

**Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen an  
Trägern aus Voll- und Brettschichtholz im Rahmen der  
Linear-Elastischen Bruchmechanik**

**DISSERTATION**

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Bauingenieurwesen  
der  
BAUHAUS-UNIVERSITÄT WEIMAR

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Olaf Borth  
geb. am 06. April 1966  
in Weimar

Referent: Prof. Dr.-Ing. K. Rautenstrauch  
Koreferenten: Prof. Dr.-Ing. W. Schelling  
Prof. Dr.-Ing. M. Vormwald

Tag der Disputation: 31.05.2002



---

**INHALTSVERZEICHNIS**

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
1.1	PROBLEMSTELLUNG .....	1
1.2	ABGRENZUNG .....	3
1.3	VORBETRACHTUNGEN UND MÖGLICHE LÖSUNGSANSÄTZE .....	4
1.3.1	Versagenskriterien für den Baustoff Holz.....	4
1.3.1.1	Nennspannungen.....	5
1.3.1.2	Versagenskriterien der Linear-Elastischen Bruchmechanik.....	9
1.3.2	Bekannte Abschätzungen der Tragfähigkeit von Queranschlüssen .....	14
1.3.2.1	Fiktiver Schubfestigkeitsnachweis .....	14
1.3.2.2	Nachweis der Querkzugfestigkeit .....	15
1.3.2.3	Nachweis auf Grundlage der Energie-Methode im Rahmen der LEBM .....	18
1.3.2.4	Nachweis auf Grundlage der Interaktion von Querkzug- und Schubspannungen .....	21
1.4	ZUSAMMENFASSUNG DER VORBETRACHTUNGEN .....	23
1.5	ZIEL DER ARBEIT .....	28
<b>2</b>	<b>THEORETISCHE GRUNDLAGEN .....</b>	<b>29</b>
2.1	GRUNDLAGEN DER ELASTIZITÄTSTHEORIE .....	29
2.1.1	Das Hookesche Gesetz bei orthogonaler Anisotropie .....	30
2.1.2	Konvention der Bezeichnungen für die konstitutiven Beziehungen von Holz .....	33
2.2	BRUCHMECHANIK.....	37
2.2.1	Risse .....	38
2.2.1.1	Begriffe .....	38
2.2.1.2	Rißöffnungsarten .....	39

## IV

---

2.2.1.3	Relevante Systeme der Rißausbreitung bei Voll- und Brettschichtholz .....	40
2.2.2	Konzepte der Bruchmechanik.....	42
2.2.2.1	Linear-elastische Bruchmechanik.....	44
2.2.2.2	Gültigkeitsbereiche von Konzepten der Bruchmechanik.....	49
2.2.2.3	Das Integral von RICE.....	53
<b>3</b>	<b>GRUNDLAGEN DER BERECHNUNGEN.....</b>	<b>56</b>
3.1	NUMERISCHE ERMITTLUNG VON KENNWERTEN DER BRUCHMECHANIK.....	56
3.1.1	Die Methode der Finiten Elemente.....	57
3.1.1.1	Allgemeines .....	58
3.1.1.2	Elementtypen.....	61
3.1.2	Die FEM in der Bruchmechanik.....	63
3.2	ROUTINE ZUR BERECHNUNG VON SPANNUNGSINTENSITÄTSFAKTOREN .....	65
3.2.1	Die Aufspaltung des J-Integrals.....	65
3.2.2	Die Ermittlung der Ersatzsteifigkeiten.....	67
3.2.3	Vergleichsrechnungen .....	70
3.2.4	Rückschlüsse auf Netzadaption und Wahl des Integrationspfades.....	70
3.3	MATERIALKENNWERTE .....	73
3.3.1	Elastizitttzzahlen .....	73
3.3.2	Bruchzähigkeiten.....	74
3.3.2.1	Mode I.....	75
3.3.2.2	Mode II.....	82
<b>4</b>	<b>MODELLBILDUNG.....</b>	<b>86</b>
4.1	MODELLIERUNG STIFTFÖRMIGER VERBINDUNGSMITTEL IN HOLZ.....	86
4.1.1	Dimension .....	87

---

4.1.2	Materialverhalten .....	89
4.1.3	Art der Verbindungsmittel .....	90
4.1.3.1	Stabdübel.....	90
4.1.3.2	Bolzen.....	90
4.1.3.3	Nägels.....	90
4.1.3.4	Abgrenzung .....	91
4.1.3.5	Schlußfolgerung .....	91
4.2	ZUR ANNAHME VON RISSEN .....	92
4.2.1	Richtung .....	93
4.2.2	Ort.....	94
4.2.2.1	Interaktion der Rißenstehung.....	98
4.2.3	Länge.....	101
4.2.3.1	Alternation der Rißenlänge .....	103
4.2.3.2	Zur Annahme der Rißenlänge infolge Nageltreiben.....	104
4.3	IDEALISIERUNG BESONDERER MERKMALE DES PHYSIKALISCHEN MODELLS .....	106
4.3.1	Bolzen-Loch-Spiel .....	106
4.3.2	Reibung.....	108
4.3.3	Holzfeuchte .....	111
4.3.4	Rißen-system .....	116
4.3.5	Abgrenzung .....	120
4.4	UNTERSUCHUNGEN ZUM EINFLUSS DER RELEVANTEN PARAMETER.....	120
4.4.1	Abbildung der Lasteinleitung durch die Verbindungsmittel.....	120
4.4.2	Rißenwechselwirkung.....	123
4.4.2.1	Interaktion horizontal benachbarter Risse .....	124
4.4.2.2	Interaktion vertikal benachbarter Risse .....	132

<b>5</b>	<b>VERIFIZIERUNG DES MATHEMATISCHEN MODELLS .....</b>	<b>140</b>
5.1	ZUR DEFINITION DER KRITISCHEN BELASTUNG.....	140
5.2	VERGLEICH MIT EXPERIMENTELLEN UNTERSUCHUNGEN .....	146
5.2.1	Die Versuchsreihen von BALLERINI .....	146
5.2.1.1	Versuchsreihe 1 [15] .....	147
5.2.1.2	Versuchsreihe 2 [16] .....	153
5.2.1.3	Untersuchungen zum Einfluß der Lasteinleitung .....	157
5.2.2	Karlsruher Versuche.....	165
5.2.2.1	Großflächige Queranschlüsse .....	165
5.2.2.2	Anschlüsse an Trägern praxisüblicher Dimension.....	171
5.2.2.3	Queranschlüsse mit Stahlblechformteilen .....	175
5.3	VERSAGENSKRITERIEN DER LEBM FÜR DEN BAUSTOFF HOLZ.....	178
5.3.1	Bekannte Ansätze.....	178
5.3.2	Eigene Untersuchungen und Fazit für die ingenieurmäßige Anwendung.....	180
5.4	UNTERSUCHUNGEN ZUR KRITISCHEN RISSLÄNGE.....	180
5.4.1	Einzelne Verbindungsmittel.....	182
5.4.2	Anschlüsse mit mehreren Verbindungsmitteln .....	183
<b>6</b>	<b>ZUR ABSCHÄTZUNG DER TRAGLAST VON QUERANSCHLÜSSEN .....</b>	<b>187</b>
6.1	DISKURS ZU ABSCHNITT 5.1.....	187
6.2	ZUM EINFLUß MASSGEBENDER PARAMETER VON QUERANSCHLÜSSEN.....	193
6.2.1	Träger- und Anschlußhöhe .....	193
6.2.2	Trägerlänge.....	195
6.2.3	Ort des Anschlusses in Bezug zur Balkenlängsachse .....	196

---

6.2.4	Anordnung mehrerer Verbindungsmittel.....	197
6.2.4.1	Verteilung der Verbindungsmittel in Balkenlängsrichtung .....	197
6.2.4.2	Verteilung der Verbindungsmittel in Balkenquerrichtung .....	202
6.3	EINFLUSS ZUSÄTZLICHER LASTEN .....	203
6.3.1	Einzellasten.....	203
6.3.2	Gleichlasten .....	203
6.4	ABSCHÄTZUNG DER TRAGLAST .....	205
6.4.1	Einzelne Verbindungsmittel .....	205
6.4.2	Praxisübliche Anschlüsse .....	208
6.4.2.1	Annahmen zum Rechenmodell.....	208
6.4.2.2	Eine Verbindungsmittelreihe.....	210
6.4.2.3	Zwei Verbindungsmittelreihen.....	212
6.4.2.4	Drei Verbindungsmittelreihen.....	214
6.4.2.5	Vier Verbindungsmittelreihen .....	216
6.4.2.6	Bewertung .....	217
<b>7</b>	<b>SCHLUSSBETRACHTUNGEN.....</b>	<b>222</b>
7.1	ZUSAMMENFASSUNG.....	222
7.2	AUSBLICK.....	229
	LITERATURVERZEICHNIS .....	231
	ANHANG	

## VERWENDETE ZEICHEN UND ABKÜRZUNGEN

In der folgenden Zusammenstellung werden die wichtigsten Bezeichnungen und Symbole aufgeführt. Hier nicht aufgeführte Bezeichnungen sind von untergeordneter Bedeutung und werden an der entsprechenden Textstelle erläutert. Um in Entsprechung zur Fachliteratur zu bleiben, ließen sich Mehrfachbedeutungen nicht vermeiden. Fußzeiger werden u. U. weggelassen, wenn Mehrdeutigkeiten ausgeschlossen sind.

### Hauptzeiger (Lateinische Großbuchstaben)

<b>A</b>	- Fläche	<b>K</b>	- Spannungsintensitätsfaktor, Elementsteifigkeitsmatrix
<b>D</b>	- Differentialmatrix, Lochdurchmesser	<b>L</b>	- Stützweite
<b>E</b>	- Elastizitätsmodul	<b>L, R</b>	- natürliche Holzachsen
<b>F</b>	- Einwirkung (äußere Kraft)	<b>M</b>	- Biegemoment
<b>G</b>	- Energiefreisetzungsrate, Schubmodul	<b>T</b>	- Spannungsvektor, natürliche Holzachse
<b>H</b>	- (Träger-) Höhe	<b>U</b>	- elastische Energiedichte
<b>J</b>	- J-Integral	<b>V</b>	- Querkraft, Volumen

### Hauptzeiger (Lateinische Kleinbuchstaben)

<b>a</b>	- Rißlänge	<b>p</b>	- Vektor der Volumenkkräfte
<b>b</b>	- Breite	<b>s, w</b>	- Abstände
<b>d</b>	- Durchmesser	<b>t</b>	- Dicke
<b>f</b>	- Festigkeit, Elementkraftvektor	<b>u</b>	- Holzfeuchte
<b>h</b>	- Höhe	<b>u, v, w</b>	- Komponenten der Verschiebung eines Punktes
<b>l</b>	- Länge	<b>x, y, z</b>	- Koordinaten
<b>q</b>	- veränderliche Einwirkung, Vektor der Oberflächekräfte		



**Hauptzeiger** (Griechische Großbuchstaben)

$\Delta$	-	Differenz	$\Pi$	-	elastisches Potential
$\Gamma$	-	Randverlauf für Umlaufintegral			

**Hauptzeiger** (Griechische Kleinbuchstaben)

$\alpha$	-	Verhältnis, Winkel	$\eta$	-	Verhältnis
$\beta$	-	Verhältnis	$\rho$	-	Rohdichte, Ausrundungsradius
$\delta$	-	Variation	$\mu$	-	Querkontraktionszahl, Reibwert
$\partial$	-	Differentialoperator	$\sigma$	-	Normalspannung, Längsspannung
$\varepsilon$	-	Dehnungen	$\tau$	-	Schubspannung

**Fußzeiger** (Buchstaben)

<b>c</b>	-	Zähigkeit, Druck-	<b>n</b>	-	Nenn-
<b>crit.</b>	-	kritisch	<b>pr</b>	-	predicted / (Vorhersage-)
<b>d</b>	-	Bemessungswert	<b>R</b>	-	Reib-
<b>e</b>	-	edge- / (Rand-)	<b>t</b>	-	Zug-
<b>ef</b>	-	wirksam, effektiv	<b>u</b>	-	ultimate- / Bruch-
<b>i, j</b>	-	Platzhalter für Koordinatenangaben	<b>v</b>	-	Scher-, Schub-
<b>in</b>	-	Initial-	<b>x, y, z</b>	-	kartesische Koordinaten
<b>k</b>	-	charakteristisch, Kerb-			

**Fußzeiger** (Zahlen)

<b>0, 90</b>	-	Richtungen im Bezug zur Faserrichtung	<b>05, 50</b>	-	Fraktile eines charakter- istischen Wertes
<b>I, II, III</b>	-	Randverlauf für Umlaufintegral	<b>0</b>	-	Anfangs-



# 1 EINLEITUNG

## 1.1 Problemstellung

Im neuzeitlichen Holzbau wird das Anhängen von Lasten sowie der Anschluß von Nebenträgern an Träger aus Voll- und Brettschichtholz durch eine Verbindung mit zumeist mechanischen Verbindungsmitteln realisiert. Die Ausführung dieser Verbindungen kann mannigfaltig sein, oft werden Stahlblechformteile eingesetzt, als Verbindungsmittel kommen vor allem Nägel, Stabdübel, Dübel besonderer Bauart, eingeleimte Gewindestangen und Nagelplatten in unterschiedlicher Anordnung zum Einsatz. Einige typische Beispiele dieser Anschlußsituation und mögliche Ausführungsvarianten des Ingenieurholzbaus sind in der nachfolgenden Abbildung dargestellt.

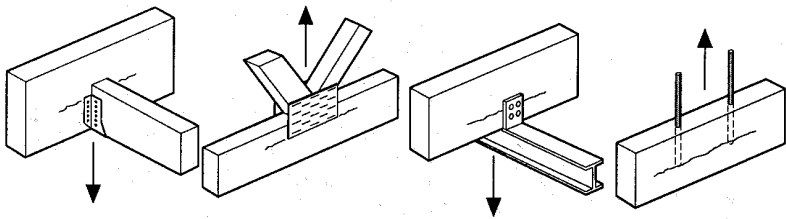


Abbildung 1-1 Beispiele von Queranschlüssen mit möglicher Rißausbildung (aus [59])

Die Tragfähigkeit von Anschlüssen, welche Bauteile aus Voll- oder zumeist Brettschichtholz quer zum Verlauf der Faser beanspruchen, wird nicht allein durch die Biegefestigkeit der verwendeten Verbindungsmittel sowie der Lochleibungsfestigkeit des Baustoffs Holz bestimmt.

Infolge der Kräfteinleitung senkrecht zum Faserverlauf sind in diesen Anschlußbereichen konzentrierte Querspannungen vorhanden. Abhängig von der gewählten Anschlußgeometrie können erhebliche Anteile dieser Querspannungen mit positivem Vorzeichen behaftet sein. In der Abbildung 1-2

ist ein üblicher Querschnitt schematisch mit den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen<sup>1</sup> dargestellt.

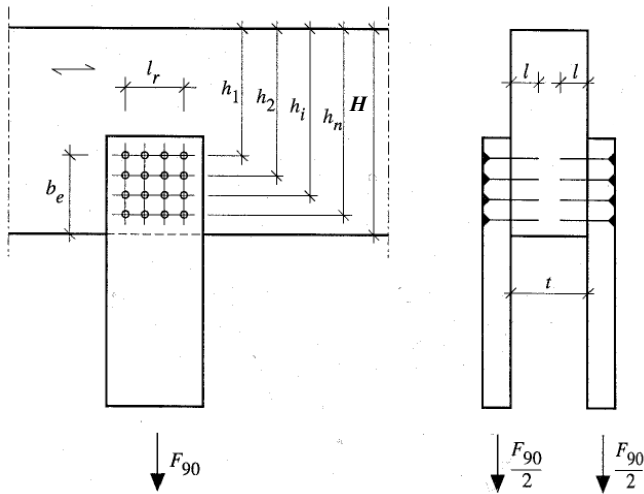


Abbildung 1-2 Querschnitt mit Bezeichnungen (aus [59])

Mit Blick auf die überaus geringe Zugfestigkeit quer zur Faser beim Baustoff Holz können der Tragfähigkeit dieser Anschlüsse Grenzen gesetzt sein, welche erheblich unter denen der o. g. Einflußgrößen liegen. In der Vergangenheit wurde dieser Sachverhalt häufig unterschätzt, so daß bei der Bemessung für diese Situation lediglich die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel Berücksichtigung fand und dementsprechend eine Überschätzung der Tragfähigkeit möglich war. Schadensfälle sind wiederholt aufgetreten. Auf diese Gefahr wird daher schon seit längerem hingewiesen.

Eine hinreichend genaue Abschätzung der Tragfähigkeit von Querschnitten nach einfachem, ingenieurmäßigem Vorgehen dagegen gestaltet sich schwierig. Dies ist einerseits der erheblichen Variationsbreite möglicher konstruktiver Ausführungen, andererseits der Komplexität des hier vorhandenen Beanspruchungszustands selbst geschuldet. Die Tragfähigkeit von Querschnitten wird vor allem von folgenden Parametern beeinflusst:

<sup>1</sup> es wird damit der im europäischen Normenwerk üblichen Konvention der Bezeichnungen entsprochen

- dem Verhältnis<sup>2</sup> des Abstands  $b_e$  der vom beanspruchten Rand entferntesten Verbindungsmittelreihe und der Trägerhöhe  $H$
- der Art, Anzahl und Anordnung der Verbindungsmittel
- der Trägerhöhe  $H$  (Größe des querzugbeanspruchten Volumens)
- der Trägerbreite  $t$  (in Abhängigkeit von der Art des Verbindungsmittels, Größe des querzugbeanspruchten Volumens)
- dem Verhältnis von Biege- zu Schubbeanspruchung im Anschlußbereich (Art des Versagens)
- dem Einfluß evtl. vorhandener benachbarter Queranschlüsse (Überlagerung)

Die Quantifizierung des Beanspruchungszustands ist mit ausreichender Genauigkeit nur mit numerischen Methoden zu erreichen. Desweiteren ist es infolge der Mehrachsigkeit des Spannungszustands (Überlagerung mit Schub- und Biegespannungen) in diesen Bereichen schwierig, geeignete Versagenskriterien auf der Grundlage von Interaktionsbeziehungen (vgl. Abschnitt 1.3.1.1) zu formulieren. Sind diese Bereiche zudem herstellungs- oder klimabedingt mit Rissen oder scharfen Kerben behaftet, so kommt es, ähnlich der Beanspruchungssituation bei Ausklinkungen und Durchbrüchen, zu theoretisch unendlich großen Spannungen bedingt durch die mathematische Singularität an der Rißspitze.<sup>3</sup>

## 1.2 Abgrenzung

Die Tragfähigkeit von Queranschlüssen mit mechanischen Verbindungsmitteln wird einerseits durch die Tragfähigkeit des Verbindungsmittels selbst und andererseits durch Beanspruchungen, welche durch die Krafteinleitung der Verbindungsmittel im Bauteil erzeugt werden, bestimmt.

Die Tragfähigkeit von stiftförmigen Verbindungsmitteln wird heute auf der Grundlage der von JOHANSEN 1949 abgeleiteten und später von MÖLLER u. a. weiter entwickelten Theorie<sup>4</sup> ermittelt. Danach läßt sich bei ausgesprochen duktilen Versagensmechanismen die Tragfähigkeit dieser Verbindungsmittel durch das Erreichen der Lochleibungsfestigkeit in einem der verbundenen

<sup>2</sup> dieses Verhältnis wird im Schrifttum, wie auch im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit mit  $\alpha$  oder verbal als *relative Anschlußhöhe* bezeichnet

<sup>3</sup> bei linear-elastischem Materialverhalten und der Voraussetzung homogener Konturen

<sup>4</sup> wird häufig auch als *European Yield Model* (EYM) bezeichnet

Bauteile und/oder der Ausbildung von Fließgelenken im Stift bestimmen. Einige Versuchsreihen<sup>5</sup> haben unter Einhaltung dieser Voraussetzung gezeigt, daß mit Hilfe der Theorie von JOHANSEN eine recht gute Abschätzung der Tragfähigkeit von stiftförmigen Verbindungsmitteln möglich ist und sie wird somit im Rahmen der vorliegenden Arbeit als hinreichend betrachtet.

Diese Theorie berücksichtigt jedoch nicht das Auftreten eher spröder Versagensmechanismen, wie sie typischerweise bei einer Krafterleitung schräg oder senkrecht zur Faser beobachtet werden. Liegen die Verbindungsmittel bei einer Krafterleitung quer zur Faser ganz oder überwiegend in der dem beanspruchten Rand zugeordneten Balkenhälfte, so ist die Bruchlast kleiner als die Summe der nach der Theorie von JOHANSEN ermittelten Tragfähigkeiten der Verbindungsmittel. Die so ermittelte Tragfähigkeit ist somit nicht maßgebend.

⇒ *Gegenstand der Arbeit soll dabei ausschließlich die Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen unter Berücksichtigung der durch die Krafterleitung quer zur Faser entstehenden zusätzlichen Beanspruchungen sein. Die Tragfähigkeit der verwendeten Verbindungsmittel wird a priori als ausreichend vorausgesetzt. Die Anordnung und Dimensionierung der Verbindungsmittel soll im Kontext zu den dafür vorgesehenen Regelungen der entsprechenden Normen stehen. Die angestellten Betrachtungen sind lediglich auf die Verwendung von stiftförmigen Verbindungsmitteln beschränkt.*

## 1.3 Vorbetrachtungen und mögliche Lösungsansätze

### 1.3.1 Versagenskriterien für den Baustoff Holz

Die Beurteilung der Tragfähigkeit von Baukonstruktionen und –teilen erfolgt üblicherweise nach der Abschätzung:

$$\xi \leq \xi_{\text{crit.}} \quad (1.1)$$

Dabei ist  $\xi$  ein vorhandener charakteristischer Wert einer Beanspruchung und  $\xi_{\text{crit.}}$  die materialspezifische kritische Größe dieser Beanspruchung. Bei Einstellen

---

<sup>5</sup> z. B. PATTON-MALLORY (1986) und HILSON (1990)

des Gleichgewichts in obiger Ungleichung ist der Bauteilwiderstand erschöpft, die Konstruktion oder das Bauteil gilt als nicht tragfähig.

In der überwiegenden Zahl von Abschätzungen, welche im Kontext von Normenwerken als Nachweise der Tragfähigkeit zu führen sind, handelt es sich bei diesen Beanspruchungen um Nennspannungen, bei der kritischen Größe des Bauteilwiderstandes um Festigkeiten. Die Nennspannungen werden zumeist auf der Basis der Elastizitätstheorie analytisch oder numerisch ermittelt.

In jüngster Zeit werden bei der Bewertung der Tragsicherheit von Bauteilen zunehmend Konzepte der Bruchmechanik angewandt. Diese Vorgehensweise bietet sich vor allem dann an, wenn das betrachtete Bauteil strukturelle Störungen enthält. Die Art der Störung kann dabei ganz unterschiedlich sein, i. d. R. handelt es sich um Risse, Einschlüsse oder konstruktiv bedingte Fehlstellen. Die Anwendung dieser Konzepte auf die Beanspruchungsanalyse im Bereich von Queranschlüssen ist gegeben, da einerseits die Lasteinleitungsstelle entsprechend dem gewählten mathematischen Modell hohe, schwer quantifizierbare Spannungsgradienten erzeugt, andererseits die technische Ausführung des Verbindungsmittelanschlusses das Vorhandensein oder zumindest die Entstehung von scharfen Kerben oder Rissen hypothetisch keinesfalls ausschließt.

### 1.3.1.1 Nennspannungen

Durch den vermehrten technischen Gebrauch von Verbundwerkstoffen ist seit der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts die Notwendigkeit erwachsen, für diese Werkstoffe geeignete Festigkeitshypothesen abzuleiten. In diesem Zusammenhang sind eine Vielzahl von mathematischen Formulierungen vorgeschlagen worden, welche im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter diskutiert werden sollen. Zusammenstellungen über mögliche Festigkeitshypothesen zur Beschreibung des Versagens auf der Grundlage von Nennspannungen für orthogonal-anisotropes Materialverhalten finden sich z. B. in [94, 52, 124, 29]. An dieser Stelle seien aus Gründen der inhaltlichen Beschränkung nur die wichtigsten und für den Baustoff Holz relevanten Formulierungen genannt.

HANKINSON hat im Jahr 1921 eine Gleichung für die Druckfestigkeit von Holz in einem Winkel zur Faser bei einachsiger Belastung veröffentlicht. Diese

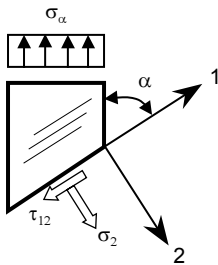
empirisch gewonnene Formel geht auf weit ältere Überlegungen von HAGEN (1842) zurück:

$$f_{c,\alpha} = \frac{f_{c,0} \cdot f_{c,90}}{\sin^2 \alpha \cdot f_{c,0} + \cos^2 \alpha \cdot f_{c,90}} \quad (1.2)$$

Später wurde dieser Ansatz auf Zugbeanspruchung erweitert:

$$f_{t,\alpha} = \frac{f_{t,90}}{\sin^2 \alpha + \left( \frac{f_{t,90}}{f_{t,0}} \right) \cdot \cos^2 \alpha} \quad (1.3)$$

Eine weitere Hypothese für einachsige Spannung in einem Winkel zur Faser ist das von STÜSSI erweiterte Maximalspannungskriterium. Bei diesem sehr einfachen Kriterium wird davon ausgegangen, daß die den entsprechenden Normalspannungen (bezogen auf die natürlichen Achsen des Materials<sup>6</sup>) und der zugehörigen Schubspannung zugeordneten Festigkeiten maßgebend werden. Dieses Versagenskriterium wird durch die nachfolgenden drei simultanen Gleichungen beschrieben.



$$\sigma_1 = f_1; \quad \sigma_2 = f_2; \quad \tau_{12} = f_{12} \quad (1.4)$$

Abbildung 1-3 Einachsiger Zug in einem Winkel schräg zur Faser

Das Maximalspannungskriterium (1.4) hat sich, gerade für mittelgroße Winkel von 30° bis 60°, für Holz als konservativ erwiesen. Ein neueres Kriterium bei einachsiger Belastung für Zug- und Schubspannungen und beliebiger

<sup>6</sup> in der hier verwendeten Schreibweise stehen die Indizes 1 für *parallel zur Faser* und 2 für *senkrecht zur Faser*



Faserorientierung basierend auf einer einfachen Tensortransformation stellt ZINK [167] vor.

Für mehrachsige, ebene Spannungszustände existieren eine Reihe von Ansätzen, z. B. die Formulierungen von TSAI (1965), NORRIS (1962) und HOFFMANN (1967), welche das makroskopische Verhalten von orthotropen Materialien beschreiben sollen. Einige dieser Ansätze haben sich für den Baustoff Holz im Vergleich mit experimentellen Untersuchungen nicht bewährt. Die Gründe hierfür liegen u. a. in der Nichtberücksichtigung des Grades der Anisotropie oder aber der Annahme gleicher Festigkeiten bei Druck- und Zugbeanspruchung.

Ein weiteres Kriterium, welches die Interaktion von Spannungen berücksichtigt und auf der HENKY-VON MISES-Theorie für isotrope Stoffe aufbaut, wurde 1956 von NORRIS und McKINNON, vorgestellt.

$$\frac{\sigma_1^2}{f_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{f_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{f_{12}^2} = 1 \quad (1.5)$$

Zur Übereinstimmung dieser Formulierung mit experimentell gewonnenen Bruchspannungen liegen im Schrifttum z. T. widersprüchliche Aussagen vor. Dies ist ganz offensichtlich auf die unterschiedlichen Anwendungsbereiche zurückzuführen. MÖHLER [107] stellt bei Versuchen an BSH-Trägern mit veränderlicher Trägerhöhe für die Spannungskombination am angeschnittenen Rand bei Variation des Schubspannungsanteils entsprechend der Lage des Randes in Druck- oder Zugzone eine gute Übereinstimmung mit diesem Kriterium fest. Daher hat es modifiziert Eingang in die DIN 1052 T1 als Nachweis-Format für die bezeichnete Bemessungssituation gefunden. EDLUND [52] dagegen kann bei der Untersuchung von Durchbrüchen an BSH-Trägern keine ausreichende Affinität zu (1.5) erkennen.

Ein weiterer Ansatz zur Formulierung eines Versagenskriteriums für anisotropes Materialverhalten stellt das sog. Tensor-Polynom-Kriterium von TSAI und WU [149] dar. Für ebene Spannungszustände kann es wie folgt geschrieben werden:

$$F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_{11}\sigma_0^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\tau_{12}^2 = 1 \quad (1.6)$$

Die Koeffizienten  $F_i$  bzw.  $F_{ij}$  sind dabei Tensoren zweiter bzw. vierter Ordnung und lassen sich aus den auf die natürlichen Achsen bezogenen Festigkeiten

bestimmen. Dabei ist auch eine Berücksichtigung von Zug- und Druckfestigkeiten möglich. Diese wiederum können aus einfachen einachsigen Versuchen bestimmt werden. Dabei bereitet aber die Ermittlung des Koppelgliedes  $F_{12}$  Schwierigkeiten, da es sich nicht ohne weiteres aus den Festigkeiten in Achsenrichtung ableiten läßt. Hierzu macht sich ein Versuch unter zweiachsiger Belastung erforderlich. Der dabei ermittelte Wert ist aber stark vom Verhältnis der Spannungen  $\sigma_1/\sigma_2$ , als auch von den auf die Hauptachsen bezogenen Festigkeiten abhängig. Unter der Voraussetzung

$$F_{11} \cdot F_{22} - F_{12}^2 \geq 0 \quad (1.7)$$

stellt sich dieses Kriterium im zweidimensionalen Spannungsfeld als geschlossener Ellipsoid dar (Abb. 1-4). Die durchbrochene Linie zeigt das Kriterium unter alleiniger Variation des Koppelgliedes  $F_{12}$ . Es ist zu sehen, daß (1.6) z. T. recht sensitiv (in Abhängigkeit vom Quadranten) auf eine Änderung dieses Koppelgliedes reagiert.

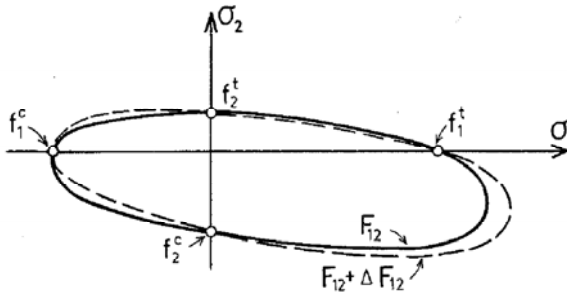


Abbildung 1-4 Beispiel für eine mögliche Bruchfunktion des Tensor-Polynom-Kriteriums nach [194] (aus [52])

Die näherungsweise Ermittlung des Koppelgliedes unterliegt außerdem infolge der starken Heterogenität des Werkstoffs Holz sehr starken Streuungen [94]. Resultierend aus diesen Unsicherheiten hat dieses Kriterium bei der ingenieurmäßigen Abschätzung von Bauteilsicherheiten eine nur sehr begrenzte Verbreitung erfahren.

COWIN hat in [42] gezeigt, daß bei einachsiger Belastung das Koppelglied  $F_{12}$  einen geringen Einfluß auf die Bruchfunktion hat. Er schlägt für diesen Fall vor, das Tensor-Polynom-Kriterium auf einen linearen Ansatz zurückzuführen. Für

ein Material mit orthotroper Symmetrie stellt wiederum das HANKINSON-Format (1.1) und (1.2) eine gute Näherung für das linear angenäherte Tensor-Polynom-Kriterium dar. Für die Bewertung der Tragfähigkeit von Bauteilen aus Brettschichtholz mit angeschnittenem Rand im gegenwärtigen Text des EC 5 wird der Nachweis der Spannungscombination nach dem HANKINSON-Format geführt.

### 1.3.1.2 Versagenskriterien der Linear-Elastischen Bruchmechanik

Die Betrachtung der Tragfähigkeit von Bauteilen nach Festigkeitshypothesen auf der Grundlage von Nennspannungen setzt die Kenntnis ihrer Größe voraus. Bei unregelmäßig berandeten Bauteilen können zur Ermittlung von Spannungen keine einfachen statischen Modelle herangezogen werden, die Berechnung erfolgt zweckmäßigerweise nach numerischen Methoden. Die heute hochentwickelte Methode der Finiten Elemente ist hierfür das gebräuchlichste Verfahren.

Sind die betrachteten Bauteile außerdem mit schroffen Querschnittsübergängen oder Kerben behaftet, etwa durch konstruktiv bedingte strukturelle Fehlstellen, Ein- oder Anschlüsse, so kommt es an diesen Stellen zu einer Konzentration der Spannungen. Zwischen der klassischen Elastizitätstheorie und der Realität besteht hier eine erhebliche Diskrepanz. So müssten für von derartigen geometrischen oder materialbedingten Störstellen behaftete Bauteile theoretisch beliebig kleine Lasten zum Bauteilversagen führen.

Für die Quantifizierung der Beanspruchungen in derartigen Situationen (Abb. 1-5, links) sind die Verfahren der Kerbspannungslehre entwickelt worden. Die Abschätzung der Spannungen unmittelbar an einem Kerb erfolgt dabei nach der Gleichung

$$\sigma_k = \alpha_k \cdot \sigma_n \quad (1.8)$$

Es wird also die am Kerb real auftretende Spannung in ein Verhältnis zu einer theoretischen Nennspannung gesetzt.

Dabei ist:

$$\begin{aligned} \alpha_k &= \text{eine sog. Formzahl}^7 \\ \sigma_n &= \text{die sog. Nennspannung} \end{aligned}$$

---

<sup>7</sup> oder auch *Kerbfaktor*

Die Formzahl ist ein von der geometrischen Ausbildung des Kerbs und von der Bauteilform abhängiger Beiwert. In [114] sind für eine Vielzahl von möglichen speziellen Bauteilformen und Arten von Störbereichen analytische Ansätze für metallische Werkstoffe, insbesondere für Stahl, zur Ermittlung der Spannungen im Konzentrationsbereich angegeben und in entsprechenden Formzahldiagrammen zusammengefaßt. Zur Verifikation für den jeweilig zu untersuchenden Werkstoff machen sich Versuche unter Variation des Krümmungsradius  $\rho$  erforderlich (Abb. 1-5), um verschiedene Parameter dieser Ansätze zu bestimmen. Diese Vorgehensweise ist für einfache (isotrope) Materialgesetze (Stahl) praktikabel.

Für ein ausgeprägt orthogonal-anisotropes Materialverhalten, wie es beim Werkstoff Holz vorliegt, ergeben sich entsprechend der Faserorientierung zum Kerb eine Vielzahl von Möglichkeiten, für die jeweils eine Verifizierung der Eingangsparameter erforderlich wäre, was einerseits einen erheblichen experimentellen Aufwand darstellen würde, andererseits der Transparenz des Rechenganges nicht dienlich wäre.

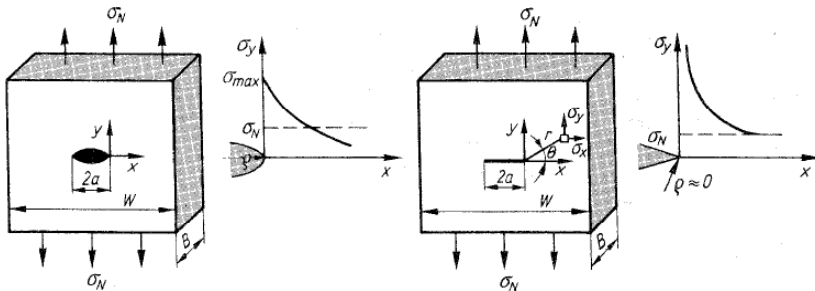


Abbildung 1-5 Spannungen am Kerb und am Riß im Zugspannungsfeld (aus [28])

Geht der Ausrundungsradius ( $\rho$ ) am Kerbgrund gegen Null, so wird damit qualitativ der Übergang vom Kerb zum Riß vollzogen (Abb. 1-5, rechts). Nach der Elastizitätstheorie werden die Spannungen an der Rißspitze mathematisch singular, d.h. unendlich groß. Für diese Verhältnisse wird der Gültigkeitsbereich der Kerbspannungslehre verlassen. Die beschriebene Singularität ist aber nur theoretischer Natur. In realen Bauteilen auftretende Spannungen werden durch plastische Vorgänge an der Rißspitze auf endliche Werte begrenzt. Der

Spannungszustand in der Umgebung der Rißspitze kann unter Berücksichtigung der Singularität durch folgende Gleichung beschrieben werden [114]:

$$\sigma_k = A \cdot r^{-s} \quad (1.9)$$

dabei ist:	A	=	material- und lastabhängige Konstante
	r	=	Abstand von der Rißspitze
	s	=	Grad der Singularität

Bedingt durch den i. d. R. unbekanntem Grad der Singularität, welcher im wesentlichen vom von den Rißflanken eingeschlossenen Winkel (ideeller Riß =  $0^\circ \Rightarrow s = 0,5$ ) und den Materialeigenschaften abhängig ist, sowie den in unmittelbarer Nähe der Rißspitze infolge des plastischen Fließens nur unzureichend beschreibbaren Materialverhaltens, gestaltet sich die Ermittlung realistischer Spannungen äußerst schwierig.

Zur Bewertung der Tragsicherheit rißbehafteter Bauteile wurden im Rahmen der Bruchmechanik (2.2) verschiedene Konzepte entwickelt. Diese unterschiedlichen Konzepte stehen jeweils im Kontext des Verformungsverhaltens bis zum Bruch. Grob kann hier zwischen duktilem (Überschreiten der Fließgrenze vor dem Bruch) und sprödem Verhalten (keine bemerkenswerten inelastischen Verformungen) unterschieden werden (Abb. 1-6). Für sprödes Materialverhalten sind die Konzepte der Linear-Elastischen Bruchmechanik (LEBM) anwendbar, sie ermöglichen die quantitative Erfassung des Versagens angerissener Bauteile als Folge instabiler Rißausbreitung.

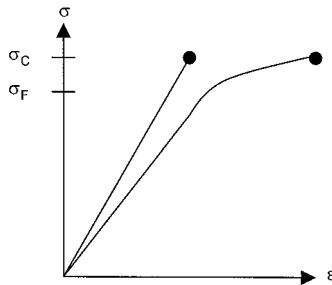


Abbildung 1-6 sprödes (links) und duktils (rechts) Materialverhalten

In der praktischen Anwendung haben sich hier vor allem das Spannungsintensitäts-Konzept<sup>8</sup> sowie das Energie-Konzept weitgehend durchgesetzt. Gegenstand dieser Konzepte ist die Ermittlung von Zustandsgrößen, welche ein Maß für die Belastung im Rißspitzenbereich darstellen. Diese Zustandsgrößen heißen für die genannten Konzepte Spannungsintensitätsfaktor  $K$  und Energiefreisetzungsrate  $G$ . Werden sie in die Gleichung (1.1) eingesetzt und stellen mit ihren kritischen, materialspezifischen Größen, den sog. Bruchzähigkeiten das Gleichgewicht ein, so ist Rißfortschritt die Folge. Bei sprödem Materialverhalten ist dies gleichbedeutend mit Bauteilversagen (Sprödbbruch).

Treten im Bereich der Rißspitze größere plastische Verformungen auf, so kann die LEBM nicht mehr angewendet werden. Der Beschreibung des Beanspruchungszustands dienen dann die Parameter der Elastisch-Plastischen Bruchmechanik (EPBM)<sup>9</sup>. Hierzu sind vor allem die sog. Rißspitzenöffnung  $\delta_t$ <sup>10</sup> und das von CHEREPANOV [40] und RICE [128] vorgeschlagene J-Integral zu nennen. Das J-Integral besitzt außerdem Gültigkeit im Rahmen der LEBM. Die Formulierung der Bruchkriterien der EPB erfolgt sinngemäß wie bei der LEBM.

<sup>8</sup> wird im weiteren Verlauf der Arbeit kurz als K-Konzept bezeichnet

<sup>9</sup> in der vorliegenden Literatur kommt es häufig zu begrifflichen Überschneidungen, so wird die EPBM auch häufig als *Fließbruchmechanik* (FBM) oder auch *Nichtlineare Bruchmechanik* (NLBM) bezeichnet, verschiedene Autoren bezeichnen dagegen die LEBM mit Kleinbereichsfließen als Fließbruchmechanik

<sup>10</sup> oft auch als CTOD (=crack tip opening displacement) bezeichnet

Unter Einhaltung bestimmter Voraussetzungen<sup>11</sup> bestehen zwischen diesen Kennwerten einfache formale Zusammenhänge (s. a. Abschnitt 2.2.2.3). SCHATZ hat in [135] gezeigt, daß mit den Konzepten der LEBM in guter Näherung das vorkritische Lastverformungsverhalten einschließlich der Traglastvorhersage für Fichtenholz möglich ist. Die Formulierung von Versagenskriterien im Rahmen der LEBM erfolgt zumeist auf der Grundlage des K-Konzepts.

Analog zu den Spannungen werden auch die Spannungsintensitätsfaktoren auf die Richtung der Beanspruchung bezogen (s. a. Abschnitt 2.2.1.2). So gilt beispielsweise bei reiner Querzugbeanspruchung das folgende Versagenskriterium im Rahmen der LEBM:

$$K_I \leq K_{Ic} \quad (1.10)$$

Dabei ist  $K_{Ic}$  die Bruchzähigkeit im technisch bedeutungsvollen Fall des Queraufreißens. Kriterien für reine Beanspruchungen haben lediglich theoretischen Charakter. Der Beanspruchungszustand in praxisüblichen Bauteilen dagegen ist gemischt, d. h. es treten neben Querbeanspruchungen außerdem Belastungen infolge Schub auf.

⇒ *Die weiterhin mögliche Beanspruchung des Risses normal zur Bauteilebene wird wegen der in der vorliegenden Arbeit angewandten zweidimensionalen Betrachtungsweise grundsätzlich vernachlässigt.*

Wie in Abschnitt 1.1 schon bemerkt, ist der Beanspruchungszustand für die zu untersuchende Problemklasse mehrachsrig. Im Rahmen der Bruchmechanik spricht man dann von einer sog. Mixed-Mode-Beanspruchung. Versagenskriterien im Mixed Mode werden in der Form

$$\left( \frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^a + \left( \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right)^b = 1 \quad (1.11)$$

geschrieben. Weiterführende Aspekte zur Annahme von Bruchkriterien der LEBM unter besonderer Beachtung der Randbedingungen der zu untersuchenden Problemklasse werden in Abschnitt 5.3 erörtert.

---

<sup>11</sup> Gültigkeitsbereich der LEBM

### 1.3.2 Bekannte Abschätzungen der Tragfähigkeit von Queranschlüssen

Erste Bemühungen zur Quantifizierung der Beanspruchungen durch Queranschlüsse wurden in den 70er Jahren des vorigen Jahrhunderts unternommen. Infolge des vermehrten Einsatzes von Brettschichtholz und dem damit einhergehenden häufigeren Auftreten von Schadensfällen durch Quersgrisse, bedingt auch durch andere Beanspruchungssituationen wie z. B. Ausklinkungen, Durchbrüche und gekrümmte BSH-Bauteile, entstand die Notwendigkeit der Abschätzung der Tragfähigkeit für derartig belastete Bauteile.

#### 1.3.2.1 Fiktiver Schubfestigkeitsnachweis

Die Vorgehensweise für den Tragfähigkeitsnachweis im Rahmen des europäischen Normenwerks [25] entspricht dem eines Schubfestigkeitsnachweises, welcher für einen idealisierten Querschnitt zu führen ist. Dieses Format ist den U.S.-amerikanischen Bemessungsregeln für Ausklinkungen und Queranschlüsse entlehnt. Dabei erstreckt sich der „abgeschnittene“ Querschnitt<sup>12</sup> von der am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten Verbindungsmittelreihe bis zum unbeanspruchten Rand.

$$V_d \leq \frac{2 f_{v,d} b_e t}{3} \quad (1.12)$$

Dabei ist:	$V_d$	-	Querkraft am Anschluß (Bemessungswert)
	$f_{v,d}$	-	Bemessungswert der Schubfestigkeit
	$b_e$	-	Abstand der am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten Verbindungsmittelreihe
	$t$	-	Trägerbreite

Diese ingenieurmäßige Betrachtung ist stark vereinfachend und kann u. U. zu einer unsicheren Bemessung führen [59, 15]. Das o. g. Regelwerk sieht für den Fall, daß die am weitesten vom beanspruchten Rand entfernteste Verbindungsmittelreihe unterhalb der Balkenlängsachse zum beanspruchten Rand hin angeordnet wird, ohnehin eine „genauere“ Bemessung vor.

