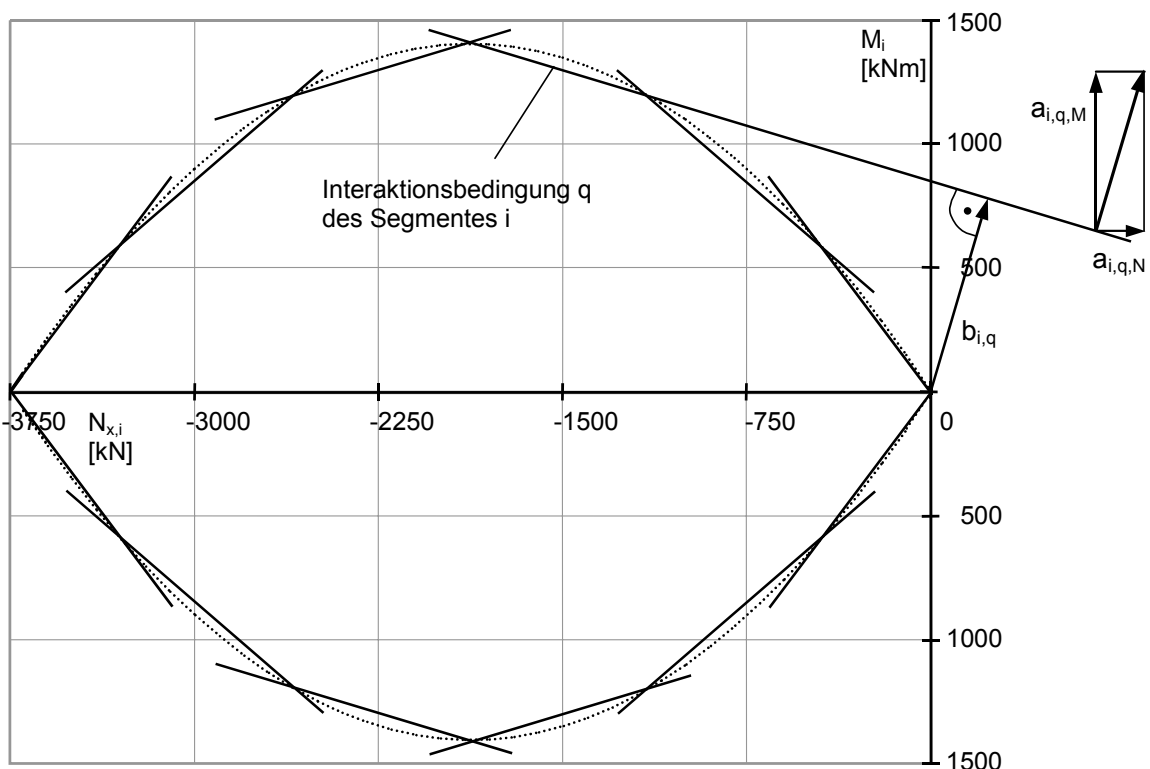


Abb. 2-4 Beispiel für eine linearisierte Fließ- bzw. Bruchbedingung eines unbewehrten Segmentes

Die plastischen Dehnungen ϵ_{pl} ergeben sich entsprechend (2-13). Der Vektor der plastischen Multiplikatoren λ verändert sich wie folgt:

$$\boldsymbol{\lambda} = \{\boldsymbol{\lambda}_1, \dots, \boldsymbol{\lambda}_i, \dots, \boldsymbol{\lambda}_{n_W}\}^T \text{ mit } \boldsymbol{\lambda}_i = \{\lambda_{i,1}, \dots, \lambda_{i,q}, \lambda_{i,i}^{(+)}, \lambda_{i,i}^{(-)}, \lambda_{r,i}^{(+)}, \lambda_{r,i}^{(-)}\}^T. \quad (2-42)$$

Der Vektor der Gesamtdeformationen $\boldsymbol{\varepsilon}$ bleibt entsprechend (2-16) im prinzipiellen Aufbau erhalten. Veränderungen ergeben sich durch die Berücksichtigung der Segmentkrümmung κ_i und der Randdehnungen ($\varepsilon_{\bar{x},l,i}, \varepsilon_{\bar{x},r,i}$):

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{el,i} = \{\varepsilon_{\bar{x},el,i}, \kappa_{el,i}, \varepsilon_{\bar{x},el,l,i}, \varepsilon_{\bar{x},el,r,i}\}^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{pl,i} = \{\varepsilon_{\bar{x},pl,i}, \kappa_{pl,i}, \varepsilon_{\bar{x},pl,l,i}, \varepsilon_{\bar{x},pl,r,i}\}^T \text{ und}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{0,i} = \{\varepsilon_{\bar{x},0,i}, \kappa_{0,i}, \varepsilon_{\bar{x},0,l,i}, \varepsilon_{\bar{x},0,r,i}\}^T. \quad (2-43)$$

2.3.4 Multilineare Materialbeziehungen

Mit den in Abb. 2-4 dargestellten Interaktionsbedingungen eines Segmentes können im Vergleich zum Fasermodell übereinstimmende Ergebnisse bei der Traglastberechnung von Gesamtquerschnitten erzielt werden. Die Genauigkeit ist dabei vom Grad der Linearisierung abhängig. Die Beurteilung der Steifigkeitsverhältnisse im inelastischen Bereich ist hingegen problematisch, da bis zum Erreichen der Interaktionsbedingung die Steifigkeiten der Segmente als konstant angesetzt werden. Um den inneren Kraftgrößen- und Verformungszustand unterhalb der plastischen Grenzlast befriedend zu ermitteln, ist die Berücksichtigung beanspruchungsabhängiger Steifigkeiten notwendig. Dabei besitzt die Biegesteifigkeit in der Regel den größten Einfluss auf das Verformungsverhalten, so dass die Dehn- und Schubsteifigkeiten als konstant angenommen werden. Die beanspruchungsabhängigen Biegesteifigkeiten werden von Momenten-Krümmungsbeziehungen abgeleitet. Der Einsatz multilinearer Beziehungen erweist sich hierbei als vorteilhaft, da wesentliche lokale Steifigkeitsänderungen abgebildet werden können. Die dadurch entstehenden „Knicke“ in der Momenten-Krümmungsbeziehung beschreiben in den Interaktionsdiagrammen Flächen, innerhalb dieser die Biegesteifigkeiten als konstant gelten.

In Abb. 2-5 ist die Abbildung multilinearer Beziehungen durch die Superposition des Verhaltens elastisch plastischer Teilkörper (Tk) dargestellt. Dabei entspricht die Anzahl der „Knicke“ in der Momenten-Krümmungsbeziehung der Anzahl der Interaktionsbedingungen bzw. der Teilkörper mit $i = 1, \dots, n$.

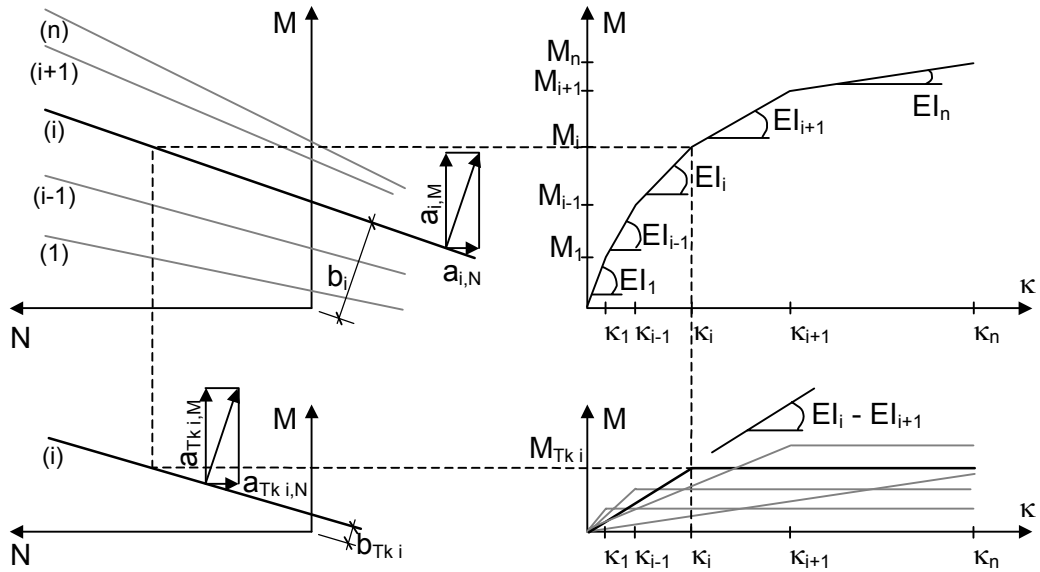


Abb. 2-5 Multilineare Materialbeziehung als Schnittgrößeninteraktion (links) und als Momenten-Krümmungsbeziehung (rechts)

Die mathematischen Zusammenhänge multilinearer Momenten-Krümmungsbeziehungen werden durch die Beziehungen (2-44) bis (2-47) beschrieben.

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_i \\ \vdots \\ M_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \dots + \frac{\kappa_1}{\kappa_i} + \dots + \frac{\kappa_1}{\kappa_n} \\ \vdots \\ 1 + \dots + 1 + \dots + \frac{\kappa_i}{\kappa_n} \\ \vdots \\ 1 + \dots + 1 + \dots + 1 \end{bmatrix} \{M_{TK1} \dots M_{TKi} \dots M_{TKn}\} \quad (2-44)$$

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_i \\ \vdots \\ M_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ a_{1,M} \\ \vdots \\ b_i \\ a_{i,M} \\ \vdots \\ b_n \\ a_{n,M} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_{1,M} \\ \vdots \\ a_i \\ a_{i,M} \\ \vdots \\ a_n \\ a_{n,M} \end{Bmatrix} N \quad (2-45)$$

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{M_1}{EI_1} \\ &\vdots \\ \kappa_i &= \kappa_{i-1} + \frac{M_i - M_{i-1}}{EI_i} \\ &\vdots \\ \kappa_n &= \kappa_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{EI_n} \end{aligned} \quad (2-46)$$

$$r_2 = \frac{EI_1}{EI_2}, \dots, r_i = \frac{EI_1}{EI_i}, \dots, r_n = \frac{EI_1}{EI_n} \quad (2-47)$$

Die Bestimmung der Interaktionsbedingungen, die aus den elastisch plastischen Teilkörpern resultieren, erfolgt durch Einsetzen von (2-45), (2-46) und (2-47) in (2-44) und anschließendem Auflösen nach den Teilkörpermomenten M_{TKi} . Durch weiteres Umformen ergeben sich die Geradengleichungen der Form:

$$a_{TKi,N}(a_{i,N}, a_{i,M}, r_i) N + a_{TKi,M}(a_{i,M}) M_{TKi} = b_{TKi}(b_i, a_{i,M}, r_i). \quad (2-48)$$

Darin sind $a_{i,N}$, $a_{i,M}$ und b_i die Koeffizienten der Interaktionsbedingung i , die den „Knick“ in der Momenten-Krümmungsbeziehung an der Stelle (M_i, κ_i) abbildet. Analoges gilt für die Koeffizienten der Interaktionsbedingung des Teilkörpers i . (s. Abb. 2-5)

Hinreichend genau können Steifigkeitsänderungen bewehrter und unbewehrter Betonquerschnitte unter Anwendung trilinearere Beziehungen abgebildet werden. Für diesen speziellen Fall ergeben sich folgende Koeffizienten:

$$\begin{aligned} a_{TK1,N} &= a_{1,N} \left(1 - \frac{1}{r_2}\right) \\ a_{TK2,N} &= \left(a_{1,N} a_{2,M} \left(\frac{1}{r_2} - 1\right) + a_{2,N} a_{1,M}\right) \left(1 - \frac{r_2}{r_3}\right) \\ a_{TK3,N} &= a_{1,N} a_{2,M} a_{3,M} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{r_2}{r_3}\right) + a_{2,N} a_{1,M} a_{3,M} \left(\frac{r_2}{r_3} - 1\right) + a_{3,N} a_{1,M} a_{2,M} \end{aligned} \quad (2-49)$$

$$\begin{aligned} a_{TK1,M} &= a_{1,M} \\ a_{TK2,M} &= a_{1,M} a_{2,M} \\ a_{TK3,M} &= a_{1,M} a_{2,M} a_{3,M} \end{aligned} \quad (2-50)$$

$$\begin{aligned} b_{TK1} &= b_1 \left(1 - \frac{1}{r_2}\right) \\ b_{TK2} &= \left(b_1 a_{2,M} \left(\frac{1}{r_2} - 1\right) + b_2 a_{1,M}\right) \left(1 - \frac{r_2}{r_3}\right) \\ b_{TK3} &= b_1 a_{2,M} a_{3,M} \left(\frac{1}{r_3} - \frac{r_2}{r_3}\right) + b_2 a_{1,M} a_{3,M} \left(\frac{r_2}{r_3} - 1\right) + b_3 a_{1,M} a_{2,M}. \end{aligned} \quad (2-51)$$

In Abb. 2-6 ist exemplarisch eine trilineare Materialbeziehung mit den zugehörigen elastisch-plastischen Teilkörpern für einen symmetrisch bewehrten Stahlbetonrechteckquerschnitt einer Aussteifungswand angegeben. Die Schnittgrößeninteraktionen werden mit dem Fasermmodell ermittelt. Dabei wird die Bruchbedingung aus der plastischen Traglast des Querschnittes abgeleitet. Die Fließbedingung entspricht denjenigen Schnittgrößenkombinationen, bei denen die konzentrierte Bewehrung zu fließen beginnt. Die RisschnittgröÙe wird für einen Beanspruchungszustand definiert, bei dem eine Betonfaser positive Dehnungen aufweist. Diese Definitionen werden im Allgemeinen für bewehrte Rechteckquerschnitte ohne gleichmäßig verteilter Randbewehrung gewählt. Die Transformation der Schnittgrößeninteraktionen in Momenten-Krümmungsdiagramme (schwarze

Kurven) zeigt, das sich teilweise erhebliche Abweichungen zu den Kurven ergeben, die unter Verwendung des Fasermodells ermittelt werden (graue Kurven).

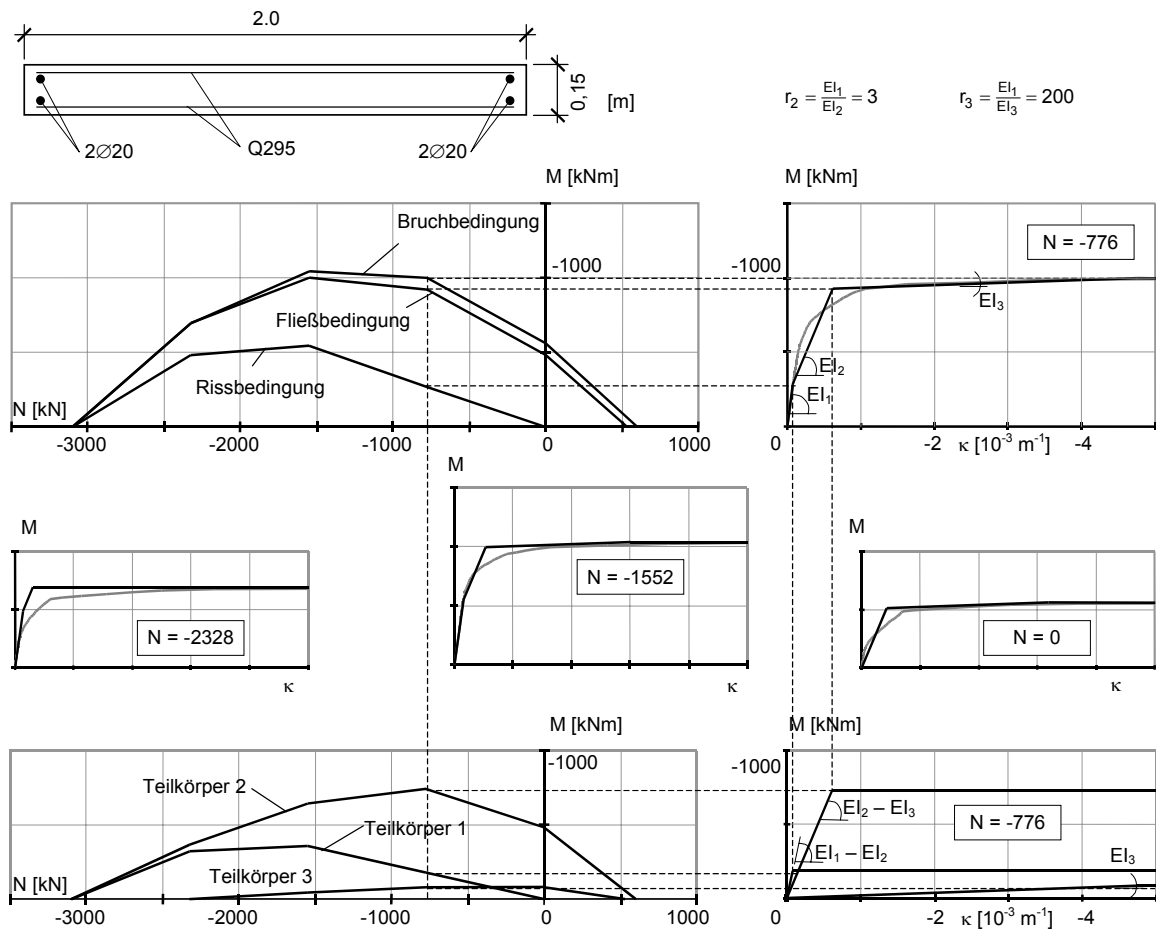


Abb. 2-6 Riss-, Fließ- und Bruchbedingung für einen symmetrisch bewehrten, rechteckigen Stahlbetonquerschnitt

In Abb. 2-7 sind die Schnittgrößeninteraktionen den vorhandenen Momenten-Krümmungsbeziehungen gegenüber denen in Abb. 2-6 besser angepasst. Es zeigt sich bei dem hier untersuchten Querschnitt mit einer gleichmäßig verteilten Randbewehrung, dass die signifikanten Änderungen der Biegesteifigkeit nicht ausschließlich auf die Betonrissbildung und Plastizierung der konzentrierten Bewehrung zurückzuführen sind. Beispielsweise erreichen schon in den oberen Normalkraftbereichen einige Betonfasern die einaxiale Druckfestigkeit, bevor der Querschnitt aufreißt, so dass sich die Biegesteifigkeit vor dem Erreichen der Rissbildungsschnittgröße wesentlich verringert. In den unteren Normalkraftbereichen hingegen ist der Biegesteifigkeitsverlust nach dem Betonaufreißen bis zu dem Punkt vernachlässigbar gering, an dem die ersten Fasern der gleichmäßig verteilten Randbewehrung die Fließgrenze erreichen.

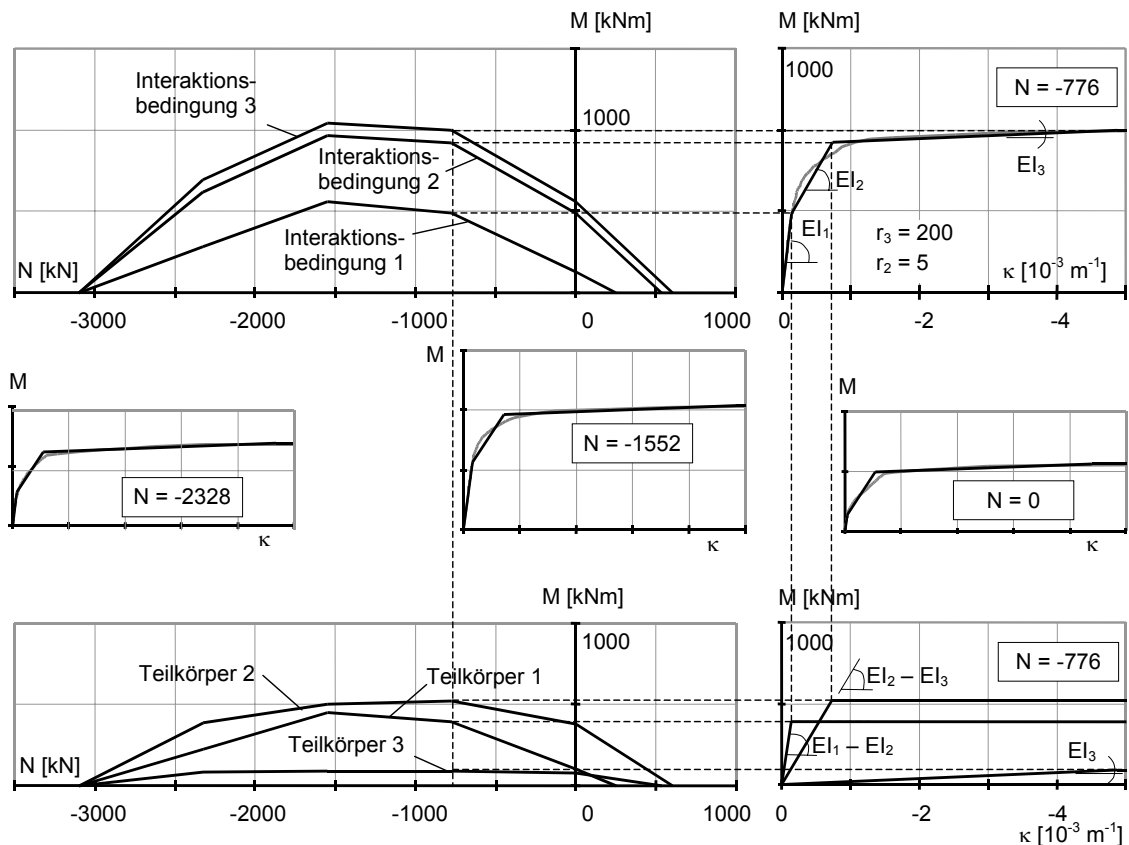


Abb. 2-7 Angepasste Interaktionsbedingungen für einen symmetrisch bewehrten, rechteckigen Stahlbetonquerschnitt

2.4 Analyse von Aussteifungssystemen auf der Grundlage des Segmentmodells

Die Anwendung eines Berechnungsmodells zur Querschnittsanalyse auf die Untersuchung unsymmetrisch angeordneter Aussteifungssysteme wird in [72, 76] beschrieben. Der dort gewählte Ansatz geht von der Annahme aus, gegliederte Tragwände als Gesamtquerschnitte zu betrachten und diese mit Hilfe der Hauptbiegemomente zu beschreiben. In diesem Zusammenhang ist die Bestimmung der Hauptträgheitsachsen und -momente sowie der Schubmittelpunkte notwendig, die sich im Einzelfall als numerisch aufwendig erweisen kann. Das Materialverhalten wird bilinear abgebildet.

Die Aufbereitung des Segmentmodells zur Analyse von Aussteifungssystemen liefert hingegen die Vorteile einer einfacheren Bestimmung von Querschnitts- und Geometriewerten. Ferner erweist sich die Beschreibung physikalisch nichtlinearer Effekte durch die Verwendung multilinearer Materialbeziehungen der Segmente als wirklichkeitsnäher.

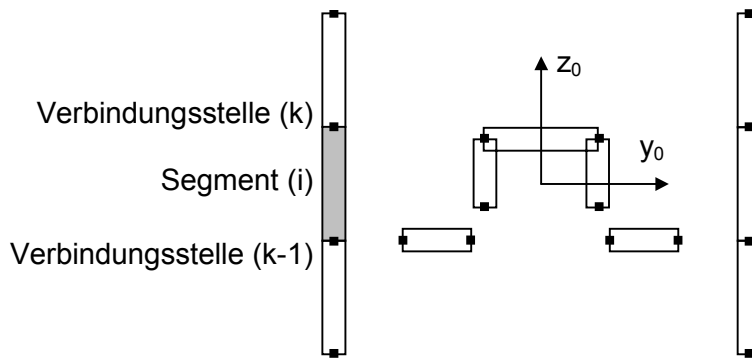


Abb. 2-8 Exemplarische Segmentdiskretisierung eines Geschossquerschnittes

Das Gesamttragwerk wird auf den zu untersuchenden Geschossquerschnitt reduziert. Die Diskretisierung in Segmente ist exemplarisch in Abb. 2-8 dargestellt. An Ersatzsystemen werden die resultierenden Einwirkungen vorausbestimmt und im Lastvektor \mathbf{f} zusammengefasst. Dabei werden die horizontalen Beanspruchungen, z.B. aus Wind, an einem eingespannten Stab und die vertikalen Beanspruchungen, z.B. aus Deckeneigenlast, an einem Plattensystem ermittelt. Gegenüber der Betrachtung von Einzelquerschnitten bleibt der Aufbau der Vektoren und Operatoren (2-18) bis (2-43) unverändert. Die Beschreibung, welche Segmente miteinander gekoppelt sind, wird durch die Zuordnungsmatrix \mathbf{T}_Z gesteuert.

Dieses Berechnungsmodell wird infolge der geringen Anzahl von Unbekannten und der einfachen Handhabung zur Vorbemessung der Haupttragglieder und zu Voruntersuchungen im physikalisch nichtlinearen Bereich vorgeschlagen. Die Genauigkeit bei der Schnittgrößenverteilung gegenüber räumlichen Berechnungen steigt mit der Schlankheit der Aussteifungswände, da die Querkraftverformung der Einzeltragglieder vernachlässigt wird.

3 Diskretes Berechnungsmodell zur Tragwerksanalyse

3.1 Inhalt und Annahmen

Im Abschnitt 3 werden die mechanischen Grundbeziehungen zur Erfassung des Tragverhaltens räumlich unsymmetrisch angeordneter Aussteifungssysteme entwickelt. Das Berechnungsmodell basiert auf der konsequenten Weiterentwicklung des im Abschnitt 2.3 vorgestellten Segmentmodells.

Dem Berechnungsmodell liegen in Ergänzung zu Abschnitt 2.1 folgende Annahmen zugrunde:

- Die Verschiebungen sind klein gegenüber den Abmessungen der Hauptgeometrie.
- Das Material verhält sich elastisch-plastisch.
- Die Fließfunktionen werden im Raum der Schnittgrößen formuliert und liegen in linearer oder linearisierter Form vor.
- Die plastischen Verformungen treten in konzentrierten plastischen Gelenken an den Elementrändern auf. Dazwischenliegende Tragwerksbereiche verhalten sich elastisch.
- Die Querschnitts- und Werkstoffeigenschaften der Stabelemente bleiben entlang der Stabachse konstant.
- Die Verformungen infolge Schubspannungen aus primären Torsionsmomenten werden vernachlässigt.

3.2 Elementierung und Bezugssystem

Die diskrete Tragwerksbeschreibung von Aussteifungssystemen, deren Tragwände als schlank gelten, wird mit hinreichender Genauigkeit durch stabförmige Strukturelemente vorgenommen. Die Diskretisierung wird so gewählt, dass gegliederte Aussteifungselemente sowohl in Stablängsrichtung als auch im Stabquerschnitt unterteilt werden. Es ergeben sich n_W Tragwände (Segmente), deren innere Kraftgrößenzustände in Abhängigkeit elementbezogener Basen $(\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i)$ definiert werden. Entsprechend der Diskretisierung werden die Elementränder über n_N Knoten in Längsrichtung und über n_C Verbindungsstellen in Querrichtung miteinander gekoppelt.

Unter der Annahme, dass die äußere Horizontalbelastung nur über die Decken in die Tragwände eingeleitet werden, erfolgt eine geschoßhohe Elementierung. Die Knoten liegen in n_D Deckenebenen, welche die Einzeltragwände zu einer Gesamtwirkung miteinander verbinden. Unter der Voraussetzung eines dehnstarrten aber biegeweichen Decken-tragverhaltens (Diaphragmenwirkung) wird eine Referenzsachse (x_0, y_0, z_0) definiert, auf der die globalen Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbedingungen bezogen werden. (s. Abb. 3-1)

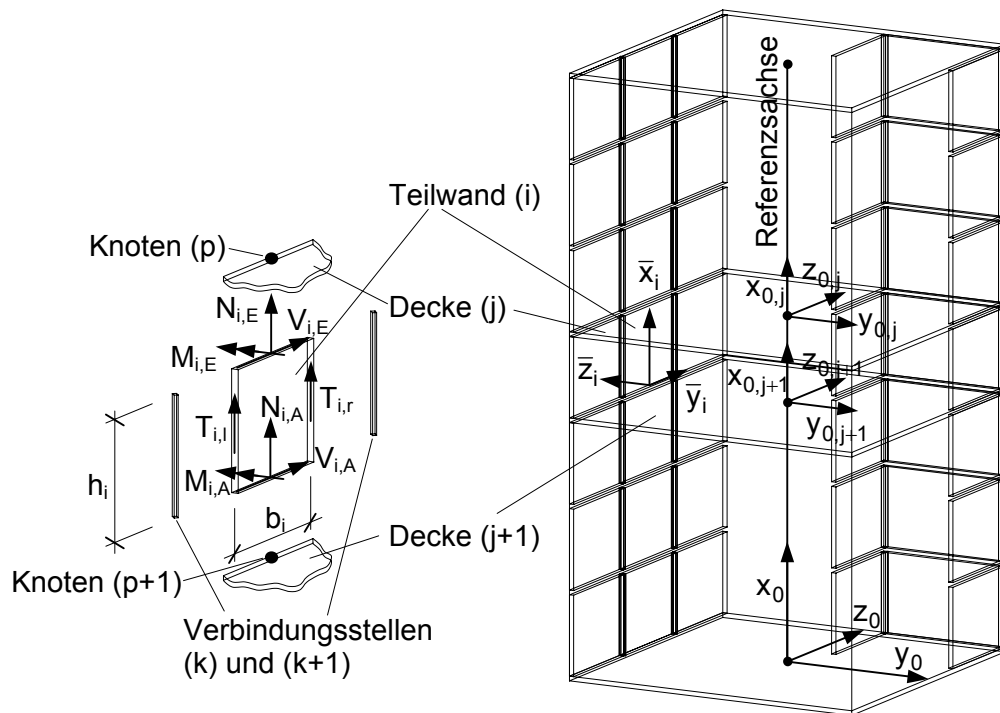


Abb. 3-1 Diskretes Tragwerksmodell und Detaildarstellung einer Tragwand (Segment)

Mit der Berücksichtigung der Verbindungsstellen wird eine Möglichkeit bereitgestellt, verschiedene vertikale Interaktionen benachbarter Tragwände einheitlich zu erfassen. In diesem Zusammenhang können Schubflüsse infolge kontinuierlicher Kopplung oder Schubkräfte infolge diskreter Kopplung abgebildet werden.

Verbindungen benachbarter Tragwände durch Riegel oder Diagonalverbände werden näherungsweise als „äquivalente Schubleche“ abgebildet, in denen entsprechend der Kontinuummethode ausschließlich Schubkräfte wirken. Für die Bestimmung wirklichkeitsnaher Berechnungsergebnisse sind genaue Kenntnisse über die Lage der resultierenden Schubkraft und die Größe der äquivalenten Schubsteifigkeit notwendig.

Alternativ können im Berechnungsmodell diskrete Kopplungselemente verwendet werden, deren Randschnittgrößen in der vorliegenden Arbeit auf die Knoten der angeschlossenen Tragwände transformiert werden, so dass der Schnittgrößenzustand der benachbarten

Tragelemente nicht gestört wird. Mit dieser Modellierung können viele in der Praxis vorkommende Konstruktionen abgebildet werden. Prinzipiell ist die Verknüpfung von Kopplungselementen entlang des Elementrandes möglich, die dann wie eine diskrete Randstörung zu behandeln sind.

Der Zusammenhang zwischen den inneren und äußeren Zustandsvariablen wird mit Hilfe von Transformationsvorschriften hergestellt. Eine ausführliche Darstellung erfolgt im Anschluss für die Verknüpfung der inneren und äußeren Kraftgrößen (Gleichgewichtsbedingung). Analog kann die Kopplung der inneren und äußeren Weggrößen vorgenommen werden (Verträglichkeitsbedingung).

3.3 Beziehung zwischen Stabschnittgrößen und Kraftgrößen der Knoten bzw. der Verbindungsstellen

Sofern zusammengesetzte Tragwände durch ihre Einzelwände (Segmente) beschrieben werden, ist die Verträglichkeit an den Elementkanten mit Hilfe von Randstörungskräften sicherzustellen. In diesem Zusammenhang wird ein erweitertes Stabelement vorgestellt, das kontinuierliche und diskrete Kopplungen durch die Randschubkräfte $T_{i,l}$ und $T_{i,r}$ einheitlich abbildet.

In den weiteren Darstellungen werden alle Tragelemente mit diesem finiten Stabelement modelliert, unabhängig vom Vorhandensein der Randstörungen. Nichtbenötigte seitliche Freiheitsgrade, z.B. bei ungekoppelten Tragwänden, diskreten Riegeln oder Verbänden, können später aus den Problemmatrizen eliminiert werden.

Für ein Tragelement (i) werden die vollständigen Stabschnittgrößen $\tilde{\mathbf{s}}$ in (3-1) und die unabhängigen Stabschnittgrößen $\bar{\mathbf{s}}$ in (3-2) angegeben:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \left\{ \tilde{\mathbf{s}}_1 \cdots \tilde{\mathbf{s}}_i \cdots \tilde{\mathbf{s}}_{n_w} \right\}^T \quad \text{mit } \tilde{\mathbf{s}}_i = \left\{ N_{i,A} \ V_{i,A} \ M_{i,A} \ N_{i,E} \ V_{i,E} \ M_{i,E} \ T_{i,l} \ T_{i,r} \right\}^T \quad \text{und} \quad (3-1)$$

$$\bar{\mathbf{s}} = \left\{ \bar{\mathbf{s}}_1 \cdots \bar{\mathbf{s}}_i \cdots \bar{\mathbf{s}}_{n_w} \right\}^T \quad \text{mit } \bar{\mathbf{s}}_i = \left\{ N_{i,A} \ M_{i,A} \ M_{i,E} \ T_{i,l} \ T_{i,r} \right\}^T. \quad (3-2)$$

Die unbekanntenen Kraftgrößenvektoren $\tilde{\mathbf{s}}$ und $\bar{\mathbf{s}}$ werden mit Hilfe der Transformationsmatrix \mathbf{T}_V miteinander verknüpft:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_V \bar{\mathbf{s}} \quad (3-3)$$

$$\mathbf{T}_V = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{V,1} & & & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & & & \\ & & \mathbf{T}_{V,i} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ \mathbf{0} & & & & & & \mathbf{T}_{V,n_w} \\ & & & & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \text{ mit } \mathbf{T}_{V,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_i^{-1} & h_i^{-1} & -\bar{y}_{i,l} \cdot h_i^{-1} & -\bar{y}_{i,r} \cdot h_i^{-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -h_i^{-1} & -h_i^{-1} & \bar{y}_{i,l} \cdot h_i^{-1} & \bar{y}_{i,r} \cdot h_i^{-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

Der Aufbau der Matrix \mathbf{T}_V ist von der abzubildenden Randstörung unabhängig. Verteilte Schubflüsse werden über die Elementhöhe integriert und wie diskret wirkende Rand Schubkräfte in den Unbekanntenvektoren $\tilde{\mathbf{s}}$ und $\bar{\mathbf{s}}$ berücksichtigt (s. Abb. 3-2).

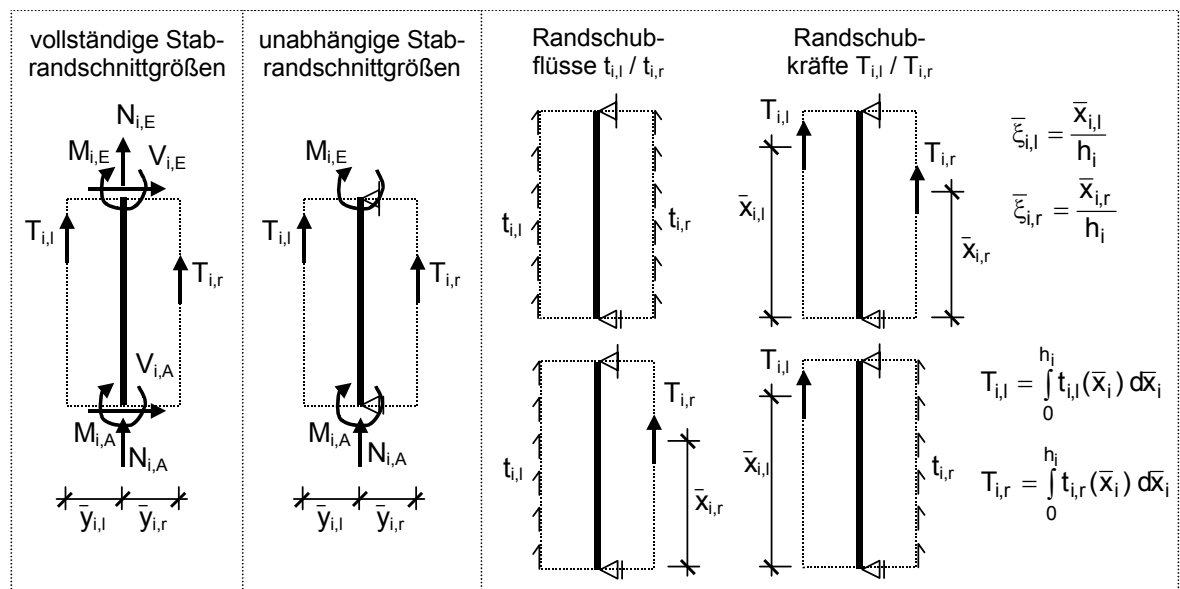


Abb. 3-2 Vollständige und unabhängige Stabrandchnittgrößen und Darstellung ausgewählter Randstörungen

Zur Formulierung der Gleichgewichtsbeziehungen werden die Stabrandkräfte $N_{i,A}$, $V_{i,A}$, $N_{i,E}$ und $V_{i,E}$ mit Hilfe der Drehmatrix \mathbf{T}_α in das Koordinatensystem der Referenzachse transformiert. Die übrigen Kraftgrößen in $\tilde{\mathbf{s}}$ bzw. $\bar{\mathbf{s}}$ bleiben lokal orientiert.

$$\mathbf{S} = \mathbf{T}_\alpha \tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \bar{\mathbf{s}} \quad (3-5)$$

mit $\mathbf{S} = \{ \mathbf{s}_1 \dots \mathbf{s}_i \dots \mathbf{s}_{n_w} \}^T$

$$\text{und } \mathbf{s}_i = \{ s_{x_0,i,A} \ s_{y_0,i,A} \ s_{z_0,i,A} \ s_{\varphi,i,A} \ s_{x_0,i,E} \ s_{y_0,i,E} \ s_{z_0,i,E} \ s_{\varphi,i,E} \ s_{\bar{x},i,l} \ s_{\bar{x},i,r} \}^T \quad (3-6)$$

Die Matrix \mathbf{T}_α besitzt folgende Bandstruktur:

$$\mathbf{T}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\alpha,1} & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & \\ & & \mathbf{T}_{\alpha,i} & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & \mathbf{T}_{\alpha,n_w} \end{bmatrix}. \quad (3-7)$$

Die Untermatrizen $\mathbf{T}_{\alpha,i}$ haben die allgemeine Form:

$$\mathbf{T}_{\alpha,i} = \begin{bmatrix} \cos(x_0 \bar{x}_i) & \cos(x_0 \bar{y}_i) & 0 \\ \cos(y_0 \bar{x}_i) & \cos(y_0 \bar{y}_i) & 0 \\ \cos(z_0 \bar{x}_i) & \cos(z_0 \bar{y}_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ & \cos(x_0 \bar{x}_i) & \cos(x_0 \bar{y}_i) & 0 \\ & \cos(y_0 \bar{x}_i) & \cos(y_0 \bar{y}_i) & 0 \\ & \cos(z_0 \bar{x}_i) & \cos(z_0 \bar{y}_i) & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \\ & & & & 10 \\ & & & & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-8)$$

Dabei bezeichnet $\cos(x_0, \bar{x}_i)$ den Richtungskosinus zwischen der Referenzachse (x_0) und der lokalen Tragwandlängsachse (\bar{x}_i). Die übrigen Winkel ergeben sich in analoger Weise. In der Vorschrift (3-5) werden nur diskrete Riegel und Verbände erfasst, die mit den angeschlossenen Tragwänden den selben Richtungswinkel in der y_0 - z_0 Ebene annehmen (s. Abb. 3-3).

