

**Beitrag zur Standsicherheitsberechnung
im geklüfteten Fels
in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik
unter Verwendung impliziter und expliziter
Berechnungsstrategien**

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR - INGENIEUR

an der Fakultät Bauingenieurwesen

der

Bauhaus-Universität Weimar

vorgelegt von

JOHANNES WILL

aus Naumburg/S.

Gutachter: Prof. Dr. Ing. habil. Harald Zrost
Prof. Dr. Ing. habil. Friedhelm Heinrich
Dr. Ing. Heinz Konietzky

Tag der Disputation: 5. März 1999

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner vierjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strukturmechanik der Bauhaus-Universität Weimar.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald Zrost, der das Thema angeregt, ein optimales Arbeitsumfeld geschaffen und in jeder Phase die Arbeit begleitet und gefördert hat.

Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Friedhelm Heinrich und Dr.-Ing. Heinz Konietzky für die wertvollen Hinweise zu geotechnischen Problemstellungen und die Übernahme des Korreferats bedanken. Zudem hat die uneigennützig Unterstützung von Herrn Dr. Konietzky die Materialimplementationen in UDEC erst möglich gemacht.

Allen Kollegen am Institut für Strukturmechanik möchte ich für das außerordentlich angenehme und fruchtbare Arbeitsklima danken. Besonders bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Christian Bucher, Frau Dr.-Ing. Dagmar Hintze und Herrn Dr.-Ing. York Schorling möchte ich mich für die wertvollen Hinweise und zahlreichen anregenden Diskussionen bedanken.

Durchaus bin ich mir des positiven Umstandes bewußt, zeitweilig in praktische Aufgabenstellungen zur Beurteilung der Standsicherheit von Schwergewichtstaumauern im Ingenieurbüro Prof. Zrost einbezogen gewesen zu sein. Die fruchtbare Kombination wissenschaftlichen Interesses mit der Notwendigkeit praktische Aufgabenstellungen zu lösen, haben diese Arbeit sehr gefördert. Herrn Dipl.-Ing. Ralf Vogt möchte ich an dieser Stelle für seine uneigennützig Unterstützung bei den Implementationen und Umsetzungen in ANSYS danken.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einführung	1
1.1	Physikalische Problemstellung	2
1.2	Numerische Problemstellung	2
1.3	Zielstellung	3
1.4	Methodik	4
2.	Grundlagen	6
2.1	Numerische Methoden in der Felsmechanik	7
2.1.1	Grundlagen der numerischen Lösungsverfahren	7
2.1.2	Implizite Zeitintegrationsverfahren	11
2.1.3	Explizite Zeitintegrationsverfahren	12
2.1.4	Explizite und implizite Berechnungsstrategien für statische Problemstellungen in der Geotechnik	15
2.1.5	Diskrete Elemente Methode in UDEC	17
2.1.6	Explizite FEM in LS-DYNA3D	20
2.2.	Grundlagen der Plastizitätstheorie	23
2.2.1	Theorie des plastischen Fließens mit assoziierter Fließregel	23
2.2.2.	Nichtassozierte Plastizität	25
2.2.3	Plastizität mit beliebig mehrflächigen Fließfiguren	27
2.3	Grundlagen der mechanischen Modellierung von geklüftetem Fels	30
2.3.1	Allgemeines	30
2.3.2.	Intakter Fels	31
2.3.3.	Trennflächen	32
2.3.4	Verschmierte Kontinuumsformulierungen	33
2.3.4.1	Multilaminare Materialmodelle in klassischen Kontinuumsformulierungen	33
2.3.4.2	Erweiterte Kontinuumsformulierungen	37
2.3.5	Diskontinuumsformulierungen zur Beschreibung von geklüftetem Fels	38
3.	Numerische Umsetzung der Stoffgleichungen des geklüfteten Gebirges	40
3.1	Elastische Prädiktorspannung	42
3.2	Pseudo-viskoplastischer Algorithmus in impliziten Berechnungsstrategien	42
3.3	Return Mapping Verfahren zur lokalen Spannungsrelaxation	45
3.4	Numerische Probleme des gewählten Materialmodells	47
3.5	Elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in impliziten Berechnungsstrategien	48

3.6	Elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in expliziten Berechnungsstrategien	55
3.7	Bestimmung der Aktivitäten und der plastischen Dehnungsinkremente der elastoplastischen Berechnungsalgorithmen für eine lokale Iteration	57
4.	Verifizierungen der Materialroutinen	61
4.1	Problemstellung und Verifikationsbeispiel	61
4.2	Elastische Berechnungen	62
4.3	Numerische Pfadabhängigkeit und Konvergenz elastoplastischer Berechnungen in ANSYS	63
4.4	Kritische Dämpfung in expliziten Berechnungen	65
4.5	Vergleich aller elastoplastischen Materialroutinen	66
4.6	Laststeigerungsberechnungen	68
4.7	Vergleich von pseudo-viskoplastischen und elastoplastischen Berechnungen	70
4.8	Zusammenfassung	72
5.	Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstaumauern	74
5.1	Allgemeines	74
5.2	Zum Sicherheitskonzept von Schwergewichtsstaumauern	76
5.2.1	Berechnung von Sicherheitsabständen	77
5.3	Stationäre Sickerströmungsberechnungen im geklüfteten Fels	79
5.3.1	Allgemeines	79
5.3.2	Stationäre Sickerströmungsberechnungen in der Kontinuumsmechanik	82
5.3.3	Stationäre Sickerströmungsberechnungen in der Diskontinuumsmechanik	86
5.4	Zur Modellierung von Primärspannungen	89
5.5	Umrechnungen felsmechanischer Kennwerte für kontinuums- und diskontinuumsmechanische Berechnungen	90
6.	Neubau einer Schwergewichtsstaumauer mit gerader Mauerachse	93
6.1	Berechnungen als unendlich lange Mauer	93
6.1.1	Ebenes Diskontinuumsmodell (2D)	94
6.1.2	Pseudo-räumliches Kontinuumsmodell (2½D)	100
6.2	Analyse der 2D- und 2½D-Geometriemodelle	103
6.2.1	Vergleich des pseudo-räumlichen Kontinuumsmodells mit dem ebenen Diskontinuumsmodell	103
6.2.2	Untersuchung der Blockwirkung des geklüfteten Gebirges im Diskontinuumsmodell	107
6.2.3	Vergleich ebener Kontinuums- und Diskontinuumsmodelle	110
6.2.4	Einfluß der Sickerströmungsberechnung	112
6.2.5	Vergleich elastoplastischer und pseudo-viskoplastischer Berechnungen	114

6.2.6	Auswertung der Vergleichsrechnungen ebener und pseudo-räumlicher Modelle	116
6.3	Berechnungen als 3D-Modell	118
6.4	Zusammenfassung	120
7.	Sanierung einer Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse	122
7.1	Berechnung als 2D-Modell	122
7.2	Berechnung als 3D-Modell	126
7.3	Zusammenfassung	132
7.4	Schlußfolgerungen für die Sanierungsmaßnahmen	132
8.	Zusammenfassung und Ausblick	134
	Literaturverzeichnis	137

Numerierung: Gleichungen, Bilder, Tabellen und Tafeln sind innerhalb eines Abschnittes unter Angabe der Kapitelnummer getrennt numeriert.

Vorzeichenkonvention: Die Festigkeiten sind immer positiv, Zugspannungen positiv und Druckspannungen negativ.

Symbole

L	Lagrange-Funktion
E_{Kin}	kinetische Energie
E_{Pot}	potentielle Energie
q_k	generalisierte Koordinaten der Massepunkte
x_i	kartesische Koordinaten
n_i	Normalenvektor
\ddot{u}	Beschleunigung
\dot{u}	Geschwindigkeit
u	Verschiebung
θ	Rotation
F_{ext}	externe Kräfte
F_{int}	interne Kräfte
M	Massenmatrix
m_{ij}	lokale Masse
g	Gravitation
C	Dämpfungsmatrix
c_{ij}	lokale Dämpfung
α^c	massenproportionale Dämpfungskonstante
β^c	steifigkeitsproportionale Dämpfungskonstante
K	Steifigkeitsmatrix
k_{ij}	lokale Steifigkeit
Δt_{crit}	kritischer Zeitschritt
λ_{min}	kleinster Eigenwert
f_{min}	kleinste Frequenz
$\omega_{\text{min/max}}$	kleinste bzw. größte Eigenkreisfrequenz

zur Beschreibung der Geometrie

A	Fläche
V	Volumen
b	Breite
h	Höhe
l	Länge
s	Seitenlänge

zur Beschreibung der mechanischen Werkstoffeigenschaften

G	Schubmodul
E	Elastizitätsmodul
ν	Querdehnzahl
K	Kompressionsmodul
ρ	Dichte
C_p	Schallausbreitungsgeschwindigkeit
α	geomechanischer Streichwinkel der Trennfläche
β	geomechanischer Fallwinkel der Trennfläche
d	mittlerer Trennflächenabstand
η	Viskosität
C	Kohäsion
φ	Reibungswinkel
ψ	Dilatanzwinkel
zul. σ_T	Zugspannungsbegrenzung

zur numerischen Umsetzung der Materialmodelle

D	Elastizitätsmatrix
D_{EP}	elastoplastische Matrix
D_{PL}	Änderung der Elastizitätsmatrix bei der Plastizierung
ε_{ij}	Dehnungstensor
$d\varepsilon^{\text{tot}}$	totale Dehnungsinkremente
$d\varepsilon^{\text{el}}$	elastische Dehnungsinkremente
$d\varepsilon^{\text{pl}}$	plastische Dehnungsinkremente
$d\varepsilon^{\text{pvp}}$	pseudo-viskoplastische Dehnungsinkremente
σ_{ij}	Spannungstensor
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptspannungen
σ_N	Normalspannungen in Trennflächenebene
τ_{RES}	resultierende Schubspannung in Trennflächenebene
σ^*	Spannungszustände auf der Fließfläche
σ^{trial}	Versuchsspannungszustände der Spannungsrelaxation
F_j	Fließfunktion
Q_j	plastisches Potential
λ_j	plastischer Multiplikator
ζ^{pvp}	pseudo-viskoplastischer Multiplikator
hochgestellter Indizes: i	für globale Iteration bzw. Zeitschrittberechnung
hochgestellter Indizes: k	für lokale Iteration

zur Strömungsberechnung

σ_{tot}	totale Spannungen
σ_{eff}	effektive Spannungen
v	Fließgeschwindigkeit
q, Q	Wassermenge, Zufluß
ν_W	kinematische Zähigkeit des Wassers
γ_W	Wichte des Wassers
K	Permeabilitätstensor im Ersatzkontinuum
k_{TF}	Durchlässigkeitsbeiwert der Trennfläche
j_{perm}	Trennflächendurchlässigkeit in UDEC
a_{TF}	Trennflächenöffnungsweite
I	hydraulischer Gradient
p	Porenwasserdruck
h	Standrohrspiegelhöhen
F^{Str}	Strömungskräfte
F^{Auf}	Auftriebskräfte
Δt_{hydr}	kritischer Zeitschritt der hydraulischen Berechnung

Kapitel 1

Einführung

Anlaß und Motivation dieser Arbeit waren praktische Aufgabenstellungen, die Standsicherheit von Schwergewichtsstaumauern auf geklüftetem Fels rechnerisch nachzuweisen. Unter Verwendung und Weiterentwicklung verfügbarer Software sollen die notwendige physikalische und numerische Leistungsfähigkeit für Berechnungen im geklüfteten Fels in der Kontinuumsmechanik mittels expliziter und impliziter Berechnungsstrategien untersucht werden.



Bild 1.1 geklüfteter Fels

Betrachtet man die vielfältigen Erscheinungsformen von geklüftetem Fels, erscheint es aussichtslos, ein “wirklichkeitsnahes” Berechnungsmodell zur Beschreibung des Spannungs-Verformungsverhaltens entwickeln zu wollen. In jedem Fall werden umfangreiche Idealisierungen in den Materialgesetzen, bei der mechanischen Beschreibung oder im Geometriemodell notwendig. Die Kunst des Ingenieurs ist es, dem geomechanischen Problem angemessene Idealisierungen zu wählen, dabei aber in der Vielfalt von Annahmen und Vereinfachungen sowie verwendeter numerischer

Werkzeuge das Urteilsvermögen über die Berechnungsergebnisse nicht zu verlieren. Bei der Auswertung und Interpretation der Ergebnisse sollte deshalb grundsätzlich zwischen den Einflüssen aus **physikalischer Beschreibung** und **numerischer Verarbeitung** unterschieden werden.

1.1 Physikalische Problemstellung

Zur physikalischen Problembeschreibung gehört die Beschreibung aller maßgebenden Belastungen und Widerstände. Das Materialmodell, das Geometriemodell und die gewählte mechanische Formulierung müssen dabei geeignet sein, alle relevanten physikalischen Prozesse abzubilden. Der geklüftete Fels zeigt in der Praxis sowohl typische Eigenschaften eines Kontinuums als auch eines Diskontinuums. Abhängig von der Wahl der mechanischen Formulierung werden zur Beschreibung von geklüftetem Fels in der Kontinuumsmechanik verschmierte Materialmodelle in FEM- oder FDM-Programmen, in der Diskontinuumsmechanik diskrete Materialmodelle in DEM-Programmen favorisiert. Oft ist aber bei der notwendigen schrittweisen Verbesserung anfänglich grober geomechanischer Modelle nicht klar, ob verschmierte Materialmodelle das Spannungs-Verformungsverhalten des geklüfteten Gebirges ausreichend gut beschreiben oder ob auf diskrete Modelle zurückgegriffen werden muß. Es erscheint deshalb notwendig und lohnenswert, die Auswirkungen unterschiedlicher Idealisierungen bei der Modellierung von geklüftetem Fels in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik näher zu untersuchen. An praktischen Aufgabenstellungen sollen die Einflüsse unterschiedlicher Idealisierungen auf die Berechnungsergebnisse quantifiziert werden.

1.2 Numerische Problemstellung

Bei der numerischen Formulierung der Zeit- und Ortsdiskretisierung nichtlinearer Differentialgleichungen werden möglichst gute Näherungslösungen angestrebt. Mit zunehmendem Integrations- und Diskretisierungsniveau kann eine Annäherung an die exakte Lösung der Differentialgleichung erwartet werden. Neben dem Einfluß unterschiedlicher Diskretisierungs- oder Integrationsniveaus können aber auch aus der numerischen Umsetzung der komplexen Materialmodelle Einflüsse auf die Berechnungsergebnisse resultieren. Lassen sich die Materialmodelle nicht konsistent formulieren, das heißt die Ergebnisse erfüllen nicht exakt die Konsistenzbedingungen, werden abhängig vom Iterationsverlauf unterschiedliche Ergebnisse erzielt. Auch Konvergenzprobleme oder Rechenzeitbegrenzungen können Näherungslösungen erzwingen, deren Einfluß auf die Berechnungsergebnisse oft schwer abzuschätzen ist. Diese Abhängigkeiten werden in der Folge als “numerische” Pfadabhängigkeiten bezeichnet. Im Gegensatz zu physikalischen Pfadabhängigkeiten, die z.B. aus dem Einführen von Restfestigkeiten resultieren und beim Abschreiten des Lösungspfades möglichst genau abgebildet werden sollen, sind oben aufgeführte “numerische” Pfadabhängigkeiten höchst unerwünscht. Sind infolge numerischer Pfadabhängigkeiten größere Ergebnissabweichungen zu beobachten, stellt sich die Frage nach der Zuverlässigkeit und Sicherheit der Lösung. Hauptaugenmerk bei der numerischen

Umsetzung der Materialmodelle wird deshalb auf die Minimierung der numerischen Pfadabhängigkeiten gelegt.

Bei Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstauauern wird es notwendig, Versagenslasten zu bestimmen oder Versagensmechanismen zu untersuchen. Im deutschsprachigen Raum werden für Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstauauern implizite Programme favorisiert. Aber gerade bei Berechnungen in Grenztragfähigkeitszuständen können mit impliziten Programmen infolge von Konvergenzproblemen oder numerischen Instabilitäten oft nur unbefriedigende oder gar keine Ergebnisse mehr erzielt werden. Explizite Programme verwenden keine Gleichgewichtssiterationen und lokale physikalische Instabilitäten verursachen keine numerischen Instabilitäten beim Auffinden einer Gleichgewichtslösung. Damit erscheinen explizite Programme für Berechnungen in Grenztragfähigkeitszuständen und zur Untersuchung von Versagensmechanismen besser geeignet. Die Eignung der entwickelten Materialroutinen für Grenztragfähigkeitsberechnungen soll in expliziten und impliziten Programmen untersucht und verglichen werden.

1.3 Zielstellung

In der Geotechnik werden in zunehmenden Maße ebene, pseudo-räumliche oder räumliche Berechnungen von Tunnelbauwerken, Hohlräumen, Baugruben oder Talsperren durchgeführt. Solche Berechnungen stellen hohe Anforderungen an die numerischen Werkzeuge sowie die Qualifikation der Bearbeiter. Sie erfordern damit einen weit höheren finanziellen Aufwand als Berechnungen mit herkömmlichen Ersatzmodellen. Dieser Aufwand ist nur zu rechtfertigen, wenn die erzielten Ergebnisse im Informationsgehalt deutlich besser und sicherer als bei vereinfachten Berechnungsverfahren sind. Um ein besseres Verständnis für die maßgebenden geomechanischen Probleme entwickeln zu können und die Zuverlässigkeit der Berechnungsergebnisse zu sichern, werden oft zahlreiche numerische Simulationen notwendig. Dabei ist die Angemessenheit verwendeter Idealisierungen im Geometriemodell, im Materialmodell oder bei der mechanischen Formulierung ständig zu überprüfen. Der angestrebte Einsatz von Berechnungsprogrammen als numerisches Labor erfordert deshalb ein hohes Maß an numerischer und physikalischer Leistungsfähigkeit. An Hand von praktischen Standsicherheitsberechnungen im geklüfteten Gebirge sollen der geomechanische Modellbildungsprozeß vorgestellt und die notwendige physikalische und numerische Leistungsfähigkeit überprüft und diskutiert werden.

Führt man sich die Schwierigkeiten im geomechanischen Modellbildungsprozeß oder bei der Bestimmung der Versagensmechanismen vor Augen, erscheint es notwendig, daß ein modernes geotechnisches Berechnungsprogramm die Vorteile sowohl der Kontinuumsmechanik als auch der Diskontinuumsmechanik und der damit verbundenen numerischen Werkzeuge nutzen sollte.

Zitat [59, S. 174] 'Unser altes Fernziel müßte eigentlich ein hybrides Modell aus finiten und diskreten Elementen sowie Randelementen sein. Das Problem dabei ist die tiefe gegenseitige Abneigung der Finiten-Elemente-Welt und der Diskreten-Elemente-Welt. ... Eine Annäherung dieser extremen Standpunkte würde bedeuten, daß sowohl im einen als auch im anderen Bereich das Rad nicht neu erfunden werden muß.'

Auch bei Berechnungen im geklüfteten Fels stehen sich die Verfechter der Kontinuumsmodelle, i.d.R. mit impliziten FEM-Programmen, und die Verfechter der Diskontinuumsmodelle mit DEM-Programmen oft mit Extrempositionen gegenüber. Reduziert man die Unterschiede auf Wesentliches, befremdet die Abneigung so enger Verwandter. Für objektive Vergleiche müssen die Schlagwörter FEM, FDM oder DEM untersetzt und zwischen Vor- und Nachteilen in der numerischen Verarbeitung und der physikalischen Beschreibung unterschieden werden. Durch Vergleiche der physikalischen und numerischen Leistungsfähigkeit und mit dem Versuch der Klassifizierung der Berechnungsmethoden soll diese Arbeit einen Beitrag zur Annäherung leisten.

In der Praxis sind bei geomechanischen Problemstellungen oft einige Großstörungen und ein Trennflächensystem vorhanden. Dann wird eine Mischung aus diskreten Trennflächen und verschmierten Materialmodellen im Berechnungsmodell notwendig. Um das geomechanische Modell besser entwickeln zu können, soll es wahlweise möglich sein, in einem Berechnungsprogramm Trennflächen diskret oder verschmiert zu berücksichtigen. In Erweiterung bisheriger DEM-Strategien wird ein multilaminare Materialmodell für den geklüfteten Fels mit bis zu 3 Trennflächenscharen in das DEM-Programm UDEC implementiert. Damit wird der schrittweise Übergang vom verschmierten Ersatzkontinuum zum Diskontinuum möglich.

Hauptargument gegen eine praktische Nutzung von expliziten Programmen sind i.d.R. die aus der hohen Anzahl an Berechnungsschritten resultierenden Rechenzeiten. Bei Vergleichsrechnungen expliziter und impliziter Kontinuumsmodelle soll neben möglichen Leistungsreserven expliziter Strategien in Grenztragfähigkeitsberechnungen auch der notwendige Rechenaufwand untersucht werden. Deshalb wurde das multilaminare Materialmodell in eines der zur Zeit leistungsfähigsten expliziten Programmsysteme (LS-DYNA3D) implementiert.

1.4 Methodik

Im Kapitel 2 werden kurz die Grundlagen der numerischen Berechnungsverfahren, der Plastizitätstheorie und der Modellierung des geklüfteten Gebirges vorgestellt. Bei der Herleitung der Grundlagen kann naturgemäß nur auf spezielle Sachverhalte, die für das Verständnis der Arbeit notwendig oder hilfreich erscheinen, eingegangen werden. Die Unterschiede der Zeitintegration impliziter und expliziter Berechnungsprogramme und die daraus resultierenden strategischen Vor- und Nachteile für Berechnungen in der Geotechnik werden hergeleitet und diskutiert. Für die verwendeten expliziten

Einführung

Programmsysteme wird kurz die Berechnung kritischer Zeitschritte und Dämpfungswerte dokumentiert. Bei den Grundlagen der mechanischen Modellierung von geklüftetem Gebirge werden die in der Arbeit getroffenen Idealisierungen und die verwendeten Materialgesetze vorgestellt. Kurz wird auf die Problematik der mechanischen Modellierung von geklüfteten Fels in der klassischen und erweiterten Kontinuumsmechanik sowie in der Diskontinuumsmechanik eingegangen.

Besonderer theoretischer Schwerpunkt dieser Arbeit ist die numerische Beschreibung **beliebig mehrflächiger Plastizität (multisurface plasticity)** in impliziten und expliziten Berechnungsstrategien. Neben den Grundlagen der Plastizitätstheorie mit mehrflächigen Fließfiguren im Kapitel 2 wird im Kapitel 3 ausführlich auf Probleme der konsistenten numerischen Formulierung eingegangen. Neben dem oft verwendeten pseudo-viskoplastischen Berechnungsalgorithmus werden elastoplastische Berechnungsalgorithmen vorgestellt und sowohl in impliziten als auch in expliziten Berechnungsstrategien umgesetzt. Ausführlich wird auf Probleme bei der Bestimmung konsistenter elastoplastischer Multiplikatoren, der Aktivität von Fließbedingungen und auf numerische Pfadabhängigkeiten eingegangen. Die Grenzen der konsistenten Beschreibung mehrflächiger Plastizität unter Verwendung nichtassoziierter isotroper und anisotroper Mohr-Coulombscher Fließbedingungen werden aufgezeigt. Im Kapitel 4 wird die Funktionstüchtigkeit der Implementationen untersucht. Neben Aussagen zu numerischen Pfadabhängigkeiten wird die Eignung der Materialroutinen für Berechnungen von Versagenszuständen untersucht.

Im Kapitel 5 werden einige Probleme der geomechanischen Modellbildung und des Sicherheitskonzeptes bei Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau-mauern diskutiert. Die Motivation von Horizontallaststeigerungen zur Identifikation von Versagensmechanismen, zur Abschätzung deterministischer Sicherheitsabstände und zur Verbesserung des geomechanischen Modellbildungsprozesses wird vorgestellt. Die Unterschiede der in den praktischen Beispielen verwendeten Sickerströmungsberechnungen im verschmierten Ersatzkontinuum und im Diskontinuum werden hergeleitet und diskutiert.

In den Kapiteln 6 und 7 werden umfangreiche Berechnungen ebener, pseudo-räumlicher und räumlicher Geometriemodelle mit verschiedenen numerischen Werkzeugen zur Beurteilung der Standsicherheit von Schwergewichtsstau-mauern vorgestellt, ausgewertet und analysiert. An praktischen Beispielen wird der geomechanische Modellbildungsprozeß vorgestellt und die Eignung der verschiedenen Geometriemodelle in der Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik zur Beurteilung der Standsicherheit diskutiert. Die numerische Leistungsfähigkeit und die Praxistauglichkeit der entwickelten Routinen in impliziten und expliziten Programmen werden untersucht.

Kapitel 2

Grundlagen

Bei der Problemdiskussion sollte grundsätzlich zwischen der **physikalischen Beschreibung** und der **numerischen Verarbeitung** unterschieden werden. Ziel der physikalischen Beschreibung ist das Vermögen, Ursache und Wirkung physikalischer Prozesse möglichst realistisch zu beschreiben. Die numerische Umsetzung muß dabei in der Lage sein, mit der Orts- und Zeitdiskretisierung der Differentialgleichungen die physikalischen Prozesse ausreichend genau abzubilden.

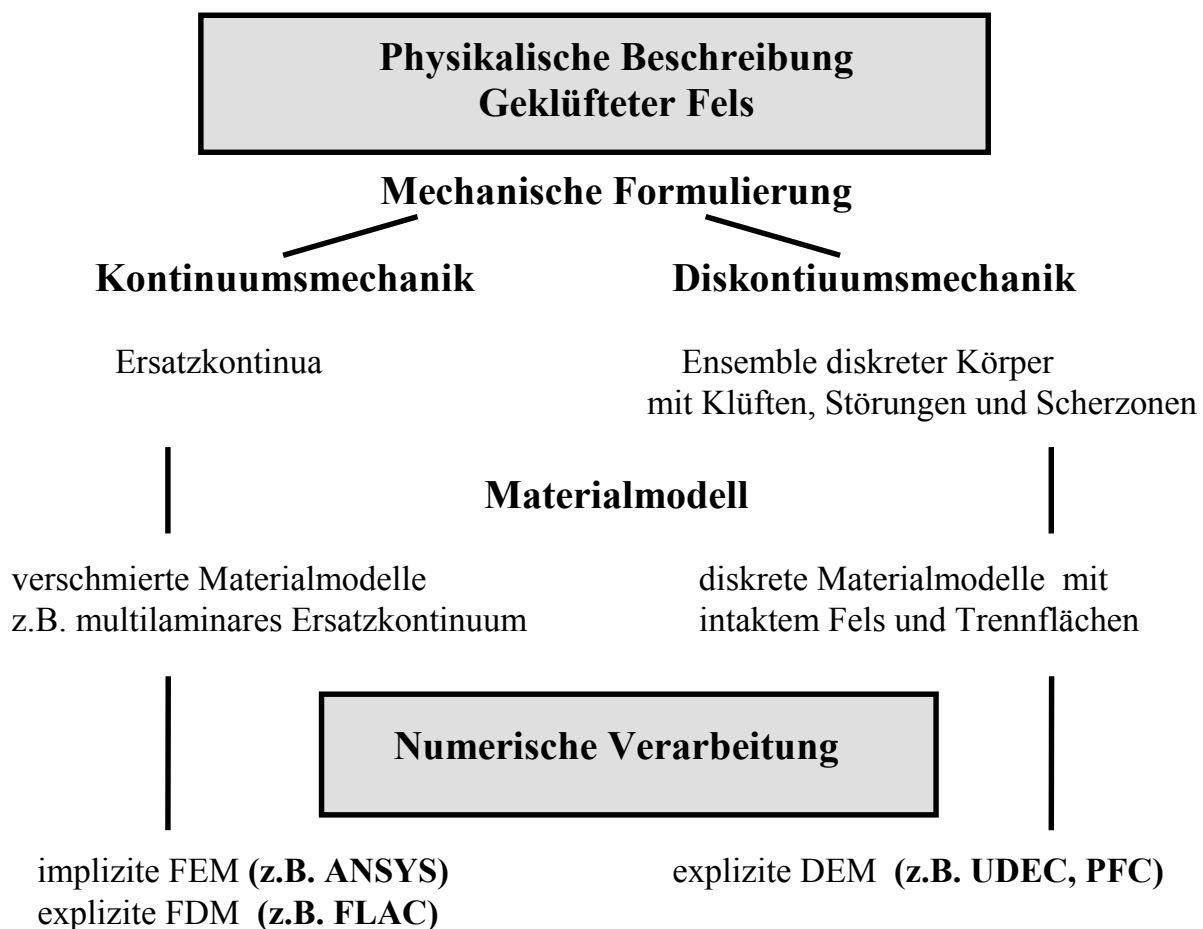


Bild 2.1 Flußdiagramm üblicher mechanischer Formulierungen und Materialmodelle des geklüfteten Gebirges sowie ihre numerische Umsetzung

Zur physikalischen Beschreibung gehören die Berücksichtigung aller maßgebenden Einwirkungen und Widerstände innerhalb der gewählten **mechanischen Formulierung**. Bei der mechanischen Formulierung wird zwischen **Kontinuumsmechanik** und **Diskontinuumsmechanik** unterschieden. In der Kontinuumsmechanik bleibt der Zusammenhalt der Gesamtstruktur bei der Formänderung erhalten. Die Verschiebungskomponenten müssen kontinuierliche Funktionen des Raumes sein. In der Diskontinuumsmechanik wird demgegenüber kein Zusammenhalt der Gesamtstruktur bei der Formänderung vorausgesetzt. Die diskreten Elemente/Körper können sich frei bewegen. Daraus resultieren sowohl Anforderungen an die numerischen Algorithmen als auch Restriktionen darstellbarer Bewegungen und Versagensmechanismen. In Abhängigkeit von der Wahl der mechanischen Formulierung werden zur Beschreibung von geklüftetem Fels in der Kontinuumsmechanik verschmierte Materialmodelle in FEM- oder FDM-Programmen, sowie in der Diskontinuumsmechanik diskrete Materialmodelle in DEM-Programmen stark favorisiert.

2.1 Numerische Methoden in der Felsmechanik

Zu den wichtigsten numerischen Methoden in der Felsmechanik werden die **Finite Elemente Methode (FEM)**, die **Diskrete Elemente Methode (DEM)**, die **Boundary Element Methode (BEM)** sowie **Finite Differenzen Methode (FDM)** gezählt. In der vorliegenden Arbeit werden DEM-Programme sowie explizite und implizite FEM-Programme für Standsicherheitsberechnungen verwendet. In der Folge sollen deshalb einige Grundlagen der verwendeten Programme dargestellt werden.

2.1.1 Grundlagen der numerischen Lösungsmethoden

Nach Hamilton's Minimalprinzip ist das Integral der wirklich auftretenden Bewegung eines Körpers aus einem Zustand 1 zur Zeit t_1 in einen Zustand 2 zur Zeit t_2 unter allen denkbaren Bedingungen minimal:

$$J = \int_{t=t_1}^{t=t_2} L(t, q_k, \dot{q}_k) dt \Rightarrow \text{Minimum} \quad (2.1)$$

- mit: $L = E_{\text{Kin}} - E_{\text{Pot}}$ Lagrange-Funktion

E_{Kin} kinetische Energie

E_{Pot} potentielle Energie

q_k generalisierte Koordinaten der Massepunkte

Die Lösung des bestimmten Integrals kann über ein Variationsproblem als Eulersche Differentialgleichung ausgedrückt werden und führt zur Lagrangeschen Bewegungsgleichung II. Art:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, 3n \quad \text{für } n \text{ - Massepunkte} \quad (2.2)$$

Drückt man die Lagrange-Funktion mit inneren und äußeren Kräften aus, ergibt sich in der Strukturmechanik die Differentialgleichung der Bewegung vom Zustand t_1 zum Zustand t_2 zu:

$$\Delta F_{\text{int}}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}) - \Delta F_{\text{ext}} = 0 \quad (2.3)$$

Die inneren Kräfte der Struktur können in Trägheitskräfte, Dämpfungskräfte und Verformungskräfte unterschieden werden.

$$\frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial \ddot{\mathbf{u}}} \ddot{\mathbf{u}} \quad \text{Trägheitskräfte} \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial \dot{\mathbf{u}}} \dot{\mathbf{u}} \quad \text{Dämpfungskräfte} \quad (2.3b)$$

$$\frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial \mathbf{u}} \mathbf{u} \quad \text{Verformungskräfte} \quad (2.3c)$$

(elastische Rückstellkräfte und Dissipationskräfte)

- mit: $\ddot{\mathbf{u}}$ Beschleunigungsvektor
- $\dot{\mathbf{u}}$ Geschwindigkeitsvektor
- \mathbf{u} Verschiebungsvektor
- F_{ext} externe Kräfte
- F_{int} interne Kräfte

Die exakte Lösung der Differentialgleichung ist nur in Ausnahmefällen möglich. Deshalb werden für viele praktische Anwendungen Näherungsverfahren verwendet. Wichtigstes Unterscheidungsmerkmal der numerischen Lösungsmethoden ist die Art der **Zeitintegration** der nichtlinearen Differentialgleichung.

Explizite Zeitintegrationsverfahren entkoppeln mit einer diagonalisierten Massenmatrix die Struktur. Als Gleichgewichtsbedingung läßt sich Gl. 2.3 auch schreiben

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + F_{\text{int}}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) - F_{\text{ext}} = 0 \quad (2.4)$$

- mit: $\mathbf{M} = \frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial \ddot{\mathbf{u}}}$ Massenmatrix (2.4a)

bzw. für den Massepunkt geschrieben führt Gl. 2.3 direkt auf Newton's zweites Gesetz

der Bewegung:
$$\ddot{\mathbf{u}} = \frac{(F_{\text{ext}} - F_{\text{int}}(\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}))}{m_k} = \frac{\sum F}{m_k} \quad (2.5)$$

Weil nur Vektoren verwendet werden, werden explizite Zeitintegrationsverfahren auch als vektororientierte Verfahren bezeichnet. Physikalische Grundlage der Zulässigkeit der Entkopplung der Struktur ist ein **kritischer Zeitschritt** der Zeitintegration. Die numerische Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Information zwischen den Berechnungspunkten der Ortsdiskretisierung muß kleiner sein als die größtmögliche physikalische Ausbreitungsgeschwindigkeit. Zur Zeitintegration der entkoppelten Differentialgleichungen im Berechnungspunkt werden i.d.R. zentrale Differenzenverfahren verwendet (Kap. 2.1.3).

Implizite Zeitintegrationsverfahren lösen ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem mit Hilfe der Gradientenmatrizen des Vektors der inneren Kräfte. Gleichung 2.3 kann dann als Gleichgewichtsbedingung geschrieben werden:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F_{\text{ext}} \quad (2.6)$$

- mit: $C = \frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial \dot{u}}$ Dämpfungsmatrix (2.6a)

$K = \frac{\partial F_{\text{int}}}{\partial u}$ Steifigkeitsmatrix (2.6b)

Beim Aufstellen der Gradientenmatrizen wird i.d.R. die Hypothese der Kontinuumsmechanik, die Idealisierung eines kontinuierlichen geometrischen Raumes infinitesimal kleiner Elemente mit der Möglichkeit der Differentiation und Integration vorausgesetzt [29]. Auf Konsequenzen dieser Idealisierung wird in Kap. 2.1.4/2.3.4 eingegangen. Weil die Strukturmatrizen aufgestellt und verwaltet werden müssen, spricht man von matrixorientierten Verfahren.

Zentrales mathematisches Problem sind numerische **Stabilität** und **Genauigkeit** der Lösungsverfahren. Stabilität verlangt, daß kleine Diskretisierungsfehler klein bleiben. Stabilitätsbeweise existieren nur für lineare Berechnungen. In nichtlinearen Berechnungen ist die Stabilität in expliziten und impliziten Verfahren a priori nicht mehr gesichert. Man geht aber davon aus, daß Stabilitätsaussagen linearer Berechnungen auf nichtlineare Berechnungen weitgehend übertragbar sind [36]. Unter Genauigkeit wird die Abweichung der Näherungslösung numerischer Berechnungsverfahren von den Lösungswerten der Differentialgleichung verstanden. In nichtlinearen Berechnungen muß darüber hinaus der unbekannte Lösungspfad vom Lösungsalgorithmus genügend genau abgesprochen werden.

In expliziten Verfahren wird numerische Stabilität durch den kritischen Zeitschritt gesichert. Bei der resultierenden, sehr kleinen Schrittweite kann von einem guten Abschreiten des Lösungspfades ausgegangen werden. Linearisierungsfehler werden deshalb im Zeitschritt i.d.R. nicht iterativ korrigiert. Die Abweichungen werden im nächsten Berechnungszeitschritt berücksichtigt. Wird gesichert, daß die

Linearisierungsfehler klein bleiben, ist auch die Genauigkeit der expliziten Zeitintegration gegeben.

Implizite Verfahren sind in linearen Problemstellungen unbedingt stabil. Das heißt, es kann ein beliebig großer Berechnungszeitschritt gewählt werden. Linearisierungsfehler werden grundsätzlich **iterativ** im Gesamtsystem verbessert. Die **Konvergenz**, die Annäherung an die Lösung der Differentialgleichung, wird durch wiederholtes Lösen des Gleichungssystems mit verbesserter Tangentenmatrix oder Änderung des Lastvektors gesichert.

Bei der Lösung des zeitabhängigen Anfangswertproblems der Bewegungsgleichung (Gl. 2.6) können implizite Lösungsverfahren in die explizite Form überführt werden [6]. In impliziten Verfahren, wie der Houbolt-, Wilson- oder Newmark-Methode, wird die Bewegungsgleichung im zunächst noch unbekanntem Zustand $(t+\Delta t)$ ausgewertet.

$$\mathbf{M}^{t+\Delta t}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}^{t+\Delta t}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^{t+\Delta t}\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{t+\Delta t} \quad (2.7)$$

Unterschreitet der Berechnungszeitschritt den kritischen Zeitschritt (Gl. 2.14) der Struktur, sind alle Systemmatrizen in diesem Zeitschritt entkoppelt und damit diagonalisiert. Weil die Linearisierungen zur Berechnung der internen Kräfte ($\mathbf{F}_{\text{int}} \Leftrightarrow \mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$) zum gesuchten Zeitpunkt $(t+\Delta t)$ in expliziten Berechnungsstrategien nicht iterativ verbessert werden, wird in der Matrixnotation Gl. 2.7 für explizite Zeitintegration auch geschrieben:

$$\mathbf{M}^t\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}^t\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}^t\mathbf{u} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^t \quad (2.8)$$

In der Folge beziehen sich die Begriffe explizit/implizit immer auf die Zeitintegration der Differentialgleichung. In den kinematischen Beziehungen der Ortsdiskretisierung bzw. bei der Kopplung der unabhängigen Massepunkte können in nichtlinearen Berechnungen beider Lösungsstrategien wiederum explizite oder implizite Verfahren verwendet werden. Dann wird von **lokalen** expliziten/impliziten Verfahren bzw. von **lokalen** Iterationen gesprochen.

Ob nun die **Ortsdiskretisierung** in der expliziten oder impliziten Zeitintegration mit Finiten-Elementen, Finiten-Differenzen oder Randelementen erfolgt, erschließt verschieden gut entwickelte, zweck- oder unzweckmäßige Abbildungsmöglichkeiten. Grundsätzlich lassen sich mit FEM oder FDM gleichwertige Ortsdiskretisierungen formulieren [16]. Strategische Vor- und Nachteile ergeben sich aus der Zeitintegration.

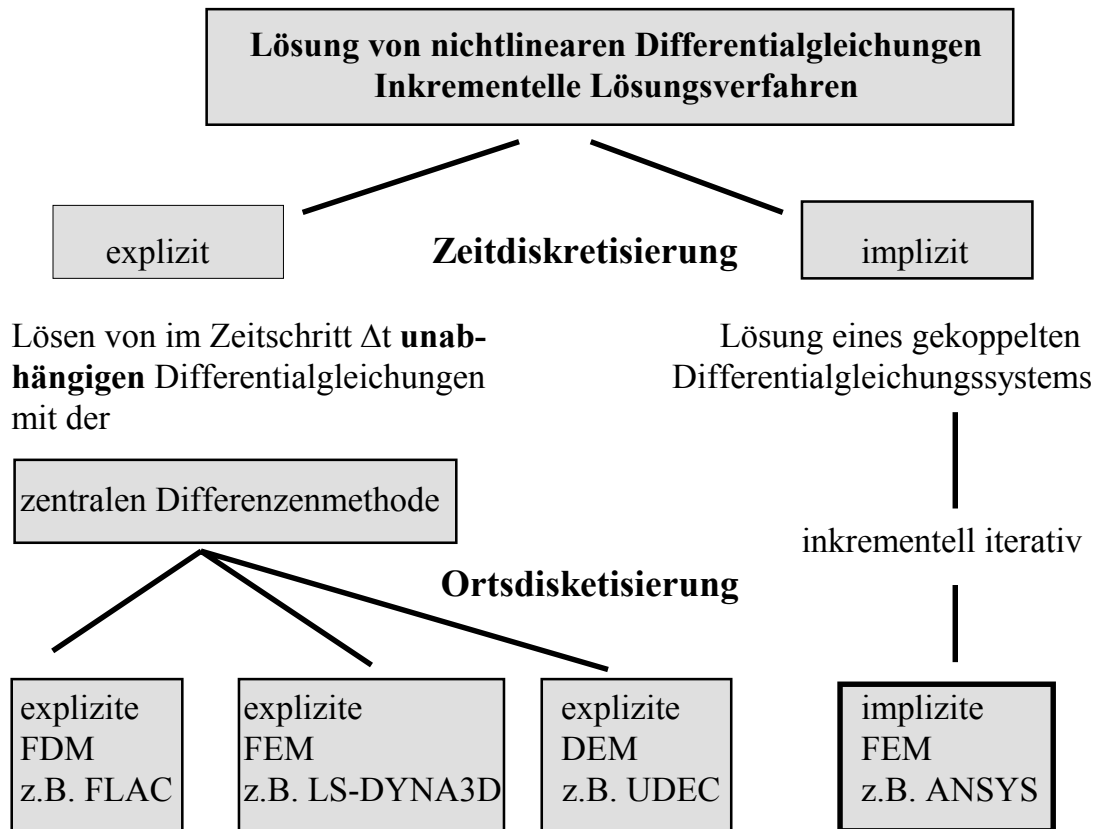


Bild 2.2 Inkrementelle Lösungsmethoden nichtlinearer Differentialgleichungen

2.1.2 Implizite Zeitintegrationsverfahren

In der Anfangszeit der Rechentechnik wurden in der Strukturmechanik vor allem lineare Randwertprobleme der Statik oder lineare Anfangswertprobleme der Dynamik mit Finiten-Differenzen-Verfahren oder mit der Finite-Elemente-Methode berechnet. Für **lineare** Probleme der Kontinuumsmechanik eigneten sich implizite Verfahren in idealer Weise. Die globalen Systemmatrizen sind zum gesuchten Zeitpunkt bekannt und die Lösung kann aus einem linearen Gleichungssystem in einem Schritt erzielt werden. Weil die Systemmatrizen die Wechselwirkungen aller Diskretisierungspunkte beschreiben, ist bei Vernachlässigung der Trägheits- und Dämpfungskräfte eine direkte statische Lösung möglich:

$$K_u = F_{\text{ext}} \quad (2.9)$$

Mit zunehmendem Interesse und enorm steigenden Rechenleistungen wurden Nichtlinearitäten oder Diskontinuitäten im Rahmen der kontinuumsmechanischen Formulierungen bearbeitet. Dabei wurden die Gleichgewichtsbetrachtungen weiterhin am Gesamtsystem durchgeführt. Bei **nichtlinearen** Aufgabenstellungen hängen die Feldvariablen von weiteren Unbekannten ab. Das Ergebnis des linearisierten Gleichungssystems hat dann eine gewisse Abweichung vom exakten Lösungspfad. Die

Art der notwendigen **iterativen** Verbesserung dieses Residuums unterscheidet die verschiedenen Kurvenverfolgungsalgorithmen, wie Newton-Raphson-Methoden, Bogenlängenverfahren, Line Search oder Sekantenverfahren. In **konservativen** Systemen wird keine Energiedissipation beschrieben und die Gesamtbelastung kann in einem Schritt aufgebracht werden. Werden unterschiedliche Be- und Entlastungssteifigkeiten verwendet, bzw. sind dissipative Mechanismen vorhanden, spricht man von **nichtkonservativen** Systemen. Auch das verwendete Materialmodell des geklüfteten Gebirges führt zu einem nichtkonservativen, ausgeprägt physikalisch pfadabhängigen Systemverhalten. Zum richtigen Abschreiten des Lösungspfades muß dann **inkrementell** vorgegangen werden. In jedem Lastinkrement statischer Berechnungen bzw. Zeitinkrement dynamischer Berechnungen werden Gleichgewichtsiterationen notwendig. Dabei hat die Wahl der Inkrementgröße neben dem Einfluß auf das Konvergenzverhalten auch Einfluß auf die Lösung. Kann zudem im Materialmodell eine konsistente numerische Beschreibung über ein beliebig großes Inkrement nicht gewährleistet werden, kommen unerwünschte numerische Pfadabhängigkeiten hinzu. Ziel der numerischen Umsetzung muß es deshalb sein, diese Pfadabhängigkeiten zu vermeiden oder zu minimieren. Der Aufwand zum Erlangen einer Lösung und zur Sicherung der Stabilität und Genauigkeit in impliziten Berechnungsstrategien steigt mit zunehmenden Pfadabhängigkeiten enorm an. Bei einigen Problemstellungen versagen die Iterationsschemata. Der Vorteil impliziter Programme, mit großen Inkrementen und wenigen Iterationen zum Ziel zu kommen, verbraucht sich.

Mit dem Zusatz implizite FEM mit klassischen Kontinuumsformulierungen charakterisiert aus praktischer Sicht folgendes Zitat den Entwicklungsstand auch heute noch zutreffend:

Zitat [25, S. 304]: Die Finite-Elemente-Methode ist primär ein numerisches Verfahren der Kontinuumsmechanik. Sie ist daher dann besonders leistungsfähig, wenn die zu untersuchende Struktur vom Material her als homogenes Kontinuum angesetzt werden darf und wenn auch das Bemessungskriterium, die Versagenshypothese, auf das Kontinuum abgestimmt ist.... - weniger gut geeignet für Untersuchungen von Versagenszuständen, die lokalen Bruch, Scherbewegungen, Kluftkörperversetzungen, Stabilitätsversagen, Herausfließen oder Verbruch von Gebirgskörpern als Grenzzustand ansetzen.

Für Implementationen und Berechnungen wird in der vorliegenden Arbeit das implizite FEM-Programm ANSYS [83] benutzt. Zur Pfadverfolgung in inkrementellen nichtlinearen Berechnungen werden Newton-Raphson-Methoden mit Anfangssteifigkeit oder elastoplastischer Tangente (Kap. 3.5) verwendet. Es wird davon ausgegangen, daß die Grundlagen impliziter FEM-Programme allgemein bekannt sind. Für das Studium der Grundlagen wird auf das Schrifttum verwiesen [6,55].

2.1.3 Explizite Zeitintegrationsverfahren

Explizite Zeitintegrationsverfahren sind bedingt stabile Schritt-für-Schritt-Berechnungsverfahren. Zur Integration der Bewegungsgleichung im Berechnungspunkt wird i.d.R. die zentrale Differenzenmethode verwendet:

$$\frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = \frac{\dot{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - \dot{u}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \quad \text{für } \Delta t \rightarrow 0 \quad (2.10)$$

Die Beschleunigungen ergeben sich in jedem Diskretisierungspunkt (Gl. 2.5) der entkoppelten Struktur zu:

$$\ddot{u} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} = \frac{\sum F}{m} \quad (2.11)$$

Mit Gl. 2.10 und Gl. 2.11 lassen sich Geschwindigkeiten und Verschiebungen mit Berücksichtigung der Dämpfung berechnen:

$$\dot{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{2 - c^t \Delta t}{2 + c^t \Delta t} \dot{u}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{2 \Delta t}{m(2 + c^t \Delta t)} \left(F_{\text{ext}}^t - F_{\text{int}}^t\right) \quad (2.12)$$

$$u\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) = u(t) + \dot{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \Delta t \quad (2.13)$$

- mit: m Masse des Diskretisierungspunktes
- c Dämpfung des Diskretisierungspunktes

Zwischen den Berechnungszeitschritten wird die Informationsausbreitung durch Kopplung innerhalb der Ortsdiskretisierung realisiert. Ob die Materialgesetze der kinematischen Beziehungen linear oder nichtlinear sind, oder Kontaktzustände sich dynamisch ändern, erzeugt wenig numerischen Mehraufwand. Physikalisch bedeutet das Stabilitätskriterium expliziter Zeitintegration, daß es eine begrenzte Ausbreitungsgeschwindigkeit von Informationen zwischen zwei Diskretisierungspunkten gibt. Mathematisch läßt sich das Stabilitätskriterium mit der größten Eigenkreisfrequenz der Struktur beschreiben:

$$\Delta t_{\text{crit}} \leq \frac{2}{\omega_{\text{max}}} \quad (2.14)$$

- mit: ω_{max} größte Eigenkreisfrequenz der Struktur
- Δt_{crit} kritischer Zeitschritt der Struktur

Das Berechnen der größten Eigenfrequenz verlangt das Aufstellen der Systemmatrizen und das Lösen des Eigenwertproblems. Um diesen Aufwand zu vermeiden, wird in expliziten Programmen ein kritischer Zeitschritt abgeschätzt. In expliziten FEM-Programmen werden z.B. die Elementmatrizen genutzt, um eine untere Schranke des kritischen Zeitschritts mit der Matrixnorm zu bestimmen:

$$\omega_1^2 \leq \frac{1}{m_{ii}} \sum_{j=1}^n |k_{ij}| \quad (2.15)$$

- mit: k_{ij} Elementsteifigkeit

In expliziten DEM-Programmen werden die kritischen Zeitschritte mit der Schallausbreitungsgeschwindigkeit abgeschätzt (Kap. 2.1.5). Um in nichtlinearen Aufgabenstellungen Stabilität zu gewährleisten, wird dieser Zeitschritt i.d.R. noch verkleinert (z.B. in UDEC und LS-DYNA3D: Abminderungsfaktor = 0.90). Im Gegensatz zu impliziten Verfahren ist eine Reduktion auf die statische Lösung (Gl. 2.9) nicht möglich. Mit expliziten Verfahren muß deshalb auch für statische Problemstellungen immer eine dynamische Berechnung durchgeführt werden. Neben dem numerischen Stabilitätsproblem expliziter Zeitintegration kommt dann ein **Dämpfungsproblem** hinzu. Das statische Randwertproblem wird mit Verfahren der dynamischen Relaxation als kritisch gedämpftes Anfangswertproblem gelöst. Die statische Lösung wird zum asymptotischen Grenzfall eines nahezu kritisch gedämpften Ausschwingvorgangs [35]. Bei der quasi-statischen Berechnung nichtlinearer Systeme müssen unerwünschte Schwingungen des Systems unterdrückt werden und eine **kritische** Dämpfung wird unbedingt notwendig. Grundsätzlich kann dafür massenproportionale oder steifigkeitsproportionale Dämpfung verwendet werden.

$$C = \alpha^c M + \beta^c K \quad (2.16)$$

- mit: α^c massenproportionale Dämpfungskonstante
 β^c steifigkeitsproportionale Dämpfungskonstante

Bei quasi-statischen Aufgabenstellungen werden in den Relaxationsschemata i.d.R. viskose Dämpfungen verwendet [32,34,82]. Das kritische Dämpfungsmaß ergibt sich für jeden Berechnungspunkt zu:

$$C_{\text{crit}} = 2\omega_{\text{min}} m \quad (2.17)$$

- mit: ω_{min} kleinste Eigenkreisfrequenz der Struktur

Zur Lösung des Eigenwertproblems und zum Ermitteln des dominanten Eigenwertes (λ_{min}) des pseudo-dynamischen Verhaltens der Struktur würde wiederum das Aufstellen der Systemmatrizen notwendig werden. Bei nichtlinearen Problemstellungen ändern sich zudem die Eigenwerte. Damit wird eine Anpassung der

kritischen Dämpfung im Berechnungsverlauf erforderlich. Um diesen Aufwand zu vermeiden, werden die kritischen Dämpfungswerte expliziter Programme i.d.R. näherungsweise bestimmt. In nichtlinearen Berechnungen hat diese aus numerischen Gründen notwendige Dämpfung auch Auswirkungen auf die Lösung. So können plastische Dehnungen gedämpft oder statische Spannungsniveaus leicht überschritten werden. Um den Einfluß der numerischen Dämpfung auf lokale Plastizierungsvorgänge zu minimieren, entwickelte Cundall [17] adaptive viskose lokale und globale Dämpfungsmöglichkeiten. Diese Dämpfungsschemata sichern gute Näherungslösungen in quasi-statischen Berechnungen.

Implementationen und Berechnungen in expliziten Programmen werden in der vorliegenden Arbeit in UDEC und LS-DYNA3D umgesetzt. In den Kapiteln 2.1.5/2.1.6 werden einige Grundlagen zur numerischen Stabilität und der dynamischen Relaxation vorgestellt. Für ein vollständiges Studium wird auf die Programm-Manuals [32,82,83] verwiesen.

2.1.4 Explizite und implizite Berechnungsstrategien für statische Problemstellungen in der Geotechnik

In der Folge sollen explizite und implizite Programme zur Lösung von statischen Aufgabenstellungen bei Standsicherheitsberechnungen in der Geotechnik zum Einsatz kommen. Deshalb soll ihre Eignung diskutiert werden. In der Literatur finden sich darüber unterschiedliche Meinungen [5,35,15]. Weil eine Reduktion der expliziten Zeitintegration auf die statische Lösung nicht möglich ist, sind aus **mathematischer Sicht** natürlich implizite Verfahren für quasi-statische Problemstellungen besser geeignet. Ist es also ein Irrweg, explizite Zeitintegration für quasi-statische Problemstellungen zu verwenden?

Hauptantrieb, explizite Programme auch für quasi-statische Problemstellungen in der Geotechnik zu nutzen, sind die numerischen Probleme vorhandener impliziter Programme bei der Bearbeitung "realitätsnaher" Aufgabenstellungen. Viele numerische Probleme impliziter Programme resultieren aus den Idealisierungen der Kontinuumsmechanik beim Aufstellen der Gradientenmatrizen für die **Gesamtstruktur**. Können die Dehnungsinkremente nicht mehr mit kontinuierlichen Funktionen, wie z.B. bei der Berücksichtigung von Ribbildung oder Gefügeflockungen, beschrieben werden, besitzen die Gradientenmatrizen über diese Singularitäten hinaus eingeschränkte Gültigkeit. Die physikalischen Ereignisse müssen durch Inkrementierung angepeilt, in der richtigen Reihenfolge bearbeitet und die Gradientenmatrizen ständig aktualisiert werden.

Weitere Probleme können aus den Materialformulierungen resultieren. So werden z.B. bei der phänomenologisch begründeten Einführung nichtassoziierter Plastizität für kohäsive Werkstoffe, wie geklüfteter Fels, Mauerwerk oder Stahlbeton die elastoplastischen Deformationsmatrizen unsymmetrisch. Die resultierenden unsymmetrischen Gradientenmatrizen können aus den Idealisierungen der klassischen Kontinuumsmechanik nicht abgeleitet werden. Die numerische Verarbeitung der

unsymmetrischen Matrizen ist problematisch und sie werden i.d.R. symmetrisiert. Bei realitätsnahen finiten Materialmodellen kann zudem eine konsistente numerische Beschreibung über ein beliebig großes Inkrement oft nicht mehr gewährleistet werden. Dann entstehen unerwünschte numerische Instabilitäten oder Pfadabhängigkeiten. Anpassungen der physikalischen Problemstellung an numerische Werkzeuge, wie pseudo-Viskosität, oder die Verwendung eigentlich physikalischer Parameter, wie Kontaktsteifigkeiten, als "numerische" Parameter zum Erlangen einer Lösung führen ebenso zu unerwünschten numerischen Pfadabhängigkeiten und stellen keine überzeugenden Lösungsangebote für viele geomechanische Problemstellungen dar. Auch physikalische Einschränkungen in der Beschreibbarkeit von Bewegungs- bzw. Versagensmechanismen resultieren aus den Idealisierungen der klassischen Kontinuumsmechanik [27]. Betrachtet man die intakten Felsblöcke als relativ starre Körper und ist die Blockgröße des geklüfteten Gebirges nicht viel kleiner, als das zu untersuchende Objekt, müssen Blockrotationen, z.B. bei Gefügauflockerungen, beschreibbar sein. Die klassischen Kontinuumsformulierungen (Kap. 2.3.4.1) müssen dann um unabhängige Rotationsfreiheitsgrade erweitert werden (Kap. 2.3.4.2). Spätestens, wenn der kontinuierliche Zusammenhalt des Systems nicht mehr gegeben ist, werden auch erweiterte Kontinuumsformulierungen das diskontinuierliche Verformungsverhalten nur unzureichend beschreiben. Dann muß auf Diskontinuumsmodelle (Kap. 2.3.5) mit Translation und Rotation unabhängiger Blöcke zurückgegriffen werden. Auch wenn solche Mehrkörpersysteme prinzipiell in impliziten Programmsystemen berechnet werden können, wächst der Berechnungsaufwand durch notwendige kleine Zeitinkremente und infolge von Kontaktproblemen enorm an bzw. die Iterationsalgorithmen versagen. Notwendige leistungsstarke Kontaktalgorithmen zur selbständigen Verwaltung von Mehrkörpersystemen sind z.Z. nur in expliziten Diskontinuumsprogrammen vorhanden. Sollen zudem Versagensmechanismen oder Versagensabstände untersucht werden, kann die Aussage, ab Laststufe $x.x$ keine Konvergenz mehr erreicht zu haben, nicht genügen. Die Versagensmechanismen müssen untersucht werden können.