---

<sup>12</sup> o. a. „Restquerschnitt“



### 1.3.2.2 Nachweis der Querkzugfestigkeit

Die ersten vertieften Überlegungen im deutschsprachigen Raum zur Problematik der Queranschlüsse wurden in Karlsruhe von MÖHLER angestellt. Hierzu wurden eine Vielzahl von experimentellen Untersuchungen durchgeführt [105, 108]. Basierend auf dem Maximalspannungskriterium (1.4) wurde ein erster formaler Zusammenhang für die Bewertung der Tragsicherheit von Queranschlüssen abgeleitet [109, 110]. Es werden aber die Einflüsse der Biegespannung und der Schubspannung außer Acht gelassen. Diese Vernachlässigung kann aber als hinlänglich genau gelten, da das Spannungsniveau ganz eindeutig durch die Querkzugspannungen bestimmt wird. Dies wird auch durch Vergleichsrechnungen nach der Methode der finiten Elemente bestätigt [74]. Setzt man diese Spannungen ins Verhältnis zu den entsprechenden Festigkeiten, so wird diese Dominanz infolge der sehr geringen Zugfestigkeit von Holz senkrecht zur Faser noch verstärkt.

Diese Arbeiten wurden später von EHLBECK fortgesetzt und ausgeweitet [53, 54, 55]. Auf der Grundlage eines reinen Querkzugspannungsnachweises wurde schließlich eine Empfehlung zur genaueren Abschätzung der Tragsicherheit von Anschlüssen mit mechanischen Verbindungsmitteln gegeben [56, 57] und schließlich an die Randbedingungen semiprobabilistischer Bemessungskonzepte angepaßt [59].

$$\sigma_{t,90,d} = \eta k_r \frac{F_{90,d}}{A_{ef}} \leq 13 A_{ef}^{-0,2} f_{t,90,d} \quad (1.13)$$

Grundgedanke dieser Empfehlung ist die Ermittlung einer durchschnittlichen Querkzugspannung durch Bestimmung einer Querkzug auslösenden Kraft und deren Bezug auf eine mitwirkende Fläche in der Ebene der am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten Verbindungsmittelreihe. Die Bruchlast läßt sich demnach folgendermaßen abschätzen:

$$F_{90,u} = \frac{l_{r,ef} \cdot t_{ef} \cdot 10 A_{ef}^{-0,2}}{\eta \cdot k_r} \quad (1.14)$$

Dabei ist:

$A_{ef}$	-	wirksame Anschlußfläche
$\eta$	-	Faktor zur Berücksichtigung des querzug- erzeugenden Anteils von $F_{90,d}$
$k_r$	-	Faktor zur Berücksichtigung mehrerer Verbindungsmittelerihen
$l_{r,ef}$	-	mitwirkende Anschlußlänge
$t_{ef}$	-	mitwirkende Anschlußtiefe
$f_{t,90,d}$	-	Querzugfestigkeit (Bemessungswert)

Hierbei ist zu beachten, daß der Ausdruck  $10A_{ef}^{0,2}$  eine aus Versuchsergebnissen empirisch abgeleitete Approximation der Querzugfestigkeit darstellt, welche aber nur zur Anwendung auf diese Problemklasse vorgesehen ist [53]. Im Vergleich zu (1.12) ist mit (1.14) eine wesentlich genauere Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen zu erreichen. Dies wird durch die Berücksichtigung verschiedener wichtiger Anschlußparameter, wie der Abhängigkeit der Querzugfestigkeit von der Größe des beanspruchten Volumens, dem Verhältnis der Lage der am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten Verbindungsmittelerihe zum beanspruchten Rand sowie der Anordnung der Verbindungsmittel erreicht.

BALLERINI [15, 16] hat zwei umfangreiche Versuchsreihen zur Verifikation verschiedener Rechenmodelle für die Problematik des Queranschlusses vorgenommen. Für die erste Versuchsreihe mit sehr konzentrierter Krafteinleitung<sup>13</sup> kann man global eine gute Übereinstimmung der durch (1.14) bestimmten mit den experimentell ermittelten Bruchlasten, allerdings mit breiter Streuung, feststellen. Weiterhin wird eine recht gute Abbildung des Parameters  $b_e/H$ , insbesondere für kleine Werte beobachtet. Dies steht in Übereinstimmung zur Auswertung der Versuche [108, 53]. Auch hier kann man für große  $b_e/H$ -Werte tendenziell eine Überschätzung der Bruchlasten feststellen. Diese Beobachtung korreliert eindeutig mit der Art des Versagens, da mit zunehmendem  $b_e/H$ -Wert ein Übergang von einem reinem Querzugversagen (Sprödbruch) hin zu anderen Versagensformen (Überlagerung mit Schubversagen, Lochleibung) stattfindet. Da das Nachweisformat auf der

<sup>13</sup> es wurden hier ausschließlich Anschlüsse mit einem Verbindungsmittel (Stabdübel) untersucht

alleinigen Berücksichtigung von Querkzugspannungen beruht, bleiben die Einflüsse anderer Spannungskomponenten unberücksichtigt.

Außerdem sind anhand dieser Versuchsreihen Abhängigkeiten von der Trägerhöhe  $H$  zu erkennen. Während für kleine Trägerhöhen eine sehr gute Abschätzung der Tragfähigkeit möglich ist, so ist mit zunehmender Trägerhöhe eine klare Tendenz zu Überschätzung der Tragfähigkeit auszumachen (Abb. 1-9). Es läßt sich aber durch Auswertung anderer Versuchsreihen feststellen, daß sich dieser Einfluß mit einer zunehmend gleichmäßigeren Kraftereinleitung, d. h. der Erhöhung der Anzahl der Verbindungsmittel, abschwächt (siehe [16], Versuchsreihe 2). Angesichts der komplexen Beanspruchungssituation, welche zudem durch die Vielzahl möglicher konstruktiver Anschlüsse hinsichtlich Art und Anordnung der Verbindungsmittel einer erheblichen Variationsbreite unterliegt, läßt sich mit der Gleichung (1.14) eine angemessene und den Erfordernissen des Ingenieurholzbaus entsprechende Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen treffen, der Einfluß der Trägerhöhe indes wird nicht vollständig abgebildet.

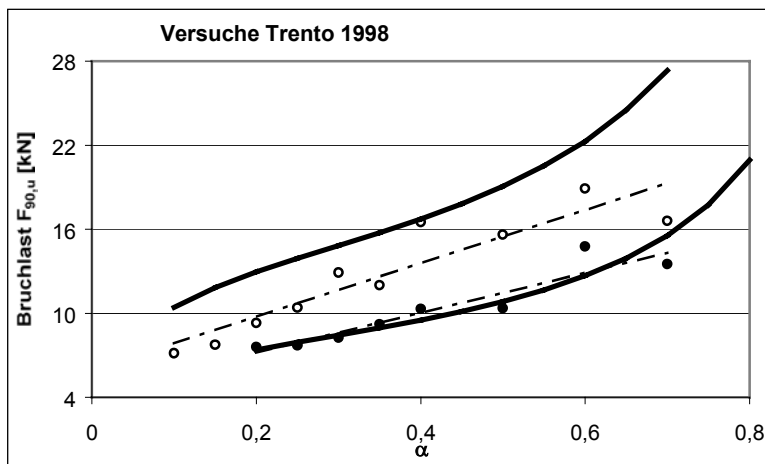


Abbildung 1-7

Vergleich der nach (1.14) vorausgesagten zu experimentell ermittelten Bruchlasten [15] in Abhängigkeit vom Verhältnis  $b_e/H$  für verschiedene Trägerhöhen (obere dicke Linie/leere Kreise:  $H = 397$  mm, unten/volle Kreise:  $H=196$  mm)

### 1.3.2.3 Nachweis auf Grundlage der Energie-Methode im Rahmen der LEBM

Eine weiteres mögliches Nachweisformat für die zu untersuchende Problemklasse wurde 1990 von VAN DER PUT [154] entwickelt. Dieser Nachweis wurde nach dem Ansatz von GUSTAFSSON für am Auflager rechtwinklig ausgeklinkte Träger abgeleitet und basiert auf der Annahme der Existenz scharfer Kerben und der damit einhergehenden Notwendigkeit zur Einführung von Versagenskriterien der LEBM [68]. Diesem Ansatz zufolge werden Betrachtungen der Energieumsetzung beim infinitesimalen Rißfortschritt in und senkrecht zur Faserrichtung zur Ableitung von Grenzen der verschiedenen möglichen Arten des Versagens (Spröbruch, Schubbruch etc.) angestellt.

Zur vereinfachten Nachweisführung im Kontext technischer Regelwerke wurde er, wie auch die Regelung für Ausklinkungen in EC5 [70], in einen fiktiven Schubnachweis unter Berücksichtigung eines nach den in [108, 53] gewonnenen Versuchswerten empirisch ermittelten Abminderungsfaktors (Abb. 1-10) überführt.

$$\begin{aligned}
 V_d &\leq \frac{2 f_{v,d} b_e t}{3} && \text{für } b_e \geq 0,7h \\
 V_d &\leq \frac{2 f_{v,d} b_e t}{3} \sqrt{\frac{130}{h}} && \text{für } \eta > 2,1 \\
 V_d &\leq \frac{2 f_{v,d} b_e t}{3} \sqrt{\frac{130}{h} \cdot \frac{2,1}{\frac{M_d}{V_d h}}} && \text{für } \eta < 2,1
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Dabei ist:    h -        Trägerhöhe  
                   M<sub>d</sub> -        Biegemoment am Anschluß (Bemessungswert)  
                   η -        M<sub>d</sub>/(V<sub>d</sub>\*h)

Danach werden die drei Bereiche reines Schubversagen, Spröbruch (Querkzugversagen) und übrige Arten des Versagens (lokaler Biegebruch, Lochleibung) unterschieden.

Generell läßt sich durch den Vergleich mit Versuchswerten [108, 53, 15, 16] feststellen, daß auch mit dieser Nachweisform global eine Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen möglich ist.

Tendenziell wird die Tragfähigkeit von Queranschlüssen aber zu hoch eingeschätzt (Abb. 1-8), das bestätigen auch die in [15, 16] gemachten Beobachtungen. Bei der Auswertung dieser Versuche wird außerdem deutlich, daß auch durch diesen Nachweis nicht alle Anschlußparameter korrekt abgebildet werden. Dies betrifft insbesondere das Verhältnis  $\alpha$ <sup>14</sup>, hier ist eine klare Abhängigkeit zu erkennen (vgl. Abbildung 1-9). So kommt es mit größer werdendem Verhältnis zu einer deutlichen Überschätzung der Tragfähigkeit<sup>15</sup>. Eine Abhängigkeit von der Trägerhöhe ist dagegen nicht zu erkennen.

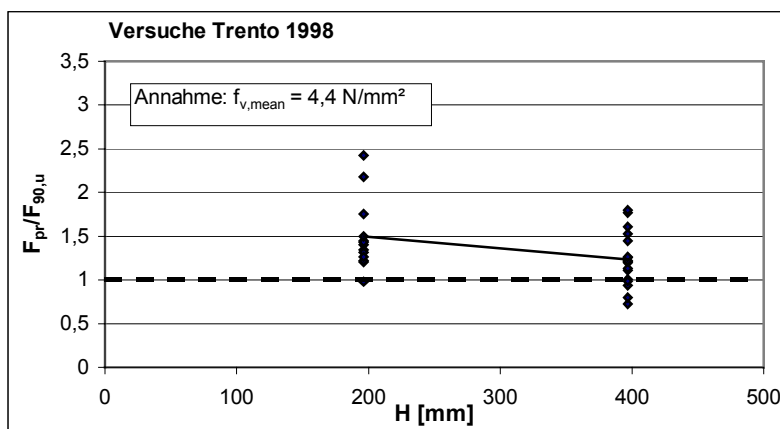


Abbildung 1-8 Verhältnis von nach (1.15) vorausgesagten zu experimentell ermittelten Bruchlasten [15] in Abhängigkeit von der Trägerhöhe H

<sup>14</sup> im Weiteren als *relative Anschlußhöhe* bezeichnet ( $\alpha = b_e / H$ )

<sup>15</sup> bei den in [15, 16] dokumentierten Versuchsreihen ist die Ausbildung ausgesprochen duktiler Versagensmechanismen (VM-Versagen) infolge der geringen Anzahl von Verbindungsmitteln (ein oder zwei Stabdübel), insbesondere bei zunehmenden  $\alpha$ -Werten in Betracht zu ziehen (vgl. hierzu [156])

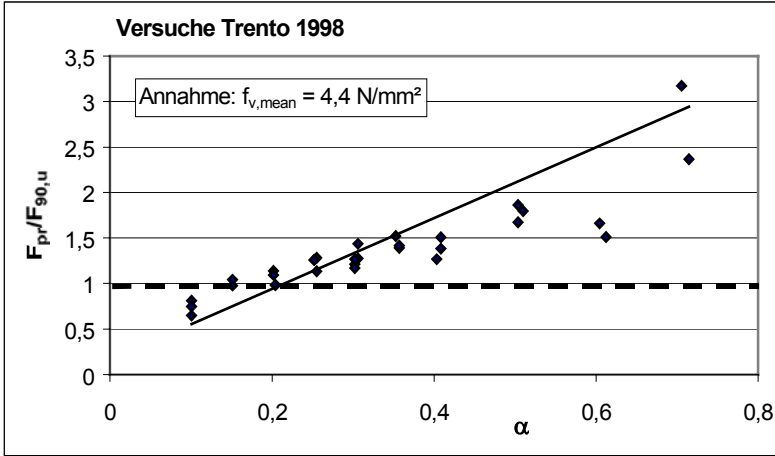


Abbildung 1-9 Verhältnis von nach (1.15) vorausgesagten zu experimentell ermittelten Bruchlasten [15] in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\alpha$

Im Jahre 2000 hat VAN DER PUT [156] seinen Bemessungsvorschlag einer Überarbeitung unterzogen. Es wird nun unter Annahme eines mittleren Wertes für den fiktiven Bauteilwiderstand<sup>16</sup>  $(GG_c)^{0,5}$  von ca.  $26 \text{ Nmm}^{-1,5}$ , welcher durch Regression aus den Karlsruher Versuchen [105, 108, 53] gewonnen wurde, folgende (vereinfachte) Formel zur Abschätzung der Bruchlast vorgeschlagen:

$$F_{90,u} = b \alpha \sqrt{h} \text{ 68 N/mm}^{1,5} \quad (1.16)$$

Im Vergleich zu Gleichung (1.15) kann so quantitativ eine bessere Abschätzung getroffen werden. Die Tendenz zur Überschätzung der Tragfähigkeit mit zunehmendem Verhältnis  $\alpha$  bleibt jedoch bestehen.

<sup>16</sup> hier sind die Anteile von Mode I und Mode II zusammengefasst enthalten

### 1.3.2.4 Nachweis auf Grundlage der Interaktion von Querzug- und Schubspannungen

Im Jahre 2000 haben RESHKE et al. [127] ein Format zur Abschätzung der Bruchlast von Queranschlüssen auf der Grundlage der Berücksichtigung von einfach superponierten Querzug- und Schubspannungen vorgestellt. Für die Bestimmung der Querzugspannung wird analog zur Vorgehensweise in [56] eine Annahme der mitwirkenden Breite notwendig. Unter Berücksichtigung einer Ober- und einer Untergrenze wird hier der Abstand  $h_1$ <sup>17</sup> abzüglich des Mindestabstands zum unbeanspruchten Rand gewählt. Der Anwendungsbereich der nachfolgenden Gleichung ist dabei auf Queranschlüsse mit einer Verbindungsmittelreihe bei Anordnung in halber Stützweite beschränkt. Für abweichende Anschlußsituationen werden allerdings äquivalente Umformungen erforderlich.

$$F_{90,u} = \frac{1}{\frac{h_1^3(5L_u^2 + 96h^2)}{bh^3(5L_u + 96h_1^2)(l_{r,ef}f_{t,90})} + \frac{6h_1L_t(0,5h - 0,5h_1)}{bh^3(L_t - n_r d)f_v}} \quad (1.17)$$

Dabei ist:  $L_t$  – Balkenlänge  $n_r$  – Anzahl der VM pro Reihe  
 $l_{r,ef} = h_1 - e_{min}$   $L_u$  – lichter Abstand der Auflager

Wie in Abbildung 1-10 zu erkennen, ist mit dieser Gleichung unter Einhaltung der geforderten Randbedingungen eine recht günstige Abschätzung der Bruchlast zu erzielen.

<sup>17</sup> Abstand der vom beanspruchten Rand entferntesten VM-Reihe zum unbeanspruchten Rand

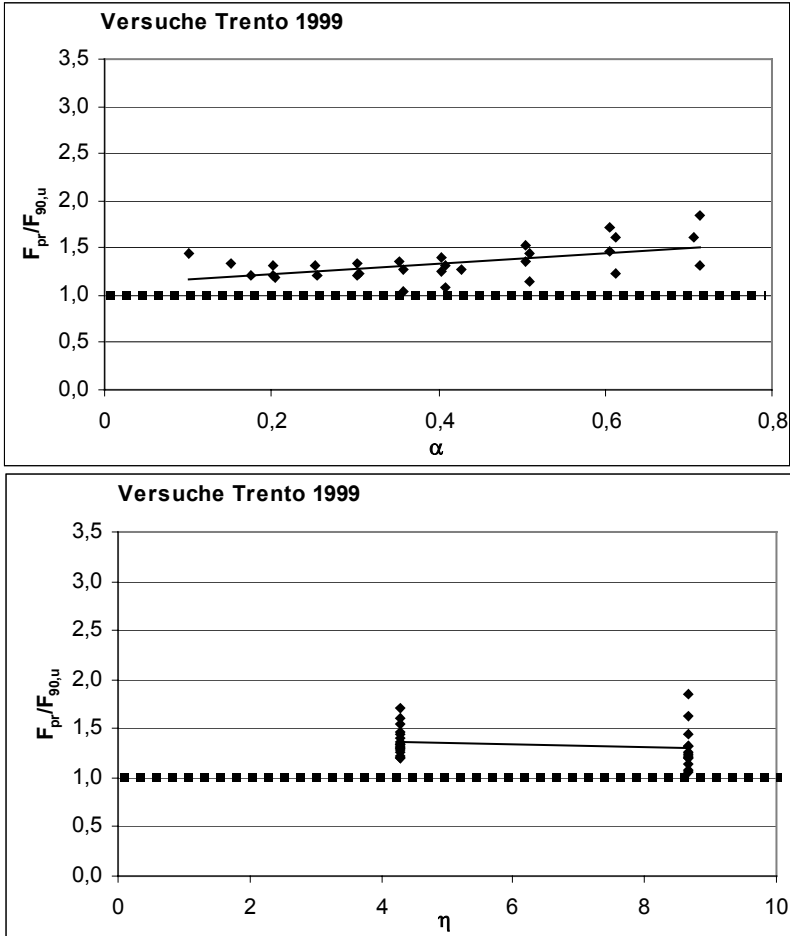


Abbildung 1-10 Verhältnis von nach (1.17) vorausgesagten zu experimentell ermittelten Bruchlasten [16] in Abhängigkeit von den Verhältnissen  $\alpha$  und  $\eta$

Augenfällig ist insbesondere die relative Unabhängigkeit von den Faktoren  $\alpha$  und  $\eta$ . Andererseits ist nach Vergleich mit den experimentellen Untersuchungen aus [15, 16, 108, 53] eine Überschätzung der Bruchlasten nach Gleichung 1.17 mit zunehmenden Abstand  $b_e$  auszuweisen.



Zusammenfassend kann man feststellen, daß sich mit allen Gleichungen –entsprechend der Berücksichtigung in der Herleitung– die verschiedenen Anschlußparameter mehr oder weniger gut abbilden lassen. Eine genauere Einschätzung ist infolge der großen Variationsbreite möglicher Anschlüsse und der im Vergleich dazu sehr geringen Anzahl von experimentellen Untersuchungen nur sehr schwer möglich. Global kann eine Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen nach Gleichung (1.12) als bislang günstigste Lösung gelten, weil hier die Berücksichtigung der wesentlichen Parameter insgesamt umfassender realisiert wurde und der Anwendungsbereich keinen größeren Beschränkungen unterliegt.

#### 1.4 Zusammenfassung der Vorbetrachtungen

Bei der Vielzahl von möglichen Lösungsansätzen (Abschnitt 1.3) zur Tragsicherheitsbetrachtung von ebenen Bauteilen muß zunächst eine Differenzierung hinsichtlich der Anwendbarkeit, von Besonderheiten der speziellen Problemstellung und nicht zuletzt etwaiger Einschränkungen oder zu treffender Annahmen erfolgen.

Die Anwendung von Festigkeitshypothesen basierend auf dem Vergleich von Nennspannungen mit Festigkeiten des Baustoffs setzt grundlegend die Kenntnis der Größe dieser Nennspannungen voraus.

Die im Bereich von Queranschlüssen auftretenden Querkzugspannungen bestimmen ganz wesentlich die Bauteilsicherheit. Die Bestimmung einer endlichen Größe dieser Querkzugspannung ist entweder mit numerischen Verfahren oder mit Techniken des „Verschmierens“ möglich. Die mit der Methode der Finiten Elemente ermittelten Spannungen sind ganz erheblich von der Modellierung der Lasteintragung im Bereich der Schnittstelle Verbindungsmittel/Holz abhängig. Außerdem hängt die Steigung der Gradienten der Querspannung vom Aufwand der Diskretisierung des FE-Modells ab. Die Maxima der numerisch ermittelten Spannungen besitzen somit wenig Aussagekraft.

Für die Ermittlung von mittleren Spannungen im beanspruchten Bereich ist wiederum die Kenntnis der Größe des „mitwirkenden“ Bereichs notwendig. Dies bezieht sich sowohl auf die Ausdehnung dieses Bereichs in Richtung der Balkenachse ( $l_{r,ef}$ ) als auch in Richtung der Bauteiltiefe ( $t_{ef}$ ). Für die Annahme

einer mitwirkenden Anschlußlänge können in experimentellen Untersuchungen gewonnene Erkenntnisse über die Verteilung von Dehnungen senkrecht zur Faser herangezogen und in empirische Ansätze überführt werden [17, 105]. Diese Vorgehensweise birgt allerdings die Unsicherheit einer sehr breiten Streuung der Dehnungsmessung durch konventionelle Methoden beim äußerst heterogenen Baustoff Holz. Sie kann daher nur als grobe Näherung gelten. In [53] wird ausführlich über die bei der Dehnungsmessung an Queranschlüssen auftretenden Schwierigkeiten und der daraus resultierenden Untauglichkeit der experimentell ermittelten Ergebnisse zur Beurteilung der Größe einer mitwirkenden Breite berichtet. Im Wesentlichen werden die stark streuenden Dehnungen auf die auch schon in niedrigen Laststufen stattfindende Bildung kleinerer Risse und die damit einher gehende Spannungumlagerung zurückgeführt. Die Annahme einer mitwirkenden Anschlußlänge beruhend auf der Dehnungsverteilung senkrecht zur Faser muß wiederum auf einer Annahme der Begrenzung dieses Wertes beruhen. Numerische Betrachtungen haben gezeigt, daß diese Dehnungen in Balkenlängsachse schnell abnehmen, aber erst in sehr großer Entfernung vom Anschluß zu Null werden [74].

Die Ermittlung der wirksamen Bauteiltiefe beruht für die in Abschnitt 1.3 aufgezeigten Lösungsansätze auf der Annahme, daß über die gesamte Verbindungsmittellänge Kräfte in das Holz eingeleitet werden, d. h. für Nägel entspricht sie der Einschlagtiefe und für Stabdübel der Trägerbreite. Genauere Untersuchungen zur Annahme einer wirksamen Bauteiltiefe bei Queranschlüssen sind dem Verfasser nicht bekannt, sie würden außerdem der im Rahmen dieser Arbeit vorgesehenen ebenen Betrachtungsweise des Problems entgegenstehen.

Im Rahmen der Voruntersuchungen zu dieser Arbeit wurde des Weiteren die Anwendbarkeit der sog. *Finite Small Area Theory*<sup>18</sup> auf die gewählte Problemklasse überprüft. Die Grundlage dieser Theorie besteht in der Verknüpfung von Versagenskriterien der LEBM mit Nennspannungskriterien, d. h. ermittelte kritische Werte von Spannungen führen definitionsgemäß zu den selben Bruchlasten wie die Versagenskriterien der LEBM. Sie wurde in [100] von MASUDA 1986 begründet und in [101, 102, 103] auf verschiedene Problemklassen angewandt.

---

<sup>18</sup> o. a. *Finite Small Area Criterion* oder *Finite Small Area Fracture Criterion* genannt

Der Vorteil dieser Theorie im Vergleich zu den reinen Versagenskriterien der LEBM ist die Unabhängigkeit von der Existenz von Singularitätsstellen, d. h. das Vorhandensein oder die Annahme eines Risses oder scharfer Kerben ist für die Bruchvorhersage nicht notwendig. Sie basiert im Wesentlichen auf der Hypothese, daß der Bruch eintritt, wenn in einem endlich kleinen Gebiet ein beliebiges Nennspannungskriterium erfüllt wird. Grundlegende Frage ist auch hier die Größe des sog. Endlich Kleinen Gebiets. Die Bedeutung der Größe des Gebiets im Kontext dieser Theorie ist umstritten. Ob es sich um eine Materialeigenschaft handelt oder nicht bedarf weiterer Untersuchungen [33]. MASUDA gibt die Größe des Gebiets, in welchem die Spannungsmittelung erfolgt, mit 1 bis 2 mm in Faserrichtung und 0,4 mm radial und tangential zur Faser unabhängig von der Holzart an. Als Versagenskriterien verwendet er solche vom Henky-von Mises-Typ wie z. B. Gleichung (1.5), die Spannungen werden zweckmäßig nach der Methode der Finiten Elemente bestimmt.

⇒ *In Anbetracht einerseits der Schwierigkeiten bei der Ermittlung maximaler endlicher oder bereichsweise gemittelter Spannungen und der Einführung geeigneter Versagenskriterien auf deren Grundlage und andererseits der bei experimentellen Untersuchungen oftmals festgestellten Rißbildung unter teilweise weit vorkritischer Beanspruchung rückt eine Bewertung der Tragsicherheit der zu untersuchenden Problemklasse nach den Kriterien der Bruchmechanik in den Blickpunkt.*

Die Anwendung der Bruchmechanik auf den Baustoff Holz wird seit Anfang der 60er Jahre des vorigen Jahrhunderts erörtert und erfolgreich durchgeführt. In [151] findet sich eine umfangreiche Zusammenstellung zu dieser Problematik mit der Focussierung auf Besonderheiten, Grenzen und Restriktionen für Strukturen aus Holz. Als mögliche Anwendungsbereiche werden ganz allgemein Gebiete mit hoher Spannungskonzentration infolge struktureller Diskontinuitäten und im Besonderen Ausklinkungen, Durchbrüche, Queranschlüsse, gekrümmte Träger und Bereiche, welche durch mechanische Verbindungsmittel beansprucht werden, genannt.

In den letzten zehn Jahren wurden auch im deutschsprachigen Raum eine ganze Reihe von Arbeiten zur Anwendung von Methoden der Bruchmechanik auf Strukturen aus Holz durchgeführt. Die nachfolgende Tabelle enthält eine chronologische Zusammenstellung der wichtigsten Arbeiten.

<b>Verfasser</b>	<b>Problematik</b>	<b>Angaben zur Methodik / wichtigste Erkenntnisse</b>
FRITZSCHE [64]	Material- und herstellungsbedingte Rand-Kerben auf der Zugseite von BSH-Trägern	stellt ein Versagenskriterium auf der Grundlage des Spannungsintensitätskonzepts im Rahmen der LEBM auf, welches die nichtkonservative sog. Netto-Höhen-Hypothese in Frage stellt
PIZIO [123]	Ausklüngen, Durchbrüche, Verstärkungen, Zähigkeiten	ermittelt Bruchlasten nach Mixed-Mode-Versagenskriterien und vergleicht diese mit experimentellen Untersuchungen, stellt dabei die Anwendbarkeit der Vorgehensweise fest
LOGEMANN [96, 97, 98]	Zapfen, Ausklüngen, Durchbrüche, Zähigkeiten	ermittelt ebenfalls Bruchlasten im Rahmen der LEBM und vergleicht mit eigenen experimentellen Untersuchungen, macht Untersuchungen zu Bruchzähigkeiten im Mode I und II, stellt darüber hinaus ein Versagenskriterium für Querdruck und Schub auf
AICHER [2, 3, 4, 5]	Größeneinfluß, Zähigkeiten, Durchbrüche	umfangreiche Untersuchungen zum Größeneinfluß in der bruchmechanischen Betrachtung von Holz (insbesondere) im Mode I, Ermittlung von Bruchzähigkeiten nach dem Energie-Konzept für Mode I und Mode II, Bemessungsvorschlag für Durchbrüche
SCHATZ [135]	Modellbildung, Zähigkeiten	Ermittlung von Bruchzähigkeiten; Untersuchungen zur Differenzierbarkeit von linearen und nichtlinearen Modellen der Bruchmechanik zur Anwendung auf Holz, bestätigt die lineare Bruchmechanik als geeignetes Modell für den vorkritischen Bereich (inklusive der Traglastvorhersage)
STANZL-TSCHEGG [142]	Zähigkeiten, Größeneinfluß, Einfluß von Bruchmechanismen	Untersuchungen zum Größeneinfluß auf Kennwerte der Bruchmechanik (Energie-Konzept, K-Konzept) und der Erklärung nichtlinearer Effekte zur Abgrenzung des Anwendungsbereiches
HAASE [71]	Durchbrüche	unterbreitet einen Bemessungsvorschlag nach dem Spannungsintensitätskonzept im Rahmen der LEBM (WU-Kriterium)

*Tabelle 1-1 Zusammenstellung wichtiger deutschsprachiger Arbeiten zur Anwendung von Methoden der Bruchmechanik auf den Baustoff Holz*

Die internationalen Veröffentlichungen zum Schlagwort der Anwendung von Methoden der Bruchmechanik auf Holz und Holzwerkstoffe sind mittlerweile nur noch schwer überschaubar. An dieser Stelle sei lediglich auf die wichtigsten Arbeiten verwiesen, welche im Zusammenhang zur Thematik der vorliegenden Arbeit stehen.

Der Bestimmung der im Rahmen der Bruchmechanik sehr wichtigen kritischen Materialkennwerte für den Baustoff Holz, den sog. Zähigkeiten, widmen sich insbesondere die Arbeiten von LARSEN [90] und BOSTRÖM [32, 34, 35]. Ein Anwendungsgebiet bruchmechanischer Untersuchungen, welches mittlerweile Eingang in zahlreiche Normenwerke gefunden hat, ist die Betrachtung der Tragfähigkeit von Ausklinkungen und Durchbrüchen. In diesem Zusammenhang sind insbesondere die Arbeiten von GUSTAFSSON [68, 70], FOSCHI [63], RIIPOLA [130], LARSEN [91] und PETERSSON [119, 120, 121] zu erwähnen. Erste theoretische Überlegungen zur Anwendung der Bruchmechanik für belastete Lochränder in orthotropen Scheiben gehen auf CHEONG [38, 39] und CHIANG [41] zurück und wurden später von DAUDEVILLE [164, 46, 47, 48, 49], PATTON-MALLORY [116, 117, 118] und KHAROUF [84, 85, 86] vorangetrieben. Daneben gibt es noch eine Vielzahl von bekannten und möglichen Anwendungen, es sei an dieser Stelle nur auf Untersuchungen an Klebeverbindungen, Stoßfugen, Keilzinkungen, Schwindrissen und gekrümmten Trägern verwiesen.

Die Anwendbarkeit von bruchmechanischen Betrachtungen ist immer auch abhängig von der speziellen Situation. Für den Fall ungestörter Bauteile aus nahezu fehlerfreiem Holz unter gleichmäßiger Beanspruchung ist die Übereinstimmung mit konventionellen Nennspannungskriterien wesentlich größer als für tief und scharf eingerissene heterogene Strukturen, bei denen wiederum eine bessere Übereinstimmung mit den Kriterien der Bruchmechanik festzustellen sein wird. Die ganz überwiegende Zahl von Anwendungen des Ingenieurholzbaus ist entsprechend ihrer Charakteristik zwischen diesen Extremfällen anzusiedeln, so auch die Problematik der Queranschlüsse.

Für die beschriebene Problemstellung ist auch unabhängig von der Existenz von Rissen im wirklichen Bauteil eine Beurteilung des Tragverhaltens nach den Versagenskriterien der Bruchmechanik realistisch, da mit zunehmendem lokalem Spannungsgradienten die Empfindlichkeit der globalen Festigkeit (Bauteilwiderstand) gegenüber der Bruchzähigkeit ganz allgemein zunimmt. [69] Insofern sind die Methoden der LEBM hier als probate Vorgehensweise anzusehen, insbesondere dann, wenn die Kräfteinleitung durch verhältnismäßig wenige Verbindungsmittel, also entsprechend konzentriert, erfolgt. Andererseits

ist bei relativ gleichmäßiger Kraffteinleitung (Nägel, Nagelplatten) eine weniger große Sensivität gegenüber diesen Versagenskriterien zu erwarten.

Die für die Anwendung von Konzepten der LEBM bedeutende Restriktion der Beschränkung der Größe der nichtlinearen Zone im Rißspitzenbereich kann für die vorgesehene Anwendung zunächst als erfüllt angesehen werden. Obwohl die das K-Feld verfälschende Dehnungsentfestigung im realen Bauteil vorhanden ist, wird infolge der hier vorhandenen Beanspruchung senkrecht zur Faser eine hohe Sprödigkeit vorausgesetzt und somit die Anwendbarkeit der LEBM unterstellt (vgl. Abschnitt 2.2). Die Untersuchung ähnlicher Problemstellungen [123, 96] nach den Konzepten der LEBM hat ganz überwiegend eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen ergeben. In [135] wird die Gültigkeit von nichtlinearen Methoden der Bruchmechanik für den Baustoff Holz in Frage gestellt. Darüberhinaus wird die Größe der Prozeßzone als vernachlässigbar quantifiziert und die Methoden der LEBM als hinreichend genau für die Beschreibung des vorkritischen Verhaltens beschrieben.

## **1.5 Ziel der Arbeit**

Entsprechend den vorgenannten Problemstellungen, Randbedingungen, Beschränkungen und Annahmen besteht das Ziel der Arbeit in der Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln bei Voll- und Brettschichtholzträgern durch das Spannungsintensitäts-Konzept im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik.

## 2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In diesem Abschnitt erfolgt die Beschreibung der Grundlagen für den im Rahmen der vorliegenden Arbeit gewählten Algorithmus der numerischen Berechnungen (Abschnitt 3). Weiterhin soll eine dem ingenieurmäßigen Verständnis der Arbeit entsprechende Erläuterung zur Bruchmechanik sowie Angaben zu den hier getroffenen Annahmen und Idealisierungen dargelegt werden.

### 2.1 Grundlagen der Elastizitätstheorie

Zur Beschreibung des Spannungs- und Verformungszustands der zu untersuchenden Strukturen wird die lineare Elastizitätstheorie als hinreichend erachtet. Es werden demnach folgende Voraussetzungen als erfüllt betrachtet:

- beim Werkstoff handelt es sich um ein homogenes Kontinuum
- die Vorgänge sind zeitunabhängig
- die Gleichgewichtsbedingungen sind am unverformten Körper formuliert
- es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen
- die Verschiebungen und Verzerrungen sind im Verhältnis zur Bauteilgröße infinitesimal klein
- der Körper ist am Ausgangspunkt der Betrachtungen spannungsfrei

Der Spannungszustand in einem beliebigen Punkt des Kontinuums wird eindeutig durch den CAUCHYSCHEN Spannungstensor:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad \text{mit } i, j = x, y, z \quad (2.1)$$

mit neun skalaren Größen beschrieben. Dabei sollen die Indizes der Komponenten kartesischen Koordinaten entsprechen, der erste gibt die Normale der Bezugsfläche, der zweite die Richtung der Spannungskomponente an. Spannungen mit gleichen Indizes sind die Normalspannungen. Spannungen mit ungleichen Indizes heißen Schubspannungen und werden weiterhin mit  $\tau$  bezeichnet. Infolge der Gleichheit zugeordneter Schubspannungen ist der Spannungstensor symmetrisch.

Der Verzerrungszustand eines Körpers infolge äußerer Belastung wird durch den ebenfalls symmetrischen Verzerrungstensor mit den Komponenten:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad \text{mit } i, j = x, y, z \quad (2.2)$$

zusammengefaßt. Die Verzerrungsgrößen haben für gleiche Indizes die Bedeutung von Dehnungen und für ungleiche Indizes die Bedeutung von halben Gleitungen<sup>19</sup>. Der Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen wird im Rahmen der linearen Elastizitätstheorie mit dem verallgemeinerten HOOKE'SCHEN Gesetz beschrieben, ihre Verknüpfung erfolgt im allgemeinen Fall durch die Elastizitätsmatrix E. Das HOOKESCHE Gesetz lautet in Matrixschreibweise:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{E} \cdot \underline{\sigma} \quad (2.3)$$

mit:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad \underline{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad \underline{E} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

### 2.1.1 Das Hookesche Gesetz bei orthogonaler Anisotropie

Die Elastizitätsmatrix E in Gleichung (2.4) muß für das gewählte Stoffgesetz symmetrisch sein. Demzufolge reduziert sich die Zahl der Koeffizienten auf 21 für den allgemeinen Fall. Unter der Voraussetzung elastischer Symmetrieebenen läßt sich die Zahl dieser Materialkonstanten weiter reduzieren. So kann nach HÖRIG (nach [83]), dessen Überlegungen auf die Arbeiten von VOIGT, SAVART und CARRINGTON zurückgreifen, für Holz auf Grund seines anatomischen Aufbaus davon ausgegangen werden, daß überall drei orthogonale

---

<sup>19</sup> o. a. Scherungen



Ebenen der Symmetrie vorhanden sind. Derartige Festkörper werden als orthogonal anisotrop oder kurz orthotrop bezeichnet<sup>20</sup>.

Die Elastizitätsmatrix im HOOKEschen Gesetz bei orthogonaler Anisotropie schreibt sich dann:

$$\underline{\underline{E}} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Somit beträgt die Anzahl der Elastizitätskonstanten<sup>21</sup> 12, wovon 9 infolge der geforderten Symmetrie (Maxwell-Betti-Theorem) unabhängig sind. Es gilt somit weiterhin:

$$a_{ik} = a_{ki} \quad (2.6)$$

NEUHAUS hat 1981 [115] experimentell festgestellt, daß die Beziehung aus Gleichung (2.6) für europäisches Fichtenholz mit einem bauüblichem Feuchtegehalt für:

$$i, k = 1, 2 \quad \text{und} \quad i, k = 1, 3$$

keine Gültigkeit besitzt. Da für die im weiteren Verlauf der Arbeit durchgeführten Berechnungen die von NEUHAUS ermittelten Elastizitätszahlen verwendet werden sollen, wird die von LOGEMANN [96] aufgestellte Vereinbarung wortgemäß übernommen:

$$a_{ik, \text{sym}} = a_{ki, \text{sym}} = 0,5(a_{ik, \text{unsym}} + a_{ki, \text{unsym}}) \quad (2.7)$$

$$\text{mit:} \quad \begin{array}{l} i, k = 1, 2, 3 \\ i \neq k \end{array}$$

<sup>20</sup> HÖRIG führt dafür infolge seines Bezugs auf die Kristallphysik den Begriff *rhombisch anisotrop* ein (nach [83])

<sup>21</sup> werden im Folgenden kurz *Elastizitätszahlen* genannt

Eine weitere Möglichkeit zur Vereinfachung ergibt sich durch die Reduzierung der Dimension des Problems.

⇒ Für die anstehende Aufgabenstellung kann eine ebene Betrachtungsweise im Hinblick auf die Beherrschbarkeit der Vielzahl der einwirkenden Parameter sowie deren Rückwirkung auf die ingenieurmäßige Interpretation des Problems ganz allgemein als ausreichend betrachtet werden (s. a. Abschnitt 4.1.1).

Bei den ebenen Betrachtungen unterscheidet man je nach angenommener Dehnungs- oder Spannungsbehinderung zwischen ebenem Verzerrungszustand (EVZ) oder ebenem Spannungszustand (ESZ).

Im ebenen Spannungszustand ergibt sich das HOOKESCHE Gesetz dann durch Streichung der Spalten aus Gleichung (2.3), wenn angenommen werden kann, daß die Abmessungen des Körpers normal zur Ebene klein gegenüber den übrigen Abmessungen sind ( $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = 0$ ). Unter Abkopplung der Gleichung für die Querdehnung ( $\varepsilon_z \neq 0$ ) schreibt es sich für den ebenen Spannungszustand in der x-y-Ebene folgendermaßen:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{13} & 0 \\ & \mathbf{a}_{33} & 0 \\ \text{symm.} & & \mathbf{a}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Analog dazu ergibt sich für den ebenen Verzerrungszustand ( $\gamma_{yz} = \gamma_{xz} = \varepsilon_z = 0$ ) für dieselbe Ebene unter Abkopplung der Gleichung für die Querspannung ( $\sigma_z \neq 0$ ) nach Notation entsprechend Gleichung (2.3):

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{11} & \mathbf{b}_{13} & 0 \\ & \mathbf{b}_{33} & 0 \\ \text{symm.} & & \mathbf{b}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Elastizitätszahlen wegen der Invertierung der Elastizitätsmatrix Gleichung (2.5) hierbei folgender Bildungsvorschrift unterliegen:

$$\mathbf{b}_{ij} = \mathbf{a}_{ij} - \frac{\mathbf{a}_{i3} \cdot \mathbf{a}_{j3}}{\mathbf{a}_{33}} \quad i, j = 1, 2, 6 \quad (2.10)$$

Bei der Betrachtung anderer Ebenen ist in der Gleichung (2.10) eine entsprechende zyklische Vertauschung der Indizes durchzuführen.

### 2.1.2 Konvention der Bezeichnungen für die konstitutiven Beziehungen von Holz

Durch die Einführung der sogenannten Ingenieurparameter<sup>22</sup> wird Gleichung (2.5) auch folgendermaßen geschrieben:

$$\underline{\underline{E}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mu_{12}}{E_2} & -\frac{\mu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{21}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\mu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_{31}}{E_1} & -\frac{\mu_{32}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Dabei muß entsprechend Gleichung (2.6) folgendes gelten:

$$\frac{\mu_{12}}{E_2} = \frac{\mu_{21}}{E_1}, \quad \frac{\mu_{13}}{E_3} = \frac{\mu_{31}}{E_1}, \quad \frac{\mu_{23}}{E_3} = \frac{\mu_{32}}{E_2} \quad (2.12)$$

Für die Gleichung (2.12) soll sinngemäß die in Gleichung (2.7) formulierte Vereinbarung gelten.

Die Indizierung der Querkontraktionszahlen in Gleichung (2.11) und (2.12) soll im Rahmen dieser Arbeit dem im deutschsprachigen Raum üblichen Gebrauch folgen, d. h. der erste Index steht für die Richtung der Querdehnung und der zweite Index steht für die Richtung der Ursache (Last) dieser Querdehnung.

<sup>22</sup> unterschieden werden dabei die Begriffe *Elastizitätsmodul* (jeweilige Kehrwerte der Dehnzahlen  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{33}$ ), *Schubmodul* (jeweilige Kehrwerte der Gleitzahlen  $a_{44}$ ,  $a_{55}$ ,  $a_{66}$ ) und *Querkontraktionszahl* (Produkte aus den koppelnden Dehnzahlen  $s_{12}$ ,  $s_{13}$ ,  $s_{23}$  und den zugehörigen Elastizitätsmoduln)

Die Elastizitätszahlen in Gleichung (2.11) gelten unter der Annahme, daß die Systemachsen des betrachteten Raumelements ein orthogonales Koordinatensystem bilden, welches parallel zu den natürlichen Hauptachsen im Werkstoff Holz liegt. Hierbei ist im Vergleich verschiedener Literaturquellen unbedingt zu beachten, daß die Indizierung dieser Elastizitätszahlen unterschiedlich gehandhabt wird. Im Rahmen dieser Arbeit wird der im nordamerikanischen Raum üblichen Konvention gefolgt<sup>23</sup>:

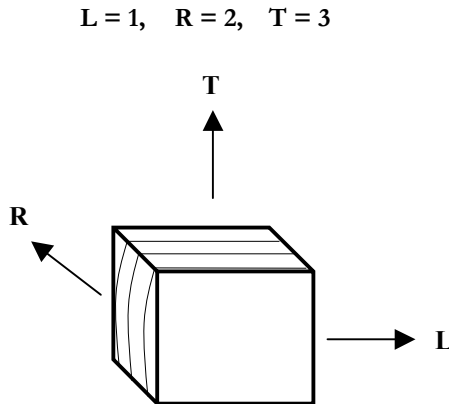


Abbildung 2-1 Konvention der natürlichen Holzachsen im Materialgesetz

Entsprechend den Randbedingungen der zu untersuchenden Problemklasse und der gewählten Vorgehensweise zu ihrer Lösung sind für Voll- und Brettschichtholz lediglich zwei verschiedene Möglichkeiten der Faserorientierung bei zweidimensionaler Betrachtung relevant (siehe Abschnitt 2.2.1.3).