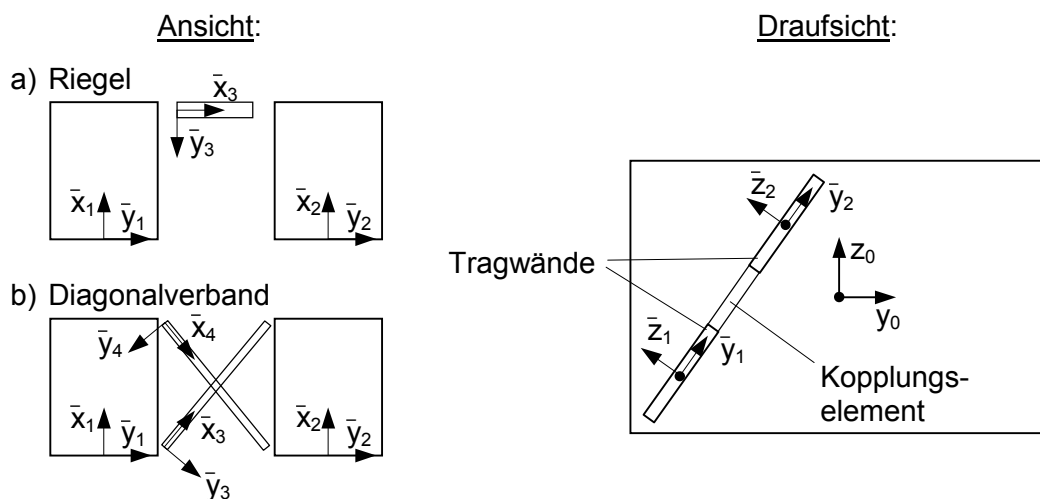


Abb. 3-3 Tragwerksmodellierung zur Kopplung von Tragwänden mit

- a) diskreten Riegeln und
- b) Diagonalverbänden

Für die Beschreibung senkrechter Tragwände beschränkt sich die Drehtransformation auf die y_0 - z_0 Ebene. Die allgemeine Drehmatrix (3-8) vereinfacht sich zu:

$$T_{\alpha,i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \bar{\alpha}_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \bar{\alpha}_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & \cos \bar{\alpha}_i & 0 \\ & & & 0 & \sin \bar{\alpha}_i & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

In Abb. 3-4 wird die Transformation der Elementrandschnittgrößen in die zugehörigen Bezugssysteme räumlich dargestellt. Die Draufsicht zeigt die Definition des Winkels $\bar{\alpha}_i$ und gibt die Zerlegung der Randquerkräfte $V_{i,A}$ und $V_{i,E}$ an, die mit den Decken (j) und (j+1) korrespondieren.

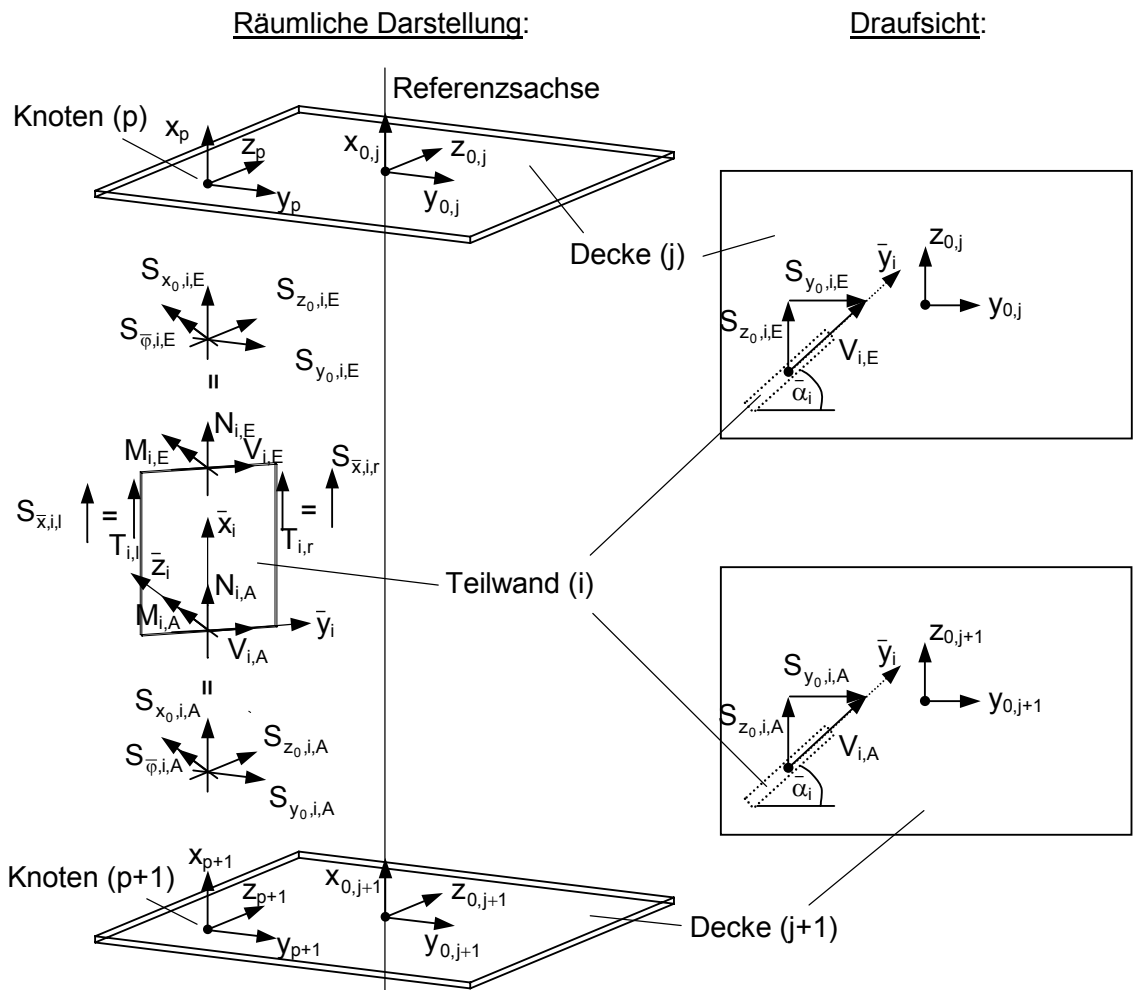


Abb. 3-4 Transformation der Elementrandschnittgrößen

Die Elementrandschnittgrößen in \mathbf{S} werden durch Multiplikation mit der Zuordnungsmatrix \mathbf{T}_Z mit den benachbarten Knoten bzw. seitlichen Verbindungsstellen verknüpft und dem Kraftgrößenvektor $\dot{\mathbf{S}}$ zugeordnet:

$$\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{T}_Z \mathbf{S} = \mathbf{T}_Z \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \bar{\mathbf{s}} \quad (3-10)$$

$$\text{mit } \dot{\mathbf{S}} = \left\{ \dot{\mathbf{s}}_1 \dots \dot{\mathbf{s}}_p \dots \dot{\mathbf{s}}_{n_N} \dot{\mathbf{s}}_T \right\}^T$$

$$\text{und } \dot{\mathbf{s}}_p = \left\{ \dot{s}_{x_0,p} \dot{s}_{y_0,p} \dot{s}_{z_0,p} \dot{s}_{\bar{\varphi},p} \right\}^T, \quad \dot{\mathbf{s}}_T = \left\{ \dot{s}_{T,1} \dots \dot{s}_{T,k} \dots \dot{s}_{T,n_C} \right\}^T. \quad (3-11)$$

Die Zuordnungsmatrix \mathbf{T}_Z wird für zwei Teilwände, die durch eine Vertikalfuge miteinander verbunden sind (s. Abb. 3-5), exemplarisch angegeben:

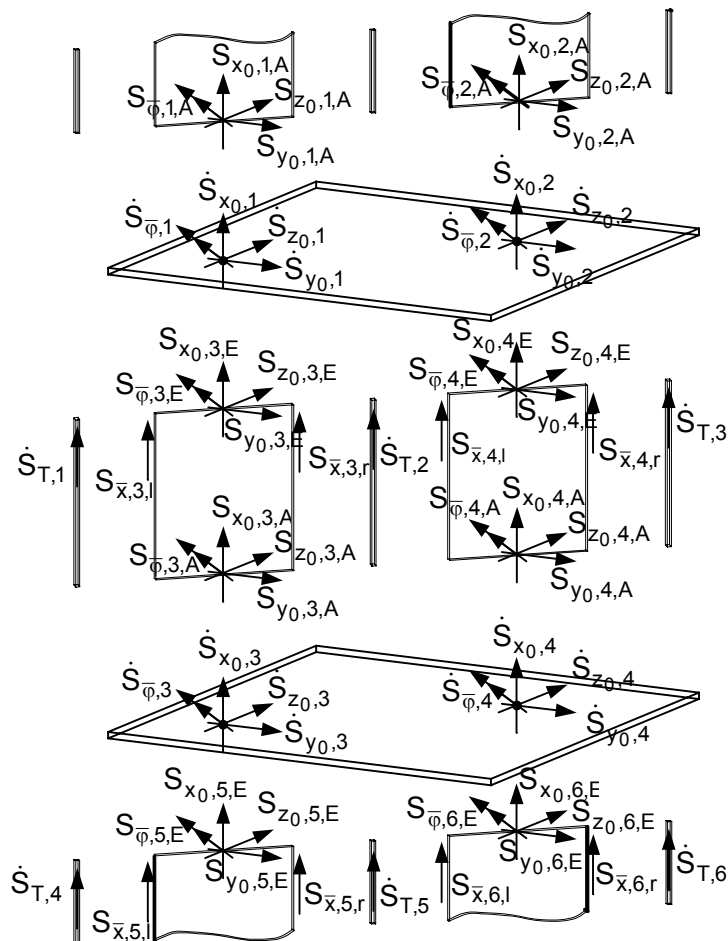


Abb. 3-5 Detaildarstellung einer zusammengesetzten Tragwand

$$\mathbf{T}_Z = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{1,A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{e}_{3,E} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_{2,A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{e}_{4,E} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_{3,A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{e}_{5,E} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_{4,A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}' & \mathbf{0}' & \mathbf{e}_{6,E} \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

mit $\mathbf{e}_{i,A} = \mathbf{e}_{i,E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{0}' = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$. (3-12)

Für die Berücksichtigung von diskreten Kopplungselementen ist der Matrizenaufbau analog (3-12). Allerdings sind die Untermatrizen $\mathbf{e}_{i,A}$ und $\mathbf{e}_{i,E}$ so zu verändern, dass der außermittige Kraftgrößenanschluss berücksichtigt wird. Exemplarisch ist dieser Sachverhalt für einen Diagonalenverband in Abb. 3-6 dargestellt.

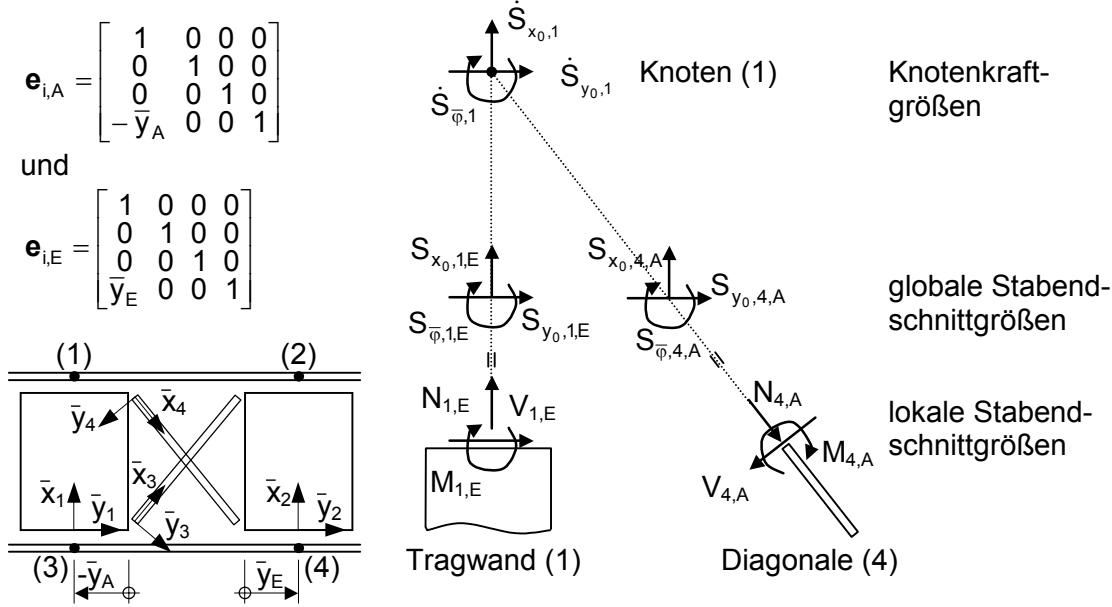


Abb. 3-6 Tragwand-Diagonalen-Anschluss und Detaildarstellung des Knotens (1)

Die Zuordnungsmatrix \mathbf{T}_Z wird so aufgebaut, dass der obere Teil für die Knoten und der untere Teil für die Verbindungsstellen vorgesehen ist. Die Knoten, die in einer Deckenebene liegen, werden zeilenweise unmittelbar untereinander gespeichert. Mit dieser Vor-

gehensweise ergeben sich Vorteile in der Verallgemeinerung der folgenden Transformationsvorschrift, bei der die Diaphragmenwirkung berücksichtigt wird. Mit Hilfe der Matrix \mathbf{T}_0 werden die horizontalen Knotenkräfte auf die Referenzachse übertragen. Die Kraftgrößen $\dot{S}_{x_0,p}$ und $\dot{S}_{\bar{\varphi},p}$ sind weiterhin dem Knoten p zugeordnet, während die Kraftgröße $\dot{S}_{T,k}$ auf die Verbindungsstelle (k) bezogen bleibt. Im resultierenden Vektor $\bar{\mathbf{S}}$ werden die Torsionsmomente S_θ berücksichtigt, die sich aus der außermittigen Wirkung der horizontalen Knotenkräfte bezogen auf die Referenzachse ergeben.

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{T}_0 \dot{\mathbf{S}} \quad (3-13)$$

$$\text{mit } \bar{\mathbf{S}} = \{ \bar{\mathbf{S}}_1 \cdots \bar{\mathbf{S}}_j \cdots \bar{\mathbf{S}}_{n_D} \bar{\mathbf{S}}_T \}^T$$

$$\text{und } \bar{\mathbf{S}}_j = \{ S_{y_{0,j}} \ S_{z_{0,j}} \ S_{\theta_{0,j}} \ S_{x_{0,1..p..n_{Wj}}} \ S_{\bar{\varphi},1..p..n_{Wj}} \}^T, \quad \bar{\mathbf{S}}_T = \{ S_{T,1} \cdots S_{T,k} \cdots S_{T,n_C} \}^T. \quad (3-14)$$

Die Transformationsmatrix \mathbf{T}_0 besitzt folgende Bandstruktur:

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{0,1} & & & & & & & & & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & & & & & & & & & \\ & & \mathbf{T}_{0,j} & & & & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & & & & \\ & & & & \mathbf{T}_{0,n_D} & & & & & & & & \\ \mathbf{0} & & & & & & & & & & & & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3-15)$$

mit

$$\mathbf{T}_{0,j} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -z_{01} & y_{01} & 0 & \cdots & 0 & -z_{0p} & y_{0p} & 0 & \cdots & 0 & -z_{0n_{Wj}} & y_{0n_{Wj}} & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3-16)$$

In der Matrix \mathbf{T}_0 sind z_{0p} und y_{0p} die Koordinaten bezogen auf die Referenzachse (x_0, y_0, z_0) zum Knoten p . Der Index n_{Wj} bedeutet die Anzahl der Knoten in der Deckenebene (j), an denen Teilwände angeschlossen sind. \mathbf{I} ist eine Einheitsmatrix der Größe $[n_c, n_c]$.

Damit ergibt sich ein Zusammenhang zwischen den unabhängigen lokalen Stabrand-schnittgrößen $\bar{\mathbf{s}}$ der Einzeltragelemente und dem Kraftgrößenvektor $\bar{\mathbf{S}}$ des Gesamtsystems:

$$\bar{\mathbf{S}} = \mathbf{T}_0 \mathbf{T}_Z \mathbf{T}_\alpha \mathbf{T}_V \bar{\mathbf{s}} = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{s}}. \quad (3-17)$$

3.4 Beziehung zwischen Stabrandverformungen und Verformungen der Knoten bzw. der Verbindungsstellen

Die dualen Zustandsvariablen, die zu den Stabrand-schnittgrößen $\tilde{\mathbf{s}}$ und $\bar{\mathbf{s}}$ gehören, werden im Vektor der vollständigen Stabrandverformungen $\tilde{\mathbf{u}}$ und im Vektor der unabhängigen Stabrandverformungen $\bar{\mathbf{\epsilon}}$ gespeichert:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \{ \tilde{\mathbf{u}}_1 \dots \tilde{\mathbf{u}}_i \dots \tilde{\mathbf{u}}_{n_w} \}^T \quad \text{mit } \tilde{\mathbf{u}}_i = \{ u_{\bar{x},i,A} \ u_{\bar{y},i,A} \ u_{\bar{\varphi},i,A} \ u_{\bar{x},i,E} \ u_{\bar{y},i,E} \ u_{\bar{\varphi},i,E} \ u_{\bar{x},i,r} \ u_{\bar{x},i,r} \}^T \quad \text{und} \quad (3-18)$$

$$\bar{\mathbf{\epsilon}} = \{ \bar{\epsilon}_1 \dots \bar{\epsilon}_i \dots \bar{\epsilon}_{n_w} \}^T \quad \text{mit } \bar{\epsilon}_i = \{ \Delta u_{\bar{x},i} \ \tau_{i,A} \ \tau_{i,E} \ \Delta u_{\bar{x},i,l} \ \Delta u_{\bar{x},i,r} \}^T. \quad (3-19)$$

Für die Weggrößen gelten prinzipiell die Transformationsvorschriften, die im Abschnitt 3.3 vorgestellt wurden. Mit Hilfe der Transformationsmatrix \mathbf{T}_V werden die Stabrandverformungen $\tilde{\mathbf{u}}$ und $\bar{\mathbf{\epsilon}}$ miteinander verknüpft:

$$\bar{\mathbf{\epsilon}} = \mathbf{T}_V^T \tilde{\mathbf{u}}. \quad (3-20)$$

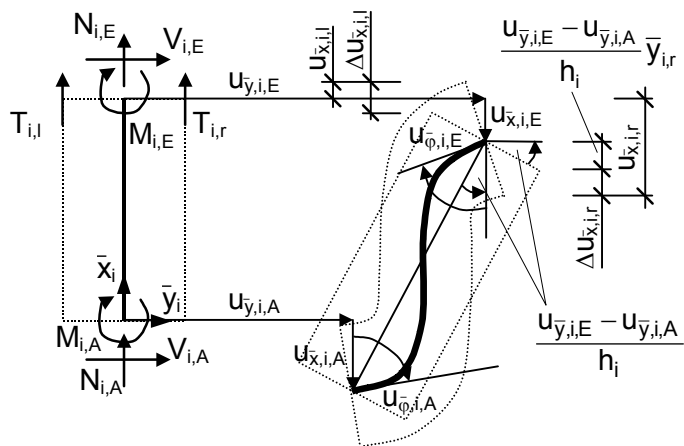


Abb. 3-7 Vollständige Stabrand-schnittgrößen und -verformungen einer Tragwand (Segment), Interpretation der Randverformungen am Beispiel einer diskreten Kopplung am Stabende

In Abb. 3-7 sind die vollständigen dualen Zustandsvariablen dargestellt. Die Verformungen $u_{\bar{x},i,l}$ und $u_{\bar{x},i,r}$ sind auf den linken bzw. rechten Rand bezogene Verschiebungen und müssen entsprechend der abzubildenden Randstörung interpretiert werden.

Die Verformungen des Gesamtsystems werden im Vektor $\bar{\mathbf{u}}$ zusammengefasst:

$$\bar{\mathbf{u}} = \{ \bar{\mathbf{u}}_1 \cdots \bar{\mathbf{u}}_j \cdots \bar{\mathbf{u}}_{n_D} \bar{\mathbf{u}}_T \}^T \quad (3-21)$$

$$\text{mit } \bar{\mathbf{u}}_j = \{ u_{y_{0,j}} \ u_{z_{0,j}} \ u_{\theta_{0,j}} \ u_{x_{0,1..p..n_{Wj}}} \ u_{\bar{\varphi},1..p..n_{Wj}} \}^T, \quad \bar{\mathbf{u}}_T = \{ u_{T,1} \cdots u_{T,k} \cdots u_{T,n_C} \}^T. \quad (3-22)$$

Die Verträglichkeitsbedingung verknüpft die inneren Weggrößen $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$ mit den äußeren Weggrößen $\bar{\mathbf{u}}$:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{T}_V^T \mathbf{T}_\alpha^T \mathbf{T}_Z^T \mathbf{T}_0^T \bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{u}}. \quad (3-23)$$

3.5 Beziehung zwischen Elementrandschnittgrößen und Elementschnittgrößen

Die Beziehung zwischen Elementrandschnittgrößen und Elementschnittgrößen werden je nach abzubildender Randstörung über konstante und lineare Ansatzfunktionen beschrieben. Die Steifigkeiten der Tragglieder gelten als abschnittsweise konstant. Exemplarisch wird der funktionelle Zusammenhang zwischen Elementrandvariablen und Elementvariablen für einen gleichmäßig verteilten Schubfluss $t_{i,l}$ und $t_{i,r}$ (s. Abb. 3-8) angegeben, wobei die Vorzeichenkonvention den üblichen Festlegungen des Weggrößenverfahrens entspricht.

$$N_i(\bar{x}_i) = -N_{i,A} - \frac{\bar{x}_i}{h_i} (T_{i,l} + T_{i,r}) \quad (3-24)$$

$$M_i(\bar{x}_i) = \left(1 - \frac{\bar{x}_i}{h_i} \right) M_{i,A} - \frac{\bar{x}_i}{h_i} M_{i,E}. \quad (3-25)$$

$$V_i(\bar{x}_i) = \frac{M_{i,A} + M_{i,E}}{h_i} - \frac{1}{h_i} (T_{i,l} \bar{y}_{i,l} + T_{i,r} \bar{y}_{i,r}) \quad (3-26)$$

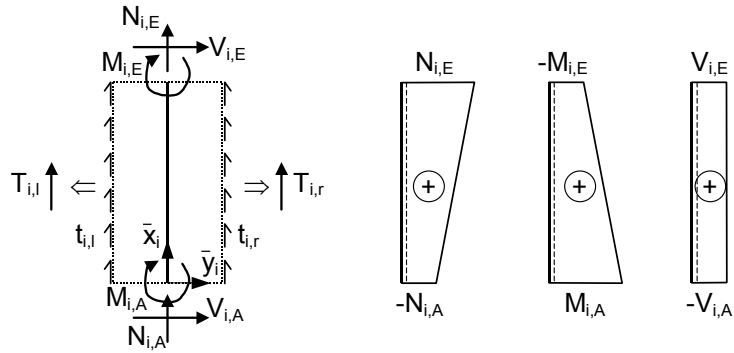


Abb. 3-8 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für gleichmäßig verteilte Randschubflüsse $t_{i,l}$ und $t_{i,r}$

Für ausgewählte Randstörungen werden die Zusammenhänge zwischen den Variablen an den Elementrändern und im Elementinnern in Abb. 3-9 und 3-10 angegeben. Analog werden diejenigen Fälle behandelt, die sich durch Spiegelung um die \bar{x}_i -Achse ergeben.

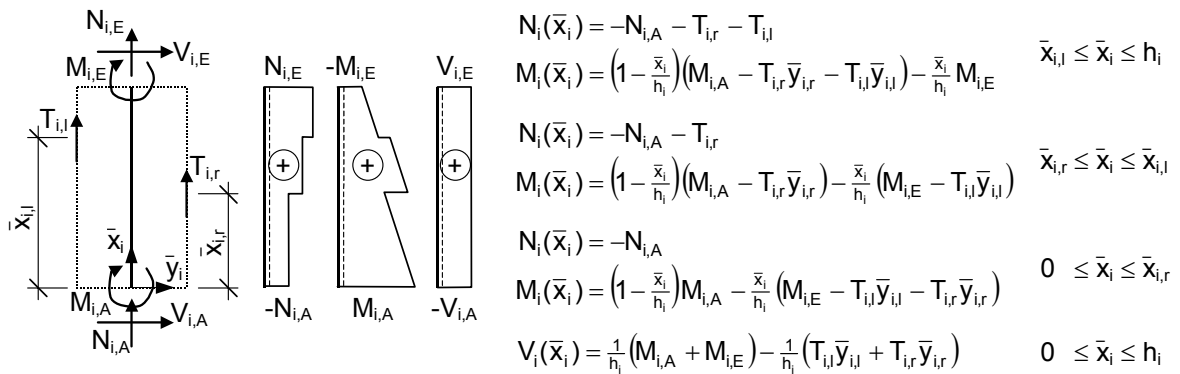


Abb. 3-9 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für diskrete Randstörungen

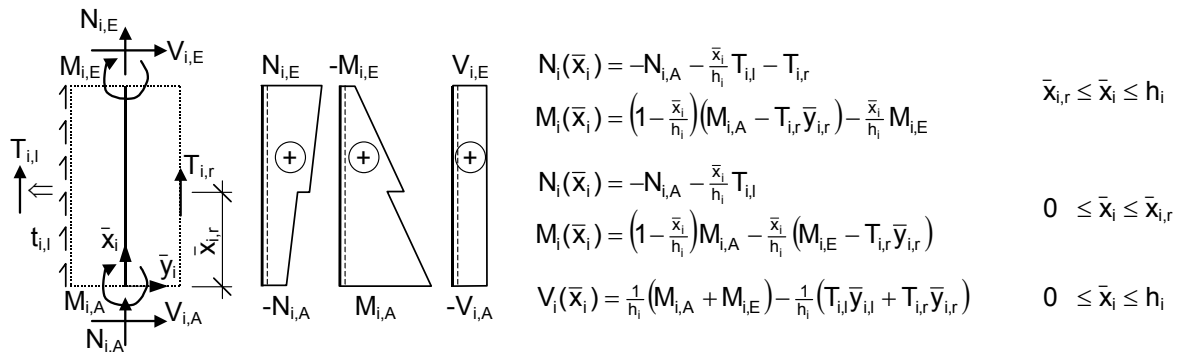


Abb. 3-10 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für einseitig kontinuierliche und einseitig diskrete Randstörungen

3.6 Materialgesetz

3.6.1 Elastische Elementrandverformungen

Der Zusammenhang zwischen den elastischen Stabrandschnittgrößen $\bar{\mathbf{s}}$ und Stabrandverformungen $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}$ wird mit Hilfe der konjugierten Formänderungsenergie hergeleitet, die im Raum der Spannungen für ein Tragelement (i)

$$\pi_i = \frac{1}{2} \int_{V_i} \boldsymbol{\sigma}_i^T \mathbf{E}_i^{-1} \boldsymbol{\sigma}_i dV_i \quad (3-27)$$

$$\text{mit } \boldsymbol{\sigma}_i = \left\{ \sigma_{\bar{x}_i} \quad \tau_{\bar{x}_i \bar{y}_i} \right\}^T, \quad \mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} E_i & 0 \\ 0 & G_i \end{bmatrix} \quad \text{und } V_i = h_i \cdot b_i \cdot d_i \quad (3-28)$$

beträgt. Die Normalspannungsverteilung $\sigma_{\bar{x}}$ wird im Tragelement als linear vorausgesetzt und kann somit in einen konstanten und einen antisymmetrischen Anteil zerlegt werden. Eine Integration über die Elementfläche ($b_i \cdot d_i$) führt zu:

$$\pi_i^{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{1}{2EA_i} \int_0^{h_i} N_i(\bar{x}_i)^2 d\bar{x}_i + \frac{1}{2EI_i} \int_0^{h_i} M_i(\bar{x}_i)^2 d\bar{x}_i. \quad (3-29)$$

Die Schubspannungsverteilung $\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ ist hingegen von den seitlichen Randstörungen abhängig. Die weiteren Ausführungen beziehen sich auf Randstörungen mit konstant verteilten Schubflüssen. In kompakter Form werden anschließend die Beziehungen unter Berücksichtigung der in Abb. 3-9 und 3-10 dargestellten Randstörungen vorgestellt. Für konstant verteilte Schubflüsse $t_{i,l}$ und $t_{i,r}$ wird ein Schubspannungsverlauf im Element (i) angenommen:

$$\tau_{\bar{x}_i \bar{y}_i}(\bar{y}_i) = \frac{1}{h_i b_i d_i} \left[T_{i,l}(\bar{y}_{i,l} + \bar{y}_i) + T_{i,r}(\bar{y}_{i,r} + \bar{y}_i) - (M_{i,A} + M_{i,E}) \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{\bar{y}_i^2}{b_i^2} \right) \right], \quad (3-30)$$

der von der Elementhöhe und -dicke unabhängig ist. Für den linken und rechten Rand ergibt sich ein konstanter Schubspannungsverlauf, wobei mit $\tau_{\bar{x}\bar{y}} = \tau_{\bar{y}\bar{x}}$ folgendes gilt:

$$\tau_{\bar{y}_i \bar{x}_i} \left(\frac{-b_i}{2} \right) = -\frac{T_{i,l}}{h_i d_i} \quad \text{und} \quad \tau_{\bar{y}_i \bar{x}_i} \left(\frac{b_i}{2} \right) = \frac{T_{i,r}}{h_i d_i}. \quad (3-31)$$

Der elastische Anteil infolge der Schubverformung beträgt mit (3-27):

$$\pi_i^{\tau_{\bar{x}\bar{y}}} = \frac{1}{2G_i} \int_{V_i} \left\{ \frac{1}{h_i b_i d_i} \left[T_{i,l}(\bar{y}_{i,l} + \bar{y}_i) + T_{i,r}(\bar{y}_{i,r} + \bar{y}_i) - (M_{i,A} + M_{i,E}) \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{\bar{y}_i^2}{b_i^2} \right) \right] \right\}^2 dV_i. \quad (3-32)$$

Unter Einbeziehung einer nachgiebigen Kopplung zwischen benachbarten Tragelementen wird ein elastischer Energieanteil an den Verbindungsstellen (k) und (k+1) berücksichtigt. Die Schubspannung in den Vertikalfugen wird entsprechend (3-31) als konstant angenommen, so dass mit den Geometriedefinitionen in Abb. 3-11 folgendes angegeben wird:

$$\pi_{i,k} = \frac{1}{2G_k} \int_{V_i} \left(-\frac{T_{i,l}}{h_i d_{i,k}} \right)^2 dV_{i,k} \quad \text{und} \quad \pi_{i,k+1} = \frac{1}{2G_{k+1}} \int_{V_i} \left(\frac{T_{i,r}}{h_i d_{i,k+1}} \right)^2 dV_{i,k+1}. \quad (3-33)$$

Nach Integration über die Querschnittsflächen ($d_{i,k} \cdot l_{i,k}$) und ($d_{i,k+1} \cdot l_{i,k+1}$) vereinfacht sich (3-33) zu:

$$\pi_{i,k} = \frac{d_{i,k} l_{i,k}}{2G_k} \int_0^{h_i} \left(-\frac{T_{i,l}}{h_i d_{i,k}} \right)^2 d\bar{x}_i \quad \text{und} \quad \pi_{i,k+1} = \frac{d_{i,k+1} l_{i,k+1}}{2G_{k+1}} \int_0^{h_i} \left(\frac{T_{i,r}}{h_i d_{i,k+1}} \right)^2 d\bar{x}_i. \quad (3-34)$$

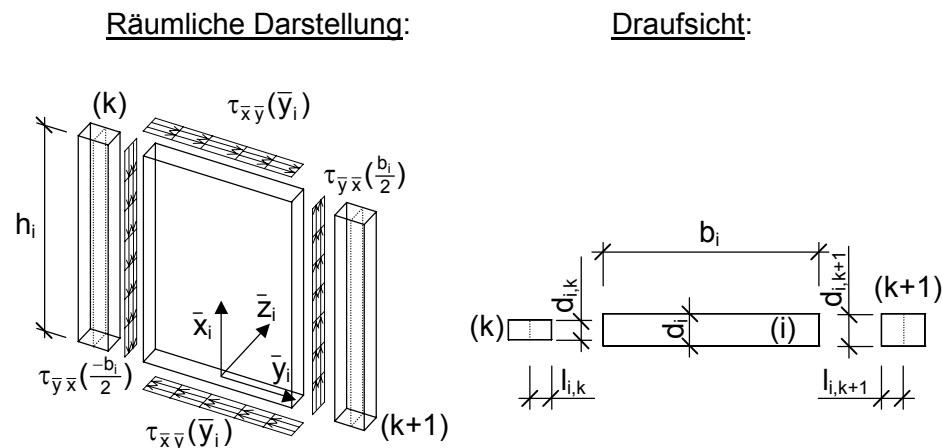


Abb. 3-11 Darstellung der Schubspannungsverteilung und Geometrie der Verbindungsstellen (k) und (k+1)

Unter Berücksichtigung von (3-29), (3-32) und (3-34) sowie der Ansatzfunktionen (3-24) und (3-25) erhält man für das Element (i) nach Integration einen Ausdruck, der ausschließlich von den Stabrandschnittgrößen \bar{s}_i abhängig ist:

$$\begin{aligned}
\pi_i = & \frac{h_i}{2EA_i} \left[N_{i,A}^2 + N_{i,A} (T_{i,l} + T_{i,r}) + \frac{1}{3} (T_{i,l} + T_{i,r})^2 \right] + \\
& \frac{1}{2GA_i h_i} \left[\kappa_i (M_{i,A} + M_{i,E})^2 - 2(M_{i,A} + M_{i,E}) (T_{i,l} \bar{y}_{i,l} + T_{i,r} \bar{y}_{i,r}) + \right. \\
& \left. (T_{i,l} \bar{y}_{i,l} + T_{i,r} \bar{y}_{i,r})^2 + \frac{b_i^2}{12} (T_{i,l} + T_{i,r})^2 \right] + \\
& \frac{h_i}{2EI_i} \left[\frac{1}{3} M_{i,A}^2 - \frac{1}{3} M_{i,A} M_{i,E} + \frac{1}{3} M_{i,E}^2 \right] + \\
& \frac{l_{i,k}}{2GA_{i,k}} T_{i,l}^2 + \frac{l_{i,k+1}}{2GA_{i,k+1}} T_{i,r}^2.
\end{aligned} \tag{3-35}$$

In Matrixschreibweise und für alle Elemente kann verkürzt geschrieben werden:

$$\pi = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{s}}^T \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{s}}, \tag{3-36}$$

wobei $\bar{\mathbf{Q}}$ die von der Kraftgrößenmethode bekannte Flexibilitätsmatrix ist:

$$\bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}}_1 & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & \\ & & \bar{\mathbf{Q}}_i & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & \bar{\mathbf{Q}}_{n_w} \end{bmatrix}. \tag{3-37}$$

Die Untermatrizen $\bar{\mathbf{Q}}_i$ werden entsprechend des Potentialausdruckes (3-35) aufgestellt und gelten für die Theorie I. Ordnung. Die biegestarren Bereiche der Tragwände, z.B. beim Anschluss von Riegeln, bleiben in dieser Formulierung unberücksichtigt:

$$\bar{\mathbf{Q}}_i = \begin{bmatrix} \frac{h_i}{EA_i} & 0 & 0 & \frac{h_i}{2EA_i} & \frac{h_i}{2EA_i} \\ 0 & \frac{h_i}{3EI_i} + \kappa_i \beta_i & \frac{-h_i}{6EI_i} + \kappa_i \beta_i & -\bar{y}_{i,l} \beta_i & -\bar{y}_{i,r} \beta_i \\ 0 & \frac{-h_i}{6EI_i} + \kappa_i \beta_i & \frac{h_i}{3EI_i} + \kappa_i \beta_i & -\bar{y}_{i,l} \beta_i & -\bar{y}_{i,r} \beta_i \\ \frac{h_i}{2EA_i} & -\bar{y}_{i,l} \beta_i & -\bar{y}_{i,l} \beta_i & \frac{h_i}{3EA_i} + \beta_i \left(\frac{b_i^2}{12} + \bar{y}_{i,l}^2 \right) + \beta_{i,k} & \frac{h_i}{3EA_i} + \beta_i \left(\frac{b_i^2}{12} + \bar{y}_{i,l} \bar{y}_{i,r} \right) \\ \frac{h_i}{2EA_i} & -\bar{y}_{i,r} \beta_i & -\bar{y}_{i,r} \beta_i & \frac{h_i}{3EA_i} + \beta_i \left(\frac{b_i^2}{12} + \bar{y}_{i,l} \bar{y}_{i,r} \right) & \frac{h_i}{3EA_i} + \beta_i \left(\frac{b_i^2}{12} + \bar{y}_{i,r}^2 \right) + \beta_{i,k+1} \end{bmatrix} \tag{3-38}$$

mit

$$\beta_i = \frac{1}{GA_i h_i}, \beta_{i,k} = \frac{l_{i,k}}{GA_{i,k}}, \beta_{i,k+1} = \frac{l_{i,k+1}}{GA_{i,k+1}}. \quad (3-39)$$

Darin sind: EA_i ... Dehnsteifigkeit des Tragelementes (i),

$$EA_i = E_i b_i d_i$$

EI_i ... Biegesteifigkeit des Tragelementes (i),

$$EI_i = E_i b_i^3 d_i^3 / 12$$

GA_i ... Schubsteifigkeit des Tragelementes (i)

$$GA_i = G_i b_i d_i,$$

κ_i ... Schubverteilungszahl des Tragelementes (i)

$$\kappa_i = 1.2 \text{ für rechteckige Schubflächen,}$$

$GA_{i,k}$... anteilige Schubsteifigkeit der Verbindungsstelle bzw. Vertikalfuge (k) bezogen auf das angeschlossene Tragelement (i)

$$GA_{i,k} = G_k h_i d_{i,k}$$

$$G_k \dots \text{Fugenschubmodul z.B. nach [16] oder [26].}$$

Der Zusammenhang zwischen den unabhängigen Stabrandverformungen $\bar{\epsilon}_{el}$ und den unabhängigen Stabbrandschnittgrößen \bar{s} ergibt sich wie folgt:

$$\bar{\epsilon}_{el} = \bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{s}}. \quad (3-40)$$

Die Untermatrizen $\bar{\mathbf{Q}}_i$ der Flexibilitätsmatrix (3-37) haben für alle untersuchten Randstörungen einen prinzipiell gleichartigen Aufbau:

$$\bar{\mathbf{Q}}_i = \begin{bmatrix} \frac{h_i}{EA_i} & 0 & 0 & \bar{q}_{1,4} & \bar{q}_{1,5} \\ 0 & \frac{h_i}{3EI_i} + \kappa_i \beta_i & \frac{-h_i}{6EI_i} + \kappa_i \beta_i & \bar{q}_{2,4} & \bar{q}_{2,5} \\ 0 & \frac{-h_i}{6EI_i} + \kappa_i \beta_i & \frac{h_i}{3EI_i} + \kappa_i \beta_i & \bar{q}_{3,4} & \bar{q}_{3,5} \\ \bar{q}_{4,1} & \bar{q}_{4,2} & \bar{q}_{4,3} & \bar{q}_{4,4} & \bar{q}_{4,5} \\ \bar{q}_{5,1} & \bar{q}_{5,2} & \bar{q}_{5,3} & \bar{q}_{5,4} & \bar{q}_{5,5} \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

Die benannten Matrizenglieder in (3-41) beschreiben ein zweiknotiges finites Stabelement ohne seitliche Randstörungen, so dass diese Formulierung für ungekoppelte Tragelemente verwendet werden kann. Die variablen Glieder $\bar{q}_{i,j}$ werden in Abhängigkeit der seitlichen

Randstörungen bestimmt. Für diskrete Randstörungen gilt mit den Ansatzfunktionen der Schnittgrößenverläufe aus Abb. 3-9 und der Schubspannungsfunktion:

$$\tau_{\bar{x}_i, \bar{y}_i}(\bar{y}_i) = \frac{1}{h_i b_i d_i} \left[(T_{i,l} \bar{y}_{i,l} + T_{i,r} \bar{y}_{i,r} - (M_{i,A} + M_{i,E})) \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{\bar{y}_i^2}{b_i^2} \right) \right] \quad (3-42)$$

$$\text{folgendes: } \bar{q}_{1,4} = \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,l}) = \bar{q}_{4,1},$$

$$\bar{q}_{1,5} = \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,r}) = \bar{q}_{5,1},$$

$$\bar{q}_{2,4} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,l}}{2} \left(1 - 3(1 - \bar{\xi}_{i,l})^2 \right) - \bar{y}_{i,l} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{4,2},$$

$$\bar{q}_{2,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,r}}{2} \left(1 - 3(1 - \bar{\xi}_{i,r})^2 \right) - \bar{y}_{i,r} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{5,2},$$

$$\bar{q}_{3,4} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,l}}{2} \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,l}^2 \right) - \bar{y}_{i,l} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{4,3},$$

$$\bar{q}_{3,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,r}}{2} \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,r}^2 \right) - \bar{y}_{i,r} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{5,3},$$

$$\bar{q}_{4,4} = \frac{h_i}{3EI_i} \bar{y}_{i,l}^2 \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,l} + 3\bar{\xi}_{i,l}^2 \right) + \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,l}) + \bar{y}_{i,l}^2 \kappa_i \beta_i + \beta_{i,k},$$

$$\bar{q}_{5,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \bar{y}_{i,r}^2 \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,r} + 3\bar{\xi}_{i,r}^2 \right) + \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,r}) + \bar{y}_{i,r}^2 \kappa_i \beta_i + \beta_{i,k+1} \text{ und}$$

$$\bar{q}_{4,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \bar{y}_{i,l} \bar{y}_{i,r} \left(1 - 3\bar{\xi}_i^* + \frac{3}{2} (\bar{\xi}_{i,l}^2 + \bar{\xi}_{i,r}^2) \right) + \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_i^*) + \bar{y}_{i,l} \bar{y}_{i,r} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{5,4}. \quad (3-43)$$

Darin sind $\bar{\xi}_{i,l} = \frac{\bar{x}_{i,l}}{h_i}$, $\bar{\xi}_{i,r} = \frac{\bar{x}_{i,r}}{h_i}$ und $\bar{\xi}_i^* = \max(\bar{\xi}_{i,l}, \bar{\xi}_{i,r})$.