Aus **praktischer Sicht** sind deshalb explizite Programme wegen ihrer Unempfindlichkeit gegenüber allen Arten von Materialnichtlinearitäten und vor allem wegen ihrer Eignung für Berechnungen in der Diskontinuumsmechanik, zum heutigen Zeitpunkt leistungsfähiger. Explizite Programme versuchen, den notwendigen Rechenaufwand pro Zeitschritt zu minimieren. Infolge der Verwendung einfacher Elementtypen, der Näherungsannahmen der dynamischen Relaxation oder Massen- oder Steifigkeitsskalierungen zur Vergrößerung der kritischen Zeitschritte, erreichen explizite Programme nicht das Genauigkeitsniveau impliziter Programme. Angesichts der datenlimitierten Problemstellungen der Geotechnik erscheint ein sehr hohes Genauigkeitsniveau der numerischen Werkzeuge jedoch nicht entscheidend. Wichtiger ist die physikalische Leistungsfähigkeit, Berechnungen im Diskontinuum durchzuführen und das Vermögen, in stark nichtlinearen Berechnungen überhaupt eine Lösung zu erzielen. Da explizite Programme immer eine nach den eingegebenen Modell- und Randbedingungen "physikalisch" mögliche Lösung präsentieren, muß diese sorgfältig überprüft werden. Ein kritisches Prüfen der Energiebilanzen, vor allem

der Dissipationsenergien, wie Hourglas-, Dämpfungs-, oder plastischer Deformationsenergie, ist zur Beurteilung der Lösung unbedingt notwendig. Stabilitätsprobleme im klassischen Sinn (kippt der Block nach links oder rechts?) können, weil keine Systemmatrizen vorhanden sind, mit expliziten Programmen nicht ausgewertet werden. Der explizite Algorithmus wird abhängig von sehr kleinen Einflüssen an Verzweigungspunkten einen Lösungspfad auswählen. Spielen Stabilitätsprobleme bei Standsicherheitsberechnungen in expliziten Programmen eine Rolle, müssen deshalb immer Variationen erfahrungsgemäß kritischer Parameter vorgenommen werden. Nützlicher Nebeneffekt ist die Notwendigkeit für den Bearbeiter, sich sehr intensiv mit dem geomechanischen Modell, den Materialwerten, aber auch mit eventuellen dynamischen Problemen der quasi-statischen Idealisierung zu beschäftigen. Cundall/Starfield [20] geben wertvolle Hinweise für eine moderne Modellierungsphilosophie mit expliziten Berechnungsverfahren in der Geotechnik.

2.1.5 Diskrete Elemente Methode in UDEC

Ab Mitte der siebziger Jahre wurden explizite Berechnungsstrategien in der Felsmechanik angewendet. Cundall entwickelte sogenannte Distinkte Elemente Programme, die sich in die Gruppe der DEM-Programme einordnen lassen. Das in dieser Arbeit verwendete Programm UDEC [82] ist ein 2-dimensionales explizites Diskrete Elemente Programm. Der geklüftete Fels wird als Ensemble einzelner Blöcke mit diskreter Berücksichtigung des Trennflächengefüges modelliert. Die Blöcke können starr oder beweglich sein. Um die Wechselwirkungen der Blöcke beschreiben zu können, benötigen DEM-Programme leistungsstarke Algorithmen zum selbständigen Auffinden und Verwalten der Kontaktverhältnisse im Trennflächensystem. Zur Bestimmung der Art und Weise der Wechselwirkungen müssen für die Trennflächen Kraft-Verschiebungsbedingungen definiert werden. Bewegungsabläufe in diskontinuierlichen Strukturen können dann sehr gut verfolgt werden. Die Grundbausteine der von Cundall so genannten Distinct Element Method in UDEC sind die **Finite-Differenzen-Methode** zur Ortsdiskretisierung verformbarer Blöcke, ein **expliziter Zeitintegrationsalgorithmus** nach der zentralen Differenzenmethode sowie eine leistungsstarke **Kontaktlogik**.

Der kritische Zeitschritt muß sowohl numerische Stabilität bei der Berechnung von Blockdeformationen als auch bei Berechnungen im Gesamtsystem garantieren. Die maximale Informationsausbreitung im System wird mit der Schallausbreitungsgeschwindigkeit im Kontinuum abgeschätzt:

$$C_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4G}{3}}{\rho}} \quad (2.18)$$

- mit: G Schubmodul
- K Kompressionsmodul
- ρ Dichte

Innerhalb deformierbarer Blöcke ergibt sich der kritische Zeitschritt dann zu:

$$\Delta t_{\text{crit}} = 2 \min \sqrt{\frac{m_i}{k_i}} \quad (2.19)$$

- mit: m_i Knotenmasse
- k_i Steifigkeit, abhängig von den angeschlossenen Elementen des Knotens i

Die Systemsteifigkeit setzt sich aus der Steifigkeit der Dreieckselemente der

Blöcke
$$k_{Zi} = \frac{8}{3} \left(K + \frac{4}{3} G \right) \frac{b_{\text{max}}^2}{h_{\text{min}}} \quad (2.20)$$

- mit: b_{max} größte Kantenlänge
- h_{min} kleinste Höhe der angeschlossenen Dreiecke

und der Steifigkeit der Trennflächen
$$k_{Ki} = \max k_{TF} \sum b \quad (2.21)$$

- mit: b Kantenlängen der angeschlossenen Dreiecke
- k_{TF} größte Trennflächensteifigkeit (Scher- oder Normalrichtung)

zusammen:
$$k_i = \sum (k_{Zi} + k_{Ki}) \quad (2.22)$$

Für Interaktionen zwischen Blöcken (deformierbar oder Starrkörper) wird der kritische Zeitschritt mit

$$\Delta t_{\text{crit}} = \text{fak} \cdot 2 \sqrt{\frac{m_{\text{min}}}{k_{\text{max}}}} \quad \text{abgeschätzt.} \quad (2.23)$$

- mit: fak (= 0.1 in UDEC) Anpassungsfaktor, abhängig von der Anzahl an Blöcken, die in Kontakt sind
- m_{min} Masse des kleinsten Blockes im System
- k_{max} größte Kontaktsteifigkeit der angeschlossenen Kontakte

Der kleinste kritische Zeitschritt in der Struktur wird für die Berechnung maßgebend. Ohne Dämpfungskräfte läßt sich dann die Bewegungsgleichung (Gl. 2.12) für den Diskretisierungspunkt schreiben:

$$\dot{u} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) = \dot{u} \left(t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \frac{F(t)}{m} \Delta t \quad (2.24)$$

- mit: $F_{\text{int}}^{(t)} = F_{\text{int}}^Z + F_{\text{int}}^C + F_{\text{ext}}^G + F_{\text{ext}}^L$ Knotenlastvektor (2.25)

F_{ext}^L äußere Lasten

F_{int}^C Kontaktkräfte

F_{ext}^G Gewichtslasten

$F_{\text{int}}^Z = \int_S \sigma_{ij} n_j ds$ elastische Rückstellkräfte

Damit werden ausgehend von einem bekannten Ausgangszustand die Feldgrößen, wie Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen am Ende jedes Zeitschrittes explizit berechnet. Unter Verwendung von aktualisierter Lagrangescher Koordinatenformulierung wird die Lage jedes Berechnungspunktes ständig

aktualisiert: $x_i^{(t+\Delta t)} = x_i^{(t)} + \dot{u}_i \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \Delta t$ (2.26)

$\theta_i^{(t+\Delta t)} = \theta_i^{(t)} + \dot{\theta}_i \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \Delta t$

Um den Einfluß der für quasi-statische Berechnungen notwendigen numerischen Systemdämpfung auf lokale Plastizierungsvorgänge zu minimieren, entwickelte Cundall /1987/ adaptive viskose Dämpfungsschemata. Adaptive **globale** Dämpfung erhält im Gesamtsystem ein vorgegebenes Verhältnis (in UDEC $\Rightarrow R = 0.50$):

$$R = \frac{\sum P}{\sum \dot{E}_{\text{Kin}}} \quad \text{konstant.} \quad (2.27)$$

- mit: P durch Dämpfung absorbierte Kräfte aller Knoten
 \dot{E}_{Kin} Änderung der kinetischen Energie aller Knoten

Die globale Dämpfungskonstante wird im Berechnungsverlauf ständig aktualisiert und läuft in Gleichgewichtszuständen gegen Null. Um lokale Ereignisse, wie Plastizität, auch lokal zu dämpfen, kann adaptive **lokale** Dämpfung verwendet werden. Dabei werden die Dämpfungskräfte $F_{\text{int}}^{\text{damp}}$ proportional zu den Ungleichgewichtskräften an jedem Berechnungspunkt berechnet.

$$F_{\text{int}}^{\text{damp}} \propto |F_i^{(t)}| \text{sgn}(F_i^{(t)}) \quad (2.28)$$

Mit lokalen viskosen Dämpfungskräften wird Gl. 2.12 zu:

$$\dot{u}\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) = \dot{u}\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right) + \left\{ \sum F_i^{(t)} - \alpha^c \left| \sum F_i^{(t)} \right| \operatorname{sgn}\left(\dot{u}\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)\right) \right\} \frac{\Delta t}{m} \quad (2.29)$$

- mit: Dämpfungskonstante $\alpha^c = 0.80$ in UDEC®

Die Richtung der Dämpfungskräfte sichert auch bei Oszillationen der Ungleichgewichtskräfte die Energiedissipation [82]. Für Berechnungen mit lokalen Plastizierungserscheinungen wird adaptiv lokales Dämpfen empfohlen. Bei adaptiver globaler Dämpfung konnte generell ein schwach unterkritisch gedämpfter Ausschwingvorgang beobachtet werden. Das heißt, die statischen Spannungsniveaus werden vor Erreichen des Gleichgewichtszustandes leicht überschritten. Deshalb wurde in den Berechnungsbeispielen adaptive lokale Dämpfung bevorzugt. Nachteil der adaptiven lokalen Dämpfung ist der wesentlich langsamere Ausschwingprozeß.

Die **Ortsdiskretisierung** der Flächenelemente wird in UDEC mit der Finite Differenzen Methode realisiert. Bekanntermaßen wird der Verlauf der Feldvariablen im Gegensatz dazu in der FEM mit Hilfe von Formfunktionen in den Elementen beschrieben. Wilkins [78] veröffentlichte Ortsdiskretisierungen mit der Finiten Differenzen Methode für Elemente beliebiger Form. Um den Effekt von Zero-Energy-Modes (Hourglassmodes) zu unterdrücken, werden in UDEC Viereckelemente aus zwei übereinanderliegenden Sätzen von je zwei Dreiecken gebildet [82]. Das Integrationsniveau der Dreieckselemente entspricht dabei einer exakten Integration bei linear veränderlichen Geschwindigkeiten im Element. In der FEM werden i.d.R. höherwertigere Elemente verwendet. Um vergleichbare Diskretisierungsniveaus in der FE-Ortsdiskretisierung in ANSYS/LS-DYNA3D und den FD-Ortsdiskretisierungen zu beschreiben, werden in UDEC feinere Diskretisierungsnetze notwendig. Besonderes Merkmal der FDM ist, daß während der Berechnung auch keine Elementmatrizen aufgestellt oder verwaltet werden müssen. Der Speicherbedarf und die Rechenzeiten pro Zeitschritt sind dadurch geringer.

2.1.6 Explizite FEM in LS-DYNA3D

LS-DYNA3D ist ein explizites FEM-Programm, das heute vor allem für Crashtestsimulationen in der Fahrzeugindustrie, aber auch in der Umformtechnik, Luftfahrt und in anderen Gebieten eingesetzt wird. Ab Mitte der siebziger Jahre entwickelte Hallquist [32] explizite FEM-Programme für 2D- und 3D-Berechnungen. Um 3D-Berechnungen realer Problemstellungen möglich zu machen, hatten Entwicklungen in den siebziger und achtziger Jahren vor allem zum Ziel, den Rechenaufwand pro Zeitschritt zu minimieren (unterintegrierte Elemente, Kontaktlogik, Parallelisierung). Natürlich auch durch die rasante Zunahme der Rechenleistungen werden heute praktische dynamische Berechnungen mit großen Verformungen, Kontaktproblemen und ausgeprägten Materialnichtlinearitäten zunehmend mit expliziten Programmen simuliert.

Die explizite Zeitintegration wird analog Kap. 2.1.5 mit zentraler Differenzenmethode durchgeführt. Kritische Zeitschritte werden für alle Elementarten (Volumen-, Schalen-, Balken- und Federelemente) ermittelt und während der Berechnung ständig aktualisiert. Das Einteilen und Bearbeiten (Subcycling) von Elementen in Gruppen verschiedener kritischer Zeitschritte ist möglich. Bei den Standsicherheitsberechnungen werden ausschließlich 8-Knoten-Volumenelemente verwendet. Um die Rechenzeiten klein zu halten, können in LS-DYNA3D nicht voll besetzte Integrationsschemata zur Elementintegration verwendet werden. Dann werden numerische Algorithmen zum Unterdrücken der Zero-Energie-Modes dieser unterintegrierten Elemente notwendig. Zur Elimination dieses Problems werden bei allen folgenden Berechnungen nur volle Integrationsschemata benutzt. Der kritische Zeitschritt der Volumenelemente wird mit

$$\Delta t_{\text{crit}} = \frac{V_E}{\left\{ \left[Q + \sqrt{Q^2 + C_P^2} \right] A_{\text{max}} \right\}} \quad \text{abgeschätzt.} \quad (2.30)$$

- mit: V_E Elementvolumen

A_{max} Fläche der größten Elementseite

C_P Schallgeschwindigkeit

$Q = \frac{C_1 c + C_0 V_E |\dot{\epsilon}_{kk}|}{A_{\text{max}}}$ Funktion der Volumenviskosität [32]

$C_1 (= 0.06)$ und $C_0 (= 1.5)$ dimensionslose Konstanten

$\dot{\epsilon}_{kk}$ Spur des inkrementellen Dehnungstensors

Für quasi-statische Berechnungen ist in LS-DYNA ein globales viskoses Relaxationsschema nach Papadarakakis [58] implementiert. Der kleinste Eigenwert der Struktur wird abgeschätzt:

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{\left\| \mathbf{u}^{t+\Delta t} - \mathbf{u}^t \right\|}{\left\| \mathbf{u}^t - \mathbf{u}^{t-\Delta t} \right\|} \quad (2.31)$$

- mit mittleren Verschiebungen: $\mathbf{u}^t = \frac{1}{2} \left(\mathbf{u}^{t+\Delta t/2} + \mathbf{u}^{t-\Delta t/2} \right)$ (2.32)

Wenn λ_{min} gegen einen konstanten Wert konvergiert, ergibt sich die minimale

Eigenkreisfrequenz zu: $\omega_{\text{min}}^2 = - \frac{\left(\lambda_{\text{min}}^2 - \lambda_{\text{min}} C_2 + C_1 \right)}{\lambda_{\text{min}} C_3}$ (2.33)

- mit Beiwerten: $C_1 = \frac{2 - c\Delta t}{2 + c\Delta t}$ $C_2 = \alpha + 1$ $C_3 = \frac{2\Delta t^2}{2 + c\Delta t}$ (2.34)

Die maximale Kreisfrequenz ist aus der Zeitschrittbestimmung näherungsweise

bekannt: $\omega_{\max}^2 = \frac{4}{\Delta t^2}$ (2.35)

Die kritische Dämpfungskonstante c kann mit

$$c = \frac{4\sqrt{\omega_{\min}^2 \omega_{\max}^2}}{\Delta t(\omega_{\min}^2 + \omega_{\max}^2)} \quad \text{abgeschätzt werden.} \quad (2.36)$$

Die Geschwindigkeiten nach Gl. 2.12 ergeben sich mit kritischer Dämpfung zu:

$$\dot{u}^{t+\Delta t/2} = \frac{2 - c\Delta t}{2 + c\Delta t} \dot{u}^{t-\Delta t/2} + \frac{2\Delta t}{2 + c\Delta t} \frac{F_{\text{ext}}^t}{m} \quad (2.37)$$

- mit: F_{ext}^t Knotenlastvektor

Dieses Relaxationsschema berücksichtigt allerdings dissipative Mechanismen, wie Materialplastizierung, bei der Berechnung des kritischen Zeitschrittes nur ungenügend und wird deshalb nur für Spannungsinitialisierungen, z.B. von Primärspannungszuständen im Ausgangszustand, empfohlen. In den folgenden Berechnungen wurde deshalb eine nutzergesteuerte Systemdämpfung in LS-DYNA3D verwendet. Dabei kann eine Knotendämpfungskraft im Knotenlastvektor aller Diskretisierungspunkte (globale viskose Systemdämpfung) oder nur in ausgewählten Materialien (lokale viskose Materialdämpfung) berücksichtigt werden.

$$F_{\text{int}}^{\text{damp}} = \alpha^c m \dot{u} \quad (2.38)$$

Die kritische Dämpfung kann nach Ermittlung des minimalen Eigenwertes in einem elastischen, ungedämpften Probelauf abgeschätzt werden.

$$\alpha^c = 2\omega_{\min} = 4\pi f_{\min} \quad (2.39)$$

- mit: f_{\min} minimale Frequenz der Struktur

Treten dann im weiteren Berechnungsverlauf nennenswerte Energiedissipationen infolge Materialplastizierungen auf, werden die Dämpfungswerte abgemindert (Kap. 4.4).

2.2 Grundlagen der Plastizitätstheorie

Nichtelastisches Materialverhalten und Schädigungsphänomene werden in dieser Arbeit im Rahmen der Plastizitätstheorie verarbeitet. Der geklüftete Fels wird mit elastoplastischen Materialmodellen unter Verwendung assoziierter oder nichtassoziierter Fließregeln beschrieben. Schädigungsphänomene nach Überschreiten der Schub- und Zugfestigkeiten werden durch das Einführen von Restfestigkeiten berücksichtigt.

2.2.1 Theorie des plastischen Fließens mit assoziierter Fließregel

In der Plastizitätstheorie [24] wird angenommen, daß sich die totalen Dehnungen aus einem elastischen und einem nichtelastischen Anteil zusammensetzen:

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{el}} + \varepsilon^{\text{pl}} \quad (2.40)$$

- mit: $\varepsilon = \{ \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx} \}$ Dehnungsvektor

Die Spannungs-Dehnungsbeziehung ergibt sich für ein Dehnungsinkrement zu

$$d\sigma = D_{\text{EP}} d\varepsilon \quad (2.41)$$

bzw.
$$d\sigma = D (d\varepsilon - d\varepsilon^{\text{pl}}). \quad (2.41a)$$

- mit: $d\sigma = \{ \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx} \}$ Spannungsvektor

D_{EP} elastoplastische Deformationsmatrix

D Elastizitätsmatrix

Die Elemente der elastoplastischen Deformationsmatrix sowie der Elastizitätsmatrix sind allgemein spannungs- und verformungsabhängig. Für den Übergang vom elastischen zum nichtelastischen Bereich wird eine **Fließbedingung** definiert.

$$F(\sigma, \varepsilon^{\text{pl}}) = 0 \quad (2.42)$$

Die Fließbedingung wird für isotrope Materialgesetze mit Hauptspannungen (Bild 2.7) sowie für anisotrope Materialgesetze in einem raumfesten Koordinatensystem (Bild 2.3) beschrieben und bildet eine den elastischen Spannungsraum begrenzende Fläche. Ist die Fließbedingung von den plastischen Dehnungen abhängig, ändert sich die Fließfigur bei der Plastizierung (Verfestigung / Entfestigung) oder es kommt zu einer Verschiebung der Fließfigur im Spannungsraum (kinematische Verfestigung). In den weiteren Ausführungen werden keine Ent- oder Verfestigungsfunktionen verwendet, die Fließbedingung vereinfacht sich zu:

$$F(\sigma) = 0 \quad (2.42a)$$

Die **Fließregel** definiert für Spannungszustände auf der Fließfläche die Richtung der plastischen Dehnungsincremente. Zur Erfüllung des Minimalprinzipes (Hamiltons Prinzip) muß der Vektor der plastischen Dehnungsincremente normal auf der Fließfläche stehen (Druckers Normalitätspostulat [24]):

$$d\varepsilon^{pl} = d\lambda \left(\frac{\partial Q(\sigma)}{\partial \sigma} \right) \quad (2.43)$$

- mit: $d\lambda$ **positiver** plastischer Proportionalitätsfaktor

$Q(\sigma)$ wird als plastisches Potential bezeichnet. Im Fall der assoziierten Fließregel ist das plastische Potential **identisch** mit der Fließbedingung.

$$Q(\sigma) \equiv F(\sigma) \quad (2.44)$$

Die **Konsistenzbedingung** der Elastoplastizität fordert, daß plastische Spannungszustände immer auf der Fließfläche liegen. Ohne Ent- oder Verfestigungsfunktionen ergibt sich die Gleichung 2.42.a zu:

$$F(\sigma + d\sigma) = 0 \quad (2.45)$$

bzw.: $dF(\sigma) = 0 \quad (2.45a)$

Damit gilt für konsistente Spannungsänderungen:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T d\sigma = 0 \quad (2.46)$$

Aus Gl. 2.41a und Gl. 2.43 kann

$$d\sigma = D \left[d\varepsilon - d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right] \quad (2.47)$$

geschrieben werden. Durch Einsetzen von Gl. 2.47 in Gl. 2.46 und Ausmultiplizieren

ergibt sich: $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D d\varepsilon - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T D d\lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right) = 0 \quad (2.48)$

Der positive plastische Multiplikator kann dann zu

$$d\lambda = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D d\varepsilon}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)} \quad \text{bestimmt werden.} \quad (2.49)$$

Die konsistente elastoplastische Matrix ergibt sich durch Einsetzen von Gl. 2.49 in Gl. 2.47 und Umformung zu:

$$D_{EP} = D - \frac{1}{\beta} D \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D^T \quad (2.50)$$

- mit: $\beta = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)$

Unter Annahme assoziierter Fließregeln bleibt die Symmetrie der elastoplastischen Deformationsmatrix auch für anisotrope Materialien immer erhalten. Vor allem zur Beschreibung des Stahls hat sich die assoziierte Plastizität in der Ingenieurpraxis bewährt.

2.2.2 Nichtassozierte Plastizität

Demgegenüber beschreibt die assoziierte Plastizität das plastische Verhalten von Materialien, wie Boden, Fels oder Beton, nur unzureichend [76]. Die plastischen Dehnungen bei Verwendung einer assoziierten Fließregel führen zu einer Volumenaufweitung (Dilatanz), die bei experimentellen Messungen für viele Baustoffe nicht nachvollzogen werden kann. Nachrechnungen von Versuchsergebnissen zeigen, daß unter Annahme assoziierter Plastizität neben der Dilatanz auch die Steifigkeit und das Lastaufnahmevermögen überschätzt werden. Deshalb wurden phänomenologisch begründete nichtassozierte Fließregeln eingeführt. Für Mohr-Coulombsche Fließkriterien wurde ein Dilatanzwinkel ψ definiert, der im plastischen Potential den Reibungswinkel φ ersetzt. Das plastische Potential entspricht dann nicht mehr der Fließbedingung

$$Q(\sigma) \neq F(\sigma) \quad (2.51)$$

und wird so verändert, daß die numerischen Ergebnisse gemessenen Verformungswerten entsprechen. Die plastischen Dehnungsinkremente stehen nun nicht mehr senkrecht auf der Fließfläche (Bild 2.3) und die plastische Verformungsenergie nimmt kein Minimum mehr an.

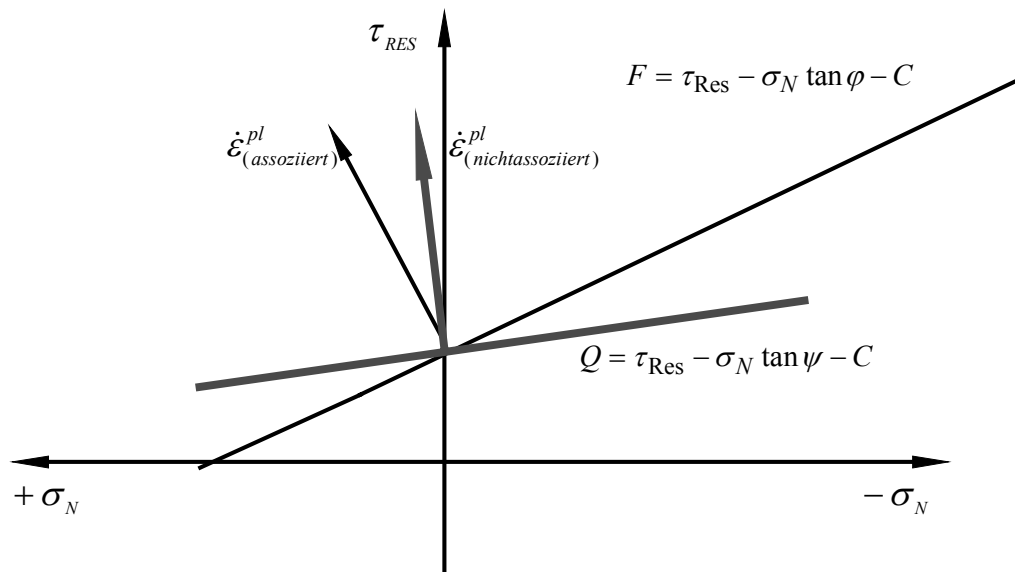


Bild 2.3 Mohr-Coulombsches Schubbruchkriterium einer Trennfläche mit plastischen Dehnungsvektoren bei assoziierter und nichtassoziierter Fließregel

Heute werden bei den meisten Materialmodellen in der Boden- und Felsmechanik [77] nichtassozierte Fließregeln benutzt. Die Verwendung nichtassoziierter Fließregeln führt allerdings zu unsymmetrischen elastoplastischen Deformationsmatrizen und zu unsymmetrischen Steifigkeitsmatrizen. Der numerische Aufwand bei der Lösung steigt immens bzw. die Lösungsverfahren versagen. Um diesen Problemen aus dem Wege zu gehen, und weil zudem viele FEM-Programme nur symmetrische Steifigkeitsmatrizen verwalten, werden die unsymmetrischen Matrizen häufig symmetrisiert [55].

Die strenge Einhaltung von Druckers Stabilitätspostulaten verlangt eine assoziierte Fließregel, sogenannte Stabilität im Kleinen, und eine konvexe Fließfigur, sogenannte Stabilität im Großen. Diese Annahmen sichern, daß keine negativen plastischen Verformungsenergien sowie eine minimale plastische Dissipationsenergie im Plastizierungsverlauf beschrieben werden. Drucker [24] betont, daß die Postulate keine Naturgesetze im Sinne der Thermodynamik sind, und Materialien im Sinne der Postulate durchaus instabil sein können. Das bedeutet, daß außer dem plastischen Fließen weitere Energiedissipation, z.B. durch Reibung oder das Freisetzen von Energien, z.B. durch Gefügauflockerungen, mit nichtassozierten Fließregeln beschrieben werden. Bei der Verwendung von nichtassozierten Fließregeln ist aber in jedem Fall zu sichern, daß keine fortschreitende Energiegewinnung im System beschrieben wird. Für den Fall eines kleineren Dilatanzwinkels als der Reibungswinkel Mohr-Coulombscher Fließkriterien wird der Winkel zwischen dem Vektor der plastischen Dehnungsincremente und der Fließfläche (Bild 2.3) kleiner als 90° . Damit wird eine größere Energiedissipation als mit assoziierter Fließregel gesichert. Die Stabilität im Großen (keine negativen plastischen Verformungsenergien) kann erhalten werden.

2.2.3 Plastizität mit beliebig mehrflächigen Fließfiguren

Sobald die Fließfigur von mehr als einem Fließkriterium beschrieben wird, spricht man von zusammengesetzten Fließfiguren bzw. von mehrflächigen (multi surface) Fließfiguren. Alle weiteren Betrachtungen werden für nichtassoziierte isotrope und anisotrope Mohr-Coulombsche Fließbedingungen mit Zugspannungsbegrenzung ohne Ver- und Entfestigungsfunktionen angestellt. Bei der Verwendung isotroper und anisotroper Fließbedingungen definiert eine Fließfigur im sechs-dimensionalen Spannungsraum die elastischen Spannungszustände. Die einzige generelle Einschränkung ist die Konvexität der mehrflächigen Fließfigur.

In der Literatur kann bei der **numerischen** Umsetzung mehrflächiger Fließfiguren grundsätzlich zwischen unabhängiger und abhängiger Bearbeitung unterschieden werden. Bei **unabhängiger** Bearbeitung werden weiterhin einzelne Fließbedingungen betrachtet und alle Fließbedingungen entweder unabhängig voneinander bearbeitet [57,79,81], dominante Fließbedingungen definiert [80] oder Bearbeitungsreihenfolgen festgelegt [81]. In jedem Fall werden keine Interaktionen von Fließkriterien bei der Ermittlung der plastischen Multiplikatoren berücksichtigt. Auf Konsequenzen und Limitationen der unabhängigen Bearbeitung wird ausführlich in Kap. 3 eingegangen. Bei der **abhängigen** Bearbeitung [12,22,67] mehrflächiger Plastizität werden die Interaktionen der Fließkriterien berücksichtigt und nicht einzelne Fließkriterien, sondern die mehrflächige Fließfigur betrachtet. Die abhängigen plastischen Multiplikatoren müssen dann aus einem Gleichungssystem ermittelt werden. Im Gegensatz zur Bearbeitung einzelner Fließbedingungen ist bei der Verletzung mehrerer Fließbedingungen durch den Versuchsspannungszustand die Fließflächenüberschreitung keine hinreichende Bedingung für die Aktivität der Fließbedingung mehr. Dieses Phänomen soll an einem Kreuzungsbereich von 2 anisotropen Fließbedingungen einer Trennfläche, einem Mohr-Coulombschen Schubbruchkriterium mit einer Zugspannungsbegrenzung (Bild 2.4), näher erläutert werden. Verletzt der Versuchsspannungszustand beide Fließbedingungen, ergeben sich die abhängigen plastischen Multiplikatoren zu:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F_1}{\partial \sigma}\right)^T D d\varepsilon &= \left(\frac{\partial F_1}{\partial \sigma}\right)^T D \lambda_1 \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \sigma}\right) + \left(\frac{\partial F_1}{\partial \sigma}\right)^T D \lambda_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial \sigma}\right) \\ \left(\frac{\partial F_2}{\partial \sigma}\right)^T D d\varepsilon &= \left(\frac{\partial F_2}{\partial \sigma}\right)^T D \lambda_1 \left(\frac{\partial Q_1}{\partial \sigma}\right) + \left(\frac{\partial F_2}{\partial \sigma}\right)^T D \lambda_2 \left(\frac{\partial Q_2}{\partial \sigma}\right) \end{aligned} \quad (2.52)$$

Die Erfüllung beider Konsistenzbedingungen erzwingt eine Spannungsrückführung in den Kreuzungspunkt der Fließkriterien. Die plastischen Dehnungen ergeben sich aus einer Linearkombination der plastischen Dehnungsvektoren beider Fließbedingungen (Bild 2.4). Die Richtung der plastischen Dehnungsvektoren wird durch die plastischen Potentiale, die Länge durch die plastischen Multiplikatoren beschrieben. Sind dabei die plastischen Multiplikatoren positiv, bleiben die Richtungen der plastischen Dehnungen erhalten (Bild 2.5).

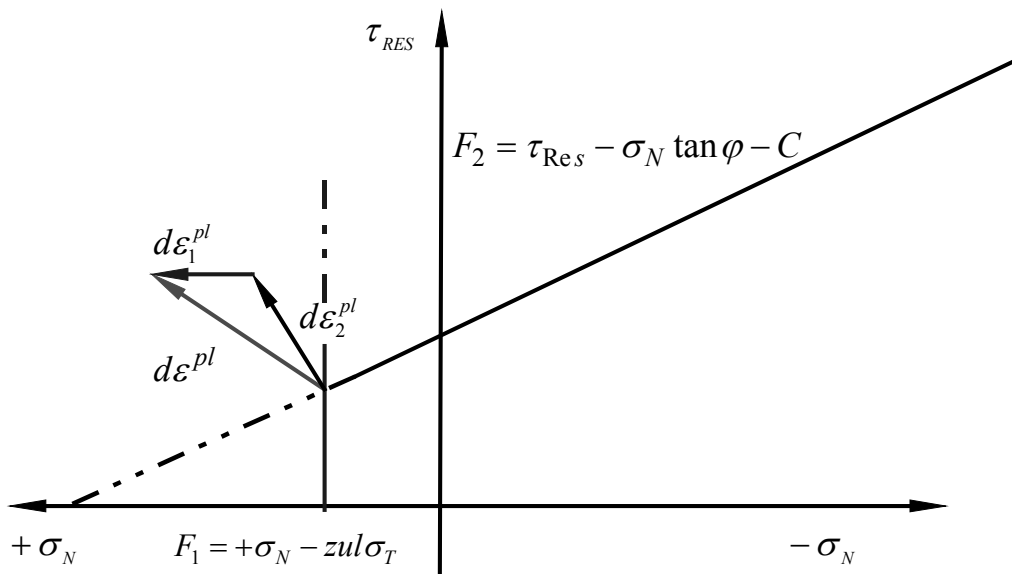


Bild 2.4 plastische Dehnungsvektoren bei der Spannungsrelaxation in den Kreuzungspunkt

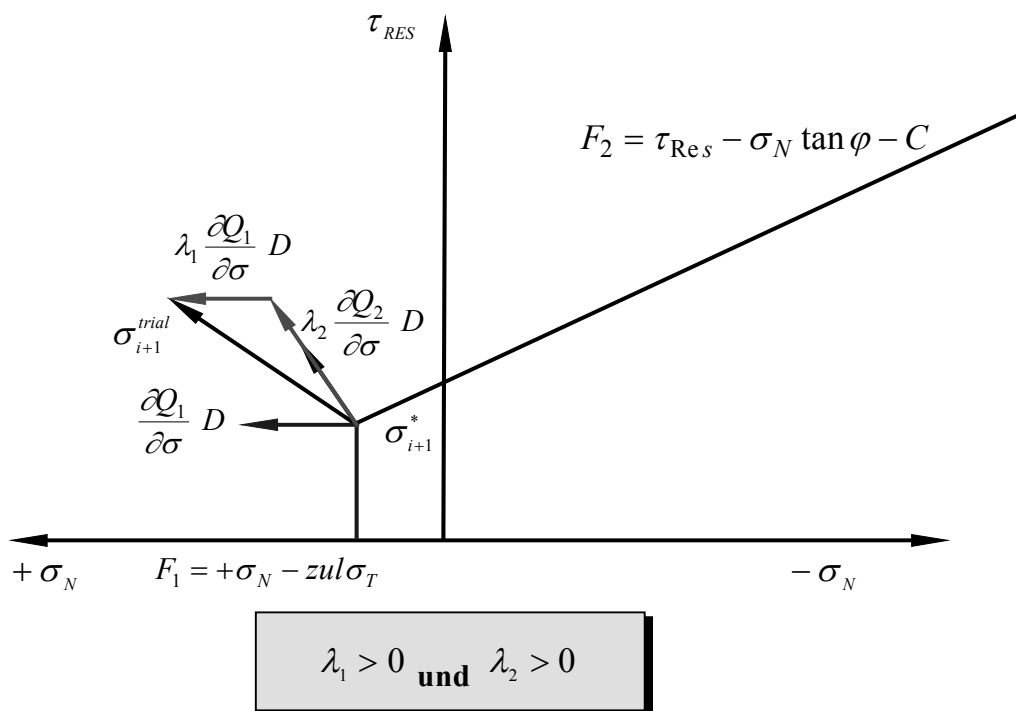


Bild 2.5 geometrische Interpretation: Aktivität beider Fließbedingungen möglich

Ergibt die Lösung des Gleichungssystems (Gl. 2.52) negative plastische Multiplikatoren, würde die Richtung der plastischen Dehnungsinkremente sich umkehren (Bild 2.6). Das würde bedeuten, Energie wird aufgewendet, um zulässige Spannungszustände auf der zusammengesetzten Fließfläche in den Kreuzungspunkt von zwei Fließbedingungen zu zwingen. Eine Aktivität beider Fließbedingungen ist dann nicht sinnvoll.

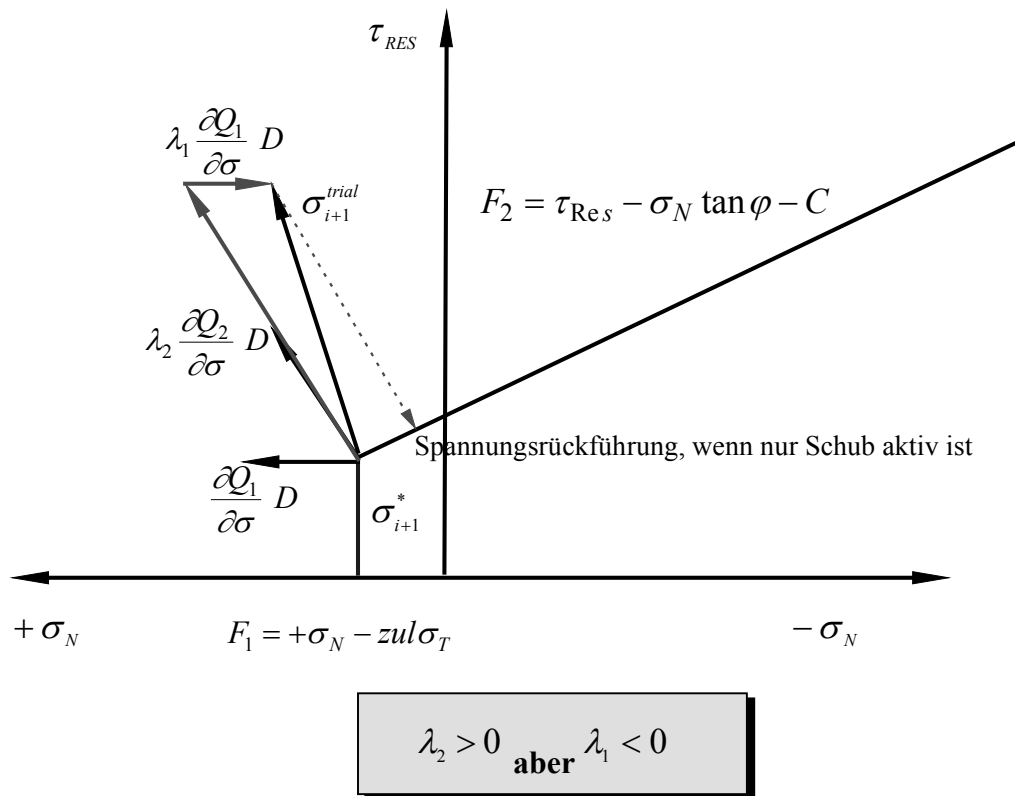


Bild 2.6 geometrische Interpretation: Aktivität beider Fließbedingung **nicht** möglich

Simo [67] führt deshalb neben der Fließflächenüberschreitung als weitere Bedingung die Aktivität von Fließbedingungen ein. Für beliebig mehrflächige Plastizität müssen die plastischen Multiplikatoren dann aus einem Gleichungssystem (Gl. 2.53) mit Einschränkung des Wertebereiches (Gl. 2.54) bestimmt werden. Verletzt der Versuchsspannungszustand j -Fließbedingungen, ergibt sich ein Gleichungssystem von $n=j$ Gleichungen.

$$\left(\frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right)^T D d\varepsilon = \sum_{j=1}^{\text{Set aktiver F.}} \left(\frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right)^T D \lambda_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right) \quad (2.53)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (2.54)$$

Die Annahme der Aktivität muß für alle verletzten Fließbedingungen überprüft werden. Negative plastischen Multiplikatoren müssen eliminiert werden. Die Bestimmung der plastischen Multiplikatoren wird ein iterativer Prozeß. Sind alle Fließkriterien im Inkrement aktiv, wird der Spannungszustand in die gemeinsame Schnittmenge geführt. Der plastische Dehnungsvektor setzt sich aus einer Linearkombination von j -Dehnungsvektoren mit j -Multiplikatoren zusammen. Auf Probleme bei der Lösung des Gleichungssystems wird ausführlich in Kap. 3.4 eingegangen.

2.3 Grundlagen der mechanischen Modellierung von geklüftetem Fels

2.3.1 Allgemeines

In seinem Spannungs-Verformungsverhalten zeigt geklüfteter Fels sowohl Phänomene eines Kontinuums als auch eines Diskontinuums und kann grundsätzlich als verschmiertes Ersatzkontinuum oder als Diskontinuum beschrieben werden. In der Fachliteratur gibt es eine rege Diskussion, welche mechanische Formulierung besser geeignet ist, den geklüfteten Fels abzubilden [15,16,17,21,27,42,49,55,59,75]. Abhängig von der Wahl der mechanischen Formulierung werden in der Kontinuumsmechanik verschmierte Materialmodelle, in der Diskontinuumsmechanik diskrete Materialmodelle stark favorisiert. Bei der schrittweisen Verbesserung anfänglich grober geomechanischer Modelle ist aber oft nicht klar, ob verschmierte Materialmodelle das Spannungs-Verformungsverhalten ausreichend gut beschreiben oder ob auf Diskontinuumsformulierungen zurückgegriffen werden muß. Sind im Gebirgsverband einzelne dominierende Trennflächen, wie Großstörungen oder Gleitschichten, vorhanden, müssen diese immer diskret erfaßt werden. Je kleiner der Trennflächen-abstand im Vergleich zum untersuchten Bauwerk ist und je regelmäßiger die Trennflächensysteme werden, um so mehr nimmt die Zulässigkeit und Attraktivität eines verschmierten Ersatzkontinuums zur Beschreibung des geklüfteten Gebirges zu. In praktischen geomechanischen Problemstellungen sind in der Regel immer einige Großstörungen und ein regelmäßiges Trennflächensystem vorhanden. Dann ist eine Kombination aus diskreten Trennflächen und einem verschmierten Ersatzkontinuum notwendig.

Der Komposit geklüfteter Fels setzt sich aus sogenanntem **”intakten” Fels**, einschließlich Kornstruktur, Mikrorissen oder Poren, und den **Trennflächen**, wie Schieferungen, Querklüften oder Scherflächen zusammen. Die Verformungs- und Festigkeitseigenschaften von intaktem Fels und den Trennflächen, die Bausteine für die Spannungs-Verformungsbeziehungen, müssen charakterisiert werden. Mit Blick auf die praktischen Anwendungen dieser Arbeit wird ein vereinfachtes Verformungsverhalten im elastischen Bereich und zur Festigkeitsbeschreibung das auch als Grundmodell der Geotechnik [76] bezeichnete Materialgesetz von Mohr-Coulomb mit einer Zugspannungsbegrenzung verwendet. Damit ist es möglich, das nichtlineare Spannungs-Verformungsverhalten mit sehr wenigen, praxisbekannten Parametern, wie Reibungswinkel und Kohäsion, zu beschreiben. Andererseits ist die Berücksichtigung des Einflusses weiterer Kennwerte, wie Zugfestigkeit, Dilatanz oder Restfestigkeiten optional möglich. Alle weiteren Ausführungen beschränken sich nicht auf die Verwendung dieses Materialgesetzes. Bekanntermaßen können mit dem Mohr-Coulombschen Reibungsmodell einige Eigenschaften von geklüftetem Fels, wie z.B. Rauheit, Festigkeitsabfall, Dilatanz oder Verfestigung, oft nur unzureichend beschrieben werden. Die numerischen Algorithmen wurden so formuliert, daß keine grundsätzlichen Einschränkungen in Art und Anzahl der Fließkriterien angenommen worden sind und jederzeit andere oder weitere Fließbedingungen implementiert werden können. Die vorhandenen Festigkeitsbeschreibungen von intaktem Fels und

Trennflächen können somit problemlos mit realitätsnäheren Materialgesetzen kombiniert oder durch realitätsnähere Materialgesetze [3,4,18,23,39,61,72] ersetzt werden.

2.3.2 Intakter Fels

”Intakter” Fels weist im Zentimeter- oder Dezimeterbereich keine mit bloßem Auge sichtbaren Klüfte, Risse oder andere Diskontinuitäten auf. Diskontinuitäten im mikromechanischen Bereich werden nicht betrachtet.

Verformungsverhalten

Für den intakten Fels wird isotropes, linear elastisches Verformungsverhalten mit

E_R - Elastizitätsmodul von intaktem Fels

ν_R - Querdehnzahl von intaktem Fels

$$G_R = \frac{E_R}{2(1 + \nu_R)} \quad \text{abhängiger Schubmodul von intaktem Fels}$$

angenommen.

Die Annahme linear elastischen Verformungsverhaltens von intaktem Fels resultiert aus den verfügbaren Elastizitätswerten der zu lösenden praktischen Aufgaben.

Festigkeitsbeschreibung

Die Festigkeitsbeschreibung erfolgt mit einem isotropen Mohr-Coulombschen Schubbruchkriterium (Bild 2.7) mit einer Zugspannungsbegrenzung (Tab. 2.1).

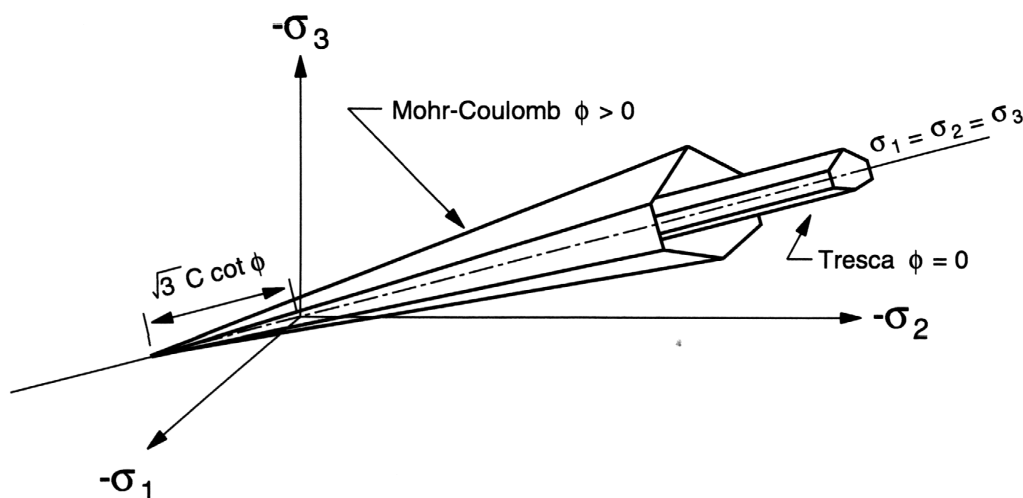


Bild 2.7 Mohr-Coulombsches Schubspannungskriterium mit Sonderfall $\phi=0^\circ$ (Tresca)

Es können assoziierte Fließregeln für Zugbruch und assoziierte oder nichtassoziierte Fließregeln für Schubbruch verarbeitet werden. Nach Überschreiten der Fließkriterien

für Schub- oder Zugversagen werden Restfestigkeiten im richtungslosen Korngefüge eingeführt. Vor allem im Zugbereich ist das Einführen von Restfestigkeiten im richtungslosen Korngefüge nur eine grobe Näherung. Nach Überschreiten der Festigkeit treten an bestimmte Ebenen gebundene Festigkeitsabfälle auf und eine Bearbeitung der Rißentwicklung wird notwendig. Die notwendigen Betrachtungen sind sehr aufwendig und stellen einen eigenen Forschungsbereich (fracture mechanics) dar. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich schwerpunktmäßig mit vorhandenen Trennflächen und geht davon aus, daß die Zugfestigkeit von intaktem Fels in der Regel nicht maßgebend für das Festigkeitsverhalten des geklüfteten Gebirges ist.

Intakter Fels	Trennflächen - Festigkeitsanisotropien
Schubspannungskriterien	
- Mohr-Coulomb im richtungslosem Korngefüge $F^{\text{Schub}} = -\sigma_1 + \sigma_3 N_\varphi - 2C\sqrt{N_\varphi} \quad (2.55)$ - mit: $N_\varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$ - Fließfunktion mit nichtassoziierter Fließregel (ψ)	- Mohr-Coulomb in den Ebenen minderer Festigkeit $F^{\text{Schub}} = \tau_{\text{Res}} + \sigma_N \tan \varphi - C \quad (2.56)$ - mit: τ_{Res} resultierende Schubspannung σ_N Normalspannung - Fließfunktion mit nichtassoziierter Fließregel (ψ)
Zugspannungskriterien	
- Zugspannungsbegrenzung im Raum $F^{\text{Zug}} = \sigma_3 - \text{zul}\sigma_T \quad (2.57)$ - mit: $\text{zul}\sigma_t \leq \frac{C}{\tan \varphi}$ - assoziierte Fließregel	- Zugspannungsbegrenzung in der Ebene $F^{\text{Zug}} = \sigma_N - \text{zul}\sigma_T \quad (2.58)$ - mit: $\text{zul}\sigma_t \leq \frac{C}{\tan \varphi}$ - assoziierte Fließregel

Tafel 2.1 verwendete Fließbedingungen und Fließregeln für den intakten Fels und die Trennflächen

2.3.3 Trennflächen

Das Spannungs-Verformungsverhalten des geklüfteten Gebirges wird in der Regel vom Verhalten der Diskontinuitäten dominiert. Alle makroskopischen Diskontinuitäten, Klüftungen oder Schieferungen, aber auch Großstörungen oder Gleitflächen, werden in der Folge als Trennflächen bezeichnet. In den Materialmodellen werden die Trennflächen mit Hilfe diskreter Formulierungen im Diskontinuum oder als Festigkeitsanisotropien im multilaminaren Ersatzkontinuum modelliert.

Verformungsverhalten

Im verschmierten Ersatzkontinuum wird der Einfluß der Trennflächen in den Verformungskennwerten des geklüfteten Gebirges berücksichtigt. In diskreten Trennflächenbeschreibungen wird linear elastisches Verformungsverhalten mit konstanten Normal- und Schersteifigkeiten (k_N, k_S) angenommen.

Festigkeitsbeschreibung

Für die Festigkeitsbeschreibung der Trennflächen werden Mohr-Coulombsche Schubbruchkriterien mit Zugspannungsbegrenzung benutzt (Bild 2.3/Tafel 2.1). Für Zugbruch werden assoziierte, für Schubbruch assoziierte oder nichtassoziierte Fließregeln verwendet. Nach Überschreiten der Anfangsfestigkeiten können Restfestigkeiten verarbeitet werden. Nicht durchgehende Trennflächen können durch modifizierte Trennflächenanfangsfestigkeiten und angepaßte Steifigkeiten berücksichtigt werden.

2.3.4 Verschmierte Kontinuumsformulierungen

Ab einer zu definierenden Größe im Mikro-, Makro- oder Mesobereich muß geklüfteter Fels immer in einem verschmierten Ersatzkontinuum betrachtet werden. Abhängig von der Bauwerksgröße, der Größe des geomechanischen Modells und natürlich von der Regelmäßigkeit der Diskontinuitäten können diese Homogenbereiche im Zentimeterbereich liegen oder sich über hunderte von Metern erstrecken. Grundsätzliche Voraussetzung der Nutzung des verschmierten Ersatzkontinuums ist ein wesentlich kleinerer Trennflächenabstand im Vergleich zu den Hauptabmessungen der untersuchten Bauwerke in oder auf geklüftetem Fels [57,81].

Innerhalb der Kontinuumsmechanik kann die Beschreibung in klassische und erweiterte Kontinuumsformulierungen unterteilt werden. In klassischen Kontinuumsformulierungen wird die Blockstruktur in den kinematischen Beziehungen des geklüfteten Gebirges nicht erfaßt. Das heißt, es können innerhalb des verschmierten Ersatzkontinuums keine Starrkörperbewegungen beschrieben werden [17,36,49]. In erweiterten Kontinuumsformulierungen kann durch Einführen von Cosseratschen Rotationsfreiheitsgraden der Berechnungspunkte die Blockstruktur des geklüfteten Gebirges berücksichtigt werden.

2.3.4.1 Multilaminare Materialmodelle in klassischen Kontinuumsformulierungen

Unter **klassischen** Kontinuumsformulierungen werden Kontinuumsformulierungen mit paarweise gleichen Schubspannungen und abhängigen Rotationsfreiheitsgraden (Saint Venantsche/Bolzmannsches Kontinua) sowie einem symmetrischen Verzerrungstensor verstanden [6,29,37]. Innerhalb des Kontinuumsbereiches werden Rotationen mit Verschiebungen ausgedrückt und Starrkörperrotationen sind nicht darstellbar. Die

unbekannten Spannungszustände reduzieren sich im 3-dimensionalen Spannungsraum auf drei Normal- und drei Schubspannungen, die Steifigkeitsmatrizen sind immer symmetrisch.

Multilaminare Materialmodelle des geklüfteten Fels wurden erstmals von Pande/Zienkiewics [81], Pande/Xiong [57] und Wittke [79] entwickelt. Das multilaminare Modell beschreibt durchgehende, regelmäßige und ungefüllte Trennflächenscharen im geklüfteten Gebirge. Das elastische Verformungsverhalten des geklüfteten Gebirges wird aus den Verformungseigenschaften von intaktem Fels und der Trennflächen im verschmierten Ersatzkontinuum beschrieben. Verformungsbeziehungen mit orthogonalen Trennflächenscharen wurden erstmals von Singh [70] vorgestellt. Verformungsmatrizen des geklüfteten Gebirges für geschichtete Trennflächensysteme wurden von Gerrard [31] und für beliebig orientierte Trennflächensysteme von Fossum [30] hergeleitet. Die Festigkeit im geklüfteten Gebirge wird im multilaminaren Materialmodell mit elastoplastischen oder viskoplastischen Materialgesetzen beschrieben. Mit sogenannten mittleren Dehnungen werden mittlere Spannungen im geklüfteten Gebirge ermittelt und die Festigkeiten von intaktem Fels im richtungslosen Korngefüge und der Trennflächen im Trennflächenkoordinatensystem überprüft. Der Begriff mittlere Dehnungen und Spannungen bezieht sich auf die Tatsache, daß in der Realität Verschiebungssprünge an den Trennflächen auftreten und die Spannungen in den Trennflächen sich erheblich von den Spannungen vom angrenzenden intakten Fels unterscheiden können [42].

Verbesserte multilaminare Modelle [8,10,43,50,51,80] versuchen Eigenschaften, wie Volumenanteil, Orientierung, Ausdehnung und Öffnungsweiten der Trennflächen, mittlerer Trennflächenabstand oder die Normal- und Schersteifigkeitsverhältnisse der Trennflächen, auf das Spannungs-Verformungsverhalten des geklüfteten Gebirges oder bei der Spannungsermittlung in den Trennflächen zu berücksichtigen. Für Homogenbereiche im sogenannten **Representative Elementary Volume (REV)** [42] werden Kluftspannungskonzentrationensoren [8,] bzw. Rißsensoren [51] oder Bruchsensoren [43] hergeleitet. Schwerpunkt dieser Entwicklungen ist die realitätsnähere Berücksichtigung der Trennflächeneigenschaften beim nichtlinearen Verformungsverhalten des geklüfteten Gebirges im Vor- und Nachbruchbereich sowie eine realitätsnähere Spannungsermittlung in den Trennflächen. Die Vielzahl der erforderlichen felsmechanischen Kennwerte, Anpassungsfaktoren und Schätzwerte setzt viel Erfahrung im Umgang mit den Kennwerten und den Materialmodellen sowie sehr hohe finanzielle Aufwendungen zur Bestimmung der Kennwerte voraus. Bis jetzt konnten sich diese aufwendigen Materialformulierungen in praktischen Berechnungen nicht durchsetzen. Neben der realitätsnahen Verformungs- und Spannungsermittlung wird immer wieder auf die Notwendigkeit der besseren Berücksichtigung von Wechselwirkungen der Festigkeits- und Bruchkriterien der Trennflächenscharen und von intaktem Fels hingewiesen [42,80]. Ausführlich wird auf diese Problematik im Kapitel 3. eingegangen.

Auch wegen der Verfügbarkeit von felsmechanischen Kennwerten für die zu lösenden praktischen Aufgaben wurden in der Folge im multilaminaren Modell einfache Spannungs-Verformungsbeziehungen für das geklüftete Gebirge verwendet:

$$\sigma = D_{RM} (\varepsilon^{\text{tot}} - \varepsilon^{\text{pl}}) \quad (2.59)$$

- mit: $D_{RM} = D_R + D_{TF}$

linear elastische Deformationsmatrix des geklüfteten Gebirges

■ für isotropes Verformungsverhalten:

$$D_{RM} = \begin{bmatrix} \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E\nu}{(1-\nu-2\nu^2)} & \frac{E(1-\nu)}{(1-\nu-2\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

- mit: E isotroper Elastizitätsmodul des geklüfteten Gebirges

ν Querdehnzahl des geklüfteten Gebirges

$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ abhängiger Schubmodul des geklüfteten Gebirges

■ für transversal isotropes Verformungsverhalten (Isotropieebene X-Y):

$$D_{RM} = \begin{bmatrix} \frac{E_1(1-n\nu_2^2)}{(1+\nu_1)m} & \frac{E_1(\nu_1+n\nu_2^2)}{(1+\nu_1)m} & \frac{E_1\nu_2}{m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1(\nu_1+n\nu_2^2)}{(1+\nu_1)m} & \frac{E_1(1-n\nu_2^2)}{(1+\nu_1)m} & \frac{E_1\nu_2}{m} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1\nu_2}{m} & \frac{E_1\nu_2}{m} & \frac{E_2(1-\nu_1)}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_2 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

mit: $-n = \frac{E_1}{E_2}$ $m = (1 - \nu_1 - 2n\nu_2^2)$

$-E_1$ ν_1 und $G_1 = \frac{E_1}{2(1 + \nu_1)}$ Elastizitätsmodul, Querdehnzahl und abhängiger

Schubmodul des geklüfteten Gebirges in der Schieferungsebene

$-E_2$ ν_2 und $G_2 = \frac{E_2}{2(1 + \nu_2)}$ Elastizitätsmodul, Querdehnzahl und abhängiger

Schubmodul des geklüfteten Gebirges senkrecht zur Schieferungsebene

Der mittlere Spannungszustand wird mit einer Transformationsmatrix T_{TFn} in die n-te Trennflächenebene transformiert (Drehung positiv um Z-, negativ um Y-Achse):

$$\sigma_{TFn} = T_{TFn} \sigma \tag{2.62}$$

$$T_{TFn} = \begin{bmatrix} l_1^2 & m_1^2 & 0 & 2l_1m_1 & 0 & 0 \\ l_2^2 & m_2^2 & n_2^2 & 2l_2m_2 & 2m_2n_2 & 2n_2l_2 \\ l_3^2 & m_3^2 & n_3^2 & 2l_3m_3 & 2m_3n_3 & 2n_3l_3 \\ l_1l_2 & m_1m_2 & 0 & l_1m_2 + l_2m_1 & m_1n_2 & n_2l_1 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & l_2m_3 + l_3m_2 & m_2n_3 + m_3n_2 & n_2l_3 + n_3l_2 \\ l_3l_1 & m_3m_1 & 0 & l_1m_3 + l_3m_1 & m_1n_3 & n_3l_1 \end{bmatrix} \tag{2.63}$$

- mit: $l_1 = \sin \alpha$ $l_2 = \cos \beta \cos \alpha$ $l_3 = -\sin \beta \cos \alpha$
 $m_1 = \cos \alpha$ $m_2 = -\cos \beta \sin \alpha$ $m_3 = \sin \beta \sin \alpha$ $n_1 = 0$ $n_2 = -\sin \beta$ $n_3 = -\cos \beta$ $\tag{2.64}$

Die Transformationsmatrix jeder Trennflächenschar verknüpft dabei das Elementkoordinatensystem mit dem Trennflächenkoordinatensystem. Der in die Trennflächenebene gedrehte mittlere Spannungszustand wird als gleichmäßig verteilter Spannungszustand idealisiert.