Gemäß der getroffenen Vereinbarungen kann das HOOKESCHE Gesetz für den Sonderfall des ebenen Spannungszustands (ESZ) folgendermaßen geschrieben werden:

<sup>23</sup> im deutschsprachigen Raum ist die Konvention nach HÖRIG verbreitet: L = 2, R = 3, T = 1

in der LR-Ebene<sup>24</sup>:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}^{\otimes} & 0 \\ & a_{22} & 0 \\ \text{symm.} & & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad a_{11} &= \frac{1}{E_1} & a_{22} &= \frac{1}{E_2} \\ a_{12} &= -\frac{\mu_{12}}{E_2} & a_{21} &= -\frac{\mu_{21}}{E_1} \\ a_{12}^{\otimes} &= \frac{a_{12} + a_{21}}{2} = a_{21}^{\otimes} \\ a_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

in der LT-Ebene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{13}^{\otimes} & 0 \\ & a_{33} & 0 \\ \text{symm.} & & a_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad a_{11} &= \frac{1}{E_1} & a_{33} &= \frac{1}{E_3} \\ a_{13} &= -\frac{\mu_{13}}{E_3} & a_{31} &= -\frac{\mu_{31}}{E_1} \\ a_{13}^{\otimes} &= \frac{a_{13} + a_{31}}{2} = a_{31}^{\otimes} \\ a_{55} &= \frac{1}{G_{13}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

<sup>24</sup> der erste Buchstabe bezeichnet die Normale zur Rißausbreitung, der zweite Buchstabe die Richtung der Rißausbreitung (=Faserorientierung); siehe Abschnitt 2.2.1.3

Für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) gilt dann analog:

in der LR-Ebene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ & b_{22} & 0 \\ \text{symm.} & & a_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad b_{11} &= \frac{1}{E_1} - \frac{\mu_{13}^2}{E_3} \\ b_{12} = b_{21} &= -\frac{\mu_{12}}{E_2} - \frac{\mu_{13} \cdot \mu_{32}}{E_2} \\ b_{22} &= \frac{1}{E_2} - \frac{\mu_{23}^2}{E_3} \\ a_{66} &= \frac{1}{G_{12}} \end{aligned} \quad (2.18)$$

in der LT-Ebene:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{13} & 0 \\ & c_{33} & 0 \\ \text{symm.} & & a_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad c_{11} &= \frac{1}{E_1} - \frac{\mu_{12}^2}{E_2} \\ c_{13} = c_{31} &= -\frac{\mu_{12}}{E_2} - \frac{\mu_{13} \cdot \mu_{32}}{E_2} \\ c_{33} &= \frac{1}{E_2} - \frac{\mu_{23}^2}{E_3} \\ a_{55} &= \frac{1}{G_{13}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

---

## 2.2 Bruchmechanik

Eine Abgrenzung der Begrifflichkeit Bruchmechanik hinsichtlich ihres Auftretens als eigenständiger Disziplin als auch der ihr zugehörigen Methoden läßt sich nur schwer allgemeingültig realisieren. Schon die Verschiedenartigkeit der Auffassungen vom Begriff Bruch und seiner Interpretation durch sog. Bruchhypothesen, welche im Rahmen der Kontinuumsmechanik zumeist auf der Basis von Spannungen und Verzerrungen beruhen, macht dies überaus deutlich.

In Bereichen stark inhomogener Beanspruchungszustände, wie sie im Bereich von Lasteinleitungen, Rissen oder Kerben zu finden sind, muß dann eine Mittelwertbildung durch Integration erfolgen oder es werden andere Größen zur Quantifizierung des Beanspruchungszustands eingeführt.

Der Übergang zur Bruchmechanik im engeren Sinne ist i. W. geprägt durch einen Wandel in der Auffassung des Begriffs Bruch und seiner Ursachen. Ein ganz wesentlicher Bestandteil dabei ist die Berücksichtigung der Tatsache, daß die Ausbreitung von Rissen die Ursache von Brüchen ist. Die Ursache für die Existenz dieser Risse wiederum wird in der physikalischen Bruchforschung<sup>25</sup> durch die Klärung werkstoffspezifischer, elementarer Vorgänge bei der Ribbildung untersucht.

Im Rahmen der Bruchmechanik als überwiegend makroskopischer Betrachtungsweise wird die Existenz von Rissen oder Defekten ganz allgemein vorausgesetzt und durch herstellungsbedingte Einwirkungen im Fertigungsprozeß oder auf das Wirken mechanischer und/oder korrosiver Beanspruchungen erklärt.

Die Arbeit von GRIFFITH zu seiner Theorie über den Bruch ideal spröder Körper aus dem Jahre 1920 wird recht einhellig als erster Schritt in der Disziplin Bruchmechanik angesehen. 1948 erfuhr diese Theorie durch IRWIN eine Verallgemeinerung und wurde später zum Konzept der linear-elastischen Bruchmechanik weiterentwickelt.

Mittlerweile hat sich in der Bruchmechanik eine Anzahl von Konzepten etabliert. Diese verschiedenen Konzepte und Vorgehensweisen unterlagen wiederum in den letzten 40 Jahren verschiedenen Modifikationen. Heute sind eine Vielzahl von Vorgehensweisen zur Vorhersage des instabilen Sprödbruchs, aber auch der

---

<sup>25</sup> o. a. als *Schädigungsmechanik* bezeichnet

Rißausbreitung, der Rißablenkung usw. verfügbar. Einige dieser Konzepte bergen gewisse Unsicherheiten oder sind Beschränkungen hinsichtlich ihrer Anwendbarkeit auf bestimmte Werkstoffe oder Anwendungsbedingungen unterworfen. Die Einteilung der Bruchmechanik in Teilgebiete erfolgt in der vorliegenden Literatur recht unterschiedlich. Verbreitet ist eine Differenzierung hinsichtlich des angenommenen Materialverhaltens.

In den nachfolgenden Unterabschnitten sollen lediglich die unmittelbar zum Verständnis des in Kapitel 3 beschriebenen Rechengangs notwendigen Zusammenhänge dargestellt werden. Ausführliche Übersichten zu den Grundlagen und Methoden der Bruchmechanik finden sich z. B. in [72, 28, 134, 67].

Für die weiteren Betrachtungen wird von einem Kontinuum ausgegangen, welches makroskopisch rißbehaftet ist. Der Frage, ob diese Risse in der realen Struktur überhaupt vorhanden sind oder ob sie dabei mikroskopische Defekte abbilden, wird im Wesentlichen (quantitativ) nicht nachgegangen.

Gerade für Strukturen aus Voll- oder Brettschichtholz ist die Annahme von Rissen, noch dazu im Bereich von mit mechanischen Verbindungsmitteln hergestellten Anschlüssen, durchaus realistisch.

⇒ *Die Abschätzung der Traglasten von Queranschlüssen soll im Rahmen dieser Arbeit allein auf der Grundlage von Bruchkriterien im Rahmen der Bruchmechanik erfolgen.*

## 2.2.1 Risse

### 2.2.1.1 Begriffe

Im Zusammenhang der Beschreibung von Vorgängen an Rissen ist die eindeutige Bestimmung einiger Begriffe unerlässlich, da sie im weiteren Verlauf der Arbeit Verwendung finden oder in anderen Literaturquellen gelegentlich in anderer Bedeutung erscheinen:

*Rißbildung*<sup>26</sup>: damit wird die Entstehung eines Risses im bis dahin rißfreien Werkstoff bezeichnet (nach [28]), die Größenordnung dieser Risse ist i. A. nicht festgelegt,

---

<sup>26</sup> o. a. *Rißentstehung*



sie soll im Rahmen dieser Arbeit im makroskopischen Bereich liegen

*stationärer Riß:*

heißt der Riß solange er seine Größe nicht ändert

*Rißeinleitung*<sup>27</sup>:

ab einer bestimmten Belastung oder Deformation beginnt sich der Riß auszubreiten, er wird instationär, als Ursache kommen statische oder dynamische Beanspruchungen in Frage (nach [28, 67]), im Rahmen dieser Arbeit soll die Rißeinleitung ausschließlich infolge quasistatischer Einwirkungen erfolgen<sup>28</sup>

*stabile Rißausbreitung:*

für eine Rißvergrößerung ist eine Erhöhung der äußeren Last erforderlich

*instabile Rißausbreitung:*

die Rißvergrößerung erfolgt ab einem bestimmten Punkt (kritische Rißlänge) spontan und ohne Vergrößerung der äußeren Last [67]

### 2.2.1.2 Rißöffnungsarten

Entsprechend der möglichen Deformationen der Rißoberflächen werden gemäß Abbildung 2-2 drei grundsätzliche Rißöffnungsarten (Modi) unterschieden.

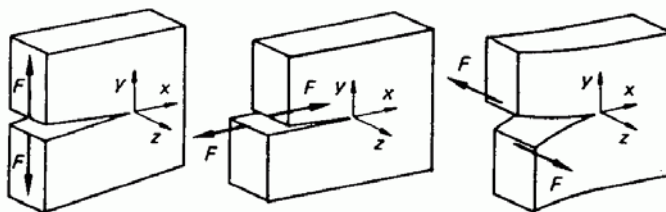


Abbildung 2-2 Grundlegende Rißöffnungsarten (aus [129])

<sup>27</sup> o. a. *Rißeinleitung*

<sup>28</sup> Trägheitskräfte haben hier keinen Einfluß

- *Mode I* → Normalbeanspruchung; symmetrisches Auseinanderbewegen der RiBoberflächen bezüglich der RiBebene (x-z-Ebene)
- *Mode II* → ebene Schubbeanspruchung; entgegengesetztes (antisymmetrisches) Gleiten der RiBoberflächen in der RiBebene in RiBrichtung (x-Richtung)
- *Mode III* → nichtebene Schubbeanspruchung; entgegengesetztes Gleiten der RiBoberflächen in der RiBebene quer zur RiBrichtung (z-Richtung)

Reine Beanspruchungen ergeben sich bei realen Bauteilen natürlich nur in seltenen Spezialfällen. Zur Ermittlung der Bruchzähigkeiten werden sie durch spezielle Probekörper erzeugt.

Üblich ist daher das Auftreten von gemischten Beanspruchungen, sog. Mixed Modes. Da im Rahmen der vorliegenden Arbeit lediglich ebene Betrachtungen angestellt werden, so ist hier im Sinne der Bezeichnung Mixed Mode immer eine gemischte Beanspruchung aus Mode I und Mode II gemeint (Abbildung 2-3).

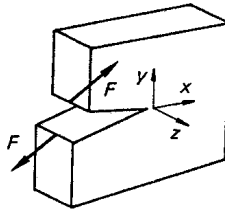


Abbildung 2-3 *Mixed Mode (aus [129])*

### 2.2.1.3 Relevante Systeme der RiBausbreitung bei Voll- und Brettschichtholz

Die Bezeichnung der RiBebene erfolgt üblicherweise durch die Bezeichnung der Achsen. In der Bruchmechanik spricht man von sog. RiBsystemen. Der erste Buchstabe bezeichnet dabei die Normale zur RiBausbreitungsrichtung, der zweite

Buchstabe die Rißausbreitungsrichtung selbst.<sup>29</sup> Unter Verwendung der natürlichen Holzachsenbezeichnung soll im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Konvention gemäß Abbildung 2-4 gültig sein.

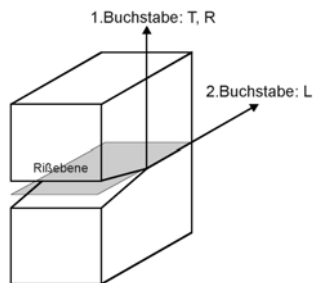


Abbildung 2-4 Bezeichnung der Rißsysteme

Für Holz ergeben sich somit 18 mögliche Parameter der Beanspruchung am Riß bei 6 möglichen Rißsystemen. Bei ebener Betrachtung verringert sich deren Anzahl auf 12.

Geht man weiterhin davon aus, daß die zu untersuchenden Queranschlüsse nur an Balken im ingenieurmäßigen Sinne<sup>30</sup> ausgeführt werden, so verringert sich die Anzahl der zu beachtenden Rißsysteme auf 2. Die Modellierung muß demnach für die LR-Ebene (RL-Rißsystem) und die LT-Ebene (TL-Rißsystem) erfolgen (siehe Abbildung 2-5). Gemischte Beanspruchung (Abb. 2-3) vorausgesetzt, können dann ggf. 4 Parameter der Beanspruchung Berücksichtigung finden.

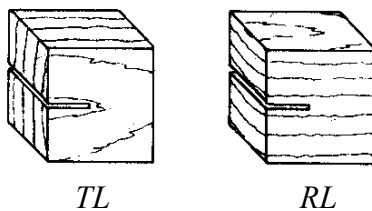


Abbildung 2-5 Relevante Rißsysteme (aus [151])

<sup>29</sup> im Vergleich zu der Bezeichnung der Ebenen nach Gleichung (2.13) bis (2.20) ist bei den Rißsystemen die umgekehrte Reihenfolge der Indizierung zu beachten

<sup>30</sup> Faser und Balkenlängsachse sind gleich orientiert, Beanspruchung quer zur Faser kann somit vorausgesetzt werden

### 2.2.2 Konzepte der Bruchmechanik

Die Anzahl der im Rahmen der Bruchmechanik entwickelten Methoden ist groß und das Spektrum der Vorgehensweisen recht vielschichtig. Eine grobe Einteilung kann entsprechend des jeweils berücksichtigten Materialverhaltens am Riß (spröd, duktil, zeitabhängig) oder anderer Einflüsse (dynamische Vorgänge, Stochastik) erfolgen. Übersichten zu den Methoden der Bruchmechanik finden sich z. B. in [72, 67].

Ein ganz wesentlicher Aspekt zur Anwendbarkeit verschiedener Konzepte der Bruchmechanik ist die Größe der sog. Prozeßzone.

Die Prozeßzone ist die Region in der Umgebung der Rißspitze, in welcher der Prozeß der mikroskopischen Bindungslösung stattfindet. Eine Beschreibung dieser Region mit den Mitteln der klassischen Kontinuumsmechanik ist i. d. R. nicht realistisch. Soll der gesamte rißbehaftete Körper durch ein kontinuumsmechanisches Modell beschrieben werden, so muß die Größe der Prozeßzone im Vergleich zu den Abmessungen des Körpers klein sein [67].

Die Anwendbarkeit von Konzepten der Linear-Elastischen Bruchmechanik (LEBM) ist auf die vernachlässigbare Größe der Prozeßzone und der sie bei realen Materialien umgebenden plastischen Zone und somit auf spröde Materialien beschränkt. Der Bereich plastischer (inelastischer) Verformungen muß „klein“ bleiben, man spricht in diesem Zusammenhang vom sog. Kleinbereichsfließen. Kommt es aber in weiten Bereichen um die Prozeßzone zu plastischen Verformungen oder zu Dehnungsentfestigungen, etwa infolge des Auftretens von Mikrorissen, so können die Konzepte der LEBM nicht mehr angewandt werden. Unter solchen Bedingungen müssen die erweiterten Konzepte der Elastisch-Plastischen Bruchmechanik (EPBM) angewandt werden. In diesen Bereichen weicht das Material von der linear-elastischen Modellvorstellung ab. Die Konzepte der EPBM lassen die Beschreibung von Vorgängen an rißbehafteten Bauteilen mit ausgesprochen duktilem Materialverhalten zu.

Da die Größe der plastischen Zone einerseits nur schwer bestimmbar<sup>31</sup>, andererseits Angaben zur Größe dieses Bereichs allein kaum Aussagekraft

---

<sup>31</sup> eine gewisse Möglichkeit der Abschätzung der Prozeßzonenlänge dehnungsentfestigender orthotroper Materialien wurde von GUSTAFSSON [68] vorgelegt; er modifiziert den im Rahmen des von HILLERBORG und Mitarbeiter 1976 für Beton entwickelten *Fiktiven Rißmodells* (FCM)

besitzen, läßt sich im speziellen Fall nur schwer (experimentell) eine Grenzbedingung zur Anwendbarkeit bestimmter Konzepte formulieren<sup>32</sup>. Dies gilt unter Berücksichtigung der ausgeprägten Heterogenität und der breiten Streuung der elastischen Konstanten gerade für den Baustoff Holz.

Bei der Mehrheit der Anwendungen der Bruchmechanik auf Strukturen aus Voll- und Brettschichtholz wird von einem spröden Materialverhalten ausgegangen und dementsprechend auf Konzepte der LEBM zurück gegriffen. An dieser Stelle sollte aber auch angemerkt werden, daß die für den Ingenieur verhältnismäßig einfache Handhabung dieser Konzepte ganz sicherlich zu ihrer weiten Verbreitung beigetragen hat.

Seit den 80er Jahren des vorigen Jahrhunderts wird die Frage der Grenze der Anwendbarkeit von Konzepten der LEBM zunehmend kontrovers diskutiert (z. B. [151]). Insbesondere bei kleinen Holzproben wurde die Größe des nichtlinearen Bereichs als nicht vernachlässigbar im Verhältnis zur Bauteilgröße apostrophiert. In der Folge kam es, vorangetrieben vor allem durch skandinavische Forscher, zu einer Reihe von Anwendungen nichtlinearer Konzepte (u. a. [31, 32, 33, 157, 113, 37]). In Deutschland haben vor allem AICHER [2, 3, 4] und SCHATZ [135] diese Thematik aufgegriffen. In Zusammenfassung der wichtigsten Erkenntnisse dieser Arbeiten kann festgehalten werden, daß die Bauteilgröße den wichtigsten Einflußfaktor bei der Festlegung der Anwendungsgrenze zwischen LEBM und EPBM bei Holz darstellt (siehe Abschnitt 2.2.2.2).

---

bekannt gewordenen Begriff der charakteristischen Länge und erhält für Nadelholz und Beanspruchung quer zur Faser eine Länge von rund 10 mm

<sup>32</sup> ausschlaggebend hierfür ist die Relation zur Rißlänge bzw. zur charakteristischen Bauteilabmessung [2]

### 2.2.2.1 Linear-Elastische Bruchmechanik

Durch die Konzepte der LEBM wird die quantitative Erfassung des Versagens rißbehafteter Bauteile infolge instabiler Rißausbreitung ermöglicht. Dabei wird vorausgesetzt, daß bis zum Bruch überwiegend linear-elastische Verhältnisse vorzufinden sind. Zur Ableitung der grundlegenden Beziehungen der LEBM können zwei verschiedene Konzepte herangezogen werden. Es handelt sich dabei einerseits um die Auswertung der Energiebilanz und zum anderen um die Analyse des Beanspruchungszustands an der Rißspitze auf der Grundlage der Elastizitätstheorie. Der bestimmende Kennwert beim Energie-Konzept heißt Energiefreisetzungsrate ( $G$ ) und beim Spannungsintensitätskonzept (K-Konzept) Spannungsintensitätsfaktor<sup>33</sup> ( $K$ ).

Die Energiefreisetzungsrate  $G$  wurde von IRWIN in den 50er Jahren des vorigen Jahrhunderts durch eine Verallgemeinerung der Sprödbruchtheorie von GRIFFITH abgeleitet. Sie beruht auf der Betrachtung der Energiebilanz bei der Rißausbreitung unter Berücksichtigung kleiner plastischer Bereiche. Sie ist demnach ein globaler Parameter. Man kann sie auch als die auf einen infinitesimalen Rißfortschritt  $da$  bezogene freigesetzte Energie  $d\Pi$  interpretieren. Beim ebenen Problem kann man sie folgendermaßen schreiben [67]:

$$G = - \frac{d\Pi}{da} = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{-\Delta\Pi}{\Delta a} \quad (2.21)$$

In der vorliegenden Arbeit soll zur Beurteilung rißbehafteter Bauteile ausschließlich das K-Konzept Verwendung finden. Deshalb wird hier lediglich diese Methode aufgezeigt und auf weitere Ausführungen zu den Energiebilanzen verzichtet. Zur Bestimmung der kritischen Kennwerte der LEBM wird heute jedoch zumeist das Energie-Konzept herangezogen (vgl. Abschnitt 3.3.2). Dennoch können eindeutig Bruchkriterien formuliert werden, weil beide Kennwerte, also auch ihre kritischen Größen, im Rahmen der LEBM äquivalent sind.

Ausgehend vom Zustand an der zweidimensionalen Rißspitze kann man die elastischen Spannungs- und Verschiebungsfelder in ihrer unmittelbaren

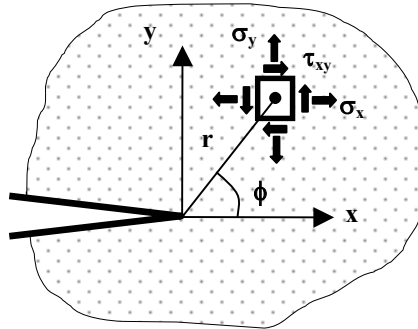
---

<sup>33</sup> kurz *SIF*

Umgebung ( $r \ll \text{Rißlänge}$ ) unter den Vereinbarungen der LEBM für kartesische Koordinaten folgendermaßen näherungsweise beschreiben<sup>34</sup>:

im Mode I:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} f'_x(\phi) \\ f'_y(\phi) \\ f'_{xy}(\phi) \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} g'_x(\phi, E, \mu) \\ g'_y(\phi, E, \mu) \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$



im Mode II:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} f''_x(\phi) \\ f''_y(\phi) \\ f''_{xy}(\phi) \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} g''_x(\phi, E, \mu) \\ g''_y(\phi, E, \mu) \end{Bmatrix} \quad (2.23)$$

Auf eine ausführliche Darstellung der Funktionen  $f$  und  $g$  wird hier verzichtet, sie kann der einschlägigen Fachliteratur entnommen werden (z. B. [72, 67]). An dieser Stelle sei noch darauf verwiesen, daß die dort angegebenen Funktionen  $f$  und  $g$  nur für den Spezialfall isotropen Materialverhaltens gelten. Im Falle der Orthotropie werden auch die Formulierungen der Spannungen in (2.22) und (2.23) zusätzlich von den Elastizitätszahlen abhängig. Die ausgeschriebene Darstellung der Gleichungen (2.22) und (2.23) findet man z. B. in [96].

<sup>34</sup> diese Gleichungen werden auch als *Nahfeldlösung* bezeichnet

Bei gemischter Beanspruchung (Mixed Mode) gilt das Prinzip der Superposition. Durch Aufteilung in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil bezüglich der x-Achse ergibt sich eine spezifische Gleichung der Spannungen und eine spezifische Gleichung der Verschiebungen in der jeweils zugehörigen Rißöffnungsart. Danach sind diese Größen durch die Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  für die jeweilige Rißöffnungsart im sog. Rißspitzenfeld eindeutig bestimmt, man spricht deshalb auch vom K-bestimmten Feld.

Mithin kann man die Spannungsintensitätsfaktoren somit als Parameter der Intensität des Spannungsfeldes des Rißspitzenfeldes interpretieren. Der Gültigkeitsbereich dieser Beziehungen ist qualitativ der Abb. 2-6 zu entnehmen, dabei ist zu beachten, daß er auch einer inneren Begrenzung durch die plastische Zone unterliegt.

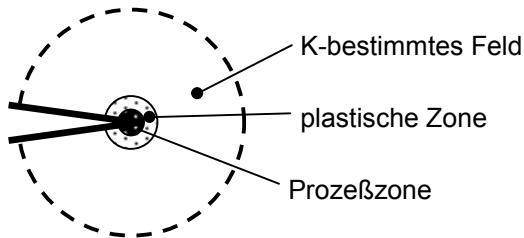


Abbildung 2-6 Annahme der konstitutiven Beziehungen im Rahmen des K-Konzepts

Voraussetzung für die Anwendung des K-Konzeptes ist, daß die K-bestimmte Zone wesentlich größer als die von ihr eingeschlossene Region ist, in welcher die Materialgesetze i. d. R. unbekannt sind, keinesfalls aber mit der linearen Elastizitätstheorie beschrieben werden können. Die in ihr ablaufenden Vorgänge sind unbekannt und für die Anwendung des K-Konzeptes wie auch in den im Rahmen dieser Arbeit weiter angestellten Betrachtungen nicht relevant.

Die Spannungsintensitätsfaktoren sind also für dieses Gebiet unabhängig von den Koordinaten aber abhängig von folgenden Parametern:

- Belastung
- Rißkonfiguration
- Bauteilgeometrie
- Materialeigenschaften<sup>35</sup>

<sup>35</sup> bei isotropem Materialverhalten ist die Formulierung der SIF über die Spannungsfelder *unabhängig* von den Materialeigenschaften





Da in realen Bauteilen nur sehr selten reine Beanspruchungen auftreten, muß (2.23) entsprechend der auftretenden Überlagerungen formuliert werden. Im allgemeinen Fall ist das Bruchkriterium dann:

$$\left(\frac{K_I}{K_{Ic}}\right)^a + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}}\right)^b + \left(\frac{K_{III}}{K_{IIIc}}\right)^c = 1 \quad (2.27)$$

Entsprechend der in Abschnitt 2.2.1.2 getroffenen Vereinbarungen zum Mixed Mode wird Gleichung (2.25) zu (1.11). Weitere Angaben zu Bruchkriterien für Voll- und Brettschichtholz enthält Abschnitt 5.3.

Die Methoden der Ermittlung von SIF sind sehr vielfältig. Prinzipiell können hierzu alle Verfahren herangezogen werden, die in der Elastizitätstheorie zur Bestimmung von Spannungen und Verformungen dienen. Dabei ist anzumerken, daß zur Ermittlung der SIF nicht immer die vollständige Lösung des elastischen Randwertproblems erforderlich ist. [72] Für eine Reihe von Beanspruchungs- und Geometrieformationen existieren analytische Lösungen, man spricht dann von den elementaren Spannungsintensitätsfaktoren. Es handelt sich dabei allerdings um recht einfache Randwertprobleme.

Weiterhin gibt es eine Vielzahl von SIF für besondere Rißkonfigurationen, welche in der einschlägigen Literatur (z. B. [72, 28, 67, 134]) zu finden sind. Zur ingenieurmäßigen Abschätzung des Bruchverhaltens von Bauteilen werden diese SIF (hier am Beispiel der Rißöffnungsart I) zumeist in der nachfolgenden Notation geschrieben.

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot Y \quad (2.28)$$

Diese Darstellungen beziehen sich meistens auf spezielle Bauteilgeometrien und Belastungsfälle, mitunter auch auf bestimmte Materialien, dabei sind:

$\sigma$	–	eine bestimmte Nennspannung
$a$	–	Rißlänge
$Y$	–	zugeordnete Korrekturfunktion, oft an das Verhältnis Rißlänge/Bauteilhöhe angepaßt

Bei allgemeinen Problemen muß man jedoch i. A. auf numerische Methoden zurück greifen. Diese Methoden bieten die Möglichkeit, auch bei komplizierteren

Geometrie- und Rißkonfigurationen SIF mit hinreichender Genauigkeit unter vertretbarem Aufwand zu ermitteln. Daneben werden auch noch experimentelle Methoden zur Ermittlung von SIF angewendet.

Im Falle der zu untersuchenden Problemklasse der Queranschlüsse ist eine Vielzahl von möglichen Ausführungsvarianten praxisüblich.

⇒ *Um diesen Variantenreichtum wie auch die Berücksichtigung verschiedener Einflüsse (siehe Abschnitt 4) bei der Modellbildung zu erfassen und damit die Abschätzung der Tragfähigkeit nach den Kriterien der LEBM zu realisieren, wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit die Ermittlung von SIF ausschließlich mit numerischen Verfahren erfolgen.*

Eine ausführliche Beschreibung der gewählten Vorgehensweise zur Ermittlung der SIF unter Verwendung der Methode der Finiten Elemente findet sich in Abschnitt 3 dieser Arbeit.

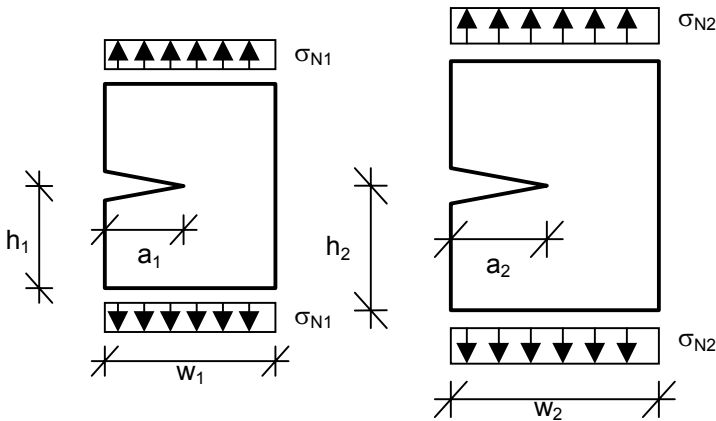
#### **2.2.2.2 Gültigkeitsbereiche von Konzepten der Bruchmechanik**

Für den Baustoff Holz ist bislang nicht eindeutig geklärt, für welche Konzepte der Bruchmechanik eine uneingeschränkte Anwendbarkeit möglich ist, bzw. unter welchen Restriktionen bestimmte Konzepte überhaupt anwendbar sind, oder ob es Grenzen von Gültigkeitsbereichen für die verschiedenen Konzepte gibt. Insbesondere Konzepte der LEBM und der EPBM existieren für Holz scheinbar nebeneinander, ihre Anwendbarkeit wird von den Befürwortern der jeweiligen Konzepte im wissenschaftlichen Diskurs immer wieder belegt.

Diesen Forschungsbedarf hat SCHATZ in seiner Dissertation [135] aufgegriffen. Er stellt dort in einer vergleichenden Studie verschiedene lineare und nichtlineare Konzepte gegenüber, um eine Abschätzung der Geltungsbereiche für Fichtenholz treffen zu können. Bei den von ihm untersuchten Rißmodellen handelt es sich um solche, denen ein linear-elastisches Kontinuum zugrunde liegt und die Berücksichtigung nichtlinearer Effekte i. W. durch eine effektive Rißlängenvergrößerung simuliert wird. Es sind dies das Bruchmodell von BAZANT (Größeneinfluß), das 2-Parameter-Modell von JENQ und SHAH, das effektive Rißmodell von KARIHALOO und NALLATHAMBI sowie das fiktive Rißmodell von HILLERBORG. Besonderes Augenmerk legt er dabei auf den Einfluß der Probengröße.

In diesem Zusammenhang sei auch ausdrücklich auf den bei bruchmechanischen Betrachtungen bestehenden nichtlinearen Zusammenhang zwischen Bauteilgröße und relativen Bruchschnittgrößen<sup>36</sup> hingewiesen. Dieses Phänomen wird in der Literatur als Maßstabsgesetz der Bruchmechanik oder auch kurz als Größeneffekt bezeichnet. Derartige Betrachtungen, dazu zählen u. a. auch die Berücksichtigung von Streuungen der Materialeigenschaften und Einwirkungen, werden unter der Bezeichnung probabilistische Bruchmechanik zusammengefaßt [67]. Hierzu gehört auch die von WEIBULL begründete statistische Theorie des Sprödbruchs.

Der Größeneffekt begründet sich ganz allgemein in der Beobachtung, daß bei geometrisch ähnlichen Strukturen mit zunehmender Bauteilgröße ein Abfall der nominellen Festigkeiten (Bruchspannung) zu verzeichnen ist, während klassische Nennspannungshypothesen großensproportionale Traglasten erwarten lassen. Die Ausprägung dieses Effekts ist materialabhängig, bei Holz demnach auch abhängig von der Faserorientierung.



dabei ist:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{a_1}{a_2}$$

<sup>36</sup> es wird sich hier zumeist auf sog. *nominelle Spannungen* bezogen

Der im Rahmen der LEBM auftretende Zusammenhang von Bauteilgröße und nominellen Festigkeiten läßt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\frac{\sigma_{N2}}{\sigma_{N1}} = \left[ \frac{w_1}{w_2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

Für ausreichend große Bauteile wird die Abbildung des Größeneffektes durch das Maßstabgesetz der LEBM als hinreichend angesehen, man kann es auch als die Abhängigkeit der nominellen Festigkeit eines Bauteils von seiner charakteristischen Abmessung schreiben:

$$\sigma_N = \frac{\text{const}}{\sqrt{w}} \quad (2.30)^{37}$$

Eine formale Anwendung von (2.30) würde demnach für sehr kleine Bauteilabmessungen ( $w \rightarrow 0$ ) zu unrealistisch hohen nominellen Festigkeiten führen. Es ist bei zunehmend kleiner werdenden Bauteilen vielmehr so, daß die plastische Zone relativ größer wird. Demnach wird die plastische Zone zur signifikanten Größe. Mit abnehmender Größe verhält sich ein Bauteil also immer weniger spröde, der Größeneffekt bedarf in diesem Fall einer realistischeren Beschreibung.

BAZANT leitet ein Maßstabgesetz der EPBM für kleine Strukturen ab, welches von der Größe der Prozeßzone abhängt, dabei aber eine Quantifizierung der nominellen Festigkeit bis hin zu sehr großen Strukturen erlaubt. Auf eine Wiedergabe dieses Gesetzes wird an dieser Stelle verzichtet, da es im Originaltext [21] oder mit deutscher Kommentierung in [2, 135] hinreichend dargestellt wird. Häufig wird versucht, entsprechend der Übereinstimmung der unterschiedlichen Maßstabgesetze von LEBM und EPBM mit experimentellen Untersuchungen auf den Gültigkeitsbereich des einen oder anderen Konzepts zu schließen. Es soll eine untere Grenze der Bauteilgröße<sup>38</sup> gefunden werden, welche die

<sup>37</sup> im Rahmen der WEIBULL-Theorie läßt sich der Größeneinfluß analog (2.29) formulieren; bei Nadelholz wird dann der Einfluß des querzugbeanspruchten Volumens nach BARRETT [17] mit dem Exponent 1/5 berücksichtigt; vgl. dazu (1.14)

<sup>38</sup> als Beispiel sei die im Rahmen des nichtlinearen Maßstabgesetzes von BAZANT postulierte Größe der *Sprödigkeitsziffer* genannt; sie wird experimentell bestimmt

Notwendigkeit des Übergangs in der Anwendung von linearen zu nichtlinearen Konzepten quantifiziert.

⇒ *Der Zusammenhang zwischen der Korrelation der nominellen Festigkeiten von Strukturen der zu untersuchenden Problemklasse zu den verschiedenen Maßstabsgesetzen und der Notwendigkeit der Anwendung der zugehörigen Konzepte ist in der Bruchmechanik ursächlich.*

Für Fichtenholz europäischer Herkunft haben AICHER und Mitarbeiter [2, 3] umfangreiche experimentelle Untersuchungen zur Abgrenzung der Gültigkeitsbereiche bruchmechanischer Konzepte angestellt. Darüber hinaus wurden auch Vergleiche zur WEIBULL-Theorie gezogen.

Die wichtigsten Erkenntnisse der Arbeiten von SCHATZ und AICHER sind:

- die Bruchzähigkeiten von Fichtenholz sind näherungsweise größenunabhängig
- ab einer bestimmten Bauteilgröße konvergieren die Ergebnisse der EPBM gegen die der LEBM, experimentell wird belegt, daß etwa ab dieser „Mindestgröße“ der Größeneffekt mit (2.29) und (2.30) hinreichend beschrieben wird<sup>39</sup>
- die Approximation des Größeneffekts nach WEIBULL ist für eindeutig bruchmechanisch induziertes Versagen nicht geeignet
- die Größe der Prozeßzone bei realen Bauteilen ist vernachlässigbar klein
- Konzepte der EPBM sind für Holz allenfalls bedingt anwendbar
- mit Hilfe von Konzepten der LEBM läßt sich das vorkritische Verhalten von Prüfkörpern beschreiben, dies schließt die Abschätzung der Traglast ausdrücklich ein

⇒ *Bezug nehmend auf die Arbeiten von SCHATZ und AICHER erfolgt die Traglastabschätzung für Queranschlüsse bei Voll- und Brettschichtholz im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausschließlich unter Verwendung von Konzepten der LEBM.*

---

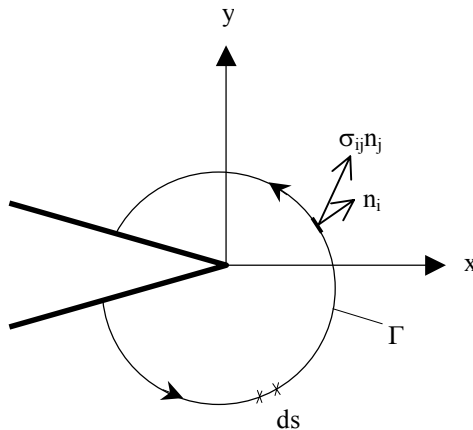
<sup>39</sup> für den Dreipunktbiegebalken (SENB) zur Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate nach CIB W 18A-Normentwurf [91] im RL-Rißsystem wird von AICHER et. al. [3] eine Trägerhöhe von 160 mm als Mindestgröße ermittelt

### 2.2.2.3 Das Integral von RICE

Seit einiger Zeit finden physikalischen Erhaltungssätzen entsprechende wegunabhängige Integrale infolge ihrer theoretischen Absicherung zunehmend ingenieurmäßigen Gebrauch. Dabei besitzt das sowohl in der LEBM als auch in der EPBM als Parameter zur Beschreibung von Bruchvorgängen dienende J-Integral (J) infolge seiner konzeptübergreifenden Bedeutung eine herausragende Stellung. Die Einführung wegunabhängiger Integrale in die Bruchmechanik geht auf CHEREPANOV [40] und RICE [128] zurück. RICE wies in seiner Arbeit die Identität der Energiefreisetzungsrates mit dem Linienintegral über den statischen Teil des Energie-Impuls-Tensors nach. Es gilt demnach:

$$J = G \quad (2.31)$$

Man spricht aus diesem Grunde auch vom RICE'schen Linienintegral. Außerdem wies er unter der Voraussetzung unbelasteter Rißufer die Wegunabhängigkeit dieses Integrals nach. Die Bezeichnung im Schrifttum folgt keiner einheitlichen Notation, so daß es infolge der gleichwertigen Bedeutung dieser Parameter in der LEBM zu begrifflichen Überschneidungen der Parameter G und J kommt.



Das J-Integral lautet in der Schreibweise von RICE:

$$J = \int_{\Gamma} \left( U dy - T \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds \right) \quad (2.32)$$

dabei ist:

$U$  - die elastische Energiedichte

mit:

$$U = \frac{1}{2} \left( \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{xy} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

und:

$T$  - der Spannungsvektor

mit:  $T_i = \sigma_{ij} n_j$

$\bar{u}$  - der Verschiebungsvektor

$\Gamma$  - geschlossener Integrationsweg

$ds$  - Wegelement

$dy$  - Wegelement

Die Integrationsrichtung muß dabei entsprechend der Darstellung in der obigen Skizze in mathematisch positivem Sinn erfolgen, d. h. er führt vom „unteren“ zum „oberen“ Rißufer. Weitere Voraussetzungen für die Anwendung des J-Integrals sind die Lastfreiheit der Rißufer sowie eine Rißausbreitung in x-Richtung. Es ist weiterhin zu beachten, daß der Riß den Integrationsweg durchbricht und nicht etwa vom Integrationspfad vollständig umschlossen wird. Der Weg selbst ist frei wählbar.

In kartesischen Koordinaten kann das Integral (2.32) folgendermaßen formuliert werden:

$$J = \int_{\Gamma} \left( U - \sigma_x \frac{\partial u}{\partial x} - \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dy + \left( \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial v}{\partial x} \right) dx \quad (2.33)$$

Wird von dem Integral eine Fläche eingeschlossen welche weder Singularitäten noch Diskontinuitäten enthält, ergibt sich der Wert des J-Integrals mit Null. Dann entspricht es einem speziellen Erhaltungssatz der Elastizitätstheorie und



kann zur Kontrolle entsprechender Rechengänge dienen [67]. Die Wegunabhängigkeit dieses Integrals bringt den Vorteil mit sich, daß die Kenntnis der Spannungen und Verformungen unmittelbar am Riß nicht notwendig ist. Vielmehr kann der Integrationspfad in den Gültigkeitsbereich der Nahfeldgleichungen (2.22) und (2.23) oder noch weiter um den Riß gelegt werden. Analog zur Energiefreisetzungsrate kann dann beim ebenen Problem unter der Voraussetzung der Gültigkeit von (2.29) die in (2.24) formulierte Beziehung zum Spannungsintensitätsfaktor  $K$  analog geschrieben werden.

$$J_I = K_I^2 \cdot E_1^* \quad (2.34)$$

$$J_{II} = K_{II}^2 \cdot E_2^* \quad (2.35)$$

Die im Rahmen dieser Arbeit vorgesehene Methode zur Ermittlung von  $J_I$  und  $J_{II}$  ist im Abschnitt 3.2.1 ausführlich dargestellt. Die zur Herstellung der Äquivalenz zum Spannungsintensitätsfaktor notwendige Kenngröße  $E^*$  wird hier Ersatzmodul genannt. Sie ermittelt sich aus den Elastizitätszahlen und ist somit bei Holz von der Feuchtigkeit, der Faserorientierung zum Riß und der Frage, ob ebener Spannungs- oder Verformungszustand vorliegt, abhängig. Die hier realisierte Ermittlung der Ersatzmoduli wird in Abschnitt 3.2.2 aufgezeigt.

### 3 GRUNDLAGEN DER BERECHNUNGEN

Gegenstand dieses Abschnitts soll die Darstellung des gewählten mathematischen Modells und die Beschreibung der im Rahmen der angestellten Untersuchungen herangezogenen Methoden sein. Des Weiteren werden Angaben zu Annahmen der für die Berechnungen erforderlichen Materialkennwerte gemacht.

#### 3.1 Numerische Ermittlung von Kennwerten der Bruchmechanik

Die Möglichkeiten zur Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren sind äußerst vielfältig. Die Zahl der Methoden ist heute nur durch das permanente Verfolgen der diesbezüglichen Entwicklung in der Spezialliteratur zu überschauen. Eine Erörterung dieser Möglichkeiten soll hier nicht erfolgen. Die Ausführungen sollen lediglich der hinreichenden Beschreibung der hier gewählten ingenieurmäßigen Ermittlung von Kennwerten der Linear-Elastischen Bruchmechanik dienen.

In Entsprechung der in Abschnitt 2.2.2.1 gezogenen Rückschlüsse ist die Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren, und dies gerade im Hinblick auf die erhebliche Variationsbreite der möglichen Randbedingungen der zu untersuchenden Problemklasse, mit numerischen Methoden am sinnvollsten.

Zu den numerischen Verfahren, welche in der Bruchmechanik am häufigsten zur Ermittlung von Spannungs- und Verschiebungsfeldern in der Umgebung von Rissen herangezogen werden, gehören:

- Kollokation
- Differenzenverfahren
- Methode der Randintegralgleichungen<sup>40</sup>
- Methode der Finiten Elemente

Die weiterführende Behandlung dieser Verfahren findet man in [72, 6]. Eine Gegenüberstellung wichtiger Merkmale und Eigenschaften sowie eine allgemeine Wertung zu Problemen der Anwendung in der Bruchmechanik wird in [7] gegeben. Danach hat die FEM unter den numerischen Methoden innerhalb der

---

<sup>40</sup> oder auch als *Methode der Randelemente* bezeichnet (engl. BEM)

Bruchmechanik eine ganz herausragende Bedeutung erlangt, sie stellt das bedeutendste Verfahren zur Bestimmung der Spannungs- und Dehnungsfelder in der Rißumgebung unregelmäßig berandeter Bauteile dar.