Für Tragelemente mit einer einseitig kontinuierlichen und einer einseitig diskreten Randstörung gelten mit den Ansatzfunktionen der Schnittgrößenverläufe aus Abb. 3-10 und der Schubspannungsfunktion:

$$\tau_{\bar{x}_i, \bar{y}_i}(\bar{y}_i) = \frac{1}{h_i b_i d_i} \left[T_{i,l}(\bar{y}_{i,l} + \bar{y}_i) + (T_{i,r} \bar{y}_{i,r} - (M_{i,A} + M_{i,E})) \left(\frac{3}{2} - 6 \frac{\bar{y}_i^2}{b_i^2} \right) \right] \quad (3-44)$$

folgendes: $\bar{q}_{1,4} = \frac{h_i}{2EA_i} = \bar{q}_{4,1}$,

$$\bar{q}_{1,5} = \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,r}) = \bar{q}_{5,1},$$

$$\bar{q}_{2,4} = -\bar{y}_{i,l} \beta_i = \bar{q}_{4,2},$$

$$\bar{q}_{2,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,r}}{2} \left(1 - 3(1 - \bar{\xi}_{i,r})^2 \right) - \bar{y}_{i,r} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{5,2},$$

$$\bar{q}_{3,4} = -\bar{y}_{i,l} \beta_i = \bar{q}_{4,3},$$

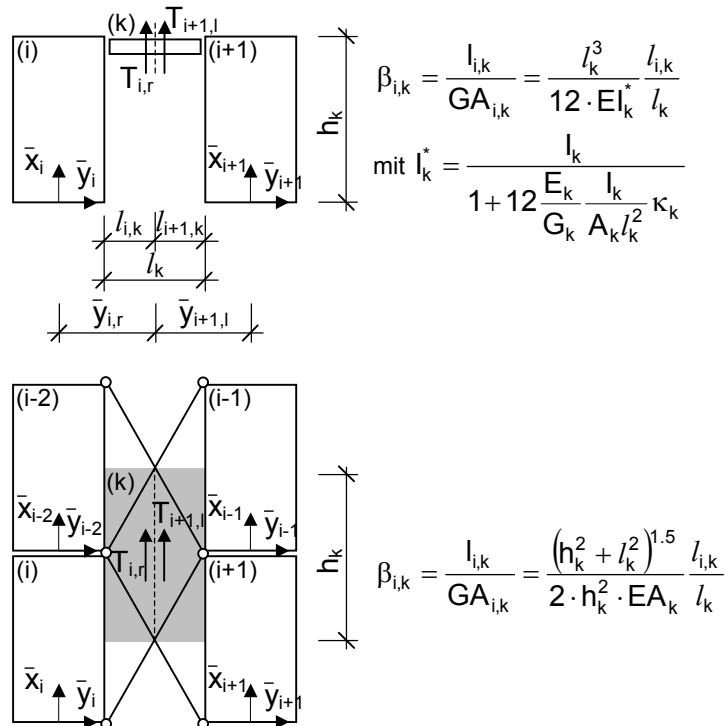
$$\bar{q}_{3,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \frac{\bar{y}_{i,r}}{2} \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,r}^2 \right) - \bar{y}_{i,r} \kappa_i \beta_i = \bar{q}_{5,3},$$

$$\bar{q}_{4,4} = \frac{h_i}{3EA_i} + \beta_i \left(\frac{b^2}{12} + \bar{y}_{i,l}^2 \right) + \beta_{i,k},$$

$$\bar{q}_{5,5} = \frac{h_i}{3EI_i} \bar{y}_{i,r}^2 \left(1 - 3\bar{\xi}_{i,r} + 3\bar{\xi}_{i,r}^2 \right) + \frac{h_i}{EA_i} (1 - \bar{\xi}_{i,r}) + \bar{y}_{i,r}^2 \kappa_i \beta_i + \beta_{i,k+1} \text{ und}$$

$$\bar{q}_{4,5} = \frac{h_i}{EA_i} \frac{1}{2} (1 - \bar{\xi}_{i,r}^2) + \bar{y}_{i,l} \bar{y}_{i,r} \beta_i = \bar{q}_{5,4}. \quad (3-45)$$

Werden Tragwände durch Riegel oder Diagonalverbände miteinander gekoppelt, so können diese Kopplungselemente durch diskrete Randschubkräfte unter Ansatz einer äquivalenten Schubflexibilität $\beta_{i,k}$ modelliert werden (s. Abb. 3-12).

Abb. 3-12 Äquivalente Schubflexibilität $\beta_{i,k}$ für ausgewählte diskrete Randstörungen

3.6.2 Plastizitätsbedingungen

Die Plastizitätsbedingungen werden als lineare oder linearisierte Interaktionsbedingungen im Raum der Schnittgrößen für die Elementränder berücksichtigt:

$$\bar{\mathbf{A}}_p \bar{\mathbf{s}} - \bar{\mathbf{s}}_u \leq \mathbf{0} \quad (3-46)$$

Darin ist $\bar{\mathbf{s}}$ der Vektor der unbekanntenen Elementrandschnittgrößen (3-2). In $\bar{\mathbf{s}}_u$ sind die konstanten Anteile der Interaktionsbedingungen enthalten

$$\bar{\mathbf{s}}_u = \left\{ \bar{\mathbf{s}}_{u,1}, \dots, \bar{\mathbf{s}}_{u,i}, \dots, \bar{\mathbf{s}}_{u,n_w} \right\}^T \quad \text{mit } \bar{\mathbf{s}}_{u,i} = \left\{ b_{i1A}, \dots, b_{iQA}, b_{i1E}, \dots, b_{iRE}, T_{i,l}^{(+)}, T_{i,l}^{(-)}, T_{i,r}^{(+)}, T_{i,r}^{(-)} \right\}^T, \quad (3-47)$$

während in der Koeffizientenmatrix $\bar{\mathbf{A}}_p$ die Linearglieder zusammengefasst sind:

$$\bar{\mathbf{A}}_P = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_{P,1} & & & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & & & \\ & & \bar{\mathbf{A}}_{P,i} & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \bar{\mathbf{A}}_{P,n_w} & & \\ \mathbf{0} & & & & & & \end{bmatrix} \text{ mit } \bar{\mathbf{A}}_{P,i} = \begin{bmatrix} a_{i1AN} & a_{i1AM} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{iqAN} & a_{iqAM} & 0 & 0 & 0 \\ a_{i1EN} & 0 & a_{i1EM} & -a_{i1EN} & -a_{i1EN} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{irEN} & 0 & a_{irEM} & -a_{irEN} & -a_{irEN} \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & -1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3-48)$$

Interaktionsbedingungen zur Abbildung von Fließ- und Bruchbedingungen werden exemplarisch in Abb. 2-4 dargestellt, wobei ein bilineares Materialgesetz zugrunde liegt.

3.6.3 Plastische Stabrandverformung

Zur Ermittlung der plastischen Stabrandverformungen wird das assoziierte Fließgesetz angewendet. Unter Verwendung der linearen Plastizitätsbedingungen (3-46) gilt:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \bar{\mathbf{A}}_P^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (3-49)$$

Der Vektor der plastischen Stabrandverformungen und der Vektor der plastischen Multiplikatoren ist:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl} = \{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl,1} \cdots \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl,i} \cdots \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl,n_w}\}^T \text{ mit } \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{pl,i} = \{\Delta u_{pl,\bar{x},i}, \tau_{pl,i,A}, \tau_{pl,i,E}, \Delta u_{pl,\bar{x},i,l}, \Delta u_{pl,\bar{x},i,r}\}^T \quad (3-50)$$

und

$$\boldsymbol{\lambda} = \{\boldsymbol{\lambda}_1, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_i, \cdots, \boldsymbol{\lambda}_{n_w}\}^T \text{ mit } \boldsymbol{\lambda}_i = \{\lambda_{i1A}, \cdots, \lambda_{iqA}, \lambda_{i1E}, \cdots, \lambda_{irE}, \lambda_{l,i}^{(+)}, \lambda_{l,i}^{(-)}, \lambda_{r,i}^{(+)}, \lambda_{r,i}^{(-)}\}^T. \quad (3-51)$$

3.7 Gleichgewichtsbedingung und statische Randbedingungen

Die vorhandenen äußeren Lasten werden durch ein Lastmodell abgebildet, dass zur vorgestellten diskreten Tragwerksmodellierung konsistent ist. Die diskreten äußeren Kraftgrößen werden im Vektor $\bar{\mathbf{f}}$ zusammengefasst. Die Gleichgewichtsbedingung für das Gesamtsystem lautet:

$$\bar{\mathbf{S}} - \bar{\mathbf{f}} = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{s}} - \bar{\mathbf{f}} = \mathbf{0} \quad (3-52)$$

$$\text{mit } \bar{\mathbf{f}} = \left\{ \bar{\mathbf{f}}_1 \cdots \bar{\mathbf{f}}_j \cdots \bar{\mathbf{f}}_{n_D} \bar{\mathbf{f}}_T \right\}^T$$

$$\text{und } \bar{\mathbf{f}}_j = \left\{ f_{y_{0,j}} \ f_{z_{0,j}} \ f_{\theta_{0,j}} \ f_{x_{0,1..p..n_{Wj}}} \ f_{\varphi_{0,1..p..n_{Wj}}} \right\}^T, \quad \bar{\mathbf{f}}_T = \left\{ f_{T,1} \cdots f_{T,k} \cdots f_{T,n_C} \right\}^T. \quad (3-53)$$

Im Vektor $\bar{\mathbf{f}}$ werden die horizontalen Lasten so auf die Referenzachse (x_0, y_0, z_0) bezogen, dass je Deckenebene (j) zwei Horizontallasten (f_y, f_z) und infolge ihrer außermittigen Wirkung ein Torsionsmoment (f_θ) berücksichtigt werden. Die vertikalen Lasten infolge Eigengewicht und Verkehrslasten werden vorab durch eine Plattenberechnung ermittelt und auf die einzelnen Tragwände aufgeteilt. Die linear angenommenen Auflagerkräfte werden in einen Normalkraftanteil (f_x) und einen Biegemomentenanteil (f_φ) zerlegt und den zugehörigen Knoten zugewiesen.

In Abb. 3-13 sind die inneren und äußeren Kraftgrößen des Gesamtsystems exemplarisch für die Tragwand (i) dargestellt, an der die Decke (j) und die vertikalen Verbindungsstellen (k) und ($k+1$) angeschlossen sind.

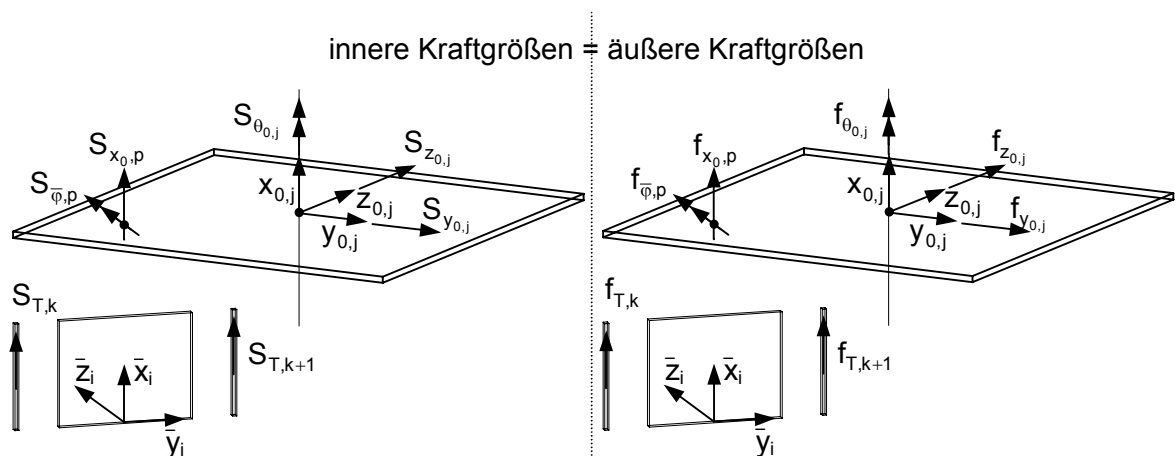


Abb. 3-13 Definition der inneren und äußeren Knotenkräftegrößen

Die Transformationsvorschrift (3-17) zwischen den Stabrandschnittgrößen und den diskreten Stellen erfolgt nebenbedingungsfrei, d.h. die Stabrandverformungen der angeschlossenen Elemente besitzen im elastischen Bereich keine Relativverschiebungen zueinander. In diesem Fall sind die statischen Randbedingungen im Sinne der statischen Beschreibung von Elementrändern in der Gleichgewichtsbedingung (3-52) enthalten. Zur Berücksichtigung von Kräftebenenbedingungen an Stabrändern, z.B. bei gelenkigen Diagonalstabanschlüssen, können statische Randbedingungen in der linearen Form:

$$\mathbf{A}_s \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{g}_s = \mathbf{0} \quad (3-54)$$

angegeben werden.

3.8 Berücksichtigung der Auflagerreaktionen in den Gleichgewichts- und Verträglichkeitsbeziehungen sowie im Materialgesetz

Die Auflagerreaktionen \mathbf{C} des diskreten Tragwerksmodells werden als äußere Kraftgrößen betrachtet und bilden an den gehaltenen Knoten (Auflagerstellen) mit den Knotenkraftgrößen jeweils Gleichgewichtsgruppen. Für deren Bestimmung wird die Gleichung (3-55) eingeführt:

$$\mathbf{A}_{sC} \bar{\mathbf{s}} - \mathbf{C} = \mathbf{0}. \quad (3-55)$$

Darin ist \mathbf{A}_{sC} eine Koeffizientenmatrix, die den Vektor der unabhängigen Elementrandschnittgrößen $\bar{\mathbf{s}}$ auf die diskreten Auflagerstellen transformiert. Dabei wird entsprechend der Tragwerksmodellierung das Konzept verfolgt, dass sich auf die Referenzachse bezogen zwei resultierende Horizontalkräfte (C_{y0} , C_{z0}) und ein Torsionsmoment ($C_{\theta 0}$) sowie auf die Einzelwände bezogen die Vertikalkraft (C_{xi}) und das Biegemoment ($C_{\varphi i}$) als Auflagerkraftgrößen ergeben.

Die Matrixgleichung (3-55) kann in die Gleichgewichtsbedingung (3-52) integriert werden. Zusammen mit den statischen Randbedingungen (3-54) wird in kompakter Form folgendes angegeben:

$$\left[\begin{array}{c|c} \bar{\mathbf{A}} & -\mathbf{I}_{sC} \\ \hline \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{s}} \\ \mathbf{C} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{f}} \\ \mathbf{g}_s \end{array} \right\} = \mathbf{0}. \quad (3-56)$$

\mathbf{I}_{sC} ist eine Transformationsmatrix, welche die Auflagerreaktionen den zugehörigen Knotenkraftgrößen zuordnet. Aus (3-56) wird vereinfacht geschrieben:

$$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0}. \quad (3-57)$$

In Abb. 3-14 ist die Struktur der Transformationsvorschrift (3-57) exemplarisch dargestellt.

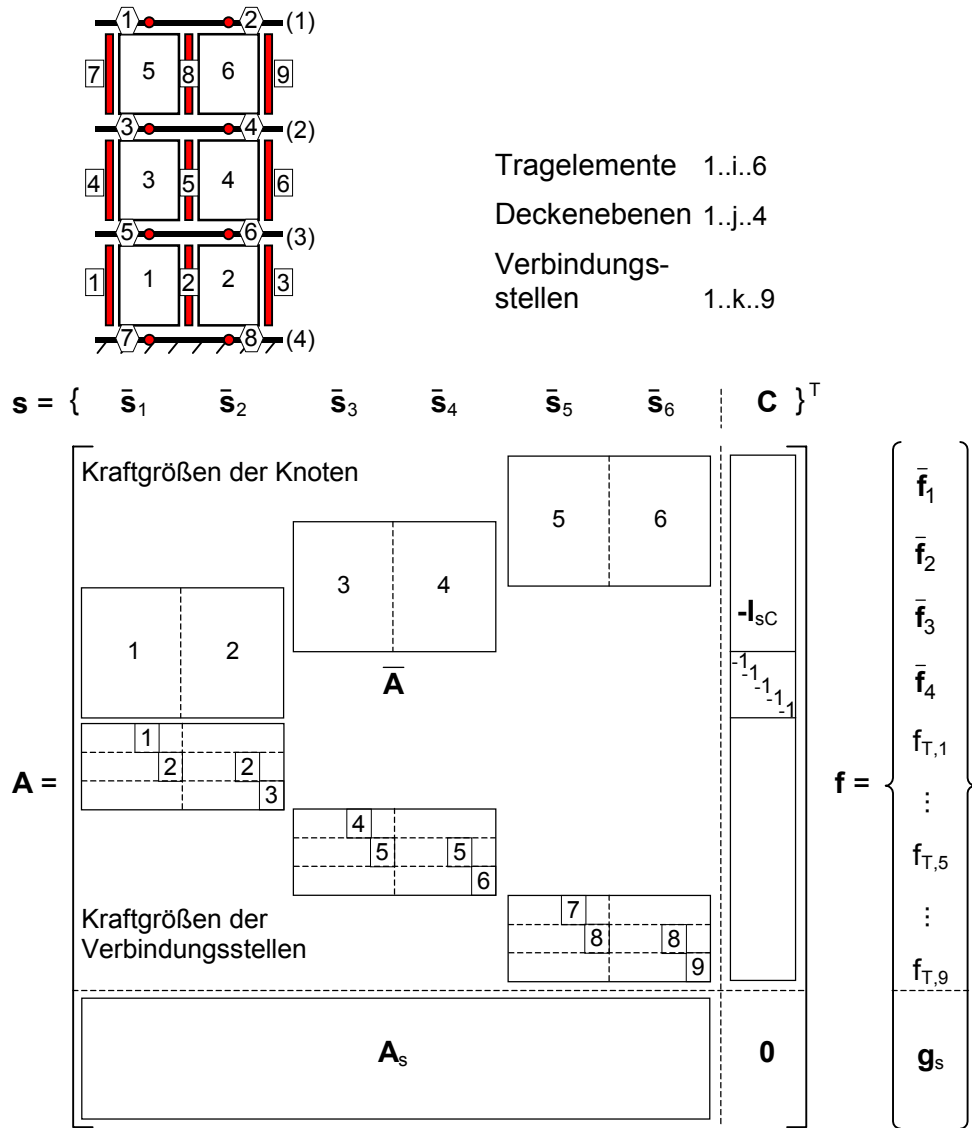


Abb. 3-14 Struktur der Transformationsvorschrift (3-57)

Durch die Einführungen der Auflagerkraftgrößen \mathbf{C} in der Problemformulierung ist die Möglichkeit gegeben, in der Materialbeziehung elastische Nachgiebigkeiten der Grundkörperunterlagen zu berücksichtigen. Die Beziehung (3-40) erweitert sich wie folgt:

$$\begin{Bmatrix} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{el} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{el,C} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{s}} \\ \mathbf{C} \end{Bmatrix}. \tag{3-58}$$

Darin ist \mathbf{Q}_C eine Diagonalmatrix, deren Hauptdiagonalglieder durch die Federkenngrößen der Fundamentkörper besetzt sind, die mit den Auflagerreaktionen \mathbf{C} korrespondieren. Im Vektor $\boldsymbol{\epsilon}_{el,C}$ sind die elastischen Verformungsanteile gespeichert, die zu \mathbf{C} energetisch in Verbindung stehen. In symbolischer Schreibweise ergibt sich:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \mathbf{Q} \mathbf{s} . \quad (3-59)$$

In diesem Zusammenhang wird vorausgesetzt, dass sich die Boden-Bauwerk-Interaktionen elastisch verhalten, so dass die Beziehung (3-46) wie folgt geschrieben wird:

$$\left[\bar{\mathbf{A}}_P \mid \mathbf{0} \right] \left\{ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{s}} \\ \bar{\mathbf{c}} \end{array} \right\} - \{ \bar{\mathbf{s}}_u \} \leq \mathbf{0} \quad (3-60)$$

und in kompakter Form:

$$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0} . \quad (3-61)$$

Die Verträglichkeitsbeziehung ergibt sich analog (3-57) zu:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0} . \quad (3-62)$$

Die Einführung von Auflagerkraftgrößen bzw. -verformungen in die Problemformulierung kann unter der Annahme starrer Lagerungen vernachlässigt werden. In diesem Zusammenhang werden diejenigen Zeilen und Spalten aus den Matrizen und Vektoren in (3-57), (3-59), (3-61) sowie (3-62) eliminiert, die mit den Auflagerkraftgrößen korrespondieren.

4 Überführung der diskreten Berechnungsmodelle in mathematische Optimierungsaufgaben

In den Abschnitten 2 und 3 wurden diskrete Strukturmodelle zur Querschnitts- und Tragwerksanalyse vorgestellt. In diesem Zusammenhang erfolgte die Einführung der Zustandsvariablen sowie der mechanischen Transformationsvorschriften des Gleichgewichtes, der Kinematik und der Materialbeziehungen. Darauf aufbauend werden in diesem Abschnitt verschiedene Extremalprinzipien abgeleitet, die alternativ zu traditionellen Berechnungsverfahren direkt zur Lösung nichtlinearer Zustands- und Grenzzustandsaufgaben herangezogen werden.

Ausgangspunkt ist der Energiesatz der Mechanik, der für diskrete Strukturmodelle folgendermaßen angegeben werden kann:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{s} - \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0. \quad (4-1)$$

Der erste Term beschreibt die innere Arbeit und der zweite Term die äußere Arbeit diskreter Stellen einer Tragstruktur. Voraussetzung ist, dass sich die Kraftgrößenzustände (einschließlich der statischen Randbedingungen) im Gleichgewicht befinden

$$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (4-2)$$

und die Weggrößenzustände (einschließlich der geometrischen Randbedingungen) verträglich sind

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}. \quad (4-3)$$

Durch Variation des Schnittgrößenzustandes \mathbf{s} und Abspaltung des virtuellen Anteils ergibt sich die Variationsgleichung, die als Prinzip von *Castigliano* bekannt ist:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T \delta \mathbf{s} = 0. \quad (4-4)$$

Die Deformationen setzen sich additiv aus einem elastischen Anteil $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$, einem plastischen Anteil $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl}$ und einem Vordehnungsanteil $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ zusammen:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0. \quad (4-5)$$

Für linear elastisch - ideal plastisches Materialverhalten, das ebenso eine Abbildung multi-linearer Materialbeziehungen erlaubt, werden die elastischen und plastischen Dehnungsanteile wie folgt bestimmt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{Q} \mathbf{s} + \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 . \quad (4-6)$$

Durch Einsetzen von (4-6) in (4-4) und unter der Voraussetzung eines assoziierten Fließens, bei der die virtuellen Schnittgrößen im plastischen Zustand keine Arbeit leisten, verändert sich die Variationsgleichung zu:

$$\mathbf{s}^T \mathbf{Q} \delta \mathbf{s} + \boldsymbol{\varepsilon}_0^T \delta \mathbf{s} = 0 , \quad (4-7)$$

und entspricht damit folgendem Extremalprinzip:

Von allen statisch zulässigen Schnittgrößenzuständen tritt derjenige ein, für den das konjugierte Gesamtpotential ein Minimum annimmt:

$$\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{Q} \mathbf{s} + \boldsymbol{\varepsilon}_0^T \mathbf{s} \Rightarrow \text{Min} . \quad (4-8)$$

Statisch zulässig ist der Schnittgrößenzustand, wenn er die Gleichgewichtsbedingungen einschließlich der statischen Randbedingungen (4-2) erfüllt und die Plastizitätsbedingungen

$$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0} \quad (4-9)$$

nicht verletzt.

Die duale Formulierung zum Prinzip des konjugierten Gesamtpotentials entsteht durch Variation des Weggrößenzustandes, wobei sich durch Abspalten des virtuellen Anteils aus dem Energiesatz eine Variationsgleichung ergibt, die als Prinzip von *Lagrange* bekannt ist:

$$\delta \mathbf{u}^T \mathbf{A} \mathbf{s} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0 \text{ bzw. } \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{s} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0 . \quad (4-10)$$

Die Gesamtdehnung wird analog (4-5) zerlegt, wobei der Anteil der Vordehnung keiner Variation unterworfen wird:

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el}^T \mathbf{s} + \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{pl}^T \mathbf{s} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0 \text{ bzw. } \delta \boldsymbol{\varepsilon}_{el}^T \mathbf{s} + \delta \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{s}_u - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{f} = 0 \quad (4-11)$$

Auf der Basis der Variationsgleichung von (4-11) erhält man das Prinzip vom Minimum des Gesamtpotentials:

Von allen geometrisch zulässigen Weggrößenzuständen tritt derjenige ein, für den das Gesamtpotential ein Minimum ist:

$$\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{el}^T \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{s}_u - \mathbf{u}^T \mathbf{f} \Rightarrow \text{Min} . \quad (4-12)$$

Kinematisch zulässig ist ein Verformungszustand, wenn er die Verträglichkeitsbedingungen und geometrischen Randbedingungen (4-3) erfüllt und die Nichtnegativitätsbedingungen der plastischen Multiplikatoren eingehalten sind:

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0} . \quad (4-13)$$

In den Verträglichkeitsbedingungen werden die Deformationen $\boldsymbol{\varepsilon}$ analog (4-6) berücksichtigt.

Unter Anwendung der *Lagrange*-Multiplikatorenmethode können die oben genannten Variationsprinzipien (4-8) und (4-12) von ihren Nebenbedingungen befreit werden. Es entsteht ein erweitertes oder gemischtes Variationsprinzip, das je nach Ausgangspunkt dem Prinzip von *Hellinger-Reissner* oder dem Prinzip von *Hu-Washizu* entspricht. Die Variation nach allen Unbekannten liefert einen Satz von Gleichungen und Ungleichungen, die das mechanische Problem einer diskreten Struktur vollständig beschreiben. Das generalisierte *Lagrange*-Problem wird in folgender Form angegeben:

$$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0} , \quad (4-14)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0} , \quad (4-15)$$

$$\mathbf{A}_p \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0} , \quad (4-16)$$

$$(\mathbf{A}_p \mathbf{s} - \mathbf{s}_u) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0} , \quad (4-17)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0} \text{ und} \quad (4-18)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 = \mathbf{Q} \mathbf{s} + \mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\varepsilon}_0 . \quad (4-19)$$

Die Vor- und Nachteile der vorgestellten Problemformulierungen werden nachfolgend diskutiert. Die statische Formulierung (4-8), (4-2) und (4-9) zeichnet sich vor allem dadurch aus, dass ein physikalisch nichtlineares Tragverhalten von Strukturen mit dem numerisch

geringsten Aufwand erfasst werden kann, da die primalen Unbekannten des Problems lediglich die Kraftgrößen \mathbf{s} sind. Lässt sich das Materialverhalten über multilineare Beziehungen beschreiben und liegen die Plastizitätsbedingungen in linearer bzw. linearisierter Form vor, so sind nichtlineare Zustands- und Grenzzustandsaufgaben numerisch einfach und stabil mit Hilfe quadratischer und linearer Optimierungsroutinen zu lösen. Der Nachteil, dass die Problembeschreibungen auf geometrisch lineare Systeme beschränkt sind, kann durch Anwendung iterativer Verfahren (P- Δ -Effekt) näherungsweise kompensiert werden. Durch die Ausblendung des dualen Variablenraums können die Kriterien der Gebrauchstauglichkeit oder die Kontrolle von Deformationen bei Inanspruchnahme des inelastischen Tragverhaltens nicht implizit berücksichtigt werden. In diesem Zusammenhang sind nachgeschaltete Nachweise erforderlich.

Bei der Verwendung rein kinematischer Formulierungen (4-12), (4-3), (4-6) und (4-13) kann sowohl physikalisch als auch geometrisch nichtlineares Tragverhalten von vornherein einbezogen werden. Gelten die oben genannten Voraussetzungen für die Beschreibung des Materialverhaltens und der Plastizitätsbedingungen, so ist die Verwendung von quadratischen Optimierungsroutinen zur nichtlinearen Zustandsanalyse möglich. Grenzzustandsaufgaben können hingegen nicht abgeleitet werden. In diesem Zusammenhang müssen iterative Techniken angewendet werden. Die primalen Variablen sind hierbei die Verformungsgrößen $\boldsymbol{\varepsilon}$, \mathbf{u} und $\boldsymbol{\lambda}$. Durch die Forderung des Minimums des Gesamtpotentials ist die Beschränkung des statischen Variablenraumes analog der Kraftgrößenformulierung möglich. Zusätzlich können mit Hilfe von Verformungsbeschränkungen Kontaktprobleme behandelt werden. Allerdings sind gegenüber den statischen Formulierungen wesentlich mehr Unbekannte zu erfassen, deren Anzahl sich lediglich durch Einsetzen der Verträglichkeitsbedingung in der Zielfunktion auf \mathbf{u} und $\boldsymbol{\lambda}$ reduzieren lässt. Die Abhängigkeit der Problemgröße von der Anzahl der plastischen Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$ erhöht bei der Tragwerksanalyse den numerischen Aufwand. Durch nichtlineare Interaktionsbedingungen zwischen Kraftgrößen und deren notwendigen Linearisierung ergibt sich pro Gerade ein zusätzlicher plastischer Multiplikator. In Abhängigkeit vom Grad der Linearisierung wächst neben der Genauigkeit zur Beschreibung der Interaktionsbeziehungen die Anzahl der Unbekannten. Bei statischen Formulierungen bleibt die Unbekanntenzahl gleich, allerdings erhöht sich der Satz der Nebenbedingungen, deren numerische Verarbeitung im Allgemeinen unproblematisch ist.

Mit Hilfe gemischter Formulierungen (4-14) bis (4-19) kann ebenfalls geometrisch und physikalisch nichtlineares Tragverhalten erfasst werden. In Erweiterung zu den rein kinematischen Ansätzen gestattet die vollständige Problemformulierung die Ableitung von

Grenzzustandsaufgaben. Die Grenzzustände können dabei durch zusätzliche Ungleichungsbedingungen beliebig definiert werden. In der Arbeit von Weitzmann [66] wird eine deformationsbasierte Grenzzustandsaufgabe erstmals vorgestellt. Die Lösung derartiger Probleme führt auf nichtlineare Optimierungsaufgaben, die den Einsatz leistungsfähiger Lösungsroutinen erfordert. Da hierbei ein vollständiger Satz von Zustandsvariablen \mathbf{s} , $\boldsymbol{\varepsilon}$, \mathbf{u} und $\boldsymbol{\lambda}$ vorhanden ist, erweist sich die Lösung als numerisch aufwendiger als bei den beiden anderen Formulierungen, bei denen jeweils der duale Variablen- und Bedingungsraum ausgeblendet ist. Eine Verringerung der Unbekannten auf \mathbf{u} und $\boldsymbol{\lambda}$ durch Ersetzen der Kraftgrößen unter Einbeziehung der Verträglichkeits- und Materialbeziehungen ist in [66] aufgezeigt.

Die Problemformulierungen sind in den Tafeln 4-1 bis 4-3 zusammengefasst und können für die in den Abschnitten 2 und 3 aufbereiteten diskreten Berechnungsmodelle zur Querschnitts- und Tragwerksanalyse durch die einheitlich gewählte Operatorschreibweise gleichermaßen verwendet werden.

	generalisiertes Lagrange-Problem	statische Formulierung	kinematische Formulierung
ZF		$\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{Q} \mathbf{s} + \boldsymbol{\varepsilon}_0^T \mathbf{s} \Rightarrow \text{Min}$	$\frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_{el}^T \mathbf{Q}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \mathbf{s}_u^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{f}^T \mathbf{u} \Rightarrow \text{Min}$
GGB	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$	
VTB	$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$		$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$ mit $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\varepsilon}_0$
MG	$\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \mathbf{Q} \mathbf{s}$ $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda}$ $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0$		
PB	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$	
KB	$(\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$		
NNB	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$		$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$

Tafel 4-1 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Schnittgrößen und Formänderungen

	generalisiertes Lagrange-Problem	statische Formulierung	Abkürzungen
ZF	$p \Rightarrow \text{Max}$	$p \Rightarrow \text{Max}$	ZF Zielfunktion
GGB	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{p} \mathbf{f} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{p} \mathbf{f} = \mathbf{0}$	GGB Gleichgewichtsbedingung
VTB	$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$		VTB Verträglichkeitsbedingung
MG	$\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \mathbf{Q} \mathbf{s}$ $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda}$ $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0$		MG Materialgesetz
PB	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$	PB Plastizitätsbedingung
KB	$(\mathbf{A}_P \mathbf{s} - \mathbf{s}_u) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$		KB Komplementaritätsbedingung
NNB	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$		NNB Nichtnegativitätsbedingung
DB	$\mathbf{A}_{DB,\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} \leq \boldsymbol{\varepsilon}_u$		DB Deformationsbedingung
VB	$\mathbf{A}_{VB,u} \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_u$		VB Verformungsbedingung

Tafel 4-2 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Grenzlastzuständen

	generalisiertes Lagrange-Problem	statische Formulierung
ZF	$r \Rightarrow \text{Min}$	$r \Rightarrow \text{Min}$
GGB	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$	$\mathbf{A} \mathbf{s} - \mathbf{f} = \mathbf{0}$
VTB	$\mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$	
MG	$\boldsymbol{\varepsilon}_{el} = \mathbf{Q} \mathbf{s}$ $\boldsymbol{\varepsilon}_{pl} = \mathbf{A}_P^T \boldsymbol{\lambda}$ $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_{el} + \boldsymbol{\varepsilon}_{pl} + \boldsymbol{\varepsilon}_0$	
PB	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - r \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_P \mathbf{s} - r \mathbf{s}_u \leq \mathbf{0}$
KB	$(\mathbf{A}_P \mathbf{s} - r \mathbf{s}_u) \boldsymbol{\lambda}^T = \mathbf{0}$	
NNB	$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}$	
DB	$\mathbf{A}_{DB,\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon} \leq \boldsymbol{\varepsilon}_u$	
VB	$\mathbf{A}_{VB,u} \mathbf{u} \leq \mathbf{u}_u$	

Tafel 4-3 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Grenzwiderständen

Die maßgebenden horizontalen Belastungen auf Aussteifungssysteme resultieren aus Wind- und Erdbebeneinwirkungen. Eine Auslegung von Tragsystemen, die sich ausschließlich an der plastischen Grenzlast orientiert, ist kritisch zu betrachten. Ein stetiger Lastwechsel kann bereits bei Beanspruchungen unterhalb der plastischen Grenzlast zu alternierenden oder progressiven inelastischen Verformungen und damit zu Schadensakkumulationen führen. Dies wird vermieden, sofern sich nach endlich vielen Lastwechseln ein stabiler Restschnittgrößenzustand einstellt. Zu diesem Grundzustand erzeugen weitere Beanspruchungen lediglich elastische Formänderungen. Vorteil dieser Vorgehensweise ist, dass der Zeiteinfluss und damit die genaue Kenntnis der Lastfolge für das Analyseproblem unerheblich ist. Der zugehörige Grenzzustand wird als adaptive Grenzlast oder Einspiellast bezeichnet. In der Tafel 4-4 sind die Zustandsaufgaben zur Bestimmung der Restschnittgrößen \mathbf{s}_R und die abgeleiteten Grenzzustandsaufgaben auf Grundlage einer statischen Formulierung zusammengestellt. [67]

	statische Formulierung		
ZF	$\frac{1}{2} \mathbf{s}_R^T \mathbf{Q} \mathbf{s}_R + \boldsymbol{\varepsilon}_0^T \mathbf{s}_R \Rightarrow \text{Min}$	$p \Rightarrow \text{Max}$	$r \Rightarrow \text{Min}$
GGB	$\mathbf{A} \mathbf{s}_R = \mathbf{0}$	$\mathbf{A} \mathbf{s}_R = \mathbf{0}$	$\mathbf{A} \mathbf{s}_R = \mathbf{0}$
PB	$\mathbf{A}_P \mathbf{s}_R - (\mathbf{s}_u - p \mathbf{s}_{u,e,v} - \mathbf{s}_{u,e,g}) \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_P \mathbf{s}_R - (\mathbf{s}_u - p \mathbf{s}_{u,e,v} - \mathbf{s}_{u,e,g}) \leq \mathbf{0}$	$\mathbf{A}_P \mathbf{s}_R - (r \mathbf{s}_u - \mathbf{s}_{u,e,v} - \mathbf{s}_{u,e,g}) \leq \mathbf{0}$

Tafel 4-4 Diskretes Berechnungsmodell zur Berechnung von Restschnittgrößen, adaptiven Grenzlasten und adaptiven Grenzwiderständen

In Tafel 4-4 sind $\mathbf{s}_{u,e,v}$ und $\mathbf{s}_{u,e,g}$ konstante Glieder der Plastizitätsbedingung, die aus der umhüllenden elastischen Strukturantwort infolge veränderlicher und ständiger Lastfolgen ermittelt werden. Für die Bestimmung der Restschnittgrößen bezüglich einer Lastprognose kann ein Linearglied zur Berücksichtigung von Vorverformungen $\boldsymbol{\varepsilon}_0$ eingefügt werden, das aus inelastischen Reaktionen der vorhandenen Bausubstanz während der Nutzungsgeschichte resultiert.

5 Verifikation des Berechnungsmodells

Die entwickelten Berechnungsmodelle (s. Abschnitte 2 und 3) und deren rechentechnischen Umsetzung mit Methoden der mathematischen Optimierung (s. Abschnitt 4) sollen nachfolgend durch Vergleichsrechnungen an einer zusammengesetzten, schlanken Aussteifungswand aus unbewehrten Betonelementen mit dem FEM - Programmsystem Atena 2D [79] verifiziert werden.

Die dabei zur Anwendung kommenden Modellbildung unterscheiden sich in wesentlichen Punkten. In Atena 2D werden die Tragwände und die Horizontalfugen mit Scheibenelementen diskretisiert, während die Abbildung der Vertikalfugen mit Kontaktelementen erfolgt. Die physikalische Nichtlinearität wird auf Materialpunkzebene direkt im Tragwerksmodell verarbeitet. Damit verbunden ist ein erheblicher numerischer Mehraufwand gegenüber der in der Arbeit vorgestellten Vorgehensweise, bei der die Tragwände mit stabförmigen Strukturelementen abgebildet werden und die Nichtlinearität des Materials durch integrale Materialbeziehungen an den Segmenträndern Berücksichtigung finden. (s. Abb. 5-1).

Für die Verifizierung wird von der Annahme ausgegangen, dass die mit Atena 2D gewonnenen Ergebnisse aufgrund der feineren Vernetzung und der komplexeren Beschreibung des Materialverhaltens realitätsnah sind.

Der Untersuchungsgegenstand besteht aus einzelnen, unbewehrten Betonwandelementen, die entsprechend Abb. 5-2 zusammengefügt werden. Die sich dabei ergebenden Fugen sind für die folgenden Betrachtungen von besonderer Bedeutung. Hauptaugenmerk liegt auf der Erfassung des Aufreißens der Horizontalfugen und des verschieblichen Verbundes der Vertikalfugen.

In Abb. 5-2 ist für die Aussteifungswand die Spannungsverteilung σ_{yy} dargestellt. Die Berechnung erfolgte weggesteuert mit Atena 2D, wobei ein starrer Vertikalfugenverbund unterstellt wurde. Deutlich zu erkennen, ist die Konzentration von Rissen in den Horizontalfugen. Die einzelnen Wandelemente verbleiben im Zustand I. Dieses Ergebnis wird auch für verschieblichen Vertikalfugenverbund festgestellt [80]. Damit wird für die eigene Vorgehensweise die Annahme bestätigt, die Stabsegmente geschosshoch modellieren zu können. Die Segmentränder, an denen die integralen Materialbeziehungen Berücksichtigung finden, bilden somit die Horizontal- und Vertikalfugen ab.

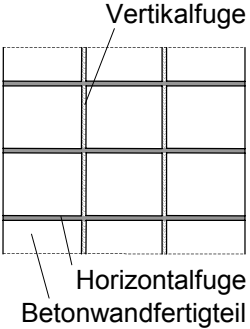
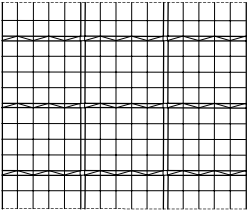
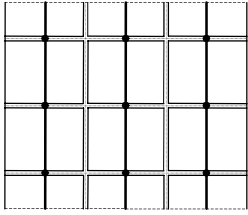




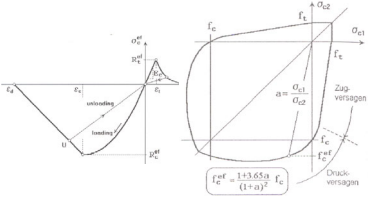
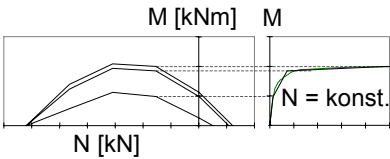
Realität	Modellierung mit Atena 2D	Modellierung nach Abschnitt 3
		
<p><u>Diskretisierung:</u></p> <p>Wand</p> <p>Horizontalfuge</p> <p>Vertikalfuge</p>	<p>finite Scheibenelemente </p> <p>finite Scheibenelemente </p> <p>Kontaktelemente </p>	<p>finite Stabsegmente </p>
<p><u>Materialbeziehung:</u></p>	<p>Spannungs-Dehnungs- beziehung [79]</p> 	<p>effektive Steifigkeiten unter Einbeziehung von Schnitt- größeninteraktionen</p> 
<p><u>Lösungsverfahren:</u></p>	<p>inkrementell – iterativ mit Newton-Raphson-Verfahren</p>	<p>direkt mit Methoden der mathematischen Optimierung</p>

Abb. 5-1 Gegenüberstellung der Modellbildung in Atena 2D und in vorliegender Arbeit

Zum Vergleich der unterschiedlichen Berechnungsstrategien werden Kraft-Verformungsbeziehungen herangezogen, wobei entsprechend Abb. 5-3 die Vertikalfugensteifigkeit zwischen starr, nachgiebig und entkoppelt variiert wurde. Deutlich zu erkennen, sind die übereinstimmenden Ergebnisse hinsichtlich der globalen Tragwirkung (Traglast und Steifigkeitsentwicklung), wobei die Resultate um so genauer übereinstimmen, je schlanker die untersuchte Tragstruktur ist.