Zur Ausrichtung der Trennflächenschar im Raum werden geomechanische Richtungswinkel [79] (Bild 2.8) verwendet. Der Streichwinkel α beschreibt die Drehung aus der Nordrichtung um die Gravitationsachse. Der Fallwinkel β beschreibt die Drehung um die aus der Nordrichtung gedrehten Achse (negativer Drehsinn).

Bei großen Verformungen oder Rotationen muß die Lage der Trennfläche im Block aktualisiert werden. Im multilaminaren Modell im 2D-Programm UDEC wird die Aktualisierung der Trennflächenlage in der Schnittebene berücksichtigt. Im 2D-Geometriemodell werden nur Fallwinkel verwendet. Die Aktualisierung des Fallwinkels im Diskontinuumsprogramm setzt sich aus einem Deformationsanteil und einer Starrkörperrotation des Felsblockes zusammen. Damit ist das multilaminare

Materialmodell in UDEC auch für Berechnungen mit großen Verformungen und Rotationen geeignet.

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \varepsilon_{xy}' + \theta \\ &= -(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})\sin\beta \cos\beta + \varepsilon_{xy}(\cos^2\beta - \sin^2\beta) + \frac{1}{2}(\dot{u}_{xy} - \dot{u}_{yx}) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Die 3-dimensionalen multilaminaren Materialmodelle in ANSYS und LS-DYNA3D wurden für kleine Verformungen entwickelt und auf eine Aktualisierung der Trennflächenlage im Elementkoordinatensystem wurde deshalb verzichtet.

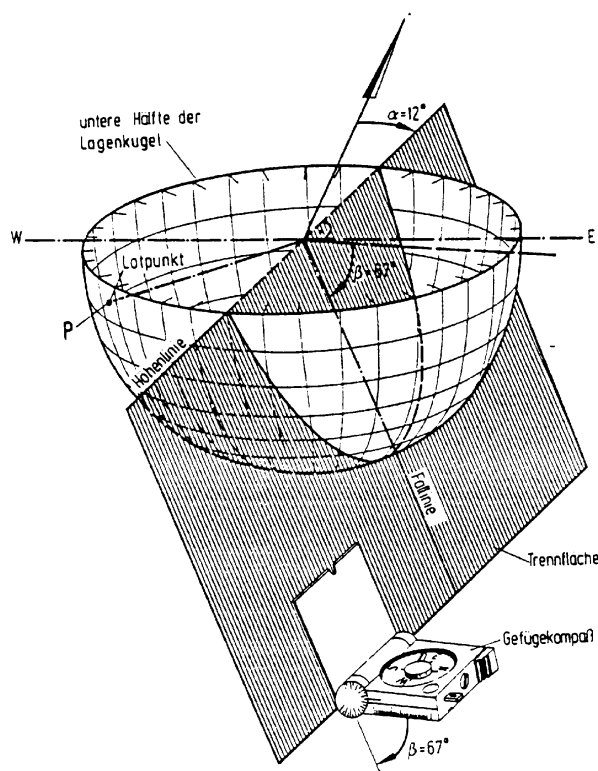


Bild 2.8 Raumstellung einer Trennflächen mit geomechanischen Richtungswinkeln (aus Wittke, [79])

2.3.4.2 Erweiterte Kontinuumsformulierungen

In erweiterten Kontinuumsformulierungen werden unabhängige Rotationsfreiheitsgrade der Diskretisierungspunkte, sogenannte Cosseratsche Freiheitsgrade, in die kinematischen Beziehungen eingeführt. Der Drehvektor jedes Berechnungspunktes ist dann unabhängig vom Verschiebungsvektor. Es ergeben sich unsymmetrische Verzerrungstensoren. Das Boltzmannsche Axiom von der paarweisen Gleichheit der Schubspannungen wird außer Kraft gesetzt und der Spannungszustand wird von drei Normal- und sechs Schubspannungen beschrieben. Zu den herkömmlichen Spannungen infolge von Verschiebungen kommen verschiebungsunabhängige Momentenspannungen. Für eine vollständige Herleitung der Cosserat Theorie wird auf

das Schrifttum [2,49] verwiesen. Wie der Kurzcharakteristik zu entnehmen ist, ergibt sich aus den Cosseratschen Rotationsfreiheitsgraden ein erheblicher Mehraufwand bei der Verarbeitung der kinematischen und statischen Grundgleichungen. Die Steifigkeitsmatrizen werden mit der Einführung unabhängiger Rotationsfreiheitsgrade unsymmetrisch.

Seit den achtziger Jahren wurden erweiterte Kontinuumsformulierungen zur Beschreibung von Blockstrukturen in der Geotechnik entwickelt [49]. Vergrößert man die in der Cosserat Theorie verwendeten granularen Partikel auf charakteristische Abmessungen der Blockgeometrie, können mittlere Kluftabstände als zusätzlicher Materialparameter einer charakteristischen Länge und die Drehungen der einzelnen Blöcke als Cosseratsche Drehfreiheitsgrade identifiziert werden. Mittlerer Trennflächenabstand und Rotationsfreiheitsgrade werden dann in den konstitutiven Gleichungen der Cosserat Theorie zur Berücksichtigung von Blockrotationen im geklüfteten Gebirge genutzt. Infolge des Mehraufwandes werden in Entwicklungen strikte Idealisierungen ([37] Horn \Rightarrow 2D, reibungslose starre Blöcke) ([22] Dawson \Rightarrow 2D, starre Blöcke) eingeführt. Die Referenzbeispiele zeigen das grundsätzliche Vermögen, Blockrotationen abzubilden. Dawson [22] z.B. führt neben einem Schub- und Zugbruchkriterium ein Versagen infolge Abkippen eines Blockes ein und erzielt interessante Volumenaufweitungseffekte (Dilatation), deren Erfassung in herkömmlichen Kontinuumsformulierungen oft als unbefriedigend gilt. Hier erschließen sich neue Möglichkeiten, mit denen z.B. das viel diskutierte Phänomen der Dilatanz untersucht werden kann. Bis zur Anwendung in praktischen 3D-Berechnungen scheint jedoch noch ein hoher Forschungs- und Entwicklungsbedarf nötig zu sein. Wird der kontinuierliche Zusammenhalt der Gesamtstruktur z.B. durch Öffnen oder Abgleiten von Trennflächen oder größere Blockbewegungen gestört, werden allerdings auch erweiterte Kontinuumsmodelle das Diskontinuum geklüfteter Fels nur unzureichend abbilden können [15,28,49,82].

2.3.5 Diskontinuumsmodelle zur Beschreibung von geklüftetem Fels

Nimmt der diskontinuierliche Charakter des Verformungsverhaltens zu, muß auf **Diskontinuumsformulierungen** zurückgegriffen werden. Dann werden keine kontinuierlichen Spannungs-Verformungsfunktionen und kein Zusammenhalt in der **Gesamtstruktur** mehr gefordert. Es werden Mehrkörpersysteme unabhängiger Einzelkörper beschrieben, die in beliebiger Art und Weise kommunizieren können. Dabei muß eine freie Beweglichkeit der diskreten Elemente mit Translation und Rotation gewährleistet sein. Damit werden leistungsstarke Algorithmen zur selbstständigen Verwaltung der Einzelkörper notwendig. Diese leistungsstarken Kontaktalgorithmen sind die Voraussetzung und entscheidende Erweiterung der Diskontinuumsprogramme. In diesem Sinne sind Diskontinuumsprogramme Programme, in denen eine diskontinuierliche Kommunikation einzelner starrer oder deformierbarer Kontinua mit expliziten Zeitintegrationsverfahren effektiv beschrieben werden kann.

Seit Goodman's Trennflächenelement versucht man Diskontinuitäten durch spezielle Elemente oder Gleitlinien/Gleitflächen auch in Kontinuumsformulierungen impliziter FEM-Programmen zu berücksichtigen. Bis heute verbinden sich damit zum Teil erhebliche Konvergenzprobleme beim Auffinden einer Lösung. Bei der Modellierung ganzer Systeme von Diskontinuitäten wurden bei der Berechnung der entstehenden Mehrkörpersysteme in impliziten Berechnungsstrategien sehr schnell numerische Grenzen erreicht. Wohl auch deshalb werden in impliziten Programmen verschmierte Ersatzkontinua zur Beschreibung des geklüfteten Gebirges stark favorisiert.

Numerische Programme, die im Normalfall ein Diskontinuum beschreiben, werden auch als Diskrete Elemente Programme (DEM) bezeichnet. Die Idee, eine Programmphilosophie zu entwickeln, die auf das Diskontinuum zugeschnitten ist, wurde in der Felsmechanik erstmals von Cundall [13-20] in der von ihm benannten Distinct Element Method umgesetzt (Kap. 2.1.5). Wegen der numerischen Probleme und Einschränkungen bei der Beschreibung eines Diskontinuum in impliziten FEM-Programmen werden Diskontinuumsmodelle in dieser Arbeit im Diskontinuumsprogramm UDEC umgesetzt. In UDEC wird der geklüftete Fels als ein Ensemble von unabhängigen Felsblöcken modelliert. Sind Felsblöcke in Kontakt oder kommen im Berechnungsverlauf in Kontakt, werden die Kontaktflächen als Trennflächen mit mechanischen und hydraulischen Eigenschaften modelliert. Der intakte Fels und die Trennflächen werden mit ihren unter Kap. 2.3.2/2.3.3 vorgestellten Verformungs- und Festigkeitseigenschaften beschrieben. Die wichtigsten Eigenschaften in UDEC sind das Zulassen unabhängiger Translation und Rotation der voneinander unabhängigen Felsblöcke und ein leistungsstarker Algorithmus zum Auffinden und Verwalten der Kontakte. Explizite Berechnungsstrategien mit updated-Lagrangeschen Koordinatenformulierungen aktualisieren im Berechnungszyklus ständig die Geometrie des Systems und erlauben die Änderung, Aufhebung oder Neubildung von Kontaktflächen zwischen Felsblöcken. Damit können Blockbewegungen und ihre mechanischen oder hydraulischen Wechselwirkungen auf andere Blöcke bzw. Trennflächen effektiv abgebildet werden. Ein weiterer Vorteil expliziter Zeitintegrationsverfahren ist, daß beliebig nichtlineare Materialgesetze der Blöcke oder Trennflächen relativ problemlos implementiert und in den Berechnungen mit relativ wenig Mehraufwand genutzt werden können. Die mit der Einführung von nichtassozierten Fließbedingungen oder mehrflächiger Plastizität verbundenen Probleme müssen natürlich auch in Diskontinuumsprogrammen kritisch verfolgt werden. Durch das Fehlen globaler Gleichgewichtssiterationen expliziter Lösungsstrategien wird es um so notwendiger, dissipative Energien zu kontrollieren. Deshalb werden in allen expliziten Programmen die Energiebilanzen des Gesamtsystems dem Nutzer zur Verfügung gestellt. Sie sollten bei der Interpretation der Ergebnisse unbedingt einbezogen werden.

Kapitel 3

Numerische Umsetzung der Stoffgleichungen des geklüfteten Gebirges

Eine der bedeutendsten Komponenten bei der Modellierung des geklüfteten Gebirges ist die mathematische Umsetzung der Spannungs-Verformungsbeziehungen [55]. In Tafel 3.1 ist eine Übersicht aller Implementationen zusammengestellt. In allen Programmsystemen wurde ein multilaminates Materialmodell im verschmierten Ersatzkontinuum zur Beschreibung des geklüfteten Gebirges umgesetzt. Das elastische Deformationsverhalten wird mit isotropen bzw. transversal isotropen Verformungsmoduln des geklüfteten Gebirges beschrieben.

Wesentliches Unterscheidungsmerkmal sind die verschiedenen numerischen Algorithmen zur Verarbeitung der mehrflächigen Plastizität. In ein implizites FEM-Programm wurde der in der Praxis heute am häufigsten verwendete pseudo-viskoplastische Berechnungsalgorithmus sowie ein neu entwickelter elastoplastischer Berechnungsalgorithmus implementiert. Zum Vergleich der ermittelten Versagensmechanismen und Versagenslasten bei Grenztragfähigkeitsberechnungen mit pseudo-viskoplastischen und elastoplastischen Algorithmen in impliziten Programmen wurde ein elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in einem expliziten FEM-Programm umgesetzt. Dabei steht beim Vergleich der Ergebnisse die Beurteilung der numerischen Leistungsfähigkeit sowohl der lokalen Spannungsrelaxation als auch der globalen Kraftumlagerung im Vordergrund.

Zum Vergleich der physikalischen Leistungsfähigkeit werden Berechnungen im verschmierten Kontinuumsmodell und im Diskontinuumsmodell durchgeführt. Um einen schrittweisen Übergang vom Kontinuum zum Diskontinuum modellieren zu können, wurde ein elastoplastisches multilaminates Materialmodell in ein DEM-Programm implementiert. Damit wird es möglich, bei gleicher numerischer Leistungsfähigkeit die physikalische Leistungsfähigkeit der Modellierung des geklüfteten Gebirges als verschmiertes Ersatzkontinuum oder als Diskontinuum besser zu untersuchen und unterschiedliche Ergebnisse der Kontinuums- und Diskontinuumsberechnungen zu analysieren.

Numerische Umsetzung

Multilaminates Materialmodell von geklüftetem Fels im verschmierten Ersatzkontinuum		
3-dimensional		2-dimensional
in ANSYS	in LS-DYNA3D	in UDEC
elastisches Verformungsverhalten		
isotrop und transversal isotrop		isotrop
Festigkeitsbeschreibung mit Mohr-Coulombschen Schubspannungskriterien mit Zugspannungsbegrenzung im		
intakten Fels und 4 Trennflächenscharen	intakten Fels und 3 Trennflächenscharen	intakten Fels und 3 Trennflächenscharen
Numerische Umsetzung		
globaler Berechnungszyklus		
implizite FEM	explizite FEM	explizite DEM
implizite Newton-Raphson- Iteration mit elastoplastischer Tangente oder Anfangssteifigkeiten	explizite Zeitschrittberechnung	
lokale Bearbeitung des Dehnungsinkrementes im Diskretisierungspunkt		
elastoplastische Spannungsrückführung mit Return Mapping Verfahren		
abhängige plastische Multiplikatoren im Gleichungssystem	unabhängige plastische Multiplikatoren mit Bearbeitungsreihenfolge	
Pseudo-viskoplastische Spannungsrückführung		
unabhängige pseudo- viskoplastische Multiplikatoren		

Tafel 3.1 Übersicht über die Implementationen

3.1 Elastische Prädiktorspannung

Im Berechnungsverlauf der für die globale Gleichgewichtsiteration verwendeten Newton-Raphson-Iteration impliziter Programme bzw. der Zeitschrittintegration expliziter Programme wird im Diskretisierungspunkt zu dem gefundenen totalen Dehnungssinkrement ein Spannungszustand gesucht. Im elastischen Prädiktorschritt ergibt sich der sogenannte Versuchsspannungszustand zu:

$$\sigma_{i+1}^{\text{trial}} = \sigma_i^* + D d\varepsilon_{i+1}^{\text{tot}} \quad (3.1)$$

- mit: $\sigma_{i+1}^{\text{trial}}$ Versuchsspannungszustand

σ_i^* zulässiger Spannungszustand der letzten Gleichgewichtslösung

$d\varepsilon_{i+1}^{\text{tot}}$ Annahme des elastischen Dehnungssinkrements

Dieser Spannungszustand wird in allen Fließbedingungen überprüft. Sind alle $F < 0$, war der Schritt elastisch. Ist mindestens ein $F \geq 0$, sind alle Konsistenzbedingungen zu überprüfen (Gl. 2.46) und der gesuchte Spannungszustand σ_{i+1}^* befindet sich auf der Fließfläche. In der Folge werden im plastischen Korrektorschritt plastische Dehnungssinkremente bestimmt und die Annahme des elastischen Dehnungssinkrements korrigiert.

$$\sigma_{i+1}^* = \sigma_i^* + D \left(d\varepsilon_{i+1}^{\text{tot}} - d\varepsilon_{i+1}^{\text{pl}} \right) \quad (3.2)$$

In expliziten Berechnungsstrategien führen die plastischen Dehnungsraten zu Ungleichgewichtskräften des nächsten globalen Berechnungszeitschrittes. In impliziten Berechnungsstrategien führen die plastischen Dehnungsraten zu Rückstellkräften der globalen Newton-Raphson-Iteration.

3.2 Pseudo-viskoplastischer Algorithmus in impliziten Berechnungsstrategien

In der Felsmechanik werden multilaminare Materialmodelle hauptsächlich mit **pseudo-viskoplastischen** Algorithmen in impliziten FEM-Programmen umgesetzt [79,81]. Unter Annahme viskosen Materialverhaltens werden Spannungszustände außerhalb der Fließfläche zugelassen. In quasi-statischen Berechnungen wird eine fiktive Zeitgeschichteberechnung in der Gleichgewichtsiteration simuliert. Die unbekannte Viskosität und der fiktive Zeitschritt werden zu einem frei wählbaren pseudo-viskoplastischen Multiplikator zusammengefaßt. Die Einhaltung der Konsistenzbedingungen (Gl. 2.46) wird dann nur am Ende des globalen Newton-Raphson-Iterationsprozesses gefordert. Es sei darauf hingewiesen, daß die Einführung des

pseudo-viskoplastischen Multiplikators rein numerisch motiviert ist. Der pseudo-viskoplastische Berechnungsalgorithmus verarbeitet elastoplastisches Materialverhalten und berücksichtigt keinerlei viskoses Materialverhalten des geklüfteten Gebirges.

Im Diskretisierungspunkt werden alle Fließbedingungen überprüft und bei Überschreiten des Versuchsspannungszustandes die pseudo-viskoplastischen Dehnungsraten aller verletzten Fließbedingungen **unabhängig**, das heißt ohne gegenseitige Beeinflussung gleichzeitig aktiver Fließkriterien, bestimmt:

$$d\varepsilon_j^{\text{pvp}} = \frac{\Delta t}{\eta_j} F_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right) \quad (3.3)$$

- mit: η_j Viskosität der entsprechenden Trennfläche oder des intakten Fels

Δt fiktiver Zeitschritt

F_j und Q_j Fließfunktion und plastisches Potential der Fließbedingung

und addiert.

$$d\varepsilon^{\text{pl}} = \sum_{j=1, n}^{\text{Set verletzter F}} d\varepsilon_j^{\text{pvp}} \quad (3.4)$$

Wenn nur der statische Gleichgewichtszustand gefragt ist, wird die unbekannte Viskosität mit dem fiktiven Zeitschritt zu einem pseudo-viskoplastischen Multiplikator

$$\zeta_j^{\text{pvp}} = \frac{\Delta t}{\eta_j} \quad \text{zusammengefaßt.} \quad (3.5)$$

Der plastische Multiplikator der Elastoplastizität wird durch das Produkt aus Trennflächenüberschreitung und dem pseudo-viskoplastischen Multiplikator ersetzt. Im Idealfall kann der pseudo-viskoplastische Multiplikator so gewählt werden, daß der Versuchsspannungszustand auf die Fließfläche zurückgeführt wird. Der Multiplikator ist dabei von den Einheiten der Belastungen, dem globalen Konvergenzkriterium, der Anzahl aktiver Fließbedingungen sowie der Lastinkrementierung abhängig und für jede Fließbedingung verschieden. In der Regel wird ein über den Iterationsverlauf konstanter Multiplikator nach Erfahrungswerten gewählt. Wenn der gewählte Multiplikator, das gewählte globale Konvergenzkriterium und die gewählte Inkrementierung klein genug sind, nähert sich der Versuchsspannungszustand im globalen Iterationsprozeß der Fließfigur an. Bei zu großen Multiplikatoren versagt die Berechnung. Der Algorithmus reagiert ausgeprägt numerisch pfadabhängig auf die frei zu wählenden pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren, die globale Lastinkrementierung und das globale Konvergenzkriterium der Newton-Raphson-Iteration. Eine Sensibilität gegenüber Lasteinleitung, den pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren und dem globalen Konvergenzkriterium ist in jedem Fall zu prüfen.

Numerische Umsetzung

Praktisch läßt sich dieser Algorithmus sehr einfach implementieren. Da keine Konsistenzbedingungen eingehalten werden müssen, wird kein lokaler Iterationsprozeß zur Rückführung der Versuchsspannungszustände notwendig. Nachteilig ist, daß eine konsistente Rückführung der Spannungszustände nicht überprüft wird und keine gesicherten Aussagen zur Aktivität von Fließbedingungen im Lastinkrement getroffen werden können. Bei Einführung von Restfestigkeiten kann es bei großen Lastinkrementen deshalb zu falschen Annahmen der Aktivität von Fließbedingungen kommen. Restfestigkeiten werden im umgesetzten Algorithmus nur in Gleichgewichtslösungen der Newton-Raphson-Iteration für alle im Iterationsverlauf behandelten Fließbedingungen eingeführt. Weil keine konsistenten Dehnungsraten ermittelt werden, kann auch keine konsistente elastoplastische Tangente bestimmt werden und für die Newton-Raphson-Iteration wird grundsätzlich die Anfangssteifigkeitsmatrix verwendet. Die numerische Robustheit verleitet, die Lasten in nur wenigen Inkrementen aufzubringen. Grundsätzlich ist für die Güte der Ergebnisse aber mindestens die gleiche Inkrementierung wie bei Elastoplastizität [56] notwendig.

Einführen von Restfestigkeiten aller aktivierten Fließbedingungen der letzten Gleichgewichtslösung									
Start:	$d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{tot}$ (i \Rightarrow Newton-Raphson-Iteration)								
1 Prädiktorschritt	$\sigma_{i+1}^{trial} = \sigma_i^{trial} + D d\varepsilon_{i+1}^{el}$								
	<table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 30%;">prüfe: wenn alle</td> <td style="width: 20%;">F \leq 0.0</td> <td style="width: 30%;">elastischer Schritt</td> <td style="width: 20%;">ENDE</td> </tr> <tr> <td> wenn mind. ein</td> <td>F > 0.0</td> <td>plastischer Schritt</td> <td>gehe zu 2</td> </tr> </table>	prüfe: wenn alle	F \leq 0.0	elastischer Schritt	ENDE	wenn mind. ein	F > 0.0	plastischer Schritt	gehe zu 2
prüfe: wenn alle	F \leq 0.0	elastischer Schritt	ENDE						
wenn mind. ein	F > 0.0	plastischer Schritt	gehe zu 2						
pseudo-viskoplastische Spannungsrückführung unabhängige plastische Multiplikatoren									
2	für alle $F_j > 0.0$ $d\varepsilon_j^{pvp} = \frac{\Delta t}{\eta_j} F_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right)$								
3 Korrektorschritt	$d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{el} - \sum_{j=1, n}^{\text{Set verletzter F}} d\varepsilon_j^{pvp}$ $\sigma_{i+1}^{trial} = \sigma_i^{trial} + D d\varepsilon_{i+1}^{el}$								
ENDE	wenn Ungleichgewichtskräfte größer als Konvergenzkriterium nächste globale Iteration								

Tafel 3.2 pseudo-viskoplastischer Algorithmus in ANSYS

3.3 Return Mapping Verfahren zur lokalen Spannungsrelaxation

Zur **konsistenten** Berechnung der plastischen Dehnungsraten im Diskretisierungspunkt wird in **elastoplastischen** Berechnungsalgorithmen das **Return Mapping Verfahren** verwendet [68,69]. Dieser Integrationsalgorithmus für finite Deformationen elastoplastischer Materialgesetze ist eine Generalisierung des Radial Return Verfahrens [34], dessen einzige Einschränkung die Konvexität der Fließfläche ist.

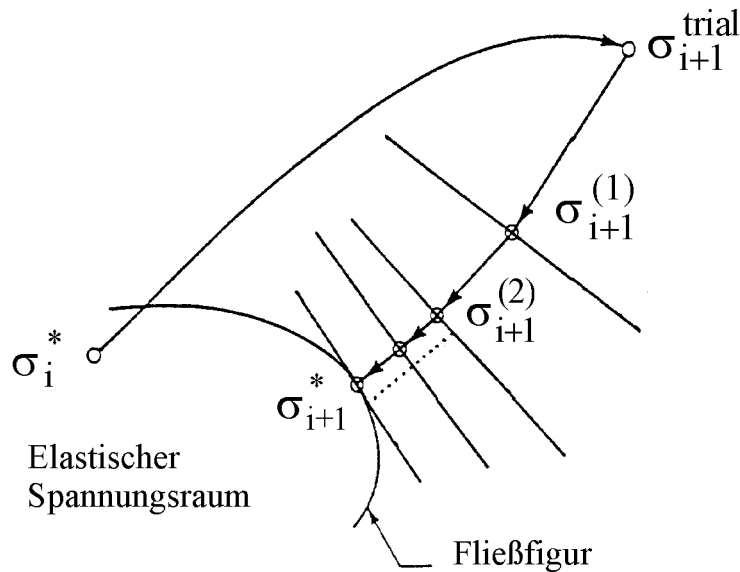


Bild 3.1 Relaxation der elastischen Prädiktorspannung auf die Fließfläche mit dem Return Mapping Verfahren

Bei der Herleitung der plastischen Multiplikatoren (Gl. 2.47) wird in den Konsistenzbedingungen von Spannungszuständen $(\sigma_i^*, \sigma_{i+1}^*)$ auf der Fließfläche ausgegangen.

$$\text{Dann gilt: } F(\sigma_{i+1}^{trial}) = \frac{\partial F}{\partial \sigma} D d\varepsilon \quad (3.6)$$

War der letzte zulässige Spannungszustand im elastischen Spannungsbereich, muß nur ein Teil des Spannungsinkrementes umgelagert werden. (Bild 3.2)

$$F(\sigma_{i+1}^{trial}) \neq \frac{\partial F}{\partial \sigma} D d\varepsilon \quad (3.7)$$

Die Fließflächenüberschreitung $F(\sigma_{i+1}^{trial})$ gibt dabei den Abstand zwischen Durchstoßpunkt und Versuchsspannungszustand an.

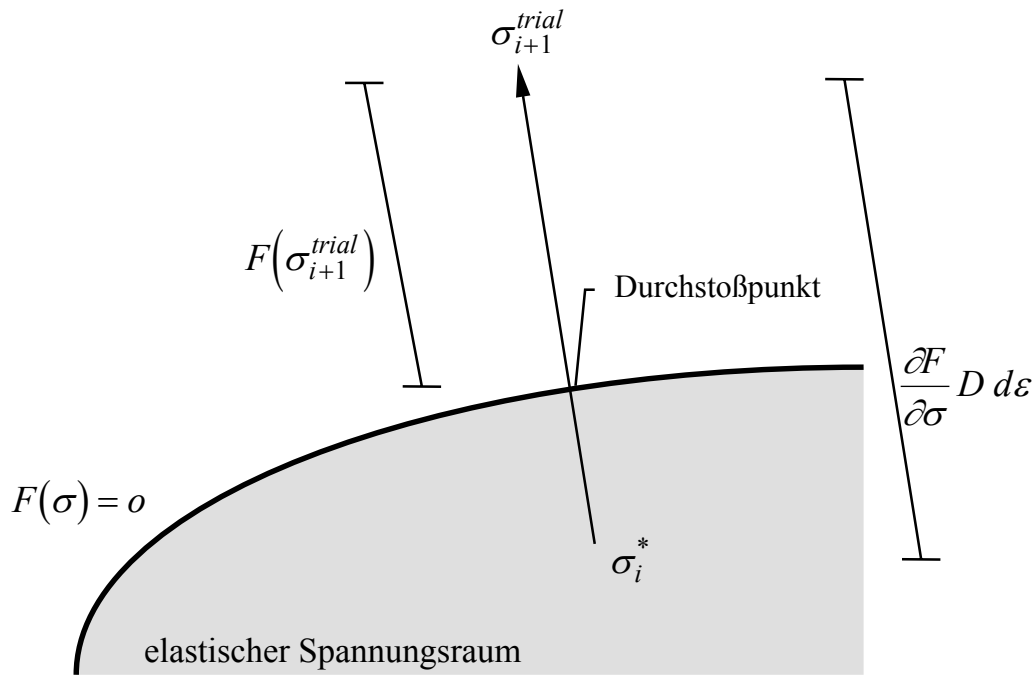


Bild 3.2 Fließflächenüberschreitung mit Durchstoßpunkt

In den Bestimmungsgleichungen der plastischen Multiplikatoren (Gl. 2.49/Gl. 2.53) werden deshalb in der Folge die Fließflächenüberschreitungen verwendet:

$$d\lambda = \frac{F(\sigma_{n+1}^{trial})}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)} \quad (3.8)$$

$$F_n = \sum_{j=1}^{\text{Set aktiver } F} \left(\frac{\partial F_n}{\partial \sigma}\right)^T D d\lambda_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma}\right) \quad (3.9)$$

Bleiben dabei die Gradienten der Fließfunktion bei der Rückführung konstant, können die konsistenten plastischen Multiplikatoren explizit ermittelt werden. Alle im multilaminaren Materialmodell verwendeten Fließbedingungen entsprechen Ebenen oder setzen sich aus Ebenen im Spannungsraum zusammen. Aber schon bei der Bearbeitung einzelner Fließbedingungen kommt es beim Wechsel der Hauptspannungsrichtungen des isotropen Mohr-Coulombschen Schubbruchkriteriums oder bei einem Vorzeichenwechsel der resultierenden Schubspannung des anisotropen Schubbruchkriterium in den Trennflächen zu Änderungen der Gradienten. Sind mehrere Fließflächen aktiv, ändern sich zudem bei gleichzeitigem Bearbeiten isotroper und anisotroper Fließbedingungen die Hauptspannungsrichtungen und damit die Gradienten der isotropen Fließbedingungen. Aus diesen Gründen ist für das gewählte Materialmodell das Return Mapping Verfahren ein iterativer Vorgang. Das führt zu einer **lokalen Iteration** im Diskretisierungspunkt für das Auffinden des konsistenten Spannungszustandes.

3.4 Numerische Probleme des gewählten Materialmodells

Die mehrflächige Fließfigur weist in den Kreuzungsbereichen der einzelnen Fließbedingungen Singularitäten auf. Damit läßt sich das Materialmodell über ein beliebig großes Dehnungsinkrement nicht mehr konsistent formulieren.

Bei der Verarbeitung des multilaminaren Materialmodells treten folgende Probleme auf:

- nichtassoziierte Fließregeln führen zu unsymmetrischen elastoplastischen Tangentenmatrizen
- quadratische Konvergenz der Newton-Raphson-Iteration ist auch mit Bestimmung der elastoplastischen Tangente nicht mehr gegeben
- der Pfad des Spannungszustandes auf der mehrflächigen Fließfigur und damit die richtige Reihenfolge der Aktivierung und Deaktivierung der Fließkriterien muß abgesprochen werden
- werden Schädigungsphänome, wie Trennflächenversagen, irreversibel mit plötzlichen Festigkeitsabfällen behandelt, können diese nur in Gleichgewichtszuständen eingeführt werden
- die globale Lastinkrementierung muß klein genug sein, um diese Ereignisse in der richtigen Reihenfolge einzuführen

Diese Probleme führen zur numerischen Pfadabhängigkeit der Lösung und zur Notwendigkeit einer sehr kleinen Inkrementierung der Lasteinleitung. Der ursprüngliche Vorteil impliziter Berechnungsstrategien gegenüber expliziten Berechnungsstrategien, mit sehr großen Inkrementen gute Näherungslösungen zu erzielen, wird mit zunehmenden Unverträglichkeiten der Materialmodelle aufgebraucht. Um eine Lösung für den nächsten Gleichgewichtspunkt zu erlangen, werden in elastoplastischen Algorithmen impliziter Programme aufwendige lokale und globale Iterationsalgorithmen notwendig. Dabei müssen numerische Instabilitäten vermieden und numerische Pfadabhängigkeiten minimiert werden.

In expliziten Berechnungsstrategien führen die Singularitäten der Fließfigur prinzipiell zu den gleichen Problemen bei der Bestimmung elastoplastischer Dehnungsinkremente. Der Hauptnachteil expliziter Programme, der sehr kleine Berechnungszeitschritt, führt allerdings auch zu sehr kleinen Dehnungs- und Spannungsinkrementen und erweist sich bei Verarbeitung des Materialmodells als vorteilhaft. Es kann davon ausgegangen werden, daß Versuchsspannungszustände plastizierender Materialbereiche sich immer in der Nähe der Fließfläche befinden und das Dehnungsinkrement klein genug ist, die Aktivitäten in der richtigen Reihenfolge einzuführen. In expliziten Programmen ist deshalb das Hauptaugenmerk auf die Verhinderung des Entfernens des Spannungspunktes von der Fließfläche, und damit auf eine **exakte** Rückführung des Versuchsspannungszustandes auf die Fließfläche zu legen. Deshalb wird im gewählten Materialmodell auch in expliziten Programmen ein lokaler Iterationsprozeß zur Spannungsrelaxation notwendig.

3.5 Elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in impliziten Berechnungsstrategien

Für eine elastoplastische Bearbeitung in impliziten Berechnungsstrategien mit möglichst großen Dehnungsinkrementen müssen im gewählten Materialmodell folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Konsistenzbedingungen aller aktiven Fließbedingungen sind erfüllt
- abhängige Ermittlung der plastischen Multiplikatoren
- Prüfen der Eindeutigkeit der Aktivitäten bei der Spannungsrückführung

In der Literatur konnten nur wenige mathematische Umsetzungen mit abhängigen plastischen Multiplikatoren gefunden werden. Simo [67] schlägt für den lokalen Iterationsprozeß einen Return Mapping Algorithmus und für die globale Iteration eine Newton-Raphson-Iteration mit konsistenter elastoplastischer Tangente vor. Alle in der ersten globalen Iteration vom Versuchsspannungszustand überschrittenen Fließbedingungen werden zu einem Set aktiver Fließbedingungen gezählt. Die abhängigen plastischen Multiplikatorinkremente werden in einem Gleichungssystem bestimmt. Im Verlauf des lokalen Iterationsprozeß wird die Annahme der Aktivität von Fließbedingungen ständig überprüft. Wird ein plastischer Multiplikator im Lastinkrement negativ, war die Annahme falsch. Dann wird entweder mit korrigiertem Set aktiver Trennflächen weitergerechnet oder die Iteration abgebrochen und mit korrigiertem Set im letzten Gleichgewichtszustand neu gestartet. Eine weitere Anwendung der abhängigen Bestimmung der plastischen Multiplikatoren von bis zu sechs Fließbedingungen beschreibt Dawson [22] bei der Bearbeitung von Trennflächen in einer 2D-Cosserat-Kontinuum-Formulierung. Auf Probleme bei der Ermittlung der abhängigen plastischen Multiplikatoren wird nicht eingegangen. Cramer [12] stellt eine numerische Umsetzung mehrflächiger Plastizität mit Elimination negativer plastischer Multiplikatoren vor. Das Gleichungssystem wird iterativ gelöst, auf eine lokale Iteration bei der Gradientenänderung von Fließbedingungen aber verzichtet. Treten singuläre Gleichungssysteme auf, wird die Bestimmung der plastischen Dehnungsraten abgebrochen. Auch Kombinationen von unabhängiger und abhängiger Bearbeitung werden vorgeschlagen. So bearbeitet Seim [63] zwei Fließbedingungen nacheinander und bestimmt bei Oszillationen der Fließflächenüberschreitungen die Multiplikatoren in einem Gleichungssystem. In allen Veröffentlichungen werden Fließbedingungen mit negativen λ_j -Werten aus dem Gleichungssystem eliminiert und die λ_j -Werte iterativ ermittelt.

Auf Probleme der Lösbarkeit des Gleichungssystems, der Interpretation mehrerer negativer Multiplikatoren oder der Eindeutigkeit der ermittelten Aktivitäten wird in den Veröffentlichungen nicht eingegangen. Bei der Umsetzung der von Simo [67] vorgeschlagenen Verarbeitung mehrflächiger Plastizität im multilaminaren Materialmodell mit bis zu vier Trennflächenscharen traten bei der abhängigen Bestimmung der Multiplikatoren folgende Probleme auf:

- 1) Das Gleichungssystem (Gl. 3.9) hat keine Lösung, wenn keine Schnittmenge der untersuchten Fließbedingungen vorhanden war (Bild 3.3). Die eindeutige Bestimmung der Aktivität durch Eliminierung von Fließkriterien war nicht möglich.
- 2) Im Laufe des lokalen Iterationsprozesses eines Lastinkrements können Fließbedingungen aktiviert oder deaktiviert werden. Die Annahme der Aktivität über das gesamte Inkrement ist nicht gesichert.

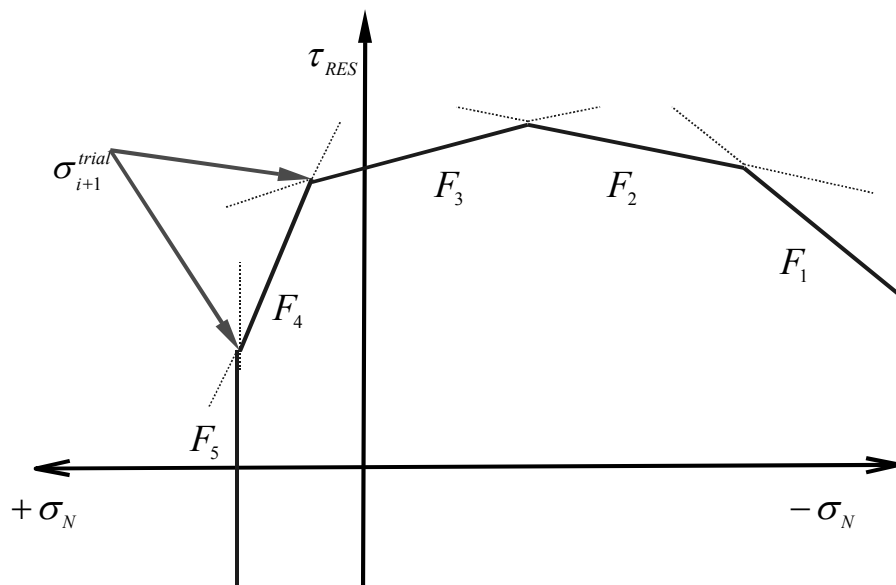


Bild 3.3 Das Gleichungssystem hat keine Lösung \Rightarrow es gibt mindestens zwei Möglichkeiten der Rückführung des Spannungszustandes, die Aktivitäten sind nicht eindeutig.

Insgesamt mußte festgestellt werden: Wurde das Dehnungsinkrement zu groß, konnte die Aktivität der Fließbedingungen nicht mehr eindeutig bestimmt werden. Ein Kriterium zur Zulässigkeit des Dehnungsinkrements bei der Bestimmung der Aktivitäten wurde notwendig.

Dabei wurden folgende Annahmen zugrunde gelegt:

- die konvexe Fließfigur wird von n-konvexen Fließflächen begrenzt
- der Spannungszustand kann Schnittmengen von Fließflächen durchlaufen, dort verharren oder in Schnittmengen entlanglaufen
- in allen Fällen der Aktivität mehrerer Fließbedingungen werden die plastischen Multiplikatoren abhängig im Gleichungssystem bestimmt
- sind die Multiplikatoren dabei positiv, war die Annahme der Aktivität richtig
- die Aktivität mehrerer Fließbedingungen über die gesamte lokale Iteration kann nicht gewährleistet werden

Das Inkrement ist zulässig, wenn verglichen mit dem letzten Gleichgewichtszustand:

- die Aktivitäten der Fließbedingungen sich nicht ändern
- wenn **eine** weitere Fließbedingung aktiv wird

Das Inkrement ist nicht zulässig, wenn:

- mehr als eine Aktivierung auftritt
- für das Gleichungssystem keine Lösung gefunden wird, daß heißt für die angenommenen Aktivitäten keine gemeinsame Schnittmenge existiert.

Das Inkrementkriterium sichert die eindeutige Bestimmung der Aktivitäten und das richtige Abschreiten des Spannungspfades auf der mehrflächigen Fließfigur. Restfestigkeiten werden im Gegensatz zum pseudo-viskoplastischen Algorithmus dann nur mit gesicherten Aktivitätsannahmen in Gleichgewichtspunkten der Newton-Raphson-Iteration eingeführt. Ist das Dehnungsinkrement zur sicheren Bestimmung der Aktivitäten zu groß, muß entweder das Lastinkrement der Newton-Raphson-Iteration verkleinert (**globale** Inkrementierung) oder das Dehnungsinkrement im betreffenden Diskretisierungspunkt unterteilt werden (**lokale** Inkrementierung). Theoretisch kann in Bereichen von Singularitäten der Fließfläche eine unendlich kleine Inkrementierung zur Erfüllung des Kriteriums notwendig sein. Ein Abbruchkriterium für eine sinnvolle Gesamtinkrementierungstiefe muß festgelegt werden. Durch das Materialmodell mit mehrflächiger Plastizität und dem Einführen der Restfestigkeiten wird ein nichtkonservatives System formuliert und eine globale Lastinkrementierung ohnehin notwendig (Kap. 2.1.2). Die plastischen Bereiche in der Gesamtstruktur sind aber oft sehr klein, so daß eine ausschließlich globale Lastinkrementierung unwirtschaftlich ist. Es sollte eine möglichst gute Kombination von globaler und lokaler Inkrementierung angestrebt werden. Deshalb wurde ein Berechnungsalgorithmus implementiert, bei dem die globale und lokale Inkrementierungstiefe sowie ein lokales Genauigkeitskriterium zur Spannungsrelaxation vom Nutzer gesteuert werden kann.

Für die Konvergenz der Newton-Raphson-Iteration ist die Bestimmung der **konsistenten elastoplastischen Tangente** (Gl. 2.50) wichtig. Die Tangentenänderung bei der Plastizierung kann auch wie folgt beschrieben werden:

$$D_{EP} = D - D_{PL} \quad (3.10)$$

mit D_{PL} Änderung der elastischen Deformationsmatrix

Ist nur ein Fließkriterium aktiv, entspricht diese Änderung:

$$D_{PL} = \frac{D \begin{pmatrix} \partial Q \\ \partial \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial F \\ \partial \sigma \end{pmatrix}^T D^T}{\begin{pmatrix} \partial F \\ \partial \sigma \end{pmatrix}^T D \begin{pmatrix} \partial Q \\ \partial \sigma \end{pmatrix}} \quad (3.11)$$

In Kreuzungsbereichen setzt sich die Änderung aus Anteilen aller aktiven Fließkriterien zusammen. Wenn sich die plastische Gesamtdehnung vektoriell (Bild 2.4) aus Dehnungsanteilen der aktiven Fließkriterien zusammensetzt, muß auch die Änderung der Tangentenneigung sich vektoriell zusammensetzen. In Gleichung 3.11 hängt die Tangentenänderung nur von den Richtungen der plastischen Dehnungssinkremente ab. Die elastoplastische Tangentenneigung ist aber auch vom Betrag der plastischen Dehnungen und damit von den plastischen Multiplikatoren aller aktiven Fließkriterien abhängig. Deshalb wird eine Wichtung aller Tangentenänderungen jeder aktiven Fließbedingung notwendig.

$$D_{PL} = \sum_{j=1,n} D_{PLj} \xi_j \quad (3.12)$$

- mit: $\xi_j = \frac{\lambda_{j\text{-abhängig}} \text{ bestimmt aus Gl. 3.9}}{\lambda_{j\text{-unabhängig}} \text{ bestimmt aus Gl. 3.8}}$ (3.13)

Eingesetzt ergibt sich

$$D_{PL} = \sum_{j=1,n} \frac{D \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}^T D^T}{\begin{pmatrix} \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}^T D \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}} \lambda_{j\text{-abh.}} \left(\frac{F_j}{\begin{pmatrix} \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}^T D \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}} \right)^{-1} \quad (3.14)$$

- mit: $\lambda_{j\text{-abh.}}$ abhängig bestimmter plastischer Multiplikator aus Gl. 3.8

Gleichung 3.14 läßt sich vereinfachen zu :

$$D_{PL} = \sum_{j=1,n} D \begin{pmatrix} \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \end{pmatrix}^T D^T \frac{\lambda_{j\text{-abh.}}}{F_j} \quad (3.15)$$

Wenn innerhalb eines Dehnungssinkrements ein Aktivieren oder Deaktivieren eines Fließkriteriums möglich ist und damit die Aktivitäten nicht über die gesamte Spannungsrückführung konstant sind, läßt sich die elastoplastische Tangente nur näherungsweise bestimmen. Auch ist die gefundene elastoplastische Tangente für die Konvergenz der globalen Newton-Raphson-Iteration nur hilfreich, wenn der Spannungszustand in der Schnittmenge der Fließbedingungen verbleibt. In den Anwendungsbeispielen führte die Verwendung der elastoplastischen Tangente bei mehrflächiger Plastizität oft zur Divergenz der Newton-Raphson-Iteration (Kap. 4.3). Deshalb wird in der elastoplastischen Umsetzung in ANSYS dem Nutzer wahlweise die Anfangssteifigkeitsmatrix oder die elastoplastische Tangente für den globalen Iterationsprozeß zur Verfügung gestellt.

Bei der Verwendung nichtassoziierter Plastizität werden die elastoplastischen Deformationsmatrizen zudem unsymmetrisch und müssen für die Weiterverarbeitung in ANSYS symmetrisiert werden. In ANSYS wurde deshalb eine Symmetrisierung an der Hauptdiagonalen implementiert. Auf die Untersuchung besserer Strategien zur Verarbeitung unsymmetrischer Matrizen [36] wurde verzichtet. Hierin liegt ein lohnendes Feld zur Steigerung der Effizienz der numerischen Verarbeitung.

Es sei darauf hingewiesen, daß die Verwendung der elastoplastischen Tangente keinen Einfluß auf das Ergebnis der Gleichgewichtsiteration haben sollte, sondern nur für die Konvergenzgeschwindigkeit der Newton-Raphson-Iteration von Bedeutung ist. Deshalb können in den folgenden Beispielen Berechnungen mit Anfangssteifigkeit und elastoplastischer Tangente zu Aussagen zur Minimierung der numerischen Pfadabhängigkeiten herangezogen werden (Kap.4.5).

Die Richtigkeit der gefundenen Formulierung der elastoplastischen Tangente bei mehrflächiger Plastizität läßt sich an einem Prinzipbeispiel zeigen. Der Ausgangsspannungszustand (σ_i^*) soll im Kreuzungsbereich des Schub- und Zugbruchkriteriums einer Trennfläche liegen. Der gesuchte konsistente Spannungszustand (σ_{i+1}^*) liegt ebenfalls in der Schnittgeraden beider Fließkriterien.

$$\text{Dann gilt: } \sigma_{i+1}^* = D \left(d\varepsilon^{\text{trial}} - d\varepsilon^{\text{pl}} \right) = D_{\text{EP}} d\varepsilon^{\text{trial}} \quad (3.16)$$

Rechenbeispiel zur elastoplastischen Tangente mit zwei aktiven Fließkriterien

Gegeben:

Die aktiven Fließkriterien sind ein Zugbruchkriterium und ein Schubbruchkriterium einer Trennfläche im Raum.

Geomechanische Winkel: $\alpha_{\text{TF}} = -5^\circ$ und $\beta_{\text{TF}} = -90^\circ$

Deformationskennwerte: Elastizitätsmodul $E = 6\,000\,000 \text{ KN/m}^2$

Querdehnzahl $\nu = 0.15$

Festigkeitskennwerte: Reibungswinkel $\varphi = 45^\circ$

Dilatanzwinkel $\psi = 30^\circ$

Kohäsion und Zugfestigkeit Null

$$\sigma_i^* = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$d\varepsilon^{\text{trial}} = [-7.7626729\text{e-}5 \ 9.0547651\text{e-}4 \ 0.0 \ 1.0915798\text{e-}3 \ 0.0 \ 0.0]$$

$$D = \begin{bmatrix} 6335403.7 & 1118012.4 & 1118012.4 & 0 & 0 & 0 \\ 1118012.4 & 6335403.7 & 1118012.4 & 0 & 0 & 0 \\ 1118012.4 & 1118012.4 & 6335403.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2608695.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2608695.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2608695.6 \end{bmatrix}$$

Numerische Umsetzung

Lösung:

elastische Prädiktorspannung (Gl. 3.1) $\sigma_{i+1} = 1.0e+003 * \{$

0.5205
5.6498
0.9255
2.8476
0
0 }

Spannungszustand in der Trennfläche (Gl. 2.62) $\sigma_{i+1}^{TF} = 1.0e+003 * \{$

1.0540
0.9255
5.1163
0.0000
0.0000
-3.2497 }

Überschreitung Schubbruchkriterium (Gl. 2.56)	$F_{i-SCHUB} = 8.3660e+003$
Überschreitung Zugbruchkriterium (Gl. 2.58)	$F_{i-ZUG} = 5.1163e+003$
abhängige plastische Multiplikatoren (Gl. 3.9)	$\lambda_{i-SCHUB} = 0.00124571033589$
	$\lambda_{i-ZUG} = 0.00008836619931$

konsistente elastoplastische Tangente (Gl. 3.15)

$D_{EP} = 1.0e+006 * [$

6.2897	0.7757	1.0598	-0.0588	0.0000	0.0000
0.5632	1.5429	0.3159	-1.2388	0.0000	0.0000
1.0279	0.3478	6.2064	-0.1946	0.0000	0.0000
-0.2331	-2.2696	-0.3754	1.8781	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.6087	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	2.6087]

Der elastische Anteil des Dehnungsinkrementes im globalen Koordinatensystem

$(d\varepsilon^{trial} - d\varepsilon^{pl}) = 1.0e-004 * \{$

0.24396478224886
-0.04124094287567
0.0000000000000000
0.05028946535586
0.0000000000000000
0.0000000000000000 }

und der gesuchte Spannungszustand im globalen Koordinatensystem ergibt sich zu:

$\sigma_{i+1}^* = D (d\varepsilon^{trial} - d\varepsilon^{pl}) = D_{EP} d\varepsilon^{trial} = 1.0e+002 * \{$

1.49950749860643
0.01147762963153
0.22664776619484
0.13118990700018
0.0000000000000000
0.0000000000000000 }

Numerische Umsetzung

START: Einführen von Restfestigkeiten der aktivierten Fließbedingungen des letzten Gleichgewichtszustandes

1 Prädiktorschritt: $d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{tot}$ (Dehnungsinkrement aus Newton-Raphson-Iteration)
bei **globaler** oder **lokale** Dehnungsinkrementierung \Rightarrow neues $d\varepsilon_{i+1}^{el}$

$$\sigma_{i+1}^{trial} = \sigma_i^* + D d\varepsilon_{i+1}^{el}$$

prüfe: wenn alle $F_j \leq 0.0$ elastischer Schritt ENDE
wenn mind. ein $F_j > 0.0$ plastischer Schritt gehe zu 2

Beginn **lokale** Iteration mit Return Mapping Verfahren
- abhängige elastoplastische Multiplikatoren mit Überprüfung der Aktivitäten

2 für alle verletzten (n) Fließbedingungen $F_j > 0.0$

$$F_n = \sum_{j=1}^{\text{Set aktiver } F} \left(\frac{\partial F_n}{\partial \sigma} \right)^T D d\lambda_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right)$$

wenn Gleichungssystem singular, teile das Dehnungsinkrement gehe zu 1

prüfe : alle $\lambda_j > 0.0$ alle Fließbedingungen aktiv gehe zu 3
wenn $\lambda_j < 0.0$ korrigiere die Annahme der aktiven Fließbedingungen gehe zu 2

3 prüfe Inkrementkriterium

wenn mehr als ein Fließkriterium aktiviert, teile das Dehnungsinkrement gehe zu 1

4 Korrektorschritt: $d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{el} - \sum_{j=1}^{\text{Set aktiver } F} d\lambda_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right)$

$$\sigma_{i+1}^k = \sigma_i^* + D d\varepsilon_{i+1}^{el} \quad (\text{k-lokale Return Mapping Iteration})$$

prüfe: wenn alle $F_j \leq 0.0$ ENDE lokale Iteration
wenn mind. ein $F_j > 0.0$ gehe zu 2

5 gehe zum nächsten lokalen Dehnungsinkrement
oder ENDE lokale Dehnungsinkrementierung
für vollständige Newton-Raphson-Iteration berechne elastoplastische Tangente

$$D_{EP} = D - \sum_{j=1, n} D \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial F_j}{\partial \sigma} \right)^T D^T \frac{\lambda_j}{F_j}$$

ENDE Bearbeitung Gaußpunkt

Tafel 3.3 Elastoplastischer Algorithmus in ANSYS

3.6 Elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in expliziten Berechnungsstrategien

Wie gezeigt, ist der Aufwand zur Bestimmung abhängiger Multiplikatoren und vor allem zur Überprüfung der Aktivitäten sehr hoch. In expliziten Programmen sind die Spannungs- und Dehnungsinkremente infolge des Stabilitätskriteriums sehr klein. Eine weitere Inkrementierung erscheint nicht notwendig. Es kann davon ausgegangen werden, daß der Versuchsspannungszustand bei der Plastizierung sich immer im Schatten der Fließfläche befindet und die Reihenfolge der Aktivierungen und Deaktivierungen richtig abgeschritten werden kann. Eine Ermittlung abhängiger plastischer Multiplikatoren ist dann nur im Sonderfall des Verharrens des Spannungszustandes in Schnittmengen von Fließbedingungen notwendig. Auch weil ein abhängiges Bestimmen der plastischen Multiplikatoren ohne weitere Inkrementierung zu numerischen Instabilitäten führen kann, wurde in expliziten Algorithmen im Fall des Überschreitens mehrerer Fließbedingungen auf die abhängige Bestimmung der plastischen Multiplikatoren und ein Überprüfen der Aktivitäten verzichtet.

Verletzt der Versuchsspannungszustand mehrere Fließbedingungen, werden i.d.R. in expliziten Programmen Aktivitäten von Fließbedingungen festgelegt [82]. Die Bestimmung der aktiven Fließbedingung kann z.B. durch geometrische Betrachtungen erfolgen. Die in der Literatur beschriebenen Kriterien [66,82] sind Auswertungen spezieller Kreuzungsbereiche. Sie sind in der Regel an bestimmte Fließkriterien und Fließregeln, die in 2- oder 3-dimensionalen Spannungsräumen abbildbar sind, gebunden und die notwendigen Betrachtungen sind auf beliebig mehrflächige Plastizität schwer erweiterbar. Nachrechnungen ergaben, daß die Kriterien exakt oder in guter Näherung die betragsmäßig größere Fließflächenüberschreitung als aktiv definierten. Deshalb wurde in den Implementationen die betragsmäßig größte Fließflächenüberschreitung als aktiv definiert und der zugehörige plastische Multiplikator unabhängig ermittelt.

$$d\lambda_j = \frac{F_j}{\left(\frac{\partial F_j}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma}\right)} \quad (3.17)$$

Für den Fall der Überschreitung mehrerer Fließkriterien oder der Richtungsänderung der Gradienten zur Bestimmung der plastischen Dehnungsinkremente wird die lokale Iteration solange wiederholt, bis für alle $F_j \leq 0.0$ gilt. Damit wird zur exakten Rückführung auf die Fließfläche und zur Verhinderung des Entfernens von der Fließfläche auch in expliziten Programmen ein lokaler Iterationsprozeß notwendig. Dabei kann es bei der unabhängigen Bestimmung der plastischen Dehnungsraten zu Oszillationen bei der Spannungsrelaxation kommen. Dem Nutzer wird deshalb in den expliziten Programmen die Möglichkeit gegeben, die maximale lokale Iterationsanzahl und das lokale Genauigkeitskriterium zu steuern. Sowohl in LS-DYNA als auch in UDEC werden nicht relaxierte Abweichungen der Versuchsspannungszustände von der

Numerische Umsetzung

Fließfläche im Berechnungsverlauf dokumentiert (siehe Bild 6.13). Kommt es im Berechnungsverlauf zu nennenswerten Spannungsabweichungen, die nicht zurückgeführt werden können, sollten das Genauigkeitskriterien oder die lokale Iterationsanzahl variiert werden bzw. die Fließbedingungen überprüft werden.

Einführen von Restfestigkeiten der aktivierten Fließbedingungen des letzten Zeitschrittes

START:

Prädiktorschritt: $d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{tot}$ (Dehnungsinkrement aus Zeitschrittintegration)

1

$$\sigma_{i+1}^{trial} = \sigma_i^* + D d\varepsilon_{i+1}^{el}$$

prüfe: wenn alle $F_j \leq 0.0$ elastischer Schritt ENDE
wenn mind. ein $F_j > 0.0$ plastischer Schritt gehe zu 2

lokale Iteration mit Bearbeitungsreihenfolge
unabhängige plastische Multiplikatoren

2
für größte Fließflächenüberschreitung $F_j > 0.0$

$$d\lambda_j = \frac{F_j}{\left(\frac{\partial F_j}{\partial \sigma}\right)^T D \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma}\right)}$$

3 Korrektorschritt: $d\varepsilon_{i+1}^{el} = d\varepsilon_{i+1}^{el} - d\lambda_j \left(\frac{\partial Q_j}{\partial \sigma}\right)$

$$\sigma_{i+1}^k = \sigma_i^* + D d\varepsilon_{i+1}^{el} \quad (\text{k-lokale Iteration})$$

prüfe: wenn alle $F_j \leq 0.0$ ENDE lokale Iteration
wenn mind. ein $F_j > 0.0$ gehe zu 2

ENDE berechne Knotenungleichgewichtskräfte und gehe zum nächsten Zeitschritt

Tafel 3.4 elastoplastischer Berechnungsalgorithmus in LS-DYNA3D / UDEC

3.7 Bestimmung der Aktivitäten und der plastischen Dehnungsincremente der elastoplastischen Berechnungsalgorithmen für eine lokale Iteration

Um die Genauigkeit der unabhängigen und abhängigen Bestimmung der plastischen Dehnungsincremente und die sichere Identifizierung der Aktivitäten im Plastizierungsverlauf zu überprüfen, wurde ein totales Dehnungsincrement für eine Spannungsbestimmung auf Diskretisierungspunktebene vorgeben.

Es wurden elastoplastische Algorithmen mit abhängigen plastischen Multiplikatoren einschließlich der Überprüfung der Aktivitäten (Tafel 3.3) sowie mit unabhängigen plastischen Multiplikatoren mit der Festlegung einer Bearbeitungsreihenfolge (Tafel 3.4) getestet. Die lokale Spannungsrückführung erfolgt iterativ. Die Aktivität von Fließbedingungen über den gesamten lokalen Iterationsprozeß im Inkrement wird nicht gefordert.

Im multilaminaren Materialmodell wurden isotrope Festigkeiten und drei Trennflächenscharen formuliert. In Tafel 2.1 sind die isotropen Fließkriterien für den intakten Fels und die anisotropen Fließkriterien der Trennflächen vorgestellt. Restfestigkeiten werden in diesem Beispiel nicht verarbeitet. Die mehrflächige Fließfigur wird von 8 Fließflächen begrenzt.