Dies liegt einerseits in den einzelnen Schwächen der anderen Verfahren begründet. So bereiten geometrische Unregelmäßigkeiten und Inhomogenitäten sowie anisotropes Materialverhalten beim Differenzenverfahren einige Schwierigkeiten. Abweichungen von einem isotropen Materialverhalten führen auch bei der BEM mitunter zu Problemen [138].

Der größte Nachteil der „übrigen“ numerischen Verfahren besteht jedoch im Nichtvorhandensein anwendungsfreundlicher Standardsoftware unter deren Verwendung innerhalb eines vertretbaren Vor- und Nachbereitungsaufwandes Lösungen im erforderlichen Genauigkeitsbereich zu erzielen sind.

Die Methode der Finiten Elemente zeichnet sich durch eine große Anpassungsfähigkeit der mathematischen Modellierung hinsichtlich Bauteilgeometrie, Belastung und vor allem der Formulierung beliebiger Materialgesetze aus. Außerdem existiert eine Vielzahl von bewährter und oft sehr komfortabler Software, welche den Arbeitsaufwand zur Ermittlung bruchmechanischer Kennwerte z. T. erheblich relativieren.

Infolge ihrer in den Ingenieurwissenschaften weiten Verbreitung wird diese Methode auch häufig innerhalb der Bruchmechanik angewendet. Daraus resultierend ergibt sich wiederum eine recht große Vielfalt der Varianten zur Bestimmung bruchmechanischer Kennwerte innerhalb der FEM (vgl. z. B. [132].

⇒ *Zur numerischen Bestimmung von Verschiebungen und Spannungen in der Umgebung von Rissen wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit ausschließlich die Methode der Finiten Elemente herangezogen. Dies ist in der Variabilität des Verfahrens hinsichtlich der Modellbildung und in der Verfügbarkeit seiner einfachen rechentechnischen Umsetzung begründet.*

### **3.1.1 Die Methode der Finiten Elemente**

Die Methode der Finiten Elemente hat ihren Ursprung in der 50er Jahren des vorigen Jahrhunderts. Ihre Entwicklung wurde insbesondere durch Forschergruppen aus Berkeley, Swansea und Stuttgart vorangetrieben. Mit dem Vorhandensein immer leistungsfähiger Rechentechnik wurde die FEM zum

numerischen Standardverfahren zur Bestimmung von physikalischen Feldgrößen. Fundamentale Bedeutung bei der Darstellung des Verfahrens haben z. B. [166, 20, 13]. Infolge ihrer weiten Verbreitung in den Ingenieurwissenschaften wird die prinzipielle Vorgehensweise als bekannt vorausgesetzt. Es erfolgt an dieser Stelle lediglich eine Wiedergabe der unmittelbar dem Verständnis der angestellten Rechengänge dienenden Zusammenhänge.

### 3.1.1.1 Allgemeines

Das Prinzip der FEM besteht in der Diskretisierung eines Kontinuums in endliche Elemente, welche in sog. Elementknoten gekoppelt sind. Für diese Elemente werden einfache Spannungs-Dehnungsbeziehungen und Approximationen für den Verlauf der Feldgrößen im Element festgelegt und abgeleitet. Schließlich werden die Elementformulierungen unter Berücksichtigung von Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen zu einem globalen Gleichungssystem zusammengefaßt. Aus den Lösungen dieses Gleichungssystems werden ggf. benötigte Feldgrößen ermittelt.

Entsprechend den bei der FEM angewandten Variationsformulierungen können unterschiedliche Strategien der Reduktion von Gleichungen angewandt werden. Auf Grund einiger Vorteile (vgl. z. B. [10, 22]) hat sich in der Elastostatik die Formulierung der Modellgleichungen in den Verschiebungen ganz allgemein durchgesetzt. Die nach dem Prinzip vom Minimum des elastischen Gesamtpotentials abgeleitete Verschiebungsgrößenmethode läßt sich auf Elementebene entsprechend nachfolgender Gleichungen in der Schreibweise nach [8] notieren.

Das elastische Gesamtpotential ist unter gesonderter Ausweisung diskreter Lasten:

$$\Pi(u) = \frac{1}{2} \int_{(V)} \varepsilon^T \sigma \, dV - \int_{(V)} u^T \bar{p} \, dV - \int_{(O_q)} u^T \bar{q} \, dO - \sum_L v_L^T \bar{F}_L \quad (3.1)$$

Dabei ist  $\sigma$  der Spannungsvektor,  $p$  der Vektor der Volumenkkräfte,  $q$  der Vektor der Oberflächenkräfte. Der Zustand  $u$  der Verschiebungen wird im Element folgendermaßen angenähert:

$$u(x, y) = G(x, y) \cdot v \quad (3.2)$$

Dabei ist  $G$  die Matrix der Ansatzfunktionen und  $v$  der Vektor der unbekanntenen Knotenverschiebungen. Unter Anwendung der Minimalbedingung des elastischen Gesamtpotentials

$$\frac{\partial \Pi(v)}{\partial v} = 0 \quad (3.3)$$

erhält man nach Einsetzen von (3.2) in den entsprechenden Elementanteil von (3.1) die Gleichgewichtsbedingung auf Elementebene:

$$K v = f \quad (3.4)$$

Durch Anwendung der Differentialmatrix  $D$  auf die Matrix der Ansatzfunktionen  $G$  ergibt sich:

$$D_G = D G \quad (3.5)$$

Die Elementsteifigkeitsmatrix  $K$  in (3.3) berechnet sich aus:

$$K = \int_{(V)} D_G^T E D_G dV \quad (3.6)$$

Der Elementkraftvektor  $f$  in (3.3) besteht aus den Anteilen der Anfangsverzerrungen  $\varepsilon_0$ , der Volumenkräfte  $p$ , der Oberflächenkräfte  $q$  und der diskreten Knotenkräfte  $F_L$ :

$$f = f_{\varepsilon_0} + f_p + f_q + f_F \quad (3.7)$$

mit

$$\begin{aligned} f_{\varepsilon_0} &= \int_{(V)} D_G^T E \bar{\varepsilon}_0 dV & f_p &= \int_{(V)} G^T \bar{p} dV \\ f_q &= \int_{(V)} G^T \bar{q} dO & f_F &= \sum_{(L)} G_L \bar{F}_L \end{aligned}$$

Unter Beachtung der Verknüpfungen der Elemente kann (3.4) auch auf Systemebene formuliert werden, man erhält die Systemsteifigkeitsbeziehung:

$$K_{\text{sys}} v_{\text{sys}} = f_{\text{sys}} \quad (3.8)$$

Werden dabei die kinematischen Randbedingungen berücksichtigt, liefert (3.8) die Verschiebungen als primäre Ergebnisse für alle Knoten des Systems. Durch (3.2) können der Verschiebungszustand  $u$  und dann auch die Verzerrungen  $\varepsilon$  bestimmt werden:

$$\varepsilon = D u - \bar{\varepsilon}_0 = D_G v - \bar{\varepsilon}_0 \quad (3.9)$$

Nun lassen sich auch die Spannungen berechnen:

$$\sigma = E \varepsilon_0 = E (D_G v - \bar{\varepsilon}_0) \quad (3.10)$$

Die Spannungen zählen ihrem Charakter nach zu den sekundären Ergebniswerten, ihre Genauigkeit ist niedriger als die der Knotenverschiebungen, da diese die primären Variablen bei der Energieminimierung darstellen.

Sämtliche in dieser Arbeit aufgeführte Berechnungen nach der Methode der Finiten Elemente wurden mit dem Programmsystem COSAR<sup>®</sup> durchgeführt. Das Programmsystem verfügt neben dem eigentlichen Analysesystem über leistungsfähige Pre- und Postprozessoren, so daß der rechnerische Aufwand zeitgemäß überschaubar bleibt. Die Datenein- und Ausgabe erfolgt über sequentielle Dateien im freien Format. Dadurch ergeben sich an der rechentechnischen Schnittstelle von der Ermittlung der Verschiebungen und Spannungen zu den bruchmechanischen Berechnungen keinerlei Schwierigkeiten, die Übergabe dieser Feldgrößen kann vorteilhaft vereinbart werden.

Dieses Programmsystem wurde i. W. in den 70er und 80er Jahren des vorigen Jahrhunderts an der TH in Magdeburg entwickelt, weiterführende Angaben findet man in [8, 23, 65].

Der durch das Fachsystem Elastostatik von COSAR<sup>®</sup> abgedeckte Leistungsumfang ist für die gesamten angestellten Berechnungen ausreichend. Die Berechnung der bruchmechanischen Kennwerte J-Integral und Spannungsintensitätsfaktor wurde vom Verfasser selbst realisiert (s. a. Abschnitt 3.2).

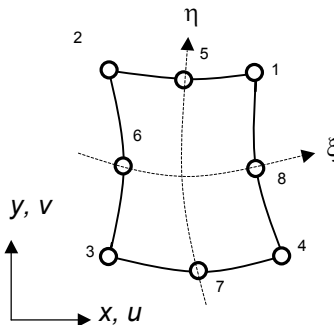
### 3.1.1.2 Elementtypen

Für die angestellten zweidimensionalen Berechnungen wurden ganz überwiegend das Viereck-Scheibenelement SRK 16 und Dreieck-Scheibenelement SDK 12 eingesetzt.<sup>41</sup> Es handelt sich dabei um isoparametrische Verschiebungselemente, welche einen quadratischen Verschiebungszustand exakt erfassen. Sie besitzen als Viereck-Element 4 Eckknoten und 4 Seitenmittenknoten und analog dazu als Dreieck-Element jeweils 3 Eck- und Seitenmittenknoten. Scheibenelemente nehmen die Lasten in der Mittelebene auf, die Spannungen werden über die Dicke als konstant angenommen. Es kann zwischen ebenem Spannungs- und ebenem Verzerrungszustand unterschieden werden. Diese Elemente sind  $C^0$ -stetig, d. h. die Verschiebungen benachbarter Elementränder sind identisch. Sie besitzen pro Knoten zwei Freiheitsgrade der Verschiebungen.

Die Verschiebungen werden zwischen den Knoten durch Ansatzfunktionen approximiert, sie lauten für das Viereck-Scheibenelement im lokalen, auf das Element bezogene Koordinatensystem:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^n n_i \mathbf{u}_i \quad \text{und} \quad \mathbf{v} = \sum_{i=1}^n n_i \mathbf{v}_i \quad (3.11)$$

wobei  $u_i$  und  $v_i$  die Verschiebungen eines beliebigen Knotens  $i$  und  $n_i$  die Interpolationsfunktionen sind. Diese werden dabei auf ein lokales elementspezifisches Koordinatensystem ( $-1 \leq \eta, \xi \leq +1$ ) bezogen:



<sup>41</sup> diese Kurzbezeichnungen entsprechen dem COSAR-Elementkatalog

$$n_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \cdot \xi_i)(1 + \eta \cdot \eta_i)(\xi \cdot \xi_i + \eta \cdot \eta_i - 1)$$

für  $i = 1, \dots, 4$

und (3.12)

$$n_i = \frac{\xi_i^2}{2} (1 + \xi \cdot \xi_i)(1 - \eta^2) + \frac{\eta_i^2}{2} (1 + \eta \cdot \eta_i)(1 - \xi^2)$$

für  $i = 5, \dots, 8$

Beim isoparametrischen Konzept erfolgt die Transformation der lokalen Koordinaten  $\eta$  und  $\xi$  in die globalen kartesischen Koordinaten  $x$  und  $y$  mit den gleichen Interpolationsfunktionen (3.12):

$$x = \sum_{i=1}^n n_i x_i \quad \text{und} \quad y = \sum_{i=1}^n n_i y_i \quad (3.13)$$

Zur Berechnung der Matrix  $D_G$  (siehe Gl. 3.5, 3.6, 3.7, 3.10) werden noch die Ableitungen von (3.12) nach den globalen kartesischen Koordinaten  $x$  und  $y$  benötigt. Dies geschieht durch Verknüpfung mit der sog. Jacobi-Matrix, sie lautet in ebener Formulierung:

$$\mathfrak{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Nach einigen Umformungen ergeben sich die Ableitungen der Interpolationsfunktionen (3.12) zu:

$$\frac{\partial n_i}{\partial x} = \frac{\partial n_i}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial n_i}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial y} = \frac{\partial n_i}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial n_i}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad (3.15)$$

Die wesentlichen Zusammenhänge zu den Ermittlungen von Verformungen und Spannungen im Sinne der hier durchgeführten Berechnungen sind damit dargelegt. Ausführlichere Herleitungen findet man z. B. in [8, 20].



### 3.1.2 Die FEM in der Bruchmechanik

Die Ermittlung bruchmechanischer Kennwerte unter Zuhilfenahme der Methode der Finten Elemente wurde vor allem in den 70er und 80er Jahren stark entwickelt. Dementsprechend ist heute eine Vielzahl von Varianten und Techniken verfügbar. Übersichten über die FEM innerhalb der Bruchmechanik findet man z. B. in [132, 137]. Daneben werden in der Spezialliteratur immer wieder neue oder verfeinerte Varianten alter Techniken vorgestellt.

Zunächst einmal unterscheidet man die möglichen Methoden danach, ob spezielle Reißspitzenelemente Verwendung finden oder nicht.

Zur Abbildung der Singularität an der Reißspitze gibt es eine Reihe von Verfahren. Sie unterscheiden sich i. W. hinsichtlich der Befriedigung von Gleichgewichts- und Kompatibilitätsbedingungen. Meist werden spezielle Elemente eingesetzt, welche die Reißspitze enthalten oder umschließen. Eine hohe Genauigkeit erzielen Elemente, deren Ansatzfunktionen die Reißspitzensingularität selbst sowie höhere Terme der Reißspitzenfunktion enthalten. Auf eine ausführliche Darstellung dieser Verfahren wird hier mit dem Verweis auf Spezialliteratur verzichtet.

Eine vergleichsweise wenig aufwendige aber dennoch effektive Methode der Berücksichtigung der Singularität unter Verwendung isoparametrischer Elemente ist in [18, 75] angegeben. Durch Verschiebung der reißspitzennahen Seitenmittenknoten in die  $\frac{1}{4}$ -Position zur Reißspitze hin wird infolge der Singularität von (3.14) eine  $r^{0,5}$ -äquivalente Singularität in den Spannungen und Verzerrungen erzeugt. Ob sich der Einsatz dieser sog. knotendistordierten oder kollabierten<sup>42</sup> Elemente allerdings auf die Genauigkeit der zu berechnenden Spannungsintensitätsfaktoren überhaupt auswirkt, ist in erheblichem Maße von der Art ihrer Ermittlung abhängig. Es gibt u. a. folgende Verfahren:

- Extrapolationsverfahren
- Verfahren basierend auf der vorherigen Berechnung der Energiefreisetzungsrates
- Verfahren basierend auf der vorherigen Berechnung wegunabhängiger Integrale

---

<sup>42</sup> richtungsunabhängige Verallgemeinerung der Knotendistorsion (vgl. dazu [19])

Dabei gelten die Extrapolationsverfahren allgemein als ungenau. Im Hinblick auf die in [122, 123, 96] gemachten Erfahrungen wurden im Vorfeld der Arbeiten i. W. zwei mögliche Verfahren näher auf die Einsetzbarkeit hin untersucht. Dies war einerseits die im Kontext zur Energiefreisetzungsrate stehende Methode des Rißschließungsintegrals<sup>43</sup> und die in Abschnitt 2.2.2.3 beschriebene Methode des J-Integrals. Das Rißschließungsintegral wurde dazu nach der von SETHURAMAN und MAITI [139] verbesserten Methode nach [133] berechnet. Beide Verfahren lieferten dabei vergleichbar gute Ergebnisse. Allerdings war die Übergabe der für die Berechnung des J-Integrals erforderlichen Feldgrößen bei Einsatz des Programmpakets COSAR<sup>®</sup> rechentechnisch leichter zu realisieren als für das Rißschließungsintegral.

Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens ist der nicht notwendige Einsatz von Rißspitzenelementen (siehe Abschnitt 3.2.4).

⇒ *Die numerische Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf Grund eingehender Voruntersuchungen ausschließlich unter Verwendung des J-Integrals.*

*Mit dieser Methode ergibt sich im Hinblick auf das gewählte numerische Verfahren zur Ermittlung mechanischer Feldgrößen ein günstiges Verhältnis von erforderlichem Rechenaufwand zu Quantität und Qualität der Ergebnisse. Diese Aussage hat keinen allgemeingültigen Charakter. Sie begründet sich im Einzelfall vor allem in den Besonderheiten der zu untersuchenden Problemklasse sowie in der einzusetzenden Software.*

---

<sup>43</sup> beschreibt die zur Schließung eines inkrementellen Rißfortschritts erforderliche Arbeit

### 3.2 Routine zur Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren

Zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren wurde eine Routine erstellt, welche auf der Bestimmung des J-Integrals basiert. Diese Routine wurde den Bedürfnissen einer Interaktion mit dem Programmpaket COSAR<sup>®</sup> sowie auf die besondere Anwendung für den Baustoff Holz angepaßt. Die Routine erlaubt:

- beliebige Wahl des Integrationspfades
- Materialgesetze für Holz entsprechend Abschnitt 2.1.1 unter Berücksichtigung der Holzfeuchte und relevanter Rißsysteme (siehe Abschnitt 2.2.1.3)
- beliebiges linear-elastisches Materialverhalten

In den folgenden Abschnitten soll der durch diese Routine geleistete Algorithmus kurz wiedergegeben werden, weiterführende Angaben findet man in [11].

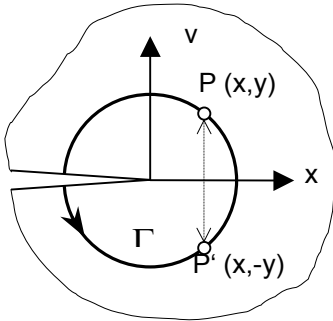
#### 3.2.1 Die Aufspaltung des J-Integrals

Der nach (2.33) ermittelte Wert des J-Integrals hat für praxisrelevante gemischte Beanspruchungen zunächst einmal keine Aussagekraft. In diesem Wert sind die Anteile der einzelnen Modes zusammengefaßt enthalten, im ebenen Fall gilt:

$$J = J_I + J_{II} \quad (3.16)$$

Da die materialspezifischen kritischen bruchmechanischen Kennwerte für reine Modes ermittelt werden, erfolgt die Gegenüberstellung im Rahmen einer bruchmechanischen Tragsicherheitsbetrachtung getrennt nach den jeweiligen Modes (vgl. Abschnitt 2.2.2.1). Demgemäß macht sich eine Quantifizierung dieser Anteile auch beanspruchungsseitig erforderlich.

Dazu wurde der in [78] beschriebene Algorithmus der Aufteilung der Spannungs- und Verschiebungsfelder in einen symmetrischen (Mode I) und einen antimetrischen (Mode II) Anteil eingesetzt. Dazu ist es erforderlich, den Integrationspfad symmetrisch zur x-Achse zu wählen. Betrachtet man darauf einen Punkt P und seinen bezüglich der x-Achse gespiegelten Bildpunkt P', so ergeben sich bei reiner Beanspruchung folgende Zusammenhänge:



<i>Mode I</i>	<i>Mode II</i>
$\sigma_x(P) = \sigma_x(P')$	$\sigma_x(P) = -\sigma_x(P')$
$\sigma_y(P) = \sigma_y(P')$	$\sigma_y(P) = -\sigma_y(P')$
$\tau_{xy}(P) = -\tau_{xy}(P')$	$\tau_{xy}(P) = \tau_{xy}(P')$
$u(P) = u(P')$	$u(P) = -u(P')$
$v(P) = -v(P')$	$v(P) = v(P')$

Man spaltet die Spannungen eines Punktes bei gemischter Belastung (Mixed Mode) in zwei Komponenten  $\sigma_{ij}^I$  (Mode I) und  $\sigma_{ij}^{II}$  (Mode II) nach der Vorschrift:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x^I \\ \sigma_y^I \\ \tau_{xy}^I \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sigma_x + \sigma'_x \\ \sigma_y + \sigma'_y \\ \tau_{xy} - \tau'_{xy} \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} \sigma_x^{II} \\ \sigma_y^{II} \\ \tau_{xy}^{II} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \sigma_x - \sigma'_x \\ \sigma_y - \sigma'_y \\ \tau_{xy} + \tau'_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

und geht bei den Verschiebungen analog vor:

$$\begin{Bmatrix} u^I \\ v^I \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u + u' \\ v - v' \end{Bmatrix}; \quad \begin{Bmatrix} u^{II} \\ v^{II} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} u - u' \\ v + v' \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

Dabei ist zu beachten, daß die mit ' indizierten Werte jeweils vom Punkt  $P'$  stammen, welcher über den gesamten Pfad  $\Gamma$  zum Punkt  $P$  symmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse liegt.

Dann kann man die Anteile  $J_I$  und  $J_{II}$  mit den symmetrischen oder antisymmetrischen Komponenten der Spannungen, Dehnungen und Scherungen analog zu (2.33) und (2.32) folgendermaßen berechnen:

$$J_I = \int_{\Gamma} \left( U^I - \sigma'_x \frac{\partial u^I}{\partial x} - \tau'_{xy} \frac{\partial v^I}{\partial x} \right) dy + \left( \tau'_{xy} \frac{\partial u^I}{\partial x} + \sigma'_y \frac{\partial v^I}{\partial x} \right) dx \quad (3.19)$$

$$J_{II} = \int_{\Gamma} \left( U^{II} - \sigma'_x \frac{\partial u^{II}}{\partial x} - \tau'_{xy} \frac{\partial v^{II}}{\partial x} \right) dy + \left( \tau'_{xy} \frac{\partial u^{II}}{\partial x} + \sigma'_y \frac{\partial v^{II}}{\partial x} \right) dx \quad (3.20)$$

mit den Anteilen der elastischen Energiedichte:

$$\mathbf{U}^{\text{III}} = \frac{1}{2} \left( \sigma_x^{\text{III}} \frac{\partial \mathbf{u}^{\text{III}}}{\partial x} + \tau_{xy}^{\text{III}} \left[ \frac{\partial \mathbf{u}^{\text{III}}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{v}^{\text{III}}}{\partial x} \right] + \sigma_y^{\text{III}} \frac{\partial \mathbf{v}^{\text{III}}}{\partial y} \right) \quad (3.21)$$

### 3.2.2 Die Ermittlung der Ersatzsteifigkeiten

Zur Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren aus den beanspruchungsbezogenen Anteilen des J-Integrals muß noch die koppelnde Größe, der sog. Ersatzmodul bestimmt werden (siehe Gleichung 2.34 u. 2.35). Die Formulierung erfolgt analog Abschnitt 2.1.2 entsprechend dem Spannungs- oder Verformungszustand und dem Rißsystem für:

ESZ in der RL-Ebene:

$$E_{\text{I}}^* = \left[ \frac{a_{22}}{2} \left( \sqrt{a_{11} \cdot a_{22}} + a_{12} + \frac{a_{66}}{2} \right) \right]^{-0.5} \quad (3.22)$$

$$E_{\text{II}}^* = \left[ \frac{a_{11}}{2} \left( \sqrt{a_{11} \cdot a_{22}} + a_{12} + \frac{a_{66}}{2} \right) \right]^{-0.5} \quad (3.23)$$

Dabei entsprechen die Elastizitätskoeffizienten  $a_{ij}$  dem formalen Zusammenhang nach (2.14).

ESZ in der TL-Ebene:

$$E_{\text{I}}^* = \left[ \frac{a_{33}}{2} \left( \sqrt{a_{11} \cdot a_{33}} + a_{13} + \frac{a_{55}}{2} \right) \right]^{-0.5} \quad (3.24)$$

$$E_{\text{II}}^* = \left[ \frac{a_{11}}{2} \left( \sqrt{a_{11} \cdot a_{33}} + a_{13} + \frac{a_{55}}{2} \right) \right]^{-0.5} \quad (3.25)$$

Dabei entsprechen die Elastizitätskoeffizienten  $a_{ij}$  dem formalen Zusammenhang nach (2.16).

Die Zusammenhänge für den ebenen Verzerrungszustand ergeben sich wegen der mathematischen Äquivalenz der Formulierung der beiden ebenen Grenzzustände analog den vorstehenden Gleichungen. Im RL-Rißsystem werden die Glieder der Elastizitätsmatrix dann entsprechend der Vorschrift:

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i3} \cdot a_{j3}}{a_{33}} \quad (3.26)$$

ersetzt. Es folgt somit:

$$\begin{aligned} b_{11} &= a_{11} - \frac{a_{13} \cdot a_{13}}{a_{33}} & b_{12} &= a_{12} - \frac{a_{13} \cdot a_{23}}{a_{33}} = b_{21} \\ b_{22} &= a_{22} - \frac{a_{23} \cdot a_{23}}{a_{33}} & b_{66} &= a_{66} - \frac{a_{63} \cdot a_{63}}{a_{33}} = a_{66} \quad \text{da} \quad a_{63} = a_{36} = 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

Damit ergeben sich die Ersatzmoduli für

EVZ in der RL-Ebene:

$$E_I^* = \left[ \frac{b_{22}}{2} \left( \sqrt{b_{11} \cdot b_{22} + b_{12} + \frac{a_{66}}{2}} \right) \right]^{-0,5} \quad (3.28)$$

$$E_{II}^* = \left[ \frac{b_{11}}{2} \left( \sqrt{b_{11} \cdot b_{22} + b_{12} + \frac{a_{66}}{2}} \right) \right]^{-0,5} \quad (3.29)$$

Im TL-Rißsystem gilt dann die Vertauschungsvorschrift:

$$c_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i2} \cdot a_{j2}}{a_{22}} \quad (3.30)$$

Es folgt somit:

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_{11} - \frac{a_{12} \cdot a_{12}}{a_{22}} & c_{13} &= a_{13} - \frac{a_{12} \cdot a_{32}}{a_{22}} = c_{31} \\ c_{33} &= a_{33} - \frac{a_{32} \cdot a_{32}}{a_{22}} & c_{55} &= a_{55} - \frac{a_{52} \cdot a_{52}}{a_{22}} = a_{55} \quad \text{da} \quad a_{52} = a_{25} = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

und

EVZ in der TL-Ebene:

$$E_{\perp}^* = \left[ \frac{c_{33}}{2} \left( \sqrt{c_{11} \cdot c_{33}} + c_{13} + \frac{a_{55}}{2} \right) \right]^{-0,5} \quad (3.32)$$

$$E_{\parallel}^* = \left[ \frac{c_{11}}{2} \left( \sqrt{c_{11} \cdot c_{33}} + c_{13} + \frac{a_{55}}{2} \right) \right]^{-0,5} \quad (3.33)$$

Im Anhang B sind die Ersatzmoduln für die relevanten Rißausbreitungssysteme in Abhängigkeit der Holzfeuchte entsprechend der in [115] ermittelten Elastizitätskoeffizienten angegeben.

### 3.2.3 Vergleichsrechnungen

Zur Sicherstellung einer korrekten Funktion der zuvor beschriebenen Routine zur Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren wurden eine Reihe von Vergleichsrechnungen angesellt. Dabei wurden ausgehend von einfachen Problemstellungen (isotropes Materialverhalten, reine Beanspruchung) letztlich der zu untersuchenden Problemklasse angemessene Problemstellungen (anisotropes Materialverhalten, gemischte Beanspruchung) mit anerkannten Lösungen verglichen. Im Einzelnen wurden folgende Rechnungen durchgeführt:

ANGABEN ZUM RECHNERISCHEN MODELL			ANGABEN ZUR VERGLEICHSLÖSUNG		MAX. FEHLER IM SIF [%]	
<i>Probe</i>	<i>Material-gesetz</i>	<i>varierte Parameter</i>	<i>Quelle</i>	<i>Methode</i>	$K_I$	$K_{II}$
TPB-Probe	isotrop	Integrationspfad, Anzahl der DOF's <sup>44</sup>	ASTM E399-91	Kollokation	1,44	-
CT-Probe	isotrop	Integrationspfad, Anzahl der DOF's	ASTM E399-91	Kollokation	0,92	-
Scheibe mit Innenriß	isotrop	$\beta^5$ , Integrationspfad, Anzahl der DOF's	SIH [140]	analytisch	2,18 <sup>46</sup>	1,90
CTS-Probe	isotrop	Rißlänge, Integrationspfad, Anzahl der DOF's, $\alpha^7$	RICHARD [129]	FEM (Hybrid-elemente)	1,49	0,93
CT-Probe	orthotrop	Integrationspfad	LOGEMANN [96]	FEM	0,48	-
Scheibe mit Innenriß	orthotrop	Integrationspfad	FOSCHI [63]	FEM	0,74	0,14
Scheibe mit Innenriß	orthotrop	Integrationspfad	HAASE [71]	analytisch	0,49	1,65

Tabelle 3-1 Übersicht der durchgeführten Vergleichsrechnungen

### 3.2.4 Rückschlüsse auf Netzadaption und Wahl des Integrationspfades

Durch die zahlreich durchgeführten Vergleichsrechnungen konnten einige Erfahrungen bei der numerischen Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren

<sup>44</sup> Freiheitsgrad (engl. *Degree Of Freedom*)

<sup>45</sup> damit wird hier der Winkel zwischen Kraft- und Rißausbreitungsrichtung bezeichnet,  $\beta = 0^\circ$  entspricht einer reinen Schubbeanspruchung,  $\beta = 90^\circ$  entspricht einer reinen Querkzugbeanspruchung

<sup>46</sup> Fehler größer 0,5% ergaben sich bei dieser Probe lediglich für  $\beta \leq 30^\circ$ , evtl. auf Näherungen in der Vergleichsrechnung zurückzuführen

<sup>47</sup> Bedeutung wie  $\beta$  bei Scheibe mit Innenriß, jedoch umgekehrte Orientierung beachten



---

gewonnen werden. Einige dieser Erfahrungen stellen dabei nicht unbedingt neue Erkenntnisse dar, sind aber für Durchführung und Ergebnisbewertung dieser Berechnungen unbedingt erforderlich. So ist ein gut konditioniertes FE-Netz mit entsprechender Elementverdichtung im Rißspitzenbereich Grundvoraussetzung für die Ermittlung der gesuchten Feldgrößen.

Der Integrationspfad sollte genügend weit von der Rißspitze entfernt sein, da die Ergebnisse der Feldgrößen mit zunehmendem Abstand genauer werden. Eine quantitativ definitive Aussage läßt sich natürlich wie bei allen numerischen Verfahren nicht machen, weil dies erheblich von den Randbedingungen des jeweiligen Modells und von der erwarteten Genauigkeit abhängt. Für die in Abschnitt 3.2.3 dargelegten Ergebnisse wurde ein Mindestabstand von 3 Elementreihen bei einer Kantenlänge im Rißspitzenbereich von ca. 1 mm eingehalten.

Die Art und Anordnung der Elemente im Rißspitzenbereich wurde ebenfalls untersucht. Dazu wurden normal angeordnete Viereck-Scheibenelemente mit rosettenförmig um die Rißspitze angeordneten Dreieck-Scheibenelementen verglichen. Die letztgenannte Anordnung wird im Schrifttum oft als besonders günstig bewertet. Im Rahmen der hier angestellten Untersuchungen wurden die unterschiedlichen Anordnungen an Bruchmechanikproben wie auch an belasteten Bolzenlöchern modelliert. Bei Einhaltung der zuvor beschriebenen Mindestanforderungen an den Integrationspfad konnten keine signifikanten Einflüsse der Art und Anordnung dieser Elemente festgestellt werden.

Weiterhin wurde die Effektivität des Einsatzes von auf isoparametrischen Ansätzen beruhenden Rißspitzenelementen (vgl. Abschnitt 3.1.2) untersucht. Auch hier konnte kein Einfluß auf die berechneten Spannungsintensitätsfaktoren im Vergleich zum Einsatz nicht knotendistordierter Elemente bemerkt werden. Der positive Einfluß dieser Elemente kommt erst bei einer sehr groben Elementierung zum Tragen. Durch eine entsprechende Netzverdichtung (insbesondere im Bereich der Rißspitze) kann der Einsatz singulärer Rißspitzenelemente kompensiert werden. Quantitative Aussagen sind auch in diesem Zusammenhang nicht zu leisten (s. o.). Dem größeren Rechenaufwand bei erhöhter Diskretisierung steht somit der größere Aufwand bei der Modellbildung der Rißspitzenelemente gegenüber. Durch die freie Editierbarkeit der COSAR<sup>®</sup>-Eingabedatei hält sich der entstehende Mehraufwand in Grenzen.

Dennoch entsteht durch den zusätzlichen Arbeitsschritt bei der Modellbildung eine weitere Fehlerquelle.

Die Untersuchungen zum Einfluß der Elementierung im Rißspitzenbereich auf die zu untersuchende Problemklasse ist explizit in [11] dargelegt. Beispielhaft sei in der nachfolgenden Abbildung eine für die weiteren Berechnungen typische Netzadaption um ein rißbehaftetes Bolzenloch aufgezeigt.

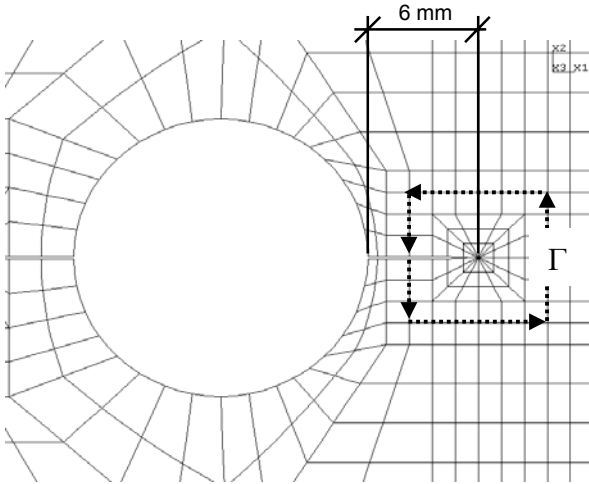


Abbildung 3-1 Netzadaption für ein Bolzenloch ( $D = 16\text{ mm}$ ) bei einer Rißlänge  $a = 6\text{ mm}$

Das Fachsystem Elastostatik im Programmpaket COSAR<sup>®</sup> erlaubt unterschiedliche Strategien zur Ermittlung der Spannungen [165]. Auch hier wurden verschiedene Möglichkeiten getestet, da die Genauigkeit in den Spannungen einen nicht unwesentlichen Einfluß auf die Ergebnisqualität des Linienintegrals hat. Auf diese Strategien soll hier nicht dezidiert eingegangen werden, ausführliche Angaben dazu in [22]. Letztendlich hat sich die im Fachsystem Elastostatik als Standardeinstellung implementierte Methode der auf der Grundlage von GAUSS-Punkt-Spannungen durch lineare Extrapolation verbesserter Knotenspannungen als günstigste Variante erwiesen. Sie lieferte im Einklang mit einer Integration entlang der Elementkante den besten Kompromiß zwischen rechentechnischem Aufwand und dabei erzielter Genauigkeit.

### 3.3 Materialkennwerte

#### 3.3.1 Elastizitätszahlen

Entsprechend der in Abschnitt 2.1.1 formulierten Annahme der orthogonalen Anisotropie für Holz müssen die Elastizitätskonstanten  $a_{ij}$  in (2.5) zur numerischen Bestimmung der Verschiebungen und Spannungen festgelegt werden. Die experimentelle Bestimmung dieser Werte ist äußerst aufwendig. Es wird dementsprechend für die anstehenden Berechnungen auf Werte aus dem wissenschaftlichen Fundus zurückgegriffen. Eine kommentierte Zusammenstellung aller Versuche zur experimentellen Bestimmung der Elastizitätszahlen von Fichtenholz seit den 20er Jahren des vergangenen Jahrhundert findet man in [95].

Augenfällig ist zunächst einmal die erhebliche Bandbreite der angegebenen Werte. Als Ursachen dieser enormen Streuungen werden vor allem unterschiedliche biogene Randbedingungen beim Wachstum und Unzulänglichkeiten der experimentellen Verfahren und ihrer Notation angegeben. So sind die elastischen Eigenschaften von Fichtenholz vor allem feuchteabhängig. Dieser Einfluß wirkt sich auf die einzelnen Elastizitätszahlen zudem quantitativ recht unterschiedlich aus.

Im nationalen Anwendungsdokument des EC5 [25] wird bei der Angabe der Richtung quer zur Faser nicht explizit zwischen Radial- und Tangentialrichtung unterschieden. Dementsprechend werden auch keine differenzierten Angaben bezüglich der zu diesen Hauptrichtungen gehörigen Elastizitätszahlen gemacht. Sie werden als gleichwertig betrachtet, das entsprechende Materialverhalten wird dann als transversal isotrop bezeichnet. Diese Annahme genügt den üblichen baupraktischen Anforderungen vollauf. In der Realität ist die Steifigkeit in radialer Richtung größer als in tangentialer Richtung.<sup>48</sup>

Da zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen auch der Einfluß der relevanten Rißsysteme (vgl. Abschnitt 2.2.1.3) untersucht werden soll, muß das Materialgesetz orthogonal anisotrop formuliert werden. Bei ebener Betrachtung

---

<sup>48</sup> je nach zitierter Quelle liegt das Verhältnis  $E_2/E_3$  zwischen ca. 1,2 und 2,5

müssen dann von den 9 unabhängigen Elastizitätszahlen in (2.5) 3 Dehnzahlen, 2 Gleitzahlen und 3 koppelnde Dehnzahlen bekannt sein.<sup>49</sup>

Diese Anforderung erfüllen bei den in [95] gelisteten Untersuchungen für Fichtenholz europäischer Herkunft lediglich die Arbeiten von HÖRIG (1931), STAMER (1935) und NEUHAUS (1981). Die Werte dieser 3 Versuchsreihen sind, vor allem in der Relation untereinander, vergleichbar. Es fallen dabei jedoch die unverhältnismäßig hohen Werte für den E-Modul parallel zur Faserrichtung bei HÖRIG und STAMER auf, sie liegen ca. ein Drittel über den in [25] für Brettschichtholz BS 14 angegebenen mittleren Kennwerten dieser Steifigkeit.

⇒ *Zur numerischen Berechnung von Verschiebungen und Spannungen werden daher die von NEUHAUS [115] experimentell ermittelten Elastizitätskonstanten herangezogen.*

Diese Elastizitätszahlen sind im Anhang A in sog. Ingenieurparametern angegeben.

### 3.3.2 Bruchzähigkeiten

In diesem Abschnitt soll die Festlegung der kritischen Werkstoffkennwerte zur Abschätzung der Tragfähigkeit nach dem hier verwendeten Kriterium, d. h. dem Einsetzen der instabilen Rißausbreitung eines zunächst ruhenden Risses, erfolgen. Diese kritischen Werkstoffkennwerte werden im Allgemeinen als Bruchzähigkeiten bezeichnet. Sie ersetzen somit sinngemäß den bei üblichen ingenieurmäßigen Tragsicherheitsnachweisen auf der Grundlage von Nennspannungen verwendeten Werkstoffkennwert der Festigkeiten. Bei mehrachsigen Spannungszuständen kann durch Einsetzen der entsprechenden Zähigkeiten in das Interaktionskriterium (2.27) die Traglast abgeschätzt werden. Die Festlegung der entsprechenden Exponenten zum hier verwendeten Bruchkriterium erfolgt in Abschnitt 5.3.

Bruchzähigkeiten sind i. A. dickenabhängig. Erst ab dem Erreichen einer bestimmten Mindestdicke<sup>50</sup> können sie als geometrieunabhängig

<sup>49</sup> die Gleitung zwischen Radial- und Tangentialrichtung bleibt für den weiteren Rechengang ohne Belang (Schubmodul der Hirnschnittebene)

<sup>50</sup> diese Anforderung gewährleistet die Einstellung eines ebenen Verzerrungszustands (EVZ); ab Einhaltung der Mindestdicke kann von einem reinen Normalspannungsbruch ausgegangen werden; die Bruchzähigkeit kann bei Dicken größer der Mindestdicke in guter Näherung als

charakteristische Werkstoffkenngrößen gelten. Dies muß bei der experimentellen Bestimmung von Bruchzähigkeiten unbedingt Beachtung finden. Die Ermittlung der Zähigkeiten erfolgt dabei meist unter reiner Beanspruchung und unter Verwendung bestimmter Probengeometrien und Belastungsanordnungen. Um den Besonderheiten des Werkstoffs Holz Rechnung zu tragen, wurden für diese Anwendung spezielle Probekörper entwickelt, welche insbesondere die Geometrie- und Größenunabhängigkeit der bestimmten Zähigkeiten sicherstellen sollen.

Infolge der ausgeprägten Heterogenität von Holz kommt es bei der experimentellen Bestimmung der Bruchzähigkeiten, analog zu den Elastizitätszahlen, zu sehr breiten Streuungen. Die Anstrengungen zur Ermittlung aussagekräftiger Größen dieser Materialkennwerte wurden in den letzten 20 Jahren verstärkt. Die Festlegung der hierzu verwendeten Bruchzähigkeiten erfolgt auf der Grundlage dieser Forschungsergebnisse.

### 3.3.2.1 Mode I

Die Bruchzähigkeit in der Rißöffnungsart I ist technisch am bedeutsamsten. Aus diesem Grunde gibt es auch wesentlich mehr Untersuchungen zu ihrer Bestimmung als für die anderen Rißöffnungsarten. Dies gilt nachgerade für den Werkstoff Holz.

Die Methoden zur experimentellen Bestimmung von Bruchzähigkeiten im Modus I sind äußerst vielfältig (vgl. z. B. [28]). Viele dieser Methoden haben sich für Holz entsprechend der Vielzahl möglicher Einflußparameter (z. B. Holzart, Herkunft, Rißsystem, Rohdichte, Probengeometrie, Feuchte, Ausbildung der Rißspitze) als mehr oder weniger geeignet erwiesen. Eine Übersicht zu Möglichkeiten der Bestimmung von Bruchzähigkeiten für Holz findet man in [31].

Die am häufigsten genutzten Probekörper zur Bestimmung der Bruchzähigkeit für Holz im Mode I sind die sog. CT<sup>51</sup>-Probe nach ASTM E 399 sowie der dem Normentwurf des CIB W 18 A-Komitees [91] entsprechende sog. SENB<sup>52</sup>-

---

konstant angenommen werden; die Mindestdicke für Fichtenholz wird in [96] für die relevanten Rißsysteme auf der sicheren Seite liegend mit 12 mm angegeben

<sup>51</sup> für *Compact Tension*

<sup>52</sup> für *Single Edge Notched Beam* (3-Punkt-Biegebalken)

Prüfkörper. Die Methoden zur Auswertung dieser Versuche können wiederum recht verschiedenartig sein (z. B. Compliance-Verfahren, Bruchenergie-Methode), es sei an dieser Stelle auf das sehr umfangreiche Schrifttum verwiesen. Die Übertragung der für metallische Werkstoffe entwickelten Prüfnormen nach ASTM E 399, auch unter modifizierten Randbedingungen und Auswertelgorithmen<sup>53</sup>, ist umstritten (vgl. dazu [32, 151]).

Beim SENB-Prüfkörper<sup>54</sup> wird die Bruchenergie  $G_f$  bei einem stabilen Rißfortschritt bis zur völligen Separierung des Balkens in zwei Teile durch Integration der dabei aufgezeichneten Lastpunktverschiebungskurve ermittelt. Die Methode geht auf die in [147] dargelegten Überlegungen („Work-of-Fracture“) zurück. Mit dieser Größe kann das Rißwiderstandsverhalten auch bei größeren nichtlinearen Bereichen an der Rißspitze diskret beschrieben werden. Sie gibt dabei den mittleren Energieverbrauch pro Rißlängenwachstum an. Die Bruchenergie kann im Rahmen der LEBM nur für unendlich große Probekörper wegen der vernachlässigbaren Größe der Prozeßzone als Grenzwert des Rißwiderstands  $R$  betrachtet werden.

Die kritische Energiefreisetzungsrate  $G_c$  dagegen stellt einen materialspezifischen Grenzwert der von der Last, Rißlänge und Prüfkörperform abhängigen Energiefreisetzungsrate  $G$  dar. Bei seinem Erreichen setzt unter normalen Bedingungen<sup>55</sup> instabiler Rißfortschritt ein. Dementsprechend läßt sich die in (2.24) hergestellte Beziehung auch auf die kritischen Werte der Größen Energiefreisetzungsrate und Spannungsintensitätsfaktor anwenden.

Die Bestimmung der kritischen Energiefreisetzungsrate erfolgt auch bei Untersuchungen am SENB-Prüfkörper meist unter Annahme der maximalen Belastung. Dieses Vorgehen führt tendenziell zu nichtkonservativen Ergebnissen [4].