Die eigene Vorgehensweise kann damit als eine alternative Möglichkeit für die Analyse gekoppelter schlanker Aussteifungssysteme angewendet werden.

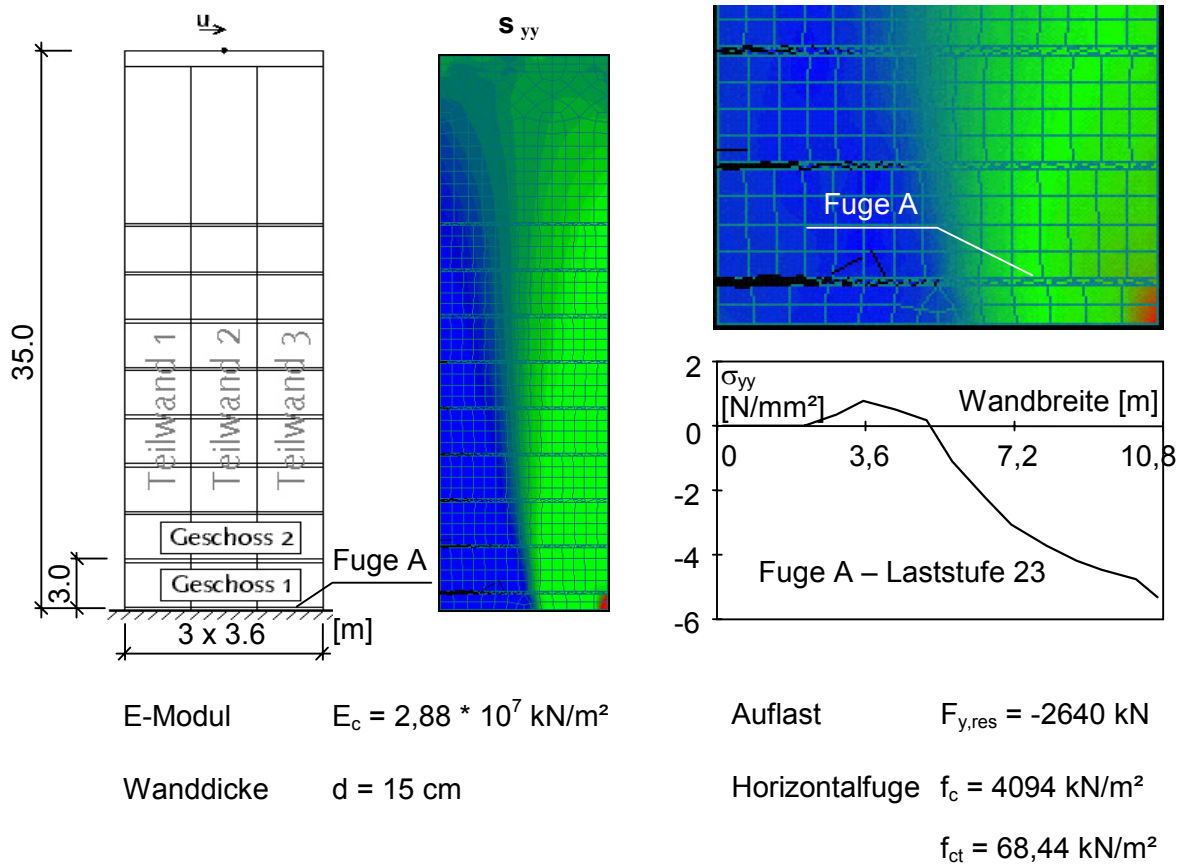
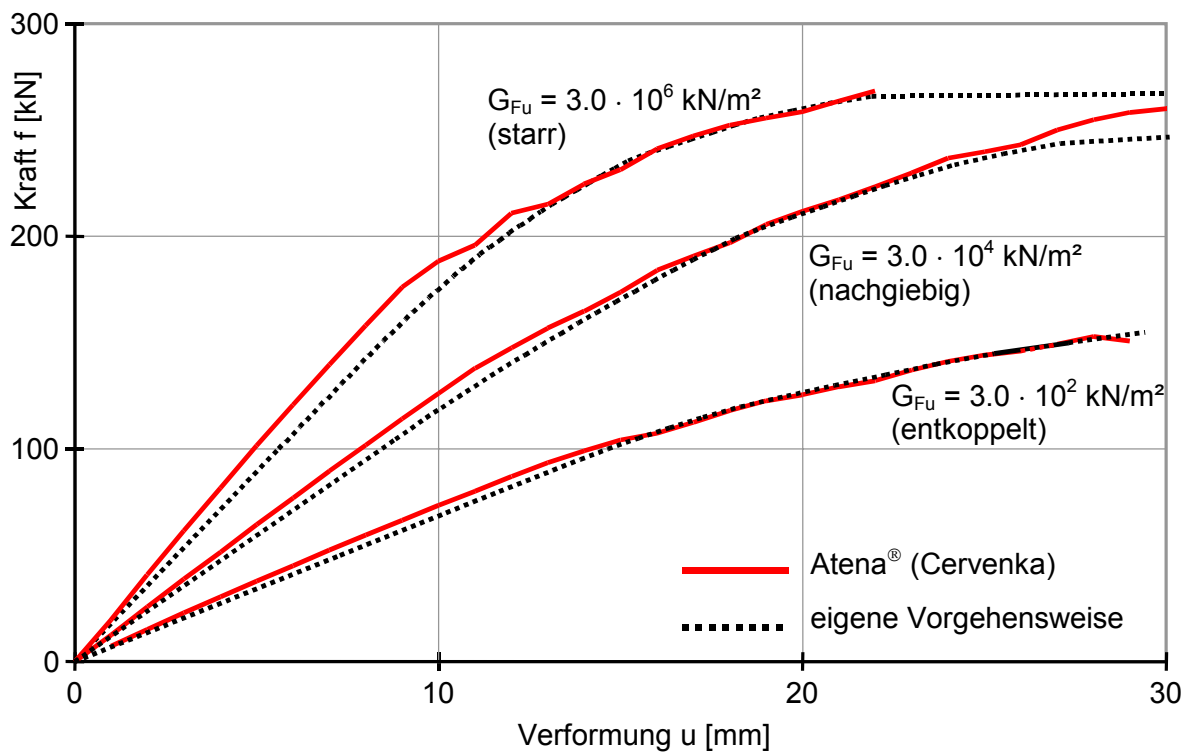
Abb. 5-2 Spannungsverteilung σ_{yy} in Aussteifungswand (Atena 2D) [80]

Abb. 5-3 Kraft-Verformungsbeziehungen für verschiedene Vertikalfugensteifigkeiten [80]

6 Ausgewählte Anwendungsbeispiele

6.1 Untersuchungsschwerpunkte

Die Anwendung der Berechnungsmodelle nach Abschnitt 2 und 3 erfolgt exemplarisch an Aussteifungssystemen in Großtafelbauweise. Durch Wohnungsmangel nach 1945 wurden in der DDR ca. 2.2 Millionen Wohneinheiten in Fertigteilbauweise erstellt [77]. Dabei besitzt die Großtafelbauweise mit den Typenreihen P2 und WBS 70 einen Anteil von ca. 50 %. Für die vorliegende Arbeit wird der Typ P2 mit 11 Geschossen in den Mittelpunkt der Betrachtungen gerückt. Mit den Untersuchungen zur Ursprungsstruktur und zu verschiedenartig revitalisierten Tragsystemen soll der Entwurfsprozess von Umbau- und Sanierungsarbeiten in der Praxis unterstützt werden.

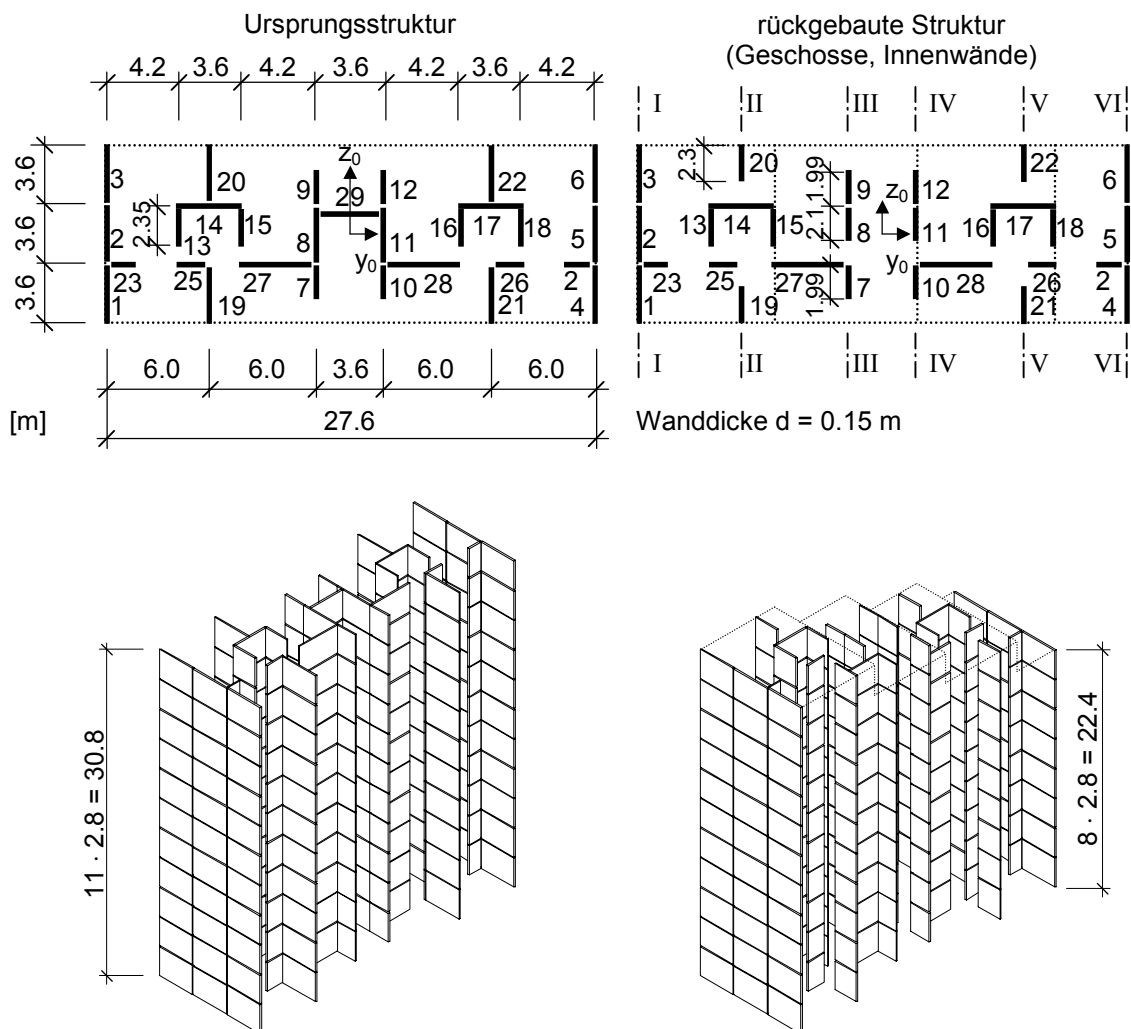


Abb. 6-1 Gewählte Hauptgeometrie des ursprünglichen und rückgebauten Tragsystems

Die Hauptgeometrie des Referenzobjektes ist in Abb. 6-1 angegeben. Die Aussteifungssysteme sind im Wesentlichen durch Horizontal- und Vertikalfugen gekennzeichnet, die sich durch das Zusammensetzen großformatiger unbewehrter Betonfertigteile ergeben. Das Gesamttragverhalten der Konstruktion wird maßgebend durch das Fugentragverhalten bestimmt.

Im Rahmen der *Querschnittsanalyse* (Abschn. 6.2) werden diejenigen Tragwände untersucht, welche die Strukturantwort des Aussteifungssystems entscheidend beeinflussen. Dabei werden Betrachtungen an zusammengesetzten Giebelwänden (Rechteckquerschnitt unter einachsiger Biegung mit Normalkraft) und an offenen Treppenhauskernen (U-Querschnitt unter zweiachsiger Biegung mit Normalkraft) vorgenommen. Schwerpunkt dieser Untersuchungen bildet die Kalibrierung des Segmentmodells hinsichtlich verschiedener Diskretisierungsansätze auf der Grundlage der Resultate des Fasermodells. Darüber hinaus werden Schnittgrößeninteraktionen zur Abbildung signifikanter Steifigkeitsänderungen sowohl für Segmente als auch für gegliederte Querschnitte bereitgestellt.

Die *Tragwerksanalyse* (Abschn. 6.3) erfolgt auf der Basis des kalibrierten Segmentmodells. Dabei steht die Erfassung des Fugentragverhaltens unter Verwendung integraler Materialbeziehungen im Vordergrund. In Voruntersuchungen wird zunächst das Gesamttragwerk als Querschnittsmodell aufgefasst und analysiert. Damit verbunden sind Einschränkungen in der Tragwerksmodellierung und –berechnung, so dass der Untersuchungsschwerpunkt auf einer räumlichen Betrachtung des Aussteifungssystems liegt. In diesem Zusammenhang werden Einflüsse unterschiedlicher Modellbildung auf die Erfassung des Tragverhaltens diskutiert sowie Belastungs- und Systemänderungen im Revitalisierungsprozess untersucht. Auf dieser Basis erfolgt die Ableitung verallgemeinerungsfähiger Aussagen zum Tragverhalten von Großtafelbauten der Typenreihe P2 unter Berücksichtigung physikalisch nichtlinearer Effekte.

6.2 Anwendungen zur Querschnittsanalyse

6.2.1 Einführung und Variantenvorstellung

Für die Querschnittsanalyse werden zusammengesetzte Giebelwände und Treppenhauskernwände untersucht, die aus vorgefertigten Betonwandelementen bestehen. Ein Betonwandelement wird im weiteren als eine Tragwand bezeichnet, die alternativ in Fasern (Fasermodell) oder in Segmenten (Segmentmodell) diskretisiert wird. Zwischen den

Tragwänden wird eine starre Verbindung und eine volle Schubkraftübertragung vorausgesetzt.

Die Verifizierung des Segmentmodells erfolgt unter der Annahme, dass die Ergebnisse des Fasermodells realitätsnah sind, da querschnittsinterne Spannungsumlagerungen, resultierend aus Rissbildung und Plastizierung, infolge der feinen Faserdiskretisierung sehr gut abgebildet werden. Als Vergleichskriterien dienen Tragfähigkeitsberechnungen und die Steifigkeitsentwicklung unterhalb der Traglast.

Um den Einfluss der unterschiedlichen Modellbildung auf die Erfassung des Tragverhaltens gegenüberzustellen, werden die Untersuchungen in verschiedenen Varianten bearbeitet, die in Tafel 6-1 zusammengestellt sind.

Variante	Berechnungsmodell	Materialbeziehung
1	Fasermodell	bilinear bezüglich Faser
2a	Segmentmodell (Tragwandabbildung mit einem Segment)	bilinear bezüglich Segment
2b	Segmentmodell (Tragwandabbildung mit einem Segment)	trilinear bezüglich Segment
3a	Segmentmodell (Tragwandabbildung mit zwei Segmenten)	bilinear bezüglich Segment
3b	Segmentmodell (Tragwandabbildung mit zwei Segmenten)	trilinear bezüglich Segment

Tafel 6-1 Varianten für die Anwendungsbeispiele zur Querschnittsanalyse

Grundlage der bilinearen Materialbeziehung in den Fasern für die Variante 1 bildet die nichtlineare Betonarbeitslinie, die im EC2 [78] für eine nichtlineare Schnittgrößenermittlung vorgeschlagen wird. Der Elastizitätsmodul wird dabei so gewählt, dass sich im Spannungs-Dehnungsdiagramm die gleiche Fläche unter der Kurve ergibt, wobei ein entfestigendes Verhalten unberücksichtigt bleibt.

Die Ermittlung der Materialbeziehungen bezüglich der Segmente in den Varianten 2 und 3 basiert auf dem Fasermodell der Variante 1. Exemplarisch sind diese für einen unbewehrten Betonrechteckquerschnitt in Abb. 6-2 dargestellt. Auf der linken Bildseite sind verschiedene Interaktionsbedingungen im Schnittgrößenraum der Normalkraft N und des Biegemomentes M angegeben. Die Interaktionsbedingung 1 grenzt den zulässigen Schnittgrößenbereich ein, die Interaktionsbedingung 2 ergibt sich für die Risschnittgrößen und die Interaktionsbedingung 3 orientiert sich an den ersten signifikanten Steifigkeitsänderungen der Momenten-Krümmungskurve. Unter den oben getroffenen Annah-

men sind dies für Beanspruchungen unterhalb des Balancepunktes die Risschnittgrößen und oberhalb des Balancepunktes die Schnittgrößen, bei denen die erste Betonfaser die aufnehmbare Fasernormalkraft erreicht. Auf der rechten Bildseite sind die Momenten-Krümmungsbeziehungen für $N = -1950$ kN und $N = -650$ kN dargestellt, wobei die Kurven für den aufgetragenen Definitionsbereich der Krümmung deckungsgleich sind. Damit wird deutlich, dass eine Symmetrie der Interaktionsbedingungen nicht nur bezüglich der Normalkraftachse, sondern auch bezüglich einer gedachten Momentenachse, die durch den Balancepunkt geht, vorhanden ist. Aus diesem Grund ist die Verwendung der Interaktionsbedingung 2 für hohe Lastniveaus nicht dazu geeignet, trilineare Materialbeziehungen abzuleiten, da erste Steifigkeitsverminderungen bei Laststeigerung nicht durch Rissbildung, sondern durch Plastizierung der Betonfasern hervorgerufen werden.

Für die weiteren Betrachtungen wird die Interaktionsbedingung 1 verwendet, um bilineare Materialbeziehungen abzubilden (Variante 2a und 3a). Trilineare Materialbeziehungen werden von den Interaktionsbedingungen 1 und 3 abgeleitet (Variante 2b und 3b).

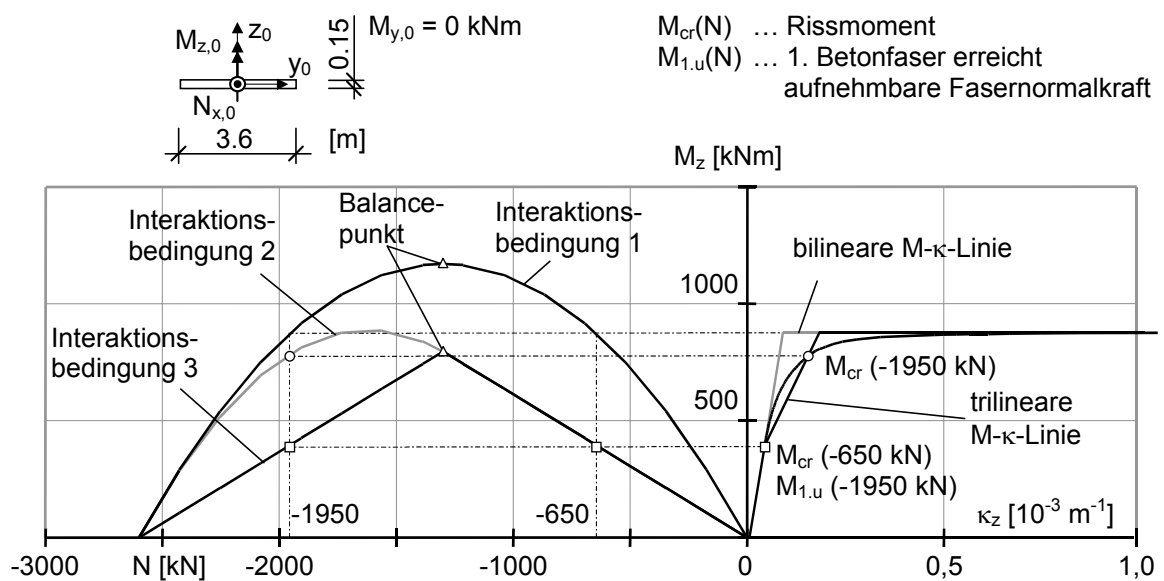


Abb. 6-2 Momenten – Längskraftinteraktion und zugehörige Momenten-Krümmungsbeziehungen eines unbewehrten rechteckigen Betonquerschnittes

6.2.2 Anwendung 1: Giebelwand (Rechteckquerschnitt)

Im Rahmen der ersten Anwendung wird eine zusammengesetzte Giebelwand untersucht, die aus drei Tragwänden besteht. Geometrie und Materialkennwerte sind in Abb. 6-3 zusammengestellt.

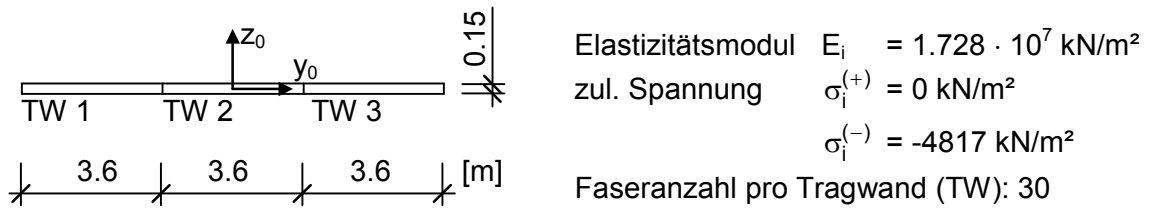
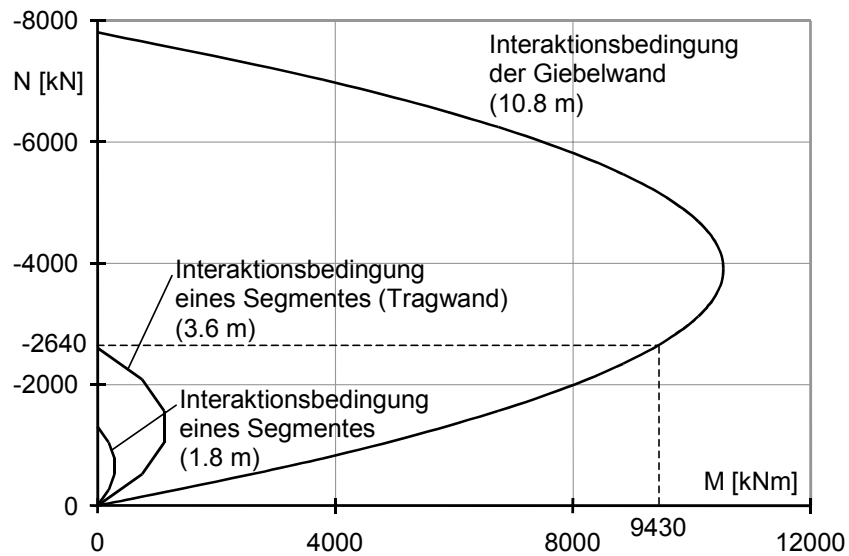


Abb. 6-3 Definition Geometrie und Material



	Tragwand 1		Tragwand 2		Tragwand 3		
N_x [kN]			-2640				$N_x = \sum N_{x,i}$ [kN]
M_u [kNm]			9430				$M_u = \sum (N_{x,i} \cdot e_i + M_i)$ [kNm]
Variante 1:							
$N_{x,i}$ [kN]	0	0	-39	-1300.5	-1300.5		$N_x = -39 - 2601 = -2640$
M_i [kNm]	0	0	56	0	0		$M_u = 2601 \cdot 3.6 + 56 = -9420$
Variante 2:							
$N_{x,i}$ [kN]	0	0	0	-39	-1300.5	-1300.5	$N_x = -39 - 1300.5 - 1300.5 = -2640$
M_i [kNm]	0	0	0	28	0	0	$M_u = 1300.5 (2.7 + 4.5) + 39 \cdot 0.9 + 28 = -9427$
Variante 3:							
	3.6		3.6		3.6		[m]

Abb. 6-4 Interaktionsdiagramm der aufnehmbaren Schnittgrößen für die Giebelwand und für Segmente (oben); Ermittlung des aufnehmbaren Momentes der Varianten 1 bis 3 (unten)

In Variante 1 wird für eine vorgegebene Längsdruckkraft, die sich für die Einspannstelle der Giebelwand zu $N_{x,0} = -2640$ kN ergibt, ein aufnehmbares Moment von $M_u = 9430$ kNm berechnet. Wie Abb. 6-4 zeigt, weichen die Ergebnisse der anderen Varianten unbedeutend davon ab. In Abhängigkeit vom Grad der Linearisierung der Interaktionsbedingungen kann die Qualität der Lösung beliebig verbessert werden. Im vorliegenden Fall werden die nichtlinearen Beziehungen pro Quadrant mit jeweils 5 Geradenabschnitten erfasst. Die Grenzmomente, die mit bi- bzw. trilinearen Materialbeziehungen berechnet werden, sind identisch.

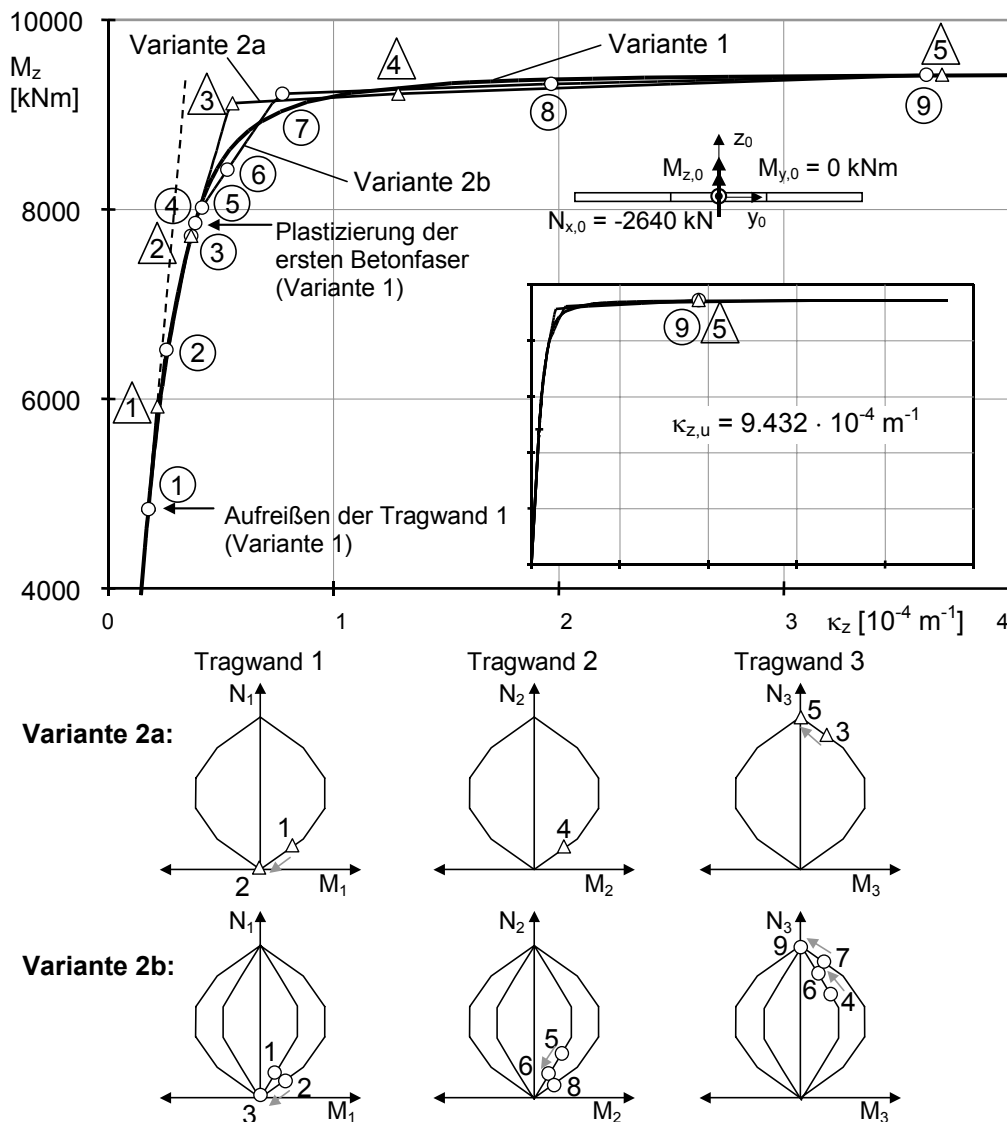


Abb. 6-5 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2

Zum Vergleich der Steifigkeitsentwicklung unterhalb der Traglast sind die Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2 sowie der Varianten 1 und 3 in Abb. 6-5 und 6-6 dargestellt. Um den Einfluss der Modellbildung der einzelnen Varianten auf die

Berechnungsergebnisse zu verdeutlichen, wird der Kurvenbereich hervorgehoben, bei dem die Steifigkeitsänderung infolge Rissbildung und Plastizierung besonders deutlich sind. Die Ermittlung des aufnehmbaren Momentes M_u und die dazugehörige Grenzkrümmung $\kappa_{z,u}$ erfolgt für eine Grenzstauchung von -3.5‰ . Die Stellen, an denen der Schnittgrößenzustand einer Tragwand auf eine Interaktionsgerade trifft, sind entsprechend der Varianten unterschiedlich markiert. Durch die Nummerierung wird die gerade neu aktivierte Grenzbedingung in den Interaktionsdiagrammen (untere Bildhälfte) gekennzeichnet. Das Aktivieren bzw. Erreichen von Grenzbedingungen (Interaktionsgeraden) drückt sich im Modell dadurch aus, dass die formulierten Ungleichungsbedingungen in Gleichungsbedingungen übergehen.

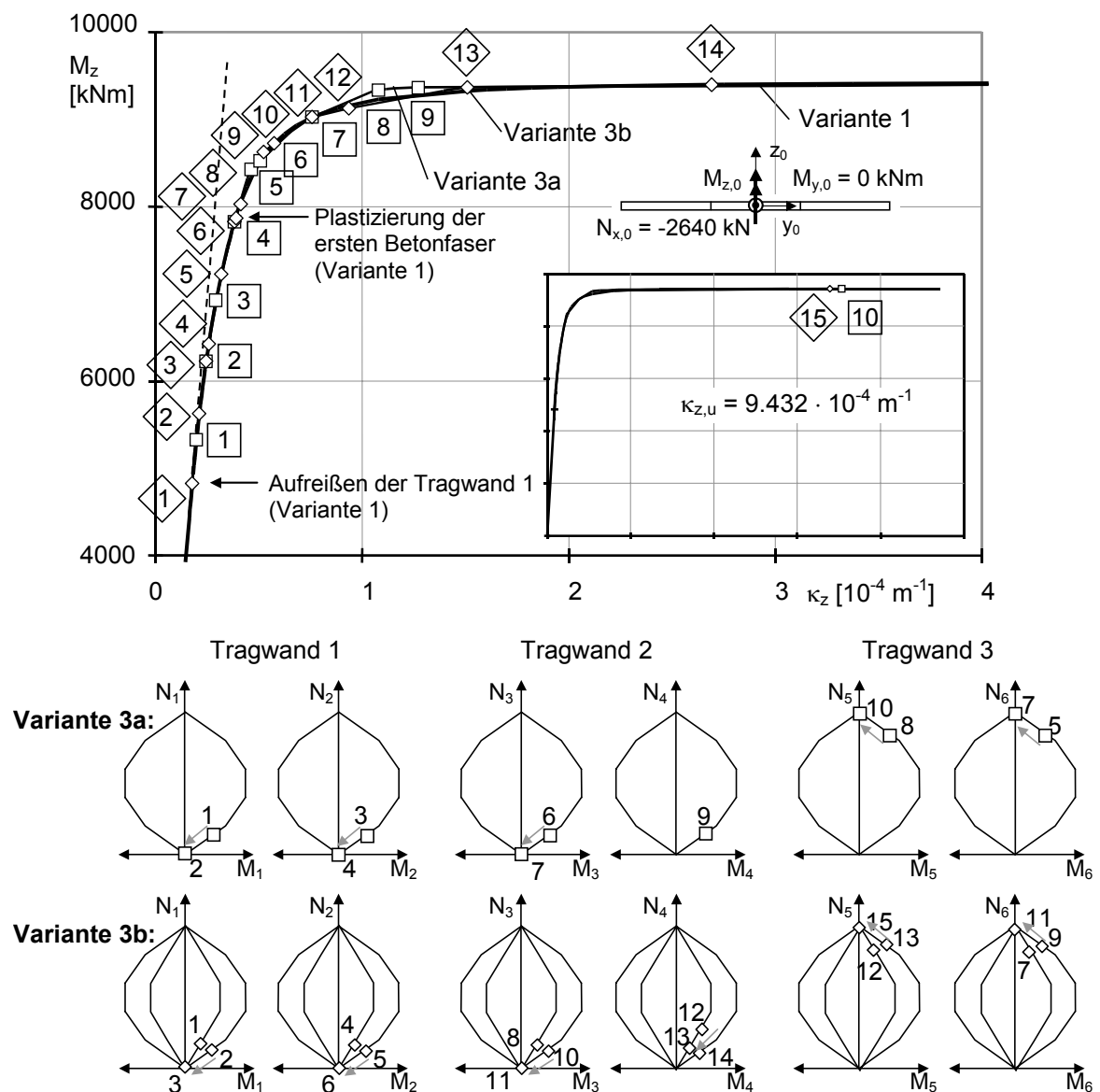


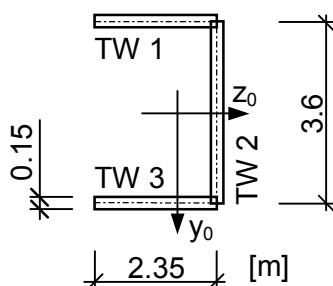
Abb. 6-6 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3

Der Querschnitt, der mit den Annahmen der Variante 1 untersucht wird, bleibt bis zu einer Momentenbeanspruchung von $M_z = 4800 \text{ kNm}$ vollständig überdrückt. Bis zu diesem Lastbereich stimmen die Resultate der einzelnen Varianten hinreichend genau überein. Das anschließende Aufreißen wird entsprechend der trilinearen Approximation der Materialbeziehungen von den Varianten 2b und 3b sehr gut erfasst. Allerdings zeigen die Diagramme in Abb. 6-5 und 6-6, dass alle Varianten den damit verbundenen Steifigkeitsverlust bis zum vollständigen Aufreißen der Tragwand 1 bei 7800 kNm gut abbilden. Die anschließende Plastizierung der ersten Betonfaser und das Aufreißen der Tragwand 2 können nur von den Berechnungsmodellen mit trilinearen Materialbeziehungen rechnerisch erfasst werden. In diesem Zusammenhang ist ab 8000 kNm ein deutlicher Steifigkeitsabfall zu erkennen, der infolge der einfachen Diskretisierung von den Varianten 2a und 2b nur bedingt wiedergespiegelt wird. Diese Spannungumlagerungen werden von den Varianten 3a und 3b gut abgebildet. Tendenziell ist festzustellen, dass in den oberen Lastbereichen die Varianten b mit der trilinearen Materialbeziehung bessere Ergebnisse gegenüber den Varianten a mit bilinearen Materialbeziehungen aufweisen. Allerdings besitzt der Diskretisierungsgrad der Tragwände einen größeren Einfluss auf die Resultate gegenüber dem Approximationsgrad der Materialbeziehungen.

6.2.3 Anwendung 2: Treppenkerne (U-Querschnitt)

Für die zweite Anwendung sind Untersuchungen zum Tragverhalten eines U-Querschnittes vorgesehen, die häufig als Teil der aussteifenden Konstruktion verwendet werden. Die Material- und Geometrieparameter sind in Abb. 6-7 dargestellt.

Der Lastangriff wird für alle Berechnungen in den Schwerpunkt des elastischen Ausgangsquerschnittes gelegt. Besitzt der resultierende Richtungsvektor der Beanspruchung einen Hebelarm zum Schubmittelpunkt, so treten Torsionsbeanspruchungen und Querschnittsverwölbungen auf.



$$\begin{aligned} \text{Elastizitätsmodul } E_i &= 1.728 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2 \\ \text{zul. Spannung } \sigma_i^{(+)} &= 0 \text{ kN/m}^2 \\ \sigma_i^{(-)} &= -4817 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Faseranzahl Tragwand 1 / 3: 40
Faseranzahl Tragwand 2: 60

Abb. 6-7 Definition Geometrie und Material

In Abb. 6-8 wird für den U-Querschnitt die Riss-, Fließ- und Bruchbedingung in verschiedenen Schnitten im Raum der Schnittgrößen ($N_{x,0}$, $M_{y,0}$, $M_{z,0}$) gezeigt. Für alle Varianten der Tafel 6-1 ergeben sich in Abhängigkeit des Linearisierungsgrades der Interaktionsbedingungen übereinstimmende rechnerisch aufnehmbare Schnittgrößen, die für eine Beanspruchung ermittelt werden, bei denen ein Querschnittspunkt eine Dehnung von -3.5‰ erreicht. Die Rissbedingung wird von den Segmentmodellen der Varianten 2b und 3b abgebildet. Weitere Untersuchungen zum *Einfluss der Diskretisierung* und zum *Einfluss der Querschnittsverwölbung* auf die Berechnungsergebnisse erfolgen am Kapitellende.

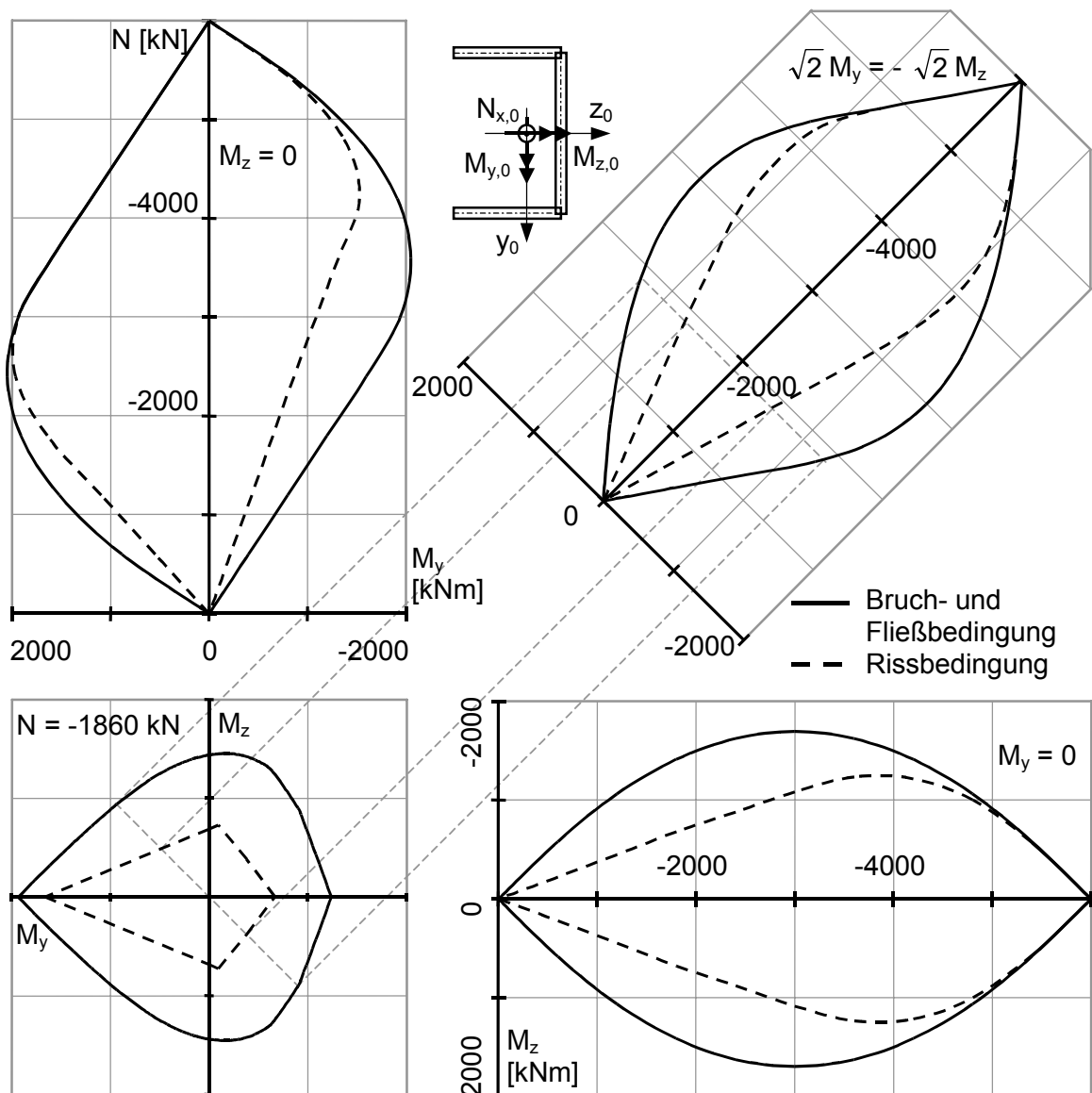


Abb. 6-8 Riss-, Fließ- und Bruchbedingung des U-Querschnitts nach Abb. 6-7

In den folgenden Diagrammen wird die Steifigkeitsentwicklung der einzelnen Berechnungsvarianten unter Zuhilfenahme von Momenten-Krümmungsbeziehungen gegenüber-

gestellt. Wie die Interaktionskurven in Abb. 6-8 verdeutlichen, weisen i.A. U-Querschnitte unter verschiedenen Richtungsvektoren der Schnittgrößen ($N_{x,0}$, $M_{y,0}$, $M_{z,0}$) ein unterschiedliches Querschnittstragverhalten auf. Die einzige Symmetrie ist entsprechend der Querschnittsgeometrie bezüglich der z-Achse vorhanden. Zur Beurteilung der einzelnen Varianten werden zwei Richtungsvektoren gewählt, wobei die Längskraft als konstant angenommen wird. In Abb. 6-9 und 6-10 wird M_z variiert ($M_y = 0$), während in Abb. 6-11 und 6-12 M_y variabel ist ($M_z = 0$). Damit sind die Extremkombinationen erfasst, bei denen sich der Gesamtquerschnitt zum einen verwölbt und zum anderen eben bleibt.