	Kohäsion C in KN	Reibungs- winkel φ in °	Dilatanz- winkel ψ in °	Zugfestigkeit zul. σ_T in KN	Richtungswinkel alpha / beta in ° (Kap. 2.3.4.1)
intakter Fels	3500	45	10	2800	
Trennfläche 1	3000	45	10	3000	85 / -90
Trennfläche 2	1200	43	10	1286.80	5 / -90
Trennfläche 3	1000	40	10	1191.75	-5 / -90

Tabelle 3.1 verwendete Material- und Festigkeitskennwerte

Isotropes Elastizitätsverhalten:

$$E = 200\,000 \text{ KN/m}^2$$

$$\nu = 0.20$$

Dehnungsincrement und Versuchsspannungszustand:

$$d\varepsilon_{i+1}^{tot} = \begin{Bmatrix} -0.004414222 \\ 0.002978111 \\ -0.001714222 \\ 0.001714222 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{Bmatrix} \text{ mit } \sigma_i^* = \begin{Bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{Bmatrix} \text{ ergibt sich } \sigma_{i+1}^{trial} = \begin{Bmatrix} 520.5 \\ 5649.8 \\ 925.5 \\ 2847.6 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{Bmatrix}$$

Ergebnisse

Um die Aktivitäten des Spannungspfades richtig abzuschreiten, wurde bei abhängiger Bestimmung der plastischen Multiplikatoren eine Mindestinkrementierung von vier Inkrementen ermittelt. Auch bei der unabhängigen Bestimmung der plastischen Multiplikatoren konnte ab einer Inkrementierung von 4 erstmals die Reihenfolge der Aktivitäten richtig bestimmt werden. Der Spannungszustand traf, aus dem elastischen Bereich kommend, auf das Schubbruchkriterium der TF 3, durchwanderte dann glatt den Kreuzungspunkt zum Schubbruchkriterium der TF 1, wanderte auf der Fließfigur bis zur Schnittmenge von Schubbruchkriterium der TF 1 und Zugbruchkriterium des richtungslosen Korngefüges und lief in der Schnittmenge weiter, bis das gesamte Dehnungsinkrement aufgebracht worden war. Der Pfad zur Aktivierung und Deaktivierung auf der Fließfläche blieb für kleinere Inkrementierungen konstant. Der aufgefundene Spannungszustand näherte sich bei beiden Algorithmen bei sehr kleiner Inkrementierung einem Endwert (Tab. 3.2 / Bild 3.4) an.

unabhängige Multiplikatoren	n=4	n=8	n=16	n=32	n=64	n=128	n=256	n=512	n=1024
σ_X	420.6	345.00	236.84	210.77	203.40	200.15	196.66	194.97	193.20
σ_Y	2797.5	2736.7	2780.5	2796.3	2798.23	2799.99	2799.8	2799.9	2799.9
σ_Z	331.48	307.80	294.91	292.80	291.76	291.45	290.74	290.42	290.08
τ_{XY}	-76.10	-394.10	-223.48	-96.75	-67.72	-15.15	-19.69	-15.67	-11.94
$\sum(\sigma^* - \sigma^n)^2$	58.630	176.96	48.797	8226	3687	118.66	156.21	66.03	16.60
unabhängige Multiplikatoren	n=2048	n=4096	n=8192						
σ_X	192.03	191.71	191.63						
σ_Y	2799.9	2799.9	2799.9						
σ_Z	289.81	289.73	289.72						
τ_{XY}	-10,09	-8,92	-8,66						
$\sum(\sigma^* - \sigma^n)^2$	3,80	0,68	0,39						
abhängige Multiplikatoren	n=4	n=8	n=16	n=32	n=64	n=128	n=256	n=512	n=1024
σ_X	287.28	258.60	184.23	189.95	192.28	193.84	192.63	191.82	191.97
σ_Y	2791.2	2798.9	2799.8	2799.9	2799.96	2799.97	2799.9	2799.9	2799.9
σ_Z	307.15	302.95	288.25	289.29	289.89	290.20	289.96	289.79	289.83
τ_{XY}	-148.25	-50.82	-21.87	-11.99	-9.06	-8.20	-8.14	-8.17	-8.14
$\sum(\sigma^* - \sigma^n)^2$	29.090	6438,1	250,90	19,187	0,944	3,64	0,45	0,025	0,0

* alle Spannungen in KN/m²

Tabelle 3.2 Ergebnisse der inkrementellen Berechnung

Die exakte Lösung konnte mit dem abhängigen Algorithmus bei einer Inkrementierung von etwa 1000 (Tab. 3.2) aufgefunden werden. Eine sehr gute Näherungslösung konnte schon ab einer Inkrementierung von ca. 50 erzielt werden (Bild 3.5).

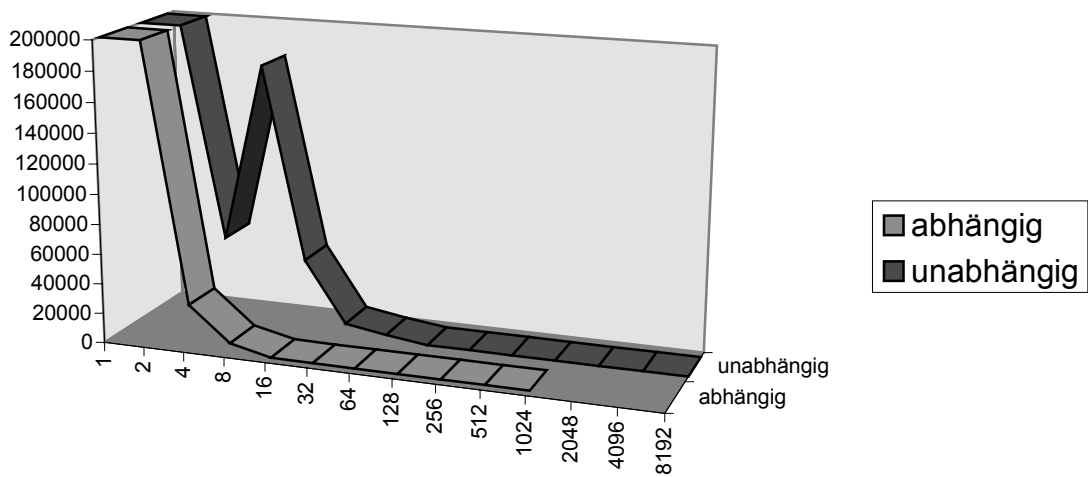


Bild 3.4 Quadratische Fehlerabweichung bei abhängiger und unabhängiger Bestimmung

abhängige Bestimmung des plastischen MULTIPLIKATOR

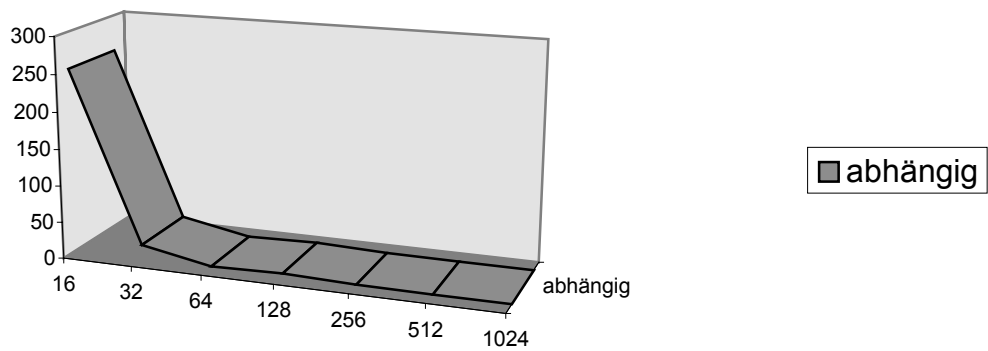


Bild 3.5 Quadratische Fehlerabweichung bei abhängigen Multiplikatoren

unabhängige Bestimmung des plastischen MULTIPLIKATOR

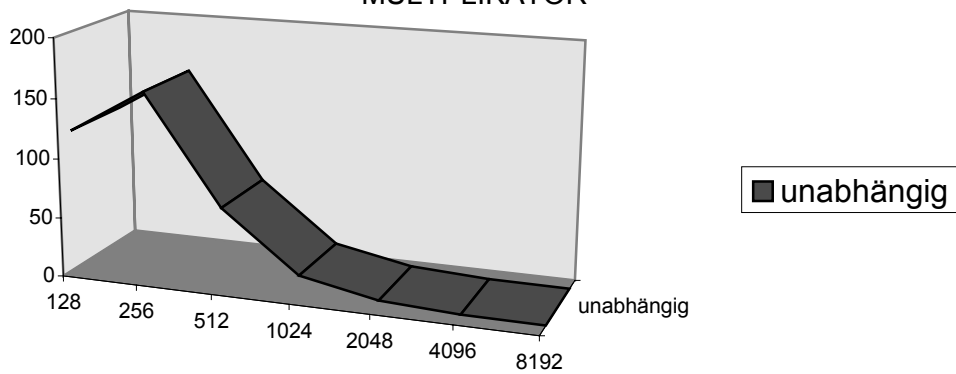


Bild 3.6 Quadratische Fehlerabweichung bei unabhängigen Multiplikatoren

Mit unabhängigen plastischen Multiplikatoren konnte erst ab einer Inkrementierung von ca. 1000 Inkrementen eine sehr gute Näherung der exakten Lösung (Bild 3.6) gefunden werden.

Beide Algorithmen zeigten beim Durchlaufen des Kreuzungspunktes Schub TF3/TF1 nahezu identisches Verhalten. Wenn der Algorithmus mit unabhängigen, plastischen Multiplikatoren nur die betragsmäßig größere Überschreitung bearbeitete, eliminierte das Gleichungssystem das betragsmäßig kleinere Fließkriterium infolge negativen plastischen Multiplikators. Bei ausreichend kleiner Inkrementierung wurden identische Ergebnisse erzielt. Beim Verharren in Kreuzungsbereichen ist der Algorithmus mit abhängiger Bestimmung der plastischen Multiplikatoren genauer. Er relaxiert die Versuchsspannungszustände exakt in die Kreuzungspunkte. Der Algorithmus mit Bearbeitungsreihenfolge bevorzugt in diesem Fall die Dehnungsrichtungen des betragsmäßig größeren Fließkriteriums. Im Beispiel wurde erst das Zugbruchkriterium vom intakten Fels und dann das Schubbruchkriterium der Trennfläche 1 behandelt. Das erklärt bei unabhängiger Bestimmung des plastischen Multiplikators die schlechtere Annäherung der Schubspannungen und die notwendige Inkrementierung zum Auffinden einer sehr guten Näherungslösung.

Das Berechnungsbeispiel zeigt die Funktionstüchtigkeit beider Algorithmen. Der sehr aufwendige Berechnungsalgorithmus mit abhängiger Bestimmung der plastischen Dehnungsinkremente und der Überprüfung der Aktivitäten überschrittener Fließbedingungen sichert die notwendige Inkrementierung auf Diskretisierungspunktebene. Er ist damit für beliebig große globale Dehnungsinkremente geeignet. Der Berechnungsalgorithmus mit unabhängiger Bestimmung der plastischen Dehnungsinkremente sichert nur unter der Annahme einer ausreichend kleinen globalen Dehnungsinkrementierung gute Näherungslösungen und ist deshalb nur für Berechnungsprogramme mit expliziter Zeitintegrationsberechnung geeignet.

Kapitel 4

Verifizierung der Materialroutinen

4.1 Problemstellung und Verifikationsbeispiel

An einem gewählten Beispiel soll die Funktionsfähigkeit der multilaminaren Materialroutinen überprüft, sowie ihre numerische Robustheit und ihre numerische Pfadabhängigkeit bei mehrflächiger Plastizität untersucht werden.

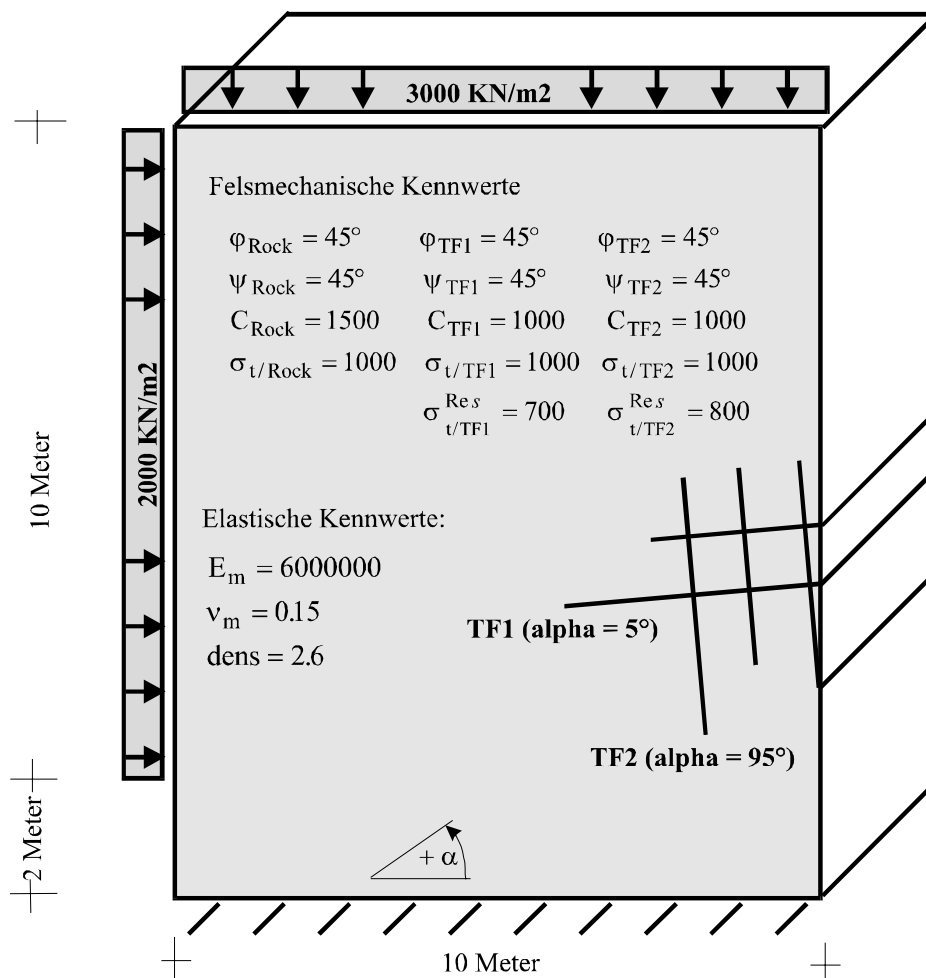


Bild 4.1 Felsblock zur Verifizierung der Materialroutinen

Nach elastischen Berechnungen der verschiedenen Modelle werden **nacheinander** folgende Fließbedingungen eingeführt und folgende Plastizierungsfälle definiert:

Fließbedingungen	Plastizierungsfälle
■ Schub intakter Fels	⇒ Fels Schub
■ Zug intakter Fels	⇒ Fels Schub/Zug
■ Schub und Zug Trennfläche 1	⇒ Fels & TF1
■ Schub und Zug Trennfläche 2	⇒ Fels & TF1/2

Mit Laststeigerungsberechnungen im Plastizierungsfall Fels & TF1/2 soll die Eignung der Materialroutinen für Grenztragfähigkeitsberechnungen untersucht werden. Ein 10 m breiter und 12 m hoher Felsblock wird von 2 Trennflächenscharen geklüftet. Geometrie, Festigkeits- und Elastizitätsparameter sind im Bild 4.1 angegeben. Der Felsblock wird unter Eigengewicht mit einer vertikalen und einer horizontalen Streckenlast belastet. Die Belastungen und Festigkeiten sind so gewählt, daß nennenswerte plastische Deformationen und die Aktivität aller Fließkriterien erwartet werden können. Es werden assoziierte und nichtassoziierte Fließregeln verwendet und ein Abfall der Anfangsfestigkeiten auf Restfestigkeiten in den Zugfestigkeiten der Trennflächen simuliert. Um den Einfluß der verschiedenen Diskretisierungs- und Integrationsniveaus der Programme zu untersuchen, werden verschiedene Zonierungen (616, 2184, 925) der in den 2-dimensionalen Berechnungen in UDEC verwendeten Dreieckselemente verglichen. In den 3-dimensionalen Berechnungen in ANSYS werden die Freiheitsgrade der Tiefenrichtung gekoppelt (2½D-Modell) und die Elementtypen Solid45 (8-Knoten Volumenelement) und Solid95 (20-Knoten-Volumenelement) mit verschiedenen Netzdichten (30 Elemente in XY-Richtung/ 120 Elemente in XY-Richtung) untersucht. Zur besseren Beurteilung der numerischen Leistungsfähigkeit der Materialroutinen in impliziten und expliziten Programmen werden ANSYS-Modelle mit identischen Elementen/Netzdichte in LS-DYNA3D berechnet.

4.2 Elastische Berechnungen

In elastischen Berechnungen wird die numerische Gleichwertigkeit der Ortsdiskretisierung, der Elementierung in ANSYS/LS-DYNA und der Zonierung in UDEC untersucht. Tabelle 4.1 zeigt eine gute Übereinstimmung der Verschiebungswerte der untersuchten Diskretisierungsniveaus. Die maximalen Abweichungen betragen bis zu 1% innerhalb der ANSYS-/LS-DYNA-Modelle und max. 0.30% zu den UDEC-Modellen. Deutliche Unterschiede ergeben sich bei den Spannungsspitzen. Die Spannungsabweichungen von bis zu 30% innerhalb der ANSYS-Modelle resultieren aus der Netzdichte und dem Elementniveau. Die Spannungsabweichungen von bis zu 25% zu den UDEC-Modellen resultieren aus den verwendeten Dreieckselementen und der Netzdichte, aber auch aus dem Verschmieren der Spannungsspitzen in expliziten Berechnungsstrategien. Auch Berechnungen des Modells ANSYS-45-2 mit LS-DYNA (LS-DYNA-45-2) ergeben sehr gleichwertige Verschiebungswerte (0.1% Abweichung), aber deutlich unterschiedliche Spannungsspitzen. Die Tendenz

Verifizierung der Materialroutinen

expliziter Programme, Spannungsspitzen zu verschmieren, ist vor allem bei den Y-Spannungen (-14112 \Rightarrow -11750) im Bereich der unverschieblichen Lagerung zu beobachten.

	ANSYS-45-1 Solid45 30 El.	ANSYS-45-2 Solid45 120 El.	LS-DYNA-45-2 Solid45 120 El.	ANSYS-91-1 Solid95 30 El.	ANSYS-95-2 Solid95 120El.	UDEC-1 616 Zo.	UDEC-2 2184 Zo.	UDEC-3 925 Zo.
max. disp in mm	20.17 -1.1%	20.35	20.43 +0.1%	20.38	20.41	20.40 -0.05%	20.48	20.43
max. S_X in KN/m^2	-1976 -30%	-2030	-2024 -27%	-2458	-2790	-2075 -25%	-2402	-2164
max. S_Y in KN/m^2	-11952 -29%	-14112	-11750 -30%	-14638	-16733	-14590 -13%	-16340	-14810
max. S_{XY} in KN/m^2	2262 -26%	2402	2196 -29%	2783	3075	2559 -17%	2535	2535

* Zum prozentualen Vergleich werden die Verschiebungs- und Spannungswerte des Modells ANSYS-95-2 (hochwertiges Volumenelement / hohe Netzdichte) als Bezugswerte (100%) der elastischen Berechnung verwendet.

Tabelle 4.1 Spannungs- und Verschiebungswerte elastischer Berechnungen im Diskretisierungspunkt

Erwartungsgemäß steigen die Spannungsspitzen mit zunehmendem Diskretisierungsniveau im Bereich der Auflagerung an. Bei der Verwendung spannungsabhängiger Fließbedingungen wird deshalb eine Abhängigkeit der Plastizierungen vom Diskretisierungsniveau und der Verarbeitung in impliziten und expliziten Programmen erwartet.

4.3 Numerische Pfadabhängigkeit und Konvergenz elastoplastischer Berechnungen in ANSYS

Die numerische Pfadabhängigkeit aus der vielflächigen Plastizität und das Konvergenzverhalten der elastoplastischen Berechnungsalgorithmen sollen bei der schrittweisen Einführung der Fließbedingungen untersucht werden. Wenn mit unterschiedlichen Iterationspfaden der Newton-Raphson-Iterationen mit Anfangssteifigkeit bzw. mit elastoplastischer Tangente sehr gleichwertige Deformations- und Spannungszustände ermittelt werden, sind die numerischen Pfadabhängigkeiten des Materialmodells minimiert. Die Ergebnisse in Tabelle 4.2 belegen die Funktionstüchtigkeit der elastoplastischen Routinen und die Minimierung der Pfadabhängigkeiten in ANSYS. Die aus dem unterschiedlich exakten Erfüllen der globalen Konvergenzkriterien resultierenden Abweichungen der Newton-Raphson-Iterationen, mit und ohne Verwendung der elastoplastischen Tangente, betragen in den Verschiebungswerten nur max. 0.8% und in den Spannungswerten nur max. 3%. Auch

Verifizierung der Materialroutinen

beim Einführen von Restfestigkeiten in den Trennflächen können keine nennenswerten numerischen Pfadabhängigkeiten aus vielflächiger Plastizität beobachtet werden.

	Fels Schub		Fels Schub/Zug		Fels & TF1		Fels & TF1/2	
u_x in mm	24.70	24.65	25.99	25.79	29.41	29.17	32.40	32.17
S_1 in KN/m ²	1231	1267	1000	1000	822	840	826	823
S_3 in KN/m ²	-13251	-13282	-13495	-13526	-14264	-14300	-13822	-13872
Substep/Iteration	5/24	5/155	5/30	6/270	7/53	9/455	12/111	10/914
NR - Option**	full	init	full	init	full	init	full	init

* u_x , S_1 , S_3 sind Maximalwerte

** full NR - mit elastoplastischer Tangente nach jeder Iteration

init NR - mit Anfangssteifigkeit

Tabelle 4.2 Vergleich der elastoplastischen Berechnungen der Variante ANSYS-45-1 mit unterschiedlichen Newton-Raphson-Optionen

Unter Verwendung der elastoplastischen Tangente kann erwartungsgemäß mit wesentlich weniger Iterationen (ca. 1/10) eine Lösung gefunden werden. Die etwas größeren Verschiebungswerte der Iterationen mit elastoplastischer Tangente resultieren aus dem besseren Konvergenzverhalten bei gleichem globalem Abbruchkriterium der Newton-Raphson-Iteration. Im Gegensatz zu dem relativ exakten Erreichen des Abbruchkriteriums, bei der Verwendung der Anfangssteifigkeit, wird das Abbruchkriterium bei der Verwendung von elastoplastischer Tangente deutlich unterschritten. Damit werden mehr Ungleichgewichtskräfte umgelagert und folgerichtig größere plastische Deformation ermittelt.

Zur Untersuchung des Konvergenzverhaltens mit nichtassozierten Fließregeln wird unter Verwendung nur einer Fließbedingung im Plastizierungsfall Fels Schub der Dilatanzwinkel variiert.

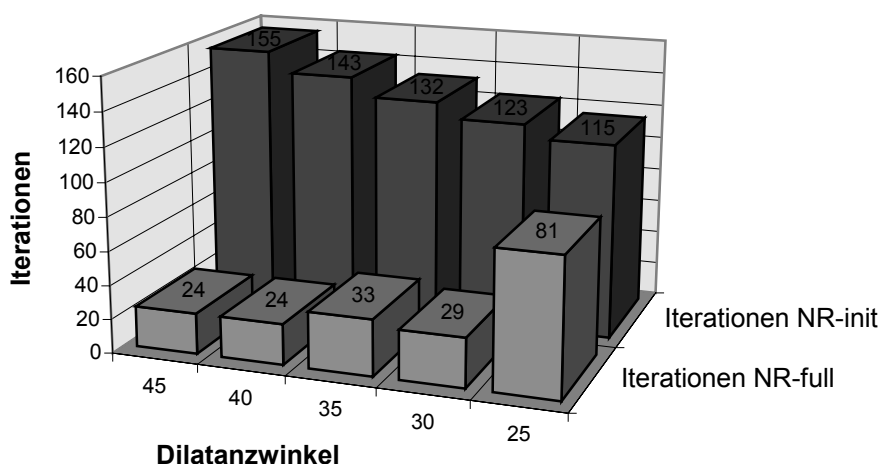


Bild 4.2 Konvergenzverhalten bei abnehmenden Dilatanzwinkel Plastizierungsfall Fels Schub im Modell ANSYS-45-1

In Bild 4.2 ist die Zunahme der notwendigen Gleichgewichtsiterationen bei nichtassoziierter Fließregel bis zu einem Dilatanzwinkel von 25° deutlich zu sehen. Die Konvergenz unter Verwendung der elastoplastischen Tangente wird mit zunehmendem Unterschied von Reibungs- und Dilatanzwinkel schlechter. Im Gegensatz dazu ist der Einfluß eines kleineren Dilatanzwinkels auf die Konvergenz mit Anfangssteifigkeit wesentlich geringer. In diesem Beispiel konnte bis zu einem Dilatanzwinkel von 25° eine leichte Verbesserung der Konvergenz beobachtet werden. Ab einem Dilatanzwinkel kleiner als 20° konnte bei der Verwendung der elastoplastischen Tangente kein Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden. Bei der Verwendung der Anfangssteifigkeit nahm die Anzahl der notwendigen Gleichgewichtsiterationen wieder zu. Es konnten aber ohne Probleme Gleichgewichtszustände aufgefunden werden. Das heißt, daß die Näherung der elastoplastischen Tangente infolge der in ANSYS notwendigen Symmetriesierung (Kap. 3.5) zu schlechterer Konvergenz bzw. zu Divergenz führen kann.

4.4 Kritische Dämpfung in expliziten Berechnungen

Um numerische Pfadabhängigkeiten expliziter Berechnungsstrategien aus den Näherungsannahmen der kritischen Dämpfung quasi-statischer Berechnungen zu untersuchen, wurden in LS-DYNA globale Dämpfungswerte variiert und in UDEC lokale und globale viskose Dämpfung verglichen. Bei der Wahl der Dämpfung in LS-DYNA sollte ein asymptotischer Ausschwingprozeß simuliert und ein Schwingen des Systems verhindert werden. Damit schränkte sich die Variationsbreite und -richtung nach Abschätzen der kritischen Dämpfung und der Energiedissipation infolge Plastizierung ein. In den hier vorgestellten Berechnungen werden bei zunehmender Plastizierung linear abgeminderte Dämpfungswerte in die Berechnungen eingeführt. Berechnungen werden immer mit unterschiedlichen Dämpfungsreihen wiederholt. Dabei werden Abweichungen in den Verschiebungsgrößen verglichen und ein Schwingen von Deformations- und Spannungsgrößen überprüft.

Horizontaldruck in KN/m ²					
	2000	2050	2100	2150	2200
Dämpfungsreihe 1 $\alpha = 150 \Rightarrow 50 \Rightarrow 40$	35.70	40.03	50.20	64.38	103.40
Dämpfungsreihe 2 $\alpha = 120 \Rightarrow 40 \Rightarrow 30$	35.77	40.12	50.63	64.54	103.90

Tabelle 4.3 Vergleich der Horizontalverschiebungen (u_x in mm) mit verschiedenen Dämpfungsreihen bei den Laststeigerungsberechnungen (LS-DYNA-45-1, Plastizierungsfall Rock & TF1/2)

Der kritische Dämpfungswert in LS-DYNA (Gl. 2.39) wurde in einem elastischen Probelauf mit $c=150 \text{ s}^{-1}$ bestimmt. In Abhängigkeit von der Lasteinleitung wird der Dämpfungswert linear über die Zeit auf 50, 40 bzw. 30 zurückgeführt. Tabelle 4.3 zeigt die geringen Unterschiede (max. 1%) bei relativ stark variierender Dämpfung.

Dabei ist die Zunahme der Gesamtverschiebungen bei geringerer Systemdämpfung infolge der geringeren Dämpfung der plastischen Deformationen folgerichtig.

	Anzahl Zeitschritte	max. u_x in mm	plastische * Verformungsenergie
globale Dämpfung	3000	39.30	135.3
lokale Dämpfung	30000	36.10	122.3

* die plastische Verformungsenergie wurde aus Energiedifferenzen berechnet [82]

Tabelle 4.4 Vergleich globaler und lokaler viskoser Dämpfung in UDEC
Modell UDEC-1, Plastizierungsfall Fels & TF1/2

In UDEC werden Berechnungen mit lokalen und globalen Dämpfungsschemata (Kap. 2.1.5) durchgeführt. Mit globaler Systemdämpfung konnte in der Regel bei deutlich weniger notwendigen Zeitschritten eine Ruhelage erzielt werden. Dabei wurde das System leicht unterkritisch gedämpft. Beim leicht unterkritisch gedämpften Ausschwingvorgang werden kurzzeitig höhere Spannungsspitzen als die statischen Spannungsniveaus erreicht. Im Beispiel (Tabelle 4.5) sind bei globaler Systemdämpfung folgerichtig größere plastische Verformungsenergien (10%) und Gesamtdeformationen (8%) zu beobachten. Auch bei den komplexen Berechnungsbeispielen (Kap. 6./7.) zeigte die globale Systemdämpfung leicht unterkritisch gedämpfte Ausschwingvorgänge, wenn auch mit kleineren Deformationsunterschieden (1-3%).

Um den Einfluß der Systemdämpfung auf das Spannungs-Verformungsverhalten gering zu halten, werden in den folgenden Berechnungen in UDEC grundsätzlich lokale Systemdämpfung verwendet. In LS-DYNA werden unter Berücksichtigung der Energiedissipation infolge Plastizierung abgeminderte kritische Dämpfungswerte in zeitabhängigen Dämpfungsreihen verwendet.

4.5 Vergleich aller elastoplastischen Materialroutinen

Nachdem gezeigt werden konnte, daß die numerischen Pfadabhängigkeiten der elastoplastischen ANSYS-Routine vernachlässigbar klein sind und die kritische Dämpfung in guter Näherung erfaßt werden kann, wurden elastoplastische Vergleichsrechnungen aller unter Kap. 4.2 vorgestellten Modelle ausgewertet.

Der Vergleich des Modells 45-2 zwischen der impliziten Berechnung in ANSYS und der expliziten Berechnung in LS-DYNA zeigt die Funktionstüchtigkeit der LS-DYNA Implementation (Tab. 4.5). Das etwas geringere Niveau der plastischen Deformationen ist eine Folge der niedrigeren Spannungsspitzen in LS-DYNA. Die Zunahme der Plastizierungen aller Modelle beim schrittweisen Einführen der Fließbedingungen liegt in erwarteten Bereichen. Die Abhängigkeit der Plastizierungen vom Elementniveau und der Netzdichte ist sowohl in den FEM- als auch in den FDM-Berechnungen deutlich zu erkennen.

Verifizierung der Materialroutinen

	Elastisch	Fels Schub	Fels Schub/Zug	Fels & TF1	Fels & TF1/2
ANSYS-45-1	17,09	24,70	25,99	29,33	32,43
ANSYS-95-1	17,37	25,50	26,78	30,16*	31,91*
UDEC-1	17,37	25,80	27,27	31,68	36,15
ANSYS-45-2	17,32	27,30	28,92	33,82*	38,11**
ANSYS-95-2	17,40	27,46	29,16	33,51*	36,75**
LS-DYNA-45-2	17,32	27,04	28,56	32,81	37,66
UDEC-2	17,46	27,57	29,40	35,29	41,97

* Lösung nur mit Anfangssteifigkeit möglich

** Lösung nur mit Anfangssteifigkeit und größerem globalem Abbruchkriterium Newton-Raphson

Tabelle 4.5 maximale Horizontalverschiebungen (u_x in mm) verschiedener Modelle und verschiedener Plastizierungsfälle

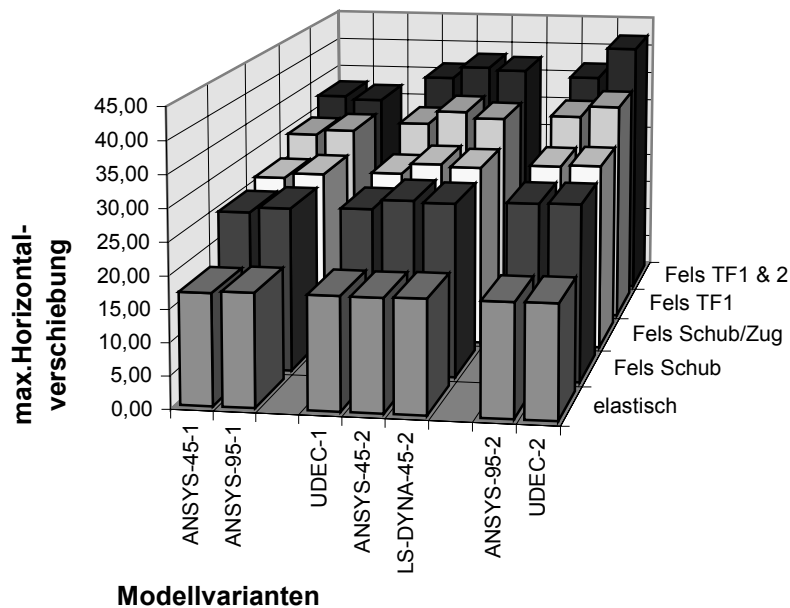


Bild 4.3 maximale Horizontalverschiebungen verschiedener Modelle und Plastizierungsfälle

Aus Bild 4.3 ist zu entnehmen, daß abhängig vom Diskretisierungsniveau sich die Modelle in Gruppen einteilen lassen.

niedrig:	ANSYS-45-1	ANSYS-95-1
mittel:	ANSYS-45-2	UDEC-1 LS-DYNA-45-2
hoch:	UDEC-2	ANSYS-95-2

Im Vergleich der Plastizierungen expliziter und impliziter Programme sind folgende Tendenzen festzustellen.

- in expliziten Programmen werden infolge geringerer Spannungsspitzen die Fließkriterien später angesprochen, lagern dann aber alle Ungleichgewichtskräfte um
- implizite Programme sprechen in Bereichen von Spannungsspitzen die Fließkriterien früher an, lagern infolge des globalen Konvergenzkriteriums aber nicht alle Ungleichgewichtskräfte um
- bei zunehmenden Konvergenzproblemen werden die Steifigkeiten in impliziten Programmen überschätzt

In ANSYS mußten z.B. im Plastizierungsfall Fels & TF1/2 mit 120 Elementen das globale Konvergenzkriterium von 0.1% auf 0.15% bzw. 0.2% (Ungleichgewichtskraft zu Gesamtlasten) erhöht werden. Bei zunehmenden Konvergenzproblemen (ANSYS-95-1, ANSYS-95-2, Fels & TF1/2) konnte eine Versteifung (bis 10% kleinere Gesamtdeformationen) beobachtet werden.

4.6 Laststeigerungsberechnungen

Zur Beurteilung der numerischen Robustheit und damit der Eignung der Algorithmen für Berechnungen in Grenztragfähigkeitszuständen sollen Versagenslasten bestimmt werden. Dafür wurden die horizontalen Lasten im Plastizierungsfall Fels & TF1/2 der Modelle mit mittleren und hohen Diskretisierungsniveaus bis zum Eintritt eines Versagens gesteigert. Die Horizontallasten der Laststeigerungsberechnungen wurden in Inkrementen von 50 KN/ m² aufgebracht.

Horizontalkraft in KN/m ²					
	2000	2050	2100	2150	2200
UDEC-1	36,15	40,5	46,35	54,28	67,13
ANSYS-45-2	38,11	43,35	51,48	62,96	83,44
LS-DYNA-45-2	37,66	42,5	50,5	67,5	108,79
UDEC-3	39,1	45,6	53,55	66,55	95,94
ANSYS-95-2	36,75	40,68	46,54	54,69	Versagen
UDEC-2	41,97	46,9	56,4	82,22	versagen

* erhöhte globale Konvergenzkriterien (0.2%) in ANSYS-45-2 und ANSYS-95-2

Tabelle 4.6 maximale Horizontalverschiebungen (mm) bei den Laststeigerungsberechnungen

Für die Modelle UDEC-1, ANSYS-45-2, LS-DYNA-45-2 und UDEC-3 konnte bei einer Laststufe von 2200 KN/m² der letzte Gleichgewichtszustand aufgefunden werden. Alle diese Modelle versagten bei geringfügig höheren Belastungen. In den Varianten ANSYS-95-2 und UDEC-2 konnte schon für die Laststufe 2200 KN/m² kein

Verifizierung der Materialroutinen

Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden. Die erwarteten Abhängigkeiten der Plastizierungen, aber auch der Versagenslasten, vom Diskretisierungsniveau sind deutlich zu sehen.

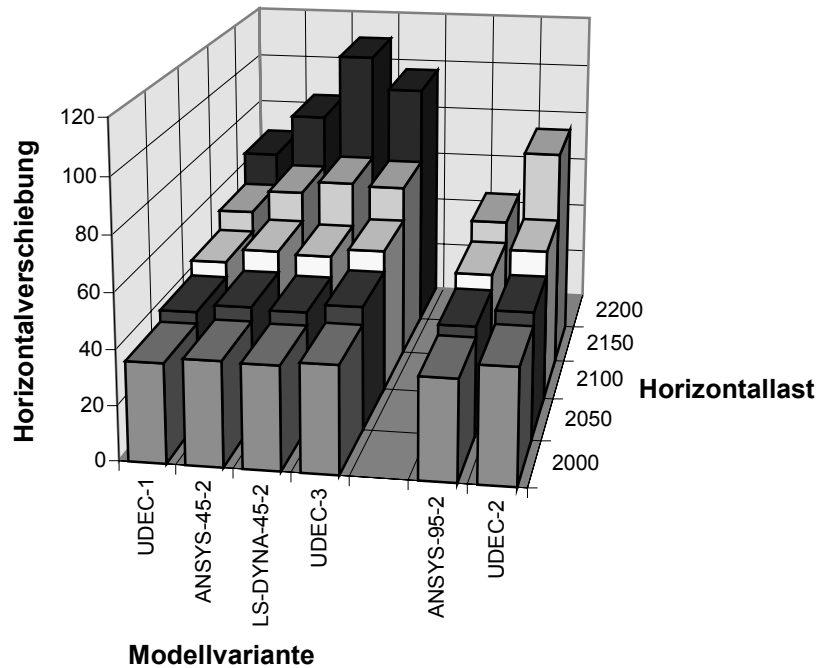


Bild 4.4 maximale Horizontalverschiebungen (mm) bei den Laststeigerungsberechnungen bis zum Eintritt des Versagens

In der Nähe der Grenztragfähigkeit nehmen die Konvergenzprobleme impliziter Programme zu, globale Konvergenzkriterien müssen vergrößert werden und die Größe der plastischen Deformationen wird unterschätzt. Der Vergleich der Horizontalverschiebungen (Bild 4.5) zeigt in der Nähe von Versagenszuständen deutlich die größeren Plastizierungen in expliziten Berechnungsstrategien.

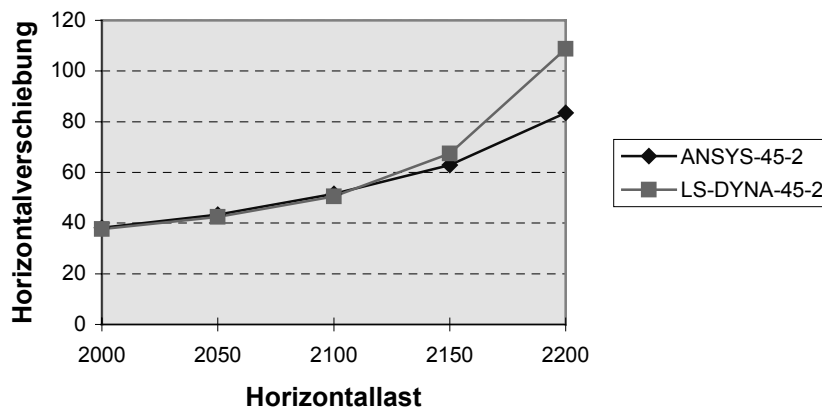


Bild 4.5 maximale Verschiebungen (mm) bei Laststeigerungsberechnungen identischer Modelle in expliziten und impliziten Programmen

Trotz der zum Teil erheblich geringeren plastischen Deformationen impliziter Programme (ANSYS-95-2) konnte keine Überschätzung der Versagenslast beobachtet werden. In den impliziten Berechnungen konnten Konvergenzprobleme oft durch oszillierende Ungleichgewichtskräfte oder sehr langsame Annäherung an das Konvergenzkriterium diagnostiziert werden. Numerische Indizien für einen Versagensfall waren monoton wachsende Ungleichgewichtskräfte und große Deformationszuwächse.

4.7 Vergleich von pseudo-viskoplastischen und elastoplastischen Berechnungen

Am Berechnungsbeispiel soll auch die Funktionstüchtigkeit und die Eignung der pseudo-viskoplastischen Routine zur Berechnung von Plastizierungen und Versagenslasten überprüft werden. Aus Tab. 4.7 sind die Plastizierungsfälle und Modelle zur Überprüfung der Funktionstüchtigkeit bei vielflächiger Plastizität zu entnehmen. Das globale Konvergenzkriterium wurde in allen pseudo-viskoplastischen Berechnungen mit 0.1% der Ungleichgewichtskraft angenommen. Der pseudo-viskoplastische Multiplikator wurde nach umfangreichen Voruntersuchungen mit 10^{-07} gewählt. Die notwendige Inkrementierungstiefe von 10 Lastinkrementen zum Abschreiten des Plastizierungspfades war aus den elastoplastischen Berechnungen bekannt. Der Vergleich der maximalen Horizontalverschiebungen zeigt eine gute Übereinstimmung zur elastoplastischen Lösung (max. 3% Differenz).

	Fels Schub/Zug		Fels & TF1		Fels & TF1/2	
	max. u_x	Sub/Iter	max. u_x	Sub/Iter	max. u_x	Sub/Iter
ANSYS-45-1 elastoplastisch	25.991	5/30	29.326	8/51	32.431	12/111
ANSYS-45-1 pseudo-viskoplastisch	25.43	10/330	28.78	10/347	31.837	10/580
	Fels Schub/Zug		Fels & TF1		Fels & TF1/2	
	max. u_x	Sub/Iter	max. u_x	Sub/Iter	max. u_x	Sub/Iter
ANSYS-45-2 elastoplastisch	28.92	6/54	33.815	20/1592 *	38.10	29/2321 **
ANSYS-45-2 pseudo-viskoplastisch	28.04	10/832	33.28	10/1039	37.81	10/1360

* Lösung mit Anfangssteifigkeit

** Lösung mit Anfangssteifigkeit und erhöhtem globalem Konvergenzkriterium 0.15%

*** alle Verschiebungswerte in mm

Tabelle 4.7 Vergleich elastoplastischer und pseudo-viskoplastischer Berechnungen des Modells ANSYS-45

Auch die Abweichungen in den hier nicht dokumentierten plastischen Verschiebungen oder den Spannungswerten zeigten, daß bei ausreichend feiner Inkrementierung und einem günstig gewähltem Verhältnis von pseudo-viskoplastischem Multiplikator und

Verifizierung der Materialroutinen

globalem Konvergenzkriterium gute Näherungslösungen erzielt werden können. Tabelle 4.8 ist zu entnehmen, daß bei einer Variation des pseudo-viskoplastischen Multiplikators sich aber die erwarteten numerischen Pfadabhängigkeiten einstellen. Versagenslast und die maximalen Deformationswerte zeigen für Multiplikatoren größer als $0.5E-07$ eine gute Annäherung an die elastoplastischen Ergebnisse. Für Multiplikatoren größer als $2.5E-07$ konnte schon für den Ausgangslastfall (2000 KN Horizontalkraft) kein Gleichgewichtszustand ermittelt werden. Für Multiplikatoren kleiner als $0.5E-07$ werden die plastischen Deformationen unter- und die Versagenslasten überschätzt.

	elasto- plastische Lösung	pvp01 $\zeta^{pvp1}=1E-08$	pvp05 $\zeta^{pvp1}=5E-08$	pvp1 $\zeta^{pvp1}=1E-07$	pvp2 $\zeta^{pvp1}=2E-07$	pvp25 $\zeta^{pvp1}=25E-07$
2000	38.11	33.84	37.26	37.81	38.12	38.66
2050	43.35	37.61	42.51	43.42	43.94	44.44
2100	51.48	42.09	50.00	51.57	52.39	52.86
2150	62.96	48.17	61.12	63.73	65.17	65.74
2200	83.44	57.78	80.02	85.94	89.97	91.35
2250	Versagen	72.822	Versagen	Versagen	Versagen	Versagen
2300		104.60				

Tab. 4.8 maximale Horizontalverschiebungen (u_x in mm) bei Laststeigerungen pseudo-viskoplastischer Berechnungen, Modell ANSYS-45-2, Plastizierungsfall Fels & TF1/2

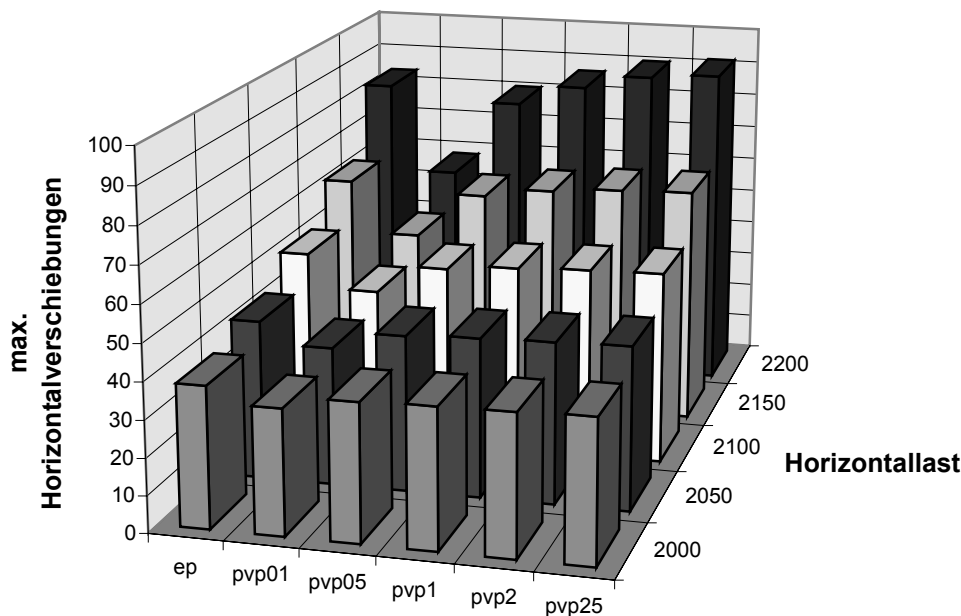


Bild 4.6 Vergleich pseudo-viskoplastischer Laststeigerungsberechnungen

Bild 4.6 zeigt die maximalen Horizontalverschiebungen bei Laststeigerungsberechnungen mit unterschiedlichen pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren. Die Berechnungsergebnisse zeigen die Funktionstüchtigkeit des pseudo-viskoplastischen

Berechnungsalgorithmus und das Vermögen, die plastischen Deformationen und die Versagenslast bei vielflächiger Plastizität zu bestimmen. Es sei darauf hingewiesen, daß im gewählten Berechnungsbeispiel der Einfluß von Restfestigkeiten sehr gering ist, die notwendige Inkrementierungstiefe aus den elastoplastischen Berechnungen bekannt war und umfangreiche Voruntersuchungen zu einer möglichst optimalen Dimensionierung der pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren durchgeführt worden sind. Unter diesen Randbedingungen und einem sehr hohen Iterationsaufwand konnten die unter Kap. 3.2 erwähnten numerischen Pfadabhängigkeiten klein gehalten werden.

4.8 Zusammenfassung

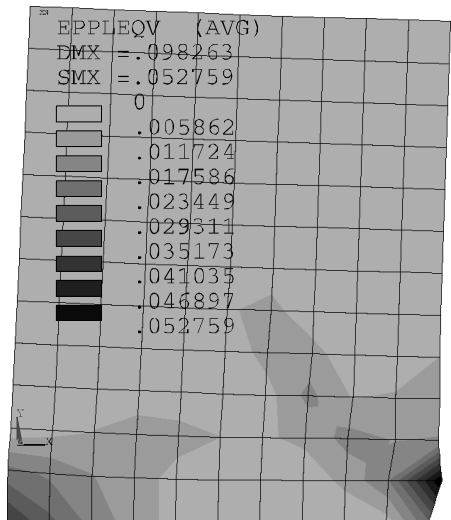
Die Berechnungsergebnisse zeigen die Funktionstüchtigkeit und numerische Robustheit aller implementierten Materialroutinen. Die aus den elastischen Berechnungen zu erwartende Abhängigkeit der Plastizierungen und der Versagenslasten vom Diskretisierungs- und Integrationsniveau konnte in allen Programmen simuliert werden. Die Berechnungsergebnisse der elastoplastischen Algorithmen bestätigen, daß die numerischen Pfadabhängigkeiten der vielflächigen Plastizität in den impliziten und expliziten Programmen weitgehend minimiert werden konnten. Der Vergleich der Berechnungen unter Verwendung der elastoplastischen Tangente bzw. der Anfangssteifigkeit für die globale Newton-Raphson-Iteration (Kap. 4.3) zeigt Konvergenzprobleme bei nichtassoziierter Plastizität. Wie die Berechnungen mit vielflächiger assoziierter Plastizität (Kap. 4.5) zeigen, kommen bei der Verwendung der elastoplastischen Tangente weitere Konvergenzprobleme hinzu. Bei der Aktivität mehrerer Fließbedingungen wurden die Konvergenzprobleme (siehe Kap. 3.5), vor allem mit höherwertigeren Elementen und feinerer Vernetzung, immer größer (Tab. 4.5). In einigen Fällen verhinderten Konvergenzprobleme das Auffinden eines Gleichgewichtszustandes unter Verwendung der elastoplastischen Tangente. Die Berechnungen mußten dann mit Anfangssteifigkeit durchgeführt werden. Nehmen die Konvergenzprobleme impliziter elastoplastischer Berechnungen in ANSYS zu, werden die plastischen Deformationen generell leicht unterschätzt. In den expliziten Programmen konnten mit lokaler viskoser Dämpfung in UDEC und globaler Systemdämpfung in LS-DYNA die quasi-statischen Berechnungen in guter Näherung kritisch gedämpft werden.

Die pseudo-viskoplastischen Berechnungen in ANSYS zeigen das Vermögen, die plastischen Deformationen und die Versagenslast vielflächiger Plastizität bei günstiger Wahl der pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren in guter Näherung zu bestimmen. Die erwarteten numerischen Pfadabhängigkeiten und das Überschätzen der Versagenslasten stellen sich ein. Bei der Verarbeitung von Restfestigkeiten wird eine weitere Zunahme der numerischen Pfadabhängigkeiten erwartet.

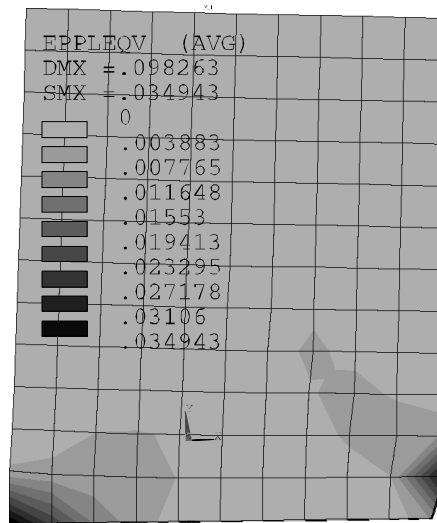
Die Versagenslasten aller Modelle konnten sowohl in den impliziten als auch in den expliziten Programmen bestimmt werden. Die plastischen Deformationswerte im Bild 4.7 zeigen auch qualitativ gleichwertige Versagensmechanismen in den Grenztragfähigkeitszuständen aller Programme. Schubversagen im intakten Fels im

Verifizierung der Materialroutinen

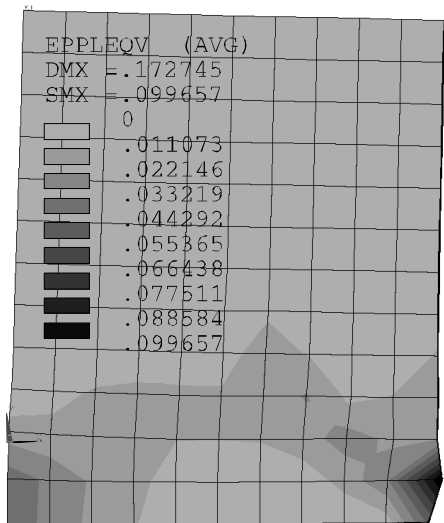
rechten Auflagerbereich und Zugversagen der Trennfläche 2 führte bei einer Horizontalbelastung von ca. 2200 KN/m² zum Abscheren des Felsblockes.



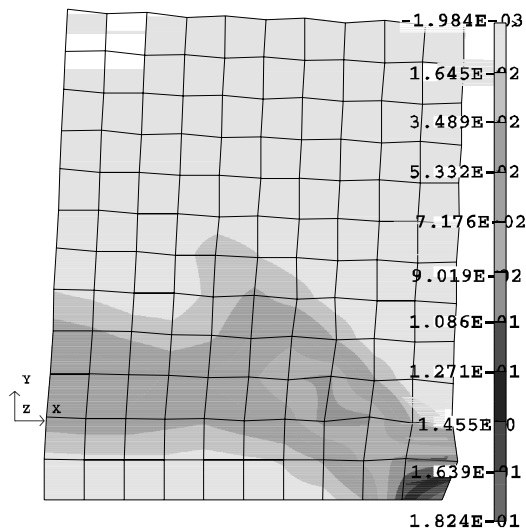
ANSYS-45-2 elastoplastisch Crash



ANSYS-95-2 elastoplastisch Crash



ANSYS-45-2 pseudo-viskoplastisch Crash



LS-DYNA-45-2 elastoplastisch Crash

* plastische Vergleichsdehnung $\varepsilon_{\text{eqv}}^{\text{pl}} = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon^{\text{pl}})^{\text{T}}(\varepsilon^{\text{pl}})}$ in den ANSYS-Berechnungen

** plastische xy-Gleitung in der LS-DYNA-Berechnung

Bild 4.7 Plastische Dehnungen der Laststeigerungsberechnungen im Versagen

Die beiden oberen Bilder zeigen letzte ermittelte Gleichgewichtszustände in ANSYS. Unten links ist ein Versagenszustand einer pseudo-viskoplastischen (pvp2) Berechnung zu sehen, für den keine konvergierende Lösung mehr aufgefunden werden konnte. Unten rechts ist deutlich das Abscheren des Felsblockes nach Eintritt des Versagens zu sehen.

Kapitel 5

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau mauern

5.1 Allgemeines

Damm- und Staubauwerke spielten schon in den frühen Hochkulturen der Menschheitsgeschichte eine herausragende Rolle. Die geschichtlichen Anfänge des Dammbaus liegen weit zurück in Mesopotamien und in Ägypten. Während im Altertum und im Mittelalter hauptsächlich Dämme aus Erd- oder Steinschüttungen errichtet worden sind, waren es die als geniale Bauherren bekannt gewordenen Römer, die erste Schwergewichtsstau mauern, Pfeiler- und Bogenstau mauern kleinerer Höhen erbauten. Der Bautyp der klassischen Schwergewichtsstau mauer wurde im wesentlichen im Mittelalter in Spanien herausgeformt. Französische Ingenieure entwickelten ab Mitte des 19. Jahrhunderts erste brauchbare Berechnungsmethoden. Oft basierten diese Berechnungsverfahren auf zahlreichen Erwartungswerten und unrealistischen Annahmen. Es kam immer wieder zum Versagen der Talsperren. Frühzeitig erkannte man die Bedeutung des Auftriebes (1895 Levy) für die Stand sicherheit von Schwergewichtsstau mauern. Weil die Konstruktionspraxis Stau mauern nur auf standsicherem Felsgrund zuließ, konnte oft auf die Einbeziehung des Untergrundes in die Berechnungen verzichtet werden. Heute werden immer höhere Stau mauern auf geologischen Situationen, die noch vor einigen Jahren dafür nicht geeignet erschienen, gegründet. Spätestens seit dem tragischen Versagen der Malpasset-Sperre im Jahre 1959 wurde die Notwendigkeit offensichtlich, die Wechselwirkungen zwischen Stau mauer und Felsuntergrund in den Berechnungen zur Stand sicherheit besser zu erfassen.

Bis heute ist die realitätsnahe Berücksichtigung dieser Wechselwirkungen, der Unterströmung und deren Auswirkungen auf die Stand sicherheit der Mauer, aber auch auf die Stand sicherheit im Gründungsbereich, problematisch. Große Unsicherheiten gibt es vor allem bei der Kennwertbestimmung und bei der Erfassung der geomechanischen Problemstellung im Berechnungsmodell. Das führt dazu, daß der praktischen Anwendung moderner numerischer Berechnungsprogramme im Talsperrenbau auch heute noch Skepsis entgegengebracht wird. Führt man sich allerdings das Risikopotential großer Stauanlagen vor Augen, wirkt es verwunderlich,

daß für finale Standsicherheitsnachweise noch sehr vereinfachte Berechnungsverfahren, wie Keilstatik, Balkenstatik, Kragträgerverfahren oder Gleichgewichtsmethoden an Gleitkörpern zum Einsatz kommen.

Cundall und Starfield [20] untersuchten die Ursachen des zögernden Einsatzes und zeigen Richtlinien einer modernen Modellierungsphilosophie in der Geotechnik, verbunden mit Anforderungen an geotechnische Berechnungsprogramme auf. Die tieferen Gründe der zögernden Anwendung moderner numerischer Berechnungsmethoden liegen in der grundsätzlichen Problematik geomechanischer Berechnungen. Zum Einen ist die Kenntnis der Eingangsdaten unzureichend und zum Anderen das Wissen bzw. das Verständnis über die entscheidenden physikalischen Probleme des geomechanischen Modells oft mangelhaft. Demgegenüber kommen die meisten numerischen Programme aus Anwendungsgebieten mit klar definierten Problemstellungen und wohlbekanntem Werkstoffen, wie dem Maschinen- und Fahrzeugbau. Sie sind somit nur beschränkt für den Einsatz in der Geotechnik geeignet. Auf jeden Fall sollten nicht die geomechanischen Problemstellungen den vorhandenen numerischen Programmen angepaßt werden, sondern numerische Programme den geomechanischen Besonderheiten.

Im Versuchswesen werden heute große Anstrengungen unternommen, die Planung, Durchführung und Auswertung der Feld- und Laborversuche zur Bestimmung der felsmechanischen Kennwerte zu verbessern. Andererseits wird es schon aus Kostengründen notwendig bleiben, nur einzelne sensible felsmechanische Kennwerte mit steigendem geomechanischen Problemverständnis zielgerichtet genauer zu bestimmen. Der geomechanische Modellbildungsprozeß sollte deshalb die Vor- und Ausführungsplanung sowie die Kennwertbestimmung begleiten und sensible Kennwerte lokalisieren. Das Wissen über die Eingangsdaten und das Problemverständnis sollten in gleichem Maße steigen. In den Berechnungsprogrammen müssen deshalb sowohl vereinfachte Materialmodelle mit wenigen Parametern, als auch realitätsnahe Materialmodelle mit oft zahlreicher notwendiger Parameteranzahl zur Verfügung stehen. Die Berücksichtigung vieler Details eines geomechanischen Modells kann aber zum Verlust der intellektuellen Kontrolle über das Modell führen. In jedem Fall sollten erste Berechnungen an einfachen Modellen mit nur wenigen, erfahrungsgemäß wichtigen Parametern durchgeführt werden. Dabei sind das Analysieren unerwarteter Systemantworten wichtiger als das Validieren der Lösung, und das Erkennen der geomechanischen Problemstellungen wichtiger als das Abbilden von Details.