Bei den Betrachtungen zu den Energieraten ist der Unterschied zwischen den verwendeten Größen Bruchenergie und kritischer Energiefreisetzungsrate zu beachten. Die Bestimmung dieser Größen beruht auf der jeweiligen Annahme zur Berücksichtigung linearer oder nichtlinearer Verhältnisse an der Rißspitze. Ein Rückschluß der kritischen Energiefreisetzungsrates aus experimentell

---

<sup>53</sup> z. B. Abminderung der aufgezeichneten Höchstlast

<sup>54</sup> nahezu identisch mit dem RILEM-Normvorschlag zur Bestimmung der Bruchenergie bei Beton

<sup>55</sup> unmittelbare Lastreduzierung ist hier ausgeschlossen

ermittelten Bruchenergiegeraten (z. B. [90]) ist problematisch, da allgemeingültig gesicherte Angaben zur Verhältnismäßigkeit dieser Größen zueinander für den Werkstoff Holz fehlen. Die Angaben der gesichteten Literatur sind teilweise sehr widersprüchlich. Die kritische Energiefreisetzungsrates  $G_c$  wird meistens kleiner ermittelt als die Bruchenergiegerate  $G_f$ . Das Verhältnis konvergiert erst für sehr große (spröde) Bauteile gegen 1 [135]. In diesem Zusammenhang sei auch darauf hingewiesen, daß oft durch die Annahme einer vernachlässigbaren Prozeßzone die unter LEBM-Verhältnissen gültige Annahme einer quantitativen Gleichwertigkeit von  $G_c$  und  $G_f$  begründet wird (vgl. z. B. [45, 68]).

Analog zur in Abschnitt 2.2.2.2 diskutierten Problematik der Anwendbarkeitsgrenzen der LEBM stellt sich hier die Frage nach dem Ansatz der kritischen Materialkennwerte. Es sei an dieser Stelle die scheinbare Diskrepanz zwischen der Annahme der Anwendbarkeit der LEBM und dem in der Literatur angegebenen teilweise erheblichen quantitativen Unterschied von Bruchenergiegerate und kritischer Energiefreisetzungsrates angemerkt. VALENTIN weist dagegen in [152] auf methodische Schwächen der Energie-Methoden hin, infolge derer selbst bei ausgesprochen typischen LEBM-Materialien deutlich größere Energiefreisetzungsrates als mit anderen Methoden ermittelt werden können.

SCHATZ [135] bestimmt ebenfalls recht kleine Verhältnisse  $G_{Ic}$  zu  $G_f$  und führt dies auch auf eine erhebliche Zerklüftung der realen Bruchfläche und der damit verbundenen Erhöhung der beim Bruchvorgang dissipierten Energie zurück. In diesem Zusammenhang weist er auf die infolge einer stumpfen Reißspitzenausbildung z. B. in [90] deutlich zu hoch ermittelten Bruchenergiegeraten hin.

In der nachfolgenden Übersicht sind Untersuchungsergebnisse zur Bestimmung der Bruchzähigkeit von Fichtenholz in der Reißöffnungsart I zusammengefaßt. Auf die Darstellung von aus Rückschlüssen aus Bruchenergiegeraten bestimmte Werte wird verzichtet. Meistens wurden die Bruchzähigkeiten numerisch unter Annahme der im Versuch aufgezeichneten Höchstlast ermittelt.

⇒ *Entsprechend dem gewählten Konzept der Linear-Elastischen Bruchmechanik werden als kritische Materialkennwerte nur direkt ermittelte Bruchzähigkeiten angenommen.*

Es soll hier auch auf die zum Teil widersprüchlichen Beobachtungen hingewiesen werden, welche bei den verschiedenen Untersuchungen gemacht wurden. Dies betrifft insbesondere die Abhängigkeit der Bruchzähigkeiten von bestimmten Parametern wie z. B. Probendicke, Probengröße und Rißsystem. Diese Unsicherheiten ergeben sich aus der für Holz praktisch kaum zu erfassenden Anzahl von Einflußparametern sowie deren gegenseitiger Wechselwirkung. Zur ingenieurmäßigen Abschätzung der Bruchzähigkeit von Fichtenholz wird vor allem die Berücksichtigung der Einflußgrößen:

- Rohdichte
- Winkel der Rißnormalen zum Faserverlauf (Rißsystem)
- Ausbildung der Rißspitze
- Methode der Ermittlung

als relevant erachtet. Weitere Einflüsse werden hier im Rahmen einer ingenieurmäßigen Abschätzung der Bruchzähigkeit von Fichtenholz vernachlässigt.

Bei einigen in Tabelle 3-2 aufgeführten Forschungsarbeiten [123, 96, 4] wurde der Einfluß der Rohdichte ausführlicher untersucht. Allgemein kann in Auswertung dieser Untersuchungen festgehalten werden, daß mit zunehmender Rohdichte ein Anstieg der Bruchzähigkeit zu verzeichnen ist. Die Bruchzähigkeit wird daher oft als Funktion der Darr-Rohdichte angegeben. Der Einfluß der Rohdichte wird allerdings auch durch andere Parameter in seiner Ausprägung beeinflusst. In [97] wird eine Abhängigkeit des Rohdichteinflusses vom Rißsystem angegeben. So wird im RL-Rißsystem eine relative Unabhängigkeit von der Rohdichte festgestellt, während im TL-Rißsystem eine ausgeprägte Abhängigkeit der Bruchzähigkeit von diesem Einflußparameter vorliegt.



ANGABEN ZUM VERSUCH						BRUCHZÄHIGKEIT $K_{IC}$		KRIT. ENERGIEFREISETZUNGS-RATE $G_{IC}$	
Quelle	Probekörper		Belastung	Rohdichte	Holzfeuchte	RL	TL	RL	TL
	Art	Kerbe							
WRIGHT [162]	CT	stumpf	Maximal-last*	**	9 - 22	10,7***	7,6***	-	-
PIZIO [123]	CT	modifiziert stumpf	Maximal-last****	0,33 – 0,5 (VII)	5	13,1***	7,2***	-	-
				0,45 (BSH)	8	11,5***			
LOGEMANN [96]	CT	stumpf/ scharf	Maximal-last	0,46***	ca. 8	10,9 – 11,5	7,9 – 12,2	-	-
FONSELIUS [61]	CT	k. A.	Maximal-last*	0,30 – 0,45	10 - 20	7,9	6,3		
AICHER [4]	SENB	stumpf/ scharf	Maximal-last	0,45***	ca. 12	11,6 – 15,7	-	148 – 317,7	-
SCHATZ [135]	SEN, SENB	scharf	Maximal-last	0,41 – 0,53	12,5 – 13,6	10,5 – 12,5	7,2 – 10,5	≈ 72 – 133	≈ 45 – 96
DAUDEVILLE [44]	SENB	scharf	Maximal-last	0,4	ca. 12	-	-	170***	-
STANZL-TSCHEGG [142]	Splitting-Test	scharf	Maximal-last	k. A.	12-13	≈ 8,9 – 11,7	≈ 4,3 – 11,9		
TAN [145]	Splitting-Test	k. A.	Maximal-last	k. A.	ca. 12	14,4***	11,4***	266***	214***
DAUDEVILLE [48]	SENB	scharf	Maximal-last	0,4 - 0,44	ca. 12	-	-	144 - 164*	77 - 126*
*) unter Einhaltung eines modifizierten ASTM-Kriteriums, ansonsten „Anriffslast“ **) es wird eine direkte Abhängigkeit zur Bruchzähigkeit angegeben ***) Mittelwert ****) unter Einhaltung des ASTM-Kriteriums, ansonsten „Anriffslast“									

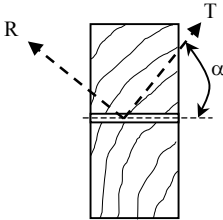
Tabelle 3-2 Untersuchungen zur Bruchzähigkeit im Modus I an europäischem Fichtenholz

Der Einfluß der Rißsysteme wird im Schrifttum recht einhellig wiedergegeben. Bei den meisten Untersuchungen wird festgestellt, daß die Bruchzähigkeit im Rißsystem RL größer als die im Rißsystem TL ist. Lediglich in [96, 142] werden abweichende Angaben gemacht. Dies begründet sich ganz offensichtlich auch in der allgemein beobachteten größeren Streuung dieses Materialkennwertes im Rißsystem TL.

Die in Abschnitt 2.2.1.3 angegebenen Systeme stellen lediglich Sonderfälle möglicher Rißausbreitungssysteme in Faserrichtung dar. In realen Bauteilen wird

sich üblicherweise eine Situation zwischen diesen beiden Grenzfällen entsprechend der nachfolgenden Darstellung ergeben:

Befindet sich die Reißebene in einem Winkel



$\alpha = 0^\circ \Rightarrow$  so liegt das RL-Reißsystem vor.

Analog dazu liegt bei

$\alpha = 90^\circ \Rightarrow$  das TL-Reißsystem vor.

Untersuchungen zum Einfluß von möglichen Reißsystemen bei Winkeln  $\alpha$  zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  wurden von LOGEMANN [96] und SCHATZ [135] durchgeführt. Die dabei erzielten Erkenntnisse befinden sich nicht in Übereinstimmung. Während durch LOGEMANN [96] rohdichteunabhängig für einen Winkel  $\alpha = 45^\circ$  jeweils die Maximalwerte der Bruchzähigkeiten ermittelt werden, sind in [135] für dieses Zwischensystem kleinere Zähigkeiten als im RL-System, für einige Versuchsreihen sogar geringere Werte als im TL-Reißsystem angegeben.

Bei den Überlegungen zur Annahme des Reißsystems und der damit verbundenen Festlegung realistischer Bruchzähigkeiten sollte allerdings bedacht werden, daß der Winkel  $\alpha$  bei Dicken üblicher Bauteile i. d. R. über die Reißfront hin veränderlich ist. Damit verbunden ist gemäß den hier dargelegten experimentellen Untersuchungen auch eine Veränderlichkeit dieser Materialkennwerte.

Der Einfluß der Ausbildung der Reißspitze bei der experimentellen Bestimmung auf die Bruchzähigkeit ist allgemein bekannt. Ausführliche Untersuchungen zur Bewertung dieses Einflusses bei Fichtenholz werden in [3, 136] dargelegt. Bei stumpfen<sup>56</sup> Reißspitzen wird infolge der Ausbildung nichtebener Bruchflächen mehr Energie verbraucht als die theoretische Annahme ebener Bruchflächen vorsieht. Demnach wird die Bruchenergie  $G_f$  bei stumpfer Reißausbildung

<sup>56</sup> dies ist für die Verhältnisse an Holz gleichbedeutend mit der Herstellung des Risses durch einen Sägeschnitt (Sägeblattstärke ca. 2 – 4 mm); „scharfe“ Risse werden dagegen durch eine Erweiterung des Spitzenbereichs durch einen kurzen Rasierklingschnitt erzeugt

überschätzt. Außerdem kommt es zu einer breiteren Streuung dieses Materialkennwertes. Ob sich dieser Effekt in ähnlich starkem Maße auf die Bruchzähigkeiten niederschlägt, ist letztlich nicht geklärt. Da sich die Ausbildung der Rißspitze ebenfalls auf die nominellen Festigkeiten der Prüfkörpern auswirkt (vgl. [3]<sup>57</sup>), muß davon ausgegangen werden, daß auch die Bruchzähigkeiten mit zunehmend schärferer Rißspitze abnehmen, da diese Festigkeiten proportional zu den für die Ermittlung der Zähigkeiten angesetzten Bruchlasten sind. Qualitativ ähnliche Beobachtungen werden auch in [123] wiedergegeben.

Da die Ausbildung der Rißspitze bei realen Defekten i. d. R. unbekannt ist, muß davon ausgegangen werden, daß die Annahme von an Prüfkörpern mit stumpfer Rißspitzenausbildung ermittelten Bruchzähigkeiten zu nicht konservativen Traglasten führt. Andererseits sollte aber auch beachtet werden, daß Holzstörungen durch Äste zu einer Erhöhung der Bruchzähigkeit führen.

Die zu ihrer Ermittlung angewandte Methode hat ebenfalls einen nicht unerheblichen Einfluß auf die Größe der Bruchzähigkeit. Es wurden daher in der Zusammenstellung nach Tabelle 3-2 ausschließlich numerisch ermittelte Werte erfaßt. Die Anwendung z. B. der sog. Compliance-Methode hat sich bei Holz nicht bewährt (vgl. [96]).

Von entscheidender Bedeutung bei der numerischen Bestimmung (FEM) der Bruchzähigkeiten ist die Annahme des Materialgesetzes. Die Realitätsnähe der angenommenen Elastizitätskonstanten beeinflußt dabei entsprechend der in Gleichung (2.34) und (2.35) angegebenen Beziehungen die Genauigkeit der erzielten Ergebnisse.

Der Ermittlung der Bruchzähigkeiten in [96] und [135] lagen die auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit angenommenen Elastizitätszahlen nach NEUHAUS zu Grunde (vgl. Abschnitt 3.3.1).

⇒ *Für die Berechnung der Traglasten werden als kritische Materialkennwerte die von LOGEMANN und SCHATZ ermittelten Bruchzähigkeiten für die Rißöffnungsart I angenommen. Die diese Untersuchungen begleitenden Randbedingungen folgen am ehesten den obenstehend dargelegten Argumenten.*

---

<sup>57</sup> hier wird bei scharfer Ausbildung der Rißspitze ein Abfall der nominellen Festigkeiten von ca. 6% ermittelt

Als Mittelwerte der Bruchzähigkeiten werden für die weiteren Berechnungen im RL-Rißsystem:

$$K_{Ic} = 11,5 \text{ Nmm}^{-1,5}$$

und im TL-Rißsystem:

$$K_{Ic} = 9,5 \text{ Nmm}^{-1,5}$$

festgelegt.

### 3.3.2.2 Mode II

Die Bruchzähigkeit von Holz im ebenen Schub wurde entsprechend ihrer untergeordneten Bedeutung bislang nicht in dem Maße untersucht, wie dies für die Rißöffnungsart I geschehen ist. Dementsprechend finden sich wenige Quellen, die kritische Materialkennwerte im Mode II angeben. Bei den meisten Untersuchungen wird zudem lediglich die Bruchenergie rate bestimmt.

Ob eine korrekte Ermittlung von Bruchzähigkeiten unter dieser Beanspruchung für Holz überhaupt realisierbar ist bzw. wie entsprechende Ergebnisse zu interpretieren sind, ist letztlich nicht geklärt. Die dahin gehenden Angaben der Literatur sind ausweichend oder widersprüchlich. Schließlich zeigt Holz unter reinem Schub ein ausgesprochen duktiles Verhalten, die Größe der Prozeßzone darf als erheblich angenommen werden. Es ergibt sich ganz offenbar ein Widerspruch zu den Restriktionen des Spannungsintensitätskonzepts (vgl. Abschnitt 2.2.2.1).

Die Ermittlung der Bruchzähigkeit im Mode II erfolgt analog den in Abschnitt 3.3.2.1 gemachten Angaben an speziellen Prüfkörpern, welche in diesem Fall einen rein antimetrischen Beanspruchungszustand an der Rißspitze erzeugen sollen, was ausgesprochen schwierig ist.

Zur Ermittlung der Bruchenergie rate werden zumeist modifizierte Varianten des von VALENTIN 1993 vorgestellten TENF-Prüfkörpers<sup>58</sup> herangezogen. In Tabelle 3-3 sind zu Vergleichszwecken und zur Aufstockung der schmalen Datenbasis zu den experimentell ermittelten Bruchzähigkeiten die in [5] zusammengefaßten Forschungsergebnisse mehrerer europäischer Institute zu

---

<sup>58</sup> für *Tapered End-Notched Flexure*

Untersuchungen im Mode II bei Fichtenholz wiedergegeben. Es sei an dieser Stelle ausdrücklich darauf hingewiesen, daß es sich bei diesen Ergebnissen um Bruchenergiegeraten handelt, welche nicht ohne Weiteres in eine Beziehung zur Bruchzähigkeit zu stellen sind. Diese Ergebnisse werden hier außerdem zur Dokumentation der erheblichen Streuung dieses Materialkennwerts sowie zum Anstellen rein qualitativer Abschätzungen dargestellt. So würden sich unter Übertragung des von SCHATZ im Mode I festgestellten Verhältnisses von  $G_c/G_f$  von ca. 0,5 und der Annahme der Elastizitätskonstanten nach NEUHAUS Bruchzähigkeiten von ca. 35 bis 70  $\text{Nmm}^{-1,5}$  im Modus II ergeben. Die Breite der Streuungen wird zudem durch die nicht einheitliche Versuchsdurchführung begünstigt. So werden 2 verschiedene Probekörper benutzt und 4 verschiedene Methoden der Bestimmung der Bruchenergiegeraten herangezogen.

ANGABEN ZUM VERSUCH					BRUCHZÄHIGKEIT $K_{II,c}$		BRUCHENERGIE- RATE $G_{II,F}$	
Quelle	Probekörper	Belastung	Rohdichte	Holzfeuchte	RL	TL	RL	TL
	Art		$[\text{g}/\text{cm}^3]$	$[\%]$	$[\text{Nmm}^{-1,5}]$	$[\text{Nmm}^{-1,5}]$	$[\text{N}/\text{m}]$	$[\text{N}/\text{m}]$
MALL [99]	CS-Probe <sup>59</sup>	Maximallast	0,42*	ca. 12		69*		
LOGEMANN [96]	Balkenprobe	Maximallast	0,35 – 0,55	ca. 8	56 - 62	50 - 65		
FONSELIUS [61]	Balkenprobe	Maximallast**	0,30 – 0,45	10 - 18	≈ 48*			
TAN [145]	Splitting-Test	Maximallast	k. A.	ca. 12	54,7	61,7*		
AICHER [5]	LTENF/ PTENF		0,39*	ca. 12			≈ 450 - ≈ 1800	
*) Mittelwert								
**) unter Einhaltung eines modifizierten ASTM-Kriteriums, ansonsten „Anrißlast“								

Tabelle 3-3 Untersuchungen zur Bruchzähigkeit im Modus II an Fichtenholz

LOGEMANN macht i. W. bei seinen Untersuchungen dieselben Beobachtungen wie im Mode I. Er stellt im TL-Rißsystem größere Streuungen als im RL-Rißsystem fest und gibt für Zwischenrißsysteme ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) generell größere Bruchzähigkeiten an. Andere Untersuchungen können keinen Zusammenhang zwischen dem Rißsystem und der Bruchzähigkeit herstellen. Bei den in [5] zusammengefaßten Untersuchungen wurde festgestellt, daß die

<sup>59</sup> für Compact Shear

Bruchenergie rate i. W. unabhängig von der Rohdichte ist. Außerdem wird eine Beeinflussung bei der Bestimmung der Bruchzähigkeit durch die Belastungsgeschwindigkeit aufgezeigt.

In [30] ist eine einfache Beziehung zur Bruchzähigkeit im Mode I für Holz hergestellt:

$$K_{IIc} = \left[ \frac{a_{22}}{a_{11}} \right]^{0,25} K_{Ic} \quad (3.34)$$

Nach den von NEUHAUS ermittelten Elastizitätsmoduln (Anhang A) würde sich für die Bruchzähigkeit im Mode II entsprechend eine um den Faktor 2 bis 2,6 erweiterte Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  ergeben. Oft wird pauschal ein Faktor von 3,5 angegeben (z. B. in [121]). Derartige Abschätzungen scheinen mit Blick auf die in Tabelle 3-3 dargestellten Versuchsergebnisse wesentlich zu konservativ.

In Anbetracht der erheblichen Unsicherheiten bei der Bestimmung dieses Materialkennwerts wird für die weiteren Berechnungen ein Mittelwert von

$$K_{IIc} = 55 \text{ Nmm}^{-1,5}$$

unabhängig vom Rißsystem angenommen.

In Abschluß dieser Betrachtungen kann festgestellt werden, daß die mittleren Bruchzähigkeiten bei Fichtenholz in der Rißöffnungsart II in RL- und TL-Rißsystemen ungefähr 5-mal größer als bei Querkzugbeanspruchung sind. Diese Eigenschaft geht direkt auf den natürlichen Aufbau von Holz zurück. In [145] wird ausführlich über Aufnahmen von Bruchmechanikproben in Mode I und II mit dem Rasterelektronenmikroskop berichtet. Die wichtigsten Aussagen sind:

- die Prozeßzone bei reinen Mode I – Brüchen ist sehr klein
- im Mode I bilden sich nur wenige Mikrorisse, der Bruch geht i. W. zwischen den Fasern entlang und trennt nur wenige Fasern durch, die Bruchflächen sind glatt
- die Prozeßzone bei reinen Mode II – Brüchen ist groß (bis zur gesamten Ligamentlänge)
- im Mode II bilden sich viele Mikrorisse und dies in verschiedenen Ebenen zur Bruchrichtung, der Bruch geht durch viele Fasern hindurch, einige Fasern stellen sich quer und erschweren somit den Gleitprozeß bereits

---

getrennter Rißufer, Reibung und Druck werden aktiviert, die Bruchflächen sind sehr rauh, die effektive Spannungsintensität wird somit abgemindert.

- ⇒ *Die Empfindlichkeit gegenüber Querkzugbeanspruchungen ist bei Fichtenholz mit Rissen in der RL- oder TL-Ebene bedingt durch seinen natürlichen Aufbau um ein Vielfaches höher als gegen Schubbeanspruchungen. Ob die Anwendung von Mixed-Mode-Kriterien zur Abschätzung der Traglast für diese Problemlasse unter ingenieurmäßigen Gesichtspunkten sinnvoll ist, soll in weiteren Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit untersucht werden.*

## 4 MODELLBILDUNG

Grundsätzlich wird zur Aufstellung eines mathematischen Modells auf die in den vorstehenden Kapiteln beschriebenen Methoden im theoretische Rahmen der Kontinuumsmechanik zurück gegriffen.

In diesem Kapitel erfolgt die Bewertung von Parametern, welche sich durch Merkmale im physikalischen (realen) Modell der zu untersuchenden Problemklasse respektive beim Prozeß der Überführung in das mathematische Modell (Idealisierung) ergeben. Diese Parameter stellen sich dann als Randbedingungen im FE-Modell dar. Sie werden hier auf Redundanz hinsichtlich des den Beanspruchungszustand im hier verwandten Sinn beschreibenden bruchmechanischen Kennwerts Spannungsintensitätsfaktor analysiert. Darüber hinaus wird die Quantität relevanter Einflußparameter bestimmt. Schließlich werden für den weiteren Rechengang notwendige Vereinfachungen und Annahmen getroffen, welche im Einklang mit der ingenieurmäßigen Interpretation des vorliegenden Problems stehen.

### 4.1 Modellierung stiftförmiger Verbindungsmittel in Holz

Im Schrifttum findet man eine Reihe von Beiträgen zu Erkenntnissen, welche bei der Modellierung von Strukturen mit durch stiftförmigen Verbindungsmitteln belasteten Löchern gewonnen wurden. Wesentliche Unterschiede in der Intention dieser Arbeiten sind im betrachteten Material sowie in der den Beanspruchungszustand der Struktur charakterisierenden mechanischen Größe zu suchen.

Reine spannungstheoretische Betrachtungen werden z. B. in [1] angestellt.

Über bruchmechanische Analysen zu dieser Problematik berichten GRANDT [66], KARLSSON [81], CARTWRIGHT [36] und ROOKE [131].

Untersuchungen zur Berechnung von Spannungen um belastete Löcher in Strukturen aus Holz- und Holzwerkstoffen haben z. B. WILKINSON [158, 159, 160], KHAROUF [84] und RAHMAN [125] angestellt.



---

Untersuchungen zur Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren an orthotropen Strukturen werden von CHEONG [38, 39]<sup>60</sup> und CHIANG [41] dargelegt.

Bemerkenswert sind in diesem Zusammenhang die Übersichten zur Modellbildung bei Holzverbindungen von PATTON-MALLORY [117] und KHAROUF [86] sowie die langjährigen Arbeiten zum Themengebiet der Bolzenverbindungen in Holz von DAUDEVILLE und YASUMURA [45, 46, 47, 49, 164].

In diesem Kapitel soll eine Anpassung und Bewertung der diesen Arbeiten entlehnten Erkenntnisse entsprechend den Erfordernissen der speziellen Aufgabenstellung erfolgen.

#### 4.1.1 Dimension

Die ebene Modellierung von Bauteilen zieht naturgemäß die Beschränkung nach sich, daß über die Tiefe veränderliche Einflüsse nicht erfaßbar sind. Beim hier vorliegenden Problem muß bei einer zweidimensionalen Abbildung eine Diskrepanz zum physikalischen Modell festgestellt werden. Dies begründet sich in der Annahme, daß die Lasteinleitung durch im Vergleich zum Bauteil schlanken Verbindungsmittel schon bei recht schmalen Trägern nicht gleichmäßig über die Bauteiltiefe erfolgen wird.

Untersuchungen eines Bolzen-Holz-Kontaktbereichs anhand von dreidimensionalen Analysen werden z. B. in [116, 117, 74] angestellt. Die Intention dieser Arbeiten ist eine genauere Erfassung des Spannungszustands im Anschlußbereich durch eine realitätsnahe Abbildung der Lasteinleitung über die Bauteildicke (Verformung des Verbindungsmittels). Ein dreidimensionales Modell als Grundlage für bruchmechanische Betrachtungen wurde nach Kenntnis des Verfassers für diese Problemlasse bislang nicht verwendet. Für solche Untersuchungen müßten noch weitere Annahmen, z. B. die des Rißverlaufs über die Bauteildicke, etwa anhand geeigneter experimenteller Vorbetrachtungen getroffen werden.

Die Zulässigkeit bestimmter Näherungen im rechnerischen Modell ist i. W. von der Redundanz der vernachlässigten oder vereinfachten Parameter auf das

---

<sup>60</sup> hier werden lediglich unbelastete Löcher untersucht

gesuchte Ergebnis abhängig. Der Einsatz von komplexeren Modellen führt nicht zwangsläufig zu genaueren Ergebnissen. Dies begründet sich in der zumeist vorhandenen Limitierung des Kenntnisstands über das Materialverhalten, die Lasteinleitung, die Rand- und Übergangsbedingungen (z. B. Koppelbedingungen im Kontaktbereich, [82]).

Liegen symmetrische Rand- und Lasteinleitungsbedingungen bezüglich der x-y-Ebene vor, so birgt das dreidimensionale gegenüber dem ebenen Modell keinerlei Vorteile. Sind also die Queranschlüsse, wie praxisüblich, zweiseitig angeordnet, so liegt dieser Zustand global betrachtet vor. Die eingangs erwähnte Diskrepanz bei der lokalen Betrachtung der Lasteinleitung durch die Verbindungsmittel bleibt davon unberührt.

Weiterhin ist bei diesen Überlegungen zu beachten, daß der Zugewinn an Informationen durch die weitere Dimension beim vorliegenden Problem dahingehend relativiert wird, da begründete räumliche Versagenshypothesen für Holz, sowohl auf der Grundlage von Nennspannungen als auch im Rahmen der Bruchmechanik bislang fehlen. In diesem Zusammenhang sei weiterhin auf zusätzlich notwendige Untersuchungen von kritischen Materialkennwerten, etwa der Bruchzähigkeit im Reißöffnungsmodus III hingewiesen.

⇒ *Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden lediglich ebene Betrachtungen angestellt. Eine u. U. erforderliche Differenzierung der hier gemachten Aussagen auf der Grundlage dreidimensionaler Modellierung muß<sup>61</sup> späteren Untersuchungen vorbehalten bleiben. Für erste Abschätzungen der Tragfähigkeit von Queranschlüssen stellt sich die gewählte Vorgehensweise als akzeptable Vereinfachung dar.*

Im Abschnitt 5.2 sollen diese, wie auch alle hier getroffenen Annahmen durch vergleichende Betrachtung zu experimentellen Untersuchungen verifiziert werden.

---

<sup>61</sup> im Hinblick auf den erweiterten Arbeitsaufwand

### 4.1.2 Materialverhalten

Zur Abbildung des Materialverhaltens an Holzverbindungen werden von einigen Autoren [117, 118, 143] nichtlineare konstitutive Beziehungen herangezogen. Diese Modelle berücksichtigen die Nichtlinearität in gedrückten Bereichen in vereinfachender Näherung. Sie werden meist durch eine Kombination aus einachsigen Versuchen und weiterführenden Annahmen gewonnen. Ein voll konsistentes nichtlineares Materialgesetz für Holz ist dem Verfasser nicht bekannt (s. a. [117]).

Eine Erfassung plastischer Bereiche durch entsprechende Materialgesetze kann in jedem Fall nur eine teilweise Verbesserung des Modells bedeuten. Holz besitzt eine ausgesprochen heterogene Struktur, genauer müßte also auch der Anspruch der Homogenität (vgl. Abschnitt 2.1) fallen gelassen werden. Außerdem sei an dieser Stelle der außerordentliche Aufwand für eine nichtlineare Strukturanalyse und die Bestimmung entsprechender Elastizitätszahlen angemerkt.

Außerdem stellt sich bei der Erstellung des mathematischen Modells die Frage nach der Erforderlichkeit der Abbildung bestimmter Merkmale des realen Bauteils. So haben nicht alle dieser Merkmale Einfluß auf bestimmte Zusammenhänge im mathematischen Modell und können daher redundant für bestimmte, durch dieses Modell erzielte Ergebnisse sein (vgl. Abschnitt 4.1.1).

So ist der Zusammenhang von nichtlinearem Materialverhalten und danach berechneten Spannungen ursächlich. Ob aber die Berücksichtigung plastischer Bereiche für diese Problemklasse Einfluß auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren besitzt, ist zumindest fraglich und dabei von einer Reihe von Parametern abhängig. Potentielle Bereiche, in denen von der Ausbildung plastischer Zonen auszugehen ist, sind beim vorliegenden Problem die Auflager, der Lasteinleitungsbereich der Verbindungsmittel und der Bereich an der Rißspitze (siehe Abschnitt 2.2.2.1).

⇒ *Die Größe dieser plastischen Bereiche wird definitionsgemäß als sehr klein angenommen (Rißspitze) oder sie befinden sich in größerer Distanz zum Integrationsweg (Auflager- und Lasteinleitungsbereich). Es wird demzufolge davon ausgegangen, daß die an diesen Stellen unrealistische Abbildung des mathematischen Modells einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren hat. Linear-Elastisches Materialverhalten kann somit in ausreichender Näherung angenommen werden.*

### 4.1.3 Art der Verbindungsmittel

#### 4.1.3.1 Stabdübel

Stabdübel sind schlanke, zylindrische Stifte mit glatter, gelegentlich leicht gedrillter Oberfläche aus Stahl, die ihren Halt lediglich aus der Klemmwirkung des Paßsitzes beziehen. Sie werden mit einem Mindestdurchmesser von 6 mm mit einer Toleranz im Durchmesser von  $-0,0/+0,1$  mm hergestellt. Löcher im Baustoff Holz sind für Stabdübel mit dem Nenndurchmesser vorzubohren.

#### 4.1.3.2 Bolzen

Bolzen sind stiftförmige Verbindungsmittel aus Stahl, welche mit Kopf und Mutter versehen sind. Sie werden in Bohrlöcher eingebracht, die bis zu einem Millimeter größer als der Nenndurchmesser des Bolzens sein können.<sup>62</sup> Werden Bolzen in Löcher eingetrieben, deren Durchmesser dem des Bolzens entsprechen, so ist die Tragwirkung identisch mit der von Stabdübelverbindungen. Diese Verbindungen werden dann als Paßbolzenverbindung bezeichnet und nach den Bemessungsregeln für Stabdübel behandelt [60].

#### 4.1.3.3 Nägel

Nägel sind mit die gebräuchlichsten Verbindungsmittel in Holzkonstruktionen. Sie stehen in den mannigfaltigsten Ausführungen hinsichtlich Länge, Durchmesser und Oberflächenausbildung zur Verfügung. Üblich sind im deutschsprachigen Raum glattschaftige Nägel mit kreisförmigem Querschnitt und einem Durchmesser bis zu 8 mm. Beim Treiben von Nägeln besteht generell die Gefahr des Aufspalten des Holzes und somit des Auftretens von realen Rissen im Anschlußbereich. Bemühungen, dem Aufspalten beim Nageltreiben zu begegnen, sind entweder nicht unbedingt zuverlässig (Abstumpfen der Nagelspitze) oder aber recht aufwendig wie das Vorbohren, das zudem noch den Nachteil der Verringerung des Nettoquerschnitts birgt [76].

⇒ *Die Verwendung von Nägeln erfordert gesonderte Überlegungen hinsichtlich der kritischen Rißlänge (siehe 5.1).*

---

<sup>62</sup> im nordamerikanischen Sprachgebiet werden Bolzenlöcher mit bis zu 1,6 mm vorgebohrt [116]

#### 4.1.3.4 Abgrenzung

Die für die Ausführung dieser Anschlüsse ebenfalls verwendeten Dübel besonderer Bauart oder auch Nagelplatten werden im Rahmen dieser Untersuchungen nicht betrachtet. Diese eher „flächig“ wirkenden Verbindungsmittel haben ein grundsätzlich anderes Tragverhalten, welches bei der Formulierung des mathematischen Modells durch nichtebene Betrachtungen Berücksichtigung finden sollte. Desweiteren werden bei diesen Verbindungsmitteln teilweise andere Versagensmechanismen (z.B. Blockscher-Versagen) festgestellt, welche wiederum auf das Vorhandensein weiterer Kriterien des Bauteilversagens, u. U. auf der Basis von Nennspannungen, schließen lassen.

Andererseits zeigen mit diesen Verbindungsmitteln erzeugte Anschlüsse ein ausgesprochen sprödes Last-Verformungs-Verhalten. Unterstellt man weiterhin das herstellungsbedingte Vorhandensein von Rissen im Lasteinleitungsbereich, so ist eine Betrachtung der Tragfähigkeit derartiger Verbindungen nach bruchmechanischen Versagenskriterien durchaus angebracht.

⇒ *In den hier dargelegten Untersuchungen werden lediglich Anschlüsse untersucht, welche durch Stabdübel, Bolzen und Nägel verbunden sind.*

#### 4.1.3.5 Schlußfolgerung

Die Berücksichtigung dieser Verbindungsmittel erfordert weiterführende Untersuchungen, inwieweit sich durch sie hervorgerufene Besonderheiten, insbesondere der Lasteinleitung, auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren in Mode I und II niederschlagen.

Eine besondere Schwierigkeit bei der Modellbildung besteht in der Idealisierung der Verbindungsmittel selbst. Auf die explizite Darstellung der Verbindungsmittel im mathematischen Modell wird im Rahmen der vorgelegten Arbeit verzichtet.

⇒ *Die Abbildung der Verbindungsmittel erfolgt durch äquivalente äußere Kräfte im FE-Modell. Es werden lediglich im Querschnitt runde Verbindungsmittel berücksichtigt. Die durch sie belasteten Löcher werden allgemein als kreisförmig angenommen.*

Diese pragmatische Vorgehensweise wird gerade bei den untersuchten Holzverbindungen dadurch gerechtfertigt, da die Steifigkeit des Verbindungsmittels unter praxisüblichen Randbedingungen ungefähr 250 bis 750mal größer ist als die der untersuchten Struktur in Krafrichtung. Darüber hinaus müßten an der Bolzen-Loch-Schnittstelle Koppelbedingungen vereinbart werden, deren Formulierung nicht ohne Weiteres zu realisieren ist.

Zur Verteilung der Lasteinleitung durch mechanische Verbindungsmittel liegen in der gesichteten Literatur verschiedene Ansätze vor [159, 36, 131, 41, 125]. Die Bewertung dieser Ansätze und ihres Einflusses auf die Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt ausführlich in Abschnitt 5.2.1.3.

## 4.2 Zur Annahme von Rissen

Die Berechnung bruchmechanischer Kennwerte erfordert ursächlich das Vorhandensein von Rissen. Der Nachteil von Tragfähigkeitsbetrachtungen von Strukturen aus Holz im Rahmen der LEBM besteht in der meist unzureichend abgesicherten Annahme von Rissen im mathematischen Modell. Oft werden Beobachtungen, welche am physikalischen (realen) Modell gewonnen werden, zu diesen Annahmen herangezogen. An dieser Stelle sei noch einmal darauf verwiesen, daß die angenommenen Risse im mathematischen Modell nicht allein tatsächlich vorhandenen Rissen entsprechen, sondern auch die Möglichkeit von Defekten oder Mikrorissen im realen Bauteil abbilden sollen. Die Ursachen für die Bildung von Rissen können mannigfaltig sein.

Die Frage der Rißbildung wird bei bruchmechanischer Betrachtungsweise i. A. ausgeklammert [67]. Zur Klärung der für die Entstehung von Rissen verantwortlichen Vorgänge werden zunehmend die Methoden der Schädigungsmechanik herangezogen [9, 44].

Für die Rißbildung können für die zu untersuchende Problematik bei makroskopischer Betrachtung i. W. folgende Ursachen genannt werden:

- lokale Einstellung einer beliebigen (unbekannten) Festigkeitshypothese (z. B. auf der Grundlage von Nennspannungen)
- herstellungsbedingte Einwirkungen (Schwindrisse, Nageltreiben)

Im gesichteten Schrifttum konnten nur sehr wenige Quellen ermittelt werden, welche die quantitative Erfassung makroskopischer Risse an realen Holzbauteilen

zum Gegenstand haben. Andererseits können solche Untersuchungen niemals den Anspruch der Allgemeingültigkeit erheben. Sie können nur für Anwendungen abgeleitet werden, welche zumindest ähnlichen Randbedingungen unterliegen.

Das Auftreten und die Erscheinungsform von Rissen sind i. W. abhängig von:

- der Art der äußeren Einwirkung
- der Bauteilgeometrie- und -größe
- der Orientierung der natürlichen Holzachsen im Bauteil
- der Holzart
- der Holzfeuchte und Auswirkungen infolge ihrer Änderung(en)
- der Streuung von Materialeigenschaften (z. B. Holzfehler)

Zur Absicherung bruchmechanischer Überlegungen bedarf es weiterer Untersuchungen hinsichtlich des Auftretens tatsächlicher oder der Annahme pre-existenter Risse. Dies ist begründet in dem direkten Zusammenhang (Gl. 2.28) der Annahme von Rissen und der Berechnung von Traglasten.

Dementsprechend ist die Genauigkeit der erzielten Ergebnisse unmittelbar an die Realitätsnähe der Annahme von Rissen im Rechenmodell gekoppelt. In den folgenden Abschnitten werden einige Überlegungen angestellt, welche die im Weiteren angenommenen Modalitäten für fiktive Risse an querbelasteten Löchern in Strukturen aus Holz stützen sollen.

#### 4.2.1 Richtung

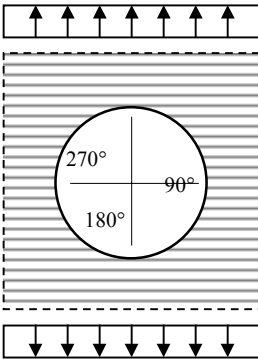
Ein wesentlicher Vorteil des ausgeprägt orthotropen Materialverhaltens von Holz besteht in der relativ hohen Sicherheit der Annahme der Lage von bereits vorhandenen Rissen. Dieser Umstand ist trivial, jedem der schon einmal einen Nagel in ein Brett getrieben hat, ist er intuitiv bekannt. Man kann bei Betrachtung der mikroskopischen Holzstruktur davon ausgehen, daß auch andere als herstellungsbedingte Ursachen zu einer Lage der Rißfläche in Lamellenrichtung führen.

Unter gemischter Beanspruchung kommt es üblicherweise zu einer Ablenkung der Rißausbreitungsrichtung aus der Lage des stationären Risses (vgl. [67]). Das kann man für Holz weitgehend ausschließen, da der Rißfortschritt sehr stark durch das anisotrope Materialverhalten beeinflußt wird. Dies ist nicht allein in den

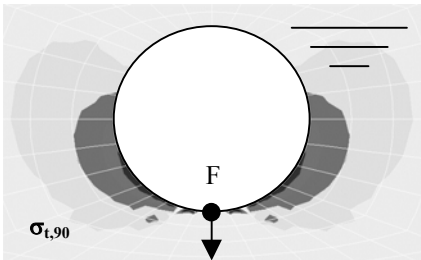
unterschiedlichen Steifigkeiten der natürlichen Achsen, sondern vor allem in den richtungs- und vorzeichenabhängigen Festigkeiten bedingt [30]. Im Hinblick auf die wesentlich niedrigeren kritischen Materialkennwerte quer zur Faser kann man für die weiteren Rechnungen von einer Rißausbreitung in Faserrichtung ausgehen. Bei realen Bauteilen wird die Richtung der Rißausbreitung entsprechend durch das eventuelle Auftreten von Holzfehlern (z. B. Äste) in der Rißebebene beeinflußt.

#### 4.2.2 Ort

Zur Lokalisierung der Stelle der Entstehung von Rissen kann man unter Annahme einer einfachen lochbehafteten Scheibe unter Zug den einfachen Umstand heranziehen, daß es an der Stelle der größten Querschnittsschwächung zur Herausbildung einer Spannungsspitze kommen wird.



Entsprechend der nebenstehenden Skizze würde sich unter Beachtung des angedeuteten Faserverlaufs und der überaus geringen Querszugfestigkeit bei Holz mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Rißbildung bei  $90^\circ$  respektive bei  $270^\circ$  der Skalierung ergeben. Bei den meisten bekannten Untersuchungen werden die Risse auch an belasteten Löchern an der Lochmitte normal zur eingeleiteten Kraft angenommen (vgl. z. B. [66, 81, 36]).

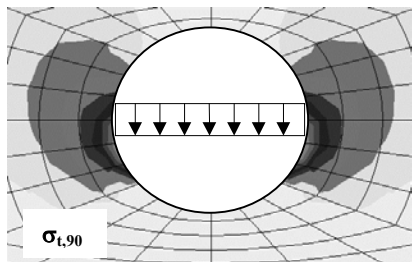


Legt man diesen Überlegungen nun Randbedingungen zugrunde, welche typischen Queranschlüssen entsprechen, ergibt sich eine leicht veränderte Verteilung der für die Rißbildung wichtigen Querszugspannungen. Geht man vom

Grenzfall eines Verbindungsmittels mit Spiel (Bolzen) aus, ergibt sich zunächst eine theoretische Belastung in einem Punkt (Einzellast). Die maximalen



Querzugspannungen (dunkel dargestellte Bereiche) treten dann in einem Bereich von ca.  $120^\circ$  –  $150^\circ$  auf. Der Bereich positiver Querspannungen ist bei  $90^\circ$  immer noch am weitesten (siehe Skizze).



Geht man dann von einer (eher realistischen) satten Lasteinleitung aus, wie sie etwa bei Stabdübeln oder infolge von Anfangsverformungen auftreten wird, so „verschieben“ sich die maximalen Querspannungen in den Bereich von etwa  $90^\circ$  bis  $120^\circ$ .

Dort werden dann, auch in einiger Entfernung vom Lochrand, mittlere Quersugfestigkeiten, wie sie z. B. in [27] angegeben sind, überschritten. Andererseits würden bei einer satten Bettung des Bolzens im Holz wahrscheinlich große Bereiche des Lochrandes überdrückt, was die Entstehung von Rissen wiederum behindern würde.

Darüber hinaus sind auch in Gebieten oberhalb der Lochmitte ( $60^\circ$  bis  $90^\circ$ ) Quersugspannungen in Größenordnungen vorhanden, welche die Ursache einer Ribbildung sein könnten. Es sei an dieser Stelle noch einmal ausdrücklich darauf verwiesen, daß die hier herangezogenen Beanspruchungen in Unkenntnis genauerer Umstände der Kontaktbedingungen und des Materialverhaltens angestellt werden. Sie können demnach lediglich rein qualitativer Natur sein. Weiterhin ist zu beachten, daß die Spannungsverteilung von der relativen Anschlußhöhe  $b_c/H$  abhängig ist.