Die Materialbeziehungen der Segmente werden mit 5 Geradenabschnitten pro Quadrant abgebildet. Das Erreichen der Grenzbedingungen wird entsprechend der Reihenfolge des Auftretens markiert.

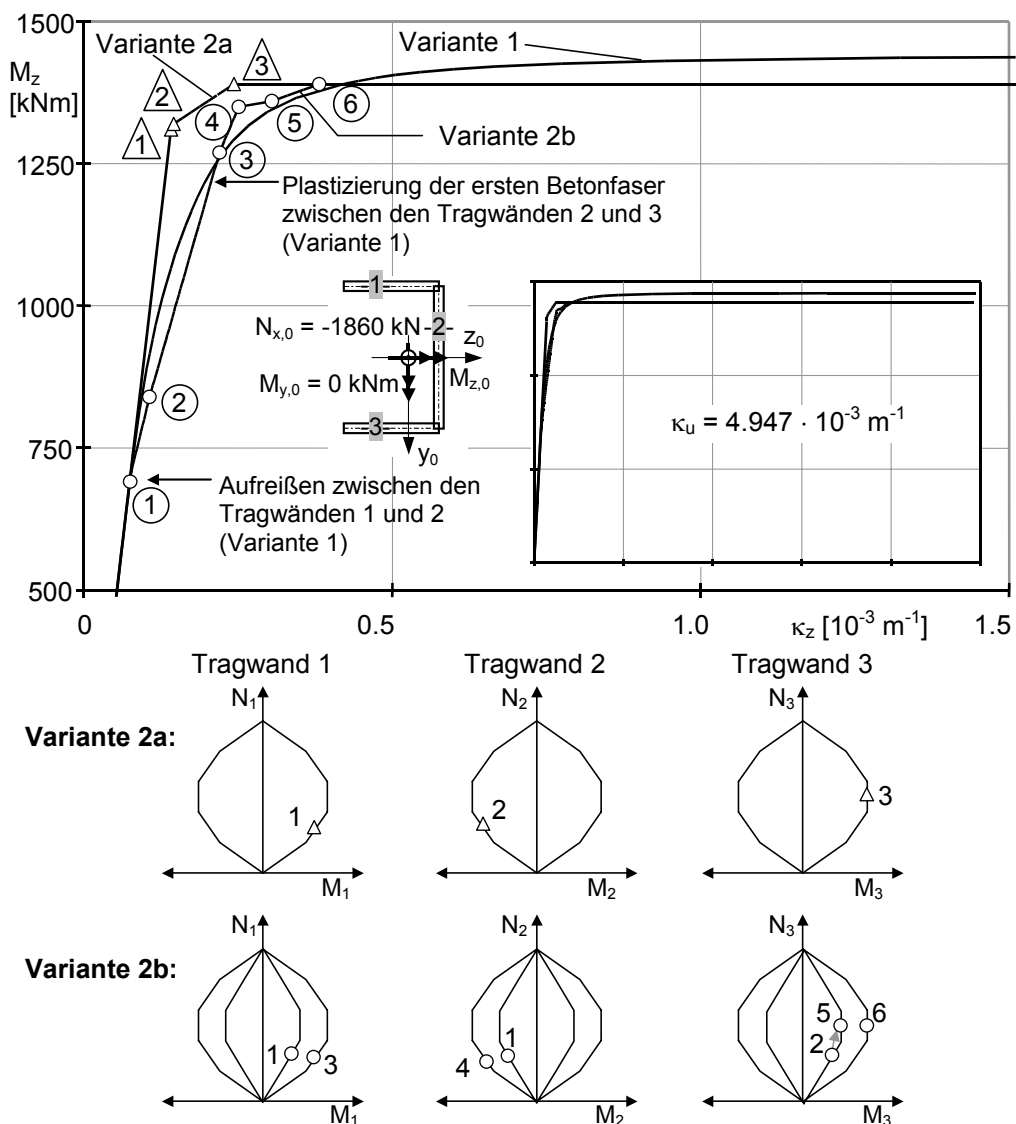


Abb. 6-9 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2 ($M_{y,0} = 0$ kNm)

Die Momenten-Krümmungskurven der Abb. 6-9 und 6-10 resultieren aus einer Momentenbeanspruchung um die z-Achse. Das Querschnittstragverhalten wird von dem Faser- und dem Segmentmodell im elastischen Bereich in guter Übereinstimmung erfasst. Der U-Querschnitt bleibt bis zu einer Beanspruchung von $M_z = 672 \text{ kNm}$ überdrückt. Die Varianten 2b und 3b sind entsprechend der trilinear formulierten Materialbeziehungen in der Lage, den Beginn des Aufreißens rechnerisch abzubilden. Infolge der Verwölbung reißt der Querschnitt zunächst an der Verbindungsstelle zwischen den Tragwänden 1 und 2 und später am freien Ende der Tragwand 3 auf. Das Querschnittstragverhalten wird mit Variante 2a im inelastischen Bereich zu steif abgebildet. Im Gegensatz dazu ermöglicht eine Tragwanddiskretisierung mit zwei Segmenten (Variante 3a) trotz der bilinearen Approximation der Materialbeziehungen, die Gesamtsteifigkeit mit Ausnahme der oberen Lastbereiche gut zu erfassen.

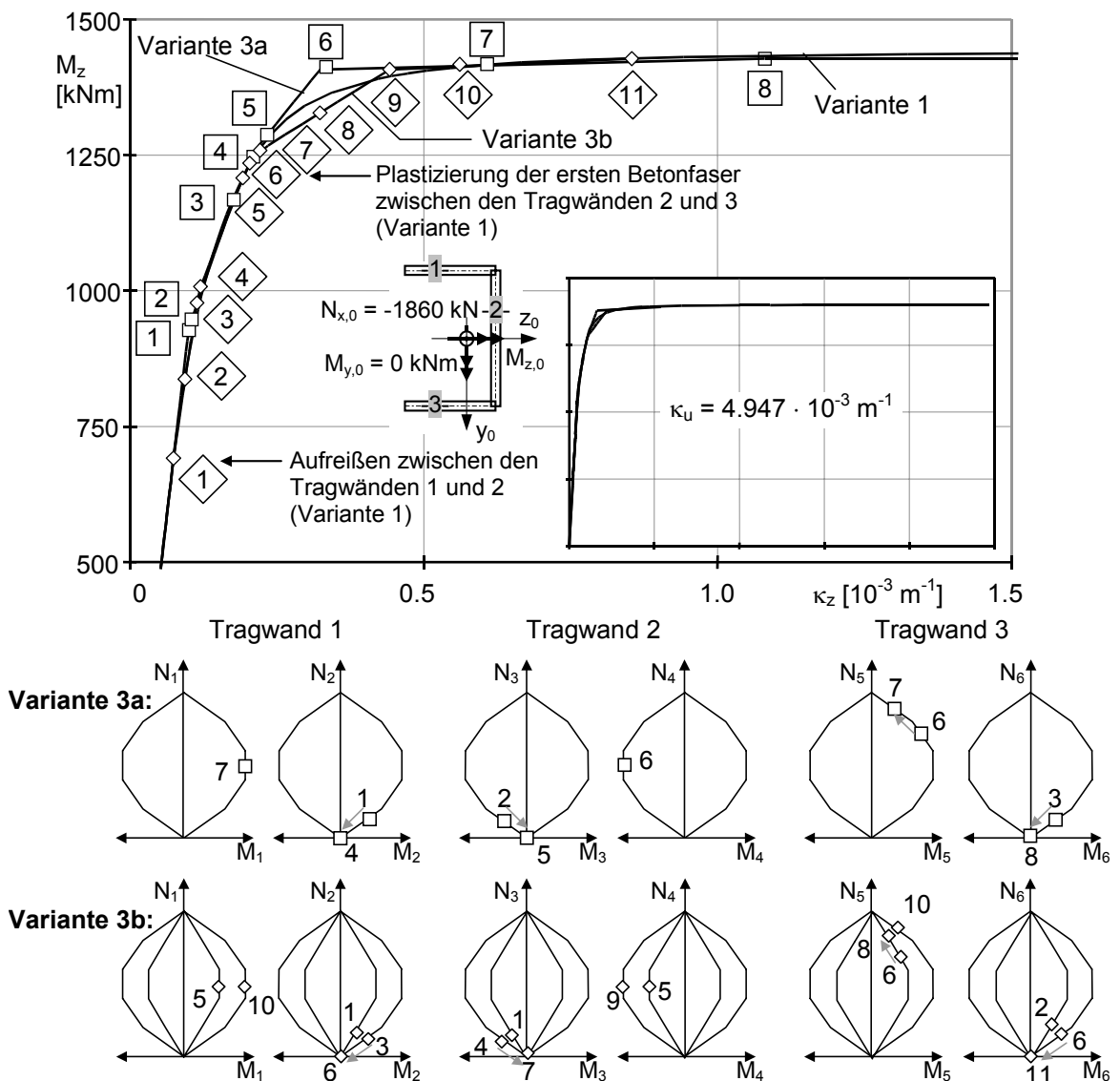


Abb. 6-10 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3 ($M_{y,0} = 0 \text{ kNm}$)

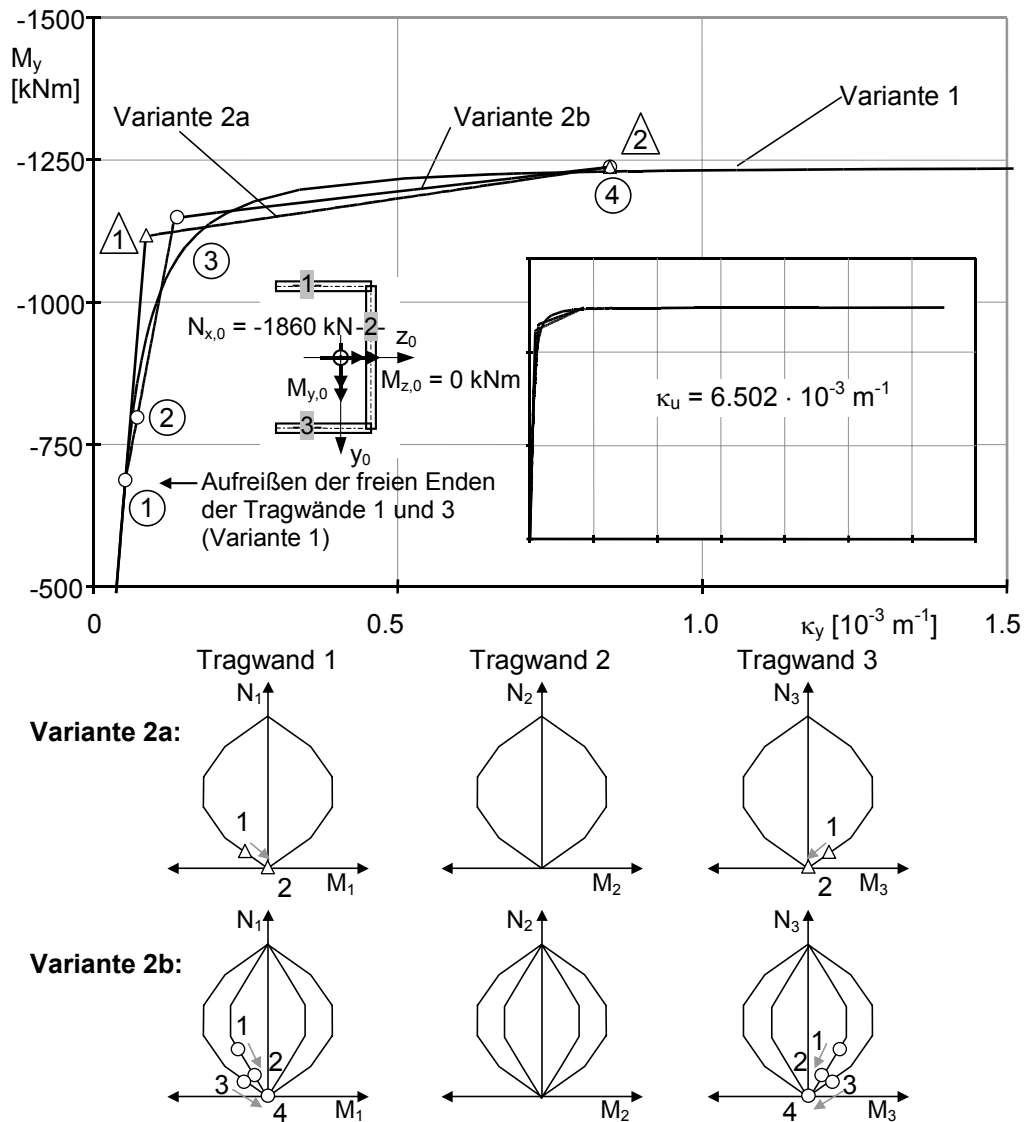


Abb. 6-11 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2 ($M_{z,0} = 0 \text{ kNm}$)

Im Unterschied zu den vorherigen Betrachtungen spielt die Verwölbung im folgenden keine Rolle, da aus Symmetriegründen bei einer Momentenbeanspruchung um die y -Achse keine Verdrehungen auftreten. Damit sind Berechnungsergebnisse wie bei einem T-Querschnitt zu erwarten. Diese Annahme wird durch die Darstellungen der Abb. 6-11 und 6-12 bestätigt. Die Rissbildung beginnt bei $M_y = -662 \text{ kNm}$, wobei die freien Enden der Tragwände 1 und 3 gleichzeitig aufreißen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit erreichen die Betonfasern der Tragwand 2 nicht die aufnehmbaren Fasernormalkräfte, so dass die entsprechenden Grenzbedingungen beim Segmentmodell nicht erreicht werden. Insgesamt ist festzustellen, dass für diesen Belastungsfall die Abweichungen der Variante 2 zur Referenzkurve der Variante 1 wesentlich geringer ausfallen als bei dem ersten Belastungsfall (s. Abb. 6-9 und 6-10).

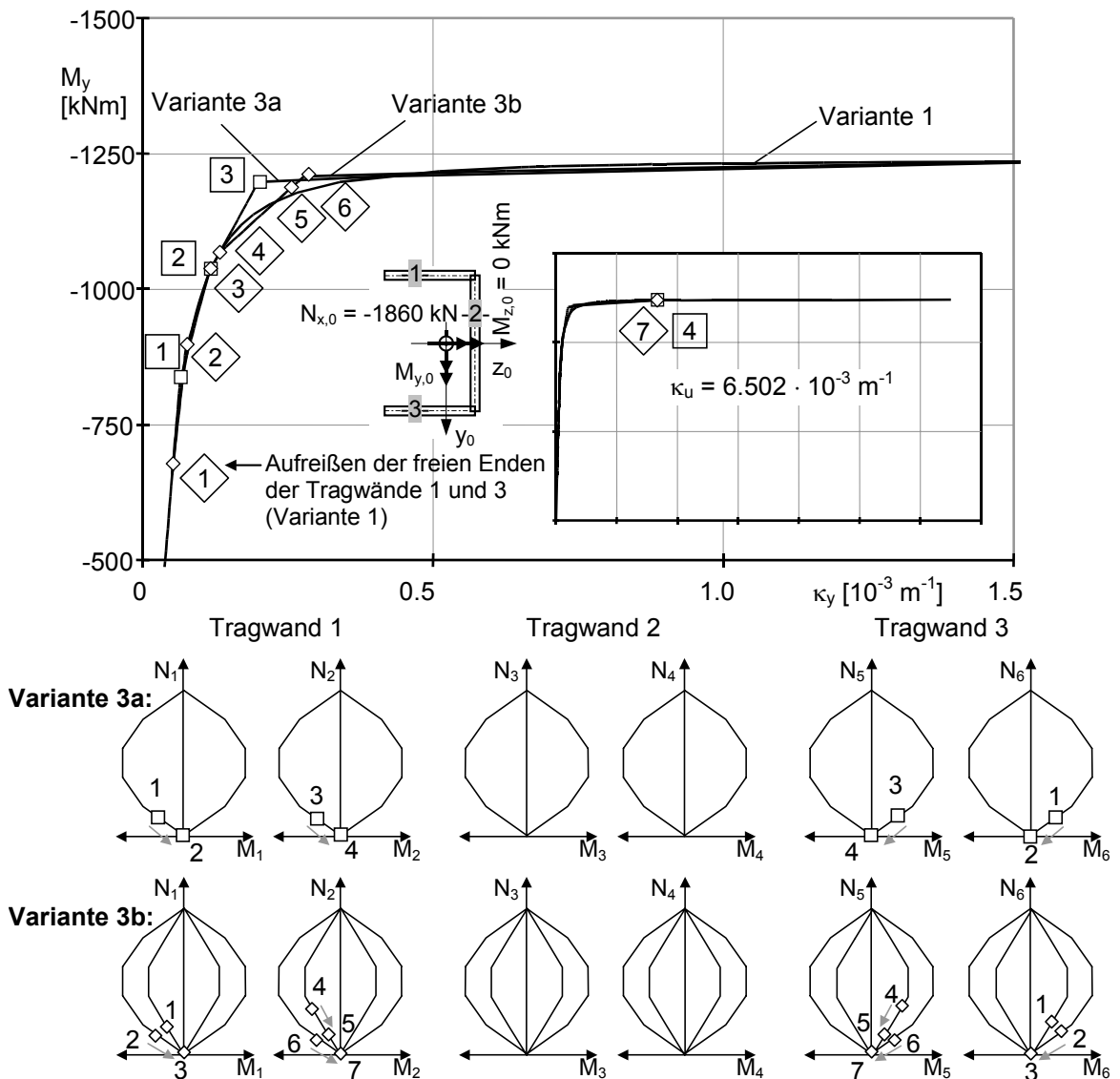


Abb. 6-12 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3 ($M_{z,0} = 0 \text{ kNm}$)

Einfluss der Diskretisierung

Der Einfluss der Diskretisierung der Tragwände und der nichtlinearen Interaktionsbedingungen auf die Berechnungsergebnisse wird in Tafel 6-2 untersucht. Darin sind die Rissmomente M_{cr} und aufnehmbaren Momente M_u zusammengestellt. Zusätzlich zu den vorgestellten Beispielen wird der Richtungsvektor $M_{y,0} = -M_{z,0}$ berücksichtigt.

Der Vergleich der Rissmomente der Varianten 2 und 3 gegenüber der Variante 1 zeigt eine sehr gute Übereinstimmung, da die Rissbedingung unterhalb des Balancepunktes eine Gerade bildet (s. Abb. 6-2) und so im Berechnungsmodell modelliert wird. Die aufnehmbaren Momente werden entsprechend der unterschiedlichen Diskretisierungsansätze mit Abweichungen von kleiner 9% gut erfasst. Die größten Unterschiede treten bei

einer groben Diskretisierung der Tragwände und bei einem geringen Linearisierungsgrad der Interaktionsbedingungen unter Beanspruchungszuständen in der Nähe des Balancepunktes auf. (vgl. Variante 2 mit 6 Linearisierungen).

		$N_{x,0} = -1860 \text{ kN}$						
		$M_{y,0} = 0 \text{ kNm}$		$M_{z,0} = 0 \text{ kNm}$		$M_{y,0} = -M_{z,0}$		
		$M_{z,cr}$	$M_{z,u}$	$M_{y,cr}$	$M_{y,u}$	$M_{y,cr}$	$M_{y,u}$	
Variante / Linearisierungsgrad	1	672	1440	-662	-1238	480	939	
	2a	6		1326		-1238		898
		10		1390		-1238		929
		14		1427		-1238		932
	2b	6	672	1326	-662	-1238	451	898
		10	672	1390	-662	-1238	480	929
		14	672	1427	-662	-1238	480	932
	3a	6		1397		-1238		923
		10		1428		-1238		935
		14		1435		-1238		935
	3b	6	671	1397	-661	-1238	479	923
		10	671	1428	-661	-1238	479	935
14		671	1435	-661	-1238	479	935	

Tafel 6-2 Rissmomente und aufnehmbare Momente für verschiedene Belastungsvektoren und Diskretisierungen

Einfluss der Querschnittsverwölbung

Der Einfluss der Querschnittsverwölbung wird in Abb. 6-13 gezeigt. Dort sind die Schnittgrößeninteraktionen zum einen für das Ebenbleiben des Querschnittes (Bernoulli-Hypothese) und zum anderen für das Ebenbleiben der Segmente (Wagner-Hypothese) gegenübergestellt. Damit werden nur für den letzteren Fall Torsionsbeanspruchungen berücksichtigt, deren Lastabtrag durch Wölbkrafttorsion erfolgt. Es entwickeln sich zusätzliche Wölbnormalspannungen und -dehnungen, die zu einem frühzeitigen Aufreißen der einzelnen Tragwände führen und mit Steifigkeitsabfall sowie geringerer Traglast verbunden sind. Einflüsse zeigen sich ebenso im elastischen Bereich, da sich unter der Berücksichtigung von Verwölbungen die Biegesteifigkeit um die z-Achse verringert.

Für Momentenbeanspruchungen um die y-Achse treten aus Symmetriegründen der Querschnittsgeometrie keine Drehbeanspruchung auf. In diesem Fall liefern Berechnungen auf der Grundlage beider Hypothesen identische Ergebnisse, wie dies in Abb. 6-13 im oberen linken Interaktionsdiagramm zu erkennen ist.

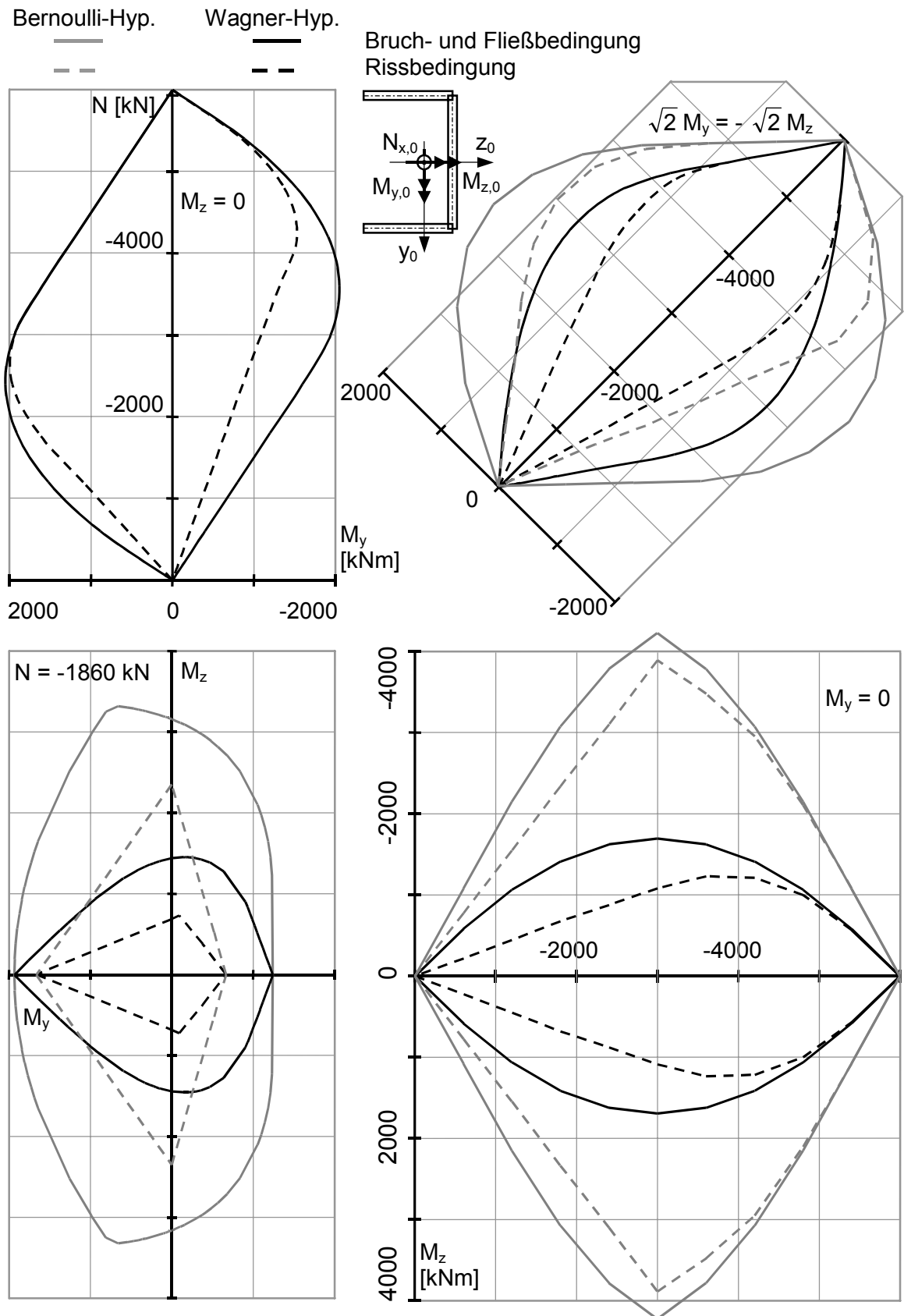


Abb. 6-13 Gegenüberstellung der Schnittgrößeninteraktionen unter Annahme Ebenbleiben des Querschnittes (Bernoulli-Hypothese) und Ebenbleiben der Segmente (Wagner-Hypothese)

6.2.4 Zusammenfassung zur Querschnittsanalyse

Die Ergebnisse der Querschnittsanalyse an ebenen und räumlich zusammengesetzten Tragelementen belegen, dass die Resultate unter Verwendung des Segmentmodells mit denen des Fasermodells hinreichend genau übereinstimmen. Maßgebendes Vergleichskriterium ist die Steifigkeitsentwicklung unterhalb der Traglast. Während diese im elastischen Bereich bei angemessener Faserdiskretisierung sehr gut übereinstimmen, treten unter Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität Abweichungen auf. Die Ursache liegt in der gewählten Formulierung der Plastizitätsbedingungen. Beim Fasermodell wird die physikalische Nichtlinearität in jeder Faser durch Beschränkung der aufnehmbaren Spannungen bzw. Fasernormalkräfte berücksichtigt. Im Unterschied dazu erfolgt beim Segmentmodell die Beschreibung inelastischer Effekte durch die Verwendung nichtlinearer Interaktionsbeziehungen im Raum der Schnittgrößen. Dabei wird die Qualität der Lösung durch den Linearisierungsgrad der Interaktionsbeziehungen und der Erfassung beanspruchungsabhängiger Steifigkeitsänderungen beeinflusst. In diesem Zusammenhang erweist sich neben der Verwendung von trilinearen Materialbeziehungen auch eine feinere Elementdiskretisierung als vorteilhaft. In vielen Fällen kann eine Tragwand mit Hilfe von zwei Segmenten unter Ansatz bilinearer Materialbeziehungen gut abgebildet werden.

Als ein weiteres Ergebnis der Querschnittsanalyse können Funktionen zur Beschreibung von Schnittgrößeninteraktionen für die Kopplung des Querschnitts- und Tragwerksmodells bereitgestellt werden. Dabei sind für räumlich gegliederte Tragwände dreidimensionale Interaktionsfiguren bezüglich des Gesamtquerschnittes und zweidimensionale Interaktionsbedingungen bezüglich der Segmente formulierbar. Eine dreidimensionale Erfassung der Schnittgrößeninteraktion hat allerdings den Nachteil, dass die Vertikalfugen im Tragwerksmodell nicht direkt erfasst bzw. kontrolliert werden können. Die nichtlinearen Materialbeziehungen sind mathematisch aufwendig über gekrümmte Flächen oder über Ebenengleichungen zu beschreiben. Darüber hinaus besitzen derartig formulierte Interaktionsbedingungen eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Verdrehung des Gesamttragwerkes und der damit verbundenen unterschiedlichen Ausbildung von Wölbnormalspannungen. Ausgehend davon ist die Erfassung des Tragverhaltens gegliederter Querschnitte über die Materialbeziehungen der tragwandabbildenden Segmente und deren Kopplungsbeziehungen vorteilhafter. Im Tragwerksmodell kann ein Materialgesetz für die Vertikalfugen implementiert und die nichtlinearen Interaktionsbeziehungen über Geradengleichungen im zweidimensionalen Raum formuliert werden.

6.3 Anwendungen zur Tragwerksanalyse

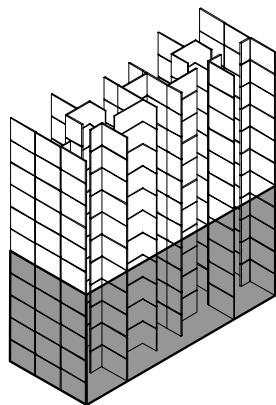
6.3.1 Einführung und Variantenvorstellung

Unter Berücksichtigung der vorgestellten integralen Materialbeziehungen bezogen auf Segmente (Tragwände) kann das globale Tragverhalten von Aussteifungssystemen im physikalisch nichtlinearen Bereich wirklichkeitsnah abgebildet werden. Gerade für die Analyse von Großtafelbauten ist dieses Vorgehen besonders vorteilhaft, da die Tragkonstruktion durch verschiedenartig gekoppelte Einzelelemente gekennzeichnet ist. Im Rahmen der folgenden Untersuchungen finden Kopplungen benachbarter Tragwände über kontinuierlich verlaufende Vertikalfugen besondere Beachtung.

Modellbildung

Dem Aussteifungssystem nach Abb. 6-1 liegt die Querwandbauweise zugrunde. Die einachsigen gespannten Decken tragen ihre Lasten auf die Querwände einschließlich Giebelwände ab, welche die Aussteifung in Gebäudequerrichtung übernehmen. Die Längsaussteifung wird durch die Innenlängswände realisiert, und bedarf besonderer Beachtung. Die vorgehängten Fassadentafeln in Gebäudelängsrichtung werden als statisch nicht mitwirkend angenommen und übertragen nur die auf ihre Fläche entfallenden Windlasten auf die Deckenscheiben. Eine Schubkraftübertragung in den Vertikalfugen benachbarter Tragwände wird nur für die Querwände der Achsen I, III, IV und VI sowie für die Wände der zwei Treppenhaukerne berücksichtigt.

Die Materialkennwerte sind in Abb. 6-14 angegeben. Die Änderungen der Betongüte zwischen dem 5. und dem 6. Geschoss wird bei der Ermittlung der Querschnittswiderstände berücksichtigt. Die Interaktionsbedingungen zur Abbildung von bi- und trilinearen Materialbeziehungen werden entsprechend Abb. 6-2 formuliert.



6. – 11. Geschoss

$$\text{Elastizitätsmodul } E_i = 1.548 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma_i^{(+)} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_i^{(-)} = -2890 \text{ kN/m}^2$$

1. – 5. Geschoss

$$\text{Elastizitätsmodul } E_i = 1.728 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

$$\text{zul. Spannung } \sigma_i^{(+)} = 0 \text{ kN/m}^2$$

$$\sigma_i^{(-)} = -4817 \text{ kN/m}^2$$

Abb. 6-14 Materialkennwerte

Das Aussteifungssystem wird getrennt für beide Gebäudehaupttrichtungen analysiert. Die resultierenden Horizontallasten, deren Eintrag in den Deckenebenen erfolgt, werden in Abb. 6-15 für die Gebäudelängs- und Gebäudequerrichtung angegeben. Der erste Wert gibt die veränderliche Windlast an, während der zweite Wert die ständige Beanspruchung infolge Schiefstellung beschreibt. Alle Lasten werden auf das Referenzkoordinatensystem (x_0 , y_0 , z_0) bezogen. Der geschossweise Rückbau ist mit außermittigem Lastangriff verbunden, wodurch Torsionsbeanspruchungen hervorgerufen werden.

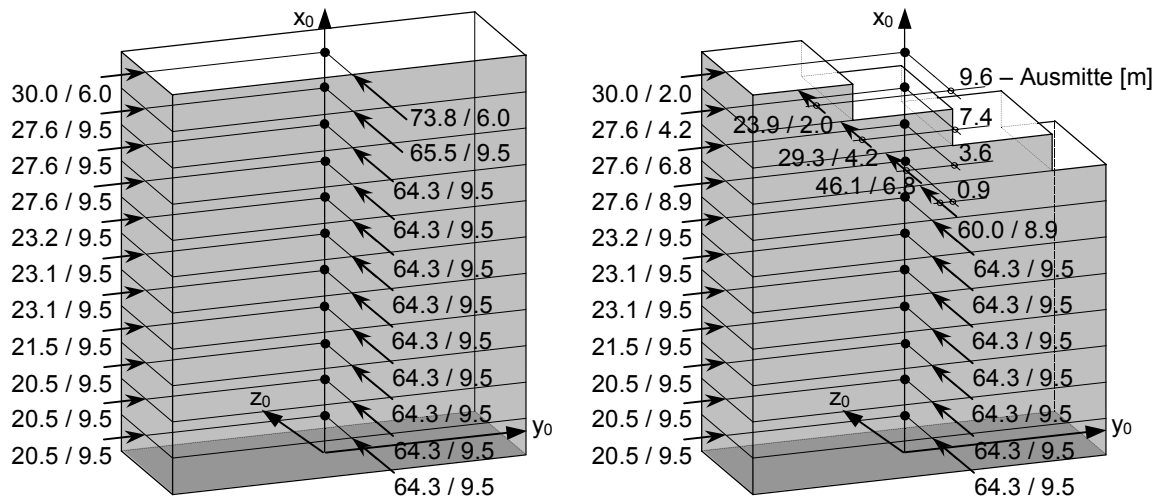


Abb. 6-15 Horizontallasten in Längs- und Querrichtung, Wind / Schiefstellung [kN]

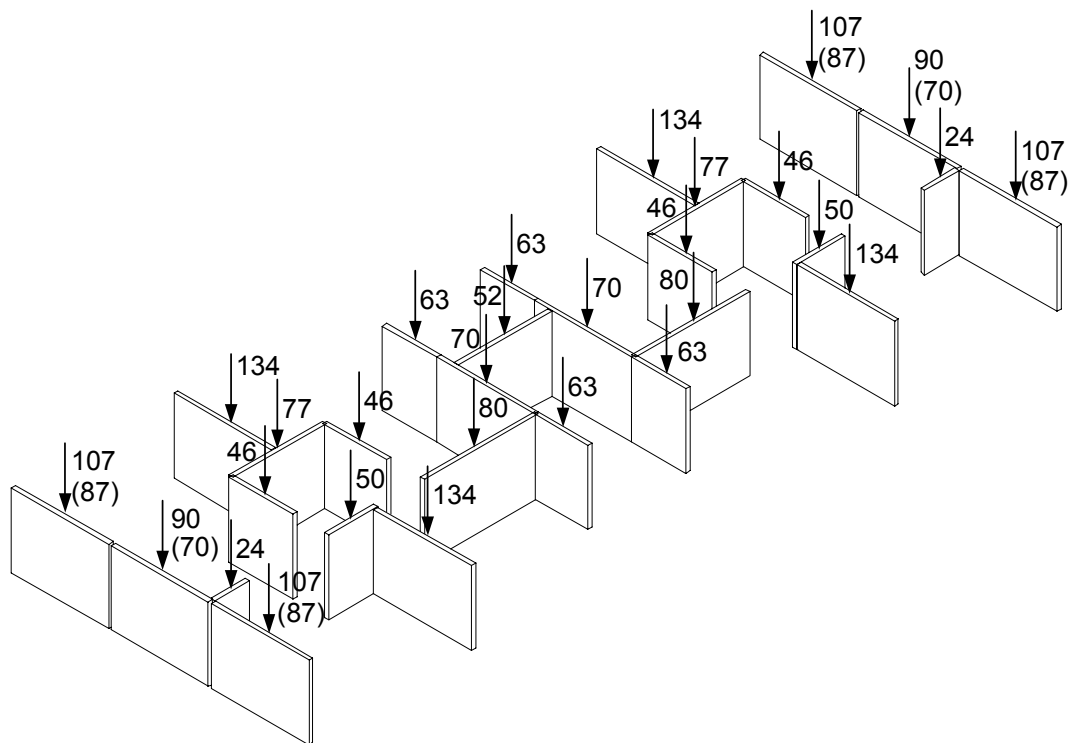


Abb. 6-16 Vertikallasten für ein Vollgeschoss [kN]

Die Vertikallasten sind für ein Vollgeschoss in Abb. 6-16 dargestellt. Die gleichmäßig verteilten Wandeigenlasten werden zusätzlich zur Eigenlast der Decken konzentriert in die Knotenpunkte der Tragwandelemente eingetragen. Diese Lasten werden für die ursprüngliche und für die rückgebaute Struktur angesetzt. Lediglich das Eigengewicht der Giebelwände reduziert sich im Zuge der Rückbaumaßnahmen durch Veränderungen am Wandaufbau. Es gelten die Werte in den Klammern.

Die Berechnungen werden unter Berücksichtigung von Teilsicherheitsbeiwerten vorgenommen. Der Teilsicherheitsbeiwert für die ständigen Horizontallasten (Schiefstellung) wird mit $\gamma_{g,H} = 1.35$ und für die ständigen Vertikallasten (Eigenlast) mit $\gamma_{g,V} = 1.00$ angesetzt, da bei letzterer Belastung von einer positiven Wirkung ausgegangen wird. Der Teilsicherheitsfaktor der veränderlichen Horizontallasten (Wind) wird mit $\gamma_{q,H} = 1.50$ berücksichtigt.

Variantenvorstellung

In vielen Fällen kann die Tragfähigkeit auf der Grundlage linear elastisch ermittelter Schnittgrößen nicht nachgewiesen werden. Die Anwendung der vorgestellten Berechnungsmodelle ermöglicht die Erschließung von Tragreserven durch die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte. In Voruntersuchungen werden, basierend auf einer Querschnittsmodellierung (Abschn. 6.3.2), bereits Aussagen zum Tragverhalten im elastischen und inelastischen Bereich getroffen. Diese Betrachtungen werden durch Analysen an einem räumlichen Tragwerksmodell erweitert. In diesem Zusammenhang interessieren:

- Grenz- und Zwischenzustände der Ursprungsstruktur (Abschn. 6.3.3) und der verschiedenen Variationen rückgebauter Tragstrukturen (Abschn. 6.3.4),
- Betrachtungen zum Einfluss unterschiedlicher Diskretisierungsansätze der Tragelemente und der Materialbeziehungen (Abschn. 6.3.5),
- Untersuchungen unter der Annahme verschiedener Vertikalfugensteifigkeiten (Abschn. 6.3.6) sowie der daraus resultierende Einfluss auf die Strukturantwort bei begrenzter Schubkraftübertragung (Abschn. 6.3.7),
- Maßnahmen zur Verstärkung des Tragsystems (Abschn. 6.3.8) und
- Betrachtungen zum Einfluss von Ververformungen und Vorbeanspruchungen (Abschn. 6.3.9).

Die Untersuchungen der genannten Schwerpunkte basieren auf den Varianten der Querschnittsanalyse (s. Tafel 6-1). In Tafel 6-3 ist zusammenfassend dargestellt, mit welchen

Varianten die einzelnen Problemkreise bearbeitet werden. Die Betrachtungen der Abschnitte 6.3.5 bis 6.3.9 erfolgen für das rückgebaute Tragsystem (r). In den Abschnitten 6.3.6 und 6.3.9 wird zusätzlich das ursprüngliche Tragsystem (ur) berücksichtigt.

Gebäudequerrichtung (\uparrow)			Gebäuelängsrichtung (\Rightarrow)			Belastungsrichtung	
2a	2b	3a	2a	2b	3a	Variante entsprechend Tafel 6-1	
6.3.2			6.3.2			ursprünglich	Querschnittsmodellierung
6.3.2			6.3.2			rückgebaut	
6.3.3			6.3.3			ursprünglich	Tragwerksmodellierung
6.3.4			6.3.4			rückgebaut	
6.3.5	6.3.5	6.3.5	6.3.5	6.3.5	6.3.5	Diskretisierung (r)	
6.3.6					6.3.6	Fugensteifigkeit (ur) + (r)	
6.3.7						Schubkraftbegrenzung (r)	
6.3.8					6.3.8	Verstärkung (r)	
					6.3.9	Vorverformung (ur) + (r)	

Tafel 6-3 Varianten für die Anwendungsbeispiele zur Tragwerksanalyse

6.3.2 Erweiterte Querschnittsanalyse zur Abbildung des Gesamttragsystems

Die Berechnung des Gesamttragsystems wird auf die Untersuchung des Schnittes am Fußpunkt der Tragwände reduziert. Die äußere Belastung ($M_{y,0}$, $M_{z,0}$, $M_{b,0}$) wird an einem Ersatzsystem (Kragarm) für die Gesamtbelastung des Aussteifungssystems ermittelt und auf die Referenzachsen (x_0 , y_0 , z_0) bezogen. Die Gebäuelängs- und Gebäudequerrichtung werden getrennt untersucht, so dass die Belastungen durch die günstige Wahl der Referenzachsen meist voneinander unabhängig sind. Eine Ausnahme bildet das rückgebaute Tragsystem in Querrichtung. Hierbei ist das Biegemoment $M_{y,0}$ mit dem Bimoment $M_{b,0}$ gekoppelt, wobei das Verhältnis zueinander aufgrund der Lastsituation, bestehend aus ständigen und veränderlichen Anteilen, nicht konstant ist. Die Abweichungen liegen für die hier interessierenden Lastbereiche unter 1%.