Aus den oben genannten Notwendigkeiten resultieren die besonderen Anforderungen an Programmsysteme für den Einsatz in der Geotechnik. Dazu zählt vor allem die physikalische Leistungsfähigkeit, kontinuums- und diskontinuumsmechanische Berechnungen ausführen zu können. Für Standsicherheitsberechnungen müssen die Programme zudem ausreichende numerische Leistungsfähigkeit besitzen, um Berechnungen in der Nähe von Grenztragfähigkeitszuständen durchzuführen oder Versagenslasten und Versagensmechanismen bestimmen zu können.

Im deutschsprachigen Raum werden für Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau mauern im geklüfteten Fels bis heute überwiegend multilaminare Materialmodelle in klassischen Kontinuumsformulierungen in impliziten Programmsystemen eingesetzt. Empfehlungen der DIN 19700 [85], der DVWK-Merkblätter [84] oder des Arbeitskreises Numerik in der Geotechnik [47] beschränken sich in der Regel auch auf Kontinuumsformulierungen in impliziten FEM-Programmen. Aber gerade bei Berechnungen im geklüfteten Fels können mit diesen numerischen Werkzeugen Versagensmechanismen nur eingeschränkt abgebildet und untersucht werden oder infolge von Konvergenzproblemen oder numerischen Instabilitäten in Grenztragfähigkeitsberechnungen keine Ergebnisse mehr erzielt werden. In solchen Situationen könnten numerische Probleme mit Hilfe expliziter Lösungsstrategien (explizite FEM/FDM) und physikalische Probleme der verschmierten Ersatzmodelle mit Hilfe von Diskontinuumsformulierungen (DEM) untersucht bzw. überwunden werden.

5.2 Zum Sicherheitskonzept von Schwergewichtsstau mauern

Mit der Einführung europäischer Normen wird angestrebt, ein einheitliches Sicherheitskonzept auf der Grundlage der Wahrscheinlichkeitstheorie im Bauwesen durchzusetzen. [71] Ziel eines modernen Sicherheitskonzeptes muß die Minimierung des Versagensrisikos sein. Versagen tritt ein, wenn die Summe der Einwirkungen größer als die Summe der Widerstände ist. Bei Bauwerken wie Talsperren mit einem hohen Sicherheitsbedürfnis werden operative Versagenswahrscheinlichkeiten kleiner als 10^{-6} angestrebt. Das heißt, von 10^6 Realisationen der Konstruktion darf es in der planmäßigen Lebenszeit theoretisch allenfalls ein Versagen geben dürfen [46]. Zur Berechnung der Versagenswahrscheinlichkeit des Bauwerkes ist allerdings die Kenntnis über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen aller maßgebenden Widerstände und Einwirkungen erforderlich. Abgesehen von Wind und Erdbeben, die in Deutschland eine untergeordnete Rolle spielen, sind die Lasteinwirkungen im Dammbau relativ genau bekannt. Große Unsicherheiten dagegen gibt es bei der Beschreibung der Widerstände, vor allem bei der Bestimmung von felsmechanischen Kennwerten.

Grundlage moderner Nachweisverfahren sind Teilsicherheitsbeiwerte für Gruppen von Einwirkungen und Widerständen ähnlicher statistischer Verteilungen. Ausgehend von spektakulären Versagensfällen und einem höheren Sicherheitsbedürfnis wurde zuerst in den USA dieser unterschiedlichen Beschreibbarkeit von Einwirkungen und Widerständen in Normenwerken Rechnung getragen. Diese Überlegungen haben auch in deutschen Normen (DIN 19700, [85]) Eingang gefunden. In Anlehnung an wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle wurden Lastkombinationen und Widerlagerzustände definiert, in denen die felsmechanischen Kennwerte mit charakteristischen oder ungünstigen Kennwerten beschrieben werden. Belastungen werden nach ihrer Auftretenswahrscheinlichkeit geordnet und in Lastfällen zusammengefaßt. Lastkombinationen werden dann mit Widerlagerzuständen kombiniert und in Bemessungslastfälle eingeteilt. Den Bemessungslastfällen sind Sicherheitsbeiwerte

zugeordnet, wobei für Kombinationen ungünstiger Lastfälle mit ungünstigen Widerlagerzuständen eine Sicherheit von 1.00 gefordert wird.

Die Überprüfung, daß die Talsperre bei ungünstigen Kennwerten und Belastungen gerade noch stehenbleibt, wird dem Betreiber allerdings kein großes Maß an Sicherheit verleihen. Zudem setzt ein Sicherheitsfaktor von 1.00 voraus, daß alle Risiken in den Annahmen der ungünstigen Kennwerte und Belastungen enthalten sind. Darüber hinaus erscheinen quantitative Aussagen über Abstände von Betriebslastfällen zu Versagensfällen oder die Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten wünschenswert. Die in der DIN 19700 beschriebene Vorgehensweise läßt aber keine quantitativen Aussagen über Sicherheitsabstände oder über Versagenswahrscheinlichkeiten zu.

Zitat [85,S.12] Beim Standsicherheitsnachweis im Gründungsbereich ist ein Nachweis mit einem Sicherheitsfaktor im allgemeinen nicht möglich. Die Berechnungen sollten sorgfältig analysiert und interpretiert werden. Bereiche mit Festigkeitsüberschreitungen sollten klein gehalten und die Möglichkeit einer Spannungsumlagerung überprüft werden.

5.2.1 Berechnung von Sicherheitsabständen

Infolge des ausgeprägt nichtlinearen Spannungs-Verformungsverhaltens läßt sich ein Sicherheitsabstand nicht aus Vergleichen vorhandener und zulässiger Spannungen ableiten. Auch Größenvergleiche von plastischen zu elastischen Bereichen sind nicht aussagekräftig für quantitative Sicherheitsabstände zu möglichen Versagenszuständen. Quantitative Aussagen zum Spannungsumlagerungspotential lassen sich nur mit Grenztragfähigkeitsberechnungen ermitteln. Die möglichen Versagenszustände und Versagensmechanismen müssen erst einmal ermittelt werden. Sind mögliche Versagensmechanismen unter gegebenen Einwirkungen und Widerständen bekannt, können deterministische Sicherheitsabstände zu diesen Versagensmechanismen auch quantitativ angegeben werden.

Obwohl diese numerischen Studien mit erheblichem Modellierungsaufwand und hohen Anforderungen an numerische Werkzeuge einhergehen, erscheinen sie angesichts des Risikopotentials moderner Staudammprojekte notwendig. Auch im Zuge der Einführung europäischer Normenwerke, deren Bemessungskonzepte mehr und mehr auf Grenztragfähigkeitszuständen beruhen, wird es in zunehmenden Maße erforderlich werden, Versagenszustände in den numerischen Berechnungen zu erfassen [25].

Zur Berechnung von Sicherheitsabständen von Bemessungslastfällen zu Versagenszuständen in nichtlinearen Berechnungen können grundsätzlich die Widerstände, i.d.R. mit Parameterstudien der felsmechanischen Kennwerte variiert oder die maßgebenden Belastungen bis zum Erreichen eines Versagens gesteigert werden. Parameterstudien felsmechanischer Kennwerte sind infolge der vielfältigen Interaktionen einzelner Festigkeitswerte in räumlichen Berechnungen des Gesamttragwerkes Sperre/

Untergrund sehr aufwendig. Probabilistische Studien über einfache Felskeile [74] haben gezeigt, daß das Versagen in diesen Beispielen nur zu einem Drittel von den oft variierten Festigkeitsparametern bestimmt wurde. Zu gleichen Teilen war das Versagen von der Variation des Porenwasserdruckes und der Trennflächenlage abhängig. Es sollten im Rahmen von Parameterstudien deshalb auch die Trennflächengeometrie und die Annahmen der Strömungsberechnung variiert werden. Um die notwendigen Variationen zielgerichteter durchführen zu können, müssen die kritischen Systemparameter allerdings bekannt sein. Statistische Auswertungen von Stau mauerversagen haben ergeben, daß 75% aller Versagensfälle gründungsnahes Gebirgsversagen zur Ursache hatten [46]. Die Widerlager versagten, wenn der Scherwiderstand zur Aufnahme und Weiterleitung der horizontalen hydrostatischen Wasserlasten erschöpft war. Deshalb erscheint es sinnvoll, die für das Versagen oft maßgebenden horizontalen Wasserlasten bis zum Systemversagen zu steigern [40]. Neben dem Ermitteln von möglichen Versagensmechanismen und kritischen Parametern können dann auch globale Sicherheitsabstände zwischen Betriebslastfällen und Versagensfällen abgeschätzt werden.

Die vorgeschlagenen Laststeigerungen, die physikalisch genauso unmöglich sind wie die Annahme felsmechanischer Kennwerte außerhalb ihrer meist unbekanntesten statistischen Verteilung, sollen nicht als Ersatz eines Nachweisverfahrens verstanden werden. Die gewonnenen Abstände zwischen einem deterministisch beschriebenen Betriebszustand und einem möglicherweise unrealistischen Versagenszustand sind Versuche, den Sicherheitsabstand zu quantifizieren. Hauptanliegen dieser Arbeit ist aufzuzeigen, welches Maß an numerischer und physikalischer Leistungsfähigkeit notwendig ist, um Berechnungen in Grenztragfähigkeitszuständen durchzuführen, zu vergleichen und auszuwerten. Neben quantitativen Aussagen über Sicherheitsabstände können die gewählten Laststeigerungsberechnungen aber auch den geomechanischen Modellbildungsprozeß unterstützen:

- Es können sensible Tragwerksbereiche und felsmechanische Kennwerte lokalisiert werden.
- Es kann dann das geomechanische Modell überprüft und verbessert werden.
- Im Anschluß können die Datenmengen sensibler felsmechanische Kennwerte zielgerichtet erhöht und Parameterstudien durchgeführt werden.
- Es können konstruktive Maßnahmen untersucht werden, um Widerstände zu erhöhen.

In der Folge können Parameterstudien zielsicherer mit dem nötigen Wissen über die statistische Verteilung entscheidender Widerstände und Belastungen untersucht werden oder probabilistische Berechnungen mit nur wenigen Basisvariablen zur Ermittlung von Versagenswahrscheinlichkeiten durchgeführt werden.

5.3 Stationäre Sickerströmungsberechnungen im geklüfteten Fels

5.3.1 Allgemeines

Die Sickerwasserströmung hat für die Beurteilung der Standsticherheit der Talsperre und des Untergrundes eine besondere Bedeutung. Zum einen führt sie zu den vieluntersuchten Auftriebskräften auf den Mauerkörper, zum anderen hat sie einen dominierenden Einfluß auf die Standsticherheit im Gründungsbereich. In vielen Untersuchungen zu Versagensursachen [36,53,59,79] von Talsperren waren es Sickerwasserströmungen, die ein Versagen einleiteten.

Im geklüfteten Fels kann in der Regel davon ausgegangen werden, daß die Sickerströmung in den Trennflächen stattfindet und der intakte Fels 'undurchlässig' ist bzw. die Strömung im intakten Fels vernachlässigt werden kann. In der Literatur sind für Trennflächen Durchlässigkeitswerte von 10^{-5} bis 10^{-8} m/s und für Schiefergestein von etwa 10^{-11} m/s [79] angegeben, was diese Modellvorstellung bestätigt. Neben Wasserverlusten infolge Unterströmung, die für den Betrieb der Talsperren kritisch werden können, sind es mögliche Ausspülungen und der Einfluß des Porenwasserdruckes, die zu Standsticherheitsproblemen führen können. Mögliche Ausspülungen von Trennflächeneinlagerungen werden im weiteren in den Annahmen der Festigkeitskennwerte der Trennflächen berücksichtigt. Entscheidender und viel diskutiert in der Literatur [35,79] ist die Erfassung der Porenwasserdruckverteilung und ihre Berücksichtigung in der mechanischen Berechnung. Bei der Spannungsermittlung werden effektive (σ_{eff}) und totale Spannungen (σ_{tot}) unterschieden.

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{eff}} + np \quad (5.1)$$

- mit: $n = (1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T$

p Porenwasserdruck

Wirkt auf wassergesättigte Körper eine Last, unterscheidet man zwei Extremsituationen. Im undrännierten Zustand kurz nach der Lasteinleitung hat noch kein Druckausgleich stattgefunden. Kein Wasser verläßt die Poren oder dringt in Poren ein. Es wirkt der volle Porenwasserdruck auf den gesamten Körper. Nach einiger Zeit stellt sich ein drännierter Zustand ein. Das Wasser entweicht oder eine stationäre Strömung mit einer stationären Porenwasserdruckverteilung stellt sich ein. Dann wirkt der Porenwasserdruck nur noch auf alle wasserundurchlässigen Körper, in denen kein Druckausgleich stattfinden kann. Bei Einstau einer Talsperre werden zeitabhängig viele Spannungszustände zwischen diesen beiden Grenzwerten auf den Mauerkörper oder im Gebirge herrschen. Da exakte Berechnungen dieses stark zeitabhängigen Problems nicht durchführbar sind, werden Idealisierungen notwendig. Aussagen in der Literatur dazu sind leider manchmal widersprüchlich:

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau mauern

Zitat [55,S.143] It is generally accepted that the strength of intact rock and rock joints is governed by 'effective stress' and not by total stress. Undrained case may be critical in some cases such as stability of gravity dams.

Getroffene Idealisierungen sind oft an die Verwendung von Kontinuums- oder Diskontinuumsformulierungen geknüpft. Für den Vergleich der Kontinuums- und Diskontinuumsberechnungen wird es deshalb notwendig, die getroffenen Idealisierungen zu diskutieren. Es werden stationäre Sickerwasserberechnungen unter Annahme von undurchlässigem Fels und laminarer Spaltströmung in den Trennflächen im verschmierten Ersatzkontinuum mit ANSYS und im Diskontinuumsmodell mit UDEC durchgeführt.

Nach Darcy's Hypothese verhält sich die Fließgeschwindigkeit laminarer Fließprozesse proportional zum hydraulischen Gradienten. Unter Ansatz einer laminaren Spaltströmung in der Trennfläche läßt sich die Fließgeschwindigkeit dann

ausdrücken:

$$v = k_{TF} I = \frac{q}{a_{TF}} \quad (5.2)$$

Der Proportionalitätsfaktor wird mit dem Durchlässigkeitsbeiwert der Trennfläche

beschrieben.

$$k_{TF} = \frac{(a_{TF})^2 g}{12\nu_W} \quad (5.3)$$

- mit: a_{TF} Trennflächenöffnungsweite
- g Gravitation
- q Wassermenge
- ν_W kinematische Zähigkeit
- k_{TF} Durchlässigkeitsbeiwert der Trennfläche

Der hydraulische Gradient wird abhängig von der mechanischen Formulierung beschrieben:

$$I = \frac{\Delta h}{l} \quad \text{Gradient der Standrohrspiegelhöhen im Kontinuum} \quad (5.4)$$

$$I = \frac{\Delta p}{l} \quad \text{Gradient der Porenwasserdruckverteilung im Diskontinuum}$$

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau mauern

Kontinuumsmodell (ANSYS)	Diskontinuumsmodell (UDEC)
hydrologische Eigenschaften	
- Permeabilitätstensor K im Ersatzkontinua	- Permeabilitäten und Öffnungsweiten der Trennflächen
Randbedingungen der Sickerströmungsberechnung	
<ul style="list-style-type: none"> - hydrostatische Wasserlasten auf Reservoir - freie Sickeroberfläche auf der Luftseite - undurchlässige Modellgrenzen und undurchlässige Mauersohle 	
Ergebnis der stationären Sickerströmungsberechnung	
- Verteilung der Standrohrspiegelhöhen (ohne Berücksichtigung der Gravitation)	- Kluftwasserdruckverteilung (mit Berücksichtigung der Gravitation)
Kopplung mit mechanischer Berechnung	
mechanische Ersatzlasten - Abminderung des Felseigengewichtes - Strömungsdruck - Auftriebskraft auf die Dammsohle ↓ effektive Spannungen in Trennflächen und intakten Fels	direkte Berücksichtigung des Kluftwasserdruckes auf alle wasserundurchlässigen Körper (Felsblöcke und Mauer) ↓ effektive Spannungen in Trennflächen totale Spannungen im intakten Fels

Tafel 5.1 Idealisierungen der Sickerströmungsberechnungen

In Tafel 5.1 sind die Annahmen und Idealisierungen der stationären Sickerwasserströmungsberechnungen der folgenden Beispiele in der Kontinuumsmechanik und der Diskontinuumsmechanik gegenübergestellt.

5.3.2 Stationäre Sickerströmungsberechnungen in der Kontinuumsmechanik

In der Kontinuumsmechanik werden Sickerströmungsberechnungen im geklüfteten Fels im verschmierten Ersatzkontinuum beschrieben [26,79]. Es wird ein Permeabilitätstensor K eingeführt, der die Durchlässigkeiten isotrop bzw. abhängig von der Raumlage und der Durchlässigkeit der Trennflächenscharen beschreibt. Durch ein Verschmieren der Durchlässigkeiten der Trennflächen auf einen Flächenquerschnitt (bezogen auf 1m Breite, siehe Bild 5.1) kann eine laminare Strömung im Ersatzkontinuum beschrieben werden:

$$v_{FT} = \frac{q}{A} = k_{TF} \frac{2a_i}{d} I \quad (5.5)$$

bzw. transformiert ins globale Koordinatensystem $\{v_{FT}\} = K\{I\}$ (5.5a)

Aus der Kontinuitätsbedingung der stationären Sickerwasserströmung läßt sich die Verteilung des Gradienten (I) der Standrohrspiegelhöhen ermitteln:

$$\text{div}(v_{FT}) = 0 \quad (5.6)$$

- mit: v_{FT} Filtergeschwindigkeit im Ersatzkontinuum
- K richtungsabhängiger Permeabilitätstensor im Ersatzkontinuum
- $2a_i$ Trennflächenöffnungsweite ($\equiv a_{TF}$ in Gl. 5.3)
- A Querschnittsfläche
- d mittlerer Trennflächenabstand

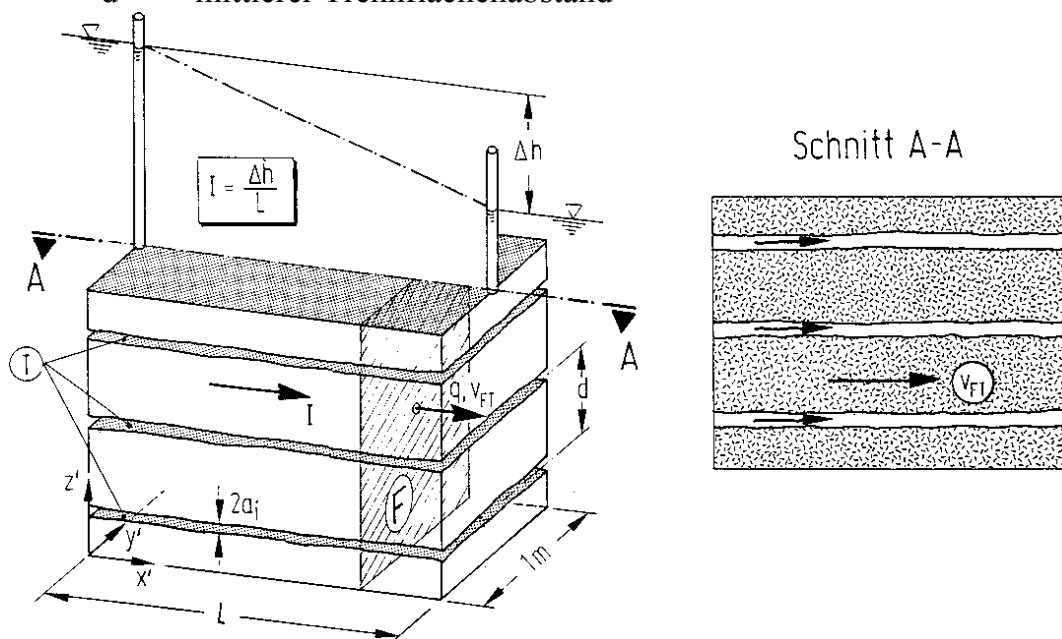


Bild 5.1 Modellvorstellung und Herleitung der Filtergeschwindigkeit im verschmierten Ersatzkontinuum mit einer Trennflächenschar (aus Wittke, [79])

Standstabilitätsberechnungen von Schwergewichtsstaumauern

In den Sickerwasserberechnungen in Kap. 6./7. waren nur isotrope Durchlässigkeitsbeiwerte aus Feldversuchen bekannt. In den mechanischen Berechnungen der Kontinuumsmechanik werden folgende Ersatzlasten zur Berücksichtigung der stationären Porenwasserdruckverteilung eingeführt:

- Aus der Gradientenverteilung der Strömungsberechnung wird ein Strömungsdruck

als Knotenkraft ermittelt:
$$\{F^{Str}\} = \gamma_w V_G \{I\} \quad (5.7)$$

(es werden nur Strömungskräfte in Normalrichtung berücksichtigt)

- Im wassergesättigten Felsuntergrund wird der Auftrieb durch Abminderung der Trockenrohdichte berücksichtigt.

- bei Z-Achse gleich Gravitationsachse:
$$\{F^{Auf}\} = \gamma_w V_G \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

- Auf den undurchlässigen Mauerkörper wirkt eine Auftriebskraft die der Größe der Porenwasserdruckverteilung in der Dammsohle entspricht.

- mit: F^{Str} Vektor der Strömungskräfte
- F^{Auf} Vektor der Auftriebskräfte
- γ_w Wichte des Wassers
- V_G Elementvolumen

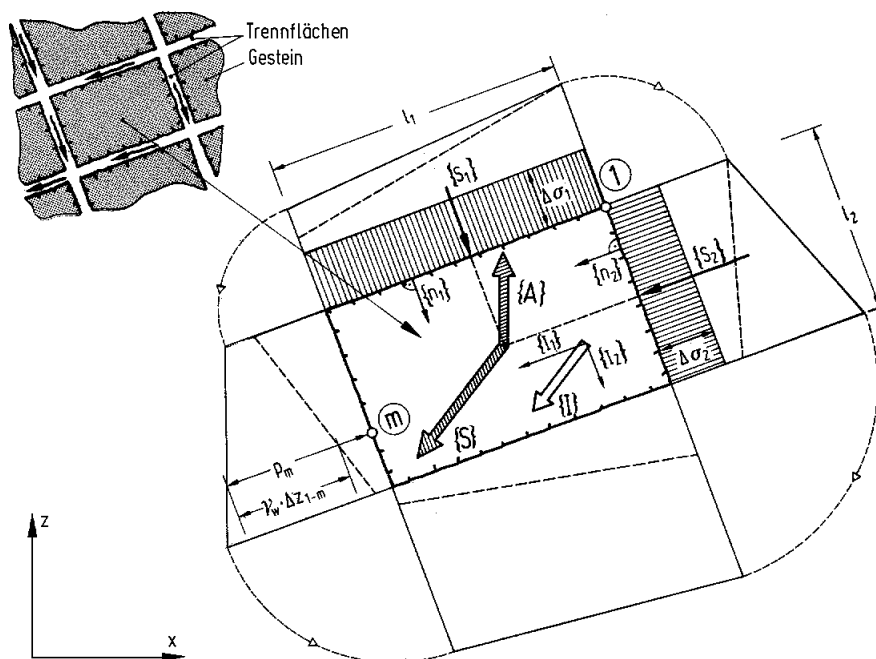


Bild 5.2 Normalspannungen am Kluftkörper (aus Wittke, [79])

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstaumauern

Die Einführung dieser üblichen Idealisierungen und der mechanischen Ersatzlasten hat folgende Konsequenzen:

- Im wasserdurchströmten Felsuntergrund werden effektive Spannungen (Trennflächen + Gestein) angenommen.
- In der Staumauer werden totale Spannungen angenommen.
- Vor allem an Modellgrenzen totaler und effektiver Spannungen (Sohlwasserdruck) und in Bereichen hoher Gradienten (Strömungsdruck) beschreiben die mechanischen Ersatzlasten die Porenwasserdruckverhältnisse nur näherungsweise.

Die Annahme effektiver Spannungen im intakten Fels stellt dabei die untere Schranke und die Annahme totaler Spannungen in der Mauer stellt die obere Schranke möglicher Spannungszustände dar.

Verteilung der piezometrischen Höhen nach Strömungsberechnung

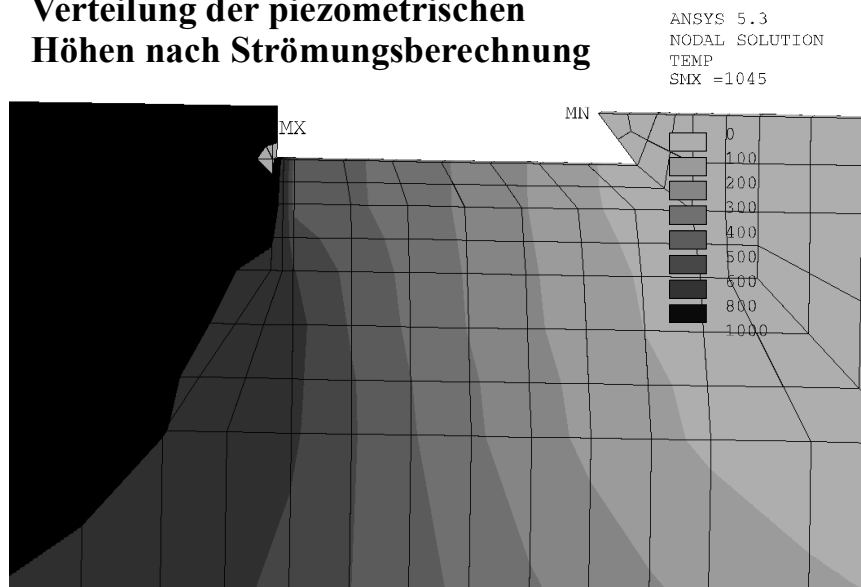


Bild 5.3 Standrohrspiegelhöhen (m WS) nach stationärer Sickerwasserberechnung

Bild 5.3 zeigt die Verteilung der Standrohrspiegelhöhen nach einer Strömungsberechnung. Auf die Unterseite der Talsperre wirkt das ganze Eigengewicht der Mauer (totale Spannung), aber in der Dammsohle muß die vertikale Spannungskomponente um den Auftrieb abgemindert werden. Dazu wird der Sohlwasserdruck als mechanische Ersatzlast auf die Dammsohle aufgebracht. Bei der Berücksichtigung der Porenwasserdruckverhältnisse durch mechanische Ersatzlasten stellen sich aber an Modellgrenzen von effektiven und totalen Spannungen (Dammsohle) unerwünschte Deformationen und Änderungen aller Spannungskomponenten ein.

Vertikalspannungen infolge Sohlwasserdruck

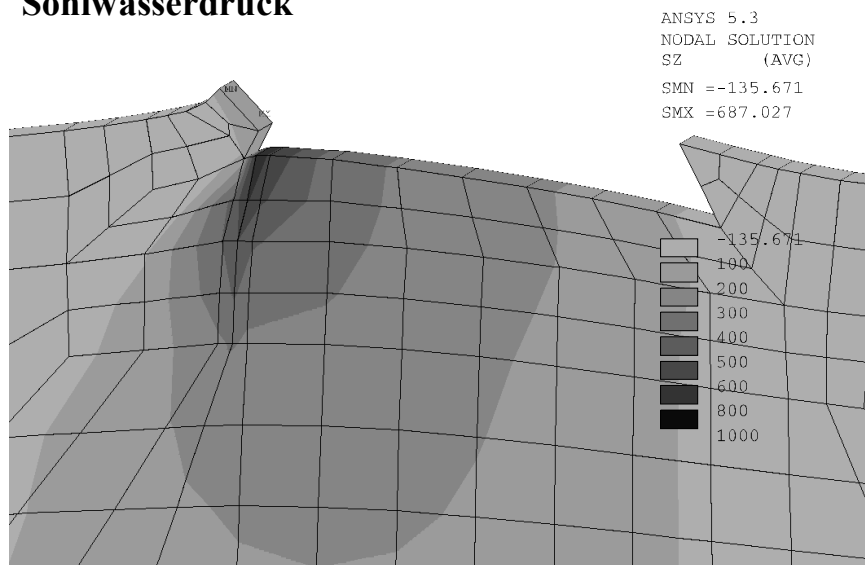


Bild 5.4 mechanische Ersatzlast Sohlwasserdruck (KN/m²)

Bild 5.4 zeigt die Größe der Vertikalspannungen im Felsuntergrund im elastischen Gleichgewichtszustand nach Aufbringen des Sohlwasserdruckes. Gerade im interessanten Bereich des Dichtungsschleiers sind größere Abweichungen der vorhandenen Vertikalspannungen vom aufgebracht Porenwasserdruck an der Modellgrenze Untergrund/Talsperre zu beobachten. Der Maximalwert der Vertikalspannung in der Sohlfläche beträgt (auch durch Knotenmittlung) 687 KN/m² gegenüber 1045 KN/m² maximal aufgebracht Porenwasserdruckes. Infolge unerwünschter Deformationen werden zusätzlich alle Spannungskomponenten durch die mechanische Ersatzlast beeinflusst.

Horizontalspannungen infolge Strömungsdruck

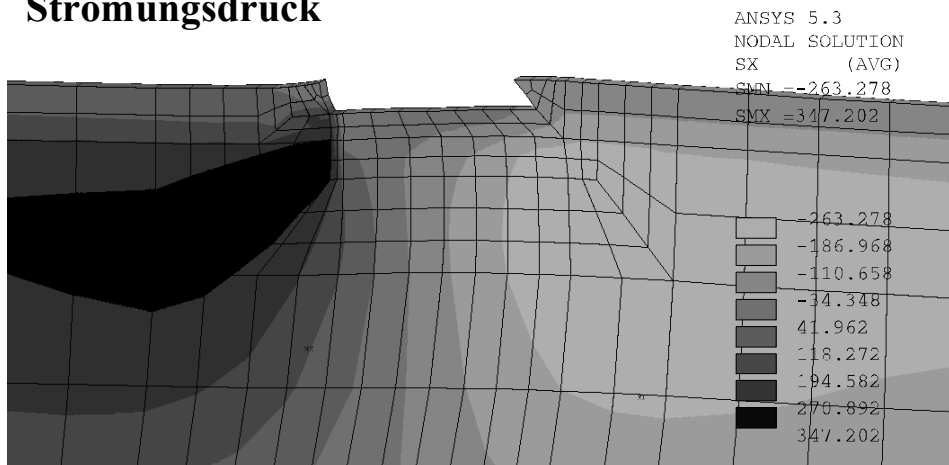


Bild 5.5 mechanische Ersatzlast Strömungsdruck (KN/m²)

Bild 5.5 zeigt die horizontalen Spannungen infolge der mechanischen Ersatzlast Strömungsdruck. Mit der Berücksichtigung eines Strömungsdruckes wird der Tatsache Rechnung getragen, daß Porenwasserdruckdifferenzen Kräfte in den Felsuntergrund einleiten. Auch hier kommt es in Bereichen hoher Gradienten (Dichtungsschleier) zum Verschmieren der Spannungsspitzen.

Grundsätzlich können Spannungen wie Porenwasserdruck, deren Spannungs-komponenten nicht mit der Elementsteifigkeit übereinstimmen, mit mechanischen Ersatzlasten nur näherungsweise beschrieben werden. Deshalb wurde in den implementierten Materialroutinen die Möglichkeit vorgesehen, Porenwasserdrücke, Primärspannungskomponenten o.ä. und Spannungen der mechanischen Berechnung unabhängig zu verwalten. Damit ist es z.B. auch in verschmierten Materialmodellen möglich, totale und effektive Spannungszustände zu berücksichtigen.

In vielen praktischen Beispielen [35,53] hatten die Änderungen der Durchlässigkeiten großen Einfluß auf die Standsicherheit. In diesen Fällen müssen gekoppelte hydraulische und mechanische Berechnungen die Permeabilitätsänderungen und deren Auswirkungen auf den Porenwasserdruck erfassen. In der Kontinuumsmechanik werden iterative Berechnungsalgorithmen [26] im pseudo-viskoplastischen Materialmodell vorgeschlagen. Natürlich werden dann wieder alle Ursachen und Auswirkungen im mechanischen und hydraulischen Modell verschmiert. Damit eignet sich das verschmierte Kontinuumsmodell gut für großräumige Sickerströmungsprozesse, in denen lokale Extrema für den Strömungsprozeß keine Rolle spielen.

Wenn lokale Ursachen, wie Risse im Dichtungsschleier oder dominante Kluftwasserleiter, die Sickerwasserströmung entscheidend beeinflussen, müssen diese Strömungsdiskontinuitäten sowohl in der hydraulischen als auch in der mechanischen Berechnung diskret abgebildet werden. Dann wird es notwendig, gekoppelte hydraulische und mechanische Berechnungen in Diskontinuumsformulierungen zu simulieren.

5.3.3 Stationäre Sickerströmungsberechnungen in der Diskontinuumsmechanik

In der Diskontinuumsmechanik werden die Klüfte und die undurchlässigen Körper diskret modelliert und der Porenwasserdruck bzw. Kluftwasserdruck ist nach einer Strömungsberechnung in den Kluftwasserleitern bekannt. Er wird als Spannungskomponente und nicht als mechanische Ersatzlast in der mechanischen Berechnung berücksichtigt. Damit können problemlos alle Spannungszustände zwischen dränierten und undränierten Zustand (effektive und totale Spannungen) in den Blöcken und Trennflächen simuliert werden. Änderungen der Kluftdurchlässigkeit durch Trennflächenöffnen oder -schließen können in jedem Berechnungsschritt aktualisiert werden. Ort und Änderungen des Kluftwasserdruckes und die Auswirkungen auf im Wasser befindliche Körper werden diskret modelliert. Damit

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstaumauern

sind Diskontinuumsprogramme sehr gut zur Simulation lokaler Strömungsprozesse oder für Konsolidierungsberechnungen im geklüfteten Fels geeignet.

Auch im Diskontinuumsprogramm UDEC werden die hydraulischen Eigenschaften der Felsblöcke und der Trennflächen sowie ihre Wechselwirkungen mit der mechanischen Berechnung diskret in die Berechnungen eingeführt. Es werden folgende hydraulische Eigenschaften modelliert:

- die Blöcke sind undurchlässig
- die hydraulischen Eigenschaften der Trennflächen mit Trennflächenpermeabilität k_j und Trennflächenöffnungsweite a_{TF}

Die Stabilität der expliziten Strömungsberechnung sichert ein kritischer hydraulischer Zeitschritt.

$$\Delta t_{\text{hydr}} = \frac{V_{TF}}{K_W \frac{k_j a_{TF}^3}{l_{TF}}} \quad (5.9)$$

Das Ergebnis der Zeitschrittberechnung sind die Kluftwasserdruckänderungen in der Trennfläche:

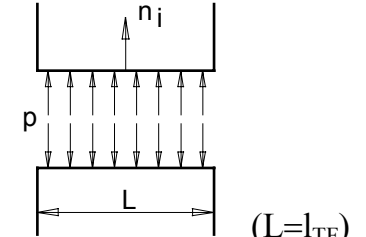
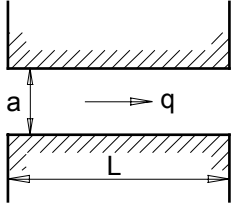
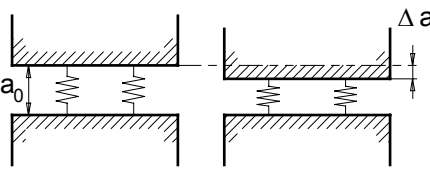
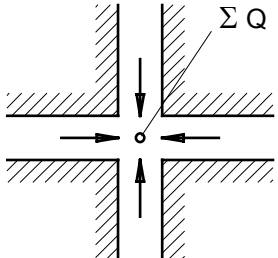
$$p^{t+\Delta t} = p^t + K_W Q \frac{\Delta t_{\text{hydr}}}{V_{TF}} - K_W \frac{\Delta V}{V_m} \quad (5.10)$$

- mit: V_{TF} Volumen der Trennfläche
 K_W Kompressionsmodul des Wassers
 l_{TF} Trennflächenlänge
 Q gesamter Zufluß zu einer Trennfläche
 $\Delta V = V^{t+\Delta t} - V^t$ Änderung des Volumens
 $V_m = (V^{t+\Delta t} + V^t) / 2$ mittleres Volumen

Die Kopplung von hydraulischer und mechanischer Berechnung kann in jedem Berechnungsschritt erfolgen. Damit können dränierte und undränierte Belastungszustände simuliert werden. Solche Konsolidierungsberechnungen können aber infolge kleiner hydraulischer Zeitschritte sehr zeitintensiv werden. In stationären Sickerwasserberechnungen wird deshalb die Änderung des Trennflächenvolumens vernachlässigt und das Trennflächenvolumen zur Zeitschrittskalierung genutzt [82]. Dann lassen sich stationäre Sickerströmungsberechnungen mit weit weniger Rechenzeit in guter Näherung realisieren. Die Kopplung mit der mechanischen Berechnung erfolgt in stationären Zuständen der Sickerwasserberechnung. Der Kluftwasserdruck wird in der anschließenden mechanischen Berechnung als Spannungskomponente (Gl. 5.11) auf alle wasserundurchlässigen Körper angesetzt. In

Stand sicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstau mauern

den spannungsabhängigen Fließkriterien werden effektive Spannungen in den Trennflächen und totale Spannungen im intakten Fels angenommen. Die Annahme totaler Spannungen im intakten Fels stellt eine obere Schranke möglicher Spannungszustände dar und ist eine Konsequenz der Modellvorstellung des “undurchlässigen” Felsblockes. Ist genauere Kenntnis über das Konsolidierungsverhalten des Gebirges vorhanden, könnte die wirksame Spannungsgröße des Porenwasserdruckes jederzeit aktualisiert werden. Änderungen der Trennflächenöffnungsweite (Gl. 5.13) und damit der Durchlässigkeit der Kluftwasserleiter infolge mechanischer Berechnung können in einer anschließenden Sickerwasserberechnung (Gl. 5.12/5.14) berücksichtigt werden.

Wirkung des Kluftwasserdruckes in der mechanischen Berechnung		$F_i = p n_i l_{TF} \quad (5.11)$
Strömung in der hydraulischen Berechnung		$q = -k_j a_{TF}^3 \frac{Dp}{l_{TF}} \quad (5.12)$
Änderung der Trennflächenöffnung infolge mechanischer Belastung		$a_{TF} = a_{TF0} + \Delta a_{TF} \quad (5.13)$
Änderung des Kluftwasserdruckes in der hydraulischen Berechnung		$Dp = \frac{K_W}{V} \sum Q \Delta t \quad (5.14)$ <p>$\Sigma Q =$ Zuflüsse zum Knoten</p>

Tafel 5.2 Stationäre Sickerwasserberechnung in UDEC

Im implementierten multilaminaren Modell werden die Fließkriterien der Trennflächenscharen ebenfalls mit effektiven Spannungen und die Fließkriterien vom intakten Fels mit totalen Spannungen überprüft. Damit können in UDEC Sickerströmungsberechnungen mit diskreten Kluftwasserleitern und Blöcken von geklüftetem Fels durchgeführt werden. In praktischen Berechnungen kann der vorhandene Trennflächenabstand vergrößert werden, die volle Funktionsfähigkeit der Strömungsberechnung um die Blöcke von geklüftetem Fels bleibt erhalten und die

Fließkriterien aller Trennflächenscharen werden mit effektiven Spannungen überprüft. Bei der Vergrößerung des Trennflächenabstandes ist auf eine Anpassung der Kennwerte zu achten (Kap. 5.5).

5.4 Zur Modellierung von Primärspannungen

Unter Primärspannungen versteht man den Spannungszustand, der vor dem Baubeginn im Gebirge herrscht. Primärspannungszustände im Gebirge sollen nach der DIN 19700 erfaßt und bei den Standsicherheitsberechnungen berücksichtigt werden. Hauptursache oberflächennaher Primärspannungen sind das Eigengewicht, die Auflasten des Überdeckungsgebirges und der Einfluß der Morphologie. Vor allem in tieferen Felsschichten werden oft erhöhte Horizontalspannungen beobachtet. Gründe dafür werden auch in der tektonischen Entstehungsgeschichte der Gebirge, in der Kugelform der Erde oder dem oft weiträumigen Einfluß von Anisotropien oder Inhomogenitäten geologischer Formationen gesehen.

Wie bei der Verarbeitung von Porenwasserdrücken schon erwähnt, können im mechanischen Modell nur Spannungszustände, die im Gleichgewicht mit den Stoffgesetzen, der Geometrie und den Lasten stehen, modelliert werden. Daß heißt, der sich einstellende Spannungszustand des Eigenlastfalls weicht unter Umständen stark vom Primärspannungszustand ab, und der Bearbeiter versucht den Primärspannungslastfall zu "konstruieren". Um die Spannungsdifferenzen korrekt in das mechanische Modell einzubringen, müßten ihre Ursachen bekannt sein. Bei praktischen Aufgabenstellungen ist aber häufig die Kenntnis über die Größe und Richtung, sowie die Ursachen der Primärspannungen sehr unsicher.

Grundsätzlich kann die Differenz zwischen dem Eigenlastfall und den angenommenen Primärspannungen mit mechanischen Ersatzlasten oder als Spannungskomponente aufgebracht werden. In impliziten FEM-Programmen werden Primärspannungen gewöhnlicherweise als mechanische Ersatzlasten in das Modell gebracht. Dann ergeben sich steifigkeitsabhängige Spannungsänderungen aller Spannungskomponenten wie unter Kap. 5.3.2 erläutert. In den Standsicherheitsberechnungen sind z.B. die Modellgrenzen von der Talsperre weit entfernt, so daß erhöhte Horizontalspannungen als teufenabhängiger Seitendruck aufgebracht, gerade im interessanten Nahbereich der Talsperre infolge unerwünschter Biegeeffekte keine erhöhten Horizontalspannungen ergaben.

Bei der Konstruktion von Primärspannungszuständen mit mechanischen Ersatzlasten sollten in jedem Fall die Spannungsänderungen im Gleichgewichtszustand überprüft werden. Wenn physikalisch erklärbare Primärspannungskomponenten herrschen, die sich mit mechanischen Ersatzlasten nicht hinreichend modellieren lassen, können diese Spannungskomponenten als Konstanten zu den Spannungen der mechanischen Berechnung addiert werden. Diese Vorgehensweise ist in gleicher Form wie bei der Berücksichtigung der Porenwasserdrücke in den Implementationen vorgesehen und erscheint für alle Spannungen, die nicht aus Deformationen resultieren, auch sinnvoll.

Die Berechnung und Bereitstellung dieser Spannungskomponenten für jeden Berechnungspunkt ist oft sehr aufwendig und wird in der Regel über Näherungsansätze realisiert. Zudem sollten Gesetzmäßigkeiten zur Entspannung dieser Spannungskomponenten in der weiteren Belastungsgeschichte bekannt sein und implementiert werden. Wenn allerdings der Primärspannungszustand allein schon Ungleichgewichtskräfte provoziert, stehen die angenommenen Primärspannungen im Gegensatz zur physikalischen Beschreibung des Problems, dann sollten die Primärspannungen oder die physikalische Beschreibung überdacht werden.

In UDEC können zur "Konstruktion" des Primärspannungszustandes neben statischen Ersatzlasten auch Spannungen direkt als Grundspannungszustände in die mechanische Berechnung eingeführt werden. Aber auch hier kommt es zu Spannungsänderungen, wenn vom modellierten Primärspannungszustand kein Gleichgewichtszustand beschrieben ist oder die Grundspannungszustände Fließkriterien überschreiten. Die resultierenden Spannungsänderungen sind in gleicher Weise zu prüfen. Vorteil expliziter Programme ist, daß Verformungen des Primärspannungszustandes vor Beginn der Belastungsgeschichte problemlos zu Null gesetzt werden können und Grundspannungszustände, die Fließkriterien überschreiten, auf die Fließfläche relaxiert werden, ohne Ungleichgewichtskräfte in das System zu bringen.

5.5 Umrechnungen felsmechanischer Kennwerte für kontinuums- und diskontinuumsmechanische Berechnungen

In praktischen Berechnungen sind i.d.R. nicht alle notwendigen felsmechanischen Kennwerte für Berechnungen im verschmierten Ersatzkontinuum und im Diskontinuum bekannt. Auch in den folgenden Beispielen waren zur Beschreibung des Deformationsverhaltens und der Durchlässigkeiten nur verschmierte felsmechanische Kennwerte gegeben. Auch wurde es in den diskontinuumsmechanischen Berechnungen notwendig, die vorhandenen Kluftabstände in bestimmten Modellbereichen zu vergrößern. Um die Vergleichbarkeit der Berechnungen zu sichern, müssen Umrechnungen von diskreten und verschmierten Kennwerten hergeleitet werden.

Umrechnung der Steifigkeitsverhältnisse

Zur Beschreibung des Deformationsverhaltens des geklüfteten Gebirges waren verschmierte Deformationsmoduln bekannt. Aus den Unterlagen der Gründungsgutachten konnten aus ermittelten Elastizitätswerten kleiner Probekörper Deformationswerte von "intaktem" Fels abgeschätzt werden. Aus der Annahme, daß für den geklüfteten Fels sowohl in der Idealisierung als verschmiertes Ersatzmaterial, als auch in der Idealisierung als Diskontinuum identisches Deformationsverhalten zugrunde gelegt wird, können Umrechnungen zwischen diskreten und verschmierten Kennwerten hergeleitet werden [30,31,70].

Auf Grund der Probleme bei der Bestimmung der Kennwerte und den starken Idealisierungen der gegebenen verschmierten Kennwerte wurde auch eine einfache Umrechnung der Steifigkeitswerte gewählt. Die Steifigkeitswerte der Trennflächen wurden aus den Verformungsmoduln des geklüfteten Gebirgsverbandes und von intaktem Fels unter der Idealisierung einachsiger Belastung senkrecht zu einer Trennflächenschar mit gleichmäßigem Trennflächenabstand bestimmt [82]:

$$k_N = \frac{E_{RM} E_R}{d(E_R - E_{RM})} \quad k_S = \frac{G_{RM} G_R}{d(G_R - G_{RM})} \quad (5.15)$$

- mit: k_N, k_S Kluftnormal- und Schersteifigkeit
 d mittlerer Kluftabstand einer Schar
 E_{RM}, G_{RM} Elastizitätsmodul und Schubmodul des geklüfteten Gebirges
 E_R, G_R Elastizitätsmodul und Schubmodul von intaktem Fels

Zur Überprüfung der physikalischen Relevanz der abgeschätzten Kennwerte wurden elastische Berechnungen im Eigenlastfall der Talsperren durchgeführt. Dabei wurden in UDEC vergleichbare Ortsdiskretisierungsniveaus in Kontinuumsberechnungen und Diskontinuumsberechnungen ausgewertet. Da aus den Idealisierungen der Modellierung des geklüfteten Fels als verschmiertes Ersatzkontinuum oder als Diskontinuum Verschiebungsabweichungen plausibel sind, wurden keine Kennwertanpassungen zum Erreichen **identischer** Verschiebungswerte angestrebt. Der Vergleich der Verformungsenergien des verschmierten Ersatzkontinuums mit den Verformungsenergien der Blöcke von intaktem Fels und der Trennflächen des Diskontinuums ist ein geeigneteres Maß zur Überprüfung der gewählten Deformationskennwerte. Bei einer notwendigen Anpassung der nach Gl. 5.15 ermittelten Kluftsteifigkeiten (Kap. 6./7.) wurde auf Erfahrungswerte der Literatur zurückgegriffen [3,4,82].

Permeabilitäten für stationäre Berechnungen

Für die stationären Sickerwasserberechnungen waren nur isotrope Gebirgsdurchlässigkeitsbeiwerte bekannt. Die Durchlässigkeitsbeiwerte des verschmierten Ersatzkontinuum lassen sich aus der Herleitung laminarer Kluftströmung im Ersatzkontinuum in Trennflächenpermeabilitäten des Diskontinuums umrechnen [79]. Sollen für stationäre Sickerströmungsberechnungen nur die Potentialverteilungen der Standrohrspiegelhöhen bzw. des Porenwasserdruckes berechnet und keine Sickerwassermengen ermittelt werden, ist nur die Verteilung der Permeabilitäten und nicht ihre explizite Größe von Bedeutung. Deshalb wurde auf eine Umrechnung der Permeabilitätskennwerte verzichtet. Für die Permeabilitätswerte der Trennflächen im Diskontinuum wurden die für diesen Bereich vorgegebenen Gebirgsdurchlässigkeitsbeiwerte des verschmierten Ersatzkontinuums angenommen. Die Kluftöffnungsweiten waren ebenfalls nicht bekannt und wurden für die Berechnungen in UDEC abgeschätzt.

Umrechnungen bei vergrößerten Kluftabständen

In praktischen Berechnungen mit der DEM kann es notwendig werden, die Trennflächenabstände diskret modellierter Trennflächen im geomechanischen Modell größer als die tatsächlichen Trennflächenabstände zu wählen. Dann müssen die felsmechanischen Kennwerte der Trennflächen und der Blöcke von intaktem und geklüftetem Fels so angepaßt werden, daß sowohl das mechanische als auch das hydraulische Gesamtverhalten des geklüfteten Gebirges sich nicht verändert. Auch mit der Einführung des multilaminaren Modells in den Blöcken werden Anpassungen von Kennwerten notwendig. In den mechanischen Berechnungen werden die Trennflächensteifigkeiten und in den Strömungsberechnungen die Permeabilitäten der diskreten Kluftwasserleitern modifiziert. In den praktischen Beispielen der Kapitel 6. und 7. werden folgende Anpassungen getroffen:

1. Deformationskennwerte in den mechanischen Berechnungen

- Bereiche des Felsuntergrundes ohne diskrete Trennflächen, wie an den Modellrändern, werden ausschließlich im verschmierten Ersatzkontinuum modelliert und es werden verschmierte Deformationskennwerte verwendet.
- Wird in Bereichen des Untergrundes der Abstand diskret modellierter Trennflächen vergrößert, werden für die Blöcke von geklüftetem Fels Deformationskennwerte vom intakten Fels verwendet und die Normal- und Schersteifigkeiten der diskreten Trennflächen angepaßt:

$$k_{\text{TF-vergrößert}} = k_{\text{TF}} \frac{1}{n} \quad (5.16)$$

- mit: $n = \frac{\text{Trennflächenabstand - vergrößert}}{\text{Trennflächenabstand - real}}$

2. Permeabilitätswerte in den Strömungsberechnungen

- In den stationären Sickerwasserberechnungen werden die Öffnungsweite und der Durchlässigkeitsbeiwert der diskreten Trennflächen mit vergrößertem Trennflächenabstand angepaßt.
- Öffnungsweite der Kluftwasserleiter:

$$a_{\text{vergrößert}} = a_{\text{TF}} n \quad (5.17)$$

- Trennflächendurchlässigkeit der Kluftwasserleiter:

$$j_{\text{perm-vergrößert}} = \frac{j_{\text{perm}}}{n^2} \quad (5.18)$$

Kapitel 6

Neubau einer Schergewichtsstaumauer mit gerader Mauerachse

Am Beispiel einer Schergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse sollen unter gegebenen felsmechanischen Kennwerten für den Lastfall Volleinstau Sicherheitsabstände zum Systemversagen bestimmt werden. Zur besseren Beurteilung der Ergebnisse und zur Quantifizierung des Einflusses physikalischer Idealisierungen und der numerischen Verarbeitung auf die Versagenslasten werden Kontinuums- und Diskontinuumsmodelle in impliziten und expliziten Programmen berechnet. Dabei soll die Leistungsfähigkeit der multilaminaren Materialmodelle und ihrer numerischen Umsetzung am komplexen praktischen Berechnungsbeispiel untersucht werden. Zur Bestimmung eines deterministischen Sicherheitsabstandes zwischen Volleinstau und einem möglichen Versagen werden die horizontalen Wasserlasten bis zum Eintritt eines Systemversagens gesteigert. Neben der Größe eines Sicherheitsabstandes soll untersucht werden, ob für das Versagen des Systems Talsperre/Untergrund die Festigkeiten im Trennflächensystem oder im intakten Fels maßgebend werden.

6.1 Berechnung als unendlich lange Mauer

Die Standsicherheit von Schergewichtsstaumauern mit gerader Mauerachse wird i.d.R. mit ebenen (2D) oder pseudo-räumlichen (2½D) Berechnungen nachgewiesen. Ebene Berechnungen des Mauerquerschnittes in der Talsohle wurden mit UDEC und pseudo-räumliche Berechnungen mit ANSYS und LS-DYNA3D durchgeführt. Der geklüftete Gebirgsverband im Bereich der Talsperre ist durch drei Trennflächenscharen (Schichtung, Schieferung, ac-Klüfte/Querstörungen) und transversal isotropes Verformungsverhalten gekennzeichnet. Dabei liegt die isotrope Ebene (Schieferungsebene) näherungsweise parallel zur Mauerachse (Bild 6.1). Im ebenen Geometriemodell wurde deshalb isotropes Verformungsverhalten mit zwei Trennflächenscharen, der Schichtung und der Querstörung modelliert. Im pseudo-räumlichen Geometriemodell konnte transversal isotropes Deformationsverhalten und die Raumlage des Trennflächensystems mit drei Trennflächenscharen berücksichtigt werden.

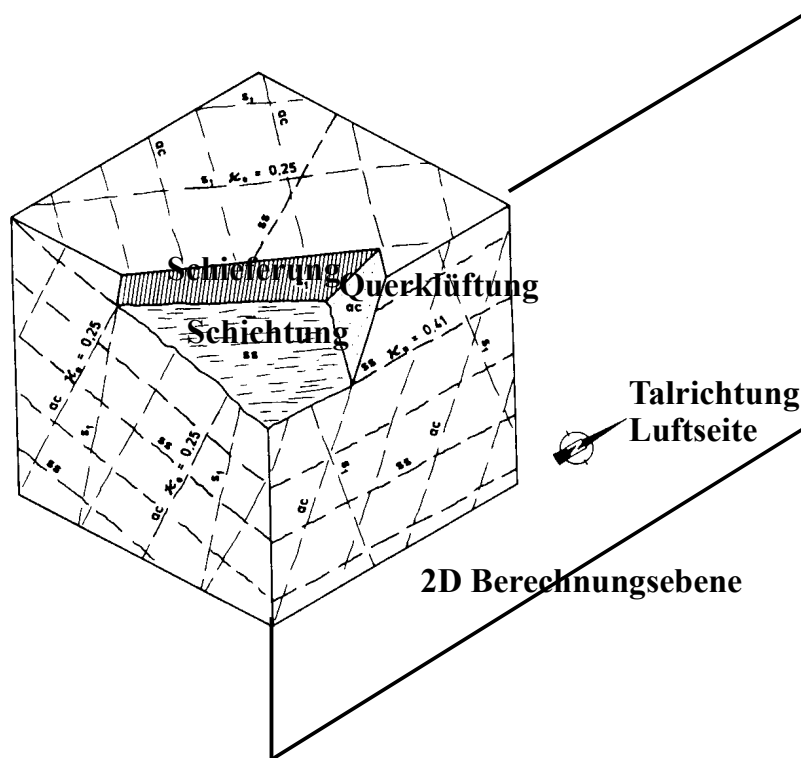


Bild 6.1 Gebirgsmodell

6.1.1 Ebenes Diskontinuummodell (2D)

Berechnungen im ebenen Diskontinuummodell wurden mit dem DEM-Programm UDEC durchgeführt. Geometrie, Lasten und Modellierung sind in den Bildern 6.2 und 6.3 dargestellt.

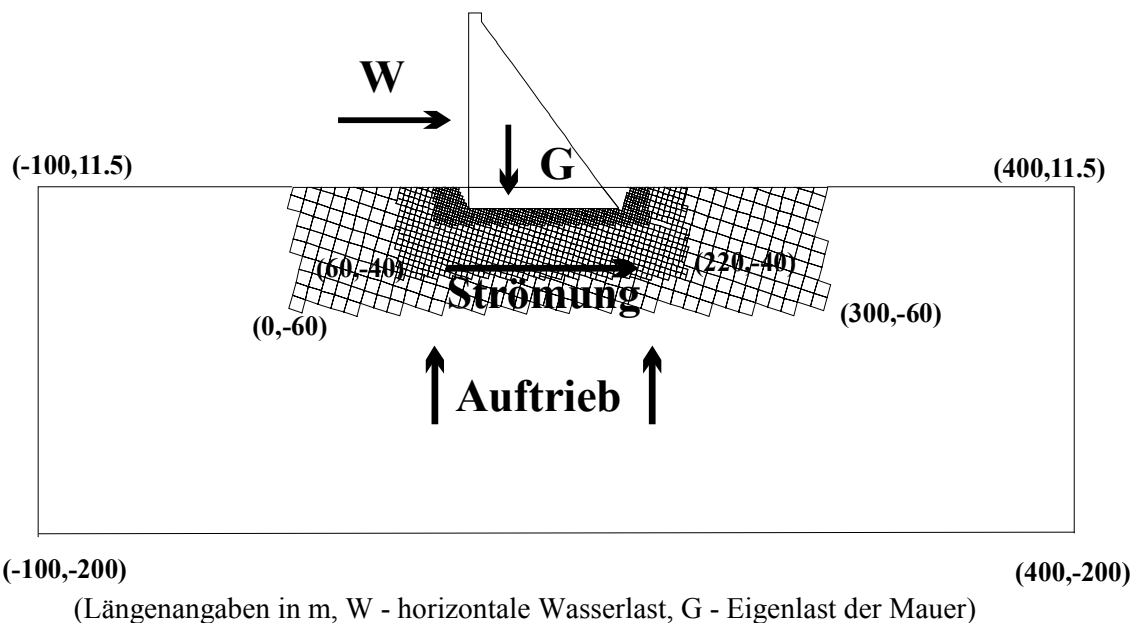


Bild 6.2 2D-Modell der Talsperre

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Der mittlere Trennflächenabstand der Schichtung und der Querklüftung wurde mit 1.5 m angegeben. Im Diskontinuumsmodell wurde im Nahbereich der Dammsohle der reale Trennflächenabstand (je 1.5 m) sowie im Fernbereich stufenweise ein größerer Trennflächenabstand (3 m oder 7.5 m) modelliert.