Zur Klärung des Einflusses des Ortes der Ribbildung wurden verschiedene Vergleichsrechnungen angestellt. Diese Rechnungen, wie auch die der nachfolgenden Abschnitte, wurden am Einfeldträger mit einem mittig angeordneten Stabdübel ausgeführt.<sup>63</sup> Diese einfache Anordnung wird für diese Untersuchungen als günstig angesehen, weil hier die Beeinflussung durch andere Anschlußparameter weitgehend entfällt. Die Randbedingungen des Modells sind der nachfolgenden Zusammenstellung zu entnehmen, bei der Modellbildung wurden die Erkenntnisse hinsichtlich des Einflusses der Annahme der Lasteintragung (siehe Abschnitt 5.2.1.3) bereits berücksichtigt:

<sup>63</sup> in Anlehnung an die von BALLERINI gewählte Versuchskonfiguration (siehe Abschnitt 5.2.1)

Stützweite:	$l = 3,40 \text{ m}$
Balkenhöhe, -breite:	$H = 19,6 \text{ cm}, t = 4 \text{ cm}$
Stabdübeldurchmesser:	$d = 1,0 \text{ cm}$
Belastung:	normierte Gleichlast (1000 N)
absolute Anschlußhöhe:	$b_e = 8 \text{ cm}$
relative Anschlußhöhe:	$b_e/H = 0,4$

Entsprechend den o. a. Vorüberlegungen wurden verschiedene Orte der Rißbildung untersucht:

- Riß 3 mm oberhalb der Lochmitte
- Riß auf Höhe der Lochmitte ( $90^\circ$ )
- Riß 2 mm unterhalb der Lochmitte

Die Darstellung der berechneten Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt allgemein als Funktion der Rißlänge  $a$  (vgl. Abschnitt 4.2.3):

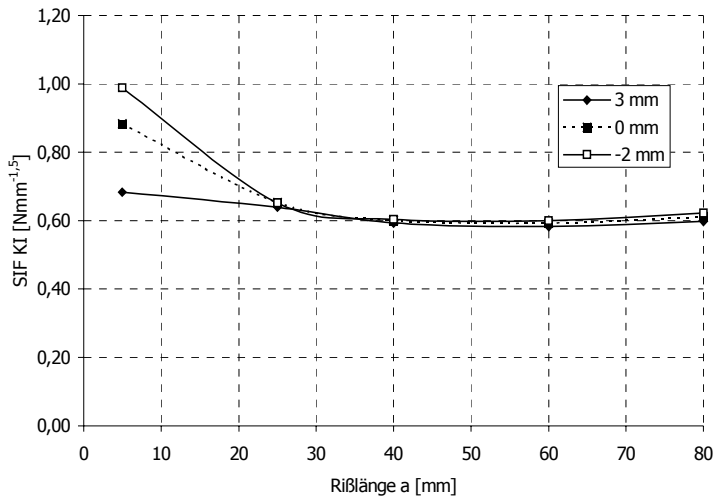


Abbildung 4-1a  $SIF K_I$  in Abhängigkeit vom Ort der Rißnütierung

Aus der Abbildung 4-1 geht hervor, daß der Ort der Rißentstehung bei kurzen Rissen einen recht großen Einfluß auf die Bestimmung der SIF hat. Dies gilt insbesondere für den bedeutsameren SIF  $K_I$ . Ab einer Rißlänge  $a$  von etwa 25 mm sind allerdings keine signifikanten Unterschiede mehr zu erkennen. Die Differenzen im SIF  $K_{II}$  sind auch bei größeren fiktiven Rißlängen noch beträchtlich.

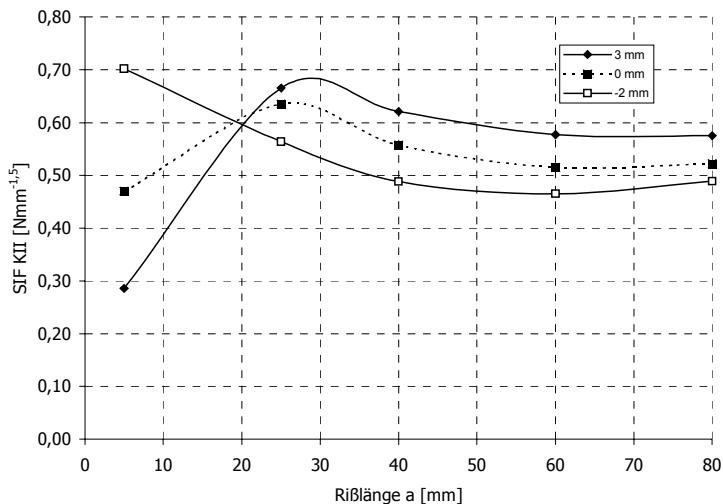


Abbildung 4-1b *SIF K<sub>II</sub> in Abhängigkeit vom Ort der Rißinitiierung*

In Ergänzung dieser Überlegungen sei auf die experimentellen Untersuchungen von DAUDEVILLE zu dieser Problematik hingewiesen [46, 47]. Er beobachtet unter reiner Zugbeanspruchung die Rißbildung bei einem Winkel unter  $90^\circ$ . Bei gemischter Beanspruchung tritt demnach die Rißbildung oberhalb der Lasteinleitung, unter einem Winkel von  $45^\circ$  bis  $90^\circ$  ein. Somit wird durch die o. a. quantitativen Betrachtungen zu diesem Einfluß der mögliche Bereich der Rißinitiierung voll abgedeckt.

Zudem bleibt anzumerken, daß der Ort der Rißbildung bei realen Strukturen auch von der lokalen Beschaffenheit der Holzstruktur am Lochrand hinsichtlich des Rißsystems abhängig sein wird. Bei einem ausgeprägten RL-Rißsystem ist die Rißbildung in der Frühholzzone zu erwarten. Da die Festigkeiten der Späthholzzone größer sind, ist der Ort der Rißentstehung dann weniger von den lokalen Spannungen abhängig. Dieser Effekt wird durch die experimentellen Untersuchungen von JOB [79] i. W. bestätigt. Liegt eher ein TL-Rißsystem vor, so hat dieser strukturelle Effekt weit weniger Bedeutung. Die Rißfront muß dann sowohl Frühholz- als auch Späthholz zonen durchtrennen.

⇒ Für die im Weiteren angestellten Berechnungen wird als Ort für die Rißbildung die Stelle der größten Strukturschwächung in Krafrichtung angenommen. Dies entspricht den Positionen  $90^\circ$  respektive  $270^\circ$  der o. a. Skalierung.

Diese Annahme kann mit hinreichender Genauigkeit angenommen werden, da der das Bruchkriterium i. W. bestimmende SIF  $K_I$  ab einer Rißlänge von 25 mm unabhängig vom Rißort wird, die kritischen Rißlängen für fast alle denkbaren Anschlußgeometrien oberhalb dieses Wertes liegen (siehe Abschnitt 5.1).

#### 4.2.2.1 Interaktion der Rißentstehung

Die Annahme fiktiver Risse ist ein äußerst sensibler Bestandteil einer Tragfähigkeitsanalyse im Rahmen der LEBM. Die Ergebnisse sind sehr stark von diesen Annahmen abhängig. Dementsprechend ist die Annahme dieser Risse argumentativ zu unterlegen.

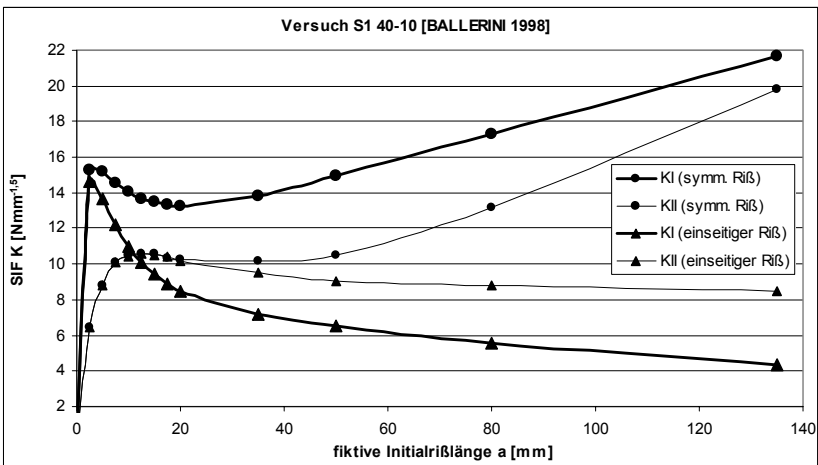


Abbildung 4-2 SIF  $K_I$  und  $K_{II}$  in Abhängigkeit der Rißlänge bei einseitiger und beidseitiger Rißannahme

Bei der Modellierung von belasteten oder unbelasteten Löchern oder Durchbrüchen in beliebigen Strukturen wird in einigen Arbeiten (z. B. [66, 81, 131]) von einseitigen Initialrissen ausgegangen. Es wird also lediglich ein Riß am Loch angenommen. Überträgt man derartige Annahmen auf die zu untersuchende Problemklasse, so ergeben sich im Vergleich zur beidseitigen

Rißannahme ( $90^\circ$  und  $270^\circ$ ) stark abweichende Funktionenverläufe für die Spannungsintensitätsfaktoren. Dieser Sachverhalt sei anhand der nachfolgenden Abbildung verdeutlicht. Es wurde hierzu ein Einfeldträger mit einem Stabdübel in Feldmitte untersucht (vgl. Abschnitt 5.2.1).

Es ist deutlich zu erkennen, daß mit Ausnahme sehr kurzer Rißlängen ein deutlicher Unterschied in den Spannungsintensitäten, insbesondere im bedeutsamen Mode I, besteht. Außerdem kommt es bei einseitiger Rißannahme nicht zur Ausbildung eines charakteristischen lokalen Minimums.

Nimmt man lediglich einseitige Rißentstehung an, so würde man bei gleicher Rißlänge die Bruchlast des Queranschlusses stark überschätzen. Außerdem würden mit zunehmender angenommener Rißlänge die Bruchlasten stetig größer. Dieser Effekt ist bei genauerer Betrachtung des Problems nachgerade folgerichtig. Infolge der zunehmenden Entfernung der Rißspitze von der Lasteinleitungsstelle am Bolzen nimmt die Spannungskonzentration am Riß ab. Die Lasten tragen sich dann unmittelbar an der ungerissenen Struktur am Bolzenlochrand ab. Daß eine solche Annahme gerade für Strukturen aus Holz bei Belastung quer zur Faser nicht zu halten ist, sollen die nachfolgenden Abbildungen argumentativ unterlegen.

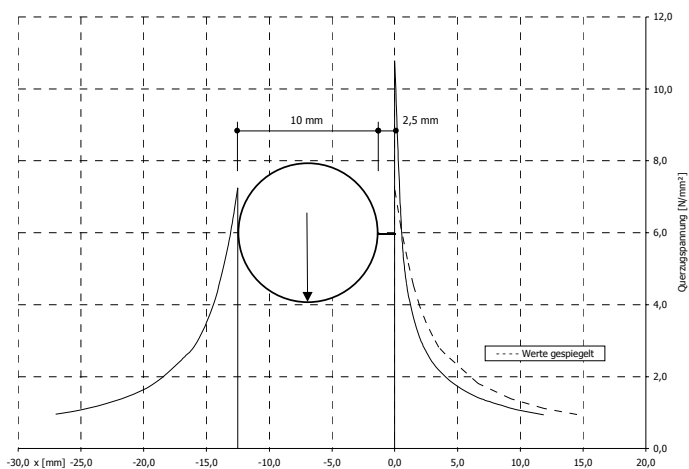


Abbildung 4-3

Verteilung der Querspannungen am Bolzenloch für kurze Risse bei einseitiger Rißannahme ( $a = 2,5 \text{ mm}$ )

Für sehr kurze Risse oder Defekte ist eine einseitige Rißannahme aufgrund der Verteilung der Querspannungen zu vertreten. Infolge der scharfen Kerbausildung am Riß ist die Spannungsgradient dann dort sogar größer. Der Einfluß der Entfernung zur Lasteinleitung hat infolge der Kürze des Risses eine untergeordnete Bedeutung. In der nachfolgenden Darstellung sind die Querspannungen in der Ebene des Risses für die gerissene sowie die ungerissene Seite des Bolzenlochrandes dargestellt.

Verlängert sich nun infolge der größeren Beanspruchungen der einzelne kurze Riß, so ergibt sich dann folgende Verteilung der Querspannungen:

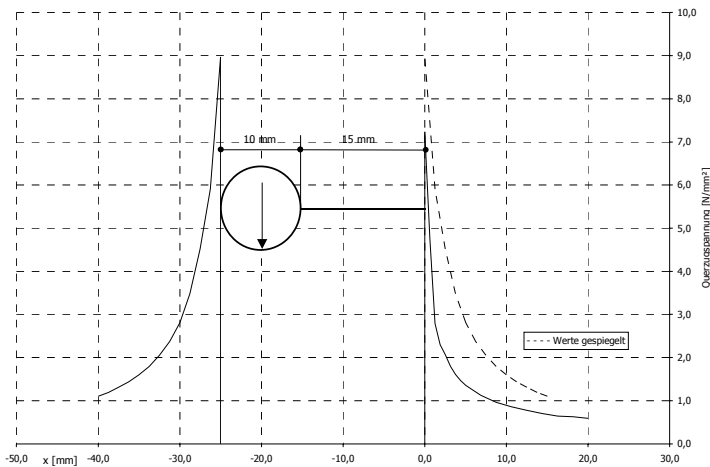


Abbildung 4-4a Verteilung der Querspannungen am Bolzenloch für längere Risse bei einseitiger Rißannahme ( $a = 15 \text{ mm}$ )

Bei diesen Betrachtungen soll die genaue Ursache dieses Rißfortschritts zunächst einmal unberücksichtigt bleiben. Es wird hier vereinbarungsgemäß davon ausgegangen, daß die Entstehung dieser Risse von der sehr geringen Quersugfestigkeit des Holzes abhängt.

Betrachtet man nun die Vergrößerung des Risses von 2,5 auf 15 mm, so ist zu erkennen, daß es nun zu einer Spannungsumlagerung zur ungerissenen Seite des Bolzenlochs kommt. Die Querspannungen sind hier ca. 30% größer als an der Rißspitze. Für noch größere Risse ergeben sich entsprechend

ungleichmäßigere Verhältnisse. Das Auftreten derartiger Rißkonfigurationen ist dementsprechend unrealistisch.

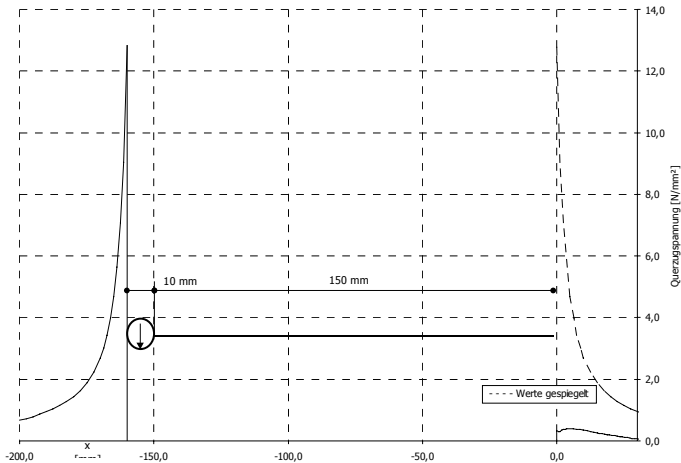


Abbildung 4-4b Verteilung der Querspannungen am Bolzenloch für längere Risse bei einseitiger Rißannahme ( $a = 150 \text{ mm}$ )

⇒ Für die weiteren Berechnungen wird von einer symmetrischen Rißbildung ausgegangen.

### 4.2.3 Länge

Mit den Methoden der LEBM ist eine Möglichkeit der Traglastabschätzung von rißbehafteten Bauteilen gegeben. Zur Berechnung der in diesem Rahmen erforderlichen bruchmechanischen Kennwerte ist die Kenntnis der Modalitäten dieser Risse unmittelbar erforderlich. Leider wird es bei der Aufnahme experimenteller Untersuchungen immer wieder versäumt, qualitative wie quantitative Aussagen zur Rißbildung, zur Rißinitiiierung sowie zum Rißfortschritt zu leisten. Wiederum ist die Aufnahme von Rissen eine schwierige meßtechnische Aufgabe.

Über Ort und Lage von Rissen in der Holzstruktur kann man unter ingenieurmäßiger Betrachtung Annahmen treffen, welche zumindest als streitbar zu bezeichnen sind. Für die Länge fiktiver Risse kann man dies nicht, setzt man die Unkenntnis über tatsächliche Risse am realen Bauteil, so wie beim vorliegenden Problem, voraus. Dahingehende Annahmen müssen als spekulativ

gelten. Da die angenommene fiktive Rißlänge einen erheblichen Einfluß auf die Berechnung der Traglast besitzt, erscheint eine ungesicherte Annahme der Rißlänge  $a$  als fragwürdig.

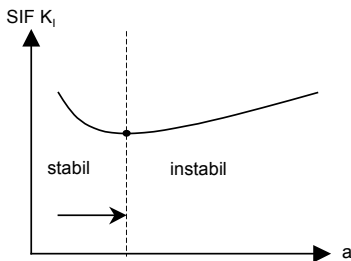
Eine Möglichkeit der Eingrenzung des Bereichs möglicher Rißlängen könnte sich u. U. in der Einführung restriktiver Randbedingungen, etwa der Einführung einer Obergrenze akzeptierter Risse, ergeben.

In [151] wird eine Abschätzung der Initialrißlänge für eine halbumendliche Scheibe unter Rißöffnungsart I angegeben:

$$a_{\text{crit}} = \frac{E_{\perp} G_{\text{lc}}}{4 f_{t,90}^2} \quad (4.1)$$

Nimmt man obere und untere Grenzwerte der Steifigkeit (siehe Anhang A), der kritischen Energiefreisetzungsrate (siehe Abschnitt 3.3.2.1) und der Querkzugfestigkeit (vgl. [27],  $\Rightarrow 1 \text{ N/mm}^2 \leq f_{t,90} \leq 3 \text{ N/mm}^2$ ) für praxisübliche Holzfeuchten und Rißsysteme an, so ergeben sich demnach kritische Rißlängen von ungefähr 1 bis 20 mm. Diese Werte können lediglich als Anhaltswerte dienen, unter allgemeineren Randbedingungen kann man diese Abschätzung lediglich als grobe Näherung betrachten.

Zudem ist zur Beurteilung der Tragfähigkeit nicht allein die Frage nach dem Eintreten der Rißausbreitung von Belang, sondern vor allem auch die Frage nach der Stabilität (vgl. Abschnitt 2.2.1.1) der Rißausbreitung [69]. Wird unter Annahme einer konstanten äußeren Last der Differenzenquotient aus SIF und Rißlänge kleiner Null (4.2), so ist die Rißausbreitung stabil. Zur weiteren Rißausbreitung erfordert das System die Zufuhr von äußerer Energie. Wird dieser Differenzenquotient größer Null, so gilt der gleiche Sachverhalt sinngemäß diametral (4.3).



Unter Annahme einer reinen Rißöffnungsart I gilt :

$$\left. \frac{\partial K_I}{\partial a} \right|_{F=\text{const}} < 0 \quad (4.2)$$

$$\left. \frac{\partial K_I}{\partial a} \right|_{F=\text{const}} > 0 \quad (4.3)$$



Die Gleichgewichtsbedingungen (4.2) und (4.3) sind nur unter der Voraussetzung gültig, daß der Reißwiderstand unabhängig vom Reißfortschritt ist<sup>64</sup>, diese Annahme ist streng genommen nicht korrekt, meist kommt es zur Ausbildung einer sog. Reißwiderstandskurve (vgl. z. B. [67])

Zur Beurteilung der Stabilität des Reißwachstums und der Definition der kritischen Reißlänge im hier gewählten Sinn (vgl. Abschnitt 5.4) ist die Kenntnis des funktionalen Zusammenhangs von Reißlänge und Spannungsintensitätsfaktor unerlässlich.

⇒ *Die Angabe der Spannungsintensitätsfaktoren erfolgt daher zunächst als Funktion der fiktiven Reißlänge  $a$ .*

Es werden für die weiteren Berechnungen Reißlängen  $a$  bis zu etwa 40 cm untersucht. Dabei ist von explizitem Interesse, ob die so gewonnene Funktion den Verzweigungspunkt des o. g. Stabilitätsproblems erfaßt. Dementsprechend ist die zu untersuchende Reißlänge i. W. von der Trägergeometrie abhängig. Entsprechend den Anforderungen einer der Problemstellung angemessenen Netzadaption wird bei den Berechnungen von einer Mindestreißlänge von 1 mm ausgegangen.

#### 4.2.3.1 Alternation der Reißlänge

Die Unterstellung der Existenz zweier Risse am Bolzenloch zieht qualitative Überlegungen zur Annahme ihrer Längen nach sich. Geht man hierbei von ungleich langen Rissen aus, so ergeben sich Beanspruchungssituationen wie sie bereits in Abschnitt 4.2.2.1 diskutiert wurden.

Analog zu den dort angestellten Betrachtungen kann man bei ungleich langen Rissen davon ausgehen, daß es infolge der Ungleichmäßigkeit der Beanspruchungen zum Einstellen eines Gleichgewichts und damit zur Ausbildung gleich langer Risse kommt.

⇒ *Bei den im Weiteren angestellten Betrachtungen wird davon ausgegangen, daß die Risse am Bolzenlochrand gleich lang sind.*

---

<sup>64</sup> die Bruchzähigkeit entspricht hier einem Materialkennwert

Diese Festlegung befindet sich in guter Übereinstimmung mit Beobachtungen experimenteller Untersuchungen (z. B. [80]) und kann damit als abgesichert gelten.

#### 4.2.3.2 Zur Annahme der Rißlänge infolge Nageltreiben

Beim Treiben von Nägeln kann berechtigt davon ausgegangen werden, daß es zum Spalten der Holzstruktur kommt.<sup>65</sup> Dementsprechend ist das Vorhandensein eines Initialrisses  $a_0$  bei den weiteren Überlegungen zur kritischen Rißlänge und zur Traglast zu berücksichtigen.

Experimentelle Untersuchungen zur Länge von Rissen, welche infolge des Treibens von Nägeln entstehen, stellt SOBUE in [141] an (u.a. für Fichtenholz). Seine wichtigsten Erkenntnisse sind dabei:

- der Riß in inneren Ebenen der Struktur ist länger als an der Oberfläche
- die Rißlänge ist abhängig von der Lage des Nagels innerhalb der Struktur (randnahe Lagen bedingen längere Risse)

Über umfangreiche Versuchsreihen (u.a. auch Fichtenholz) berichtet LAU in [92]. Die wesentlichen Feststellungen dieser Arbeit sind:

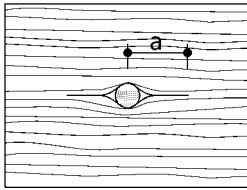
- die Rißlänge ist direkt abhängig von der Rohdichte
- die Rißlänge ist linear abhängig von der Querschnittsfläche des Nagels
- Douglasie ist wesentlich rißanfälliger als Fichte (Rohdichte)

Weiterhin haben diese Untersuchungen ergeben, daß die Art des Nagels und die Holzfeuchte einen gewissen Einfluß besitzen. Aus den Versuchsergebnissen wurden durch Regression verschiedene Formeln zur Abschätzung der Rißlänge infolge Nageltreiben in Abhängigkeit der Rohdichte, des Nageldurchmessers und der Holzfeuchte gewonnen. Die in [12] angestellten Untersuchungen zeigen, daß der Einfluß der Holzfeuchte durch den in [92] hergeleiteten einfachen formelmäßigen Zusammenhang vernachlässigbar ist. Für die praxisüblichen Holzfeuchten ergeben sich lediglich Abweichungen bis zu 7%.<sup>66</sup> Die

<sup>65</sup> insbesondere bei Verzicht auf die Maßnahme *Vorböhren*

<sup>66</sup> unter Berücksichtigung der Holzfeuchte ergeben sich für einen mittleren Wert  $u = 12\%$  auch mittlere Werte der Initialrißlänge; geringere Feuchtigkeiten erhöhen die Rißlänge, größere mindern sie ab (vgl. [12])

Initialrißlänge infolge Nageltreiben kann unter Vernachlässigung dieses Einflusses demnach folgendermaßen abgeschätzt werden:



$$a_0 = 2,12 \times \rho^{1,5} \times d^2 + 1,04 \text{ [mm]} \quad (4.4)$$

wobei:

$\rho$  – die Rohdichte [ $\text{g/cm}^3$ ]

$d$  – der Nageldurchmesser [mm] sind.

Dabei ist zu beachten, daß die Rißlänge  $a$  im Sinne dieser Abschätzung die Distanz von der Rißspitze bis zum Mittelpunkt des Verbindungsmittels meint. Im Kontext der vorliegenden Arbeit wird unter Rißlänge nur der eigentliche Riß verstanden.

Die nachfolgende Darstellung stellt die zu erwartende Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der Rohdichte dar. In dieser Darstellung finden lediglich Nägel bis zu einem Durchmesser von 4,2 mm sowie Rohdichten bis zu  $0,5 \text{ g/cm}^3$  Berücksichtigung. Beim Überschreiten dieser Werte müssen die Nagellöcher gemäß der entsprechenden Normen [50, 25] vorgebohrt werden. Damit soll dem Auftreten noch größerer Risse begegnet werden. Vorgebohrte Nägel werden in den weiteren Überlegungen wie Stabdübel behandelt.

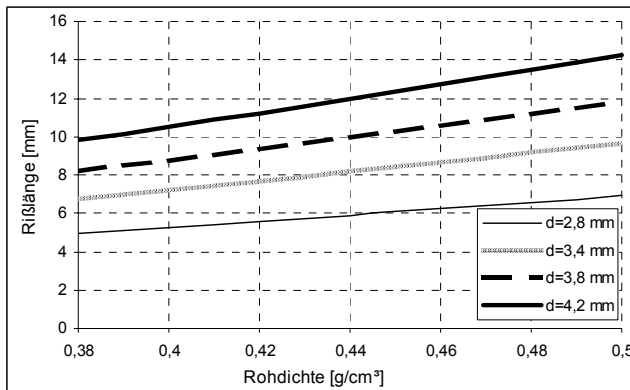


Abbildung 4-5

Abschätzung der Rißlänge infolge Nageltreiben nach [92]

Entsprechend der Darstellung in Abbildung 4-2 sind beim Treiben von Nägeln unter praxisüblichen Randbedingungen Initialrißlängen von ungefähr 3,5 bis etwa 12 mm zu erwarten.

⇒ *Bei der Festlegung der kritischen Rißlänge und demgemäß zur Ermittlung der Traglast von Queranschlüssen unter Verwendung nicht vorgebohrter Nägel werden Initialrißlängen  $a_0$  entsprechend der Abbildung 4-5 vorausgesetzt.*

### 4.3 Idealisierung besonderer Merkmale des physikalischen Modells

In den nachfolgenden Abschnitten werden Annahmen zur hier realisierten Modellbildung erörtert. Außerdem werden Ergebnisse aus eigenen und im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit stehenden Untersuchungen [12, 146] zu den in Abschnitt 4.1 herausgestellten Merkmalen in Anwendung auf die besonderen Randbedingungen der zu untersuchenden Problemklasse der Queranschlüsse an Trägern aus Voll- und Brettschichtholz aufgezeigt.

⇒ *Demnach sind die wesentlichen (lokalen) Merkmale, welche bei der Modellierung von Strukturen mit durch stiftförmige Verbindungsmittel belasteten Löchern zu beachten sind:*

- Bolzen-Loch-Spiel und Kontaktbedingungen (VM/Struktur)
- Art der Verbindungsmittel
- Abhängigkeit der Belastung von den (angenommenen) Materialeigenschaften
- Reibung

#### 4.3.1 Bolzen-Loch-Spiel

Bei der Herstellung von Bolzenverbindungen kommt es infolge der Übergröße des vorgebohrten Lochs zur Ausbildung des sog. Bolzen-Loch-Spiels. Verbindungen, welche unter Verwendung von Stabdübeln oder Nägeln hergestellt werden, sind entsprechend der für sie gültigen Herstellungsanweisungen (z. B. [50]) paßgenau.<sup>67</sup> Ein Spiel ergibt sich für diese Verbindungsmittel

---

<sup>67</sup> gem. [50] Abs. 5.3 dürfen bei Stahl-Holz-Verbindungen unter Verwendung von Stabdübeln die Löcher mit 1mm Spiel vorgebohrt werden, es ergeben sich dann sinngemäß dieselben Verhältnisse wie bei Bolzen

demnach nicht, das Verhältnis  $d/D$  wird zu 1. Bei praxisüblichen Bolzenverbindungen ergeben sich relative Spiele von 0,92<sup>68</sup> bis 0,97.

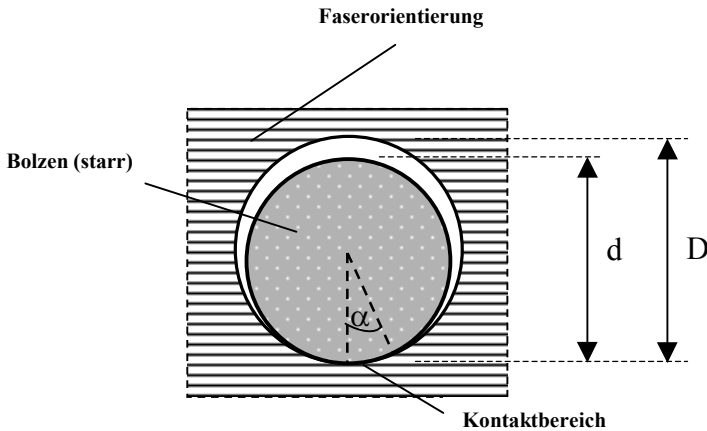


Abbildung 4-6 Bolzen-Loch-Spiel

Der Effekt des Bolzen-Loch-Spiels beruht auf dem rein theoretischen Sachverhalt, daß Bolzen und Struktur in lediglich einem Punkt Kontakt miteinander haben. In der Realität muß es infolge des Spannungsabbaus zur Ausbildung einer Kontaktzone kommen. Im Schrifttum wird in diesem Zusammenhang häufig von einem sog. geometrischen Effekt<sup>69</sup> gesprochen. Die Größe des Kontaktbereichs ( $2\alpha$ ) wird am wirklichen Bauteil nicht allein von diesem Effekt abhängig sein. Die genaue Untersuchung des Bolzen-Loch-Spiels kann nur unter gründlicher Beachtung der den Bolzen-Loch-Bereich umgebenden konstitutiven Bedingungen und nicht etwa losgelöst oder in unzulässiger Vereinfachung derselben erfolgen. Dahingehende rein linear-elastische Untersuchungen, gerade bei Belastung senkrecht zur Faser, sind kontrafaktisch. Im Kontaktbereich ist gerade mit größer werdendem Spiel (kleines  $d/D$ ) die Ausbildung einer plastischen Zone zu erwarten.<sup>70</sup>

<sup>68</sup> bei Stabdübeln ergibt sich ein Minimum von 0,89 (s. o.)

<sup>69</sup> o. a. *geometrischer* „Singularität“

<sup>70</sup> in [158] wird für Belastung parallel zur Faser die Ausbildung nichtlinearer Bereiche unmittelbar am Bolzenlochrand bei einer Beanspruchung festgestellt, welche der 75-prozentigen Festigkeit entspricht, sinngemäße Aussagen findet man auch in [125]

Infolge elastischer und/oder plastischer Verformungen nimmt die Größe des Kontaktbereichs mit abnehmender Steifigkeit der Holzstruktur zu. Da das hier gewählte Materialgesetz (vgl. Abschnitt 4.1.2) diese Bereiche nicht realistisch abbildet, ist eine exakte Erfassung des Einflusses des Bolzen-Loch-Spiels nicht möglich. Mit infolge nichtlinearer Effekte zunehmendem Kontaktbereich wird die Betrachtung des Bolzen-Loch-Spiels immer weniger effektiv, da sich beide Einflüsse in unbekannter Größenordnung überlagern [116].

Eine qualitative Abschätzung dieses Einflusses wird hier dementsprechend anhand von Grenzwertbetrachtungen zur Größe des Kontaktbereichs angestellt.

⇒ *Die Erfassung des Einflusses des Spiels bei der Verwendung von Bolzen erfolgt unter Abwägung der vorangestellten Randbedingungen implizit bei der Untersuchung hinsichtlich des Einflusses der Art der Lasteintragung (siehe Abschnitt 4.4.1).*

Diese Vorgehensweise legitimiert sich durch den Umstand, daß die dort untersuchten Grenzfälle Einzellast ( $\alpha = 0$ ) und Lasteintragung über den ganzen Bolzen ( $\alpha = 90$ ) den Bereich realer Größen der Kontaktbereiche voll abdecken. Infolge des bei Holzverbindungen geringen Spiels (s. o.) und der ebenfalls geringen Steifigkeit quer zu Faser ist davon auszugehen, daß die Verbindungsmittel satt aufliegen. Diese Annahme wird auch durch die [88] dargelegten Untersuchungen bestätigt.<sup>71</sup>

### 4.3.2 Reibung

Die Frage der Art und Weise der Berücksichtigung verschiedener Parameter bei der Modellbildung stiftförmiger Verbindungsmittel in Holz ist im vorliegenden Schriftum nicht unumstritten. Dies betrifft in besonderem Maße die Berücksichtigung der Reibung.

Als signifikante Reibung wird hier die beim Überwinden des anfänglichen Schlupfes und/oder beim Eindrücken des Bolzens infolge Lochleibung in Teilbereichen der Kontaktzone auftretende Gleitreibung verstanden [vgl. z. B. [116]].

Die Gesamtheit der physikalischen und chemischen Vorgänge bei der Wechselwirkung von Oberflächen ist recht komplex und unterliegt ständigem

---

<sup>71</sup> für Bolzenverbindungen mit sehr kleinem Spiel werden hier bei anisotropen Verbundwerkstoffen Kontaktwinkel  $\alpha$  bis zu 88° ermittelt

Erkenntniszugewinn. Die Kompliziertheit sämtlicher beim Reibkontakt ablaufender Prozesse besteht dabei vor allem in ihrer Vielfältigkeit. Die Situation im Bolzen-Loch-Kontaktbereich einer Reibpaarung Stahl/Holz ist i. W. geprägt durch:

- Veränderung der Kontaktgeometrie
- Veränderung der Struktur eines Festkörpers (z. B. Defekte im Holz)
- Bereiche mit Übergang von elastischer zu plastischer Formänderung

Die Auffassungen zur Notwendigkeit der Berücksichtigung der Reibung reichen von der Vernachlässigbarkeit dieses Einflusses bis hin zur Einschätzung als bestimmendem Parameter. Derartige Aussagen können ohnehin nicht als allgemeingültig gelten, da der Einfluß besonderer Parameter, gerade bei Holz, wesentlich von den besonderen Randbedingungen der jeweils zu untersuchenden Situation abhängt. Entscheidend ist dabei vor allem, durch welche Parameter die Beanspruchung am Bolzenloch beschrieben wird. So ist es folgerichtig, daß die Berücksichtigung der Reibung Einfluß auf die unmittelbar am Bolzenlochrand ermittelten Spannungen hat (vgl. z. B. [159]).

Die Größe dieses Einflusses auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren ist klarerweise von der Länge des Risses abhängig. Da die Reibung den Spannungszustand nur in unmittelbarer Lochnähe beeinflusst<sup>72</sup>, sind bei längeren Rissen die für die Berechnung der SIF relevanten Feldgrößen auch bei Nichtberücksichtigung der Reibung äquivalent. Dementsprechend kann die Berücksichtigung der Reibung nur für sehr kurze Risse eine Auswirkung auf die Größe der SIF haben.

Zur Absicherung des Rechenmodells und Quantifizierung des Einflusses der Reibung wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit dennoch einige Betrachtungen angestellt. Es wurde zunächst auf die von WILKINSON vorgestellte Möglichkeit der Implementierung in eine FE-Analyse zurück-

---

<sup>72</sup> in [159] wird z. B. für einen parallel zur Faser belasteten Bolzen ab einer Entfernung von ca. 1 cm direkt unter der Bolzenlochmitte für die Spannungen in Faserrichtung eine Unabhängigkeit von der Berücksichtigung der Reibung festgestellt; in [116] wird der Berücksichtigung der Reibung lediglich im Abstand bis zu einem Fünftel des Bolzendurchmessers vom Lochrand eine Bedeutung für die Spannungsanalyse zugemessen (Verweis auf die Dissertation von SHIH 1992); in [84] werden für Belastung parallel zur Faser für verschiedene Spannungskomponenten bei Berücksichtigung der Reibung ebenfalls nur in unmittelbarer Nähe des Lochrandes signifikante Abweichungen zur Spannungsanalyse unter Vernachlässigung der Reibung festgestellt

gegriffen. Auf eine Wiedergabe dieses Algorithmus wird hier verzichtet, er ist ausführlich in [158] dargestellt. Grundgedanke dieses Iterations-Konzepts ist die Einteilung des Bolzenlochs in zunächst drei Bereiche:

Bereich 1:	→	vollständiger Kontakt
Bereich 2:	→	Gleitreibung <sup>73</sup>
Bereich 3:	→	kein Kontakt

Die Berücksichtigung all dieser Effekte ist problematisch und wurde z. T. schon in den vorangehenden Abschnitten diskutiert (z. B. Abschnitt 4.1.2). Ziel des Iterations-Konzepts ist die Ermittlung eines Lastfalls, bei dem an keinem Knoten des Bolzenlochs gleitender Kontakt besteht. Es stellte sich an dieser Stelle die Frage nach der Berechtigung des Einsatzes dieses sehr aufwendigen Algorithmus zur Erfassung von Kontaktbedingungen, wenn andererseits die Annahme des Materialverhaltens im Kontaktbereich als verhältnismäßig grobe Näherung angesehen werden muß. Außerdem ist zu bedenken, daß der Lastfall, welcher sich als Ergebnis dieser Iteration (als infolge Reibung „quasi-eingestellter“ Beanspruchungszustand) ergibt, wiederum lediglich einen Beanspruchungszustand innerhalb der in Abschnitt 4.4.1 untersuchten Grenzen darstellt (vgl. Abschnitt 4.3.1).

⇒ *Eine explizite Untersuchung des Einflusses der Reibung wird demnach als unnötig erachtet.*

Mit dieser Annahme wird den in [36, 46<sup>74</sup>, 84] gemachten Aussagen entsprochen, welche insbesondere auf die Berechnung bruchmechanischer Kennwerte zu treffen.

Weiterhin ist anzumerken, daß der Reibwert  $\mu_R$  für die Werkstoffpaarung Holz/Stahl in der Literatur ganz allgemein unabhängig von der Faserorientierung angegeben wird. Mit Blick auf die unterschiedlichen Rauheiten von Oberflächen entsprechend ihrer Lage in Bezug zu den natürlichen Holzachsen erscheint diese Annahme zu verallgemeinernd.

---

<sup>73</sup> die zu übertragenden Tangentialspannungen am Lochrand sind größer als die  $\mu_R$ -fachen Radialspannungen

<sup>74</sup> durch Verweis auf die Dissertation von TALLAND (1996)



### 4.3.3 Holzfeuchte

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Untersuchungen zur Auswirkung von Änderungen der Holzfeuchte auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren dargestellt. Es wurde bei den Vergleichsrechnungen von einer konstanten Verteilung der Holzfeuchte über den gesamten Träger ausgegangen. Den Berechnungen liegen die feuchteabhängigen Elastizitätszahlen von NEUHAUS (Anhang A, s. a. Abschnitt 3.3.1) zugrunde. Kurzzeitige, oberflächennahe Änderungen der Holzfeuchte werden somit vernachlässigt.

Um den Einfluß der Feuchteänderungen in Abhängigkeit des wesentlichen Anschlußparameters der Anschlußhöhe ( $b_e, \alpha$ ) abzuschätzen, wurde dieser variiert.

Die Randbedingungen waren dabei:

#### Einfeldbalken (*Versuchsaufbau nach BALLERINI*)

Stützweite:	$L = 3,40 \text{ m}$
Balkenhöhe:	$H = 19,6 \text{ cm}$
Stabdübeldurchmesser:	$d = 1,0 \text{ cm}$
Belastung:	normierte Gleichlast (1000 N)

#### *Anschlußvariation 1:*

absolute Anschlußhöhe:	$b_e = 4 \text{ cm}$
relative Anschlußhöhe:	$b_e/H = 0,2$
Rißsystem:	RL

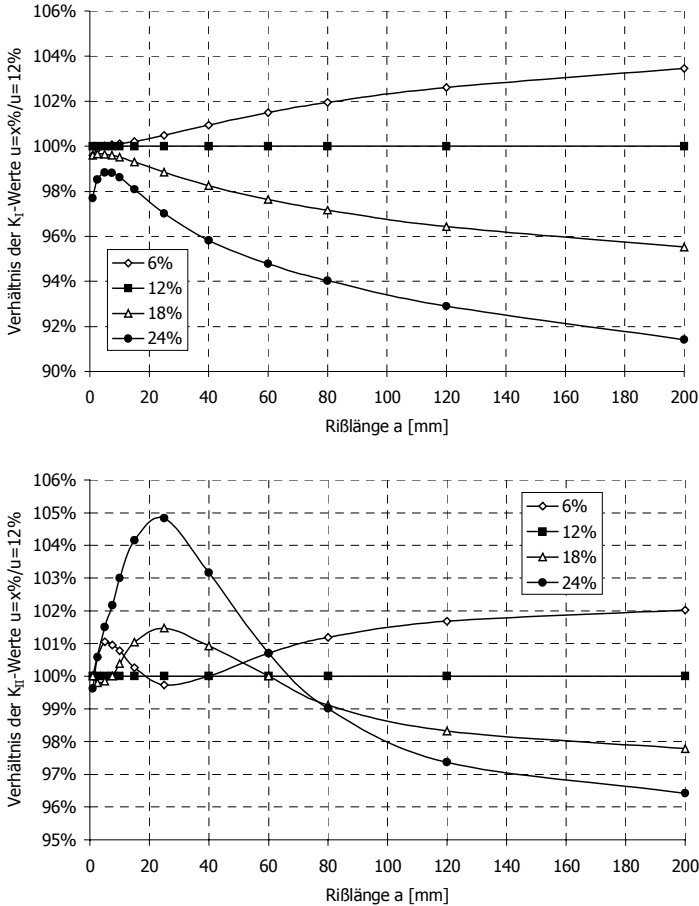


Abbildung 4-7 Spannungintensitätsfaktoren  $K_I$  (oben) und  $K_{II}$  (unten) für unterschiedliche Feuchtigkeiten bezogen auf eine mittlere Feuchte  $u$  von 12%

Aus dieser ersten Betrachtung der ermittelten Spannungintensitätsfaktoren lassen sich folgende verallgemeinernde Aussagen gewinnen:

- für den SIF  $K_I$  ergibt sich eine leichte Feuchtabhängigkeit; ihr Einfluß nimmt mit größer werdender fiktiver Rißlänge zu

- eine eindeutige Abhängigkeit ist für den SIF  $K_{II}$ , zumindest für relativ kurze Rißlängen, nicht zu erkennen; ab einer gewissen Rißlänge ergeben sich ähnliche Zusammenhänge wie beim SIF  $K_I$
- die Erhöhung der Holzfeuchtigkeit führt tendenziell zu einer Abminderung der berechneten Spannungintensitätsfaktoren, dies gilt zumindest uneingeschränkt für den technisch bedeutsameren SIF  $K_I$

In der nachfolgenden Abbildung 4-8 sind die Ergebnisse für die Variation der Anschlußhöhe dargestellt:

**Anschlußvariation 2:**

absolute Anschlußhöhe:  $b_e = 8 \text{ cm}$

relative Anschlußhöhe:  $b_e/H = 0,4$

**Anschlußvariation 3:**

absolute Anschlußhöhe:  $b_e = 12 \text{ cm}$

relative Anschlußhöhe:  $b_e/H = 0,6$

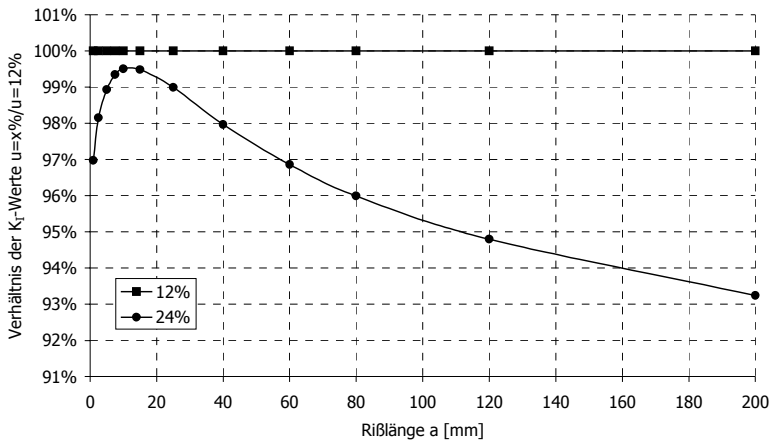


Abbildung 4-8a Spannungintensitätsfaktoren  $K_I$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und Holzfeuchtigkeit für die Anschlußvariation 2

Aus den Ergebnissen der Abbildung 4-8 wird ersichtlich, daß der Einfluß der Holzfeuchte auch für verschiedene Anschlußhöhen keinen relevanten Einfluß besitzt.