Die Tragwände werden entsprechend der Variante 2a durch ein Segment unter Ansatz bilinearer Materialbeziehungen abgebildet. Die Berechnungsauswertung erfolgt anhand von Lastintensitäts-Krümmungskurven, die in Abb. 6-17 für die Ursprungsstruktur, Kurven (1) und (3), und für die rückgebaute Struktur, Kurven (2) und (4), dargestellt sind. Die Krümmungen beziehen sich entsprechend der Lastrichtungen auf die jeweilige Referenzachse. Die Lastintensität p vervielfacht die veränderliche Horizontallast (Wind). Aus die-

sem Grund beginnen die Kurven nicht im Koordinatenursprung. Die Gesamtlast wird auf eine Belastungsintensität von $p = 1.0$ normiert. Die markierten Stellen der Last-Krümmungskurven kennzeichnen das Erreichen der Grenzbedingungen der einzelnen Tragwände.

Zum Vergleich der Berechnungsergebnisse werden u.a. Grenzlaster herangezogen, die nachfolgend erklärt werden. Als *elastische Grenzlaster* p_{el} wird diejenige Last definiert, bei der sich alle Wandsegmente gerade noch elastisch verhalten. Die *plastische Grenzlaster* p_{pl} ist dadurch charakterisiert, dass die Möglichkeit einer Schnittgrößenumlagerung im Gesamtsystem erschöpft ist.

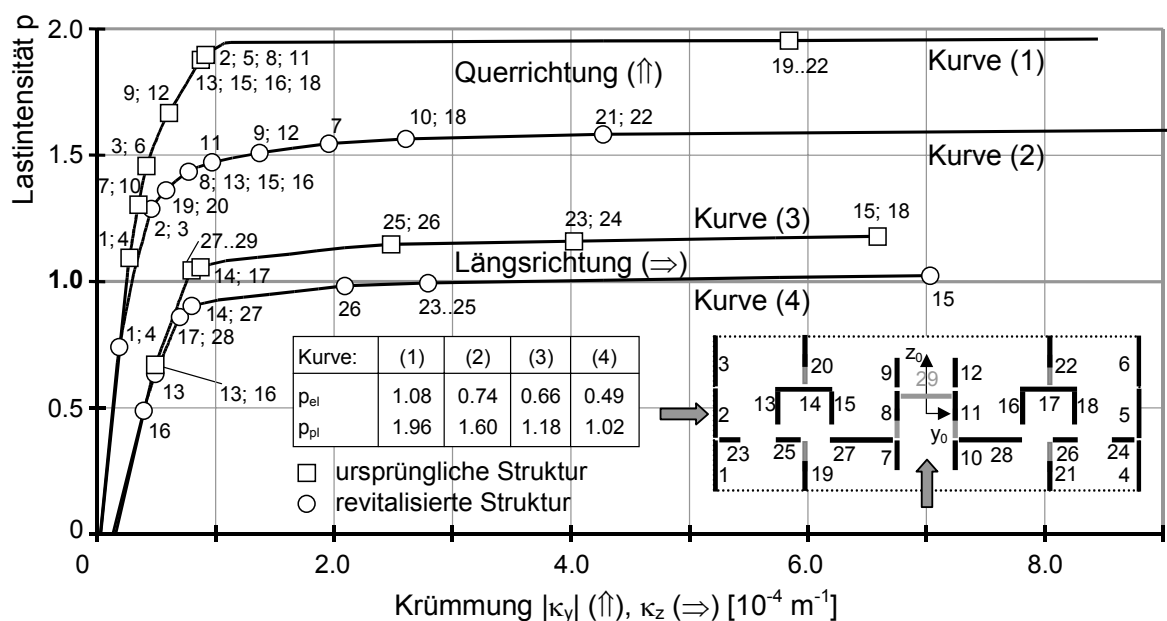


Abb. 6-17 Last-Krümmungskurven für die ursprüngliche und rückgebaute Struktur
entsprechend Abb. 6-1

Aus dem Konstruktionsprinzip kann bereits abgeleitet werden, dass in der Querrichtung keine Probleme bezüglich der Lastabtragung bestehen. Für die Ursprungsstruktur, Kurve (1), ist die Tragfähigkeit des Aussteifungssystems bereits unter Anwendung linearer Berechnungshilfsmittel nachweisbar. Die elastische Grenzlaster beträgt $p_{el} = 1.08$. Bei dem rückgebauten Tragsystem, Kurve (2), ist hingegen die Inanspruchnahme des inelastischen Widerstandsvermögens der Konstruktion notwendig ($p_{el} = 0.74$), um das geforderte Lastniveau zu erreichen.

In der Längsrichtung reagiert das Aussteifungssystem wesentlich weicher. Ausschlaggebend dafür ist die geringere Anzahl vorhandener Tragwände, die bis auf die Treppenhaukerne als ungekoppelt angenommen werden. Die rechnerisch ermittelten elastischen

Grenzlasten liegen unterhalb des geforderten Wertes von $p = 1.0$, so dass der Nachweis der Tragfähigkeit nur durch Schnittgrößenumlagerungen auf geringer beanspruchte Bereiche erbracht werden kann.

Allgemein ist für beide Lastrichtungen festzustellen, dass infolge der Rückbaumaßnahmen die Grenzlasten deutlich gesenkt werden und die Reihenfolge des Auftretens inelastischer Reaktionen verändert wird.

Mit der vorgestellten Querschnittsanalyse ist es möglich, ein grundlegendes Verständnis zum Tragverhalten der Aussteifungssysteme unter Berücksichtigung physikalisch nichtlinearer Effekte zu erhalten. Allerdings beschränken sich die Aussagen auf den betrachteten Geschossquerschnitt. Inwieweit benachbarte Geschosse inelastische Reaktionen zeigen, muss gesondert untersucht werden. Für die Schnittgrößenverteilung und die ermittelten elastischen Grenzlasten sind infolge der vernachlässigten Schubverformungen Abweichungen zu erwarten. Weiterhin ist es nicht möglich, aus der Querschnittsanalyse Tragwerksverschiebungen abzuleiten, deren Kenntnis aber mit Hinblick auf Deformationsbegrenzungen eine notwendige Voraussetzung bildet. Solche Einschränkungen lassen sich berücksichtigen, wenn Untersuchungen am räumlichen Gesamtsystem durchgeführt werden.

6.3.3 Tragwerksanalyse der Ursprungsstruktur

Ähnlich wie im Abschnitt 6.3.2 wird das Tragverhalten durch Lastintensitäts-Verformungskurven beschrieben. In Abb. 6-18 sind die normierten Kurven für die Ursprungsstruktur angegeben. Dabei sind die Verschiebungen am Kopfpunkt derjenigen Tragwand dargestellt, welche die größten Verformungen aufweist. Die Lastintensität p vervielfacht wiederum die veränderliche Horizontallast (Wind). Die markierten Stellen der Last-Verschiebungskurven kennzeichnen das Erreichen der aufnehmbaren Schnittgrößen der Tragwände in den einzelnen Geschossebenen.

Die Modellierung des Tragsystems erfolgt auf der Grundlage der Variante 2a. Die Belastung wird getrennt für die Längs- und Querrichtung und entsprechend der positiven Achsrichtungen aufgetragen. Das Systemtragverhalten in der Gebäudelängsrichtung ist für beide Beanspruchungsrichtungen aufgrund der symmetrischen Tragwerkswiderstände und Einwirkungen gleich. In der Querrichtung ist die Widerstandssymmetrie infolge der Treppenhauskerne nicht vorhanden, wobei eine Belastung in die positive Achsrichtung den maßgebenden Lastfall darstellt.

Wie bereits aus der Querschnittsanalyse bekannt, bestehen für das untersuchte Tragwerk in der Querrichtung keine Probleme bei der Lastabtragung. Die rechnerisch ermittelte elastische Grenzlast liegt bei $p_{el} = 1.16$ und die plastische Grenzlast bei $p_{pl} = 1.96$. Während die elastische Grenzlast gegenüber der aus der Querschnittsanalyse um ca. 8% infolge der vernachlässigten Schubverformung abweicht, stimmen die plastischen Grenzlasten überein.

Wie aus Abb. 6-18, Kurve (1) zu erkennen ist, beeinflusst vor allem das Tragverhalten der gekoppelten Querwände die Steifigkeitsentwicklung des Gesamtsystems. Erst im oberen Lastbereich sind die Steifigkeiten dieser Wände soweit reduziert, dass die übrigen Wände stärker zur Lastabtragung herangezogen werden. In der Folge reißen die Kernseitenwände auf. Bei $p = 1.94$ sind alle Querwände im Erdgeschoss ausgelastet. Geringe Schnittgrößenanteile infolge Laststeigerung bis zum Erreichen der plastischen Grenzlast werden auf die Treppenhaukerne umgelagert. Das Versagen tritt ein, sofern die Kernseitenwände an der Einspannstelle vollständig aufgerissen sind (vgl. Abb. 6-11 und 6-12).

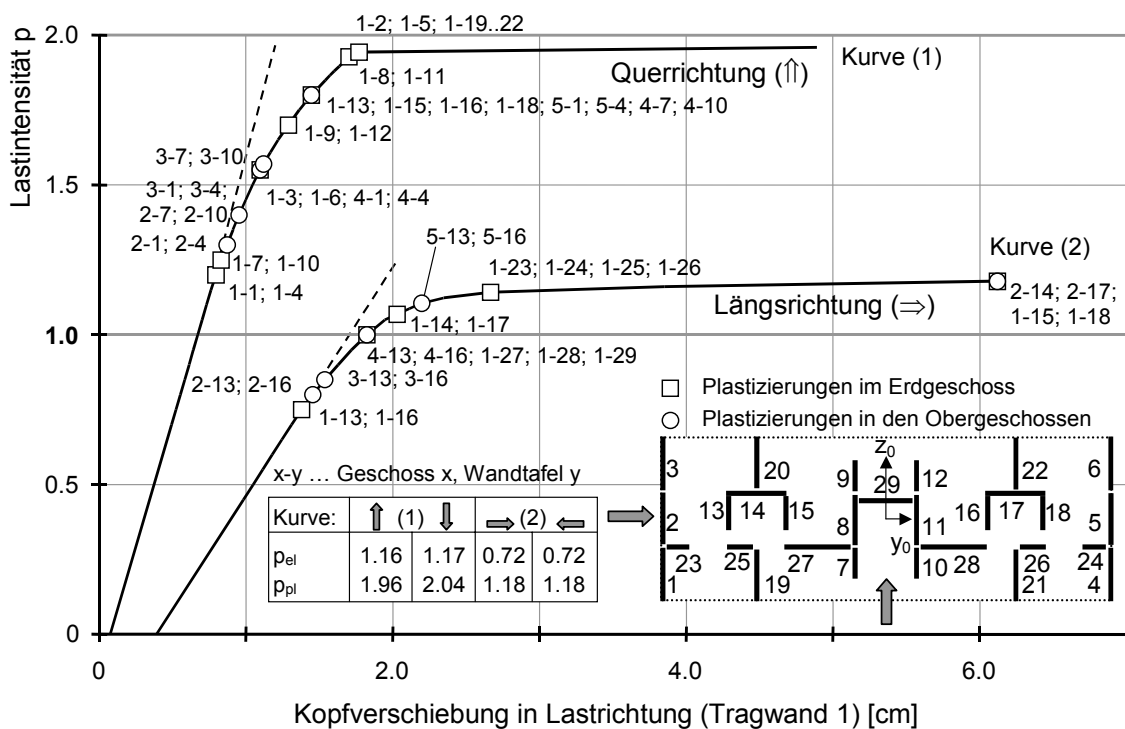


Abb. 6-18 Last-Verschiebungskurven für die Ursprungsstruktur in Längs- und Querrichtung

In der Längsrichtung ist wie bei der Querschnittsanalyse eine weichere Reaktion der Tragstruktur festzustellen als in der Querrichtung. Die rechnerisch ermittelte elastische Grenzlast ergibt sich zu $p_{el} = 0.72$ und ist damit ca. 9% größer als nach der Querschnittsanalyse. Die Seitenwände der Treppenhaukerne 13 und 16 erreichen zuerst die auf-

nehmbaren Schnittgrößen. Bei der Belastungsintensität von $p = 1.0$ sind diese Seitenwände bis in das 4. Geschoss aufgerissen. Zusätzlich erreichen die Längswände 27, 28 und 29 im Erdgeschoss die aufnehmbaren Schnittgrößen. Durch weitere Schnittgrößenumlagerungen auf weniger belastete Tragwände wird die plastische Grenzlast zu $p_{pl} = 1.18$ rechnerisch ermittelt. Dieser Wert stimmt mit der Querschnittsanalyse überein.

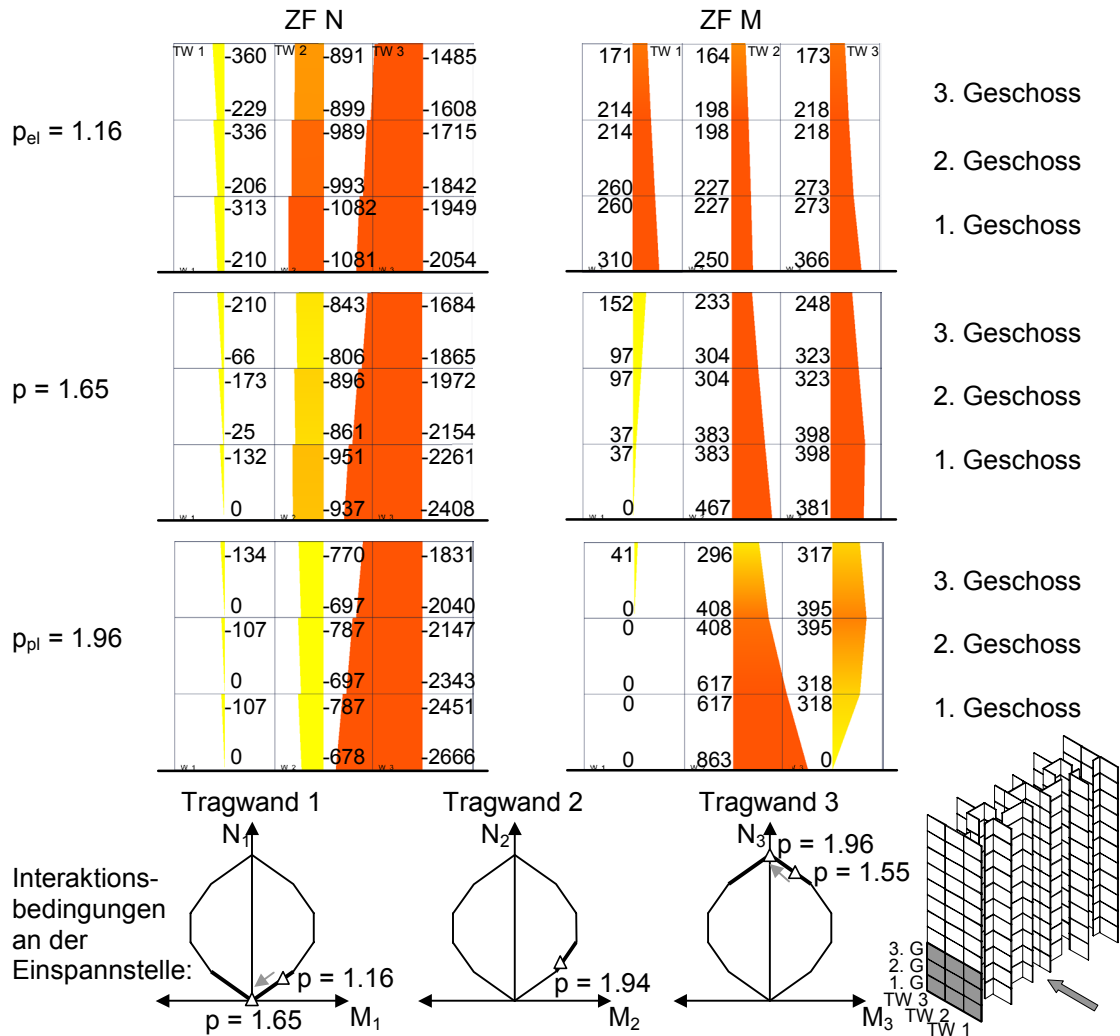


Abb. 6-19 Schnittgrößenverteilungen (N, M) bei kontinuierlich gekoppelten Wandelementen am Beispiel der unteren Geschosse der Tragwände 1, 2 und 3 unter verschiedenen Lastintensitäten p

Die Beschriftung der Last-Verschiebungskurven in Abb. 6-18 bezieht sich auf das erstmalige Erreichen der aufnehmbaren Schnittgrößen eines Tragelementes. Nicht beschrieben, aber vorhanden, sind Veränderungen des Schnittgrößenvektors (N, M) auf der Interaktionsbedingung. Derartige Vorgänge sind bei gekoppelten Tragwänden zu beobachten. In Abb. 6-19 ist dies für die Tragwände 1, 2 und 3 der ersten drei Geschosse dargestellt. Hierbei erreicht die Tragwand 1 die aufnehmbaren Schnittgrößen bei $p = p_{el} = 1.16$. Unter dieser Lastintensität ist am Tragwandfuß eine Längsdruckkraft vorhanden, welche die

Aufnahme eines Biegemomentes ermöglicht. Unter weiterer Laststeigerung wird die Längsdruckkraft auf Null reduziert, so dass die Übertragung eines Biegemomentes nicht mehr möglich ist. Die Tragwand 1 gilt bei $p = 1.65$ als vollständig aufgerissen. Dabei befindet sich die Schnittgrößenkombination (N, M) auf dem Schnittpunkt der Interaktionsbedingungen, die durch den Koordinatenursprung verlaufen. Ein ähnlicher Vorgang ist bei der Tragwand 3 festzustellen. Im Unterschied zur Tragwand 1 erhöht sich infolge der Laststeigerung die Längsdruckkraft, bis diese die maximal aufnehmbare Normalkraft erreicht. Die beschriebenen Zusammenhänge sind bereits bei der Querschnittsanalyse festgestellt worden (vgl. Abb. 6-5 und 6-6).

6.3.4 Tragwerksanalyse der rückgebauten Tragstruktur

Neben den Untersuchungen zur Ursprungsstruktur interessieren vielfach Betrachtungen zu Rückbauvarianten. In diesem Zusammenhang steht die Variabilität der Innenraumgestaltung und der Gebäudehülle im Vordergrund. Eingriffe in die Gebäudestruktur bedingen gleichzeitig Veränderungen auf der Einwirkungs- und Widerstandsseite, die sich in den Last-Verformungskurven widerspiegeln. Die Veränderungen an der Gebäudehülle bewirken auf der Einwirkungsseite eine Verringerung der Horizontallasten in Quer- und Längsrichtung, wobei infolge außermittiger Lastangriffe Torsionsbeanspruchungen hervorgerufen werden (s. Abb. 6-15). Der Geschossrückbau ist weiterhin mit einer Auflastverminderung verbunden, wobei sich das aufnehmbare Moment für diejenigen Wandelemente verkleinert, deren Normalkraftbeanspruchung unterhalb des Balancepunktes liegt (s. Abb. 6-2). Reduzierungen an Innen- bzw. Außenwänden verringern die Trägheitsmomente und damit den zulässigen Bereich der Schnittgrößen.

Die Kurven in Abb. 6-20, die auf der Grundlage der Variante 2a berechnet werden, verdeutlichen den Einfluss unterschiedlicher Rückbaumaßnahmen in Querrichtung. Die markierten Stellen kennzeichnen das Erreichen der aufnehmbaren Schnittgrößen an der Einspannstelle der Tragwände. Die Kurve (1) zeigt, dass der Geschossrückbau für die Gesamttragfähigkeit eine untergeordnete Rolle spielt. In diesem Zusammenhang ist ein besonderer Effekt der Torsionsbeanspruchung zu beobachten. Infolge der Verdrehung werden die Wände im rückgebauten Bereich entlastet und im nicht rückgebauten Bereich zusätzlich belastet. Die höher beanspruchten Tragwände erreichen früher die aufnehmbaren Schnittgrößen, so dass sich der Verdrehungseffekt weiter verstärkt und die Verformungen gegenüber der Ursprungsstruktur zunehmen. Aus diesem Grund wird eine aufnehmbare Lastintensität p_u auf der Basis der Beschränkung der Kopfauslenkung bei etwa

$L_{500} \cong 6.2$ cm definiert. Die plastische Grenzlast liegt nur 2% darüber, während die dazugehörigen Kopfverschiebungen Werte von bis zu 40 cm annehmen.

An dem Verlauf der Kurve (2) wird deutlich, dass Veränderungen an den Innenwänden, z.B. infolge von Türdurchbrüchen, vorgenommen werden können. Die Horizontallast wird maßgebend durch die gekoppelten Giebelwände aufgenommen. Allerdings verringert sich die elastische Grenzlast auf $p_{el} = 0.78$. Eine Erschließung von Tragreserven durch Schnittgrößenumlagerungen ist zum Nachweis der Tragfähigkeit des Aussteifungssystems notwendig. Im Vergleich zur Querschnittsanalyse liegt die Abweichung der elastischen Grenzlast bei ca. 6%. Die plastische Grenzlast stimmt überein, wobei die zugehörige Krümmung unzulässig hoch ist.

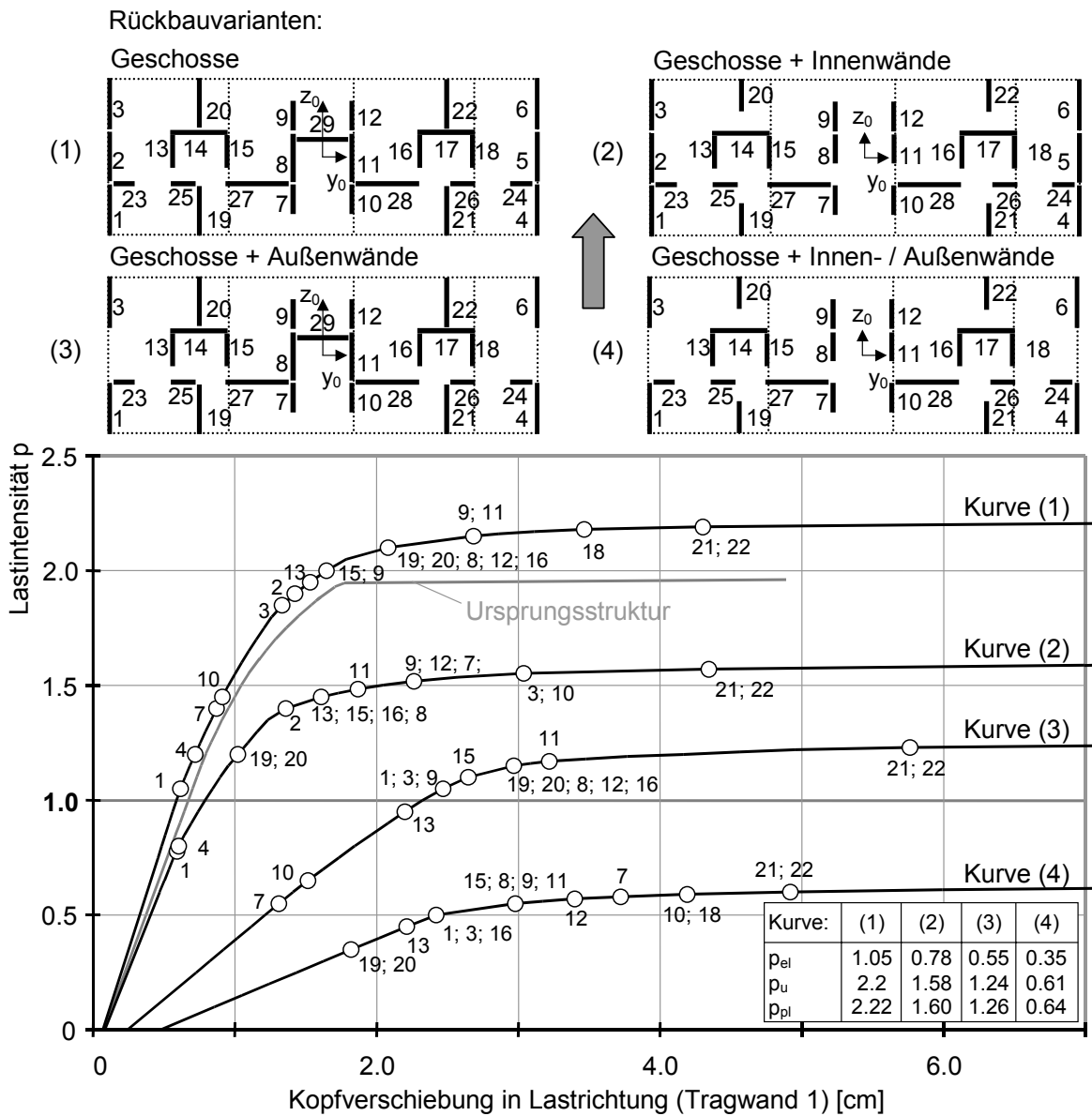


Abb. 6-20 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Rückbauvarianten in Gebäudequerrichtung

Die Kurve (3) der Abb. 6-20 zeigt das Last-Verformungsverhalten des Aussteifungssystems, bei dem die mittlere Wandtafel der Giebelwände entfernt wird. Damit verbunden ist ein hoher Steifigkeitsverlust, wobei der Nachweis einer ausreichenden Tragfähigkeit durch Schnittgrößenumlagerungen möglich ist. Anders verhält sich ein rückgebautes Aussteifungssystem, bei dem sowohl Innen- als auch Außenwände reduziert werden. Die Standicherheit ist bei der hier gewählten Konfiguration, Kurve (4), rechnerisch nicht nachweisbar. An dieser Stelle werden Verstärkungsmaßnahmen notwendig, die im Abschnitt 6.3.8 vorgestellt werden.

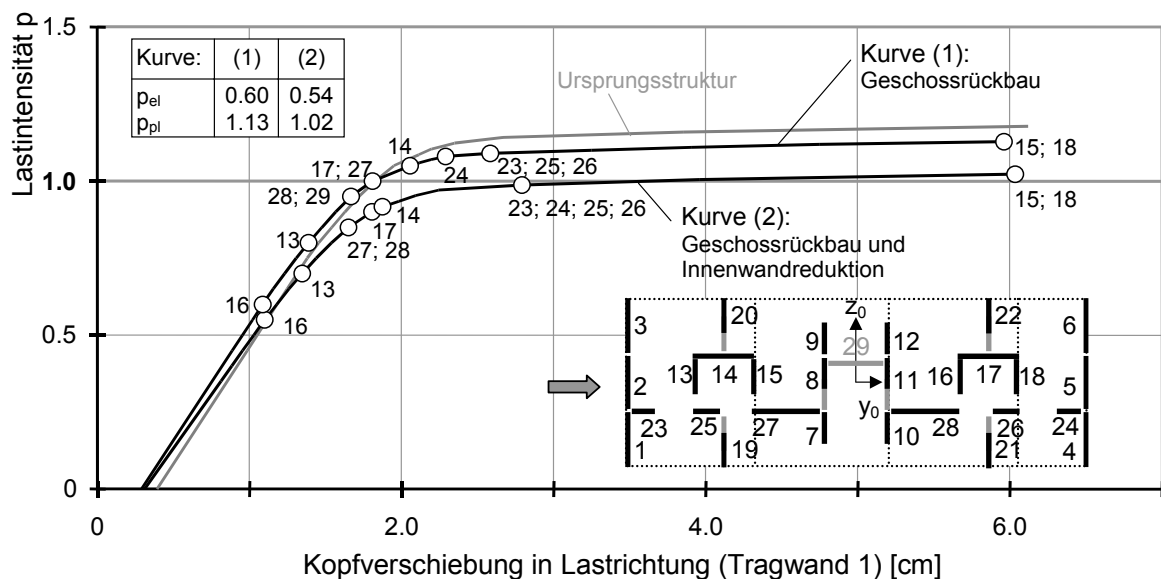


Abb. 6-21 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Rückbauvarianten in Gebäudelängsrichtung

In Abb. 6-21 sind Last-Verschiebungskurven für verschiedene Rückbauvarianten in Längsrichtung dargestellt. Die Untersuchungen beschränken sich auf die Betrachtung von Aussteifungssystemen, bei denen zum einen die Geschosse zurückgebaut, Kurve (1), und zum anderen zusätzlich die Innenwände reduziert, Kurve (2), werden. Die Strukturantwort der Varianten ist prinzipiell gleich, allerdings zeigen sich erwartungsgemäß eine höhere Steifigkeit und Grenzlaster bei der Kurve (1) gegenüber der Kurve (2). In jedem Fall werden erhebliche Tragreserven unter Beachtung der Nichtlinearität in den Horizontalfugen erschlossen. Bei Ausführung der vorgesehenen Umbaumaßnahmen entsprechend der Kurve (2) bleiben unter der Lastintensität $p = 1.0$ lediglich die Treppenhauskerne tragfähig. Vorausgesetzt wird dabei eine starre Kopplung der Teilwände. Wie sich die Strukturantwort unter Ansatz verschiedener Fugensteifigkeiten verändert, wird im Abschnitt 6.3.6 diskutiert.

6.3.5 Einfluss der Diskretisierung

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Approximation der Materialbeziehungen und der Wandelementunterteilung auf das modellierte Systemtragverhalten eines Aussteifungssystems untersucht. Die Materialbeziehungen werden bi- oder trilinear approximiert, wobei die nichtlinearen Interaktionsbedingungen durch 10 lineare Bereiche erfasst werden. Die Modellgrundlage bildet das rückgebaute Tragsystem mit Geschoss- und Innenwandreduktionen.

In Abb. 6-22 und 6-23 sind Last-Verschiebungskurven der untersuchten Varianten in Längs- und Querrichtung dargestellt. Die Untersuchungen zeigen, dass die unterschiedliche Modellbildung des Aussteifungssystems kaum Einfluss auf die aufnehmbaren Lasten besitzen, während die elastische Grenzlast deutlich von den Modellierungsparametern abhängig ist.

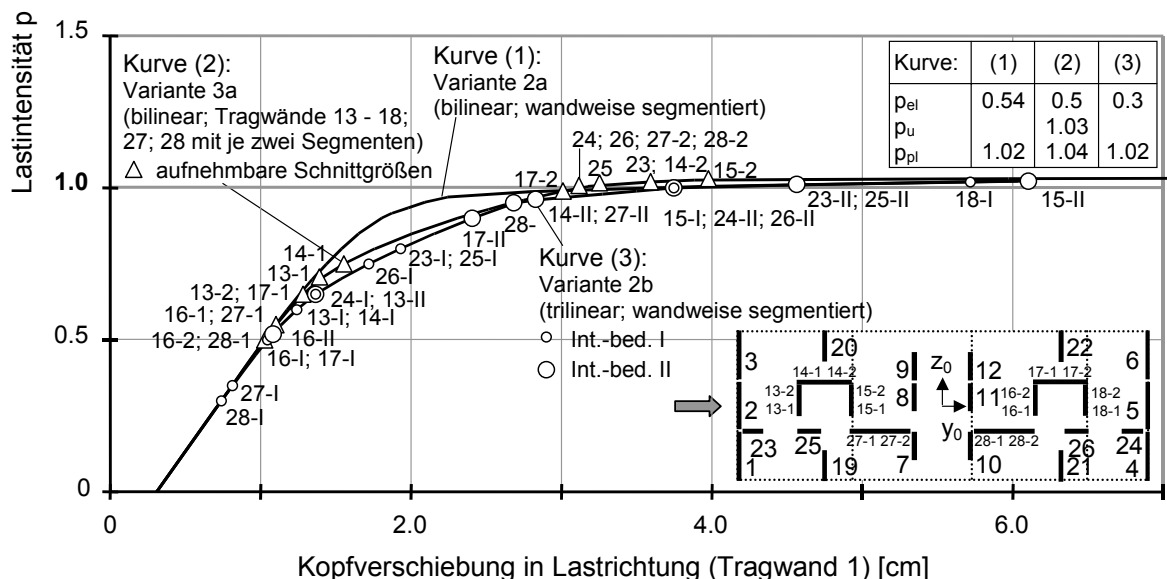


Abb. 6-22 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Diskretisierungsvarianten in Gebäudelängsrichtung

Die Kurve (1) der Abb. 6-22 wird auf der Grundlage der Variante 2a ermittelt, wobei die Beschriftung der Abb. 6-21 zu entnehmen ist. Das Modell zur Kurve (2) ist im Unterschied zur Kurve (1) stärker diskretisiert und entspricht der Variante 3a. Dabei werden die Treppenhaustragwände 13 bis 18 sowie die Tragwände 27 und 28 jeweils mit zwei Segmenten abgebildet. Die Kurve (3) basiert auf der Variante 2b.

Beim Vergleich der Kurven wird deutlich, dass die Berechnungsergebnisse im elastischen Bereich unabhängig von der untersuchten Modellvariante des Aussteifungssystems sind.

Anders verhält es sich für die oberen Lastbereiche, bei denen das inelastische Widerstandvermögen der Konstruktion in Anspruch genommen wird. Die Kurven zeigen, dass größere Verformungen unter Berücksichtigung einer feineren Diskretisierung steifigkeitsdominanter Tragwände oder unter Verwendung trilinearer Materialbeziehungen rechnerisch ermittelt werden können. In diesem Zusammenhang sind auch die Schnittgrößenumlagerungen von der Modellbildung abhängig. Während bei der Modellvariante der Kurve (1) die Schnittgrößenumlagerung von den Treppenhauskernen vorrangig auf die Tragwände 27 und 28 erfolgt, ist dies bei den Modellvarianten der Kurven (2) und (3) umgekehrt. Der Schnittgrößenunterschied, der bei $p = 0.7$ am größten ist, nimmt mit Laststeigerung ab (s. Tafel 6-4).

			Kern (13-15)	Kern (16-18)	Tragwand 27	Tragwand 28
p = 0.7	V	Kurve (1)	104	99	78	78
		Kurve (2)	127	101	60	58
		Kurve (3)	116	108	53	52
	M	Kurve (1)	2406	2188	961	961
		Kurve (2)	2525	2208	888	841
		Kurve (3)	2574	2227	815	776
p = 0.8	V	Kurve (1)	111	109	87	87
		Kurve (2)	118	114	71	70
		Kurve (3)	123	122	62	62
	M	Kurve (1)	2605	2363	1100	1100
		Kurve (2)	2768	2365	997	939
		Kurve (3)	2786	2428	933	894
p = 0.9	V	Kurve (1)	153	118	78	59
		Kurve (2)	128	118	77	71
		Kurve (3)	142	126	76	76
	M	Kurve (1)	2940	2553	1183	1116
		Kurve (2)	2978	2513	1119	1040
		Kurve (3)	3018	2600	1069	1030

Tafel 6-4 Querkräfte V in [kN] und Biegemomente M in [kNm] an der Einspannstelle steifigkeitsdominanter Tragwände für unterschiedliche Belastungsintensitäten p in Gebäudelängsrichtung

Anhand der Kerngesamtschnittgrößen in Tafel 6-4 ist zu erkennen, dass die U-Querschnitte im Gesamtsystem gegenüber der alleinigen Betrachtung dieser Querschnitte tragfähiger sind. Das abgebildete Systemtragverhalten liegt zwischen den Modellannahmen Ebenbleiben des Gesamtquerschnittes und Ebenbleiben der Teilquerschnitte. Infolge der geringen Gesamtverdrehung erreichen die U-Querschnitte fast die gleiche aufnehm-

bare Traglast wie bei unterstelltem Ebenbleiben der Gesamtquerschnitte (vgl. Abb. 6-13). Daraus lässt sich ableiten, dass eine Berücksichtigung physikalisch nichtlinearer Effekte bei verwölbungsfähigen Tragelementen auf der Basis von Gesamtschnittgrößen zu Fehleinschätzungen bei der Erfassung des Tragverhaltens führen kann. In Abhängigkeit von der Verdrehung werden Wölbnormalspannungen hervorgerufen, die zu reduzierten Grenzlasten führen. In diesem Zusammenhang erweist sich das vorgestellte Berechnungsmodell als besonders vorteilhaft, da das Gesamttragverhalten von gegliederten Querschnitten auf das Tragverhalten von nicht-verwölbungsfähigen Segmenten zurückgeführt wird. Somit kann sowohl ein Ebenbleiben des Gesamtquerschnittes als auch ein Ebenbleiben der einzelnen Teilquerschnitte abgebildet werden.

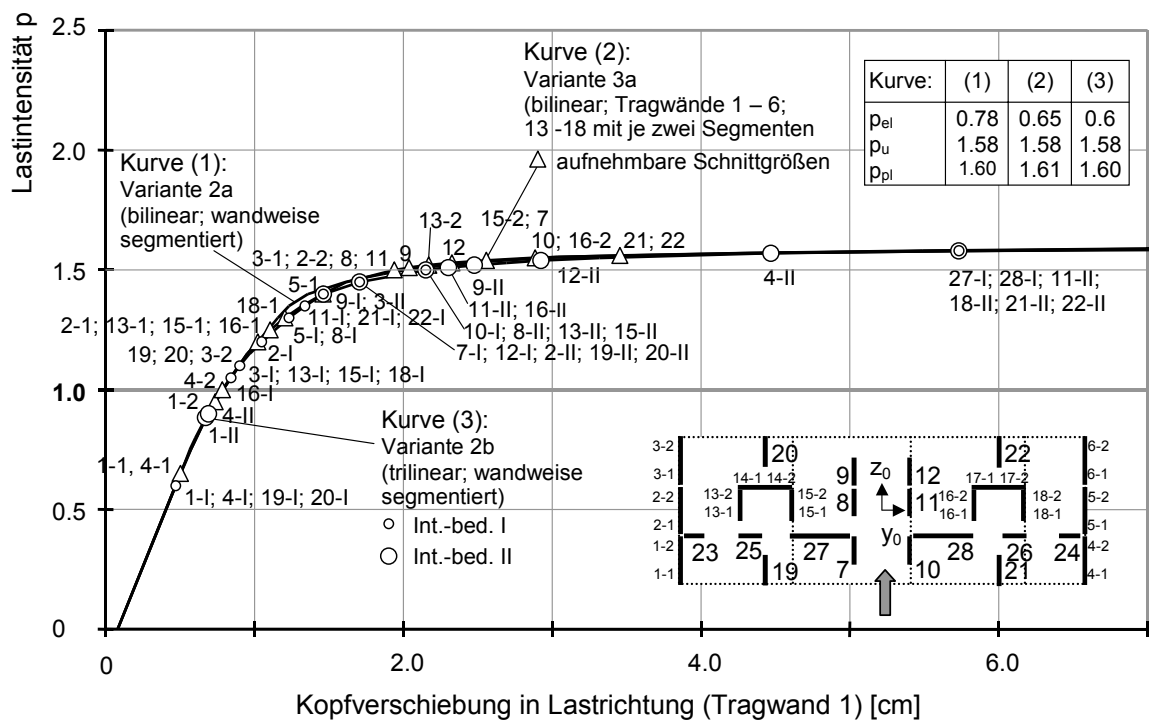


Abb. 6-23 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Diskretisierungsvarianten in Gebäudequerrichtung

Der Einfluss unterschiedlicher Modellierungsparameter lässt sich für das untersuchte Aussteifungssystem nur für die Längsrichtung zeigen, während in der Querrichtung kaum Veränderungen zu verzeichnen sind. Wie in Abb. 6-23 zu sehen ist, stimmen die berechneten Last-Verschiebungskurven für die untersuchten Modellvarianten gut überein. Ursache dafür ist, dass die Querwände, welche die Strukturantwort maßgebend beeinflussen, aus gekoppelten Tragwänden bestehen. Im Abschnitt 6.2.2 der Querschnittsanalyse wurden bereits die Giebelwände unter Verwendung unterschiedlicher Diskretisierungsansätze

untersucht und festgestellt, dass diese mit Variante 2a hinreichend genau abgebildet werden können.

Als Ergebnis dieses Abschnittes werden alle weiteren Berechnungen für die Querrichtung mit der Variante 2a und für die Längsrichtung mit der Variante 3a vorgenommen.

6.3.6 Einfluss der Vertikalfugensteifigkeit

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Vertikalfugensteifigkeit auf das abgebildete Systemtragverhalten diskutiert. Für die Querrichtung erfolgen die Untersuchungen sowohl für die Ursprungsstruktur als auch für die rückgebaute Tragstruktur, um die Torsionseinflüsse zu separieren. In der Längsrichtung beschränken sich die Berechnungen auf die Rückbauvariante. In allen Diagrammen werden 6 Kurven aufgetragen. Dabei entsprechen die Kurven (1) einer starren Vertikalfugenformulierung ($\beta = 10^{-15}$ m/kN). Die Kurven (2) bis (5) resultieren aus verschiedenen großen elastischen Fugenflexibilitäten mit $\beta = 10^{-6} \dots 10^{-3}$ m/kN, während für die Kurven (6) ein entkoppeltes Fugentragverhalten unterstellt wird. Um die konstruktive Ausbildung der Verbindungsstellen im Berechnungsmodell zu berücksichtigen, wird für die gekoppelten Kernwände eine doppelte Flexibilität β gegenüber den gekoppelten, hintereinanderstehenden Querwänden angenommen.