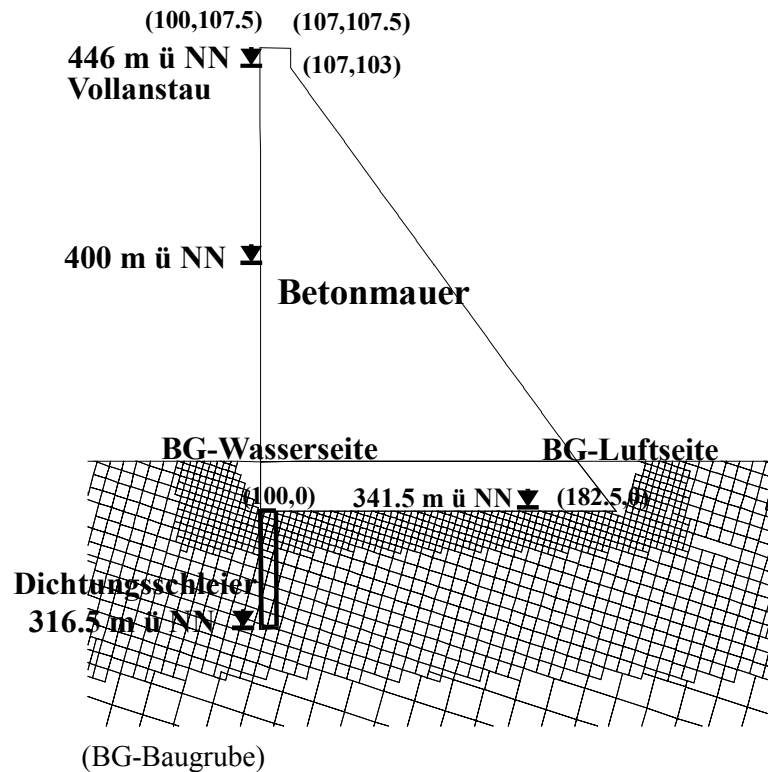


Bild 6.3 Detail der Modellierung im Nahbereich der Mauer

■ Annahmen zum Deformationsverhalten

Die elastischen Kennwerte des Verformungsverhaltens des geklüfteten Gebirgsverbandes (E_{RM} , ν_{RM}) waren bekannt. Die Deformationskennwerte für den intakten Fels (E_R , ν_R) wurden aus oberen Grenzwerten der Versuchsergebnisse an Gesteinsproben abgeschätzt.

Elastische Kennwerte		E_{RM} MN/m ²	G_{RM} MN/m ²	ν_{RM}	E_R MN/m ²	G_R MN/m ²	ν_R
Baugrube		5000	2084	0.20			
Sperrbeton		30000	12500	0.20			
Dichtungsschleier	bis 10 m unter Sohle	8000	3334	0.20	15000	6250	0.20
	ab 10 m unter Sohle	18000	7500	0.20	20000	8334	0.20
Felsuntergrund	bis 10 m unter Sohle	6000	2609	0.15	15000	6250	0.20
	ab 10 m unter Sohle	15000	6522	0.15	20000	8334	0.20

Tabelle 6.1 Annahmen der elastischen Kennwerte in der 2D-Berechnung

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Die Steifigkeitswerte der Trennflächen waren nicht bekannt und wurden aus den Verformungsmoduln des geklüfteten Gebirgsverbandes und des intakten Fels nach Gl. 5.15/5.16 ermittelt. Zur Überprüfung der gewählten Steifigkeiten des Diskontinuumsmodells wurden elastische Berechnungen des Eigenlastfalls der Talsperre durchgeführt. In einem Kontinuumsmodell in UDEC wurde der gesamte Felsuntergrund ohne Trennflächen und mit elastischen Deformationskennwerten des geklüfteten Gebirges modelliert. Die elastische Verformungsenergie und die Verschiebungswerte des verschmierten Kontinuums wurden mit dem Diskontinuumsmodell verglichen. Dabei sollte primär die Verformungsenergie annähernd gleich sein. Im Diskontinuumsmodell mit ermittelten Kluftsteifigkeiten nach Gl. 5.15/5.16 waren 5% mehr Verformungsenergie im Gesamtsystem zu beobachten. Mit um 30% erhöhten Kluftsteifigkeiten im geklüfteten Gebirge bis in eine Tiefe von 10 m wurde eine für ausreichend gut befundene Annäherung der Verformungsenergie (2%) erzielt.

Steifigkeiten der Trennflächen * mittlerer Kluftabstand in m	k_N s = 1.5	k_S s = 1.5	k_N s = 3	k_S s = 3	k_N s = 7.5	k_S s = 7.5
Trennflächen bis 10 m unter Sohle	8500	4000	4250	2000	2000	1000
Trennflächen ab 10 m unter Sohle	40000	20000	20000	10000	8000	4000
Trennflächen im Dichtungsschleier	15000	7500	20000	10000		
Dammsohle	$k_N = 50000$			$k_S = 30000$		

* alle Steifigkeiten in MN/m²

Tabelle 6.2 Steifigkeitswerte der Trennflächen in Abhängigkeit vom Trennflächenabstand

	Kontinuum Felsuntergrund ohne Trennflächen	Diskontinuum	Diskontinuum mit erhöhten Kluftsteifigkeiten
Energiebilanz *	2200 + 4** = 2204 (100%)	1795 + 422 = 2325 (105.5%)	1880 + 367 = 2247 (102%)
max. Verschiebung Dammkrone	2.23 cm (100%)	2.43 cm (109%)	2.36 cm (106%)

*setzt sich aus Verformungsenergie der Blöcke und der Trennflächen zusammen

** kleiner Energieanteil aus der diskreten Dammsohle

Tabelle 6.3 Vergleich der Berechnungen als Kontinuums- und Diskontinuumsmodell

Aufgrund des geringen Unterschiedes in der Energiebilanz kann davon ausgegangen werden, daß die abgeschätzten Elastizitätswerte des Diskontinuums im realistischen Bereich liegen. Auch die Differenzen der Maximalverschiebungswerte nähern sich an (Tab. 6.3: 9% \Rightarrow 6%). Auf eine weitere Modifizierung der Steifigkeiten zum Abgleich der Verschiebungen wurde verzichtet. Die verschmierte Beschreibung im Ersatzkontinuum und die diskrete Modellierung führt in Abhängigkeit der Last- und Kluftrichtungen erwartungsgemäß nicht zu identischen Verformungszuständen.

Schwergewichtsstauwehr mit gerader Stabachse

■ Annahmen zu den Festigkeitsparametern

Für die Betonmauer wird elastisches Materialverhalten angenommen. Im injizierten Gebirge des Dichtungsschleiers werden keine erhöhten Festigkeiten im intakten Fels und den Trennflächen in Ansatz gebracht. Tabelle 6.4 zeigt die Anfangs- und Restfestigkeiten im Gründungsbereich. Die Raumlage der Schichtung und der ac-Klüftung/Querstörung wird im 2D-Geometriemodell senkrecht zur Berechnungsebene angenommen und nur der Fallwinkel kann berücksichtigt werden.

Festigkeitsparameter Mohr-Coulomb mit Zugspannungsbegrenzung	φ in Grad	C in KN/m ²	σ_{ten} in KN/m ²	ψ in Grad	φ_{Res} in Grad	C_{res} in KN/m ²	$\sigma_{ten,Res}$ in KN/m ²
Baugruben	35	500	100	10	35	500	100
Maueraufstandsfläche	53.3	860	100	15 $\psi_{Res}=0^*$	45.3	0.0	0.0
intakter Fels	45	780	100	10	35	195	0.0
Schichtung ss ($\beta = 20^\circ$)**	30.2	33	85	8	25.5	0.0	0.0
ac-Klüftung/Querstörung ($\beta = -75^\circ$)	25	0.0	0.0	2	25	0.0	0.0

*nach einer plastischen Scherverschiebung von 1 cm wird der Dilatanzwinkel auf Null gesetzt

** nur der Fallwinkel β wird berücksichtigt (Orientierung siehe Bild 4.1)

Tabelle 6.4 Annahmen der Festigkeitsparameter in der 2D-Berechnung

■ Annahmen zur Lastgeschichte

1. Primärspannungszustand - Eigengewicht des Talquerschnittes mit Grundwasserstand Oberfläche Talsohle
2. Aushub der Baugrube
3. Eigengewichtslastfall nach Bau der Talsperre
4. Volleinstau in zwei Staustufen mit Kopplung einer Sickerströmungsberechnung
5. Steigerung der horizontalen hydrostatischen Wasserlasten bis zum Eintritt eines Systemversagens

■ Annahmen zur mechanischen Berechnung

Im Primärspannungszustand betragen die Horizontalspannungen 50% der Vertikalspannungen aus dem Eigengewicht des geklüfteten Gebirges. Die Kopplung der stationären Sickerwasserberechnung mit der mechanischen Berechnung erfolgt im Primärzustand, sowie nach Staustufe 1 (400 m ü NN) und Staustufe 2 (446 m ü NN).

■ Annahmen zur stationären Sickerströmungsberechnung

Es wird von einer stationären Sickerwasserströmung in den Trennflächen ausgegangen. Die Durchlässigkeitsbeiwerte der Trennflächen waren nicht explizit bekannt. Da für die Porenwasserdruckverteilung einer stationären Strömungsberechnung aber nur

Permeabilitätsunterschiede und nicht explizite Werte der Trennflächenpermeabilität von Bedeutung sind, werden für die Durchlässigkeitsbeiwerte der Trennflächen mit einem Trennflächenabstand von 1.5 m die Werte der bekannten Filtergeschwindigkeiten gemäß Bild 6.8 verwendet. Alle Trennflächenöffnungsweiten werden mit $a = 2$ mm und die minimale Trennflächenöffnungsweite im Verlauf der Sickerwasserberechnung mit $a_{\min} = 1$ mm angenommen. In Bereichen vergrößerter Trennflächenabstände werden die hydraulischen Eigenschaften der Trennflächen nach Gl. 5.17/5.18 angepaßt. Damit wird sichergestellt, daß bei einer Vergrößerung des Trennflächenabstandes einzelner Bereiche die Durchlässigkeit des Gebirgsmassivs unverändert bleibt. Als Randbedingungen der Sickerströmungsberechnung werden im Reservoir der Porenwasserdruck aus der Stauhöhe aufgetragen und auf der Luftseite eine freie Sickerfläche modelliert. Modellränder, Mauersohle und Staumauer werden als undurchlässig idealisiert.

Ergebnisse der 2D-Diskontinuumsberechnung

Im Lastfall Eigengewicht der Talsperre beträgt die maximale Kronenverschiebung 3.3 cm in Reservoirrichtung. Nahezu alle ac-Querklüfte haben das Schub- oder Zugbruchkriterium überschritten. Es sind unbedeutende Plastizierungen der wasserseitigen Baugrube zu beobachten. Beim stufenweisen Anstau wird das Stauziel von 446 m ü NN problemlos erreicht. Die maximale Kronenverschiebung beträgt 3.16 cm in Talrichtung der Luftseite.

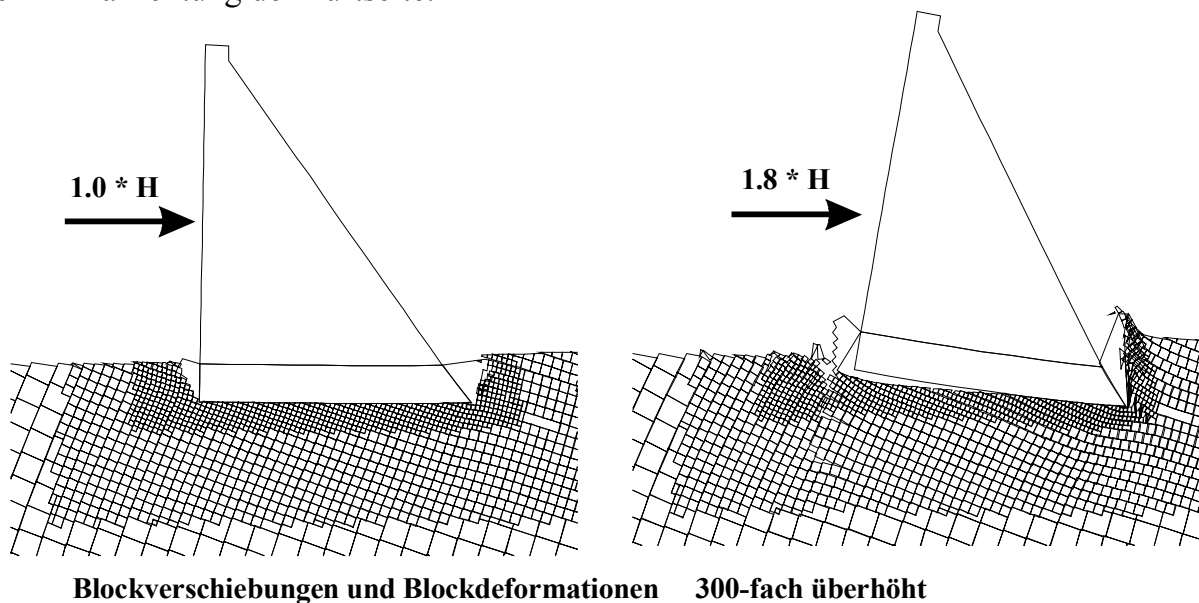


Bild 6.4 verformte Blöcke im Lastfall Vollanstau und 1.8-facher Horizontalkraft

Bild 6.6 zeigt eine leichte Zunahme der Blockplastizierungen im Bereich der Baugruben. Am luftseitigen Dammfuß werden Schubfestigkeiten in der Schichtung und im intakten Fels überschritten. Insgesamt ist für den Lastfall Vollanstau eine sehr gleichmäßige Krafteinleitung über die gesamte Dammsohle und eine sichere Aufnahme der Kräfte im Felsuntergrund (Bild 6.4) zu beobachten.

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Lastfall: 1.5 * Horizontalkraft

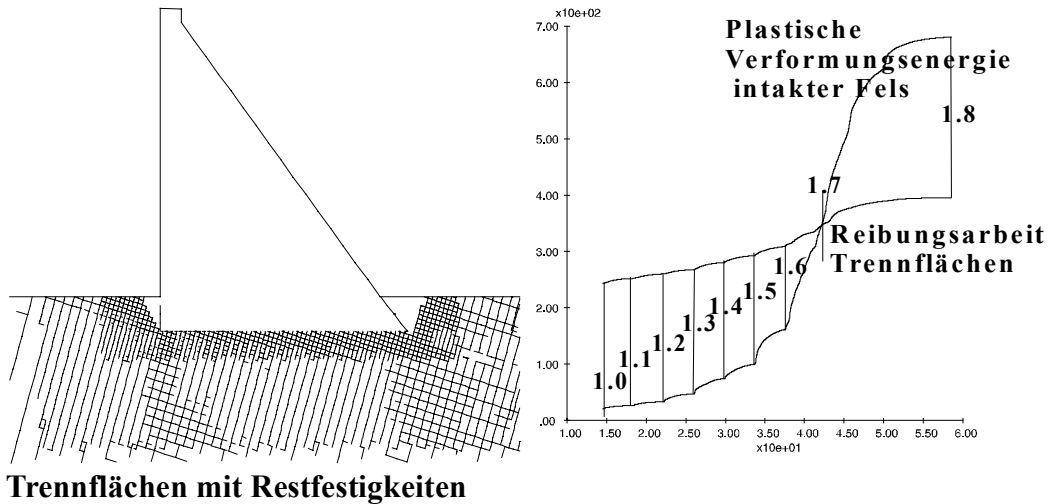


Bild 6.5 links: Trennflächen mit Restfestigkeiten im Nahbereich der Talsperre
rechts: Zunahme der Dissipationsenergien von intaktem Fels und Trennflächen

In den Laststeigerungsberechnungen ist ab Laststufe 1.4 eine deutliche Zunahme der Plastizierungen im intakten Fels zu beobachten. Im Bereich des Dichtungsschleiers und am luftseitigen Dammfuß werden in der Schichtung die Schubfestigkeiten überschritten. Entscheidend für das Versagen der Talsperre wird das Aufreißen der Dammsohle mit einer Verlagerung der Horizontalkrafteinleitung in den luftseitigen Dammfuß. In diesem Bereich der Lastkonzentration versagt der geklüftete Gebirgsverband, wenn die Schubfestigkeiten vom intakten Fels überschritten werden. Deutlich ist die Zunahme der plastischen Verformungsenergie der intakten Felsblöcke vor dem Eintritt des Versagens zu sehen (Bild 6.5).

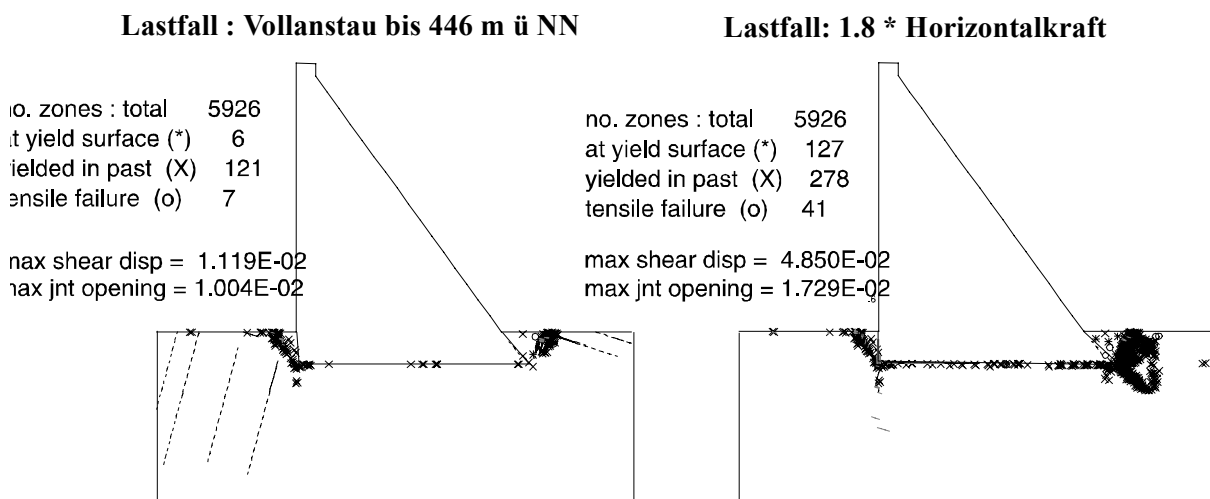


Bild 6.6 maximale Scherverschiebungen/Öffnungsweiten (in m) der Trennflächen und Plastizierungen des intakten Fels im Lastfall

Der letzte Gleichgewichtszustand konnte mit globaler oder lokaler Dämpfung bei 1.8-facher Horizontallast aufgefunden werden. Damit läßt sich der deterministische Sicherheitsabstand im ebenen Diskontinuumsmodell mit 1.8 angeben.

6.1.2 Pseudo-räumliches Kontinuumsmodell (2½D)

Im Gegensatz zum 2D-Geometriemodell können im pseudo-räumlichen Modell räumliches Deformationsverhalten und die räumliche Trennflächengeometrie berücksichtigt werden. Die Terminologie pseudo-räumlich bezieht sich dabei auf die Kopplung der Verschiebungsfreiheitsgrade in Richtung der idealisierten unendlich langen Mauerachse im FEM-Modell. Ziel der Berechnungen war die Bestimmung der Versagenslasten im verschmierten Kontinuumsmodell. Die Berechnungen in LS-DYNA3D werden vor allem zur Überprüfung der ermittelten Versagensmechanismen und Versagenslasten sowie zum Vergleich der numerischen Leistungsfähigkeit der Materialroutinen in impliziten und expliziten Programmen durchgeführt. Der Einfluß lokaler Instabilitäten und der Konvergenzprobleme impliziter Berechnungsprogramme auf die Bestimmung der Versagenslasten wird überprüft. In ANSYS wird zusätzlich die Leistungsfähigkeit der pseudo-viskoplastischen Berechnungsroutinen untersucht und mit den elastoplastischen Berechnungsroutinen verglichen.

Um die Vergleichbarkeit zu sichern, wurden in beiden Programmsystemen identische

- Geometrie und Elementierungen (8-Knoten-Volumenelemente)
- Materialmodelle und -parameter
- Lasten (Eigenlast, Auftrieb, Strömungskräfte, hydrostatische Wasserlasten)
- Lastfolgen (Bau der Talsperre - Vollanstau - schrittweises Erhöhen der horizontalen hydrostatischen Wasserlasten bis zum Eintritt des Versagens)

verwendet.

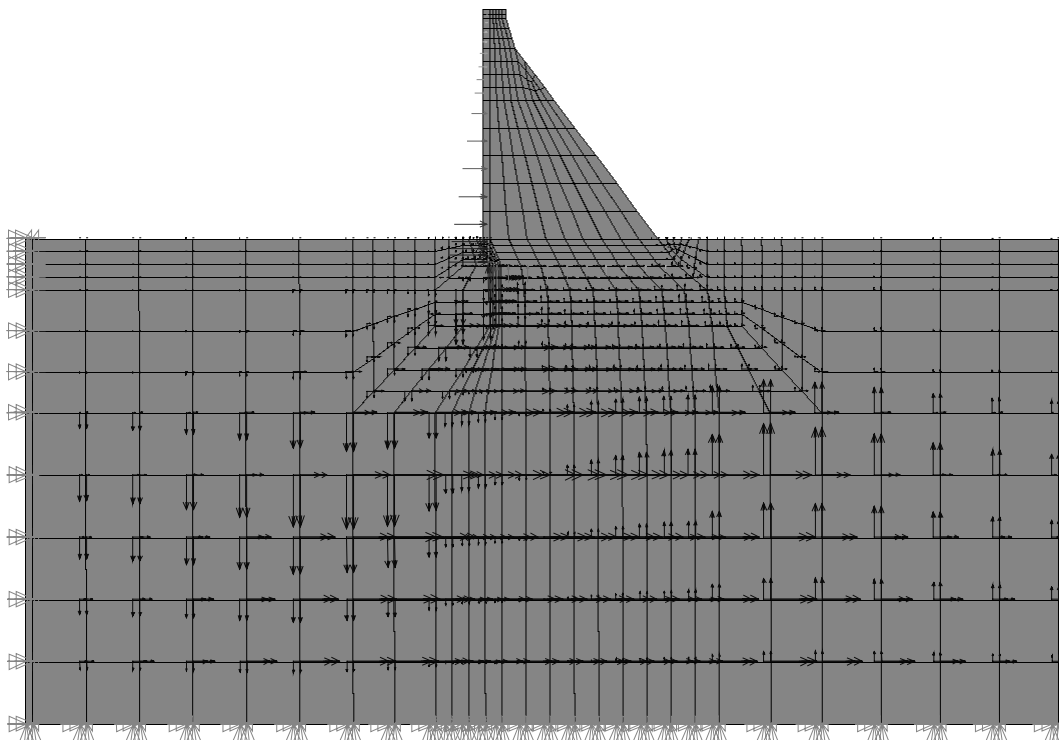


Bild 6.7 Modell der Talsperre mit Lasten der mechanischen Berechnung

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

■ Annahmen zu den felsmechanischen Kennwerten

Neben den im ebenen Geometriemodell berücksichtigten Kennwerten des geklüfteten Gebirges (Tab. 6.1/6.4) können im pseudo-räumlichen Geometriemodell der Einfluß der transversalen Isotropie auf das Deformationsverhalten und der Einfluß der Raumlage der Schieferungsebene sowie der Streichwinkel der Schichtung und der ac-Klüftung/Querstörung auf das Festigkeitsverhalten berücksichtigt werden. Im Felsuntergrund werden ausschließlich Deformationskennwerte des geklüfteten Gebirgsverbandes (E_{RM} , ν_{RM}) verwendet. Im Bereich des injizierten Dichtungsschleiers wird von erhöhten isotropen Deformationskennwerten und kleineren Durchlässigkeitsbeiwerten ausgegangen. Eine Festigkeitserhöhung infolge der Injektion wird nicht berücksichtigt.

Elastische Kennwerte		E_1 MN/m ²	G_1 MN/m ²	ν_1	E_2 MN/m ²	G_2 MN/m ²	ν_2
Baugrube		5000	2084	0.20			
Sperrbeton		30000	12500	0.20			
Dichtungsschleier	bis 10 m unter Sohle	8000	3334	0.20			
	ab 10 m unter Sohle	18000	7500	0.20			
geklüfteter Gebirgsverband	bis 10 m unter Sohle	6000	2609	0.15	2600	1240	0.05
	ab 10 m unter Sohle	15000	6522	0.15	6500	3100	0.05

Tabelle 6.5 Elastische Kennwerte im pseudo-räumlichen Geometriemodell

Festigkeitsparameter Mohr-Coulomb mit Zugspannungsbegrenzung	φ in Grad	C in KN/m ²	σ_{ten} in KN/m ²	ψ in Grad	φ_{Res} in Grad	C_{res} in KN/m ²	$\sigma_{ten-Res}$ in KN/m ²
Sperrbeton	50	2000	1000	15	50	2000	100
Baugruben luft- und wasserseitig	35	500	100	10	35	500	1
geklüfteter Gebirgsverband* (Tiefenangaben bezogen auf die Dammsohle)							
intakter Fels bis 10 m	45	780	100	10	35	195	1
intakter Fels ab 40 m **	45	10000	10000	10	45	10000	10000
Schieferung (309°/80°)	30.9	400	100	2	29.2	1	1
Schichtung (70°/20°)	30.2	33	85	8	25.5	1	1
ac-Klüfte/Querstörung (215°/75°)	25	0.20	1	2	25	1	1

* Berücksichtigung der Raumlage der Trennflächen mit Fall- und Richtungswinkel

** intakter Fels ab 40 m unter Dammsohle fest

*** aus numerischen Gründen wurden Mindestfestigkeiten von 1 KN/m² verwendet

Tabelle 6.6 Festigkeitskennwerte im pseudo-räumlichen Geometriemodell

Schergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

■ Annahmen zur Lastgeschichte

1. Primärspannungszustand - Eigengewichtszustand des Talquerschnittes nach Aushub der Baugrube mit Grundwasserstand Oberfläche Gelände
2. Eigenlastfall der Talsperre
3. Volleinstau in zwei Staustufen mit mechanischen Ersatzlasten aus der stationären Sickerwasserberechnung
4. Steigerung der horizontalen hydrostatischen Wasserlasten bis zum Eintritt eines Systemversagens

■ Annahmen zur mechanischen Berechnung

Es werden keine erhöhten Horizontalspannungen im Primärzustand angenommen. Der Primärspannungszustand resultiert aus dem Eigengewicht des geklüfteten Gebirges unter Auftrieb. Die Berücksichtigung der Unterströmung im Gebirge erfolgt mit mechanischen Ersatzlasten. Neben den mechanischen Ersatzlasten wirkt beim Einstau der horizontale hydrostatische Wasserdruck auf den undurchlässigen Dammkörper. Alle Fließkriterien im geklüfteten Gebirge werden mit effektiven Spannungen sowie in der Mauer mit totalen Spannungen überprüft.

■ Annahmen zur stationären Sickerwasserberechnung

Als Randbedingungen der stationären Sickerwasserberechnung werden die piezometrische Höhe im Reservoir und ein freie Sickerfläche auf der Luftseite angenommen. Im Felsuntergrund werden die Durchlässigkeitsbeiwerte des geklüfteten Gebirges als Verteilung isotroper Filtergeschwindigkeiten angenommen (Bild 6.8). Aus der Verteilung der piezometrischen Höhen der stationären Sickerströmungsberechnungen werden die mechanischen Ersatzlasten Strömungsdruck und Auftrieb auf die Dammsohle berechnet. Es werden keine Permeabilitätsänderungen infolge mechanischer Belastung berücksichtigt. Die Verteilung der Standrohrspiegelhöhen (Bild 5.3) sowie der Spannungen infolge der mechanischen Ersatzlasten (Bilder 5.4/5.5) im Lastfall Volleinstau sind im Kapitel 5 abgebildet.

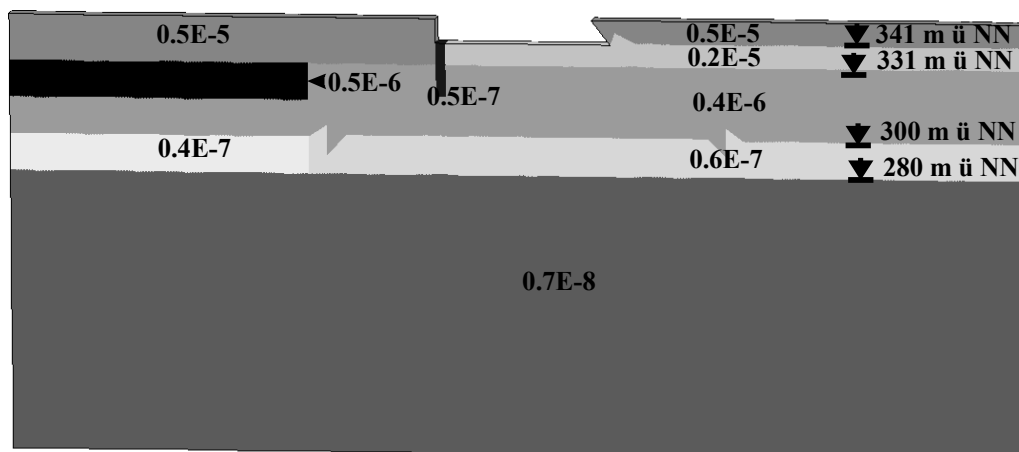


Bild 6.8 Filtergeschwindigkeiten (m s^{-1}) im pseudo-räumlichen Geometriemodell

6.2 Analyse der 2D- und 2½D-Geometriemodelle

6.2.1 Vergleich des pseudo-räumlichen Kontinuumsmodells mit dem ebenen Diskontinuumsmodell

Im Lastfall Eigengewicht der Talsperre ist die maximale horizontale Kronenverschiebung im Kontinuumsmodell mit 2.3 cm etwas größer als im Diskontinuumsmodell (2.2 cm in UDEC). Wie in der Diskontinuumsberechnung ist im Kontinuumsmodell in nahezu allen ac-Klüften das Schubbruchkriterium überschritten und es sind unwesentliche Plastizierungen in der wasserseitigen Baugrube zu beobachten. Im Lastfall Vollanstau betragen die maximalen horizontalen Kronenverschiebungen in ANSYS 3.1 cm sowie in LS-DYNA3D 3.2 cm und sind wiederum etwas größer als im Diskontinuumsmodell (2.9 cm in UDEC). Die etwas größeren Verschiebungswerte lassen sich aus dem unterschiedlichen Deformationsverhalten des Diskontinuumsmodells und des Kontinuumsmodells sowie aus dem etwas niedrigeren Diskretisierung- und Integrationsniveau in UDEC erklären.

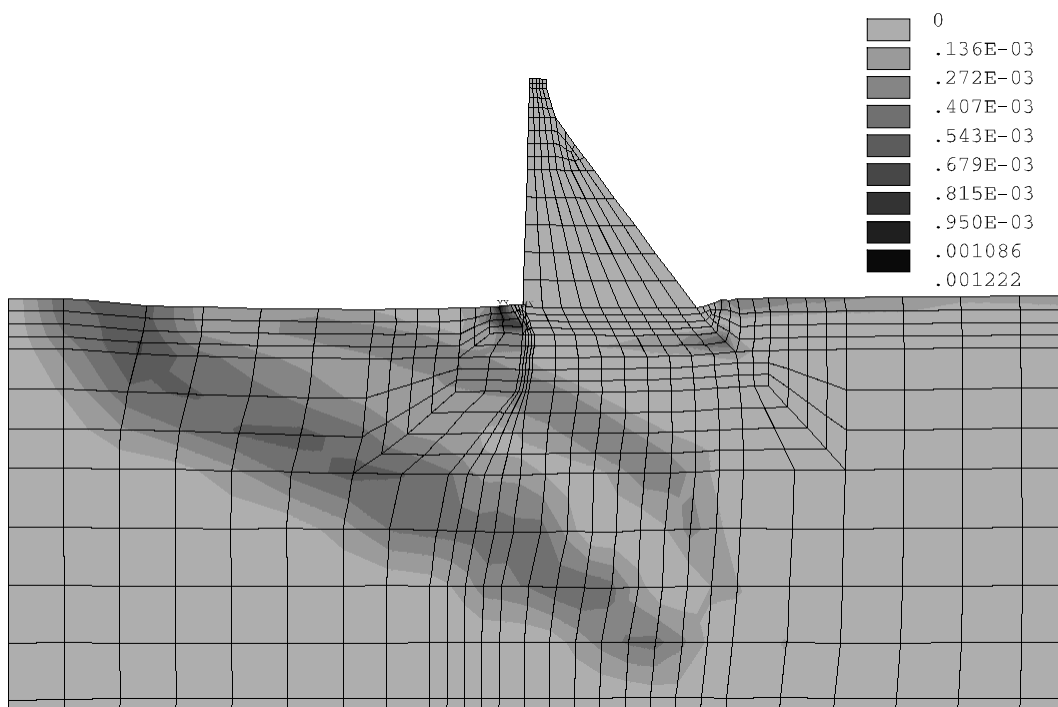
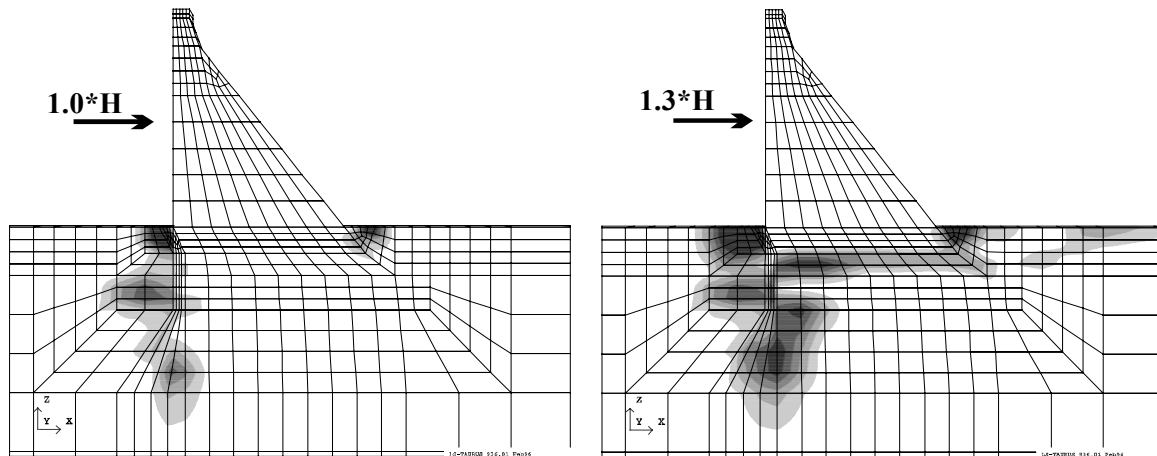


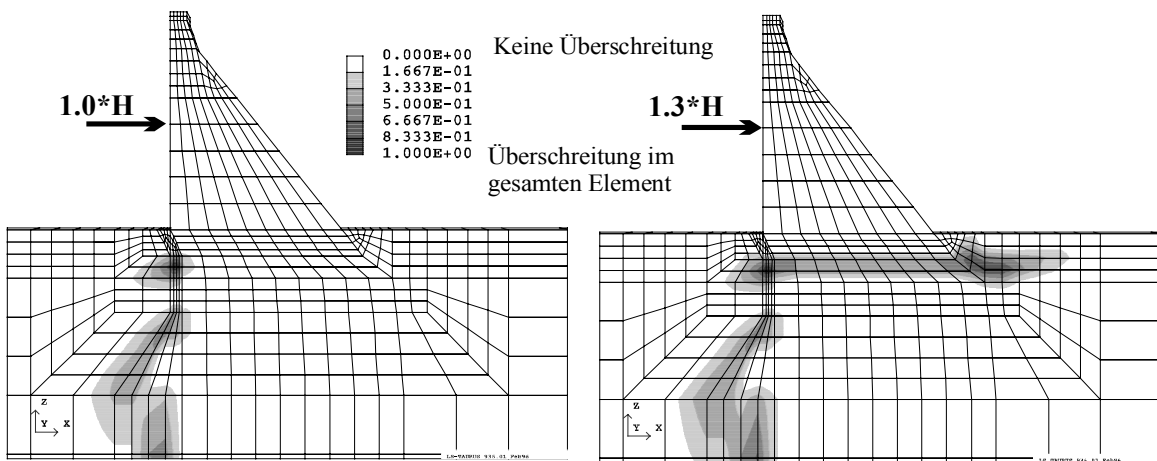
Bild 6.9 plastische Vergleichsdehnung der pseudo-räumlichen Berechnung im Kontinuumsmodell ANSYS Lastfall Vollanstau

Im Plot der plastischen Vergleichsdehnung (Bild 6.9) sind im Vollanstau Plastizierungen in der wasserseitigen Baugrube, am luftseitigen Mauerfuß und entlang der ac-Klüftungen im Reservoir zu sehen.

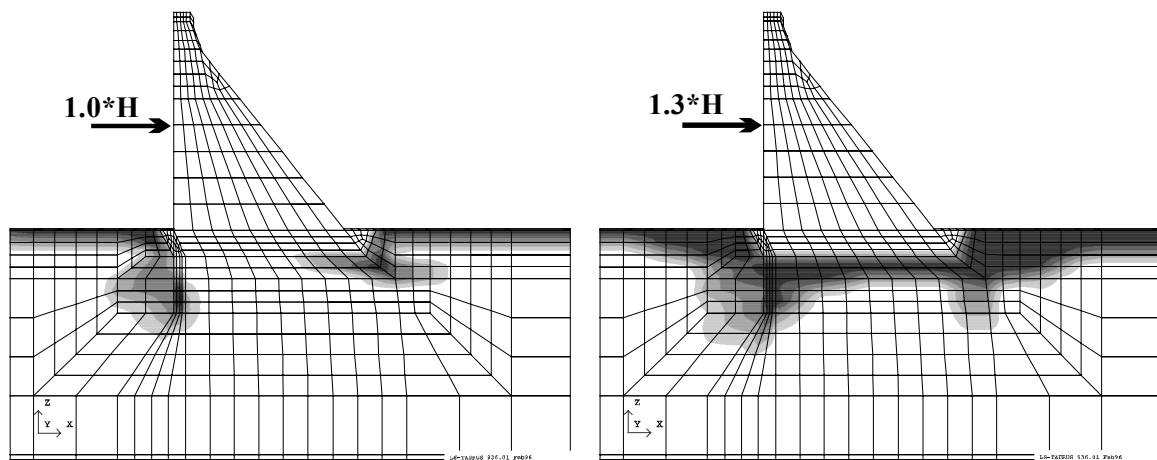
Zugversagen im intakten Fels/BG



Versagen in der Schieferungsebene



Versagen in der Schichtung



links: Lastfall Volleinstau

rechts: Versagenslastfall 1.3 * Horizontallast

Bild 6.10 Überschreitungen von Fließkriterien der pseudo-räumlichen Berechnung in LS-DYNA3D

Schergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Neben den Fließflächenüberschreitungen in den ac-Klüften können im Kontinuumsmodell auch die im Diskontinuumsmodell vorhandenen Fließflächenüberschreitungen der Schichtung im Bereich des Dichtungsschleiers und des luftseitigen Dammfußes beobachtet werden (Bild 6.10-linker Seite). Die Zugfestigkeitsüberschreitungen der Fließkriterien im intakten Fels auf der Wasserseite des Dichtungsschleiers waren im Diskontinuumsmodell nicht vorhanden. Insgesamt können aber in den Kontinuums- und Diskontinuumsberechnungen im Lastfall Vollanstau sehr gleichwertige Ergebnisse erzielt werden. Auch im verschmierten Kontinuumsmodell können die Lasten in der Gründung aufgenommen werden. Da die plastizierten Bereiche im Felsuntergrund groß sind, erscheinen Untersuchungen zum Spannungsumlagerungsvermögen bei Laststeigerungen notwendig. In den Laststeigerungsberechnungen konnte im verschmierten Kontinuumsmodell in ANSYS abhängig vom globalen Konvergenzkriterium schon ab einer 1.27- bis 1.33-fachen hydrostatischen Horizontallast kein Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden.

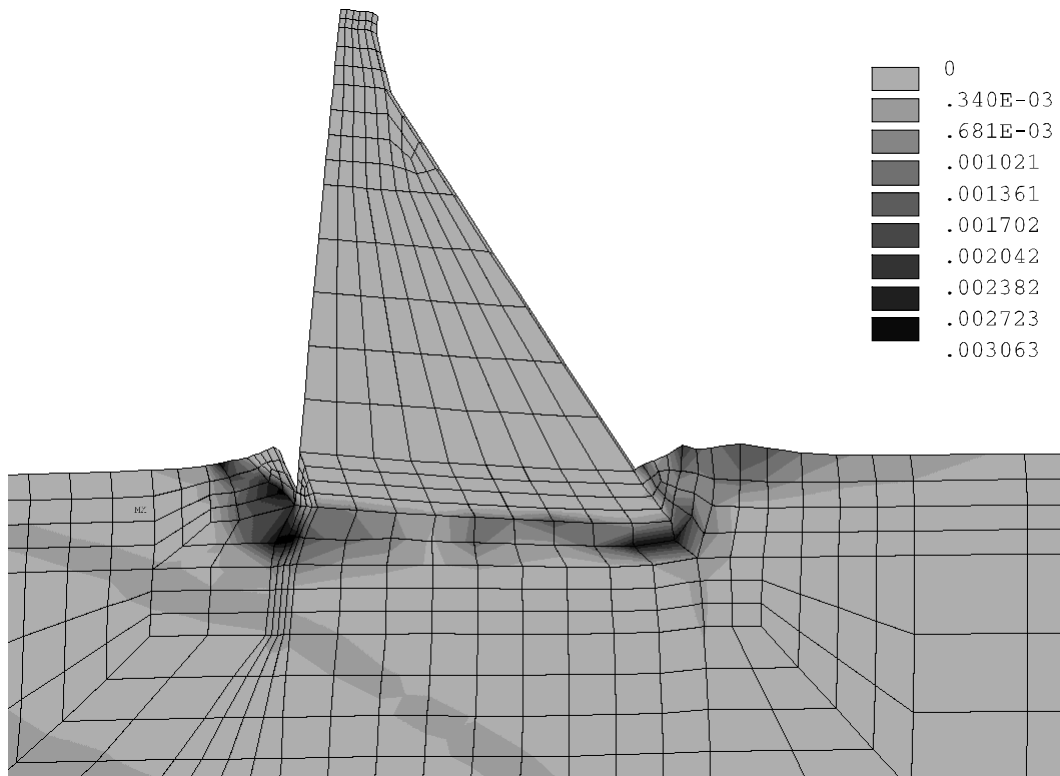


Bild 6.11 plastische Vergleichsdehnungen in unkonvergierter Laststufe
1.3*Horizontallast in ANSYS

Im Bild 6.11 sind starke Plastizierungen im gesamten Bereich der Dammsohle zu erkennen. Andeutungsweise läßt sich der in der Laststufe 1.9*H in UDEC aufgefundene Versagensmechanismus (Kippen der Mauer und Versagen am luftseitigen Dammfuß) wiederfinden. Der Vergleich der Verformungsgradienten der Laststeigerungsberechnungen in ANSYS und UDEC (Tab. 6.7/Bild 6.12) zeigt aber deutlich den abrupten Abbruch bei der Laststufe 1.3*H und die Notwendigkeit, den großen Abstand in der ermittelten Versagenslast ($1.3*H \Leftrightarrow 1.8*H$) näher zu untersuchen. Die Analyse der Verformungsgradienten, der plastischen Dehnungen und

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

der Elementverzerrungen ließen numerische Probleme infolge eines Teilversagens des Dichtungsschleiers oder der Baugruben als Ursache des Konvergenzversagens vermuten.

Horizontal- laststufe	UDEC-2D	LS-DYNA- 2½D	ANSYS-2½D
Vollanstau	2,78	3,10	2,9
1,1	3,38	3,77	3,45
1,2	3,97	4,44	4,16
1,3	4,64	(8,8 bei 1.25*H)	5,2
1,4	5,4	Versagen	Versagen
1,5	6,2		
1,6	7,18		
1,7	9,28		
1,8	11,81		
1,9	Versagen		

Tabelle 6.7 Vergleich der maximalen Horizontalverschiebungen der Dammkrone (cm)

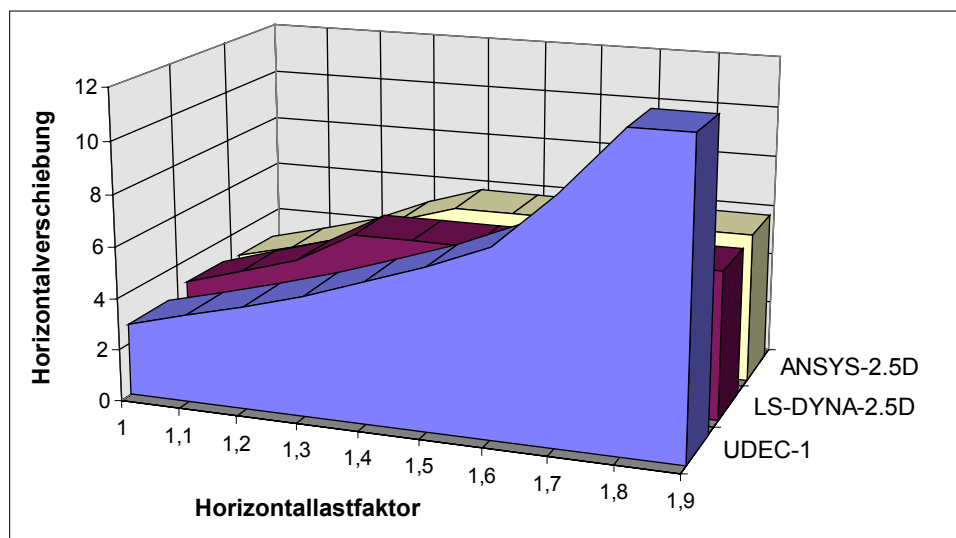


Bild 6.12 Verformungsgradienten der Laststeigerungsberechnungen

Aber auch in LS-DYNA konnte schon ab einer Laststufe von 1.25*Horizontalkraft kein Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden. Die Tatsache, daß in impliziten und expliziten Programmen ab einer Laststufe von 1.25/1.3*H kein statischer Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden kann, schließen numerische Instabilitäten impliziter Programme als Grund für den großen Abstand zwischen der Versagenslast im Diskontinuumsmodell und im Kontinuumsmodell aus. Am Bild der Geschwindigkeitsvektoren (Bild 6.13-links) ist deutlich zu sehen, daß aufgrund von Ungleichgewichtskräften in Richtung der unendlich langen Mauer kein statischer Gleichgewichtszustand mehr aufgefunden werden kann. Die verschwindend kleinen Fehler der Spannungsrelaxation (Bild 6.13-rechts) zeigen, daß auch die

Näherungslösungen expliziter Programme bei der Verarbeitung des multilaminaren Materialmodells keine Rolle spielen.

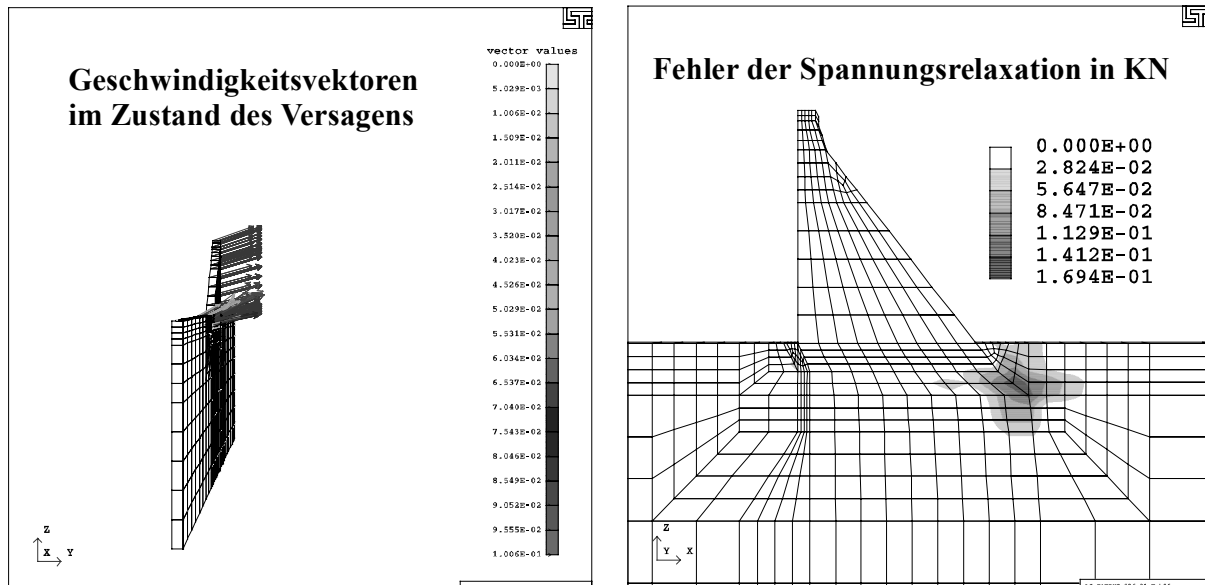


Bild 6.13 Geschwindigkeitsvektoren und Fehler der Spannungsrelaxation im Versagen des pseudo-räumlichen Modells in LS-DYNA3D

Bei der Analyse erster Berechnungen in UDEC und ANSYS wurden in numerischen Problemen und in der Blockwirkung die wichtigsten Ursachen unterschiedlicher Versagenslasten vermutet. Nachdem Konvergenzprobleme und Instabilitäten impliziter Programme oder numerische Pfadabhängigkeiten der Materialmodelle als Ursache des frühen Berechnungsabbruchs im Kontinuumsmodell ausgeschlossen werden konnten, sollte der Einfluß der Blockwirkung im Diskontinuumsmodell, der Einfluß der unterschiedlichen Idealisierungen der Sickerströmungsberechnungen und der Einfluß der pseudo-räumlichen Modellierung auf die ermittelte Versagenslast näher untersucht und quantifiziert werden.

6.2.2 Untersuchung der Blockwirkung des geklüfteten Gebirges im Diskontinuumsmodell

Wie im Kapitel 2.3.4 aufgezeigt wurde, kann die Blockwirkung im geklüfteten Gebirge in klassischen Kontinuumsformulierungen nicht berücksichtigt werden. Um die Blockwirkung zu untersuchen, wurde in das DEM-Programm UDEC ein multilaminares Materialmodell implementiert. Beim schrittweisen Übergang vom Diskontinuum mit Blöcken von intaktem Fels zum verschmierten Kontinuum mit Blöcken von geklüftetem Fels soll der Einfluß der Blockwirkung am Beispiel der ebenen Staumauerberechnung quantifiziert werden. In den bisher im Kap. 6 ausgewerteten Diskontinuumsberechnungen wurden ausschließlich Blöcke von intaktem Fels verwendet. In zwei weiteren Berechnungen werden die Blöcke von intaktem Fels nun durch Blöcke von geklüftetem Fels ersetzt. Die ac-Klüftung und die

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Schichtung werden nun zuzüglich der diskreten Trennflächen auch als Festigkeitsanisotropien im multilaminaren Materialmodell berücksichtigt. Im Modell UDEC-MS-2 werden dabei nur Blöcke mit einem vergrößerten Trennflächenabstand (siehe Bild 6.3) und im Model UDEC-MS-3 der gesamte Felsuntergrund bis in eine Tiefe von 40 m unterhalb der Dammsohle mit Blöcken von geklüftetem Fels modelliert.

Horizontallaststufe	UDEC-1 nur Blöcke von intaktem Fels	UDEC-MS-2 Blöcke von intaktem Fels (s=1.5 m) und geklüftetem Fels (s>1.5 m)	UDEC-MS-3 nur Blöcke von geklüftetem Fels
Vollanstau	2,78	2,86	3,23
1,1	3,38	3,44	3,84
1,2	3,97	4,05	4,53
1,3	4,64	4,76	5,28
1,4	5,4	5,54	6,13
1,5	6,2	6,35	7,16
1,6	7,18	7,4	9,37
1,7	9,28	9,5	11,6
1,8	11,81	12	Versagen
1,9	Versagen	Versagen	

Tabelle 6.8 Horizontalverschiebungen der Dammkrone in den Diskontinuumsmodellen (cm)

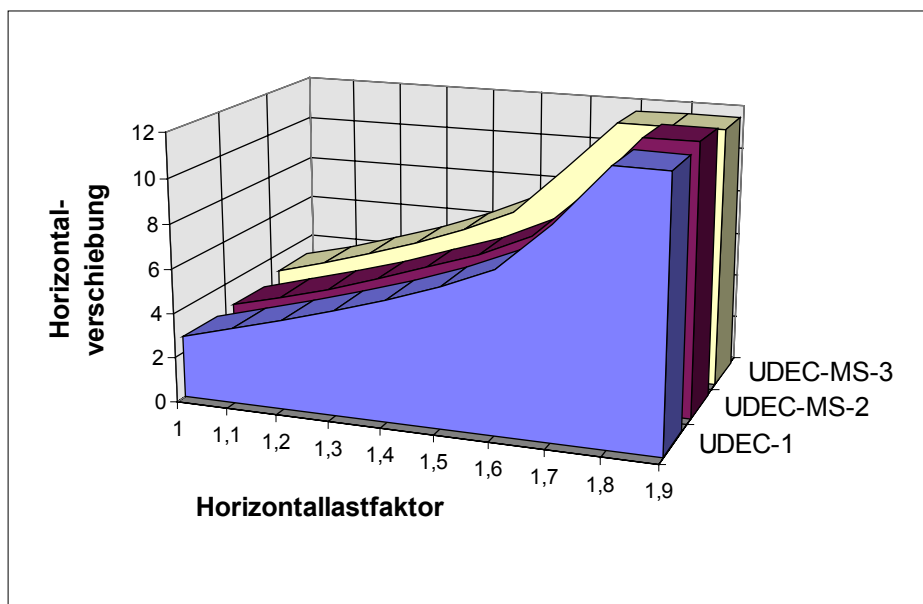


Bild 6.14 Horizontalverschiebungsgradienten der Dammkrone in den Diskontinuumsberechnungen

Werden nur in Blöcken mit einem vergrößertem Trennflächenabstand (UDEC-MS-2) die ac-Klüftung und die Schichtung als Festigkeitsanisotropien berücksichtigt, ändert

sich am Systemverhalten wenig. Die horizontalen Wasserlasten werden weiterhin über die Blöcke von intaktem Fels in der Nähe der Dammsohle bis zu einer Laststufe von $1.8 \cdot H$ aufgenommen. Erst, wenn auch in den Blöcken realer Blockgröße ($s=1.5 \text{ m}$) im Nahbereich der Dammsohle verschmierte Materialmodelle verwendet werden (UDEC-MS-3), zeigt sich eine deutliche Abnahme der Steifigkeit und folgerichtig auch eine geringere Versagenslast (Bild 6.14).

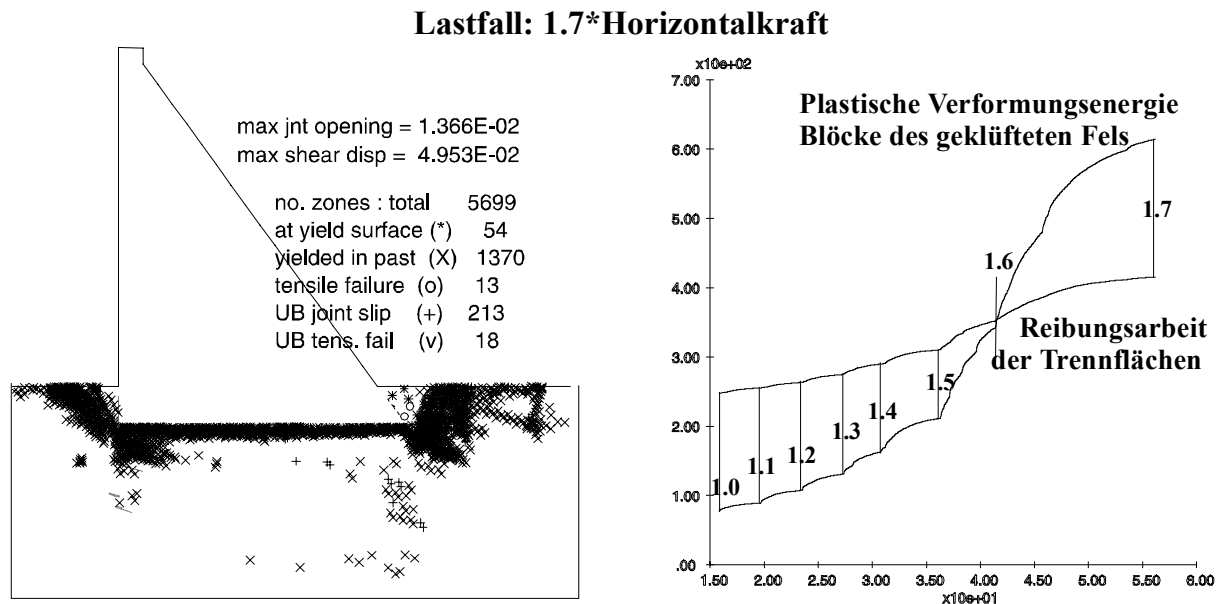


Bild 6.15 Plastizierungen, Kluftverschiebungen (m) und Energiebilanz der Horizontallaststufe 1.7 im Modell UDEC-MS-3

In allen Diskontinuumsmodellen ist dabei der gleiche Versagensmechanismus zu beobachten. Nachdem die Dammsohle plastiziert (Bild 6.15-links), kommt es zur Lastkonzentration am luftseitigen Dammfuß. Im diskreten Trennflächensystem sind schon in früheren Laststufen die Fließkriterien nahezu aller ac-Klüfte und zahlreicher Schichtungen überschritten. Der geklüftete Gebirgsverband versagt aber erst, wenn die Tragfähigkeit der Felsblöcke überschritten ist. Dann wird der Gebirgsverband am luftseitigen Dammfuß abgeschert und der Damm gleitet in Talrichtung. Im Modell UDEC-MS-3 wird das Versagen vom Schubversagen der Festigkeitsanisotropien in den Blöcken von geklüftetem Fels dominiert (Bild 6.15-rechts). Da auch im Diskontinuumsmodell (UDEC-1) das Versagen am luftseitigen Dammfuß (Bilder 6.4/6.6) eingeleitet wurde, entsprachen die Ergebnisse den Erwartungen. Der relativ geringe Einfluß der Blockwirkung der Felsblöcke auf die Versagenslasten resultiert aus der kleinen realen Blockgröße ($1.5 \text{ m} \cdot 1.5 \text{ m}$) im Vergleich zu den Dimensionen der Talsperre.

Obwohl in ebenen Geometriemodellen die Tragfähigkeit der Felsblöcke und nicht ein Festigkeitsüberschreiten im diskreten Trennflächensystem für das Versagen der Talsperre maßgebend waren, mußte der Einfluß der Raumlage des Trennflächensystems im pseudo-räumlichen Geometriemodell überprüft werden. Die Ursache der in den $2\frac{1}{2}$ D-Berechnungen beobachteten Ungleichgewichtskräfte senkrecht zur Mauerachse sollte untersucht werden.