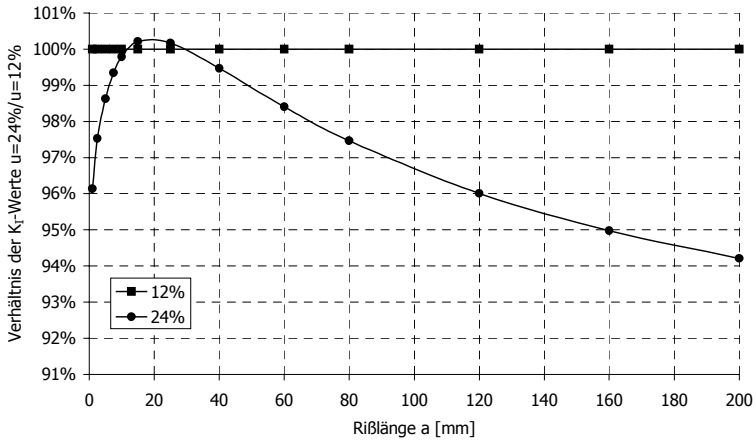


Abbildung 4-8b Spannungintensitätsfaktoren  $K_I$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und Holzfeuchtigkeit für die Anschlußvariation 3

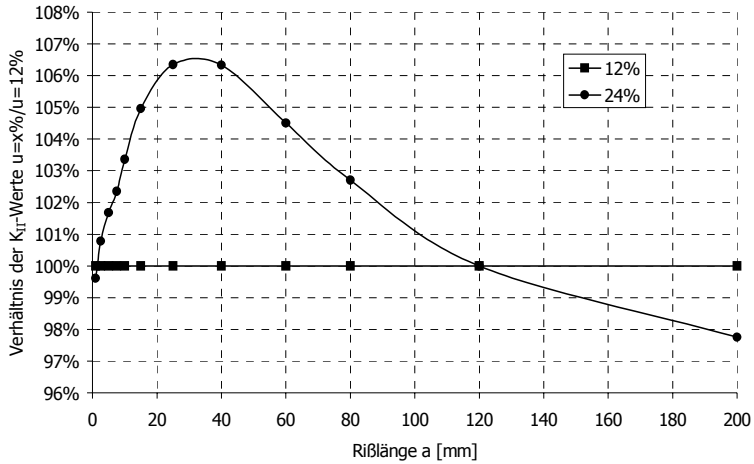


Abbildung 4-8c Spannungintensitätsfaktoren  $K_{II}$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und Holzfeuchtigkeit für die Anschlußvariation 2

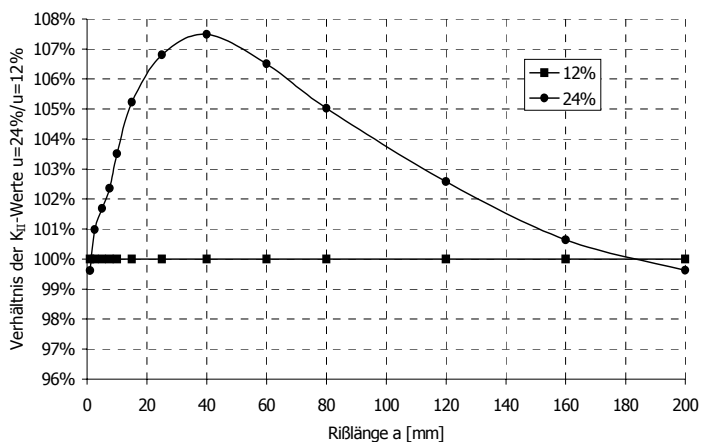


Abbildung 4-8d Spannungintensitätsfaktoren  $K_{II}$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und Holzfeuchtigkeit für die Anschlußvariatione 3

Für die weiteren Berechnungen läßt sich somit folgende Schlußfolgerung ableiten:

- *Der Einfluß der Holzfeuchte auf die Berechnung von Spannungintensitätsfaktoren der untersuchten Problemklasse ist insgesamt als wenig bedeutsam zu bewerten.*

Diese Annahme begründet sich vor allem in der Quantität der festgestellten Abhängigkeit. So würden sich bei der Annahme des WU-Kriteriums (vgl. Abschnitt 5.3) erst für unrealistisch große fiktive Rißlängen (ab ca. 140 mm) Unterschiede größer 5% in den Bruchlasten bei um 12% unterschiedlichen Holzfeuchten ergeben. Im Hinblick auf die Unsicherheit bei der Bestimmung der Materialkennwerte wird die Annahme einer einheitlichen Feuchte zur weiteren Berechnung, welche im Einklang mit praxisüblichen Randbedingungen steht, ohne Weiteres hinnehmbar sein.

⇒ *Für die weiteren Berechnungen werden Holzfeuchten von 12 bis 15% angenommen.*<sup>75</sup>

Bemerkenswert ist weiterhin die Tatsache, daß bei einer angenommenen Unabhängigkeit der Bruchzähigkeiten von der Holzfeuchte (vgl. Abschnitt 3.3.2)

<sup>75</sup> eine Ausnahme bilden hier die in Abschnitt 5.2 angestellten Berechnungen

mit zunehmender Feuchte demnach eine Erhöhung der Bruchlasten zu erwarten wäre. Unter diesen Umständen würden die hier getroffenen Annahmen für höhere Holzfeuchten zu leicht konservativen Traglasten führen.

#### 4.3.4 Rißsystem

Ausgehend von den Betrachtungen aus Abschnitt 2.2.1.3 sollte untersucht werden, inwieweit sich die Annahme des Rißsystems auf die berechneten Spannungsintensitätsfaktoren auswirkt. Hierzu wurden dasselbe System wie im Abschnitt 4.2.2 beschrieben herangezogen ( $u = 12\%$ , normierte Gleichlastverteilung). Stellvertretend für die Vielzahl der untersuchten Konfigurationen werden hier die Funktionen der SIF für zwei repräsentative Anschlußvariationen wiedergegeben.

*Anschlußvariation 1:*

absolute Anschlußhöhe:  $b_e = 4 \text{ cm}$

relative Anschlußhöhe:  $b_e/H = 0,2$

*Anschlußvariation 2:*

absolute Anschlußhöhe:  $b_e = 8 \text{ cm}$

relative Anschlußhöhe:  $b_e/H = 0,4$

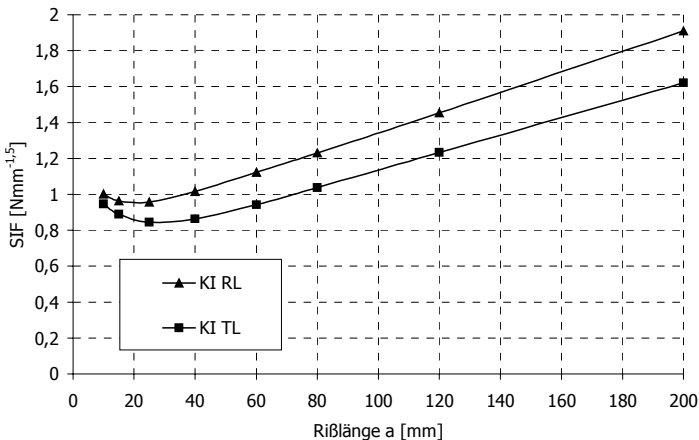


Abbildung 4-9a Spannungintensitätsfaktoren  $K_I$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und der Art des Rißsystems für die Anschlußvariatione 1

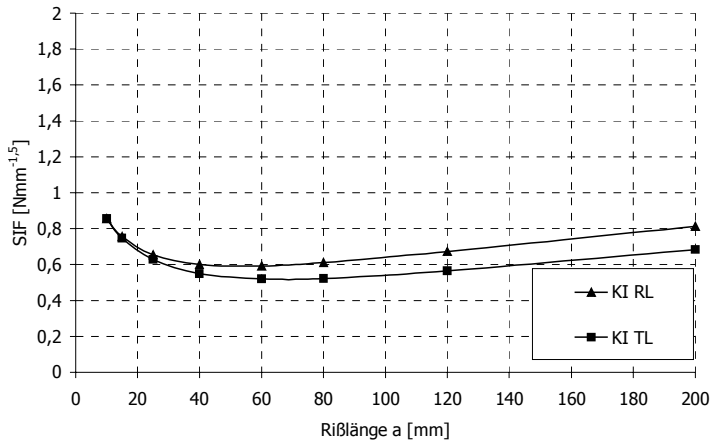


Abbildung 4-9b Spannungintensitätsfaktoren  $K_I$  in Abhängigkeit von Anschließhöhe und der Art des Rißsystems für die Anschließvariatione 2

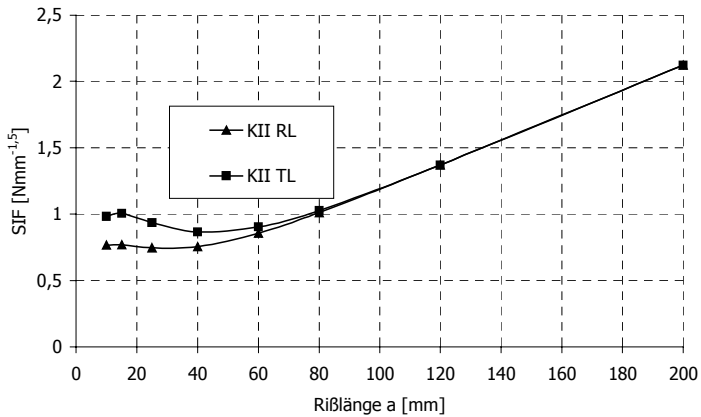


Abbildung 4-9c Spannungintensitätsfaktoren  $K_{II}$  in Abhängigkeit von Anschließhöhe und der Art des Rißsystems für die Anschließvariatione 1

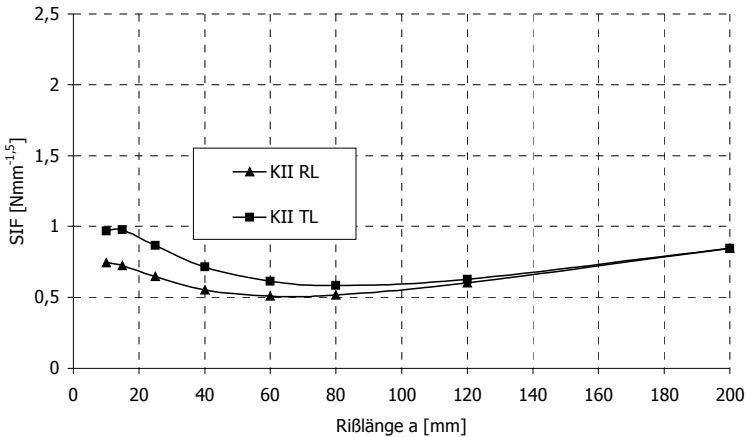


Abbildung 4-9d Spannungintensitätsfaktoren  $K_{II}$  in Abhängigkeit von Anschlußhöhe und der Art des Rißsystems für die Anschlußvariatione 2

Die Untersuchungen lassen folgende Schlußfolgerung zu:

- für den SIF  $K_I$  ergibt sich mit zunehmender Rißlänge eine Abhängigkeit von der Annahme des Rißsystems, die Ausprägung dieses Effektes nimmt mit zunehmender relativer Anschlußhöhe ab
- für den SIF  $K_{II}$  ist ein nahezu gegensätzlicher Trend auszumachen, bei längeren Rissen ist eine Unabhängigkeit vom Rißsystem zu erkennen, die relative Anschlußhöhe beeinflusst diesen Umstand nur unwesentlich
- der SIF  $K_I$  ist im Rißsystem RL allgemein größer als Rißsystem TL
- der SIF  $K_{II}$  ist bis zum Erreichen einer i. W. von der relativen Anschlußhöhe abhängigen Rißlänge im Rißsystem RL allgemein kleiner als im Rißsystem TL, danach ergeben sich nahezu identische Werte
- das lokale Minimum der Funktionen der SIF ist vom Rißsystem abhängig

An dieser Stelle sei noch ausdrücklich auf die Tatsache verwiesen, daß bei Bauteilen mit realistischen Dicken die Ausbildung reiner Rißsysteme sehr unwahrscheinlich ist (vgl. Abschnitt 3.3.2.1). Dieser Sachverhalt ist bei der Bewertung der hier ermittelten Werte unbedingt zu berücksichtigen. Außerdem



sind die vom Rißsystem stark abhängigen Bruchzähigkeiten im dominierenden Rißöffnungsmodus I zu beachten.

Geht man von den in Abschnitt 3.3.2 festgelegten Werten und vom Bruchkriterium nach WU aus, so werden die höheren Spannungsintensitäten durch die ebenfalls größeren Zähigkeiten im Mode I mehr als „kompensiert“. Infolge der größeren Zähigkeit sind im RL-Rißsystem größere Bruchlasten zu erwarten. Für verschiedene untersuchte Anschlußkonfigurationen des untersuchten Trägers ergeben sich demnach bis zu 7% größere Bruchlasten als im TL-Rißsystem [12].

Bei den Betrachtungen zur kritischen Rißlänge ist die Abhängigkeit des Ortes der charakteristischen lokalen Minima in der funktionalen Darstellung der SIF zur Rißlänge zu beachten. So ist festzustellen, daß diese Minima im Rißsystem RL allgemein bei kleineren Rißlängen als im Rißsystem TL auftreten (vgl. Abbildung 4-9).

Für die im Weiteren angestellten Berechnungen lassen sich Aussagen zur Wahl des Rißsystems nur schwer treffen. Diese Schwierigkeit ist insbesondere auf folgende Umstände zurückzuführen:

- Unkenntnis des im realen Bauteil vorliegenden Rißsystems
- Veränderlichkeit des Rißsystems über die Bauteildicke
- wenig gesicherte Kenntnisse der Bruchzähigkeiten, insbesondere bei Mischsystemen<sup>76</sup>

Geht man davon aus, daß die Bruchzähigkeiten in der Rißöffnungsart I für Mischsysteme größer als in den jeweils reinen Modi sind (z. B. [96]), so würde deren Annahme zu einer tendenziellen Überschätzung der Bruchlasten führen, da das Vorhandensein eines reinen Modus im realen Bauteil nicht unbedingt auszuschließen ist. Die Annahme eines reinen TL-Rißsystems würde demnach konservativ sein. Die Annahme eines RL-Rißsystems stellt somit einen „mittleren“ Wert dieser Betrachtungen dar.

⇒ *Für die weiteren Berechnungen wird vereinfachend von einem RL-Rißsystem ausgegangen.*

---

<sup>76</sup> die Rißnormale liegt in der RT-Ebene (siehe Darstellung S. 80)

### **4.3.5 Abgrenzung**

Neben den hier aufgezeigten Einflüssen wurden im Rahmen der angestellten Untersuchungen noch weitere Modalitäten und die Auswirkung deren Berücksichtigung im rechnerischen Modell untersucht (z. B. Bolzendurchmesser, verschiedene Aspekte der Netzadaption). Es konnten jedoch keine weiteren signifikanten Auswirkungen auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren festgestellt werden (vgl. [12]).

## **4.4 Untersuchungen zum Einfluß der relevanten Parameter**

Im vorangegangenen Abschnitt wurde die Relevanz verschiedener Eigenschaften des physikalischen Modells für die Berechnung von bruchmechanischen Kennwerten unter den besonderen Randbedingungen von Queranschlüssen untersucht. Dementsprechend wurden für einzelne Eigenschaften bereits quantitative Vereinbarungen hinsichtlich ihrer Berücksichtigung im rechnerischen Modell getroffen.

Es wurde aufgezeigt, daß die Berücksichtigung von Reibung und Bolzen-Loch-Spiel entsprechend ihrem Charakter vorteilhaft in die Betrachtungen zum Einfluß der Annahme der Lasteinleitung zu implementieren sind. Diese Untersuchungen sind u. a. Gegenstand der folgenden Abschnitte.

### **4.4.1 Abbildung der Lasteinleitung durch die Verbindungsmittel**

Über die Annahme der Abbildung der Lasteinleitung von Bolzen im rechnerischen Modell bestehen ebenfalls recht unterschiedliche Auffassungen (vgl. z. B. [81, 36, 41, 134]). Die Unterschiedlichkeit dieser Auffassungen begründet sich i. W. im Materialverhalten, der verwendeten Verbindungsmittel und vor allem in der Verschiedenartigkeit der Randbedingungen des jeweiligen physikalischen Modells.

Für durch mechanische Verbindungsmittel belastete Löcher kommen nachfolgend dargestellte Möglichkeiten der Lasteinleitung in Frage. Die Summe der vertikalen Lastanteile ist klarerweise für alle Arten der Lasteinleitung äquivalent. Für die FE-Rechnung werden die Kräfte entsprechend den Lochrand-Knoten zugewiesen.

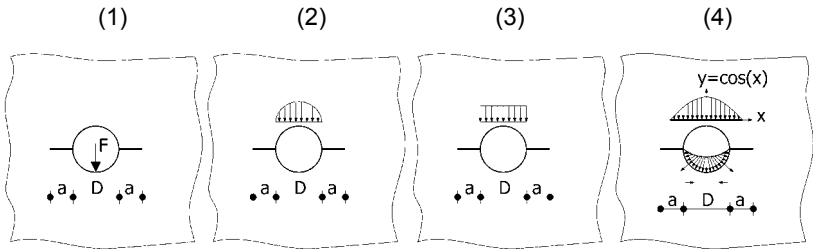


Abbildung 4-10 Möglichkeiten der Lasteinleitung: Einzellast, cosinusverteilte Last, Gleichlast, cosinusverteilter Innendruck (von links)

Nachfolgend sind beispielhaft die Spannungsintensitätsfaktoren als Funktion der Rißlänge für einen Einfeldbalken<sup>77</sup> bei einer relativen Anschlußhöhe  $b_c/H$  von 0,2 unter verschiedenen Annahmen der Lasteintragung (normiert, 1000 N) dargestellt. Diese Ergebnisse können als repräsentativ angesehen werden. In [12] sind Erkenntnisse aus Untersuchungen weiterer Anschlußgeometrien dargestellt.

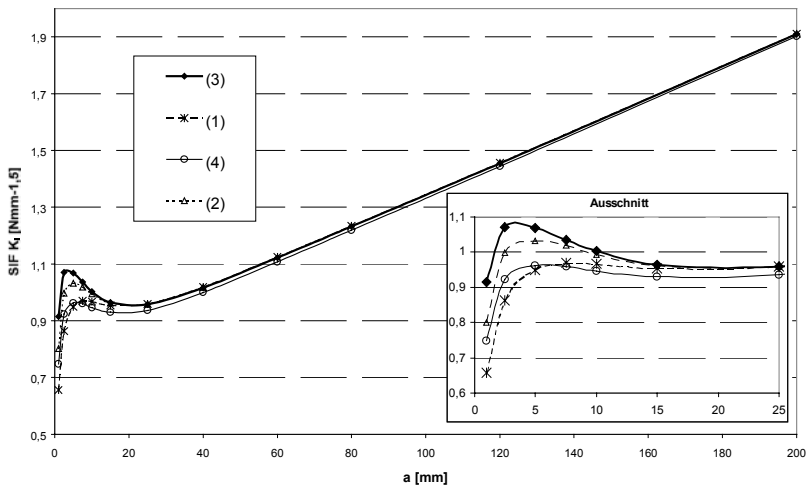


Abbildung 4-11  $SIF K_1$  in Abhängigkeit der Art der Lasteintragung

<sup>77</sup> die weiteren Randbedingungen waren dabei:  $L = 2$  m,  $H = 20$  cm,  $b = 10$  cm, 1 Stabdübel in Feldmitte,  $D = 10$  mm,  $u = 12\%$ , ESZ, RL-Rißsystem

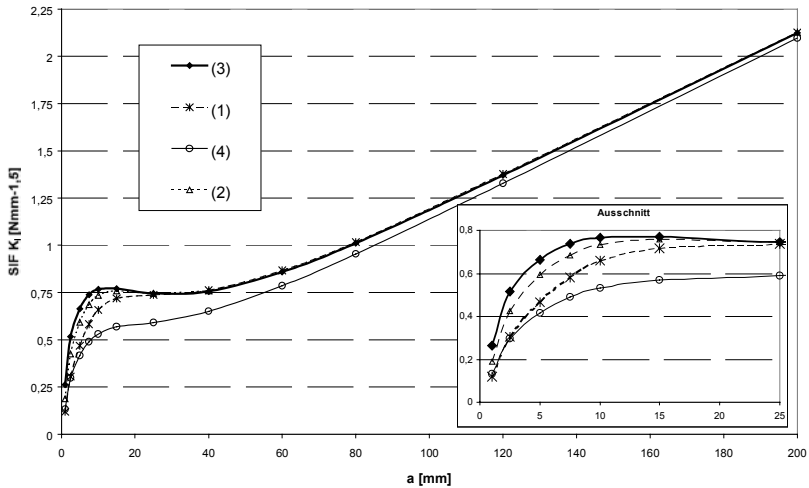


Abbildung 4-12 SIF  $K_{II}$  in Abhängigkeit der Art der Lasteintragung

Die wichtigsten Erkenntnisse aus den Untersuchungen zur Lasteinleitung sind:

- der Einfluß der Art der Lasteintragung ist lediglich auf kurze Rißlängen beschränkt; ab einer Rißlänge von etwa 15 mm sind die Unterschiede in den SIF vernachlässigbar (mit Ausnahme des SIF  $K_{II}$  unter cosinus-verteiltem Innendruck)
- unterhalb dieser Grenze sind die Unterschiede teilweise erheblich
- die Annahme eines cosinusverteilten Innendrucks (4) führt auch bei größeren Rißlängen zu leicht nichtkonservativen Traglasten
- die wirklichkeitsfremde Annahme einer Einzellast (1) führt für den gewählten Rißort für kurze Risse ebenfalls zur Unterschätzung der Spannungsintensität; bei größeren Rißlängen werden die Abweichungen vernachlässigbar klein
- die Annahme der Gleichlast (3) führt zu konservativen Traglasten; dies begründet sich in dem Umstand, daß der Lastschwerpunkt bei dieser Annahme näher zur Rißwurzel liegt

- bei Annahme des WU-Kriteriums ergeben sich bei Rißlängen  $a > 20$  mm in den rechnerischen Bruchlasten Unterschiede kleiner 1% [12]
- ⇒ Für die weiteren Berechnungen wird von einer cosinusverteilten Linienlast (2) ausgegangen. Vereinfachend kann ab einer Rißlänge  $a$  von 20 mm in guter Näherung eine Einzellast angenommen werden.

Die hier angestellten Untersuchungen haben gezeigt, daß bei der Betrachtung der vorliegenden Problematik im Rahmen der LEBM ein sehr einfaches mathematisches Modell hinreichend ist.

Insbesondere solche Effekte wie Nichtlinearität im Kontaktbereich, Reibung und Bolzen-Loch-Spiel haben auf die Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren unter den gegebenen Randbedingungen nur sehr bedingten Einfluß. Dieser Einfluß ist im Hinblick auf die Ermittlung der Bruchlast im hier verwendeten Sinn (vgl. Abschnitt 5.1) vernachlässigbar.

Die Berücksichtigung o. g. Einflüsse ist bei der Anwendung von Versagenskriterien auf der Grundlage von Nennspannungen u. U. erforderlich. Ihre Realisierung im Rechenmodell ist aufwendig, die entsprechend zu treffenden Annahmen oft ungesichert.

#### 4.4.2 Rißwechselwirkung

Queranschlüsse werden im Ingenieurholzbau im Regelfall unter Einsatz mehrerer Verbindungsmittel hergestellt.<sup>78</sup> Es wird damit dem allgemeinen Konstruktionsprinzip entsprochen, stark konzentrierte Kräfteinleitungen zu vermeiden.

Dementsprechend ist auch von der Existenz von Rissen an diesen weiteren Verbindungsmitteln auszugehen. Gegenstand der nachfolgend beschriebenen Untersuchungen ist die Quantifizierung des Einflusses, welcher von diesen zusätzlichen Verbindungsmitteln respektive von den an ihnen auftretenden Rissen ausgeht.

Der Grad der gegenseitigen Beeinflussung von Rissen ist i. W. vom Verhältnis ihres Abstandes zur Rißlänge abhängig. Liegen die Risse hinreichend nah beieinander, so kann die Wechselwirkung zwischen ihnen abhängig von der

---

<sup>78</sup> in den nationalen wie internationalen Normenwerken [50, 25, 51] ist für Verbindungen mit stiftförmigen mechanischen Verbindungsmitteln eine Mindestanzahl von 2 vorgesehen

geometrischen Konfiguration zu einer Vergrößerung oder Verkleinerung der Rißspitzenbelastung und mithin der Spannungsintensitätsfaktoren führen. Diese Erscheinungen werden dann je nach Wirkung als Verstärkungs- oder Abschirmeffekte bezeichnet [67].

Hinsichtlich der Berücksichtigung dieser Rißwechselwirkung unterliegt die gewählte Vorgehensweise der Traglastabschätzung im Rahmen der LEBM gewissen Grenzen. Dies begründet sich in der Diskrepanz zwischen der relativ willkürlichen (ungesicherten) Annahme von Rissen und der erheblichen Rückwirkung dieser Annahmen auf die so ermittelte Traglast. Dies gilt um so mehr, je mehr Risse das rechnerische Modell enthält.

Ein weiterer Aspekt, welcher die dahingehenden Untersuchungen erschwert, ist die Unkenntnis des Kraftflusses bei der Lasteinleitung. Die Verteilung der eingeleiteten Kraft auf die einzelnen Verbindungsmittel ist für das physikalische (reale) Modell i. d. R. unbekannt.

Der gesamte Sachverhalt ist äußerst komplex und bedarf unbedingt weiterer eingehender Untersuchungen. Dieser Bedarf ist in Vielfalt und Umfang im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht zu leisten. Es müssen daher im Weiteren einige Annahmen getroffen werden, welche die Vielzahl möglicher Rißkonfigurationen einschränken.

#### 4.4.2.1 Interaktion horizontal benachbarter Risse

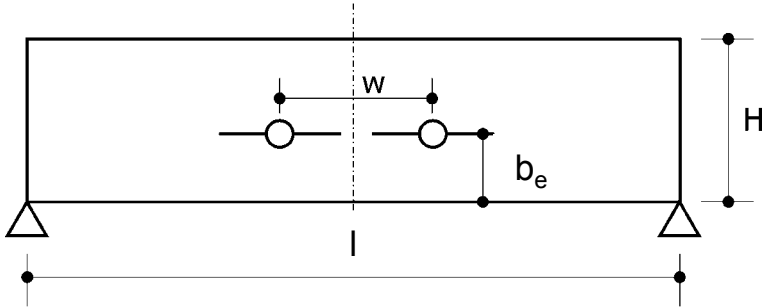
Zunächst soll die Wechselwirkung zweier rißbehafteter Bolzenlöcher an einem einfachen Träger untersucht werden, welche durch den Abstand  $w$  voneinander entfernt sind.

*Randbedingungen:*

$L = 2 \text{ m}$ ;  $H = 20 \text{ cm}$ ;  $b = 10 \text{ cm}$ ;  
normierte Einheitslast (500 N je Bolzen)  
 $u = 12\%$ ; RL – Rißsystem;  $D = 10 \text{ mm}$

*varierte Parameter:*

im Bereich:  
 $30 \text{ mm} \leq w \leq 240 \text{ mm}$   
 $0,2 \leq \alpha \leq 0,5$



Bei dieser Anordnung von Rissen ergeben sich somit zwei voneinander verschiedene Rispitzenbelastungen. Beim Erreichen einer bestimmten Rißlänge kommt es zwischen den Bolzen zur Vereinigung der Risse. Dementsprechend kann nach Einstellen des Durchrisses lediglich ein Riß betrachtet werden. In der folgenden Abbildung sind zunächst die Spannungsintensitätsfaktoren für Rißlängen bis zum Durchriß dargestellt.

*bezogen auf den rechten Dbel:*

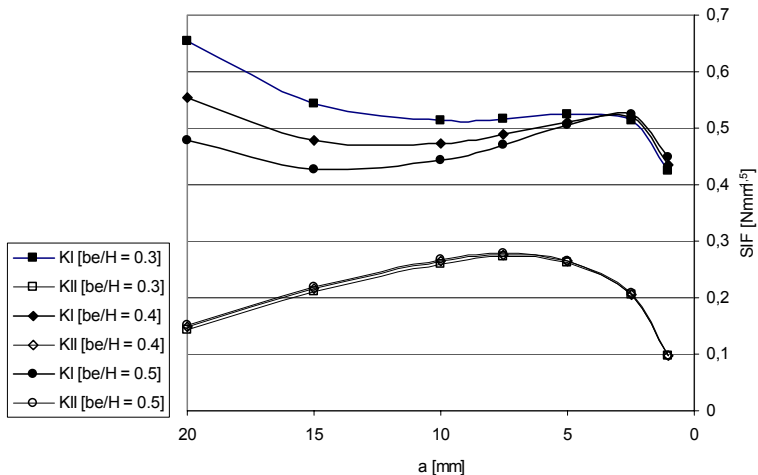


Abbildung 4-13a  $SIF K_I$  und  $K_{II}$  als Funktion der Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  unter Wechselwirkung eines horizontal benachbarten Verbindungsmittels ( $w = 60$ ) mm für den linken ("inneren") Riß

*bezogen auf den rechten Dübel:*

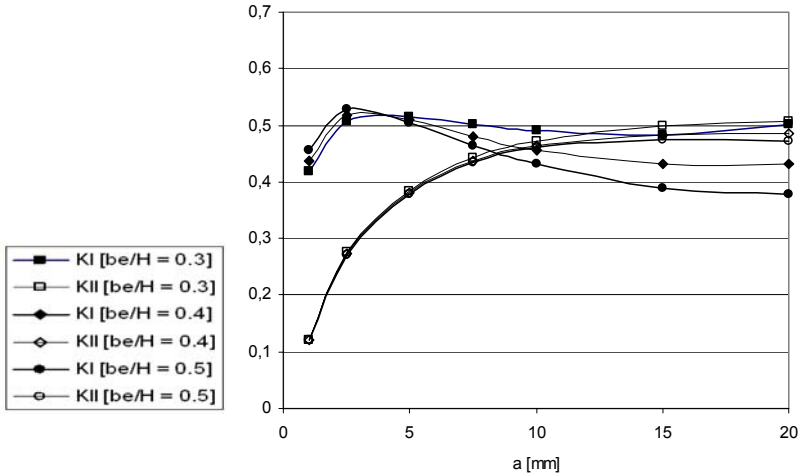


Abbildung 4-13b SIF  $K_I$  und  $K_{II}$  als Funktion der Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  unter Wechselwirkung eines horizontal benachbarten Verbindungsmittels ( $w = 60$ ) mm für den rechten ("äußeren") Riß

Es ist deutlich zu erkennen, daß ab einer gewissen Rißlänge die SIF in der Rißöffnungsart 1 auf der dem benachbarten Verbindungsmittel zugewandten Seite deutlich über denen auf der abgewandten Seite liegen. Man kann also für den untersuchten Abstand der VM ab einer Distanz der Rißspitzen von etwa 20 mm von einem Verstärkungseffekt feststellen. Es ist folgerichtig davon auszugehen, daß es infolge der hier höheren SIF  $K_I$  zunächst einmal zum Rißfortschritt und letztendlich zum Durchriß kommt. Die deutlich höheren SIF  $K_{II}$  (offenbar unabhängig von  $\alpha$ ) auf der anderen Seite beeinflussen diesen Effekt nicht gegenteilig, da ihr Anteil am Bruchkriterium sehr gering ist (siehe Abschnitt 5.3.2). Bei kürzeren Abständen verstärkt sich dieser Effekt noch:



*bezogen auf den rechten Dübel:*

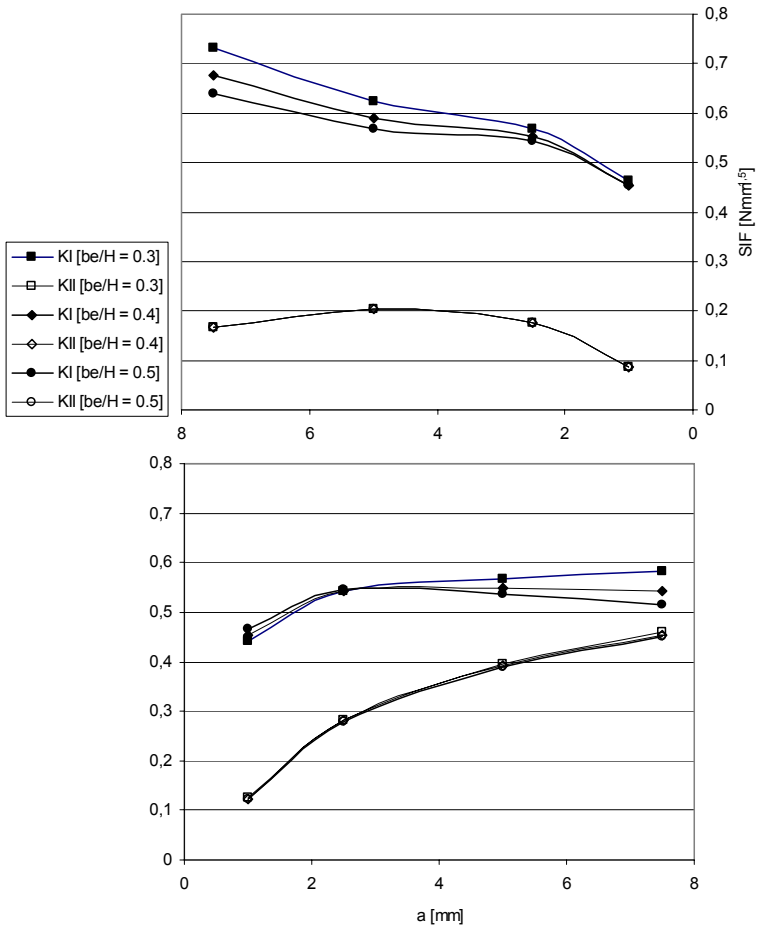


Abbildung 4-14 *SIF  $K_I$  und  $K_{II}$  als Funktion der Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  unter Wechselwirkung eines horizontal benachbarten Verbindungsmittels ( $w = 30 \text{ mm}$ ) für den linken Riß (obere Darstellung) und den rechten Riß (untere Darstellung)*

Schon bei sehr kurzen Rißlängen ist das Beanspruchungsniveau im Mode I auf der dem benachbarten VM zugewandten Seite deutlich höher als auf der anderen Seite. Die Distanz der Rißspitzen beträgt dann nur ca. 7 mm, der Durchriß ist die

unmittelbare Folge. Der Verstärkungseffekt ist also klarerweise mit abnehmendem Abstand der VM untereinander ausgeprägter.

Betrachtet man die weitere Rißverlängerung über die Vereinigung der einander zugewandten Rißspitzen („Durchriß“) hinaus, so ergeben sich für die untersuchten horizontalen Abstände der Bolzen untereinander folgende Funktionsverläufe für den das Bruchverhalten bestimmenden SIF  $K_I$ :

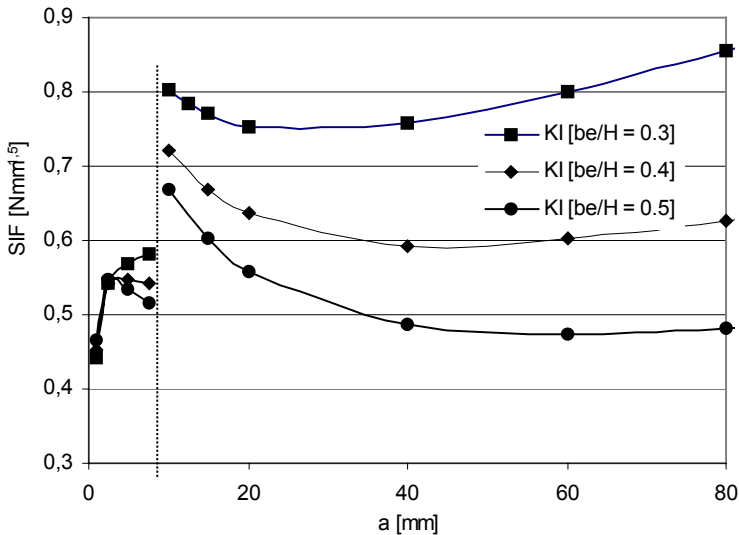


Abbildung 4-15a SIF  $K_I$  als Funktion der Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  unter Wechselwirkung bei einem Abstand von  $w = 30$  mm

Der Verstärkungseffekt ist für abnehmende Abstände  $w$  der Verbindungsmittel, insbesondere bei kurzen Rißlängen, klar erkennbar.

Weiterhin ist die mit zunehmendem Abstand deutlicher werdende Ausprägung des charakteristischen Kurvenverlaufs<sup>79</sup> für den Spannungsintensitätsfaktor in der Rißöffnungsart I auch für die „inneren“ Rißspitzen zu beachten.

Es ist demnach klar ersichtlich, daß es infolge der durch den Durchriß bedingten Spannungumlagerung zu deutlich höheren Beanspruchungen an den verbleibenden Rißspitzen kommt. Bei geringen relativen Anschlußhöhen und

<sup>79</sup> Ausbildung eines lokalen Minimums der Spannungsintensität (vgl. Abschnitt 5.1)

kleinen Abständen der VM untereinander kommt es bei Erreichen dieser Unstetigkeitsstelle somit zum Bauteilversagen, da das Niveau der Beanspruchungen dann deutlich höher ist als vor dem Durchriß.

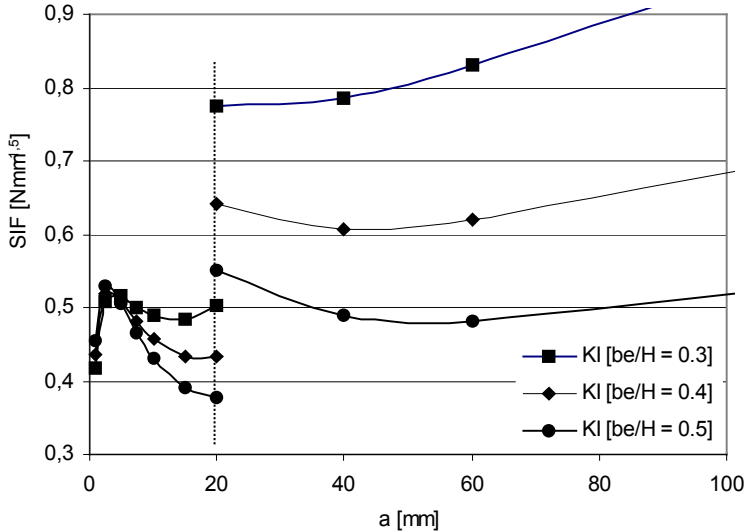


Abbildung 4-15b  $SIF K_I$  als Funktion der Rißlänge  $a$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  unter Wechselwirkung bei einem Abstand von  $w = 60$  mm

Lediglich bei relativen Anschlußhöhen  $\alpha$  von etwa 0,5 und größer und verhältnismäßig kleinen VM-Abständen untereinander werden u. U. bei über den Durchriß hinausgehenden Rißlängen Beanspruchungsniveaus erreicht, welche denen bei kürzeren Rißlängen (vor dem Durchriß) entsprechen. Eine Laststeigerung ist dann für diese Anschlußkonfigurationen auch über den Durchriß hinaus zu erwarten.

Weiterhin wurde festgestellt, daß der Funktionsverlauf der SIF bei Annahme eines Durchrisses zwischen den Verbindungsmitteln (geringe Abstände, Nägel) sich nahezu in Übereinstimmung mit dem Funktionsverlauf für lediglich ein Verbindungsmittel befindet. Muß von einem Durchriß im Rechenmodell

ausgegangen werden, so befindet sich die Annahme eines VM in Rißmitte in guter Näherung.<sup>80</sup>

Die angestellten Untersuchungen lassen folgende Rückschlüsse zu:

- Geringe Abstände der VM bewirken einen Verstärkungseffekt der Beanspruchung welcher um so ausgeprägter ist, je kleiner die relative Anschlußhöhe  $\alpha$  ist. Bei sehr kurzen Abständen steigt die Beanspruchung an der Rißspitze als Funktion der Rißlänge stetig an. Die im Rahmen der LEBM gültige Interpretation sieht für diesen Fall bei Erreichen des kritischen Beanspruchungsniveaus bei einer beliebigen (unbekannten) Initialrißlänge instabilen Rißfortschritt bis zur Vereinigung der gegenüberliegenden Risse (Durchriß) vor. Zumindest bei sehr hohen relativen Anschlußhöhen kann es danach zum Rißauffang kommen. Die Quantifizierung der Bruchlast ist somit für geringe Verbindungsmittelabstände direkt von der Kenntnis der Initialrißlänge abhängig und unter den hier gegebenen Modalitäten im Rahmen der LEBM nicht möglich.
- Bei hinreichendem Abstand der Verbindungsmittel untereinander bildet sich der charakteristische Funktionsverlauf für den SIF  $K_I$  noch vor dem Durchriß heraus. Demzufolge kann auch in diesem Bereich von einem stabilen Rißwachstum ausgegangen werden. Eine Traglastabschätzung im Rahmen der LEBM ist dann auch ohne explizite Kenntnis der tatsächlichen Initialrißlänge realistisch. Dieser Effekt ist allerdings auch von der Anschlußhöhe abhängig.

Außerdem kann für die im Weiteren durchgeführten Berechnungen durch diese Voruntersuchungen folgender Rückschluß zur Modellbildung herangezogen werden:

⇒ *Bei nebeneinander angeordneten, einreihigen Anschlüssen ist die Annahme von Rißlängen kleiner als die halbe Distanz der VM hinreichend.*

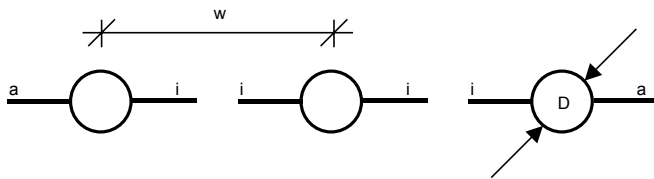
Voraussetzung dieser Annahme ist die Einhaltung hinreichender Abstände der Verbindungsmittel zum beanspruchten Rand sowie untereinander. Sind diese Forderungen nicht erfüllt, so kann mit den Methoden der LEBM keine

---

<sup>80</sup> in Analogie zum Problem der Lasteinleitung (vgl. Abschnitt 5.2.1.3)

Traglastabschätzung ohne Kenntnis der tatsächlichen Initialrißlänge getroffen werden. Die Einhaltung der Mindestanforderungen an die Verbindungsmittelabstände stellt hier über die konstruktiven Ansprüche (Vermeidung des Spaltens) hinaus eine Voraussetzung für die Anwendbarkeit der in Abschnitt 5.1 formulierten Definition der Bruchlast dar. Durch die Einhaltung von z. B. in technischen Regelwerken formulierten Mindestabständen wird darüber hinaus die Wahrscheinlichkeit des Auftretens herstellungsbedingter Risse vermieden. Der besonderen Situation nicht vorgebohrter Nägel ist dabei Rechnung zu tragen.

In diesem Zusammenhang wurden außerdem die Auswirkungen der Wahl des Ortes zur Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren bei Verbindungsmittelgruppen mit weiteren, in Reihe angeordneten VM untersucht. Es wurden dazu verschiedene Anschlußkonfigurationen mit bis zu fünf Verbindungsmitteln nebeneinander untersucht [148].



In diesen Untersuchungen wurde festgestellt, daß der Unterschied in den SIF  $K_I$  an den Rißspitzen (i) höchstens 5% beträgt. Dieser Unterschied ist i. W. vom Abstand  $w$  und vom Lochdurchmesser  $D$  abhängig. Dementsprechend ist die Wahl der „inneren“ Rißspitze für die Berechnung der SIF von marginaler Bedeutung. Sie sind in guter Näherung äquivalent beansprucht.