Wie in Abb. 6-24 und 6-25 zu erkennen ist, steigen mit zunehmender Vertikalfugenflexibilität die Verformungen an, während sich die Grenzlasten verringern. Der Einfluss der Fugenflexibilität auf die Strukturantwort des Aussteifungssystems wird für den Bereich $\beta = 10^{-6} \dots 10^{-3}$ m/kN nachgewiesen. Für Werte von $\beta \leq 10^{-6}$ m/kN entspricht das modellierte Fugentragverhalten einer starren Formulierung. Für Werte von $\beta \geq 10^{-3}$ m/kN wirken die abgebildeten Tragwände wie entkoppelt.

Die Ergebnisse belegen, dass unter Beachtung weicher Kopplungen plastische Grenzlasten ermittelt werden, die in der Nähe der Werte mit unterstellten starren Fugenformulierungen liegen. Damit verbunden sind aber unzulässig große Verschiebungen. Unter Einhaltung von Verformungskriterien sinken die aufnehmbaren Lasten deutlich, so dass die Tragfähigkeit nicht immer nachgewiesen werden kann.

Die in [26] vorgenommenen Betrachtungen bezüglich Fugenschubsteifigkeiten liefern Werte im Bereich von $\beta \cong 10^{-6}$ m/kN. Unter der Voraussetzung, dass die Vertikalfugen ordnungsgemäß hergestellt wurden und diese als intakt vorgefunden werden, ist eine ausreichende Tragfähigkeit in Längs- und Querrichtung nachweisbar. Andererseits muss

der Grenzfall in Betracht gezogen werden, dass nicht alle Vertikalfugen tragfähig sind oder dass durch Rückbaumaßnahmen einzelne Kopplungen entfernt worden sind. In diesem Zusammenhang sind geeignete Verstärkungsmaßnahmen zu ergreifen, die im Abschnitt 6.3.8 besprochen werden.

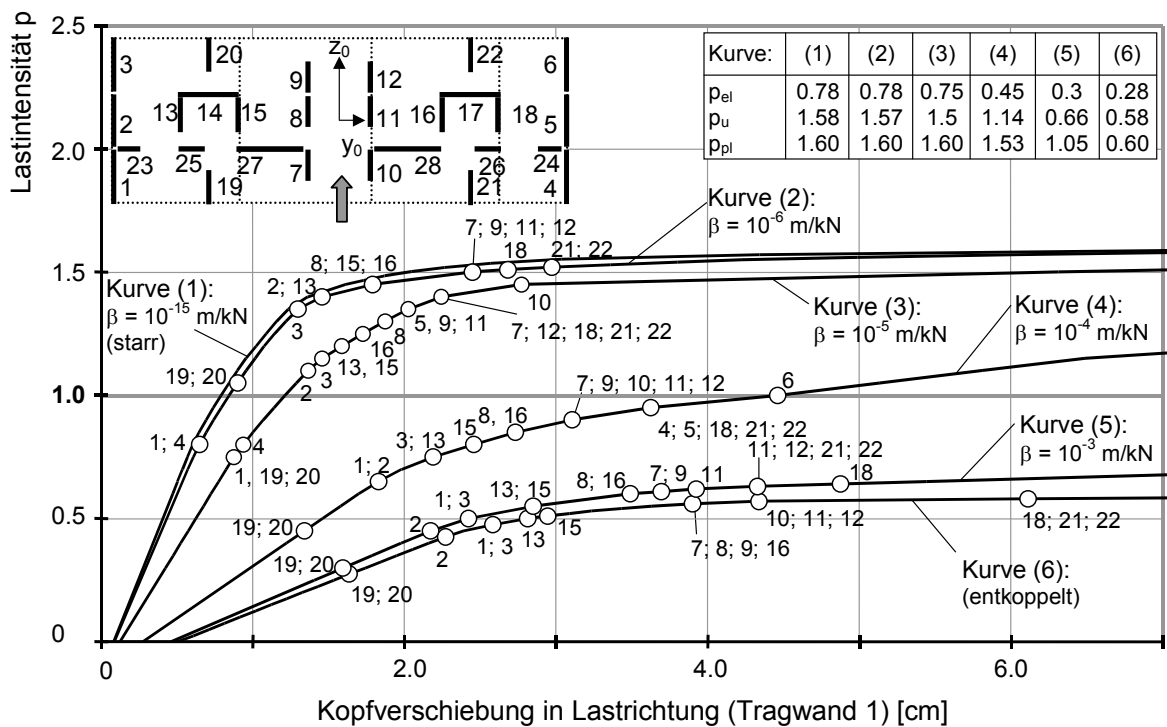
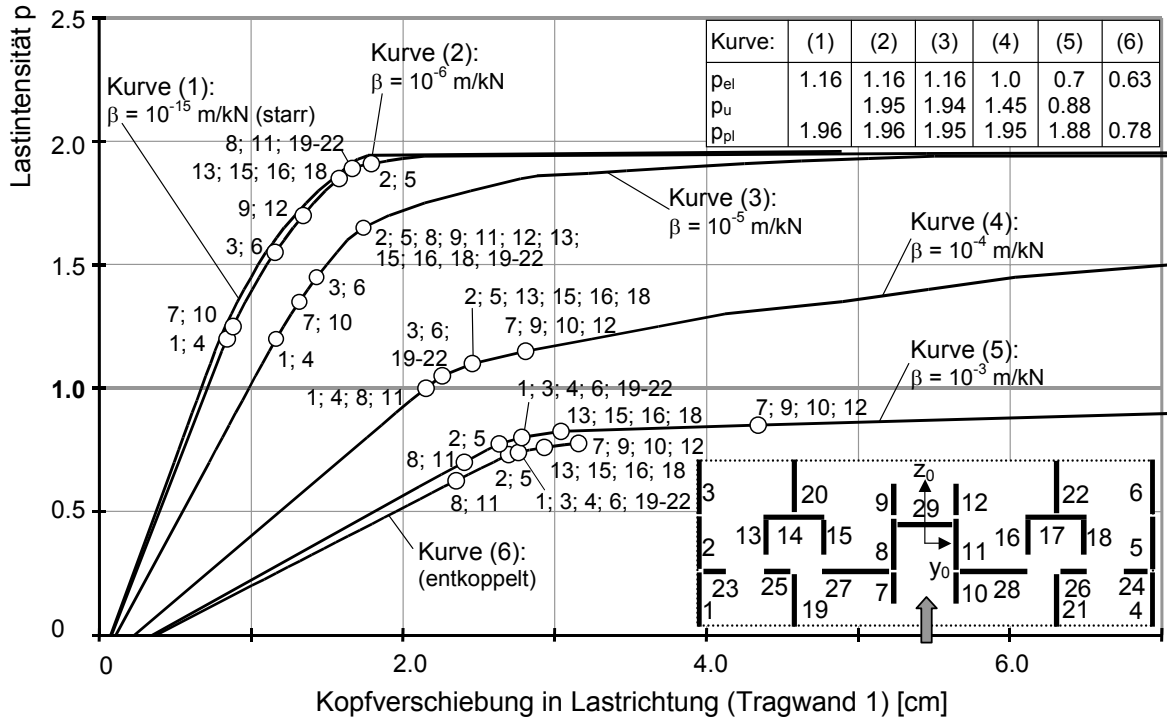


Abb. 6-24 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten in Gebäudequerrichtung am Ursprungssystem (oben) und am rückgebauten System (unten)

In Abb. 6-24 sind die Last-Verschiebungskurven für die Gebäudequerrichtung am Ursprungssystem und an der rückgebauten Tragstruktur aufgetragen. Die zusätzliche Torsionsbeanspruchung des rückgebauten Systems besitzt auf die Ergebnisse insofern Einfluss, als dass der Verdrehungseffekt infolge der Annahme weicher Vertikalfugen weiter verstärkt wird. Somit verringern sich die Grenzlasten im Vergleich zur starren Fugenformulierung deutlicher.

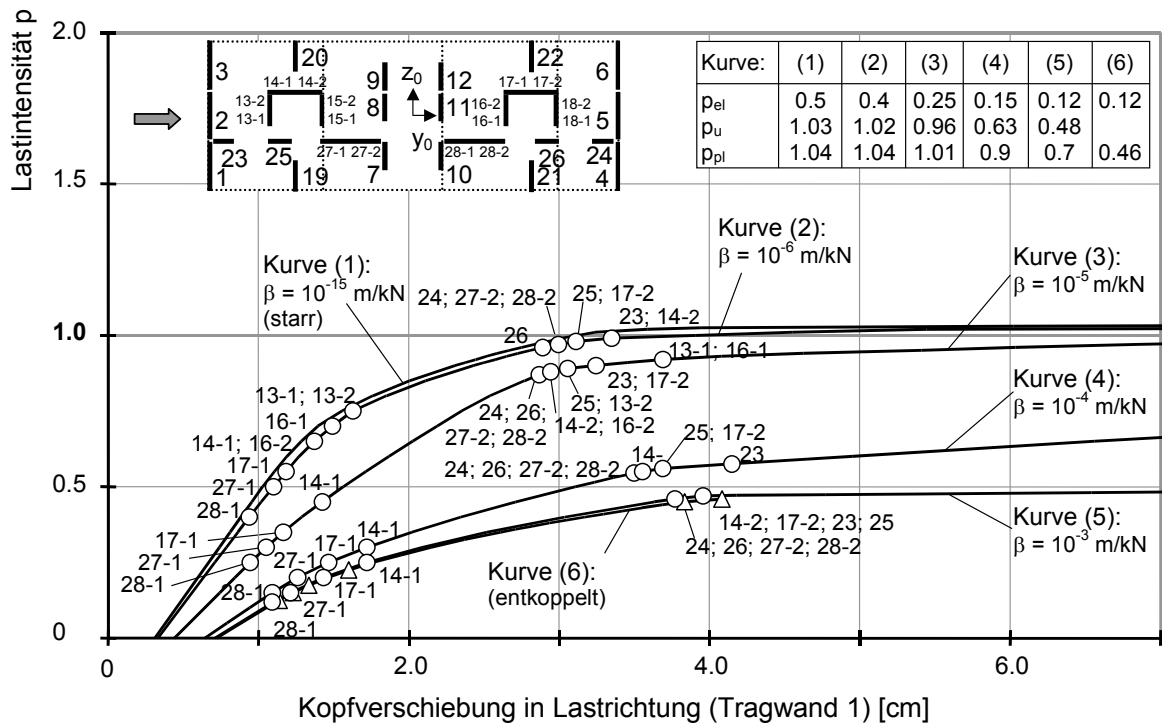


Abb. 6-25 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System

Die beschriebenen Einflüsse der Fugenflexibilität auf die Strukturantwort des Aussteifungssystems resultieren aus Veränderungen der Schubkraftverteilung in den Vertikalfugen. In Abb. 6-26 sind diese exemplarisch für die Vertikalfuge zwischen den Tragwänden 1 und 2 des Ursprungssystems dargestellt. Neben unterschiedlichen Fugenflexibilitäten wird auch der Einfluss der Tragwandschubsteifigkeit untersucht. Für elastische Beanspruchungen ($p = 1.0$) ist festzustellen, dass bei starrer Fugenmodellierung unter Berücksichtigung der Tragwandschubsteifigkeit die Vertikalfuge in den unteren Geschossen weniger auf Schub beansprucht wird als bei schubstarrer Elementformulierung. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die steifigkeitsdominanten Giebelwände im unteren Bereich unter Beachtung der Schubverformungsfähigkeit entlastet werden. Der Einfluss der Elementschubsteifigkeit auf die Schnittgrößenverteilung ist um so größer, je unterschiedlicher die Schubschlankheit der Tragwände im Aussteifungssystem ist. Die Schnittgrößenum-

lagerungen beschränken sich auf die unteren Geschosse, da dort die Verformungsfähigkeit infolge der Biegesteifigkeit bei größeren Tragwänden gegenüber kleineren in der dritten Potenz nachlässt, hingegen die Verformungsfähigkeit infolge der Schubsteifigkeit lediglich linear abnimmt.

Bezüglich der Vertikalfugenflexibilität lässt sich nach Abb. 6-26 für elastische Bereiche feststellen, dass bei steigenden β -Werten geringere Schubkräfte übertragen werden und der Maximalwert nach oben wandert. Dieser Effekt ist bereits für $\beta = 10^{-6}$ m/kN gegenüber $\beta = 10^{-15}$ m/kN in den unteren Geschossen deutlich erkennbar, obwohl sich die jeweiligen Last-Verschiebungskurven in Abb. 6-24 kaum voneinander unterscheiden. Mit der Berücksichtigung flexibler Vertikalfugen werden die gekoppelten Tragwände insgesamt weicher modelliert. Damit verbunden sind Schnittgrößenumlagerungen auf ungekoppelte Tragwände. Dies wirkt sich besonders auf inelastische Bereiche aus, da ungekoppelte Tragwände die aufnehmbaren Schnittgrößen eher erreichen (s. Abb. 6-24). Mit dem Aufreißen der Horizontalfugen ändert sich die Schubkraftverteilung für die einzelnen Modellierungen, da infolge der unterschiedlich angenommenen Steifigkeiten die daraus resultierende Schnittgrößenverteilung zu verschiedenen Plastizierungen führt. Exemplarisch ist dies in Abb. 6-26 für die Lastintensität von $p = 1.45$ dargestellt.

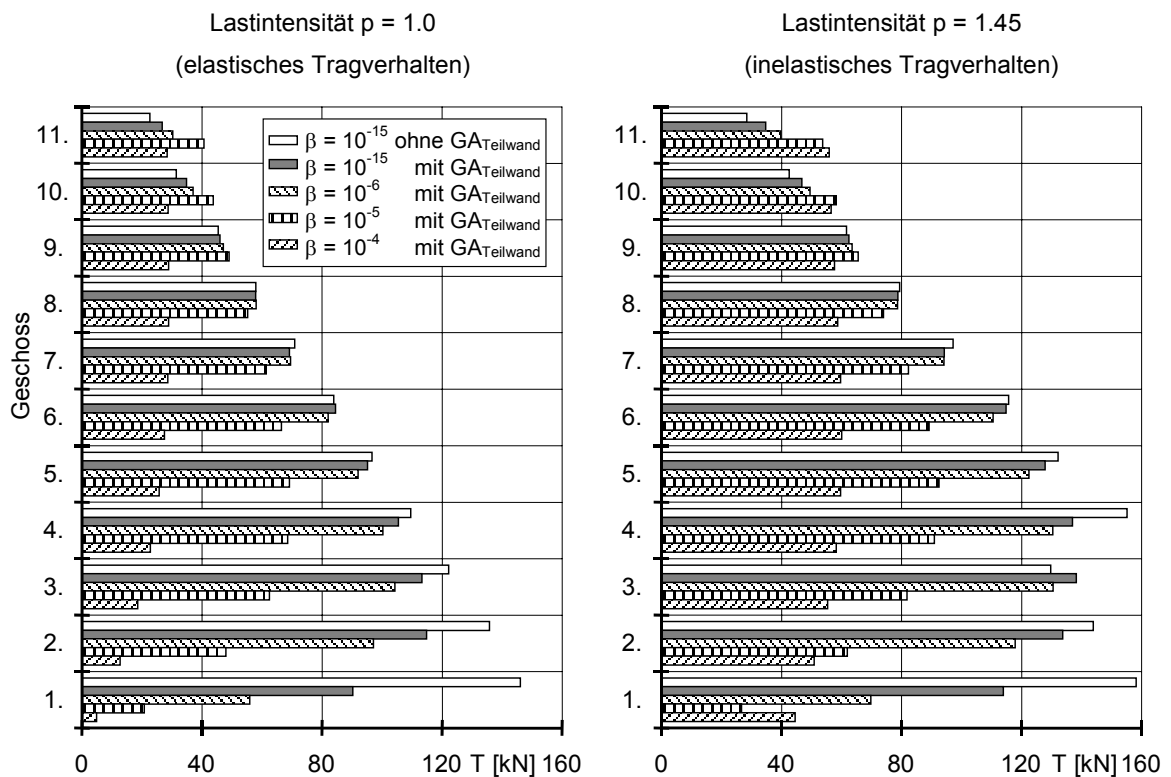


Abb. 6-26 Schubkraftverteilung in der Vertikalfuge zwischen den Tragwänden 1 und 2 für $p = 1.0$ und $p = 1.45$ am Ursprungssystem (β in [m/kN])

6.3.7 Einfluss der Schubkraftbegrenzung in den Vertikalfugen

Der Einfluss der Schubkraftbegrenzung wird unter Berücksichtigung der Vertikalfugenflexibilität untersucht. Dabei gilt als oberer Grenzwert eine starre Fugenformulierung und als unterer Grenzwert eine Fugenflexibilität von $\beta = 10^{-5}$ m/kN. Da keine bestimmte Vertikalfugenausbildung angenommen wird, sondern die Auswirkung verschiedener Schubkraftbegrenzungen im Mittelpunkt der Betrachtungen steht, werden die Grenzwerte auf 150 kN, 100 kN und 75 kN für die hintereinanderstehenden gekoppelten Tragwände festgelegt. Für die Vertikalfugen der Treppenhaukerne werden die zulässigen Werte halbiert.

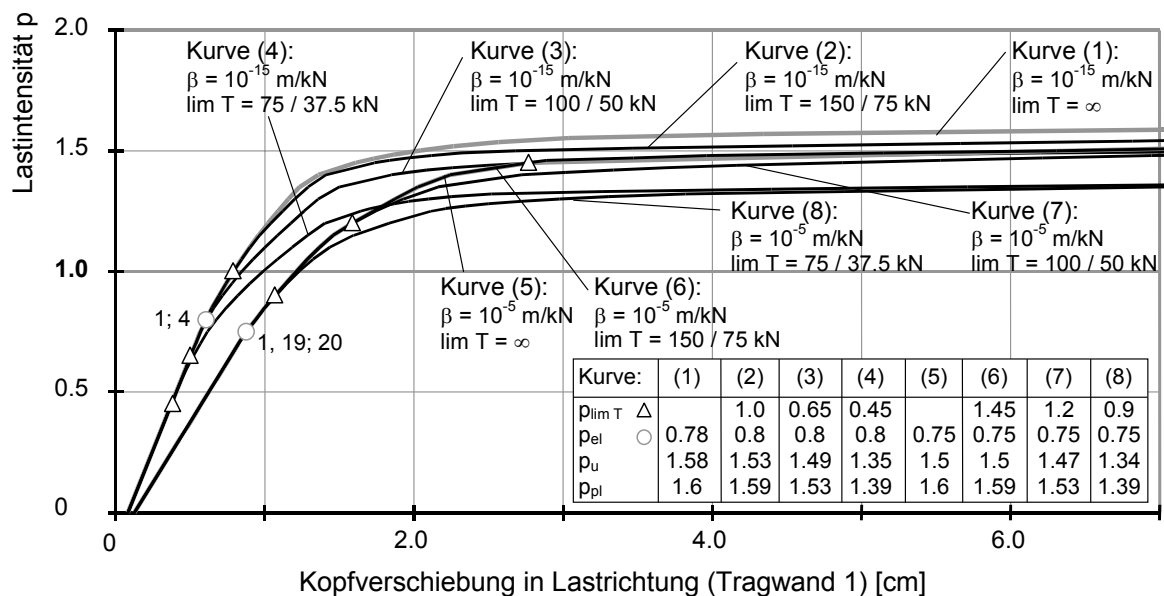


Abb. 6-27 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten und Begrenzung der Schubkräfte in Gebäudequerrichtung am rückgebauten System

Wie Abb. 6-27 zu entnehmen ist, wächst der Einfluss der Schubkraftbegrenzung auf die Berechnungsergebnisse mit der Modellierung steiferer Vertikalfugen. Der Unterschied ist zwischen unbegrenzter Schubkraft, Kurve (5), und Limitierung der Schubkraft auf 150 / 75 kN, Kurve (6), für die flexible Vertikalfugenformulierung unerheblich, während für starre Fugenmodellierung erkennbare Abweichungen im oberen Lastbereich vorhanden sind (vgl. Kurven (1) und (2)). Dieser Einfluss vergrößert sich mit Verringerung der zulässigen Schubkräfte. Weiterhin ist zu beobachten, dass die Last $p_{\lim T}$, bei der die erste Schubkraft den aufnehmbaren Wert erreicht, für starre Fugenformulierungen bereits unterhalb der Grenzlast liegen kann, bei der das erste Wandsegment die aufnehmbaren Schnittgrößen erreicht. Der Maximalwert der Schubbeanspruchungen tritt erstmals im 2. Geschoss auf. Durch die Annahme flexibler Vertikalfugen sind die Schubkräfte von vornherein geringer

(s. Abb. 6-26), wobei $p_{lim T}$ größere Werte annimmt. Die Grenzscherbeanspruchungen werden im 3. und 4. Geschoss zuerst erreicht.

Beim Vergleich der aufnehmbaren Lasten ist festzustellen, dass die Begrenzung der Vertikalschubkraft einen größeren Einfluss besitzt, als die Fugensteifigkeit. Während bei unbegrenzter Schubkraft ein deutlicher Unterschied zwischen p_u der Kurven (1) und (5) vorhanden ist, tendiert dieser im Falle $T_{lim} = 75/37.5$ kN gegen Null (vgl. Kurven (4) und (8)).

6.3.8 Einfluss von Verstärkungsmaßnahmen

Wie die Untersuchungen in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt haben, kann nicht in jedem Fall durch Inanspruchnahme des plastischen Widerstandsvermögens der Konstruktion eine ausreichende Tragfähigkeit nachgewiesen werden. Infolgedessen werden Maßnahmen zur Verstärkung des Aussteifungssystems notwendig. Aus konstruktiven und architektonischen Gesichtspunkten erweisen sich vor allem Verbände zur Kopplung von Einzeltragwänden als vorteilhaft (s. Abb. 6-28).

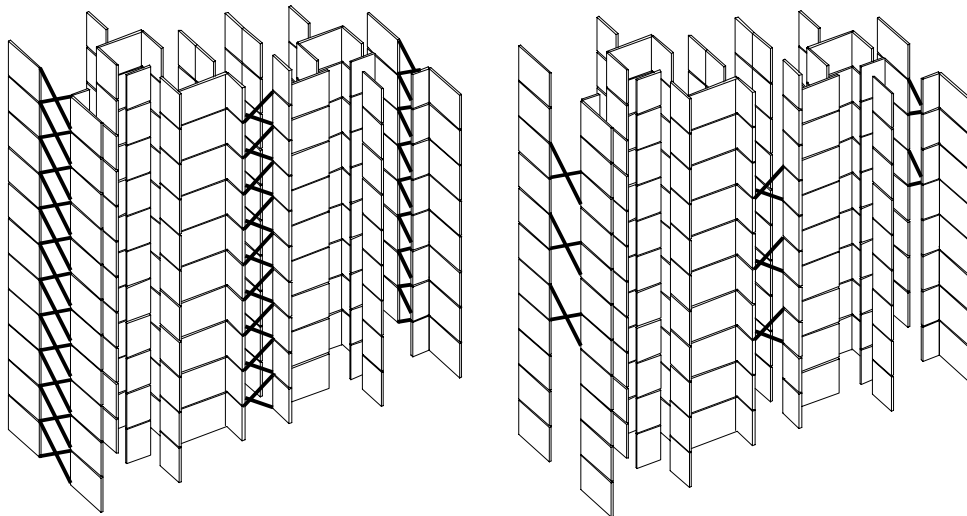


Abb. 6-28 Kontinuierliche und diskontinuierliche Kopplung ausgewählter Tragwände

Die Untersuchungen in Gebäudequer- und Gebäudelängsrichtung werden unter verschiedenen Aspekten geführt. Wie Abb. 6-29, Kurve (3) verdeutlicht, ergeben sich Tragfähigkeitsprobleme für die Querrichtung, wenn neben den Geschossen gleichzeitig die Innen- und Außenwände reduziert werden. Da durch die Entfernung der mittleren Giebelwand die Gesamtsteifigkeit maßgeblich gesenkt wird, bietet sich eine Kopplung der beiden äußeren Tragwände an. Die Verbindung erfolgt über drucksteife Diagonalen. Die äquivalente

Schubflexibilität ergibt sich nach Abb. 3-12 unter Verwendung von Stahlprofilen U160 zu $\beta = 1.285 \cdot 10^{-5} \text{ m/kN}$.

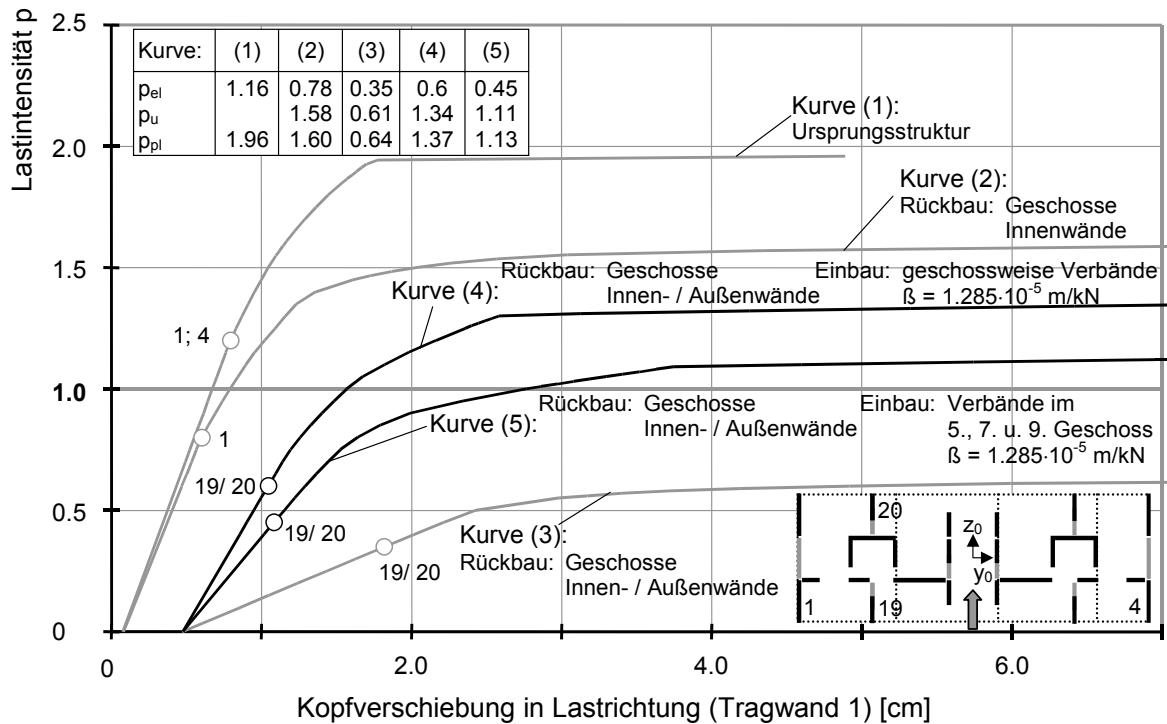


Abb. 6-29 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Verstärkungsmaßnahmen in Gebäudequerrichtung am rückgebauten System

Das vorliegende Berechnungsmodell ist in der Lage, Verformungszustände zum Zeitpunkt des Einbaus der Verstärkungsmaßnahmen zu berücksichtigen. Für das Anwendungsbeispiel wird davon ausgegangen, dass bei der Montage der zusätzlichen Tragelemente ausschließlich der ständige Lastanteil infolge Schiefstellung vorhanden ist. Aus diesem Grund beginnen die Kurven (4) und (5) an der gleichen Stelle wie die Kurve (3).

Wie in Abb. 6-29 anhand der Kurve (4) zu erkennen ist, stellt die Tragwandkopplung in jedem Geschoss (s. Abb. 6-28 links) eine effektive Möglichkeit dar, die Gesamtsteifigkeit und die Grenzlasten des Aussteifungssystems zu erhöhen. Allerdings liegt die elastische Grenzlast unterhalb $p = 1.0$, so dass mit linearen Berechnungsmethoden die Tragfähigkeit nicht nachgewiesen werden kann. Erst unter Einbeziehung physikalisch nichtlinearer Effekte werden ausreichende Tragreserven durch Schnittgrößenumlagerungen erschlossen.

Weitere Untersuchungen zeigen, dass die Diagonalverbände nicht in jedem Geschoss notwendig sind. Durch die Anordnung und Anzahl der Verbände werden sowohl die aufnehmbare Last als auch die Verformungen beeinflusst. Für das gewählte Beispiel erweist

sich die Modellvariante der Kurve (5) als leistungsfähig, bei der die Giebeltragwände im 5., 7. und 9. Geschoss gekoppelt werden (s. Abb. 6-28 rechts).

In Abb. 6-30 sind die normierten Last-Verschiebungskurven für die Gebäudelängsrichtung aufgetragen. Wie die Kurven (1) und (2) belegen, ist infolge der wenigen aussteifenden Längswände eine ausreichende Tragfähigkeit nur für gekoppelte Kernwände mit $\beta \leq 10^{-6}$ m/kN rechnerisch nachweisbar. Können die Vertikalfugen als nicht intakt betrachtet werden, so fällt die maximal ertragbare Last bei vollkommen entkoppelt angenommen Tragwänden auf $p_{pl} = 0.46$ (Kurve (3)). Als Verstärkungsmaßnahme werden wiederum Diagonalverbände mit $\beta = 1.285 \cdot 10^{-5}$ m/kN (U160) gewählt, welche die Tragwände 27 und 28 miteinander koppeln.

Durch eine geschossweise Verbindung, Kurve (4), weist das Aussteifungssystem rechnerisch eine größere Gesamtsteifigkeit und Tragfähigkeit gegenüber der Ursprungsstruktur mit starr gekoppelten Treppenhauskernwänden, Kurve (1), auf.

Eine Reduzierung des Arbeitsaufwandes wird erreicht, sofern nur in wenigen Geschossen die Tragwände 27 und 28 schubfest verbunden werden (s. Abb. 6-28 rechts). Wie die Kurve (5) in Abb. 6-30 zeigt, reicht der Einbau von Verbänden im 3., 5. und 7. Geschoss aus, um eine ausreichende Tragfähigkeit rechnerisch nachzuweisen.

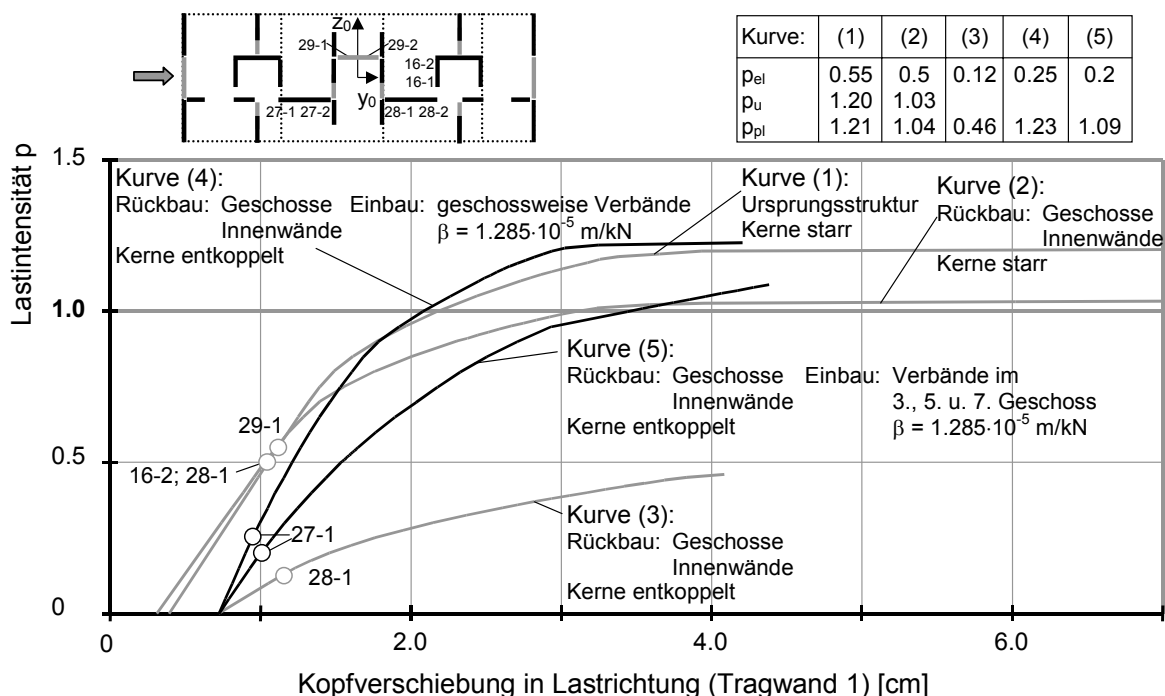


Abb. 6-30 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Verstärkungsmaßnahmen in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System

6.3.9 Einfluss von Vorverformungen und Vorbeanspruchungen

In diesem Abschnitt stehen Untersuchungen im Vordergrund, bei denen die Vorverformungen bzw. Vorbeanspruchungen aus der Nutzungsgeschichte berücksichtigt werden. Diese Einflüsse können i.d.R. nur abgeschätzt werden, da die Lastgeschichte infolge richtungswechselnder Windbeanspruchungen unbekannt ist. Unter Verwendung von Berechnungsmodellen auf der Basis der Theorie adaptiver Tragwerke sind Kenntnisse über die Lastintensität ausreichend. Stabile Restschnittgrößen- und Restverformungszustände können für Beanspruchungen unterhalb der adaptiven Grenzlast oder Einspiellast ermittelt werden. Ebenso ist für weitergehende Untersuchungen an der revitalisierten Tragstruktur festzustellen, dass die Lastperspektive unbekannt ist. Der Nachweis der Standsicherheit auf der Basis plastischer Grenzlasten kann zu akkumulativen Schädigungsmechanismen führen. Eine progressive Zerstörung wird nur dann vermieden, wenn sich nach einer endlichen Zahl von Lastwiederholungen ein stabiler Restschnittgrößen- und Restverformungszustand einstellt. Als Vorinformationen sind hierbei die Vorverformungen aus der Nutzungsgeschichte für $p = 1.0 \leq p_{ad}$ zu berücksichtigen.

			Ursprungsstruktur		rückgebaute Tragstruktur			
					mit Vorverformungen		ohne Vorverformungen	
			v_3	w_3	v_3	w_3	v_3	w_3
$\beta = 10^{-15}$	p_{ad}		1.14		0.96			
	Verformung	$p = 1.0$	0.4	0.01				
		$p = p_{ad}$	1.9	0.02	2.7	0.08	2.7	0.08
$\beta = 10^{-6}$	p_{ad}		1.12		0.93			
	Verformung	$p = 1.0$	0.4	0.01				
		$p = p_{ad}$	3.9	0.02	1.1	0.07	1.1	0.07
$\beta = 10^{-5}$	p_{ad}		0.98		0.72			
	Verformung	$p = 1.0$						
		$p = p_{ad}$		0.5	0.01	0.4	0.00	0.4

Tafel 6-5 Adaptive Grenzlasten und zugehörige Kopfverschiebungen [cm] der Tragwand 3 für verschiedene Vertikalfugenflexibilitäten β [m/kN]

Wie aus Tafel 6-5 zu entnehmen ist, nimmt die adaptive Grenzlast unter der Annahme flexiblerer Vertikalfugen ab. Für das Ursprungssystem wird nur für Vertikalfugen mit $\beta < 10^{-6}$ m/kN der Nachweis erbracht, dass Schadensakkumulationen aus der Nutzungs-

geschichte ausgeschlossen werden können. Für weichere Fugen mit $\beta \geq 10^{-5}$ m/kN ist dies rechnerisch nicht möglich. Für die revitalisierte Tragstruktur liegt die adaptive Grenzlast bezüglich der Lastperspektive in jedem Fall unterhalb der angesetzten Normlasten. Somit ist zur Ermittlung von Schadensakkumulationen eine Pfadverfolgungsanalyse notwendig.

In Abb. 6-31 sind normierte Last-Verschiebungskurven für die Längsrichtung auf der Modellgrundlage des rückgebauten Tragsystems unter der Annahme starrer Vertikalfugen dargestellt. Die Kurve (1) resultiert aus Berechnungen, bei denen die veränderliche Windbelastung einsinnig und monoton gesteigert wird. Im Gegensatz dazu wird bei der Kurve (2) das Einspielverhalten unter richtungswechselnder Beanspruchung berücksichtigt. Deutlich zu erkennen ist, dass unter Zugrundelegung stabiler Restverformungen alle weiteren Belastungen bis zum Erreichen der adaptiven Grenzlast elastisch erfolgen. Der Anstieg der Kurve (2) unterhalb der adaptiven Grenzlast entspricht dem elastischen Anstieg der Kurve (1). Oberhalb der adaptiven Grenzlast treten zusätzliche inelastische Reaktionen auf. Bei weiterer einsinniger Lasterhöhung nähern sich beide Kurven einander an. Die plastischen Grenzlasten sind identisch.

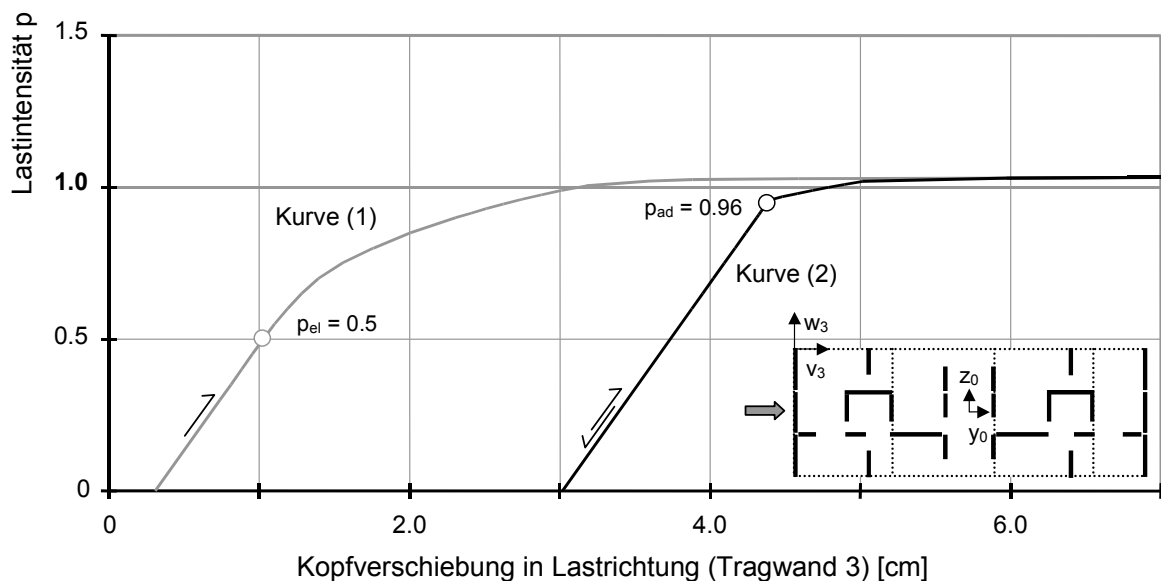


Abb. 6-31 Last-Verschiebungskurven in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System mit und ohne Berücksichtigung des Einspielverhaltens

6.3.10 Zusammenfassung zur Tragwerksanalyse

Das globale Tragverhalten von Aussteifungssystemen in Großtafelbauweise wird unter Verwendung integraler Materialbeziehungen untersucht. Im Rahmen von Vorbetrachtungen können bereits Berechnungen unter Anwendung erweiterter Querschnittsmodelle vorgenommen werden. Aus den daraus resultierenden Ergebnissen lassen sich prinzipielle Aussagen zum Tragverhalten der Aussteifungssysteme im elastischen und inelastischen Bereich ableiten. Dabei wird z.B. festgestellt, dass die plastischen Grenzlaster mit räumlichen Tragwerksberechnungen gut übereinstimmen. Hingegen treten Abweichungen bei der Schnittgrößenverteilung und bei der elastischen Grenzlast durch die Vernachlässigung der Schubverformung auf. Aussagen zu Tragwerksdeformationen beschränken sich auf die untersuchte Geschosebene. Mit Hinblick auf die Begrenzung zulässiger Tragwerksverformungen sind Betrachtungen am räumlichen Gesamtsystem unumgänglich. Daneben ist der Einfluss schubfest gekoppelter Tragwände mit nichtlinearen Materialeigenschaften und der Einfluss unterschiedlicher Verstärkungsmaßnahmen nur an räumlichen Modellen erfassbar. Die wesentlichen Ergebnisse der numerischen Untersuchungen des betrachteten Großtafelbautyps P2 werden im folgenden zusammengefasst:

- In der Gebäudequerrichtung ist die Lastabtragung für das untersuchte *Ursprungssystem* unproblematisch. Die Tragfähigkeit ist bereits mit linearen Berechnungshilfsmitteln nachweisbar. Veränderte Annahmen bei der Modellbildung gegenüber der Originalstatik führen für die Gebäudelängsrichtung zu einer unzulässigen Verringerung der elastischen Grenzlast. Allerdings können ausreichende Tragreserven erschlossen werden, sofern ein begrenztes Aufreißen der Horizontalfugen zugelassen wird.
- Mit Untersuchungen an unterschiedlich *rückgebauten Tragsystemen* wird der Einfluss möglicher Strukturänderungen im Revitalisierungsprozess auf das Gesamttragverhalten erfassbar. Die Reduktion von Tragwänden und von Geschossen ist mit Steifigkeitsverlusten und verminderter Tragfähigkeit verbunden. Veränderungen an Innen- und Außenwänden sind dabei prinzipiell möglich. Durch Gebäudeabtreppung werden Torsionsbeanspruchungen hervorgerufen. Die daraus resultierende Gebäudeverdrehung und -verschiebung wird durch das Aufreißen der Horizontalfugen weiter verstärkt, so dass die aufnehmbaren Lasten durch Verformungsrestriktionen zu begrenzen sind. In einigen Fällen ist die Standsicherheit des Aussteifungssystems ohne Verstärkungsmaßnahmen nicht nachweisbar.
- Der *Einfluss der Diskretisierung* bezüglich der Wandelemente und der Materialbeziehungen zeigt sich vor allem in der Gebäudelängsrichtung unter Berücksichtigung phy-

sikalisch nichtlinearer Effekte. Dabei werden größere Verformungen berechnet, wenn die steifigkeitsdominierenden Tragwände stärker diskretisiert oder trilineare Materialbeziehungen für die Wandelemente berücksichtigt werden. In Querrichtung stimmen die Last-Verschiebungskurven für die untersuchten Diskretisierungsvarianten gut überein. Dabei werden bereits bei einer Tragwandabbildung mit einem Segment unter Verwendung bilinearer Materialbeziehungen hinreichend genaue Ergebnisse ermittelt.