6.2.3 Vergleich ebener Kontinuums- und Diskontinuumsmodelle

Um den Einfluß der räumlichen Trennflächenmodellierung in der pseudo-räumlichen Berechnung auf die Ermittlung der Versagenslasten zu untersuchen, wurden im Kontinuumsmodell ebene Berechnungen durchgeführt und mit Berechnungen im Diskontinuumsmodell verglichen. Es wurde analog der ebenen Diskontinuumsberechnungen isotropes Deformationsverhalten angenommen. Im Geometriemodell werden nur die Schichtung und die ac-Klüftung/Querstörung als Festigkeitsanisotropien modelliert.

Horizontal- laststufe	UDEC-1 Blöcke von intaktem Fels und Trennflächen	ANSYS-2D verschmiertes Kontinuum	UDEC-MS-3 Blöcke von geklüftetem Fels und Trennflächen	LS-DYNA-2D verschmiertes Kontinuum
Vollanstau	2,78	2,9	3,23	3,24
1,1	3,38	3,39	3,84	3,95
1,2	3,97	4	4,53	4,73
1,3	4,64	4,5	5,28	5,78
1,4	5,4	5,3	6,13	7,15
1,5	6,2	7	7,16	8,94
1,6	7,18	(8,61 bei 1,59*H)	9,37	(10,24 bei 1,55*H)
1,7	9,28	Versagen	11,6	Versagen
1,8	11,81		Versagen	
1,9	Versagen			

Tabelle 6.9 Vergleich der Horizontalverschiebungen (cm) der Dammkrone in ebenen Berechnungen

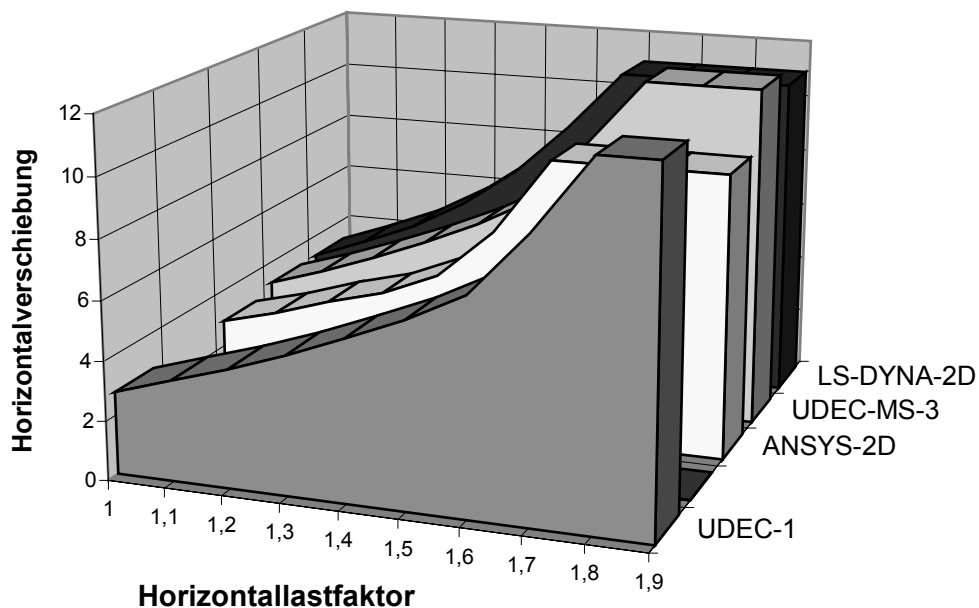
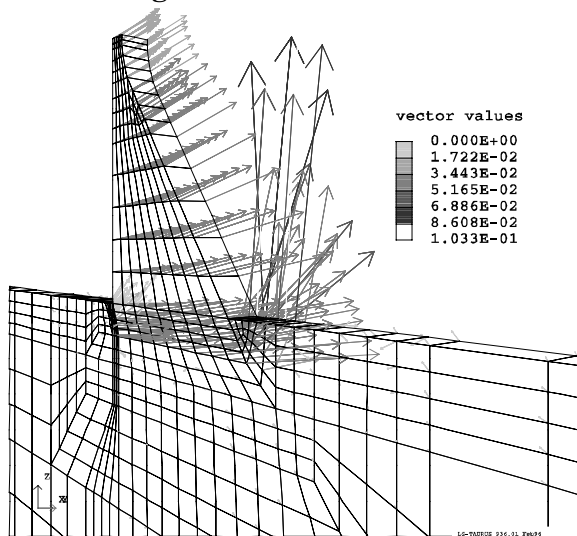


Bild 6.16 Horizontalverschiebungsgradienten der Dammkrone ebener Berechnungen

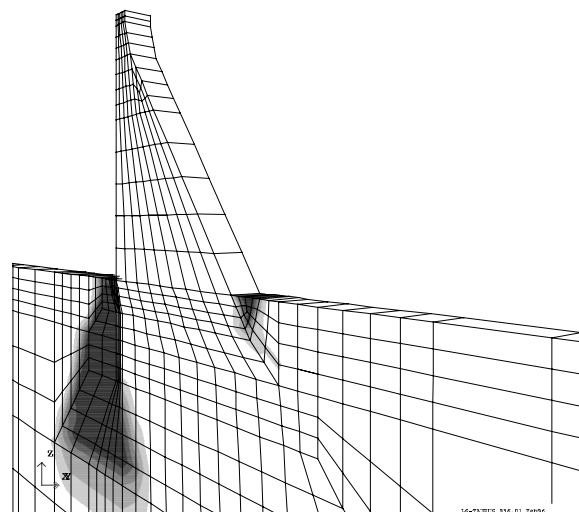
Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Im ebenen Geometriemodell konnte eine deutlich bessere Annäherung der Verschiebungsgradienten sowie der Versagenslasten der Kontinuumsberechnung an die Ergebnisse der Diskontinuumsberechnung erzielt werden (Bild 6.16/Tab. 6.9). In den Laststeigerungsberechnungen in LS-DYNA wurde die Versagenslast mit unterschiedlichen Dämpfungsreihen zwischen 1.50- und 1.55-facher Horizontallast festgestellt. Dabei konnte mit einer horizontalen Kronenverschiebung von 10.24 cm im letzten statischen Gleichgewichtszustand (1.55*H) auch die maximal ertragbare Horizontalverschiebung der Diskontinuumsmodelle vor Eintritt eines Versagens näherungsweise aufgefunden werden.

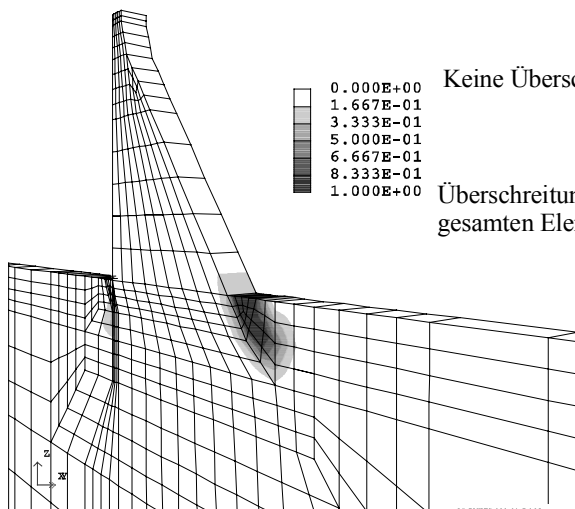
Geschwindigkeitsvektoren im Versagen



Überschreitungen Zugbruchkriterium im intakten Fels



Überschreitungen Schubbruchkriterium im intakten Fels



Überschreitungen Zug/Schub in der Schichtung

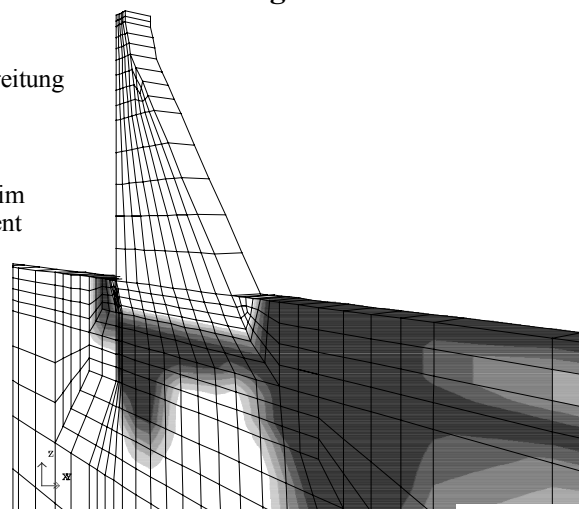


Bild 6.17 Geschwindigkeitsvektoren (m/s^{-1}) und Überschreitungen von Fließkriterien im Versagen des ebenen Kontinuumsmodells in LS-DYNA

Auch der Versagensmechanismus der ebenen Diskontinuumsmodelle konnte nachvollzogen werden. Nachdem im Bereich der Dammsohle das Fließkriterium der

Schichtung überschritten wird, kommt es zur Lastkonzentration am luftseitigen Dammfuß. Die Talsperre versagt, wenn im Bereich der Lastkonzentration das Schubbruchkriterium von intaktem Fels überschritten wird. Der Plot der Geschwindigkeitsvektoren zeigt deutlich das Abscheren des Gebirges und das Gleiten der Mauer in Talrichtung (Bild 6.17). Nennenswerte Ungleichgewichtskräfte senkrecht zur Mauerachse können nicht beobachtet werden. Der deterministische Sicherheitsabstand zwischen dem Vollanstau und einem Systemversagen wurde in den ebenen Berechnungen im Kontinuum mit 1.55 identifiziert.

In den elastoplastischen Berechnungen mit ANSYS waren im ebenen Modell größere Konvergenzprobleme zu beobachten. Deshalb mußten schon im Eigenlastfall der Talsperre größere globale Konvergenzkriterien verwendet werden. Je nach Wahl des globalen Konvergenzkriteriums konnten Versagenslasten zwischen 1.4- und 1.6-facher Horizontalkraft ermittelt werden. Bei nicht konvergierten Lösungen unterhalb der Laststufe 1.50 betrug die maximalen Horizontalverschiebungen der Dammkrone dabei weniger als 7 cm und lagen deutlich unter den Verschiebungen in den Versagenszuständen in LS-DYNA. Ein konstanter oder oszillierender Wert von nur wenig über dem Abbruchkriterium liegenden Ungleichgewichtskräften konnte nicht umgelagert werden. Hier waren Konvergenzschwierigkeiten und nicht ein Versagen der Talsperre die Ursache der unkonvergierten Lösungen. Deshalb wurden die globalen Konvergenzkriterien weiter vergrößert. Das Abbruchkriterium der Ungleichgewichtskräfte der Newton-Raphson-Iteration wurde dabei von 0.1% bis auf 0.4% der eingetragenen Gesamtlast erhöht. Damit konnte eine leichte Unterschätzung der plastischen Dehnungen und eine leichte Überschätzung der Versagenslasten erwartet werden. Im Vergleich der ebenen Kontinuumsberechnungen von ANSYS und LS-DYNA wird diese Tendenz bestätigt.

6.2.4 Einfluß der Sickerströmungsberechnung

Infolge der Idealisierungen bei der Sickerströmungsberechnung können folgende Differenzen zu unterschiedlichen Ergebnissen führen:

1. Im Diskontinuumsmodell werden die Fließkriterien im intakten Fels mit totalen Spannungen überprüft. Die Festigkeit der unter allseitigem Druck stehenden Blöcke könnte im Diskontinuumsmodell überschätzt werden. Die nur im Kontinuumsmodell beobachteten Überschreitungen der Zugspannungskriterien von intaktem Fels (Bild 6.10) bestärkten diese Vermutung.
2. Die Sickerwege in den Kluftwasserleitern im und um den Dichtungsschleier sind im Diskontinuum länger als bei den isotrop idealisierten Durchlässigkeitsbeiwerten im Kontinuum. Auch kommt es in der gekoppelten Sickerwasserberechnung in UDEC durch das Eigengewicht der Talsperre zu einer Verdichtung des Felsuntergrundes und einer Abminderung der Durchlässigkeiten vor allem im Bereich des Dichtungsschleiers. Der Vergleich der Sohlwasserdrücke der Diskontinuums-

Schergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

berechnung mit den piezometrischen Höhen der Kontinuumsberechnung zeigte folgerichtig größere Sohlspannungen im Kontinuumsmodell (Bild 6.18).

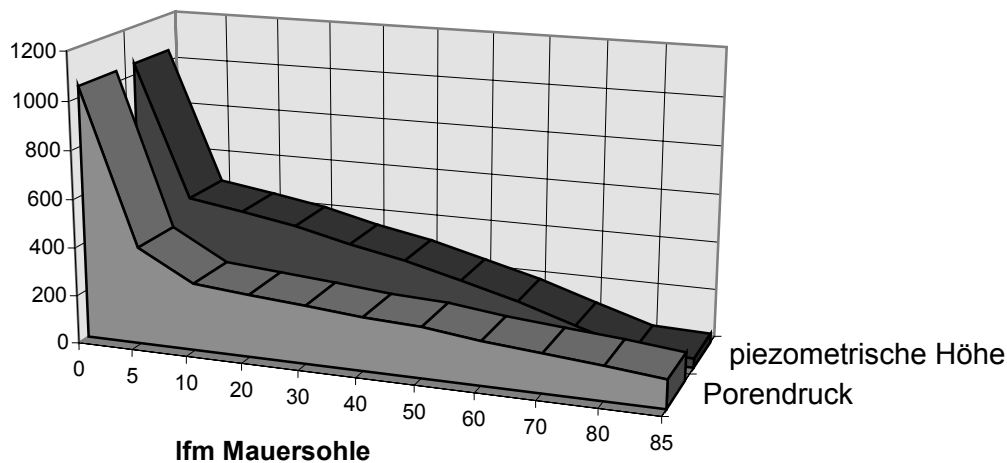


Bild 6.18 Vergleich der Verteilung der piezometrischen Höhe (m WS*10) mit der Porenwasserdruckverteilung (KN/m^2) über die Dammsohle

3. Bei der Berücksichtigung der Sickerströmung mit mechanischen Ersatzlasten kommt es neben hydrostatischen Spannungsänderungen zu steifigkeitsabhängigen Veränderungen aller Spannungskomponenten (Kap. 5.3.2). Dieses Verschmieren von Ursache und Wirkung wird ebenfalls zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.
4. Durch das Aufreißen der ac-Klüfte in der Diskontinuumsberechnung kommt es im Reservoirbereich zu höheren Durchlässigkeiten bzw. zum Aufbau des vollen hydrostatischen Wasserdruckes in den Kluftwasserleitern. Das führte im Diskontinuum zu größeren Druckkräften auf den Dichtungsschleier.

Eine detaillierte Untersuchung aller Einflüsse war ohne umfangreiche Implementationen und Weiterentwicklung der Berechnungsprogramme nicht möglich. Um den Einfluß der unterschiedlichen Idealisierungen und Annahmen der Sickerströmungsberechnung quantitativ abzuschätzen, wurden ebene Berechnungen ohne die Berücksichtigung der Unterströmung im Kontinuum und Diskontinuum durchgeführt.

Im Bild 6.19 sind die Gradienten der Horizontalverschiebungen bei Laststeigerungsberechnungen ohne Berücksichtigung der Unterströmung in ebenen Berechnungen zu sehen. Erwartungsgemäß tritt das Versagen in allen Modellen sehr viel später auf. Wie in den vorangegangenen Berechnungen können im Diskontinuumsmodell kleinere Verschiebungsniveaus im Lastfall Vollanstau beobachtet werden. Bei der Laststeigerung ist bis zu einer Laststufe von $2.0 \cdot \text{Horizontalkraft}$ die Zunahme der Verschiebungswerte fast identisch. Oberhalb der Laststufe $2.0 \cdot H$ kann dann im Kontinuumsmodell eine stärkere Verformungszunahme und folgerichtig ein früheres Versagen festgestellt werden.

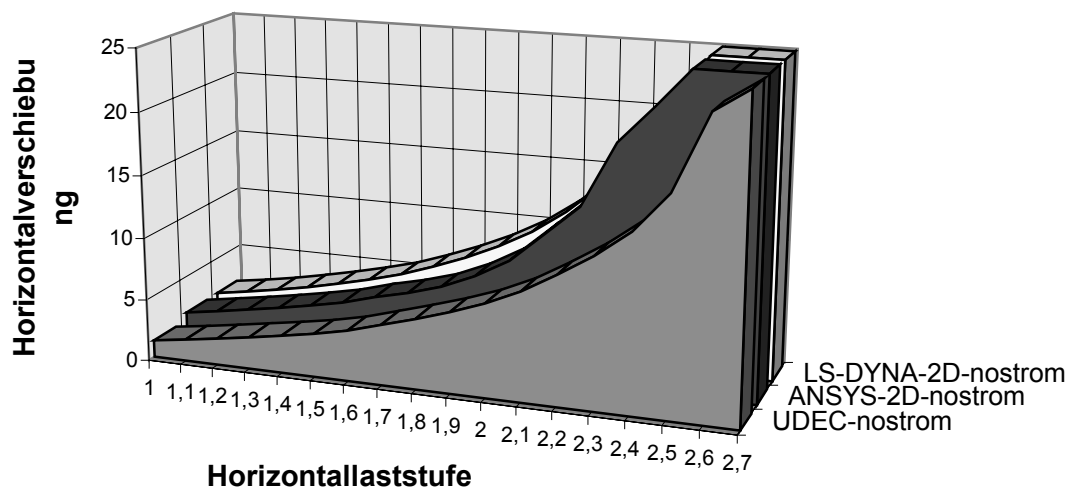


Bild 6.19 Horizontalverschiebungsgradienten der Dammkrone ohne Berücksichtigung der Unterströmung im 2D-Kontinuums- und Diskontinuumsmodell

Der noch vorhandene Abstand der ermittelten Versagenslasten von $2.4 \cdot \text{Horizontalkraft}$ im Kontinuumsmodell sowie $2.6 \cdot \text{Horizontalkraft}$ im Diskontinuumsmodell ist geringer als bei der ebenen Berechnung mit Berücksichtigung der Unterströmung ($1.55 \cdot H \Leftrightarrow 1.80 \cdot H$). Das heißt, ein Teil des Abstandes der ermittelten Versagenslasten läßt sich aus den Idealisierungen der Sickerströmungsberechnung in der Kontinuumsmechanik erklären. In der Summe der Auswirkungen der unterschiedlichen Idealisierungen von Punkt 1.-4. erscheint es durchaus plausibel, daß in diesem Beispiel die Kontinuumsberechnungen den Einfluß der Sickerwasserströmung im Vergleich zur Diskontinuumsberechnung konservativ abschätzen.

6.2.5 Vergleich elastoplastischer und pseudo-viskoplastischer Berechnungen

Die in den Kapiteln 4./5. schon mehrfach angesprochene numerische Pfadabhängigkeit der pseudo-viskoplastischen Berechnungsroutine soll untersucht werden. Nachdem für das ebene Kontinuumsmodell in den elastoplastischen Berechnungsroutinen in ANSYS und LS-DYNA die Versagenslast zu $1.55 \cdot \text{Horizontallast}$ bestimmt worden ist, werden pseudo-viskoplastische Berechnungen mit verschiedenen pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren ζ^{PVP} durchgeführt. Es wurden alle Berechnungen mit einem einheitlichen pseudo-viskoplastischen Multiplikator für alle Fließflächenüberschreitungen und einem konstanten globalem Abbruchkriterium (0.1% Ungleichgewichtskräfte) durchgeführt.

Im Lastfall Vollanstau können über die gesamte Variationsbreite des pseudo-viskoplastischen Faktors gute Näherungslösungen erzielt werden. Bei der Ermittlung der Versagenslasten sind die erwarteten Pfadabhängigkeiten bzw. numerische Probleme deutlich zu sehen.

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Horizontal- laststufe	ANSYS- pseudo-vp2	ANSYS- pseudo-vp15	ANSYS- Elastoplast.	ANSYS- pseudo-vp1	ANSYS- pseudo-vp05
Vollanstau	2,931	2,95	2,8	3	2,866
1,1	3,64	3,645	3,38	3,73	3,69
1,2	Abbruch*	4,1656	4	4,24	4,16
1,3		4,754	4,56	4,8	4,68
1,4		5,512	5,55	5,5	5,35
1,5		Abbruch*	6,77	6,9	6,49
1,6			8,61**	8,59	7,82
1,7			Versagen	12,982	13,94
1,8				Versagen	20,15
1,9					Versagen
EPS - NR***	0,001	0,001	0,0021	0,001	0,001
pseudo-vpl. Multiplikator	$\zeta^{\text{pvp}}=2\text{-E-}7$	$\zeta^{\text{pvp}}=1.5\text{E-}7$		$\zeta^{\text{pvp}}=1\text{E-}7$	$\zeta^{\text{pvp}}=5\text{E-}8$
Iterationen	549	763	2257	1682	5046

* explosionsartige Dehnungszunahme der nicht konvergierten Lösung

** letzte Gleichgewichtslösung bei 1.59*H

*** globales Abbruchkriterium der Newton-Raphson-Iteration

Tabelle 6.10 Vergleich der Horizontalverschiebungen (cm) der Dammkrone ebener pseudo-viskoplastischer und elastoplastischen Berechnungen

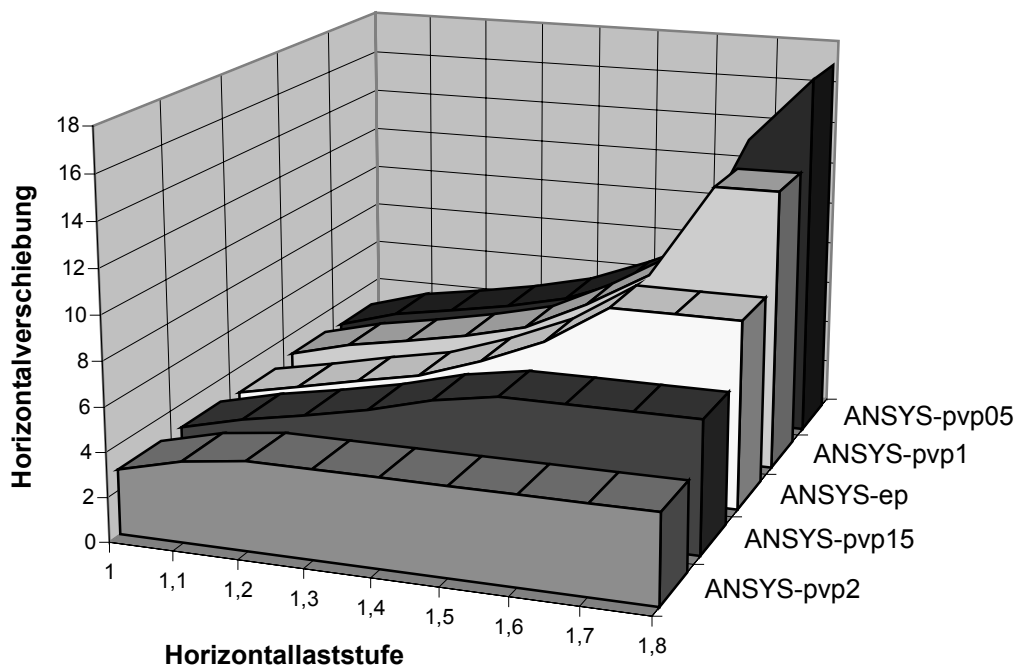


Bild 6.20 Horizontalverschiebungsgradienten der Dammkrone in den pseudo-viskoplastischen Berechnungen

Werden zu große pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren verwendet, versagt die Newton-Raphson-Iteration (ANSYS-pseudo-vp2, ANSYS-pseudo-vp15). Dabei sind z.T. explosionsartige Zuwächse der plastischen Deformationen zu beobachten (Bild

6.21-links). In weiteren Berechnungen wurden deshalb kleinere Multiplikatoren verwendet.

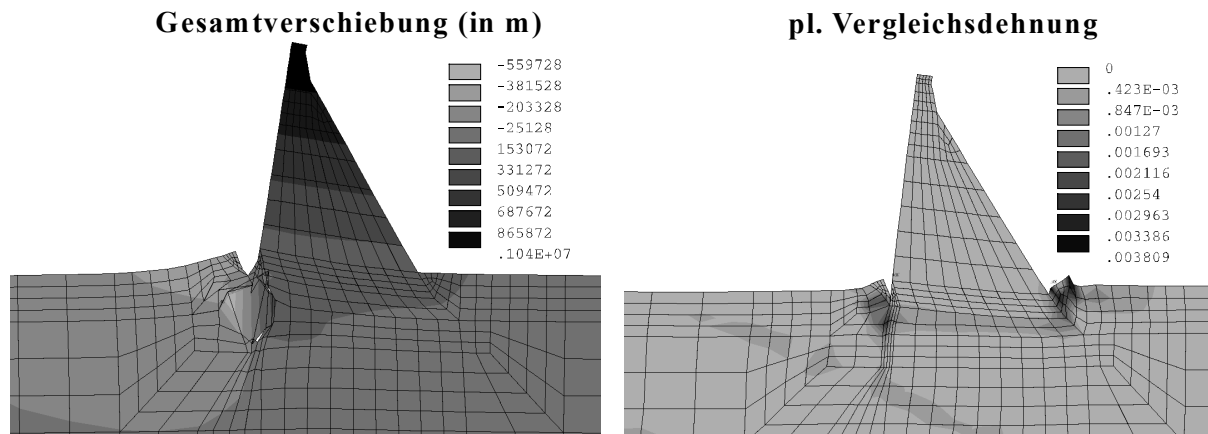


Bild 6.21 links: explosionsartige Zunahme der Deformationen
rechts: letzter Gleichgewichtszustand 1.7*H (ANSYS-pseudo-vp1)

Je kleiner die pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren gewählt werden, um so größer sind die ermittelten Versagenslasten. Ab einem pseudo-viskoplastischen Multiplikator von 10^{-7} kann in den letzten aufgefundenen Gleichgewichtszuständen die Kippbewegung der Mauer mit starken Plastizierungen im Dichtungsschleier, in der Mauersohle und der luftseitigen Baugrube beobachtet werden (Bild 6.21-rechts). Weniger ausgeprägt waren die in den elastoplastischen Berechnungen das Versagen dominierenden Plastizierungen am luftseitigen Dammfuß. Auch in diesem Beispiel kann bei ausreichender Variation der pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren das grundsätzliche Vermögen der pseudo-viskoplastischen Berechnung gezeigt werden, gute Näherungslösungen zu erlangen. Das sichere Bestimmen von Versagensmechanismen oder Versagenslasten war nicht möglich.

6.2.6 Auswertung der Vergleichsrechnungen ebener und pseudo-räumlicher Modelle

Eine Motivation der Implementationen war der Wunsch, den großen Abstand der Versagenslasten des 2D-Diskontinuumsmodells und des 2½D-Kontinuumsmodells quantitativ zuordnen zu können. An Hand der zahlreichen Vergleichsrechnungen konnte unter den gegebenen felsmechanischen Kennwerten der Einfluß von

- Diskretisierungs- und Integrationsniveau (FEM und DEM), Konvergenzproblemen und lokaler numerischer Instabilitäten impliziter Strategien,
- der Blockwirkung diskreter Blöcke von intaktem Fels im Diskontinuum,
- der unterschiedlichen Idealisierungen der Sickerströmungsberechnung im Kontinuum und im Diskontinuum und
- der ebenen oder pseudo-räumlichen Modellierung des Trennflächensystems auf die ermittelten deterministischen Versagenslasten bei Steigerung der horizontalen Wasserlasten quantitativ abgeschätzt werden.

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

Von der Gesamtdifferenz der letzten aufgefundenen Gleichgewichtslösungen der ebenen Diskontinuumsberechnungen ($1.8 \cdot H$) und der pseudo-räumlichen Kontinuumsberechnungen ($1.2 \cdot H$) lassen sich eindeutig $0.1 \cdot H$ ($\Rightarrow 15\%$ von $0.6 \cdot H$) der Blockwirkung und $0.35 \cdot H$ ($\Rightarrow 60\%$ von $0.6 \cdot H$) der Modellierung des Trennflächensystems im 2D- bzw. $2\frac{1}{2}$ D-Modell zuordnen. Aus dem Vergleich der Berechnungen ohne Berücksichtigung der Unterströmung mit einem Abstand der Versagenslasten von $0.2 \cdot H$ abzüglich der Blockwirkung von $0.1 \cdot H$ kann der Einfluß unterschiedlicher Diskretisierungs- und Integrationsniveaus auf 10% abgeschätzt werden. Das entspricht in etwa auch dem Streubereich bei der Bestimmung der Versagenslasten in ANSYS oder der Ergebnisabweichungen infolge von Konvergenzproblemen am Probekörper (Kap. 4.5). Geht man davon aus, daß die noch verbleibende Differenz aus den unterschiedlichen Idealisierungen der Sickerströmungsberechnung resultiert, kann der Einfluß der Sickerströmungsberechnung mit 15% abgeschätzt werden. Die Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Sickerströmung bestätigen diese Annahme.

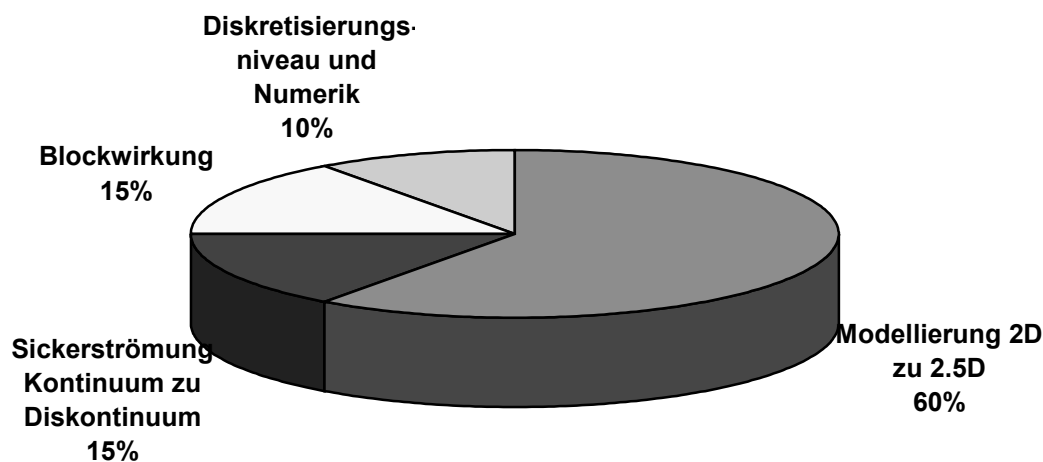


Bild 6.22 Zusammensetzung der Differenz der Versagenslasten von 2D-Diskontinuumsberechnung und $2\frac{1}{2}$ D-Kontinuumsberechnung

Auch wenn der Einfluß aus der Numerik und der Sickerströmungsberechnung nur geschätzt wurde, zeigt die Auswertung der zahlreichen Vergleichsrechnungen deutlich die Hauptursache des großen Abstandes der ermittelten Versagenslasten zwischen der pseudo-räumlichen Kontinuumsberechnung und der ebenen Diskontinuumsberechnung. Die in praktischen Staumauerberechnungen durchaus übliche Modellierung des räumlichen Trennflächensystems im pseudo-räumlichen Geometriemodell führt zur Instabilität des Berechnungsmodells. Wenn nennenswerte Ungleichgewichtskräfte in Richtung der Mauerachse auftreten, versagen sowohl explizite als auch implizite Berechnungsstrategien. Stabilisierungen der pseudo-räumlichen Modelle in Richtung der unendlich langen Mauer (z.B. mit

Federelementen) zur Aufnahme der Ungleichgewichtskräfte zeigten keinen Einfluß auf den Berechnungsabbruch. Natürlich ist es auch notwendig, zur Untersuchung des Spannungsumlagerungsvermögens in Richtung der Mauerachse den Einfluß der Talmorphologie zu berücksichtigen. Zur Untersuchung der Standsicherheit unter Berücksichtigung des räumlichen Trennflächensystems wird deshalb ein 3D-Geometriemodell notwendig.

6.3 Berechnungen als 3D-Modell

In einer 3D-Berechnung sollen der Einfluß des räumlichen Trennflächensystems auf das Spannungs-Verformungsverhalten und die Möglichkeit der Spannungsumlagerungen senkrecht zur Mauerachse für den Lastfall Volleinstau untersucht werden. In einer Laststeigerungsberechnung soll ein ausreichender Sicherheitsabstand zwischen dem Volleinstau und einem eventuellen Versagenszustand nachgewiesen werden. Die Berechnungen wurden mit einem Kontinuummodell unter Verwendung elastoplastischer Materialroutinen zunächst in ANSYS durchgeführt.

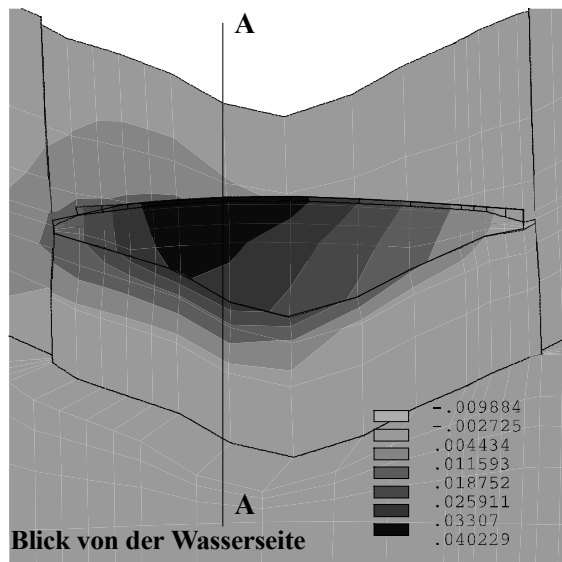
Für die 3-dimensionale Modellierung der Talsperre wurden die Materialkennwerte der Verformungs-, Permeabilitäts- und Festigkeitseigenschaften der pseudo-räumlichen Berechnung (Kap. 6.1.2) verwendet. Analog der bisherigen Berechnungen wurden in einer Lastgeschichteberechnung nach dem Primärlastfall (Eigengewicht mit Grundwasserstand in Talsohle) der Bau der Mauer und der Vollanstau in 2 Staustufen simuliert. Aus einer räumlichen Sickerströmungsberechnung, mit den Stauhöhen im Reservoir, einer freien Sickerfläche auf der Talseite sowie undurchlässigen Modellrändern wurden der Strömungsdruck im Gebirge und der Auftrieb auf die Mauersohle ermittelt. Beim stufenweisen Anstau wurde der Grundwasserstand im geklüfteten Gebirge dem Staustand im Reservoir gleichgesetzt.

Ergebnisse der 3-dimensionalen Berechnung

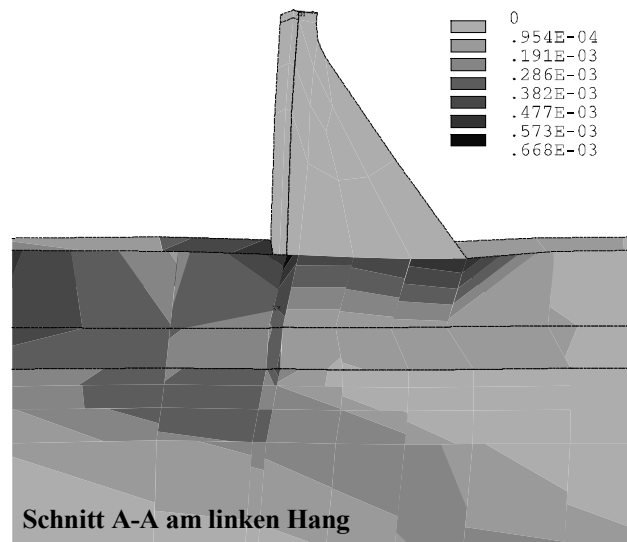
Schon im Primärlastfall sind Plastizierungen in den Hangbereichen des Talquerschnittes zu beobachten. Nach dem Bau der Mauer sind vor allem im linken Hangbereich (vom Reservoir auf die Mauer gesehen) nahezu alle ac-Klüfte plastiziert. Durch die Berücksichtigung der Talhänge kommt es erwartungsgemäß zu einer Versteifung der Mauer und die maximale Kronenverschiebung beträgt nur 1.1 cm in Reservoirrichtung (gegenüber 2.2 cm \Rightarrow 2½D, 2.3 cm \Rightarrow 2D). Für den Lastfall Vollanstau kann ohne Konvergenzprobleme ein Gleichgewichtszustand aufgefunden werden. Im Bild 6.23 ist deutlich zu sehen, daß es beim Anstau zu einer leichten Drehung der Talsperre kommt. Die maximale horizontale Verschiebung in Talrichtung beträgt in der Mitte des linken Hanges 4 cm, in der Talsohle ca. 3.3 cm und in der Mitte des rechten Hanges ca. 1.9 cm. Die starken Horizontalverschiebungen resultieren hauptsächlich aus Plastizierungen entlang der ac-Klüfte/Querstörungen und zu geringen Anteilen aus Plastizierungen der Schieferung bzw. der Schichtung. In der Kartierung des großflächigen Erkundungsschurfes am linken Talhang [48] sind Querstörungen in der Raumlage der ac-Klüfte als markante Störungselemente gekennzeichnet, in denen es auch schon in der Vergangenheit Relativbewegungen

Schwergewichtsstaumauer mit gerader Stabachse

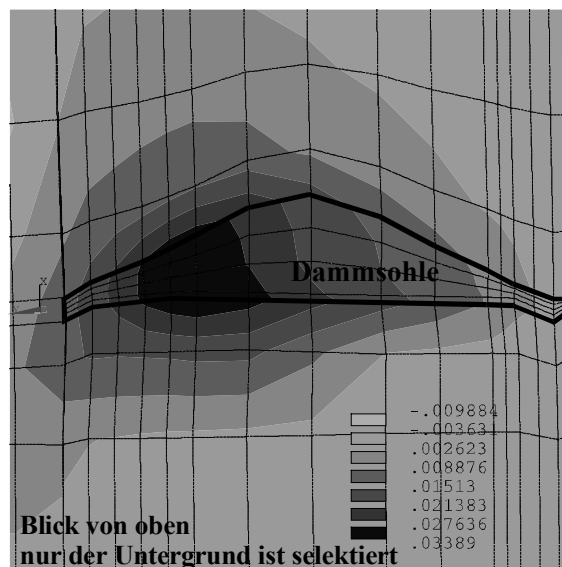
gegeben hat. Diese Querstörungen fallen in Talrichtung zum linken Hang ein. Die Festigkeiten der ac-Klüfte sind im Lastfall Vollanstau im gesamten Sohlbereich des linken Hanges und bis in tiefe Felsbereiche überschritten. Aus den Scherverschiebungen entlang der Querklüfte läßt sich die resultierende leichte Drehung der Mauer gut erklären.



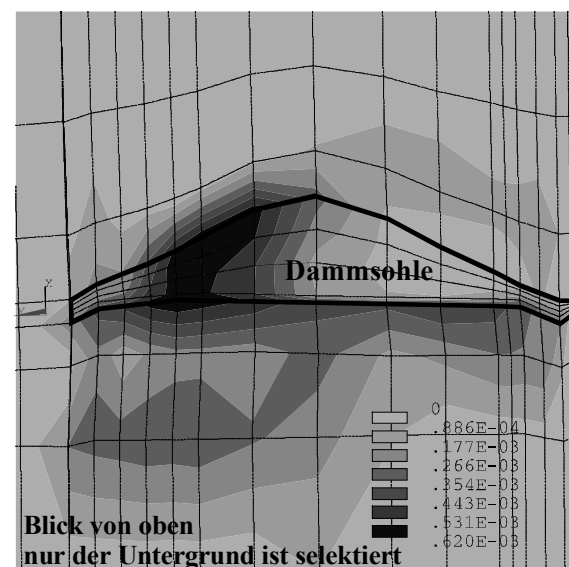
Verschiebungen in Talrichtung (cm)



Plastische Vergleichsdehnung (Elementwerte)



Verschiebungen in Talrichtung (cm)



Plastische Vergleichsdehnungen (Knotenwerte)

Bild 6.23 Horizontalverschiebungen und plastische Vergleichsdehnungen im Lastfall Vollanstau, Berechnung in ANSYS-elastoplastische Routine

Trotz dieser erheblichen Plastizierungen können die horizontalen Wasserlasten, hauptsächlich über die Talsohle und die rechte Talflanke in den Untergrund eingeleitet werden. Im Bild 6.24 sind die Konzentrationen der Horizontalspannungen (S_x in

Talrichtung) zu sehen. Das z.T. großräumige Versagen des Trennflächensystems führt aber wie schon in den 2D- und 2½D-Berechnungen nicht zum Versagen der Talsperre.

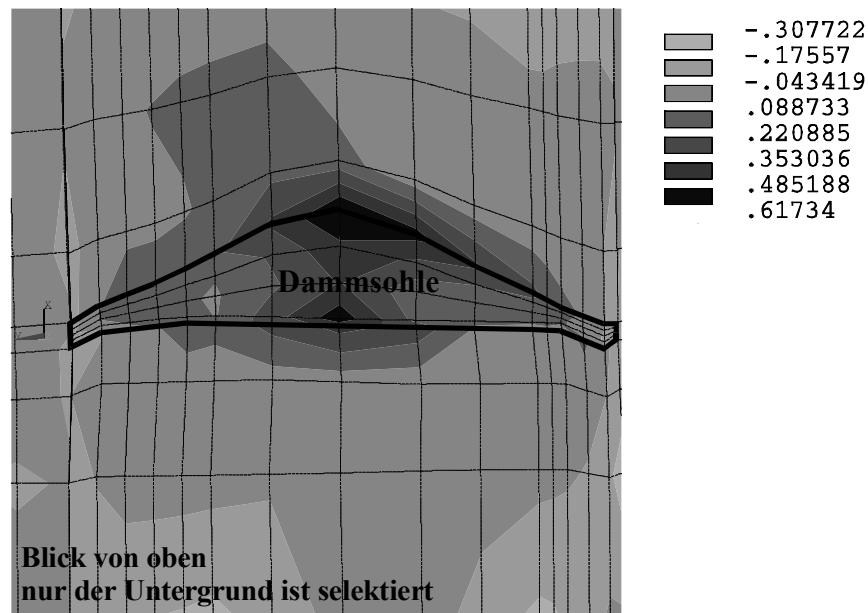


Bild 6.24 Horizontalspannungen (S_x in Talrichtung in MN/m^2) im Lastfall Vollanstau ANSYS-elastoplastische Berechnung

Bei den Laststeigerungsberechnungen konnte bis zur Laststufe $2.50 \cdot H$ ohne Konvergenzprobleme und ohne deutliches Ansteigen der Horizontalverformungsgradienten ein Gleichgewichtszustand aufgefunden werden. Die weiteren Plastizierungen konzentrierten sich im Gebirge am linken Hang, im Dichtungsschleier und der wasserseitigen Dammsohle. Erst bei einer Horizontallaststufe von $2.90 \cdot H$ versagte die Talsperre durch Schubversagen im intakten Fels. Bei Variationen globaler und lokaler Konvergenzkriterien konnten keine Konvergenzprobleme festgestellt werden und der Einfluß der Variation auf die Berechnungsergebnisse war vernachlässigbar gering (unter 1%). Auf eine Berechnungen mit LS-DYNA3D wurde deshalb verzichtet.

6.4 Zusammenfassung

Mit einer 3-dimensionalen Berechnung konnte ein ausreichender Sicherheitsabstand der Talsperre unter der Berücksichtigung des räumlichen Trennflächensystems und der gegebenen felsmechanischen Kennwerte nachgewiesen werden. Die in den pseudo-räumlichen Modellen zum Berechnungsabbruch führenden Kraftumlagerungen in Richtung der Mauerachse können in den Talflanken aufgenommen werden. Obwohl in großen Bereichen der Dammsohle und des Felsuntergrundes die angenommenen Festigkeiten des Trennflächensystems überschritten werden und es zu nennenswerten Plastizierungen hauptsächlich entlang der Querstörungen kommt, werden die horizontalen Wasserlasten sicher in den Untergrund eingeleitet. Ein Versagenszustand kann erst bei einer Horizontallaststufe von $2.90 \cdot H$ aufgefunden werden. Für das

Versagen der Talsperre wird wie in den 2D-Berechnungen die Scherfestigkeit vom intakten Fels im Nahbereich der luftseitigen Dammsohle maßgebend.

Für notwendige Parameter- oder Lastvariationen der mechanischen Berechnung bzw. der Strömungsberechnung oder ein exaktes Modellieren der im Großschurf aufgefundenen Querstörungen am linken Hang [48] muß ein 3-dimensionales Geometriemodell verwendet werden. Plastizierungen im Trennflächensystem führen zu Kraftumlagerungen in Richtung der Mauerachse, die das Spannungs-Verformungsverhalten der Talsperre dominieren, aber im 2D- oder 2½D-Geometriemodell nicht erfaßt werden können. Bei den Berechnungen im Diskontinuumsmodell konnte der versteifende Einfluß der Blockwirkung intakter Felsblöcke quantifiziert werden (Kap. 6.2.2). Auf Grund des relativ geringen Einflusses auf die Versagenslasten (10%) kann das regelmäßige Trennflächensystem in guter Näherung als multilaminare Ersatzmaterial modelliert werden. Bei der Berücksichtigung der Sickerströmungsberechnung auf die Standsicherheit der Talsperre liegen die Kontinuumsmodelle in diesem Berechnungsbeispiel auf der sicheren Seite (Kap. 6.2.4). Ohne detaillierteres Wissen über dominante Kluftwasserleiter im Untergrund sind 3-dimensionale Sickerströmungsberechnungen im Diskontinuum zur Beurteilung der Standsicherheit deshalb nicht erforderlich. Sollen die Auswirkungen der nicht unerheblichen Plastizierungen im Dichtungschleier im Lastfall Vollanstau auf dessen Durchlässigkeit genauer untersucht werden, bieten sich 2-dimensionale Diskontinuumsmodelle an. Die Belastungsrandbedingungen könnten dabei aus 3-dimensionalen Kontinuums-berechnungen entnommen werden.

In den Vergleichsrechnungen der Kontinuumsmodelle mit den elastoplastischen Routinen in ANSYS und LS-DYNA3D konnte wiederum nachgewiesen werden, daß die numerischen Pfadabhängigkeiten aus der vielflächigen Plastizität minimiert werden konnten. In den LS-DYNA3D Berechnungen waren die summierten Fehler der Spannungsrelaxation über die gesamte Zeitschrittberechnung verschwindend gering (Bild 6.13). Bei größeren Konvergenzproblemen in impliziten Berechnungen (Kap. 6.2.3) kam es zum Berechnungsabbruch und bei der notwendigen Erhöhung globaler Konvergenzkriterien zum leichten Überschätzen der Tragfähigkeit. In diesen Fällen konnten die Versagenslasten und Versagensmechanismen nur mit expliziten Programmen sicher bestimmt werden. Die pseudo-viskoplastischen Berechnungsroutinen zeigten die erwarteten numerischen Pfadabhängigkeiten. Ein sicheres Bestimmen von Versagenslasten war nicht möglich (Kap. 6.2.5).

Die Rechenzeiten der Lastgeschichteberechnungen bis zum Versagen der Kontinuumsmodelle auf einem SGI R 10000 Prozessor lagen zwischen 6 Stunden (implizit \Rightarrow wenig Konvergenzprobleme bzw. explizit \Rightarrow wenig statische Gleichgewichtszustände) und 2 Tagen (explizit \Rightarrow viele statische Gleichgewichtszustände). Die Lastgeschichteberechnungen der Diskontinuumsmodelle wurden auf einem PC mit 200 MHz-Prozessor gerechnet und benötigten mit lokaler Dämpfung und zahlreichen statischen Gleichgewichtszuständen ein bis zwei Tage. Insgesamt konnten keine gravierenden Rechenzeitunterschiede festgestellt werden.

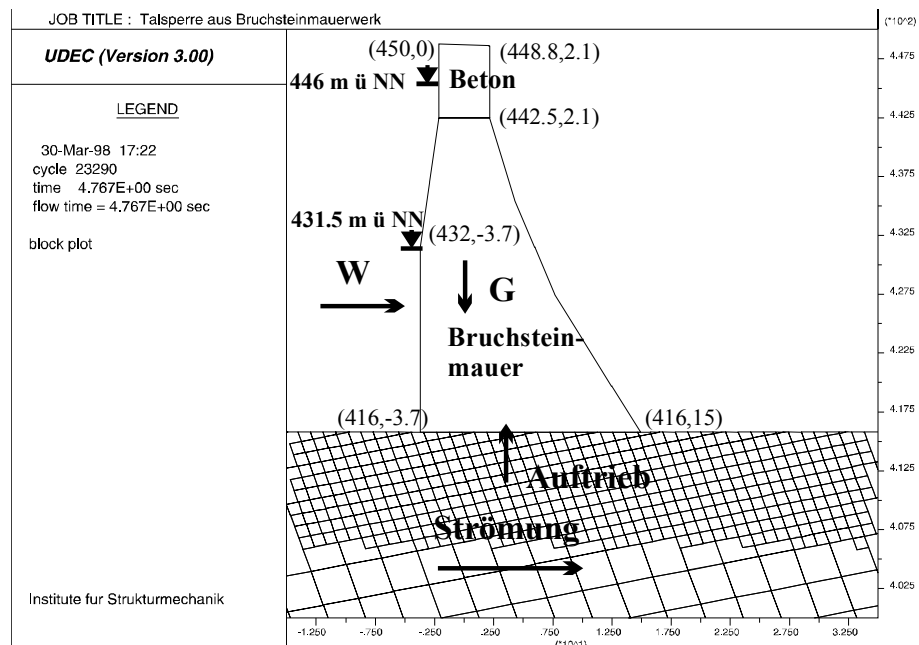
Kapitel 7

Sanierung einer Schwerkheitsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

In diesem Beispiel wird die Entwicklung eines geomechanischen Modells für die Sanierung einer leicht gekrümmten Bruchsteinmauer (Bilder 7.1,7.3,7.7) aus Natursteinen vorgestellt. Im ersten Schritt soll der vorhandene Zustand aufgenommen und ein geeignetes Berechnungsmodell entwickelt werden. Im zweiten Schritt sollen Sanierungsmaßnahmen beurteilt werden.

7.1 Berechnung als 2D-Modell

Für den vorhandenen Mauerquerschnitt in Talmitte soll in einer ebenen Diskontinuumsberechnung die Standsicherheit untersucht werden.



(* W- horizontale Wasserlast, G - Eigenlast der Mauer, Längenangaben in m)

Bild 7.1 2D-Modell der Talsperre mit Lasten beim Volleinstau, Detail im Nahbereich der Mauer (Längenangaben in m)

Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

Der Einfluß der leichten Krümmung der Bruchsteinmauer wird zunächst vernachlässigt. Mit dem DEM-Programm UDEC wurden die 34 m hohe Mauer und der Felsuntergrund in einer Ausdehnung von 150 m in Talachse und 60 m Tiefe modelliert. Im Nahbereich der Dammsohle wurde der vorhandene Trennflächenabstand ($ss=1m/K1=1m$) sowie im Fernbereich ein größerer Trennflächenabstand (3/3m) verwendet (Bild 7.1).

■ Annahmen zur Lastgeschichte:

1. Primärlastfall - Eigengewichtszustand mit erhöhten Horizontalspannungen, Grundwasserstand Oberfläche Gelände
2. Eigengewicht Bruchsteinmauer und Aufbeton
3. Anstau bis maximal mögliche Stauhöhe in zwei Schritten

■ Annahmen zu den Lasten

- im Primärspannungszustand betragen die Horizontalspannungen 50% der Vertikalspannungen aus dem Eigengewicht des Gebirges
- Kopplungen der stationären Sickerwasserberechnung mit der mechanischen Berechnung nach Staustufe 1 (Stauhöhe 431.5 m) und Staustufe 2 (Stauhöhe 446 m)

■ Annahmen zur stationären Sickerwasserberechnung

- Stauhöhen als Randbedingungen im Reservoir
- freie Sickerfläche auf der Luftseite
- Modellgrenzen und Mauerkörper undurchlässig
- teufenabhängige Porenwasserdruckinitialisierung
- gleiche Durchlässigkeit aller Trennflächen im Gebirge ($k_j = 0.00005 \text{ Pa}^{-1}\text{s}^{-1}$)
- Durchlässigkeit der Trennflächen im Dichtungsschleier ($k_j = 0.0000004 \text{ Pa}^{-1}\text{s}^{-1}$)
- Trennflächenöffnungsweite ($a = 2 \text{ mm}$)
- minimale Trennflächenöffnungsweite ($a_{\min} = 0.5 \text{ mm}$)

■ Annahmen zu den felsmechanischen Kennwerten

- es wird elastisches Materialverhalten für den Aufbeton angenommen
- Festigkeitserhöhungen der Trennflächen im Dichtungsschleier werden nicht in Ansatz gebracht

Festigkeitsparameter Schubbruchkriterium mit Zugspannungsbegrenzung	φ in Grad	C in MN/m^2	ψ in Grad	φ_{Res} in Grad	C_{Res} in MN/m^2	σ_{ten}^* in MN/m^2
Schiefergestein	45	0.8	1	45	0.8	0.075
Bruchsteinmauer	45	0.2	1	45	0.2	0.15
Maueraufstandsfläche	45	0.8	1	30	0.5	0.075
Trennflächen						
Schichtung SS ($\beta = 11^\circ$)**	40	0.23	1	26	0.01	0.0
K1-Längsstörung ($\beta = -76^\circ$)	43	0.2	1	26	0.0	0.0

*alle Zugfestigkeiten fallen nach Überschreiten des Zugbruchkriteriums auf Null

** Orientierung von α siehe Bild 4.1

Tabelle 7.1 Festigkeitsparameter der 2D-Berechnung

Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

Elastische Kennwerte der Blöcke		E_{RM} MN/m ²	G_{RM} MN/m ²	ν_{RM}	E_R MN/m ²	G_R MN/m ²	ν_R
Sperrbeton		22000	9167	0.20			
Bruchsteinmauer		6000	2500	0.20			
Dichtungsschleier	bis 5 m unter Sohle	6000	2790	0.075			
	bis 7 m unter Sohle	7000	3256	0.075			
Felsuntergrund	bis 5 m unter Sohle	5000	2174	0.15	7000	2917	0.20
	ab 5 m unter Sohle	6000	2609	0.15	9000	3750	0.20

Tabelle 7.2 Elastische Kennwerte des verschmierten und des intakten Materials

Der mittlere Trennflächenabstand aller Trennflächenscharen beträgt ca. 1 m. Im geomechanischen Modell werden Blöcke mit mittleren Trennflächenabständen von 1 m und 3 m modelliert. Die Trennflächensteifigkeitswerte waren nicht bekannt und wurden aus Verformungsmoduln von geklüftetem und intaktem Fels abgeschätzt (Gl. 5.15/5.16). Mit Berechnungen im Lastfall Eigengewicht der Mauer und des Gebirges wurden die gewählten Steifigkeiten untersucht. In einem Kontinuumsmodell in UDEC wird dabei das gesamte Gebirge als ein Block mit verschmierten Deformationskennwerten modelliert.

	1 m Trennflächenabstand		3 m Trennflächenabstand	
	bis 5 m	ab 5 m	bis 5 m	ab 5 m
k_N in MN/m ²	17500	18000 *	5830	6000 *
k_S in MN/m ²	8536	8570	2845	2855

* Werte nach Gl.5.16/5.16 wurden verbessert

Tabelle 7.3 gewählte Steifigkeitswerte der Trennflächen

	Kontinuum	Diskontinuum	Abweichung in %
Energiebilanz *	$620.8 + 0.2^{**} = 621$	$594 + 24.8 = 618.8$	- 0.4 %
max. Verschiebung Dammkrone	1.173 cm	1.224 cm	+4.2 %

*setzt sich aus Verformungsenergie der Blöcke und der Trennflächen zusammen

** kleiner Verformungsanteil aus Dammsohle

Tabelle 7.4 Vergleich der Berechnungen als Kontinuums- und Diskontinuumsmodell

Nach Verbesserung der geschätzten Normalsteifigkeiten (Tab. 7.3) im Diskontinuumsmodell (Bild 7.1) ergaben sich nur noch Abweichungen in der Energiebilanz von 0.4% und der Verformungsbilanz von 4.2%. Aufgrund des sehr geringen Unterschiedes in der Energiebilanz kann davon ausgegangen werden, daß die Elastizitätswerte des Diskontinuums im realistischen Bereich liegen. Auf eine weitere Modifikation der Trennflächensteifigkeiten wurde verzichtet.

Ergebnisse der 2D-Diskontinuumsberechnungen

Im Lastfall Eigengewicht der Mauer beträgt die horizontale Verschiebung der Dammkrone 6.9 mm. Es treten Plastizierungen im geklüfteten Fels und in den Trennflächen auf. Beim stufenweisen Anstau und der Berücksichtigung einer Unterströmung der Talsperre, kann das Stauziel 446 m nicht erreicht werden. Bei einer Stauhöhe von 444 m wird das letzte Mal ein Gleichgewichtszustand aufgefunden. Am Bild der Geschwindigkeitsvektoren (Bild 7.2) ist deutlich zu erkennen, daß sich ein Felskeil in Talrichtung herausschiebt. Die K1 Trennflächen am wasserseitigen Dammfuß reißen auf. Die Öffnungsweiten der Trennflächen betragen bis zu 1 cm. Der Einfluß des Porenwasserdruckes ist dabei nur bis zur Staustufe 1 berücksichtigt. Beim Vollanstau und vollem Kluftwasserdruck versagt die Talsperre unter den gegebenen Kennwerten. Die Dammsohle reißt auf der Reservoirseite auf und die Talsperre gleitet auf einem Felskeil ab. Wenn der Schubwiderstand dieses Felskeiles überschritten ist, versagt die Mauer im Berechnungsmodell ohne große Vorankündigungen, wie z.B. sichtbare Verformungsgradientenänderungen oder Anstieg der plastischen Energien.