- Der *Einfluss der Vertikalfugensteifigkeit* wird für Fugenflexibilitäten von $10^{-6} \text{ m/kN} \geq \beta \geq 10^{-3} \text{ m/kN}$ nachgewiesen. Für kleinere β -Werte entspricht das modellierte Fugentragverhalten einer starren Formulierung, während für größere β -Werte die abgebildeten Tragwände wie entkoppelt wirken. Für Großtafelbauten der DDR werden Fugenflexibilitäten in der Größenordnung von $\beta \cong 10^{-6} \text{ m/kN}$ angegeben. Unter der Voraussetzung, dass die Vertikalfugen ordnungsgemäß hergestellt wurden und diese als intakt vorgefunden werden, ist eine ausreichende Tragfähigkeit in Längs- und Querrichtung nachweisbar. Problematisch erweisen sich flexible Fugen der Kerntragwände oder deren Entkopplung infolge Um- oder Rückbaumaßnahmen vor allem für die Längsrichtung. Der Nachweis der Tragfähigkeit ist dann nur unter Zuhilfenahme von Verstärkungsmaßnahmen möglich.
- Der *Einfluss der Schubkraftbegrenzung* in den Vertikalfugen wächst unter der Annahme steiferer Fugen, da infolge derer die Schubkraftübertragung zunimmt. Dabei besitzt die Schubkraftbegrenzung einen größeren Einfluss auf die aufnehmbare Last als die Fugensteifigkeit.
- Als effektive *Verstärkungsmaßnahme* können Tragwände schubfest gekoppelt werden, z.B. mit Hilfe von Diagonalverbänden. Die Untersuchungen zeigen insbesondere, dass die Verbände nicht in jedem Geschoss vorhanden sein müssen. Die Anordnung und die Anzahl der Diagonalverbände beeinflussen sowohl die aufnehmbaren Lasten als auch die Tragwerksverformungen.
- Der *Einfluss von Vorbeanspruchungen* aus der Nutzungsgeschichte und der Einfluss der Lastwechsel aus der Lastperspektive kann durch Anwendung von Berechnungsmodellen auf der Basis der Theorie adaptiver Tragwerke abgeschätzt werden. Für das Ursprungssystem sind stabile Restschnittgrößen für Fugenflexibilitäten von $\beta < 10^{-6} \text{ m/kN}$ für beliebige Lastfolgen rechnerisch nachweisbar. Für das rückgebaute Tragsystem liegt die adaptive Traglast bezüglich der Lastperspektive unterhalb der geforderten Werte. Eine Schadensakkumulation kann somit nicht von vornherein ausgeschlossen werden, so dass eine Pfadverfolgungsanalyse notwendig ist.

7 Schlussfolgerungen

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Berechnungsstrategie liefert einen Beitrag zur numerischen Untersuchung von Aussteifungssystemen unter Berücksichtigung des physikalisch nichtlinearen Tragverhaltens. Die formulierten Schwerpunkte der Zielstellung

- wirklichkeitsnahe Modellierung gegliederter Aussteifungswände
- rechentechnische Umsetzung der entwickelten Berechnungsmodelle mit Methoden der mathematischen Optimierung
- Anwendung der erarbeiteten Algorithmen und Programme zur Analyse von Aussteifungssystemen in Großtafelbauweise

wurden erfolgreich umgesetzt. Im folgenden wird eine zusammenfassende Darstellung und Wertung der Ergebnisse der Arbeit sowie Anregungen für weiterführende und ergänzende Untersuchungen gegeben.

Die gewählte Vorgehensweise, separate Modelle zur Erfassung des Querschnitts- und des Systemtragverhaltens zu formulieren, hat sich für die Untersuchung von Aussteifungssystemen bewährt. Durch die Betrachtung in getrennten Modellebenen kann die Komplexität der Problemstellung bei gleichzeitiger Reduzierung des numerischen Aufwandes aufrechterhalten werden. Die Kopplung beider Ebenen erfolgt durch integrale Materialbeziehungen. Veränderungen im Querschnittstragverhalten, z.B. infolge Rissbildung und Plastizierung, werden auf der Tragwerksebene durch effektive Steifigkeiten unter Einbeziehungen von Schnittgrößeninteraktionen berücksichtigt.

Zur Bestimmung der integralen Materialbeziehungen werden auf der Querschnittsebene zwei Berechnungsmodelle zur Verfügung gestellt. Die Modellierung zusammengesetzter Querschnitte erfolgt alternativ auf der Grundlage einer Faser- oder einer Segmentdiskretisierung. Wie die Untersuchungen zeigen, ermöglicht das Fasermmodell eine detaillierte Analyse des Querschnittstragverhaltens, auf deren Grundlage das Segmentmodell kalibriert werden kann. Während die rechnerisch aufnehmbaren Schnittgrößen vom Grad der Linearisierung der Interaktionsbeziehungen abhängen, wird die Steifigkeitsentwicklung unterhalb der Traglast durch den Diskretisierungsgrad der Tragwände und durch beanspruchungsabhängige Steifigkeitsänderungen beeinflusst. Die Kalibrierung des Segmentmodells auf Querschnittsebene bildet die Grundlage für eine wirklichkeitsnahe Tragwerksmodellierung.

Bei der Modellierung schlanker Aussteifungssysteme hat es sich bewährt, gegliederte Tragwände in finite ebene Stabsegmente zu zerlegen. Diese Vorgehensweise erweist

sich besonders bei der Einbeziehung der physikalischen Nichtlinearität als vorteilhaft, da das Tragverhalten ebener Segmente im Unterschied zu verwölbungsfähigen Elementen unabhängig von der Verdrehung des Gesamtsystems erfassbar ist. Die Berücksichtigung zusätzlicher Schubbeanspruchungen an den Elementlängsrändern ermöglicht, die Verträglichkeit der Längsdeformationen benachbarter Segmente zu sichern, wobei die Flexibilitätsmatrix so angepasst wird, dass Schubflüsse infolge kontinuierlicher Kopplung und Schubkräfte infolge diskreter Kopplung einheitlich erfasst werden können.

Eine Abschätzung des Tragverhaltens derartiger Aussteifungssysteme kann alternativ unter Anwendung erweiterter Querschnittsmodelle erfolgen. Während die so berechneten plastischen Grenzlasten gut mit den Ergebnissen der räumlichen Analyse übereinstimmen, ergeben sich Abweichungen bei der Schnittgrößenverteilung und bei der elastischen Grenzlast aufgrund der vernachlässigten Schubverformungen. Die Analyse von Aussteifungssystemen mit Querschnittsmodellen ist nicht geeignet, wenn gekoppelte Tragwände, z.B. durch Riegel oder Verbände, erfasst oder wenn Tragwerksverformungen begrenzt werden müssen.

Es zeigt sich, dass für die entwickelten Berechnungsmodelle zur Querschnitts- und Tragwerksanalyse eine einheitliche Aufgabenstruktur gefunden werden kann. Dafür eignen sich insbesondere Formulierungen, die ausgehend von Extremalprinzipien das mechanische Problem als Extremalaufgabe mit Nebenbedingungen abbilden. Diese werden nach einer entsprechenden Diskretisierung in Optimierungsaufgaben überführt und näherungsweise gelöst. Die Vorteile dieser Methode gegenüber Pfadverfolgungsalgorithmen werden bei der direkten Bestimmung von Grenzzuständen und durch die Möglichkeit der Berücksichtigung verschiedenartiger Nebenbedingungen besonders deutlich. Der modulare Aufbau der Optimierungsaufgaben ermöglicht eine universelle Anpassung an verschiedene Problemkreise der Tragwerksanalyse (u.a. Neubau, Revitalisierung) unter Beibehaltung des prinzipiellen mathematischen Modells.

Die Verifikation der eigenen Berechnungsmodelle erfolgt durch Vergleichsrechnungen an einer zusammengesetzten, schlanken Aussteifungswand aus unbewehrten Betonelementen mit dem FEM-Programmsystem Atena 2D [79]. In dem speziell für die Untersuchung von bewehrten und unbewehrten Betonbauteilen entwickeltem Programm Atena 2D werden die Tragwände mit Scheibenelementen diskretisiert, die die Berücksichtigung nichtlinearer Spannungs-Dehnungsbeziehungen ermöglichen. Diese Vorgehensweise ist insbesondere für komplexe Strukturen wesentlich aufwendiger als die in der Arbeit vorgestellte Methode, bei der die Tragwände mit stabförmigen Strukturelementen abgebildet werden und die Nichtlinearität des Materials durch integrale Materialbeziehungen Berück-

sichtigung finden. Die Berechnungen ergaben trotz der Unterschiede in der Elementformulierung, bei der Einbeziehung der physikalischen Nichtlinearität und bei der Lösungsmethode übereinstimmende Ergebnisse hinsichtlich der Traglast und der Steifigkeitsentwicklung [80].

Die entwickelte Berechnungsstrategie sowie die dabei zur Anwendung kommenden Modelle und Methoden wurden exemplarisch an einem Aussteifungssystem des Großtafelbautyps P2 angewendet. Die Segmentmodelle sind besonders geeignet, die aus großformatigen Betonfertigteilen zusammengesetzte Wohngebäude abzubilden. Es wird gezeigt, dass durch die Berücksichtigung nichtlinearer Materialbeziehungen an den Elementrändern sowohl das Aufreissen der Horizontalfugen als auch der verschiebliche Verbund in den Vertikalfugen gut abgebildet werden kann.

Am Referenzobjekt wurden die Auswirkungen verschiedenartiger Belastungs- und Systemänderungen infolge von Um- und Rückbauten sowie Verstärkungen untersucht. Die gewonnenen Ergebnisse sind auf andere Gebäude des gleichen Typs übertragbar und ermöglichen so die Unterstützung des Entwurfsprozesses zukünftiger Sanierungsaufgaben. So wird z.B. verdeutlicht, an welchen Stellen Reduzierungen der Quer- und Längswände prinzipiell möglich sind und inwieweit Rückbaumaßnahmen kritische Tragwerksantworten hervorrufen. Untersuchungen von Varianten, bei denen eine Gebäudeabtrepung vorgenommen wird, zeigen, dass in Querrichtung die Verformungen im oberen Lastbereich infolge der zusätzlichen Torsionsbeanspruchung signifikant zunehmen. Für die Gebäudelängsrichtung ergeben sich dabei grundsätzlich geringere Traglasten, da die Auflastverminderung zu einer Reduzierung der Momententragfähigkeit der Aussteifungswände führt. In einigen Fällen erfordern Veränderungen an der Tragstruktur die Berücksichtigung von Verstärkungsmaßnahmen, wobei sich z.B. die Kopplung benachbarter Tragwände als vorteilhaft erweist.

Die Untersuchungen am Referenzobjekt zeigen, dass die entwickelten Werkzeuge zur Beurteilung zu revitalisierender Großtafelbauten geeignet sind. Die für den Nachweis der Standsicherheit notwendige Erfassung von Tragreserven gelingt durch die Berücksichtigung der physikalischen Nichtlinearität im Berechnungsmodell.

Das Stabilitätsverhalten der Tragwände, das Tragverhalten der Wand-Decken-Knoten sowie andere lokale Schädigungen werden im Berechnungsmodell nicht oder nur vereinfachend, z.B. durch die Reduzierung zulässiger Spannungen, berücksichtigt und sind damit nicht Gegenstand der Arbeit.

Die im Modell enthaltene Möglichkeit der Berechnung von Grenzzuständen basiert auf der Formulierung einparametrischer Optimierungsaufgaben und ermöglicht eine direkte Bemessung oder Nachweisführung im Entwurfsprozess. Eine differenziertere Auslegung der Tragstruktur, z.B. durch Einbeziehung von Verstärkungen oder durch die Anordnung von Kopplungsverbänden, erfordert die Formulierung erweiterter mehrparametrischer Optimierungsaufgaben. Derartige Aufgabenstellungen führen i.A. zu nichtkonvexen Lösungsräumen, so dass geeignete Optimierungsstrategien eingebunden werden müssen.

Die in der Arbeit vorgestellten Untersuchungen zum Einspielverhalten von Aussteifungssystemen unter mehrfach wiederholter und wechselnder Windbelastung zeigen, dass der Bereich zulässiger elastischer Antworten infolge von Rückbaumaßnahmen deutlich verkleinert werden kann. Weiterführende Untersuchungen sollten deshalb die gezielte Beeinflussung der Restspannungszustände, z.B. durch Variation der ständigen Einwirkung oder durch Vorspannung, zum Gegenstand haben, um so das Einspielen der Aussteifungssysteme zu sichern.

Im Zusammenhang mit diesen Betrachtungen ist eine kritische Wertung des für die zeitlich veränderlichen Windeinwirkungen zu Grunde liegenden Sicherheitskonzeptes notwendig. Bei den vorgestellten Berechnungen werden alle Lastfälle (Windrichtungen) mit der gleichen Auftretenswahrscheinlichkeit und Intensität berücksichtigt, was zu einer Überschätzung der Einwirkungen und damit zu reduzierten rechnerischen Einspiellasten führt.

Die Tragwerksantworten des Referenzobjektes werden generell mit Anfangssteifigkeiten berechnet. Über diesen Ansatz hinaus sollte eine weiterführende Einschätzung des Tragverhaltens durch die Einbeziehung der Degradation der Element- bzw. Tragwerkssteifigkeiten erfolgen. Im Berechnungsmodell ist die Möglichkeit gegeben, damit verbundene Steifigkeitsverluste und verbleibende Deformationen direkt im Materialgesetz zu berücksichtigen.

Untersuchungen zu den vorgenannten Themenkreisen sind Bearbeitungsschwerpunkt des Sonderforschungsbereiches 524 an der Bauhaus-Universität Weimar.

8 Literaturverzeichnis

- [1] Hsu, CH.T., Mirza, M.S.: Structural concrete-biaxial bending and compression; In: Journal of the structural Division, Vol. 99, No. 2, pp. 285-290, 1973
- [2] Werner, H.: Schiefe Biegung polygonal umrandeter Stahlbeton-Querschnitte; In: Beton- und Stahlbetonbau 4/1974, S. 92 – 97
- [3] Busjaeger, D., Quast, U.: Programmgesteuerte Berechnung beliebiger Massivbauquerschnitte unter zweiachsiger Biegung mit Längskraft (Programm MASQUE); Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 415, Beuth Verlag GmbH, Köln, Berlin 1990
- [4] Marx, S., Raue, E.: Analyse von Stahlbetonquerschnitten mit Methoden der mathematischen Optimierung; In: 37. Forschungskolloquium des Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Bauhaus-Universität Weimar, Okt. 1999
- [5] Hampe, E., Heller, H. : Tragstrukturen für Hochhäuser; In: Bauforschung und Baupraxis, Heft 5, 1977
- [6] König, G., Liphardt, S.: Hochhäuser aus Stahlbeton; In: Betonkalender 1990, Teil II, S. 457-539
- [7] Paulay, T., Bachmann, H., Moser, K.: Erdbebenbemessung von Stahlbetonhochbauten; Birkenhäuser Verlag, 1990
- [8] Bungale, S., Taranth, B.S.: Structural Analysis and Design of Tall Buildings; McGraw-Hill, Inc., 1988
- [9] Stafford Smith, B., Coull, A.: Tall Building Structures: Analysis and Design; John Wiley and Sons, Inc., 1991
- [10] Steinle, A., Hahn, V.: Bauen mit Betonfertigteilen im Hochbau; In: Betonkalender 1995, Teil 2
- [11] Wolter, F.: Großtafelbauten, Modelle und Berechnung; In: Bauforschung und Baupraxis, Heft 146, 1985

-
- [12] Mehlhorn, G.; Schwing, H.: Tragverhalten von aus Fertigteilen zusammengesetzten Scheiben; Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 288, Verlag Wilhelm Ernst und Sohn, Berlin 1977
- [13] Schmidts, H.: Zur effizienten Modellierung und Analyse von Hochhaustragwerken; Dissertation am Institut für Baustatik der Universität Stuttgart, 1998
- [14] Johnson, D., Nadjai, A.: Static analysis of spatial shear wall systems by a discrete force method; In: Structural Engineering Review, Vol.8, No.2/3, pp. 133-144, 1996
- [15] Linde, P.: Numerical Modelling and Capacity Design of Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Walls; Schriftenreihe: Institut für Baustatik und Konstruktion an der ETH Zürich, Birkenhäuser Verlag, 1993
- [16] Schwing, H.: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung von Wandscheiben aus Fertigteilen; Dissertation an der TU Darmstadt, 1975
- [17] Bolander, J., Wight, J.K.: Finite Element Modelling of Shear-Wall-Dominant Buildings; In: Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No. 6, pp. 1719-1739, 1991
- [18] Rosman, R.: Beitrag zur statischen Berechnung waagrecht belasteter Querwände bei Hochbauten; In: Bauingenieur 35 (1960) H4 S. 133 – 136, 37 (1962) H1 S. 24 – 26, 37 (1962) H8 S.303 – 308
- [19] Rosman, R.: Beitrag zur Untersuchung des Zusammenwirkens von waagrecht belasteten Wänden und Stockwerkrahmen bei Hochbauten; In: Beton- und Stahlbetonbau 2/1963, S. 36 – 40
- [20] Rosman, R.: Die statische Berechnung von Hochhauswänden mit Öffnungsreihen; Bauingenieur-Praxis, H65, Ernst & Sohn 1965
- [21] Rosman, R.: Faltwerke als aussteifende Systeme bei Hochbauten; In: Bauingenieur 42 (1967) H2 S. 55 – 65, 44 (1969) H11 S. 397 – 406
- [22] Rosman, R.: Statik und Dynamik der Scheibensysteme des Hochbaus; Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1968
- [23] Rosman, R.: Faltwerke mit gegliederten Scheiben; In: Bauingenieur 44 (1969) H11 S. 397 – 406

- [24] Rosman, R.: Numerische Verfahren zur exakten Untersuchung mehrparametrischer Scheibensysteme des Hochbaus; In: Bautechnik 42 / 1969, S. 119 – 126
- [25] Rosman, R.: Membrantheorie der Flächentragwerke aus elastisch verbundenen Faltwerken; In: Bauingenieur 45 (1970) H11 S. 409 – 414
- [26] Wolter, F.: Zur Erfassung der Schubverformungen von Vertikalfugen in Graßtafelbauten; In: Neue Beiträge der Baumechanik zur rationellen und genaueren Beurteilung von Baukonstruktionen, Dresden, 1982
- [27] Wolter, F.: Berechnung von ebenen Wandscheibensystemen; In: Bauforschung und Baupraxis, Heft 133, 1984
- [28] Johnson, D.; Nadjaj, A.: Analysis of spatial real buildings by discrete force method; In: The Structural Design of Tall Buildings, Vol.5, pp. 183-204, 1996
- [29] Schiefner, R.: Beiträge zur Baumechanischen Analysis von Aussteifungssystemen des Hochbaus; Dissertation an der TU Dresden, 1975
- [30] Müller, H., Schiefner, R., Burkhardt, G.: Stabtragwerke (STATRA), Studie zur Traglastberechnung von Systemen aus Wandstäben und Decken nach Theorie I. Ordnung; In: Bauforschung und Baupraxis, Heft 82, 1982
- [31] McLeod, I.A.: Analysis of shear wall buildings by the frame method; In: Proceedings of Institution of Civil Engineers 55 (1973), pp. 593 - 603
- [32] Schwaighofer, J.: Ein Beitrag zum Windscheiben-Problem; In: Bauingenieur 44 (1969) H10, S. 370 – 373
- [33] Hoeland, G.: Beitrag zur Berechnung wandartiger Rahmen; In: Beton- und Stahlbetonbau 5/1969, S. 124 – 126
- [34] Wilson, E.L., Dovey, H.H.: Three-Dimensional Analysis of Building Systems-TABS; Rep. No. EERC 72-8, University of California, Berkeley, 1972
- [35] Wilson, E.L., et al.: ETABS, The Three-Dimensional Analysis of Building Systems; Rep. No. EERC 75-13, University of California, Berkeley, 1975
- [36] Avramidis, I.E.: Zur Kritik des äquivalenten Rahmenmodells für Wandscheiben und Hochhauskerne; In: Bautechnik, 68 (1991) H8, S. 275 – 285

- [37] Nayar, K.K.; Coull, A.: Elastoplastic analysis of coupled shear walls; In: Journal of the structural Division, Vol.102, No.9, pp. 1845-1860, 1976
- [38] Wlassow, W.S.: Dünnwandige elastische Stäbe (Band 1 und 2); Berlin, Verlag für Bauwesen 1964, 1965
- [39] Stiller, M: Beitrag zur Berechnung von Scheibensystemen bei Hochhäusern unter Horizontalbelastung; Dissertation an der TU Berlin, 1961
- [40] Stiller, M.: Verteilung der Horizontalkräfte auf die aussteifenden Scheibensysteme; In: Beton- und Stahlbetonbau 2/1965, S. 42 – 45
- [41] Beck, H.; Schäfer, H.: Die Berechnung von Hochhäusern durch Zusammenfassung aller aussteifenden Bauteile zu einem Balken; In: Bauingenieur 44 (1969) H3, S. 80 – 87
- [42] Schrefler, B.: Zur Berechnung aussteifender Systeme allgemeiner Art von Hochhäusern; In: Beton- und Stahlbetonbau 9/1971, S. 213 –219
- [43] Schäfer, H.G.: Die Berechnung von Hochhäusern als räumlicher Verband von Scheiben; Kernen und Rahmen; Dissertation an der TU Darmstadt, 1969
- [44] Gluck, J.: Lateral-load analysis of asymmetric multistory structures, In: Journal of the structural Division; Vol. 96, No. 2, pp. 317-333, 1970
- [45] Sternik M., Gluck J.: Decoupling of lateral equilibrium equations for asymmetrical multistory structures; In: Journal of the structural Division, Vol. 119, No. 10, pp. 2871-2882, 1993
- [46] Coull, A., Wahab, A.F.: Lateral Load Distribution in asymmetrical tall building structures; In: Journal of the structural Division, Vol. 119, No. 4, pp. 1032-1047, 1993
- [47] Hönderkamp, H.C.D.: Approximate Deflection Analysis of Non-Symmetric High-Rise Structures; Habitat and the High-Rise, proceedings of the fifth world congress, Amsterdam, pp. 1185 – 1210, May 1995
- [48] Heidebrecht, A.C., Swift, R.D.: Analysis of asymmetrical coupled shear walls; In: Journal of the structural Division, Vol. 97, No. 5, pp. 1407-1422, 1971
- [49] Taranath, B.S.: Analysis of interconnected open section shear wall structures; In: Journal of the structural Division, Vol.101, No. 11, pp. 2367-2384, 1975

-
- [50] Obst, E.: Die Berechnung der aussteifenden Bauteile von Hochhäusern unter Berücksichtigung eines nichtlinear-elastischen Werkstoffverhaltens; Dissertation an der TH Darmstadt, 1974
- [51] Ambos, G.: Zur wirklichkeitsnahen Berechnung aussteifender Bauteile von Hochhäusern; Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau an der TU Darmstadt, Heft 24, 1977
- [52] Backes, W.: Ein Beitrag zur geometrisch und physikalisch nichtlinearen Berechnung von Stabtragwerken unter besonderer Berücksichtigung räumlicher Stabilitätsprobleme des Massivbaus; Dissertation an der Universität Kaiserslautern, 1994
- [53] Becker, G.: Die Berechnung gegliederte Hohlkästen; Dissertation an der TU Darmstadt 1974
- [54] Liphardt, S.: Berechnung von Hohlkästen aus Rahmen ohne und mit Wandscheiben als Aussteifung von Hochhäusern; Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt 1977 Heft 21
- [55] Schardt, R.: Verallgemeinerte Technische Biegetheorie; Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, 1989
- [56] Schmidts, H.: Zur effizienten Modellierung und Analyse von Hochhaustragwerken; Dissertation am Institut für Baustatik der Universität Stuttgart, 1998
- [57] Paulay, T.: Elastic-Plastic Analysis of Coupled Shear Walls; In: ACI Journal, American Concrete Institute, Vol. 67, No. 11, pp. 915-922, 1970
- [58] Gluck, J.: Elasto-Plastic Analysis of coupled Shear Walls; In: Journal of the structural Division, Vol. 99, No. 8, pp. 1743-1760, 1973
- [59] Hees, G.: Einführung in die Fließgelenktheorie II. Ordnung; Werner-Verlag, 1999
- [60] Wriggers, P.: Nichtlineare Finite-Element-Methoden; Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2001
- [61] Charnes, A., Greenberg, H.J., Herbert, J.: Plastic collapse and linear programming; In: American Mathematical Society, Abstract No. 506, Vol. 57, p. 6, 1951

- [62] Charnes, A., Lemke, C.A., Zienkiewicz, O.C.: Virtual work, linear programming and plastic limit analysis; In: Proceedings of the Royal Society (London), Series A, Vol. 251, p. 110, 1959
- [63] Grierson, D.E., Gladwell, G.M.L.: Collapse load analysis using linear programming; In: Journal of the structural Division, Vol. 97, No. 5, pp. 1561-1573, 1971
- [64] Melan, E.: Theorie statisch unbestimmter Stahltragwerke aus idealplastischem Baustoff; Sitzung der Akademie der Wissenschaften (Wien), Abt. IIA, 145, S.195-218, 1932
- [65] Koiter, W.T.: A new general theorem on shake down of elastic plastic structures; Proc. Koninkl. Ned. Akad. Wet. B59, pp. 23-34, 1956
- [66] Raue, E.: Zur Bestimmung der adaptiven Grenzlast statisch unbestimmter Tragwerke; In: Industrie- und Spezialbau, Festschrift Prof. Hampe, HAB Weimar, 1993
- [67] Hampe, E., Raue, E., Timmler, H.G., Saad, M., Schüler, H.: Nonlinear bearing behaviour of adaptive reinforced concrete structures; In: Dynamics of civil engineering structures, A.A. Balkema, Rotterdam, 1996
- [68] Raue, E., Timmler, H.G., Schüler, H.: Strategies for the design and the analysis of dynamically excited r/c structures; In: Proceedings of the 3rd European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn'96, Augusti, Bori & Spinelli (eds), Vol. 2, Florence, Italy, 1996
- [69] Schüler, H.: Zur Analyse und zur Bemessung adaptiver Tragwerke aus Stahlbeton unter dynamischer Einwirkungen; Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen, Bauhaus-Universität Weimar, 1997
- [70] Weitzmann, R.: Bemessungskonzept für Stahlbetontragwerke auf der Grundlage deformationsbasierter Grenzzustandsbetrachtungen; Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen, Bauhaus-Universität Weimar, 2000
- [71] Kaufmann, N.: Physikalisch nichtlineare Analyse dreidimensionaler Stabtragwerke aus Stahlbeton mit der Methode der mathematischen Optimierung; Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen, Bauhaus-Universität Weimar, 2001

-
- [72] Marx, S.: Anwendung der mathematischen Optimierung bei der geometrisch und physikalisch nichtlinearen Analyse von Stahlbetontragwerken; Dissertation an der Fakultät Bauingenieurwesen, Bauhaus-Universität Weimar, 2000
- [73] Čyras, A.A.: Analysis and optimization of elastoplastic systems; Ellis Horwood Limited, Chichester, 1983
- [74] Lloyd Smith, D. (ed.): Mathematical programming methods in structural plasticity; International centre for mechanical sciences, CISM courses and lectures - no. 299, Springer Verlag, Wien-New York 1990
- [75] Raue, E.: Lineare und nichtlineare Tragwerksanalyse mit Methoden der Mathematischen Optimierung; In: XII. IKM, Berichte Bd. 1, Weimar, 1990
- [76] Raue, E., Marx, S., Adami, K.: Physikalisch nichtlineare Berechnung von Aussteifungssystemen mit Hilfe mathematischer Optimierungsalgorithmen; In: 37. Forschungskolloquium des DAfStb; Weimar 1999
- [77] Oswald, R., Schnapauff, V., Lamers, R., Friedrich, R., Kohl, I., Ihlenfeldt, J., Baumert, M., Höft, B., Gühlow, V., Kinzel, M.: Wohnbauten in Fertigteilbauweise in den neuen Bundesländern; Bauforschung für die Praxis, Band 2, Fraunhofer IRB Verlag, 1994
- [78] DIN V ENV 1992, Teil 1-1, EC2: Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken; Teil 1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau
- [79] Cervenka, V., Jendele, L., Cervenka, J.: Atena Program Documentation; Cervenka Consulting, Prague 2000
- [80] Garke, R.: Untersuchung unbewehrter Aussteifungswände unter Berücksichtigung physikalisch nichtlinearer Effekte; Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2002

9 Verzeichnis häufig verwendeter Formelzeichen

$\boldsymbol{\varepsilon}$... Deformationsvektor
\mathbf{s}	... Schnittgrößenvektor
\mathbf{u}	... Verformungsvektor
\mathbf{f}	... Lastvektor
\mathbf{A}	... Transformationsmatrix der Gleichgewichtsbedingungen (für die Tragwerksanalyse inkl. Randbedingungen)
\mathbf{A}^T	... Transformationsmatrix der Formänderungsbedingungen (für die Tragwerksanalyse inkl. Randbedingungen)
\mathbf{A}_P	... Matrix der linearen Plastizitätsbedingungen
\mathbf{T}_V	... Transformationsmatrix zwischen abhängigen und unabhängigen Größen
\mathbf{T}_α	... Transformationsmatrix der Koordinatenrichtungen
\mathbf{T}_Z	... Zuordnungsmatrix
\mathbf{T}_0	... Transformationsmatrix zwischen lokalen und globalen Basen
\mathbf{Q}	... Flexibilitätsmatrix
\mathbf{Q}^{-1}	... Steifigkeitsmatrix
\mathbf{s}_u	... konstantes Glied der Fließfunktion
$\boldsymbol{\lambda}$... Vektor der plastischen Multiplikatoren
EI	... Biegesteifigkeit
EA	... Dehnsteifigkeit
GA	... Schubsteifigkeit
β	... äquivalente Schubflexibilität
N	... Normalkraft
V	... Querkraft
M	... Biegemoment
M_b	... Bimoment
T / t	... Schubkraft / Schubfluss
ε	... Dehnung
κ	... Krümmung

ϑ	... Drillung
τ	... Stabendtangentialwinkel
Δu	... Längsverformungsdifferenz
n_F	... Anzahl der Fasern
n_W	... Anzahl der Einzelemente (Segmente)
n_D	... Anzahl der Decken (Diaphragmen)
n_C	... Anzahl der Verbindungsstellen
n_N	... Anzahl der Knoten
n_{Wj}	... Anzahl der Einzelemente pro Geschoss, deren Knoten in der Decke (j) liegen
x_0, y_0, z_0	... Referenzachsensystem
$\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i$... Ortskoordinaten im Einzelement
$\bar{\xi}_i$... bezogene Koordinate von \bar{x}_i im Einzelement
x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}	... Ortskoordinaten des Einzelementes bezüglich der Referenzachsen
h_i	... Höhe des Einzelementes
b_i	... Breite des Einzelementes
d_i	... Dicke des Einzelementes
ω	... Wölbordinate
π	... Potential
Indizes	
el	... elastische Größe
pl	... plastische Größe
R	... Restgröße
0	... Anfangsgröße

Bezeichnungen, die nicht in der Liste aufgeführt sind, werden in den jeweiligen Abschnitten definiert.

Verzeichnis der Abbildungen und Tafeln

Abbildungen

- Abb. 2-1 Exemplarische Faserdiskretisierung eines U-Querschnittes
- Abb. 2-2 Exemplarische Segmentdiskretisierung eines U-Querschnittes
- Abb. 2-3 Definition geometrischer Transformationen
- Abb. 2-4 Beispiel für eine linearisierte Fließ- bzw. Bruchbedingung eines unbewehrten Segmentes
- Abb. 2-5 Multilineare Materialbeziehung als Schnittgrößeninteraktion (links) und als Momenten-Krümmungsbeziehung (rechts)
- Abb. 2-6 Riss-, Fließ- und Bruchbedingung für einen symmetrisch bewehrten, rechteckigen Stahlbetonquerschnitt
- Abb. 2-7 Angepasste Interaktionsbedingungen für einen symmetrisch bewehrten, rechteckigen Stahlbetonquerschnitt
- Abb. 2-8 Exemplarische Segmentdiskretisierung eines Geschossquerschnittes
- Abb. 3-1 Diskretes Tragwerksmodell und Detaildarstellung einer Tragwand (Segment)
- Abb. 3-2 Vollständige und unabhängige Stabrandschnittgrößen und Darstellung ausgewählter Randstörungen
- Abb. 3-3 Tragwerksmodellierung zur Kopplung von Tragwänden mit
a) diskreten Riegeln und b) Diagonalverbänden
- Abb. 3-4 Transformation der Elementrandschnittgrößen
- Abb. 3-5 Detaildarstellung einer zusammengesetzten Tragwand
- Abb. 3-6 Tragwand-Diagonalen-Anschluss und Detaildarstellung des Knotens (1)
- Abb. 3-7 Vollständige Stabrandschnittgrößen und -verformungen einer Tragwand (Segment)
- Abb. 3-8 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für gleichmäßig verteilte Randschubflüsse $t_{i,l}$ und $t_{i,r}$
- Abb. 3-9 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für diskrete Randstörungen
- Abb. 3-10 Schnittgrößenverlauf im Elementinnern für einseitig kontinuierliche und einseitig diskrete Randstörungen

- Abb. 3-11 Darstellung der Schubspannungsverteilung und Geometrie der Verbindungsstellen (k) und (k+1)
- Abb. 3-12 Äquivalente Schubflexibilität $\beta_{i,k}$ für ausgewählte diskrete Randstörungen
- Abb. 3-13 Definition der inneren und äußeren Knotenkraftgrößen
- Abb. 3-14 Struktur der Transformationsvorschrift (3-57)
- Abb. 5-1 Gegenüberstellung der Modellbildung in Atena 2D und in vorliegender Arbeit
- Abb. 5-2 Spannungsverteilung s_{yy} in Aussteifungswand (Atena 2D) [80]
- Abb. 5-3 Kraft-Verformungsbeziehungen für verschiedene Vertikalfugensteifigkeiten [80]
- Abb. 6-1 Gewählte Hauptgeometrie des ursprünglichen und rückgebauten Tragsystems
- Abb. 6-2 Momenten – Längskraftinteraktion und zugehörige Momenten-Krümmungsbeziehungen eines unbewehrten rechteckigen Betonquerschnittes
- Abb. 6-3 Definition Geometrie und Material
- Abb. 6-4 Interaktionsdiagramm der aufnehmbaren Schnittgrößen für die Giebelwand und für Segmente (oben); Ermittlung des aufnehmbaren Momentes der Varianten 1 bis 3 (unten)
- Abb. 6-5 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2
- Abb. 6-6 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3
- Abb. 6-7 Definition Geometrie und Material
- Abb. 6-8 Riss-, Fließ- und Bruchbedingung des U-Querschnitts nach Abb. 5-7
- Abb. 6-9 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2 ($M_{y,0} = 0$ kNm)
- Abb. 6-10 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3 ($M_{y,0} = 0$ kNm)
- Abb. 6-11 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 2 ($M_{z,0} = 0$ kNm)
- Abb. 6-12 Vergleich der Momenten-Krümmungsbeziehungen der Varianten 1 und 3 ($M_{z,0} = 0$ kNm)
- Abb. 6-13 Gegenüberstellung der Schnittgrößeninteraktionen unter Annahme Ebenbleiben des Querschnittes (Bernoulli-Hypothese) und Ebenbleiben der Segmente (Wagner-Hypothese)
- Abb. 6-14 Materialkennwerte

- Abb. 6-15 Horizontallasten in Längs- und Querrichtung, Wind / Schiefstellung [kN]
- Abb. 6-16 Vertikallasten für ein Vollgeschoss [kN]
- Abb. 6-17 Last-Krümmungskurven für die ursprüngliche und rückgebaute Struktur entsprechend Abb. 5-1
- Abb. 6-18 Last-Verschiebungskurven für die Ursprungsstruktur in Längs- und Querrichtung
- Abb. 6-19 Schnittgrößenverteilungen (N, M) bei kontinuierlich gekoppelten Wandelementen am Beispiel der unteren Geschosse der Tragwände 1, 2 und 3 unter verschiedenen Lastintensitäten p
- Abb. 6-20 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Rückbauvarianten in Gebäudequerrichtung
- Abb. 6-21 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Rückbauvarianten in Gebäudelängsrichtung
- Abb. 6-22 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Diskretisierungsvarianten in Gebäudelängsrichtung
- Abb. 6-23 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Diskretisierungsvarianten in Gebäudequerrichtung
- Abb. 6-24 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten in Gebäudequerrichtung am Ursprungssystem (oben) und am rückgebauten System (unten)
- Abb. 6-25 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System
- Abb. 6-26 Schubkraftverteilung in der Vertikalfuge zwischen den Tragwänden 1 und 2 für $p = 1.0$ und $p = 1.45$ am Ursprungssystem (β in [m/kN])
- Abb. 6-27 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Fugenflexibilitäten und Begrenzung der Schubkräfte in Gebäudequerrichtung am rückgebauten System
- Abb. 6-28 Kontinuierliche und diskontinuierliche Kopplung ausgewählter Tragwände
- Abb. 6-29 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Verstärkungsmaßnahmen in Gebäudequerrichtung am rückgebauten System
- Abb. 6-30 Last-Verschiebungskurven für verschiedene Verstärkungsmaßnahmen in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System
- Abb. 6-31 Last-Verschiebungskurven in Gebäudelängsrichtung am rückgebauten System mit und ohne Berücksichtigung des Einspielverhaltens

Tafeln

- Tafel 4-1 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Schnittgrößen und Formänderungen
- Tafel 4-2 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Grenzlastzuständen
- Tafel 4-3 Diskretes Berechnungsmodell zur Bestimmung von Grenzwiderständen
- Tafel 4-4 Diskretes Berechnungsmodell zur Berechnung von Restschnittgrößen, adaptiven Grenzlasten und adaptiven Grenzwiderständen
- Tafel 6-1 Varianten für die Anwendungsbeispiele zur Querschnittsanalyse
- Tafel 6-2 Rissmomente und aufnehmbare Momente für verschiedene Belastungsvektoren und Diskretisierungen
- Tafel 6-3 Varianten für die Anwendungsbeispiele zur Tragwerksanalyse
- Tafel 6-4 Querkräfte V in [kN] und Biegemomente M in [kNm] an der Einspannstelle steifigkeitsdominanter Tragwände für unterschiedliche Belastungsintensitäten p in Gebäudelängsrichtung
- Tafel 6-5 Adaptive Grenzlasten und zugehörige Kopfverschiebungen [cm] der Tragwand 3 für verschiedene Vertikalfugenflexibilitäten β [m/kN]

Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Dissertationsschrift selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt habe. Von mir wurde weder diese noch eine andere Dissertation an einer anderen Hochschule, Universität oder wissenschaftlichen Einrichtung eingereicht.

Weimar, Dezember 2002

Tabellarischer Lebenslauf

Angaben zur Person

Name	Kay Adami
Geburtstag	10.10.1972
Geburtsort	Jena
Familienstand	verheiratet

Schul Ausbildung und Studium

1979-1989	Polytechnische Oberschule Bürgel
1989-1992	Berufsausbildung mit Abitur (Baufacharbeiter) an den Staatlich Berufsbildenden Schulen Jena- Burgau, Ausbildungspartner STRABAG Ingenieurbau GmbH
1992-1997	Studium an der Bauhaus-Universität Weimar, Fakultät Bauingenieurwesen, Vertiefungsrichtung Konstruktiver Ingenieurbau / Baumechanik
Diplomarbeit:	„Lösungsstrategien pfadabhängiger Materialgesetze in impliziten FEM-Berechnungen“

Berufliche Tätigkeit

1993-1996	Mitarbeit in verschiedenen Ingenieurbüros
1997-2002	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Bauhaus-Universität Weimar, Professur Massivbau I, Prof. Dr.-Ing. habil. E. Raue
1999-2002	Mitarbeit am Sonderforschungsbereich 524 „Werk- stoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken“, Bauhaus-Universität Weimar