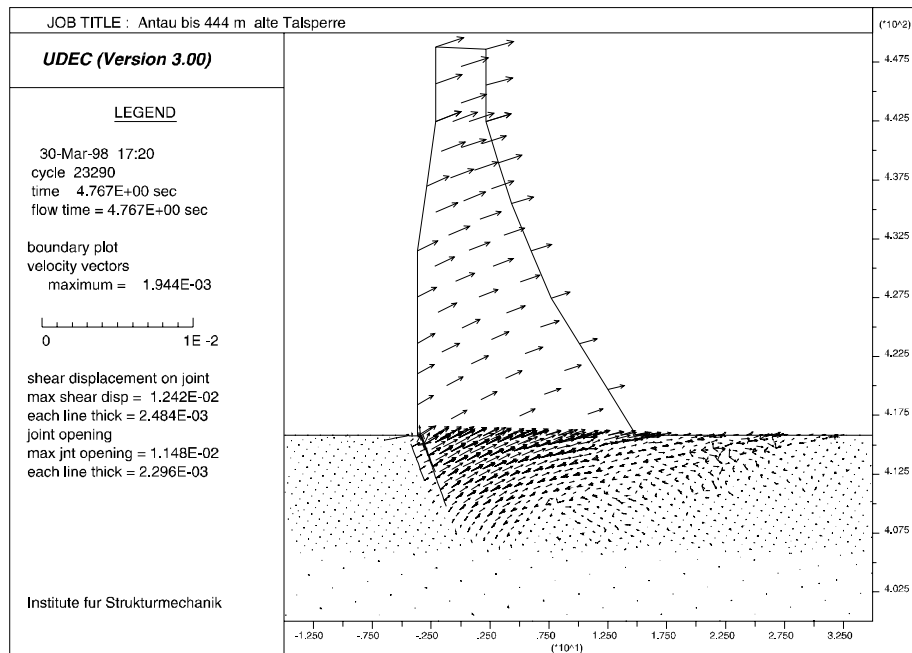


Bild 7.2 Geschwindigkeitsvektoren (m/s) im Versagenszustand
Versagen durch Abscheren eines Gebirgskeiles

Auch eine pseudo-räumliche FEM-Berechnung im verschmierten Kontinuumsmodell in ANSYS zeigte Standsicherheitsprobleme beim Vollanstau. Da die Mauer aber schon 90 Jahre ohne größere Probleme steht, wurde vermutet, daß die Idealisierung als unendlich lange Mauer das Tragfähigkeitsvermögen der Talsperre unterschätzt. In einer 3D-Berechnung sollten die Tragfähigkeitsreserven aus der leichten Krümmung der Mauerachse und der Einfluß der Talmorphologie untersucht werden.

7.2 Berechnung als 3D-Modell

Die Berechnungen im 3D-Geometriemodell wurden mit multilaminaren elastoplastischen Materialmodellen im verschmierten Ersatzkontinuum in ANSYS und LS-DYNA-3D durchgeführt. In den LS-DYNA-3D Berechnungen sollen die ermittelten Versagenslasten und Versagensmechanismen der impliziten Berechnungen in ANSYS überprüft werden. In beiden Programmsystemen wurden identische

- Elementierungen (8-Knoten-Volumenelemente)
- Materialmodelle und -parameter
- Lasten (Eigenlast, Auftrieb, Strömungskräfte, hydrostatische Wasserlasten)
- Lastfolgen (Primärspannungszustand - Eigenlast Talsperre/Untergrund - Vollanstau - schrittweises Erhöhen der horizontalen hydrostatischen Wasserlasten auf die Talsperre bis zum Eintritt des Versagens) verwendet.

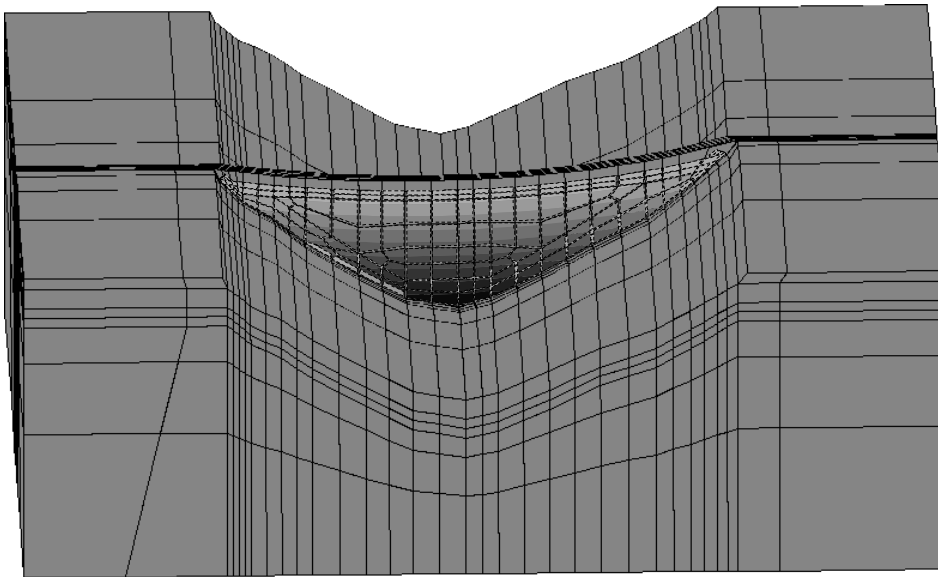


Bild 7.3 Gesamtmodell der Talsperre
(Blick auf die Wassenseite der Mauer mit hydrostatischen Wasserlasten)

- Annahmen zu den Lasten
 - keine erhöhten Horizontalspannungen im Primärlastfall
 - Berücksichtigung der Unterströmung mit mechanischen Ersatzlasten (Strömungsdruck, Abminderung Eigengewicht Fels und Auftrieb auf die Dammsohle)
 - horizontale hydrostatische Wasserlasten auf den Dammkörper
- Annahmen zur stationären Sickerwasserberechnung
 - piezometrische Höhen als Randbedingungen im Reservoir
 - freie Sickerfläche auf der Luftseite
 - isotrope Permeabilitäten in den Trennflächen ($k_f=0.00005 \text{ m/s}$)
 - isotrope Permeabilitäten im Dichtungsschleier ($k_f=0.0000004 \text{ m/s}$)
 - keine Rückkopplung der mechanischen Berechnung auf Permeabilitätsänderungen

Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

■ Annahmen zu den felsmechanischen Kennwerten

Die elastischen Kennwerte für die verschmierten Materialmodelle des geklüfteten Gebirges, des Dichtungsschleiers, des Mauerwerks und des Aufbetons wurden analog Tabelle 7.2 vereinbart. Nach Überschreiten der Spitzenfestigkeiten wurden sowohl für die Schubbruchkriterien als auch für die Zugspannungsbegrenzungen Restfestigkeiten eingeführt. Das multilaminare Materialmodell wurde für alle Baustoffe und den geklüfteten Gebirgsverband verwendet.

Festigkeitsparameter Schubbruchkriterium mit Zugspannungsbegrenzung	φ in Grad	C in MN/m ²	σ_{ten} in MN/m ²	ψ in Grad	φ_{Res} in Grad	C _{Res} in MN/m ²	$\sigma_{ten-Res}$ in MN/m ²
Aufbeton	45	0.20	0.20	1.0	45	0.10	0.10
horizontale Zugbegrenzung	45	0.20	0.0	1.0	45	0.10	0.0
Bruchsteinmauerwerk	45	0.20	0.15	1.0	45	0.10	0.0
Horizontalfuge	45	0.20	0.0	1.0	45	0.10	0.0
geklüfteter Gebirgsverband (Tiefenangaben bezogen auf die Dammsohle)*							
intakter Fels bis 5 m	45	0.80	0.075	1.0	30	0.50	0.0
intakter Fels ab 5 m	45	0.50	0.075	1.0	30	0.30	0.0
ss-Schichtung (345°/11°)**	40	0.23	0.0	1.0	26	0.01	0.0
k1-Längsstörung (115°/76°)	43	0.20	0.0	1.0	26	0.0	0.0
k2-Querstörung (220°/70°)	43	0.20	0.0	1.0	26	0.0	0.0

*im Dichtungsschleier werden die Festigkeiten des geklüfteten Gebirgsverbandes angesetzt

** geomechanische Richtungswinkel

Tabelle 7.5 Festigkeitskennwerte der 3D-Berechnung

Ergebnisse der 3D-Kontinuumsberechnungen

Schon im Eigenlastfall konnte eine deutliche Versteifung der 3D-Modellierung gegenüber den 2D- oder 2½D-Modellen beobachtet werden. Die Werte der horizontalen Verschiebungen der Dammkrone lagen zwischen 2.15 (ANSYS-ep) und 2.45 mm (LS-DYNA). Sie betragen damit nur etwa 1/3 der mit dem 2D-Modell berechneten Horizontalverschiebung. Für den Vollanstau kann ohne Probleme in allen Berechnungen ein Gleichgewichtszustand aufgefunden werden. In den Spannungsplots ist sowohl eine Bogenwirkung in Mauerlängsrichtung als auch eine Bogenwirkung zwischen den Talflanken zu sehen. Bild 7.4 zeigt die dadurch erhöhten Spannungen auf der Wasserseite in Richtung der Mauerachse. Die nur leicht gekrümmte Schwergewichtsmauer zeigt eine beachtliche Stabilisierung infolge der Ausbildung eines Druckbogens sowohl in Richtung der Mauerachse als auch zwischen den Talflanken. Die Plastizierungen im Lastfall Volleinstau sind auf kleinere Bereiche am wasser- und luftseitigen Dammfuß beschränkt. Die Gradienten der Verformungszunahme und die geringen Plastizierungen lassen vermuten, daß die Lasten sicher in das Gebirge eingeleitet und dort aufgenommen werden können.

Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

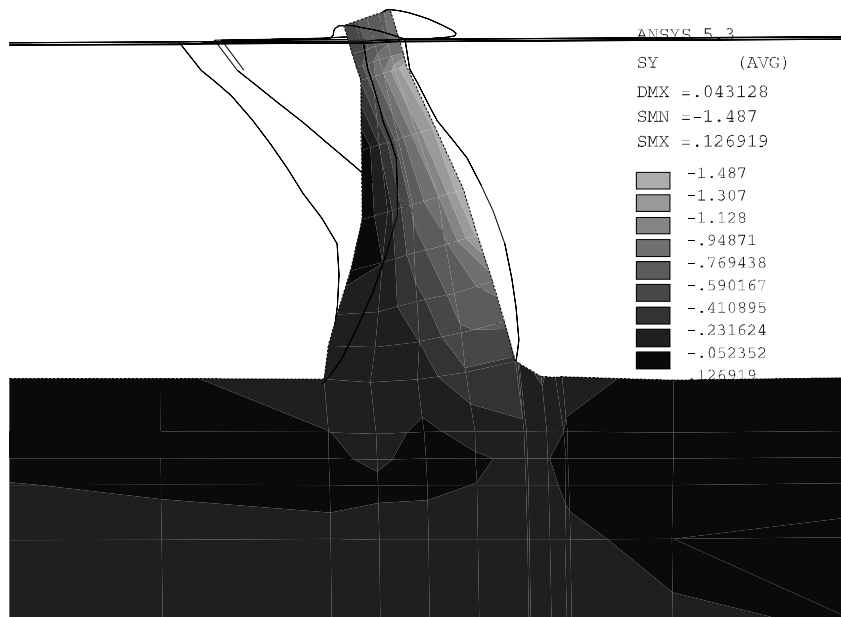
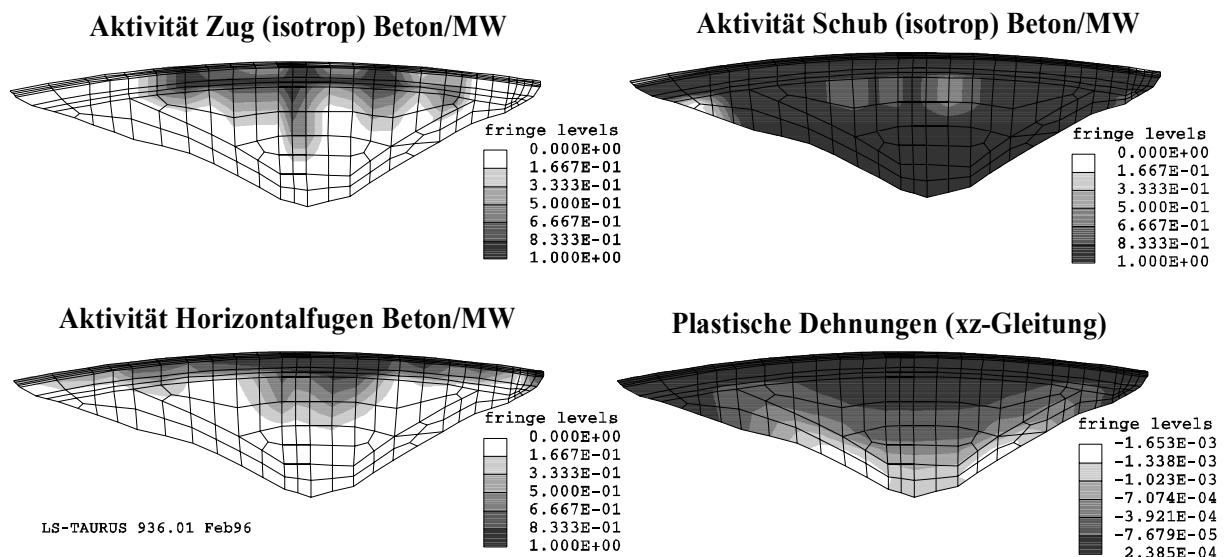


Bild 7.4 Spannungen (MN/m²) in Achsrichtung im Lastfall Vollanstau, Schnitt in Talsohle

In der Folge wurden die horizontalen Wasserlasten bis zum Eintritt eines Versagens gesteigert. Die Versagenslast konnte mit den elastoplastischen Algorithmen zwischen 1.96 (ANSYS) und 2.00-facher (LS-DYNA) horizontaler hydrostatischer Wasserlast aufgefunden werden. In den elastoplastischen Berechnungen sind quantitativ und qualitativ gleichwertige Spannungs- und Verformungsniveaus und identische Versagensmechanismen zu beobachten.



*zu Aktivitäten: 0.00 in keinem, 1.00 in allen Gaußpunkten des Elementes Aktivitäten überschritten
 Bild 7.5 Aktivitäten im Bruchsteinmauerwerk/Beton des Mauerkörpers und plastische Dehnung (xz-Richtung) im Versagenszustand der LS-DYNA3D Berechnung (Blick von der Luftseite)

Schergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

Im Versagenszustand wird das Bruchsteinmauerwerk unmittelbar über der Dammsohle beginnend im Bereich des linken Auflagers (Bild 7.7) bei einer Kronenverschiebung von ca. 28 mm abgeschert und die Mauer gleitet in Talrichtung.

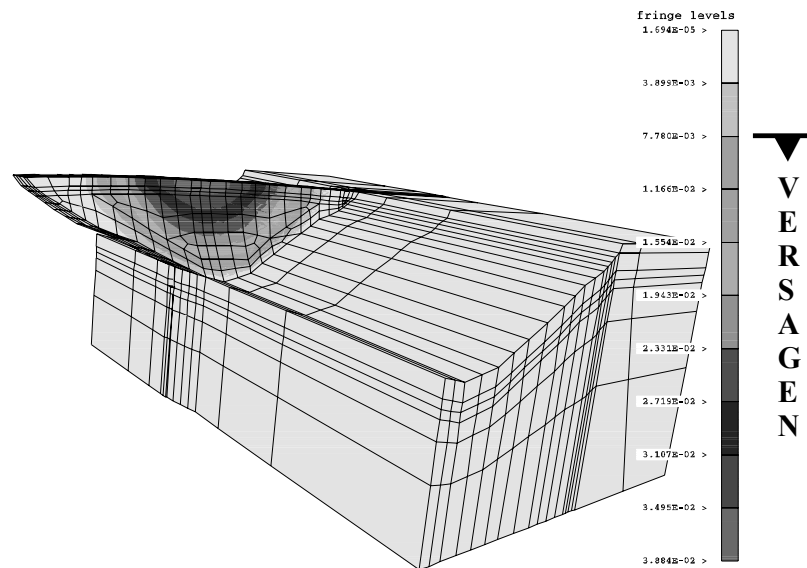


Bild 7.6 Geschwindigkeiten im Versagenszustand LS-DYNA3D (Blick von Luftseite)

Den Bildern 7.5/7.6 ist deutlich zu entnehmen, daß das isotrope Schubbruchkriterium im Bruchsteinmauerwerk für den Eintritt des Versagens der Talsperre maßgebend wird.

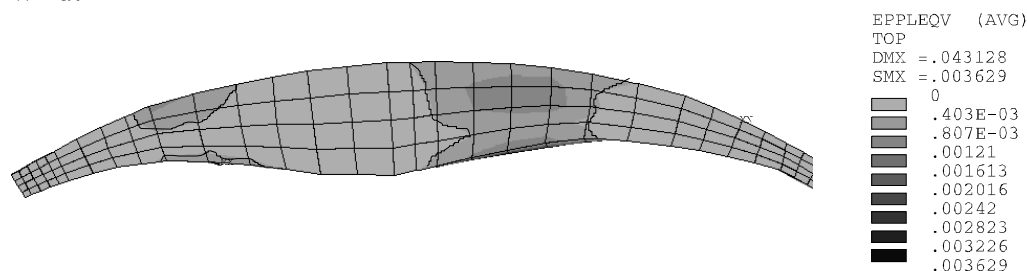


Bild 7.7 Plastische Vergleichsdehnungen in der Mauersohle
Versagen - elastoplastische Berechnung ANSYS (Blick von unten)

Der Einfluß von unterschiedlichen Dämpfungsreihen in der LS-DYNA Berechnung oder von Konvergenzproblemen auf die Verschiebungsniveaus war in diesem Beispiel vernachlässigbar gering (Bild 7.8). Bei den elastoplastischen Berechnungen konnten somit keine nennenswerten Abhängigkeiten der Ergebnisse von der Variierung numerischer Parameter festgestellt werden (Bild 7.9). Das Erreichen fast identischer Berechnungsergebnisse mit völlig unterschiedlichen lokalen und globalen Berechnungsstrategien bestätigt wiederum, daß bei den elastoplastischen Algorithmen die numerischen Pfadabhängigkeiten minimiert werden konnten. Bei den pseudo-viskoplastischen Berechnungen konnten mit den gewählten pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren kein Versagen im Bereich der Laststufe 2.0 ermittelt werden. Im Gegensatz zu bisherigen Berechnungen wurden unterschiedliche pseudo-viskoplastische Multiplikatoren für die isotropen und anisotropen Fließkriterien verwendet (Tab. 7.6).

Schwergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

Horizontal lastfaktor	LS-DYNA 1**	LS-DYNA 2**	ANSYS - ep1	ANSYS - ep2	ANSYS - vp1	ANSYS - vp2	ANSYS - vp3
1,00	5,49	5,52	6,26	6,301	6,06	6,29	6,313
1,10	6,54	6,57	7,112	7,203	7,11	7,24	7,202
1,20	7,71	7,74	8,112	8,292	8,04	8,20	8,266
1,30	9,07	9,11	9,402	9,845	8,96	9,16	9,262
1,40	10,51	10,55	10,911	11,467	9,94	10,18	10,324
1,50	12,21	12,26	12,552	13,177	10,98	11,30	11,473
1,60	14,01	14,07	14,556	15,446	12,09	12,47	12,773
1,70	16,25	16,29	16,87	18,05	13,315	13,79	14,238
1,80	18,89	18,92	19,68	21,838	14,617	15,27	15,952
1,90	22,03	22,07	23,88	26,17	16,02	16,97	18,06
2,00	27,31	27,34	30,392	Versagen	17,52	18,87	20,565
2,10	Versagen	Versagen	Versagen		19,144	21,10	23,438
2,20					20,982	23,58	26,811
2,30					23,04	26,57	31,876
2,40					25,38	30,40	40,926
2,50					28,08	35,96	Versagen
Rechenzeit in h*	63**	49,5**	7,5	13,5	5	8	12
Konvergenzkriterium***			0,05%	0,02%	0,025%	0,02%	0,015%
pseudo-viskoplastische Multiplikatoren für isotrope (intakter Fels/MW) und anisotrope Fließbedingungen (TF)					$\zeta^{\text{iso}}=6\text{E-}6$	$\zeta^{\text{iso}}=1.\text{E-}5$	$\zeta^{\text{iso}}=2\text{E-}5$
					$\zeta^{\text{TF}}=8\text{E-}7$	$\zeta^{\text{TF}}=1.5\text{E-}6$	$\zeta^{\text{TF}}=2\text{E-}6$
Lastinkremente bis Versagen			143	149	25	25	25
Iterationen bis Versagen			944	1696	639	1070	1666

* Rechenzeit bis zum Eintritt des Versagens für 1 Prozessor R 10000 SGI Power Challenge
 ** statisches Gleichgewicht für Eigenlast, Vollanstau, stufenweise Laststeigerung (1.25,1.5,1.75,2.0)
 *** % Ungleichgewichtskraft im Vergleich zur Gesamtlast

Tabelle. 7.6 Horizontalverschiebungen der Dammkrone (mm) bei den Laststeigerungsberechnungen bis zum Eintritt des Versagens

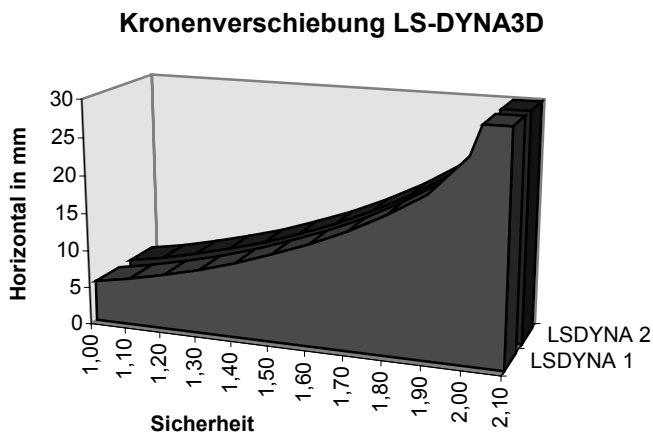


Bild 7.8 Verformungsgradienten der elastoplastischen LS-DYNA3D Berechnung

Kronenverschiebung ANSYS elastoplastisch

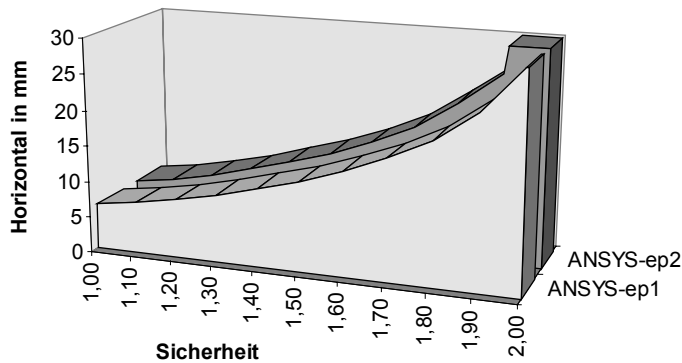


Bild 7.9 Verformungsgradienten der elastoplastischen ANSYS Berechnung

Kronenverschiebung ANSYS pseudo-viskoplastisch

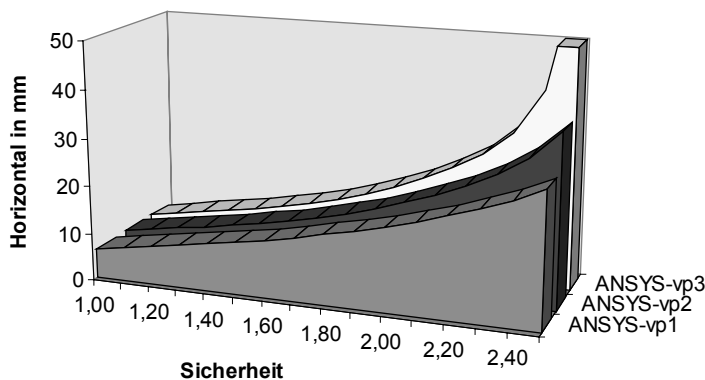


Bild 7.10 Verformungsgradienten ANSYS Berechnung (pseudo-viskoplastisch)

Damit sollte der Tatsache der Verwendung pseudo-viskoplastischer Routinen für völlig unterschiedliche Materialien (Fels, Mauerwerk, Beton) Rechnung getragen werden. Die Verformungsgradienten der Kronenverschiebung (Bild 7.10) zeigen die ausgeprägte numerische Pfadabhängigkeit. Durch Vergrößern der pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren und Verkleinern der globalen Konvergenzkriterien konnte im Lastfall vp-3 eine Annäherung an das Verschiebungsniveau der elastoplastischen Berechnungen erreicht werden und ein Versagen bei einem Lastfaktor von 2.5 aufgefunden werden. Insgesamt wurde die Tragfähigkeit der Talsperre aber auch in dieser Berechnung erheblich überschätzt. In einer weiteren pseudo-viskoplastischen Berechnung mit einem globalen Konvergenzkriterium von 0.1% der Ungleichgewichtskraft und einer weiteren Erhöhung der pseudo-viskoplastischen Multiplikatoren ($\zeta^{\text{iso}}=3\text{E}-5$, $\zeta^{\text{TF}}=4\text{E}-6$) konnte ab einer Laststufe von $1.6 \cdot H$ (bei 15 cm Kronenverschiebung und 5000 Iterationen) keine Konvergenz mehr erreicht werden. Auf weitere Variationen wurde verzichtet. Deutlich sind in diesem Beispiel die zunehmenden numerischen Pfadabhängigkeiten bei der Verwendung eigentlich sinnvoll erscheinender unterschiedlicher pseudo-viskoplastischer Multiplikatoren zu sehen.

7.3 Zusammenfassung

Mit einer 3D-Berechnung kann ein ausreichender Sicherheitsabstand der vorhandenen Bruchsteinmauer mit den gegebenen felsmechanischen Kennwerten und Lasten aufgefunden werden. Der deterministische Sicherheitsabstand bei Steigerung der Horizontallasten liegt im Bereich von 1.94- bis 2.00-facher hydrostatischer Horizontallast. Bei den impliziten elastoplastischen Berechnungen sind keine nennenswerten Konvergenzprobleme oder numerische Instabilitäten zu beobachten. Der ermittelte Versagensmechanismus, das isotrope Schubversagen im Bruchsteinmauerwerk kann im multilaminaren Materialmodell gut beschrieben werden. Ein nach der 2D-Berechnung vermutetes Versagen im geklüfteten Gebirge konnte in der 3D-Berechnung nicht bestätigt werden. Der Felsuntergrund nimmt die eingeleiteten Lasten sicher auf. Eine diskrete Modellierung des geklüfteten Gebirge im 3D-Modell ist deshalb nicht notwendig. Auch von einer genaueren Untersuchung der Unterströmung der Talsperre wurde unter der Maßgabe der Erneuerung und der Kontrolle der Wirksamkeit des Dichtungsschleiers abgesehen.

Der Rechenzeitvergleich in Tabelle 7.6 bedarf der Diskussion. Bei den Rechenzeiten von LS-DYNA ist zu beachten, daß zu Vergleichszwecken statische Gleichgewichtszustände in mehreren Laststufen aufgesucht worden sind. Ist nur der statische Gleichgewichtszustand eines bestimmten Lastfalles gesucht, waren die Rechenzeiten wesentlich geringer (1/2 bis 1/10). Die Rechenzeiten in ANSYS zeigen erwartungsgemäß eine starke Abhängigkeit vom Grad der Nichtlinearität (Konvergenzprobleme) und vom gewünschten Genauigkeitsniveau (Konvergenzkriterien). Insgesamt können jedoch bei den elastoplastischen Routinen keine gravierenden Rechenzeitunterschiede festgestellt werden. Bei den Rechenzeiten der pseudo-viskoplastischen Berechnungen ist zu beachten, daß zur sicheren Bestimmung der Versagenslasten weitere Variationen notwendig sind. Aus der Tendenz der pseudo-viskoplastischen Berechnungen sind bei besserer Annäherung an die Versagenslasten längere Rechenzeiten zu erwarten. Der gesamte Rechenzeitaufwand zum Erlangen **gleichwertiger** Ergebnisse ist deshalb deutlich größer als bei den elastoplastischen Berechnungen.

7.4 Schlußfolgerungen für die Sanierungsmaßnahmen

Unter den gegebenen felsmechanischen Kennwerten kann die Standsicherheit der vorhandenen Talsperre nachgewiesen werden. Die notwendigen Sanierungsmaßnahmen am vorhandenen Mauerkörper (Bild 7.11) können nach konstruktiven Gesichtspunkten zur Abdichtung des Mauerkörpers und zur Erneuerung des Dichtungsschleiers ausgeführt werden. Bei den geplanten Sanierungsmaßnahmen wird eine Asphaltbetonschicht zur wasserseitigen Abdichtung des Mauerkörpers mit einer Schutzwand aus Stahlbeton gesichert. Die vertikalen Konstruktionslasten werden über den Stahlbetonkontrollgang, die horizontalen Konstruktionslasten über Edelstahlanker im Mauerkörper aufgenommen. Im Kontrollgang wird die Wirksamkeit der Dichtung und des neuen Dichtungsschleiers überprüft. Dichtungsschleier, Stahlbetonschale und Kontrollgang erhöhen zusätzlich auch die Standsicherheit der Talsperre.

Schergewichtsmauer mit leicht gekrümmter Mauerachse

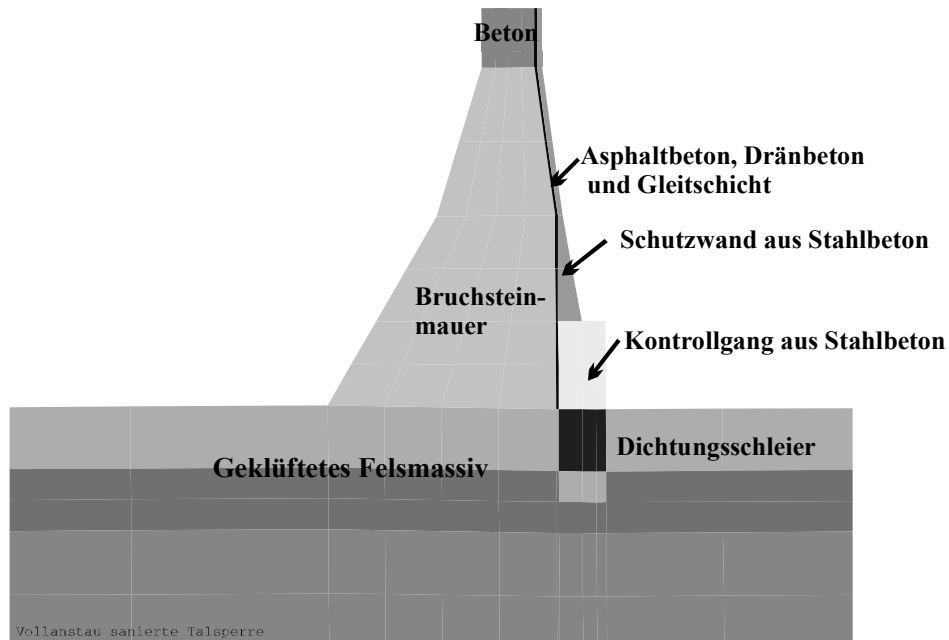


Bild 7.11 Abdichtung des Mauerkörpers und Erneuerung des Dichtungsschleiers

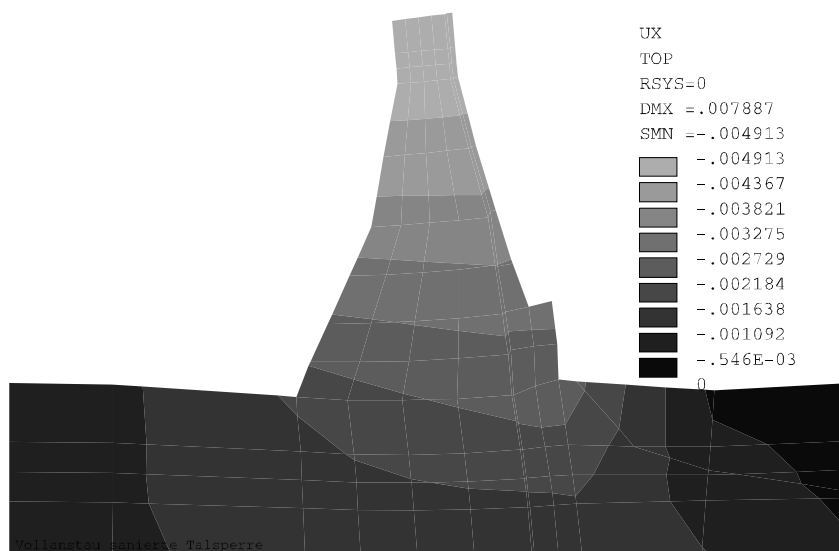


Bild 7.12 Horizontalverschiebungen (m) in Talrichtung nach Volleinstau
Schnitt in der Talsohle

In einer weiteren 3D-Berechnung (ANSYS-elastoplastisch) ist der Bauablauf der Sanierungsmaßnahmen und der Neueinstau der Talsperre simuliert worden. Bild 7.12 zeigt den Verformungszustand nach Volleinstau. An den maximalen horizontalen Verschiebungen der Mauerkrone (5mm / im Vergleich zur alten Mauer ca. 6 mm \Rightarrow Tabelle 7.6) ist die zusätzliche Versteifung der Talsperre durch den Kontrollgang und die Dichtwand deutlich zu erkennen. Der Verschiebungsplot zeigt auch die im Vergleich zur alten Staumauer gleichmäßigere Einleitung der horizontalen Wasserlasten über die gesamte Dammsohle.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Im Zentrum dieser Arbeit stehen die Eignung und die Weiterentwicklung numerischer Methoden für Standsicherheitsberechnungen im geklüfteten Fels. Bei der Klassifizierung von FEM-, FDM- oder DEM-Programmen wird zwischen vorhandener physikalischer und notwendiger numerischer Leistungsfähigkeit für Berechnungen von Versagensmechanismen und Versagenslasten unterschieden. Bei der Analyse der physikalischen Leistungsfähigkeit werden Unterschiede aus der Materialmodellierung in der Kontinuums- und der Diskontinuumsmechanik und deren Auswirkungen auf mechanische und hydraulische Berechnungen im geklüfteten Fels diskutiert und am praktischen Beispiel quantifiziert.

Inhaltlicher Schwerpunkt der Weiterentwicklungen ist die konsistente numerische Umsetzung elastoplastischer Materialmodelle mit beliebig zusammengesetzten mehrflächigen Fließfiguren in expliziten und impliziten Berechnungsstrategien. Besonderer Wert bei der Entwicklung der Algorithmen wird darauf gelegt, daß außer der Konvexität der mehrflächigen Fließfigur keine weiteren Einschränkungen vorausgesetzt werden. Damit ist es möglich, die Basismaterialgesetze jederzeit mit wirklichkeitsnäheren Materialgesetzen zu kombinieren bzw. durch wirklichkeitsnähere Materialgesetze zu ersetzen.

Für implizite Berechnungsstrategien wird ein Kriterium zur eindeutigen Bestimmung der abhängigen plastischen Multiplikatoren gleichzeitig aktiver Fließbedingungen hergeleitet. Das Kriterium sichert das eindeutige Bestimmen der Aktivitäten und das richtige Abschreiten des Spannungspfades auf der beliebig zusammengesetzten mehrflächigen Fließfigur. Die zur besseren Konvergenz der globalen Gleichgewichtsiteration notwendige konsistente elastoplastische Tangente bei mehrflächiger Plastizität wird abgeleitet. In der Umsetzung in ANSYS konnte ein leistungsfähiger Algorithmus aus lokaler und globaler Inkrementierung für eine effektive Verarbeitung mehrflächiger Plastizität entwickelt werden. In expliziten Berechnungsstrategien wird das Hauptaugenmerk auf die exakte Relaxation der Versuchsspannungszustände auf die Fließfigur gelegt. In der Umsetzung in UDEC und LS-DYNA3D werden die Aktivitäten der Fließbedingungen festgelegt und eine lokale Iteration zur Bestimmung konsistenter Spannungszustände eingeführt. Wie die Berechnungen an Verifikationsbeispielen zeigen, konnten in allen elastoplastischen

Berechnungsroutinen die numerischen Pfadabhängigkeiten aus den Singularitäten in den Übergangsbereichen mehrflächiger Fließfiguren minimiert werden. In den Staudamberechnungen kann die Praxistauglichkeit aller Implementationen nachgewiesen werden.

Die Ursachen für numerische Pfadabhängigkeiten der häufig genutzten pseudo-viskoplastischen Berechnungsroutinen werden aufgezeigt. In zahlreichen Vergleichsrechnungen wird die bessere Eignung der entwickelten elastoplastischen Berechnungsroutinen für Berechnungen in Grenztragfähigkeitszuständen gezeigt.

Durch die Implementation des multilaminaren Materialmodells in das DEM-Programm UDEC können jetzt in einem Berechnungsprogramm diskrete und verschmierte Materialmodelle beliebig kombiniert werden. Damit kann in Erweiterung bisheriger DEM-Strategien beim Übergang vom verschmierten Kontinuum zum Diskontinuum der Einfluß der mechanischen Formulierung auf das Spannungs-Verformungsverhalten von geklüftetem Fels auch quantitativ analysiert werden.

Die Notwendigkeit der Untersuchung möglicher Versagensmechanismen und die Motivation von Horizontallaststeigerungen bei Standsicherheitsberechnungen von Schwergewichtsstaumauern wird diskutiert. An Hand praktischer Beispiele wird der zum besseren Verständnis der geomechanischen Problemstellung notwendige Modellbildungsprozeß vorgestellt. Nur durch den Vergleich von Kontinuums- und Diskontinuumsberechnungen konnte der Einfluß unterschiedlicher Idealisierungen auf ermittelte Versagensmechanismen und Versagenslasten quantitativ erfaßt werden. Erst dann kann die Qualität und Brauchbarkeit des Berechnungsmodells zum Erfassen der entscheidenden geomechanischen Problemstellungen besser eingeschätzt werden. Weil das Systemversagen in beiden praktischen Beispielen vom isotropen Schubversagen von intaktem Fels bzw. des Bruchsteinmauerwerkes eingeleitet wird und die Trennflächenabstände regelmäßig und relativ klein sind, konnte mit multilaminaren Materialmodellen das Spannungs-Verformungsverhalten ausreichend gut beschrieben werden. Vor einer Verallgemeinerung ist zu warnen. Wird das Systemversagen vom Versagen des Trennflächensystems oder von Blockbewegungen dominiert, sollte die Brauchbarkeit der Lösung der Kontinuumsberechnungen in jedem Fall mit Diskontinuumsberechnungen überprüft werden. In beiden praktischen Aufgabenstellungen wurden 3-dimensionale Geometriemodelle zur Bestimmung von Versagensmechanismen und Versagenslasten notwendig. Einmal war es die Bogenwirkung der Mauer und einmal waren es Kraftumlagerungen im Felsuntergrund, die das Spannungs-Verformungsverhalten dominierten, aber in 2D- oder 2½D-Geometriemodellen nicht erfaßt werden konnten. Diese praktischen Beispiele zeigen, daß die Zulässigkeit und Brauchbarkeit vereinfachter Geometriemodelle nicht immer im Vorfeld abgeschätzt werden kann. Bevor Parameterstudien durchgeführt, verbesserte Materialgesetze verwendet oder weitere Details berücksichtigt werden, sollten in jedem Fall die Angemessenheit des Geometriemodells und der mechanischen Formulierung überprüft werden.

Ob die Ergebnisse mit impliziten oder expliziten Berechnungsprogrammen erzielt werden, ist eigentlich sekundär. Die Berechnungen der Kontinuumsmodelle zeigen, daß für ein sicheres Bestimmen der Versagensmechanismen und Versagenslasten explizite Programme Vorteile bieten. Für praktische Standsicherheitsberechnungen von Diskontinuumsmodellen sind z.Z. ausschließlich explizite Berechnungsstrategien geeignet. Es konnte aber auch gezeigt werden, daß mit der entwickelten elastoplastischen Materialroutine implizite Programme in Kontinuumsberechnungen sich sehr gut den Grenztragfähigkeitsbereichen annähern können. Die Eingangsgestellte Forderung, daß ein modernes geotechnisches Berechnungsprogramm die Leistungsfähigkeit von Kontinuums- und Diskontinuumsmechanik mit den Vorteilen impliziter und expliziter Berechnungsstrategien verknüpfen sollte, kann angesichts der Erfahrungen bei den Standsicherheitsberechnungen nur unterstrichen werden. Idealerweise könnten dann dem Bearbeiter die **notwendige** physikalische Leistungsfähigkeit mit **zweckmäßigen** numerischen Werkzeugen zum Überprüfen der **Angemessenheit** der Idealisierungen des geomechanischen Berechnungsmodells zur Verfügung gestellt werden. Dabei sollte bei der Entwicklung des Berechnungsmodells die Verhältnismäßigkeit zwischen Geometriemodell, Materialgesetzen oder numerischer Genauigkeit und dem Verständnis bzw. dem Erfassen der geomechanischen Problemstellung im Berechnungsmodell ständig kritisch überprüft werden.

Rechenzeitvergleiche zur Beurteilung der Eignung numerischer Methoden sind nur bei gleicher physikalischer Leistungsfähigkeit statthaft und aussagekräftig. Generell sind für vorwiegend lineare Kontinuumsberechnungen implizite und für Diskontinuumsberechnungen explizite Berechnungsstrategien zu bevorzugen. Bei den stark nichtlinearen Kontinuumsberechnungen bis in Grenztragfähigkeitszustände der 2½D- und 3D-Geometriemodelle ist die Eignung stark vom gewünschten Genauigkeitsniveau und von Konvergenzproblemen impliziter Programme abhängig. In den Staudamberechnungen konnten keine gravierenden Rechenzeitunterschiede zwischen expliziten und impliziten Berechnungsstrategien festgestellt werden. Auch aus Rechenzeitgründen erscheint ein variabler Einsatz impliziter und expliziter Lösungsstrategien wünschenswert.

Ein Hauptproblem der Verknüpfung expliziter und impliziter Programme sind die unterschiedlichen Schwerpunkte bei der numerischen Formulierung der kinematischen Beziehungen. In einer möglichst wirtschaftlichen Kompatibilität der Materialroutinen erschließt sich ein lohnendes Entwicklungsfeld. Dafür wird eine Entkopplung der Ermittlung zulässiger Spannungszustände, der Geschichtsvariablen des Materialverhaltens und der für den globalen Iterationsprozeß impliziter Programme notwendigen Parameter erforderlich. Im Rahmen beliebig mehrflächiger Plastizität sollten dann die Ausgangsmaterialgesetze mit zunehmendem Wissensstand mit besseren Materialgesetzen kombiniert werden bzw. durch bessere Materialgesetze ersetzt werden können.

Literaturverzeichnis

- [1] Aydan, Ö.; Shimizu, Y.; Ichikawa, Y.: The Effective Failure Modes and Stability of Slopes in Rock Mass with Two Discontinuity Sets; *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 22, S. 163-188, (1989)
- [2] Badur, J.; Stumpf, H.: On the influence of E. und F. Cosserat on modern continuum mechanics and field theory; *Institut für Mechanik Ruhr-Uni Bochum, Mitteilungen Nr. 72*, (1989)
- [3] Bandis, S.: Engineering Properties and Characterization of Rock Discontinuities; *Comprehensive Rock Engineering*, Vol. 1, Pergamon Press London, S. 155-183, (1996)
- [4] Bandis, S. C.; Lumsden, A. C.; Barton, N.R.: Fundamentals of Rock Joint Deformation; *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics*, Vol. 20, No. 6, S. 249-268, (1983)
- [5] Bathe, K.-J.: On the Reliability of Finite Element Methods; *Benchmark, Int. Magazin for Engineering Designers & Analysts, NAFEMS, UK*, S.7, (1997)
- [6] Bathe, K.-J.; Wilson, E. L.: *Numerical Methods in Finite Element Analysis*; Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, (1996)
- [7] Blanford, M. L.; Key, S. W.: An Example of Continuum versus Quasi-Discrete Modeling of a Jointed Rock Mass; *Proc. 2th. Int. Con. on Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications*, Desai (ed.), Tucson, Arizona, S. 1003-1010, (1987)
- [8] Cai, M.; Horii, H.: A Constitutive Model and FEM Analysis of Jointed Rock Masses; *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics*, Vol. 30, No. 4, S. 351-359, (1993)
- [9] Carlsson, A.; Olsson, T.: The Analysis of Fractures, Stress and Water Flow for Rock Engineering Projects; *Comprehensive Rock Engineering*, Vol. 2, Pergamon Press, London, S. 415-437, (1996)
- [10] Chen, E.P.: A computational model for jointed media with orthogonal sets of joints; *J. of Appl. Mech.*, Vol. 56, S. 25-32, (1989)
- [11] Cormeau, I.: Numerical Stability in Quasi-Static Elasto/Visco-Plasticity; *Int. J. Num. Meth. in Engineering*, Vol. 9, S. 109-127, (1975)

- [12] Cramer, H.: Numerische Behandlung nichtlinearer Probleme der Boden- und Felsmechanik mit elasto-plastischen Stoffgesetzen; Dissertation Uni Bochum, Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Mitteilung Nr. 80-5, (1980)
- [13] Cundall, P. A.: Adaptive Density-Scaling for Time-Explicit Calculations, Proc. of the 4th Int. Con. on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, S.23-26, (1982)
- [14] Cundall, P. A.: Formulation of a Three-dimensional Distinkt Element Model - Part I & II., Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 25, No.3, S. 107-125, (1988)
- [15] Cundall, P. A.: Numerical modelling of jointed and faulted rock; Mechanics of Jointed and Faulted Rock, Balkema, S.11-17, (1990)
- [16] Cundall, P. A.: Distinct element models of jointed rock and soil structure; Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics, S. 129-163, (1987)
- [17] Cundall, P. A., Hart, D. R.: Numerical Modelling of Discontinua; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 231-245, (1996)
- [18] Cundall, P. A.; Lemos, J. V.: Numerical simulation of fault instabilities with a continuously-Yielding joint model; Rockbursts and Seismicity in Mines, Balkema, S. 147-52, (1990)
- [19] Cundall, P. A.; Marti, J.: Mixed Discretization Procedure For Accurate Modelling Of Plastic Collapse; Int. J. for Numerical ans Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 6, S. 129-139, (1982)
- [20] Cundall, P. A.; Starfield, A.M.: Towards a Methodology for Rock Mechanics Modelling; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, No. 3, S. 99-105, (1988)
- [21] Curran, J.; Ofoegbu, G. I.: Modelling Discontinuities in Numerical Analysis; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 1, Pergamon Press London, S.443-467, (1996)
- [22] Dawson, E. M.: Micropolar Continuum Models for Jointed Rock; Thesis University of Minnesota, USA, (1995)
- [23] Desai, C. S.: Constitutive Modeling for Rocks and Joints with Comments on Numerical Implementation; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 31-47, (1996)

- [24] Drucker, D. C.; Prager, W.: Soil mechanics and plastic analysis or limit design; Applied Math., Vol.10, Nr. 2, S. 157-165, (1952)
- [25] Duddeck, H.: Was Finite-Elemente-Methoden im Grund- und Felsbau leisten und leisten sollten; Tagungsband FEM Anwendungen in der Baupraxis, S. 298-310, (1988)
- [26] Erichsen, C.: Gekoppelte Spannungs-Sickerwasserberechnungen von Bauwerken in klüftigem Fels unter Berücksichtigung des nichtlinearen Spannungsverschiebungsverhaltens von Trennflächen; Dissertation RWTH Aachen, Heft 15, (1987)
- [27] Fairhurst, C.: Analysis and Design in Rock Mechanics - The General Context; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 1-29, (1996)
- [28] Fairhurst, C.; Cundall, P. A.: Correlation of discontinuum models with physical observations - an approach to the estimation of rock mass behaviour; Felsbau, Nr. 4, S. 197-202, (1986)
- [29] Filonenko-Boroditsch, M. M.: Elastizitätstheorie; Fachbuchverlag Leipzig, (1967)
- [30] Fossum, A. F.: Effective Elastic Properties for a Randomly Jointed Rock Mass; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 22, No. 6, S. 467-470, (1985)
- [31] Gerrard, C. M.: Equivalent Elastic Moduli of a Rock Mass Consisting of Orthorhombic Layers; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 19, S. 9 -14, (1982)
- [32] Hallquist, J.: LS-DYNA3D Theoretical Manual Rev. 2, User's Manual, Livermore Software, 2876 Waverly Way, Livermore, CA 94550 USA (1991)
- [33] Handel, E.: Multilaminare Materialmodelle in der Bodenmechanik; Dissertation Technische Universität Graz, (1993)
- [34] Hart, D. R.: An Introduction to Distinct Element Modeling for Rock Engineering; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 245-261, (1996)
- [35] Hohberg, J.-M.: A Joint Element for the Nonlinear Dynamic Analysis of Arch Dams, Birkhäuser Verlag Basel, Dissertation ETH Zürich, Bericht Nr. 186, (1992)

- [36] Hohberg, J.-M.: Trennflächenformulierungen für die statische und dynamische Berechnung von Bogenstaumauern; Birkhäuser Verlag Basel, Institut für Baustatik und Konstruktionen ETH Zürich, Bericht Nr. 163, (1988)
- [37] Horn, J.: Formulierungen und numerische Behandlung einer Kontinuumstheorie für regelmäßige Blockstrukturen der Geotechnik; Dissertation Universität Hannover, Verlag Shaker Aachen, (1994)
- [38] Huang, T. H.; Chang, C. S.; Yang, Z. Y.: Elastic Moduli for Fractured Rock Mass; Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 28, S. 135-144, (1995)
- [39] Jing, J.; Nordlund, E.; Stephansson, O.: A 3-D Constitutive Model for Rock Joints with Anisotropic Friction and Stress Dependency in Shear Stiffness; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 31, No. 2, S. 173-178, (1994)
- [40] Kinze M.: Einfluß der Untergrundsteifigkeit auf die Standsicherheit von Betonstaumauern; Zeitschrift Wasser + Boden, Nr. 10, S. 608 - 612, (1991)
- [41] Konietzky, H.; Hart R.; Billaux, D.: Mathematische Modellierung von geklüfteten Fels; Felsbau, Vol. 12, Nr. 6, S. 73-78, (1994)
- [42] Kulatilake, H. S. W.; Swoboda, G.: Geomechanical Modelling of Jointed Rock; Felsbau, Vol. 12, Nr. 6, S. 387-394, (1994)
- [43] Kulatilake, H. S. W.; Wang, S.; Stephansson, O.: Effect of Finite Size Joints on the Deformability of Jointed Rock in Three Dimensions; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 30, No. 5, S. 479-501, (1993)
- [44] Lauffer, H.: Ein neues Sicherheitskonzept im Tunnelbau; Felsbau Vol. 13, Nr. 6, S. 341-345, (1995)
- [45] Lemos, J. V.: A comparison of numerical and physical models of a blocky medium; Mechanics of Jointed and Faulted Rock, Rossmanith, Balkema, S. 509-514, (1990)
- [46] Londe, P.: Safety Concepts Applied to Rock Masses; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 749-760, (1996)
- [47] Meißner, H.: Empfehlungen des Arbeitskreises 'Numerik in der Geotechnik' der Deutschen Gesellschaft für Erd- und Grundbau e.V.; Geotechnik, Nr. 14, S. 1-10, (1991)
- [48] Meister, J.; Pfarre, I.; Peters J.: Großflächiger Erkundungsschurf zur Beurteilung der Gründungsverhältnisse einer Gewichtsmauer; Felsbau 15, Nr.1, S.32-37, (1997)

- [49] Mühlhaus, H. B.: Continuum Models for Layered and Blocky Rock; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 2, Pergamon Press London, S. 209-230, (1996)
- [50] Oda, M.: Modern Developments in Rock Structure Characterization; Comprehensive Rock Engineering, Vol. 1, Pergamon Press London, S.185-200, (1996)
- [51] Oda, M; et. al.: Elastic Stress and Strain in Jointed Rock Masses by Means of Crack Tensor Analysis; Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol. 26, S. 89-112, (1993)
- [52] Ortiz M.; Popov E. P.: Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations; Int. J. Num. Meth. in Engineering, Vol. 21, S. 1561-1576, (1985)
- [53] Otto, B.; Moor, C.: Felsmechanisch-hydraulische Wechselwirkung in der Foundation der Bogenmauer Sta. Maria; Felsbau, Vol. ..., Nr. ... , S. ... , (1998)
- [54] Pande, G. N.: Constitutive Models for Intact Rock, Rock Joints and Jointed Rock Masses Comprehensive Rock Engineering, Vol. 1, Pergamon Press London, S.427-441, (1996)
- [55] Pande, G. N.; Beer, G.; Williams, J. R.: Numerical Methods in Rock Mechanics; John Wiley & Sons, New York, (1990)
- [56] Pande, G. N.; Naylor, D. J.: Finite Elements in Geotechnical Engineering; Pineridge Press, Swansea, U.K, (1981)
- [57] Pande, G. N.; Xiong, W.: An improved multi-laminate model of jointed rock masses; International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zürich, September, S. 218-225, (1982)
- [58] Papadrakakis, M.: A Method for the Automatic Evaluation of the Dynamic Relaxation Parameters; Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng., Vol. 25, S. 35-48, (1981)
- [59] Poisel, R.: Geklüfteter Fels - Kontinuum und/oder Diskontinuum; Geotechnik, Nr. 14, S. 169-176, (1991)
- [60] Rißler, P.: Porenwasserdruck und Sohlwasserdruck beim Standsicherheitsnachweis durchsickerter Gewichtsmauern; Wasserwirtschaft 78, S. 362-367, (1988)

- [61] Saeb, S.; Amadei, B.: Modelling Rock Joints under Shear and Normal Loading; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics; Vol. 29, No.3, S. 267-278, (1992)
- [62] Schweizerhof, K.: Quasi-Newton Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Strukturmechanik; Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, Heft 9, (1989)
- [63] Seim, W.: Numerische Modellierung des anisotropen Verhaltens zweiachsig beanspruchter Mauerwerksscheiben; Institut für Tragkonstruktionen, Dissertation Universität Karlsruhe, Heft 27, (1995)
- [64] Shi, G.; Goodman, R.: Discontinuous deformation analysis - A new method for computing stress, strain and sliding of block systems; Proceedings Key Questions in Rock mechanics, Cundall et. al., Balkema, S. 381-393, (1988)
- [65] Sievert, R.: Eine systematik für elastisch-plastische Stoffgleichungen bei großen Verformungen auf der Basis des Cosserat-Kontinuumsmodells; Dissertation TU Berlin, Schriftenreihe Physikalische Ingenieurwissenschaft, Band 23, (1992)
- [66] Simo, J. C.; Ju, J.; Pister, K.; Taylor, L.: Assessment of Cap Model: Consistent Return Algorithms and Rate -Dependent Extension; Journal of Engineering Mechanics, Vol. 114, No. 2, S. 191- 218, (1986)
- [67] Simo, J. C.; Kennedy, J. G.; Govindjee, S.: Non-smooth multisurface plasticity and viscoplasticity Loading/Unloading conditions and Numerical Algorithms; Int. J. Num. Meth. in Engineering, Vol. 26, S. 2161-2185, (1988)
- [68] Simo, J. C.; Ortiz, M.: An Analysis of a New Class of Integration Algorithms for Elastoplastic Constitutive Relations; Int. J. Num. Meth. in Engineering, Vol. 23, S. 353-366, (1986)
- [69] Simo, J. C.; Taylor, R. L.: Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering Nr.48, S.101 -118, (1986)
- [70] Singh, B.: Continuum Characterization of Jointed Rock Masses, Part 1 und 2; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 10, S. 311 - 349, (1972)
- [71] Soos, P.: Die Rolle des Baugrundes bei der Anwendung der neuen Sicherheitstheorie im Grundbau; Geotechnik, Vol. 13, S. 80-92, (1995)
- [72] Souley, M.; Homand, F.; Amadei, B.: An Extension to the Seab and Amadei Constitutive Model for Rock Joints to Include cyclic Loading Paths; Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics; Vol. 32, No. 2, S. 101-109, (1995)

- [73] Sroka, A.: Sicherheitsaussagen in der Gebirgsmechanik; Felsbau, Vol. 9, Nr. 3, S. 132-137, (1991)
- [74] Trunk, U.: Probabilistische Standsicherheitsanalyse für tetraedische Felskeile; Dissertation TU München, (1993)
- [75] v. Schmettow, T.; Wittke, W.: Vergleichende Untersuchungen zur Tunnelstatik mit Hilfe der Finite-Elemente und der Distincte-Elemente Methode; Geotechnik, Vol. 19, Nr.2, S. 110-114, (1996)
- [76] Vermeer, P. A.: Materialmodelle in der Geotechnik und ihre Anwendung; Tagungsband Finite Elemente in der Baupraxis und ihre Anwendung, S. 609 - 618, (1995)
- [77] Vermeer, P. A.; de Borst, R.: Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock; Heron, Vol. 29, Nr. 3, (1984)
- [78] Wilkins, M.L.: Fundamental Methods in Hydromechanics; Methods in Computational Physics, Vol. 3, S. 211-263, Academic Press, New York, (1964)
- [79] Wittke, W.: Felsmechanik - Grundlage des wirtschaftlichen Bauens im Fels, Springer Verlag Berlin, (1984)
- [80] Zhu, W.; Wang, P.: Finite Element Analysis of Jointed Rock Masses and Engineering Application, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomechanics, Vol. 30, No. 5, S. 537-544, (1993)
- [81] Zienkiewics, O. C.; Pande, G. N.: Time dependent Multilaminate model of Rocks - A numerical Study of Deformation and Failure of Rock Masses; Int. J. of Num. and Anal. Methods in Geomechanics, Vol. 1, S. 219-247, (1977)
- [82] UDEC User's Manual Version 3.0 , ITASCA Consulting Group Inc., Volume 1,2 & 3, (1996)
- [83] ANSYS User's Manual, Revision 5.3, Volume 1-4, ANSYS INC., Houston, PA, (1997)
- [84] DVWK-Merkblätter zur Wasserwirtschaft 242/1996, Berechnungsverfahren für Gewichtsstaumauern - Wechselwirkungen zwischen Baugrund und Untergrund; Gas und Wasser mbH, Bonn, (1996)
- [85] DIN 19700-11 - Stauanlagen; Talsperren, Beuth Verlag GmbH Berlin, (1986)

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit in Kenntnis der strafbaren Folgen einer eidesstattlichen Falschaussage an Eides Statt, daß ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die aus anderen Quellen direkt oder indirekt übernommenen Daten, Methoden und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Weimar, den 5.März 1999

Lebenslauf

Personalien

Vor- und Zunahme: Johannes Will
Geburtstag: 2. März 1968
Geburtsort: Merseburg/Saale
Familienstand: ledig

Schulbildung

1974 - 1984 Polytechnische Oberschule Braunsbedra und Naumburg/S

Berufsausbildung

1984 - 1987 Berufsausbildung zum Baufacharbeiter mit Erlangen
der Hochschulreife in den Leuna-Werken
1987 - 1989 Grundwehrdienst in Hohenmölsen

Studium

1989 - 1994 Hochschulstudium zum Diplomingenieur im Studiengang
Bauingenieurwesen an der Technischen Hochschule
Leipzig und der Hochschule für Architektur und Bauwesen
Weimar
9/1993 - 3/1994 Studienarbeiten an der University of Washington,
Seattle (USA)

Beruf

1994 - 1998 wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für
Strukturmechanik an der Bauhaus-Universität Weimar
Seit 10/1998 CADFEM-GmbH
Projektgruppe Strukturmechanik