Die Beachtung zusätzlicher, infolge der Anschlußkonfiguration horizontal nebeneinander auftretender Rißspitzen ist zur Abschätzung der Bruchlast von untergeordneter Bedeutung. Diese Aussage bezieht sich allein auf ihre Berücksichtigung als Ort der Berechnung von Spannungsintensitätsfaktoren, nicht aber auf ihre Berücksichtigung im mathematischen Modell. Es ergeben sich unter den hier getroffenen Vereinbarungen lediglich keine Prioritäten hinsichtlich ihrer Berücksichtigung als Ort der Berechnung von SIF.

#### 4.4.2.2 Interaktion vertikal benachbarter Risse

Analog zum vorangegangenen Abschnitt soll an dieser Stelle die gegenseitige Beeinflussung durch in einer Spalte angeordneter Verbindungsmittel untersucht werden. Die Situation der gegenseitigen Beeinflussung in dieser Konstellation ist vielfältiger als in der im vorangegangenen Abschnitt untersuchten Wechselwirkung. Dies begründet sich in den hier allgemeiner zu fassenden Randbedingungen des physikalischen Modells:

- die Verteilung der Lasteinleitung auf die VM ist i. d. R. unbekannt
- infolge der hier ungleichen Beanspruchung der Rißspitzen ist die Annahme von Initialrißlängen schwierig, dementsprechend kann auch nicht von gleichmäßigem Rißfortschritt ausgegangen werden, somit ist entsprechend der Anschlußkonfiguration eine Vielzahl von Rißpaarungen im realen Bauteil möglich

Hingegen besteht hinsichtlich des Ortes zur Berechnung der maßgebenden Spannungsintensitätsfaktoren vertikal benachbarter Risse für die zu untersuchende Problemstellung kaum Unsicherheit. Sowohl durch theoretische Voruntersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit [12] als auch im Experiment am physikalischen Modell gewonnene Erkenntnisse (z. B. [105, 108, 53, 16, 127]) bestätigen folgende Annahme:

⇒ *Die maßgebende Beanspruchung liegt allgemein am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten Verbindungsmittel vor. Ausgehend von einem zunächst lokalen Versagen (Rißinitialisierung) bildet sich hier die Sollbruchstelle für das Bauteilversagen.*

Zunächst werden die Auswirkungen verschiedener Rißkonfigurationen auf die Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren untersucht. Die Frage der Verteilung der Lasteinleitung wird in diesem Kapitel ausgeklammert. Dieser Einfluß wird im Rahmen der Auswirkungen des Verbindungsmittelbildes auf die Abschätzung der Bruchlasten näher beleuchtet (siehe Abschnitt 6.2.4.2). Sie wird im Rahmen der hier angestellten Betrachtungen als gleichverteilt angenommen.

Die angestellten Betrachtungen sollen wiederum am Einfeldbalken erfolgen:

**Randbedingungen:**

$L = 2 \text{ m}$ ;  $H = 20 \text{ cm}$ ;  $b = 10 \text{ cm}$ ; normierte Einheitslast (500 N je Bolzen)

$u = 12\%$ ; RL – Rißsystem;  $D = 10 \text{ mm}$

$\Delta h = h_2 - h_1 = 50 \text{ mm} = \text{const.}$

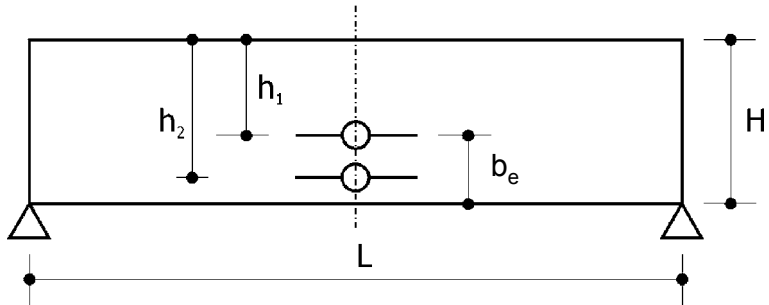
$\beta = \Delta h / H = 0,25 = \text{const.}$

**Varierte Parameter / Bereich:**

$100 \text{ mm} \leq h_1 \leq 120 \text{ mm}$

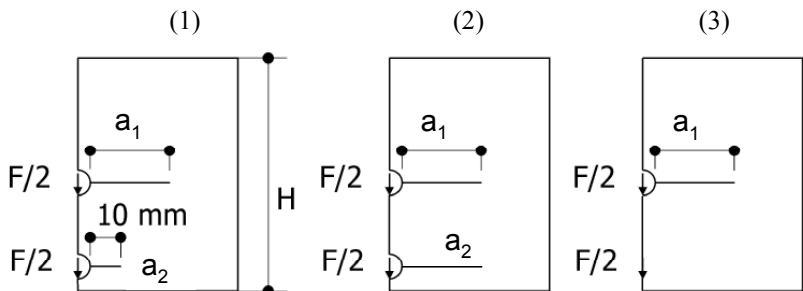
$150 \text{ mm} \leq h_2 \leq 170 \text{ mm}$

$0,4 \leq \alpha \leq 0,5$



Als angenommene tatsächliche, respektive als jeweilige Grenzfälle fiktiver Risse, werden für folgende Rißpaarungen die SIF als Funktion der Rißlänge  $a_1$  am oberen VM berechnet:

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| (1) konstanter Riß am unteren VM:           | $a_1 = 10 \text{ mm}$ |
| (2) jeweils gleichlanger Riß am unteren VM: | $a_1 = a_2$           |
| (3) kein Riß am unteren VM                  | $a_1 = 0$             |



Es ergeben sich somit folgende SIF als Funktionen der Rißlänge  $a_1$ :

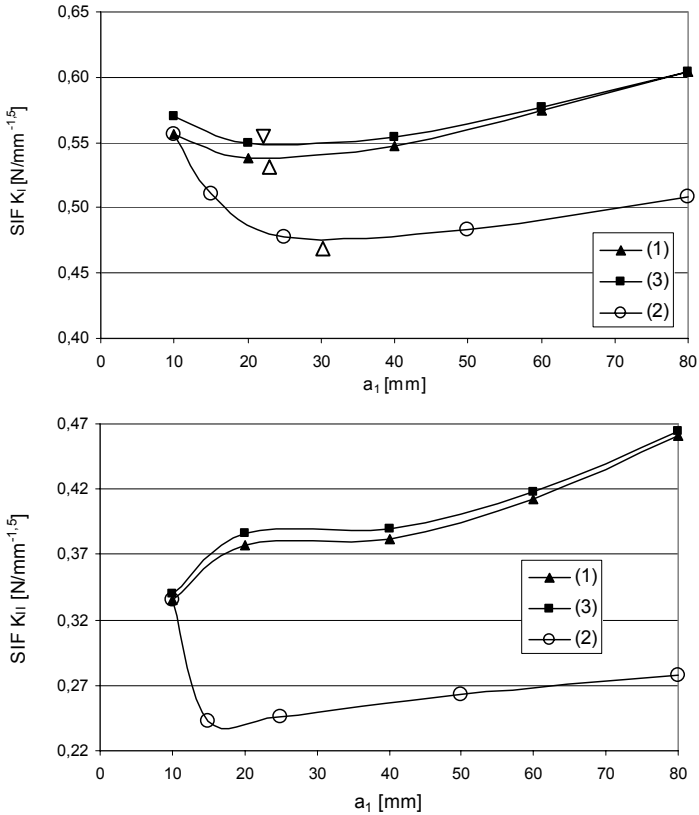


Abbildung 4-16  $SIF K_I$  und  $SIF K_{I,1}$  unter Wechselwirkung eines vertikal benachbarten VM ( $\beta = 0,25$ ) unter Variation der Rispaarung

Aus den hier und im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit stehenden Untersuchungen [12] lassen sich zunächst folgende Schlußfolgerungen ableiten:

- die Annahme von Rissen an vertikal benachbarten VM hat ab einer Rißlänge  $a_1$  von etwa 10 mm Einfluß auf die Berechnung des maßgebenden Spannungsintensitätsfaktors; sie wirkt sich bei großen Abständen der VM untereinander ( $\beta = 0,25$ ) günstig auf die Beanspruchung an der Rißspitze aus
- die Bedeutung dieses Einflusses ist i. W. von der Länge des Risses  $a_2$  am benachbarten VM abhängig



- die Annahme von Rissen an vertikal benachbarten VM hat Einfluß auf den Ort des lokalen Minimums (kritische Rißlänge) des SIF  $K_I$ ; bei großen Abständen untereinander vergrößert sich die kritische Rißlänge mit zunehmender Rißlänge  $a_2$  am benachbarten VM

Die Auswirkungen verschiedener Annahmen von Rißpaarungen ergeben im hier untersuchten Modell einen Unterschied in den SIF  $K_I$  von max. 20%. Es sei ausdrücklich darauf hingewiesen, daß diese Aussagen lediglich für die untersuchte Konstellation gelten können.

Es sei weiterhin angemerkt, daß der Fall gleich langer Risse sicherlich wenig realistisch ist. Wahrscheinlicher dürfte hingegen die Existenz von Rißpaarungen sein, wobei der obere Riß länger als der untere ist. Ebenso kann der Fall des Ausschlusses örtlicher Schädigungen oder Risse am unteren VM bei Belastungen im Traglastbereich als wenig wahrscheinlich angesehen werden.

Weiterhin sollte der Einfluß des Abstands der VM untereinander untersucht werden. Es wurde ein Rechenmodell adaptiert, welches dem physikalischen Modell der Versuchsreihe 2 von BALLERINI [16] entspricht. Die VM sind hier verhältnismäßig nah zueinander angeordnet<sup>81</sup>:

**Randbedingungen:**

$L = 3,4 \text{ m}$ ;  $H = 39,7 \text{ cm}$ ;  $b = 10 \text{ cm}$ ; normierte Einheitslast (500 N je Bolzen)

$u = 9\%$ ; RL – Rißsystem;  $D = 10 \text{ mm}$

$\Delta h = h_2 - h_1 = 30 \text{ mm} = \text{const.}$

$\beta = \Delta h / H = 0,075 = \text{const.}$

**Varierte Parameter / Bereich:**

$199 \text{ mm} \leq h_1 \leq 318 \text{ mm}$

$229 \text{ mm} \leq h_2 \leq 348 \text{ mm}$

$0,2 \leq \alpha \leq 0,5$

Es ergeben sich demnach folgende Spannungsintensitätsfaktoren in der Rißöffnungsart I:

---

<sup>81</sup> die Anforderungen von [50, 25, 51] an den Mindestabstand  $a_2$  werden hier genau eingehalten

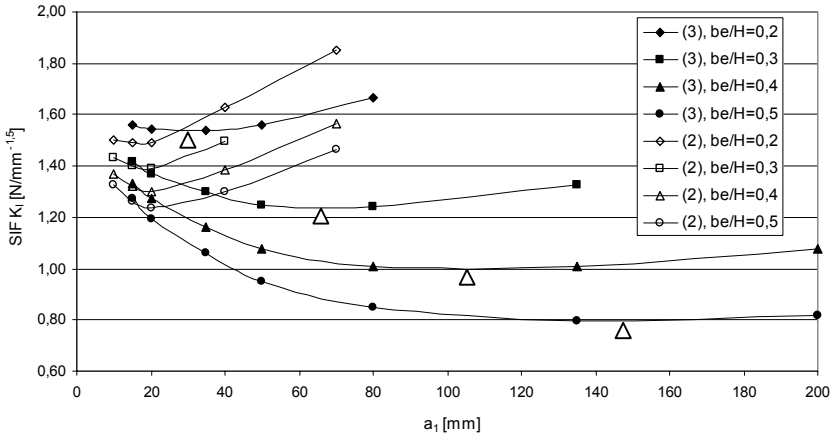


Abbildung 4-17  $SIF K_I$  unter Wechselwirkung eines vertikal benachbarten VM ( $\beta = 0,075$ ) unter Variation der Rißpaarung (2 und 3)

Näher benachbarte VM und die dementsprechende Annahme von Rissen haben folgende Auswirkungen auf die Beanspruchung der maßgebenden Rißspitze:

- für kurze Rißlängen ( $a_1 < \text{ca. } 20 \text{ mm}$ ) hat die Annahme weiterer Risse an benachbarten Verbindungsmitteln keine Bedeutung (analog zur Situation bei entfernter angeordneten VM)
- der Einfluß der Annahme von Rissen an vertikal benachbarten VM auf die Berechnung der SIF ist stark vom Abstand der VM untereinander abhängig
- wird am unteren VM kein Riß angenommen (3), so wirkt sich dies im Vergleich zur Situation bei weiter entfernten VM günstig auf die Beanspruchung an der oberen Rißspitze aus; dieser Effekt ist wiederum von der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  abhängig; je näher die VM zum beanspruchten Rand angeordnet sind, um so eher ergibt sich Redundanz der Annahme von  $a_2$  bezüglich der Beanspruchung an der oberen Rißspitze
- werden jeweils gleich lange Risse vorausgesetzt (2), so ist die kritische Rißlänge nahezu unabhängig von der relativen Anschlußhöhe; unter Annahme von (3) ergibt sich ein linearer Zusammenhang; im Gegensatz zu weiter entfernten VM ergibt sich das lokale Minimum (kritische Rißlänge) für die Rißpaarung (3) bei größeren Rißlängen  $a_1$  als bei (2)

- in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  werden hier Unterschiede von bis zu 50% im lokalen Minimum des SIF  $K_I$  ermittelt

Augenfällig ist bei diesen Betrachtungen die Abhängigkeit vom Abstand der Verbindungsmittel untereinander. Vergleicht man nun die gegenseitige Beeinflussung in Abhängigkeit des relativen Verbindungsmittelabstands  $\beta$ , so ergibt sich für eine relative Anschlußhöhe  $\alpha = 0,4$  folgendes Verhältnis der Beanspruchungen bei Rißpaarung (3) zu (2):

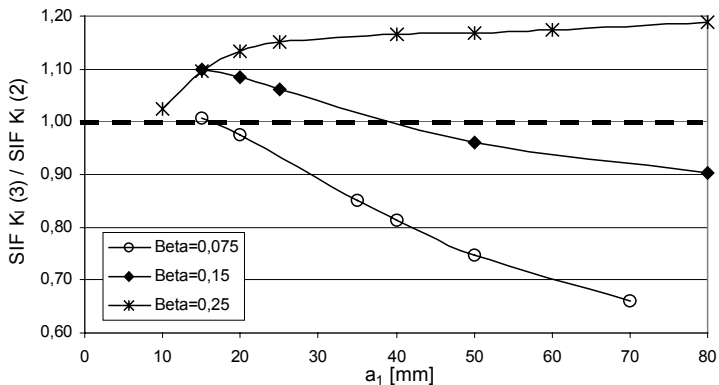


Abbildung 4-18 Verhältnis der Beanspruchungen im Modus I am maßgebenden Riß in Abhängigkeit des relativen VM-Abstands  $\beta$ , der Annahme von Rissen am benachbarten VM und der Rißlänge  $a_1$

Entsprechend der vorstehenden Abbildung lassen sich für die Annahme der Rißlänge  $a_2$  und deren Rückwirkung auf die Beanspruchung am maßgebenden Riß in Abhängigkeit der Anschlußkonfiguration folgende Rückschlüsse ziehen:

- es existiert ein Abstand der VM untereinander, welcher in Abhängigkeit der angenommenen Rißpaarung eine Grenze hinsichtlich der zu erwartenden Effekte der Rißwechselwirkung darstellt

Zu der nachfolgenden schematischen Darstellung sei angemerkt, daß sich die Attribute verstärkend bzw. abschirmend auf den Vergleich der Rißpaarungen respektive Abstände untereinander beziehen. Anhand der hier angestellten

Untersuchungen<sup>82</sup> kann der Grenzwert für den auf die Trägerhöhe bezogenen Abstand mit ca. 0,15 quantifiziert werden. In weiteren Untersuchungen (vgl. Abschnitt 5.2.2.2) hat sich allerdings herausgestellt, daß dieser Wert keine Allgemeingültigkeit besitzt, vielmehr von weiteren Parametern abhängig ist.

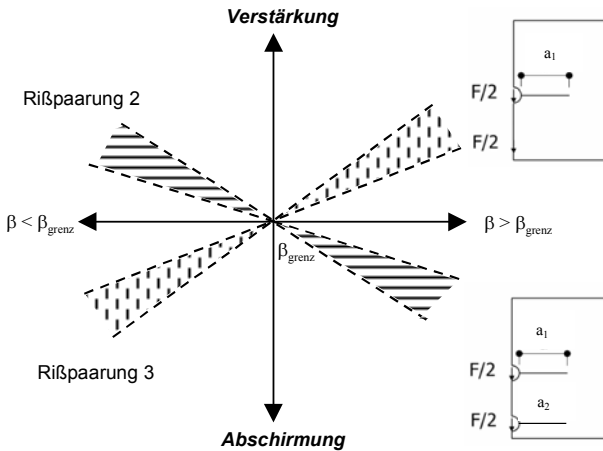


Abbildung 4-19 Effekte der Rißwechsellastwirkung in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\beta$

Das Stützweiten-Höhen-Verhältnis sowie die relative Anschlußhöhe beeinflussen die Lastabtragung und somit die Beanspruchung an der oberen Rißspitze mehr oder weniger stark. Eine Erfassung dieser Parameter konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht geleistet werden. An dieser Stelle soll lediglich eine qualitative Betrachtung der durch die Annahme von Rissen an benachbarten VM hervorgerufenen Veränderung der maßgebenden Beanspruchung angestellt werden. Diese Betrachtungen dienen einer Bewertung der Annahme von Rissen hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Ergebnisse des mathematischen Modells. Als wesentliche hier gewonnene Erkenntnisse können gelten:

- die Annahme von Rissen an weiteren vertikal benachbarten VM bewirkt eine Veränderung der Beanspruchung am maßgebenden Riß; es kann dabei in Abhängigkeit ihres Abstands untereinander sowohl zu Effekten der Verstärkung als auch der Abschwächung kommen

<sup>82</sup> für Verhältnisse ( $L/H$ ) von 8,5 bis 10 und ( $b_c/H$ ) von 0,4

- 
- sie bewirkt weiterhin eine Verlagerung des Ortes des lokalen Minimums des SIF  $K_I$ ; eine Berücksichtigung dieser Auswirkungen bei entsprechenden Anschlußkonfigurationen ist bei der Bestimmung der kritischen Rißlänge zu beachten
  - die Annahme keines (3) oder eines jeweils gleichlangen (2) Risses stellen jeweils Grenzfälle dar; dies bezieht sich sowohl auf die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens im realen Bauteil als auch auf die Beanspruchung am maßgebenden Riß

## 5 VERIFIZIERUNG DES MATHEMATISCHEN MODELLS

Gegenstand dieses Kapitels ist die Ergänzung des hier gewählten theoretischen Rahmens zur Bestimmung der Bruchlasten von Queranschlüssen. Mit Hilfe des vorstehend beschriebenen mathematischen Modells können bruchmechanische Kennwerte hinreichend genau ermittelt werden. Die Abschätzung der Einflüsse verschiedener relevanter Parameter ist gewährleistet.

An dieser Stelle werden weiterhin notwendige Festlegungen zur Bestimmung des für die Abschätzung der Bruchlasten herangezogenen charakteristischen Werts der Beanspruchung getroffen. Außerdem erfolgt die Definition des Versagenskriteriums. Weiterhin werden vereinfachte Modifikationen dieses Kriteriums auf ihre Anwendbarkeit zur ingenieurmäßigen Abschätzung der Tragsicherheit untersucht.

### 5.1 Zur Definition der kritischen Belastung

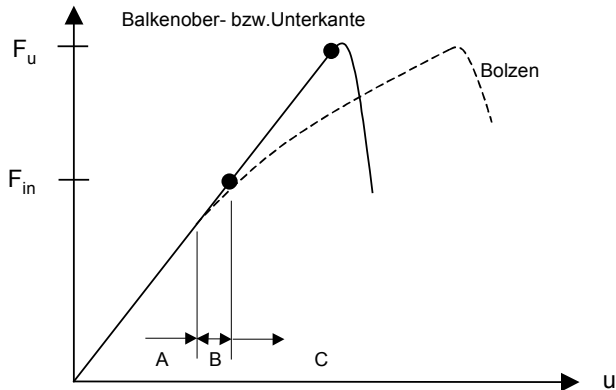
Im Schrifttum werden z. T. verschiedene Begriffe im Sinne kritischer Belastungen verwendet (vgl. z. B. [96]). Insbesondere die Übertragung am physikalischen Modell vereinbarter diesbezüglicher Begriffe auf ein Rechenmodell bereitet oft Probleme. Dies begründet sich einerseits in den methodischen Schwierigkeiten bei der Ermittlung dieser Größen, andererseits in der Unzulänglichkeit mathematischer Modelle bei der Abbildung komplexer Zusammenhänge.

Häufig wird die Last bei Reißinitialisierung<sup>83</sup> als kritische Last definiert. Die Möglichkeiten zur experimentellen Bestimmung dieser Last sind mannigfaltig. Neben akustischen Methoden wird die zu einer definierten, lokal gemittelten Dehnung gehörige Last als sog. Anrißlast definiert. Außerdem besteht die Möglichkeit, einem signifikanten Abfall in der aufgezeichneten Kraft-Verformungs-Linie diesen Status zuzuweisen. Letztlich ist die Quantifizierung der zur Reißentstehung zugehörigen Belastung von erheblichen Unsicherheiten begleitet. Eine Berechnung dieser Last mit dem zuvor beschriebenen mathematischen Modell ist nicht möglich.

---

<sup>83</sup> o. a. *Anrißlast*

Für die zu untersuchende Problemklasse ergibt sich nach den experimentellen Untersuchungen von BALLERINI [15] nachfolgend im Schema dargestellte typische Kraft-Verformungs-Linie:



Es lassen sich demnach drei Bereiche klassifizieren:

- A - linear-elastischer Bereich
- B - Ausbildung plastischer Bereiche oder Zonen struktureller Störungen; lokales Überschreiten von Festigkeitshypothesen auf der Grundlage von Nennspannungen → *Rißentstehung*
- C - Rißfortschritt

Im Rahmen der Möglichkeiten des hier verwendeten Rechenmodells sind also entsprechend der erforderlichen Existenz makroskopischer Risse ausschließlich Betrachtungen im Bereich C möglich.

Die Ursache für die Entstehung dieser Risse wird in der vorliegenden Arbeit entsprechend dem Konzept der LEBM nicht hinterfragt. Dies geschieht unter dem Gesichtspunkt, daß die Entstehung lokaler Schädigungen und/oder mikroskopisch/makroskopisch kleiner Risse schon bei Belastungen möglich ist, welche z.T. erheblich unter der jeweiligen Höchstlast liegen, respektive herstellungsbedingt a priori vorhanden sind. Die Kenntnis der zugehörigen Belastung ist für die ingenieurmäßige Betrachtung der Problemstellung außerdem von untergeordnetem Interesse.

Betrachtet man nun allein den Bereich C des obigen Schemas, so ergibt sich für Queranschlüsse der nachfolgend dargestellte typische Funktionsverlauf der Spannungsintensitätsfaktoren in Abhängigkeit der Rißlänge  $a$ . Zu den SIF ist die jeweils zugehörige Belastung bei Einstellung des WU-Kriteriums aufgetragen (vgl. Abschnitt 5.3.1).

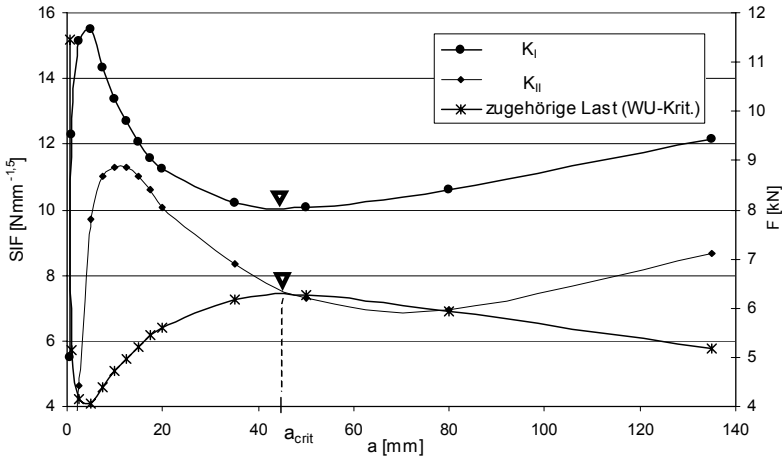


Abbildung 5-1 charakteristischer Funktionsverlauf der Spannungsintensitätsfaktoren bei Queranschlüssen

Charakteristisch ist dabei die Ausbildung eines lokalen Maximums wie auch eines lokalen Minimums im Funktionsverlauf des den Versagensmechanismus bestimmenden SIF  $K_I$ . Dementsprechend bilden die zugehörigen Belastungen nach einem Mixed-Mode-Kriterium an dieser Stelle lokale Extremstellen aus. Das lokale Maximum der Beanspruchung wird bei sehr kurzen Rißlängen von ca. 1 bis 3 mm erreicht. Ab Erreichen einer zugehörigen Belastung  $F_{in}$  kann davon ausgegangen werden, daß der Riß instationär wird.

Bis zum Erreichen des lokalen Minimums der Beanspruchung erfordert das Rißwachstum die Zufuhr äußerer Energie. In diesem Bereich ist die Gleichung 4.2 erfüllt. Dementsprechend ist bis zu dieser Belastung die Stabilität des Rißfortschritts gewährleistet.

Wird eine Belastung erreicht, ab der Gleichung 4.3 Gültigkeit erlangt, so ist der weitere Rißfortschritt instabil. Dieser Zustand wird hier mit katastrophalem



Bauteilversagen gleich gesetzt. Die so im mathematischen Modell ermittelte kritische Belastung wird im Weiteren in Entsprechung der experimentell ermittelten Maschinenhöchstlast behandelt.

⇒ *Durch den Begriff Bruchlast  $F_u$  werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit im physikalischen Modell die Maschinenhöchstlast und im Rechenmodell die Belastung bei Einstellung von Instabilität im Rißwachstum besetzt. Die dieser Belastung zugehörige Rißlänge wird als kritische Rißlänge  $a_{crit}$  bezeichnet.*

Unter bestimmten Umständen ergeben sich allerdings Funktionsverläufe für den SIF  $K_I$ , die einen solchen charakteristischen Verlauf nicht aufweisen. Derartige Situationen ergeben sich z. B. bei der Nichteinhaltung von Randabständen bzw. bei verstärkenden Effekten der Rißwechselwirkung oder bei bestimmten Konfigurationen des Verbindungsmittelbildes (vgl. Abschnitte 5.2.2 und 6.1).

Unter diesen Bedingungen ist dann eine Interpretation der Bruchlast im Sinne der obigen Definition nicht möglich. Ab Erreichen der Belastung  $F_{in}$  gilt dann Gleichung 4.3. Das Rißwachstum ist instabil und eine Steigerung der äußeren Energie dementsprechend nicht mehr möglich. Die Belastung  $F_{in}$  soll im Kontext der vorliegenden Arbeit als Anrißlast gebraucht werden.

⇒ *Es ist weiterhin zu überprüfen, ob für bestimmte Anschlußkonfigurationen eine Modifikation der Definition der kritischen Belastung im Rechenmodell notwendig ist (siehe Abschnitt 6.1).*

An dieser Stelle muß angemerkt werden, daß der gesamte Versagensmechanismus am realen Queranschluß äußerst komplex ist. Eine Beschreibung aller hier ablaufenden Prozesse bedarf eines wesentlich entwickelteren Rechenmodells. Die sehr einfachen Konzepte der LEBM sind lediglich in der Lage, bestimmte Teilbereiche dieses Vorgangs abzubilden. Die vorliegende Arbeit soll Möglichkeiten zur Abschätzung einer kritischen Bauteilbelastung unter Zuhilfenahme dieser Konzepte aufzeigen. Dies setzt einen typischen spröden Versagensmechanismus (sog. Querzugversagen) voraus.

Bei bestimmten Konfigurationen der Anschlußausbildung muß davon ausgegangen werden, daß der Versagensmechanismus eindeutig nicht spröde ist (vgl. z. B. Abb. 1-6). Dementsprechend geht dann die Affinität zum Spannungsintensitätskonzept verloren.

⇒ Bei Vorliegen eher duktiler Versagensmechanismen im physikalischen Modell (realen Bauteil) ist das hier angewendete Rechenmodell zur Abschätzung der Bruchlasten untauglich.

Die Art des Versagens ist ganz wesentlich von einem Parameter der Anschlußkonfiguration abhängig. Experimentelle Untersuchungen (z. B. [15, 16]) haben gezeigt, daß das Bauteilversagen bei Queranschlüssen mit steigender relativer Anschlußhöhe  $\alpha$  zunehmend duktiler wird. In dieser Erkenntnis begründet sich das schon lange bekannte Konstruktionsprinzip, die Anordnung von Queranschlüssen möglichst nah am unbeanspruchten Rand vorzunehmen. In der Frage der Begrenzung hinsichtlich der Art des Versagens wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit der europäischen Normung entsprochen.

⇒ In die weiteren Betrachtungen werden lediglich Queranschlüsse eingeschlossen, deren relative Anschlußhöhe  $\alpha$  kleiner 0,7 ist.

Für diese Konfigurationen wird hier im Traglastbereich (Bereich C) nachfolgend dargestelltes Erklärungsmodell für den Versagensmechanismus zu Grunde gelegt:

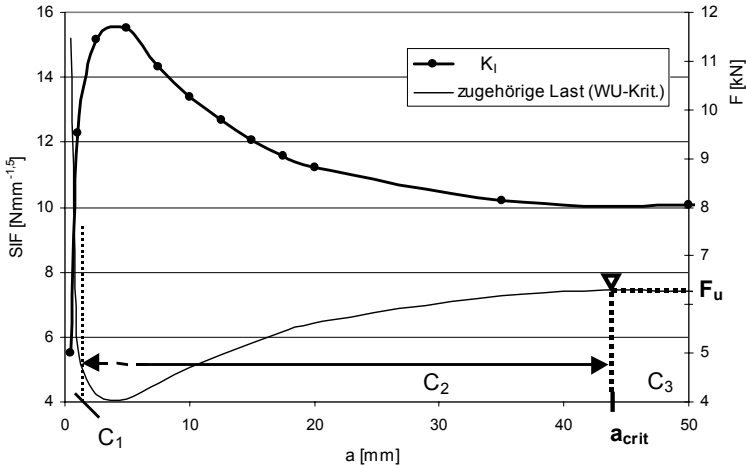


Abbildung 5-2 zur Definition der Bruchlast im mathematischen Modell

Teilbereiche von C lassen sich entsprechend dieser Abbildung charakterisieren:

- 
- $C_1$  - *nicht bruchmechanisch induzierte Rißentstehung / Rißinitiierung*  
 → hohe Spannungsgradienten / geringe Spannungsintensität an der Rißspitze / Anstieg bis zum Erreichen des Maximalwerts der Spannungsintensität; die genaue Kenntnis des lokalen Versagenskriteriums zur Rißentstehung ist i. d. R. unbekannt und wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht weiter untersucht; die Größe dieses Bereichs ist bei üblichen Konstellationen sehr klein; er bezieht sich auf Rißlängen von maximal ca. 3 mm
- $C_2$  - *stabiler Rißfortschritt bis zum Erreichen der kritischen Rißlänge*  
 → kleiner werdende Spannungen, Gültigkeitsbereich von Gleichung 4.2, unter bestimmten Bedingungen der Anordnungen von Rissen und der Lasteinleitung ist dieser Bereich nicht existent
- $C_3$  - *instabiler Rißfortschritt (Sprödbruch, Bauteilversagen)*  
 → die zugehörige Rißlänge ist nicht immer (s. o.) eindeutig quantifizierbar

Die vorstehend angeführte Interpretation des Versagensmechanismus unterscheidet die Festigkeitshypothesen somit entsprechend ihrer Bedeutung für die Tragfähigkeit des Anschlusses.

Hypothesen auf Grundlage von Nennspannungen wird demgemäß lediglich Einfluß auf lokale Formen des Versagens (Bereich  $C_1$ ) zugemessen. Die Sensivität der globalen Festigkeit gegenüber den Versagenskriterien der LEBM wird für die zu untersuchende Problemklasse allgemein höher eingeschätzt. Diese Unterstellung ist mit Blick auf das hier vorliegende, vorwiegend spröde Bauteilversagen, angemessen.

## 5.2 Vergleich mit experimentellen Untersuchungen

Ziel der hier anzustellenden Betrachtungen soll die Bewertung des zuvor beschriebenen Rechenmodells sein. Dies soll anhand des Vergleichs mit am physikalischem Modell gewonnenen Ergebnissen erfolgen. Als Ergebnisse in diesem Sinne gelten hier i. W. die im Focus ingenieurmäßiger Betrachtungen stehenden Bruchlasten.

Experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung der Trag- (Bruch-) last von Queranschlüssen wurden u. a. in Karlsruhe (1978-1983) und in Trento (1998-1999) durchgeführt. Diese werden hier zum Vergleich herangezogen, weil sie am ehesten den vereinbarten Randbedingungen und Modellparametern entsprechen. Dazu zählt zuerst:

- Verwendung stiftförmiger Verbindungsmittel
- Verwendung von Fichtenholz mittel- respektive osteuropäischer Provenienz

### 5.2.1 Die Versuchsreihen von BALLERINI

Die Versuchsreihen von BALLERINI werden in [15,16] hinreichend beschrieben, auf eine ausführlichere Wiedergabe wird an dieser Stelle verzichtet. Durch den sehr einfachen Versuchsaufbau läßt sich der Einfluß einzelner Parameter quantifizieren. Die wechselseitige Beeinflussung verschiedener Parameter wird so weitgehend vermieden.

Es handelt sich um einen Einfeldträger mit Queranschluß in Feldmitte. Folgende Parameter wurden im Versuch variiert:

- Anschlußhöhe  $b_e$
- Trägerhöhe  $H$
- Verteilung auf bis zu 2 VM-Reihen

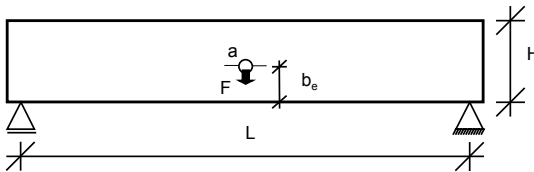


Abbildung 5-3 *prinzipieller Versuchsaufbau von BALLERINI*

### 5.2.1.1 Versuchsreihe 1 [15]

In dieser Reihe wurden insgesamt 16 Versuche mit einer Balkenhöhe  $H$  von ca. 20 cm und 23 Versuche mit einer Balkenhöhe von ca. 40 cm durchgeführt. Die Anschlüsse wurden bei allen Versuchen mit lediglich einem Stabdübel ( $d = 10$  mm) hergestellt. In der Auswertung werden hier Lasten  $F_{in}$  angegeben, bei denen von der Initiierung eines Risses ausgegangen werden kann. Es kommt also in jedem Fall über diese Last hinaus noch zu einer Laststeigerung. Demnach kann, analog der Annahmen im vorherigen Abschnitt, nach Rißinitiierung von einem zunächst stabilen Rißwachstum ausgegangen werden kann. Diese Annahme wird auch durch das Versuchsprotokoll bestätigt [15]. Das mathematische Modell befindet sich in dieser qualitativen Hinsicht in Entsprechung zum physikalischen Modell.

Diese Werte  $F_{in}$  wurden hier anhand des mehr oder weniger signifikanten Abfalls in der Kraft-Verformungs-Linie des Versuchs bestimmt. Sie sind in der nachfolgenden Darstellung der jeweiligen Bruchlast gegenübergestellt:

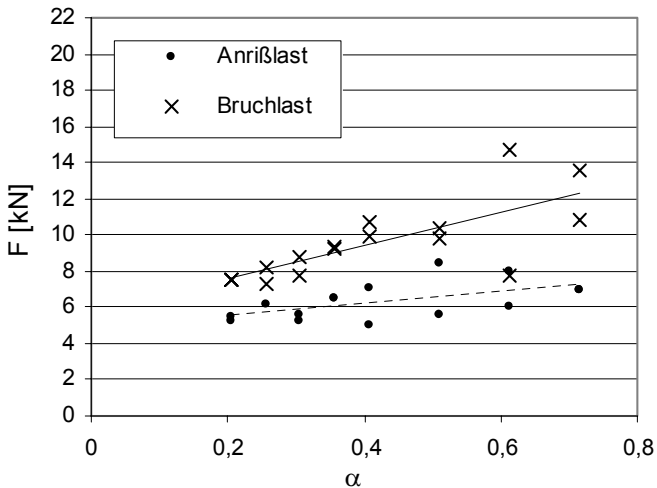


Abbildung 5-4a

Anrißlast  $F_{in}$  und Bruchlast  $F_n$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe für die Trägerhöhe  $H = 196$  mm

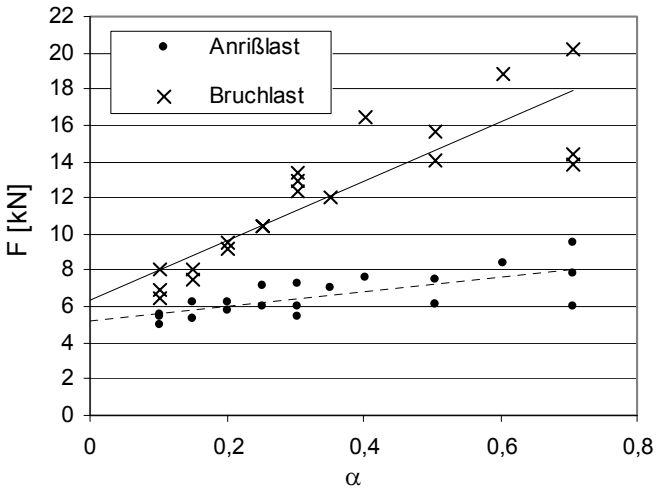


Abbildung 5-4b Anrißlast  $F_{in}$  und Bruchlast  $F_u$  in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe für die Trägerhöhe  $H = 397 \text{ mm}$

Man kann Folgendes schließen:

- die Belastung bei Reißinitiierung zeigt für alle Versuche nur sehr geringe Unterschiede, sie liegt teilweise erheblich unter Traglastniveau
- die Quantität der Lasterhöhung über die Anrißlast hinaus ist von der relativen Anschlußhöhe abhängig

Zur Verifizierung des mathematischen Modells wurden die rechnerischen Anrißlasten  $F_{in}$  den experimentell Ermittelten gegenübergestellt. Die zugehörigen Maxima der SIF  $K_I$  ergeben sich bei Rißlängen zwischen 2 und 4 mm. Global kann eine Unterschätzung der Anrißlast festgestellt werden. Da die rechnerischen Anrißlasten nahezu unabhängig vom Verhältnis  $\alpha$  sind, kommt es folglich mit zunehmender relativer Anschlußhöhe zur geringfügigen Verstärkung dieses Effektes.

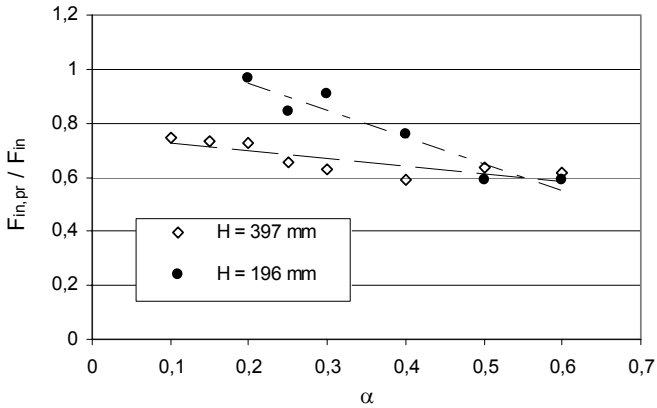
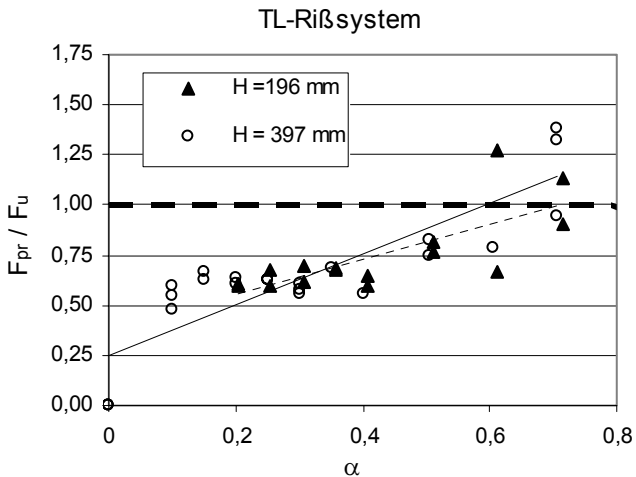


Abbildung 5-5 Vergleich rechnerisch und experimentell ermittelter Anrißlasten in Abhängigkeit von  $\alpha$

Legt man die Hypothese von WU (vgl. Abschnitt 5.3.1) als Versagenskriterium und die in Abschnitt 3.3.2 festgelegten kritischen Materialkennwerte zu Grunde, so ergeben sich wie nachfolgend dargestellt für diese Versuchskonfigurationen folgende Verhältnisse der rechnerischen zu den experimentell ermittelten Bruchlasten:



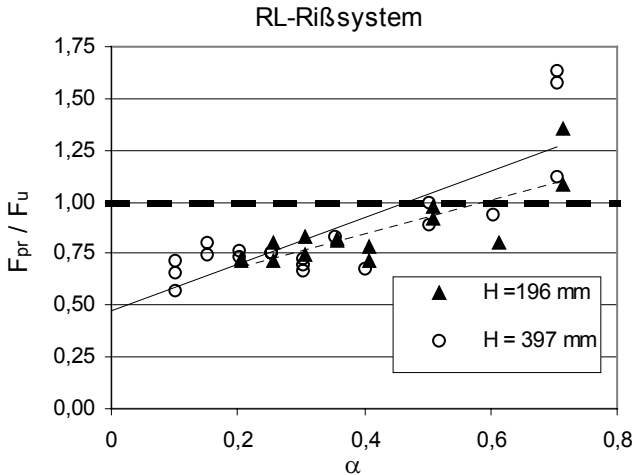


Abbildung 5-6 Vergleich rechnerisch und experimentell ermittelter Bruchlasten in Abhängigkeit von  $\alpha$  und Rißsystem

Leider liegen in [15] keine Angaben zum Rißsystem vor, so daß die Berechnungen für beide Rißsysteme durchgeführt wurden. Eine Ermittlung bruchmechanischer Materialkennwerte war ebenfalls nicht Bestandteil des Versuchsprogramms. So müssen hier Referenzwerte der Bruchzähigkeiten für die Berechnung der Bruchlasten angenommen werden. Diese Vorgehensweise birgt klarerweise ein erhebliches Fehlerpotential.

Demgemäß ist zunächst einmal eine bis zu 50-prozentige Unterschätzung der Tragfähigkeit dieser Anschlüsse augenfällig. Dies legt nahe, daß die Bruchzähigkeit des hier verwendeten Versuchsmaterials über den in Abschnitt 3.3.2 festgelegten mittleren Werten lag. Führt man die Berechnungen mit einem mittleren Wert der Bruchzähigkeit im Rißöffnungsmodus I von etwa  $15 \text{ Nmm}^{-1,5}$  durch, wie sie auch von einigen Wissenschaftlern angegeben werden, so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung mit den angegebenen Versuchswerten (vgl. Anhang E 1).

Da die Art des Rißsystems die Bruchzähigkeit beeinflusst, hat deren Annahme unmittelbaren Einfluß auf die Ermittlung der Bruchlasten. Sowohl für ein TL- als auch für ein RL-Rißsystem wird die Bruchlast hier rechnerisch unterschätzt. Geht



man davon aus, daß in einem realen Bauteil keine reinen Rißsysteme sondern eher Mischsysteme vorliegen, könnte in der Feststellung von LOGEMANN [96], wonach Mischsysteme größere Bruchzähigkeiten im Modus I aufweisen, eine Ursache der Unterschätzung liegen. Allerdings liegt die in [96] angegebene Steigerung der Bruchzähigkeit in Mischsystemen nicht in der Quantität der hier vorliegenden Fehlabschätzung. Eine Erklärung der Unterschätzung der Bruchlasten allein durch die Verschiedenartigkeit der Rißsysteme in mathematischem und physikalischem Modell ist also nicht gegeben.

Weiterhin ist zu bemerken, daß im Bereich relativer Anschlußhöhen bis etwa 0,5 keine Abhängigkeit der Bruchlastbestimmung zu erkennen ist. Dies kann auch bei Bezug auf weitere geometrische Parameter festgestellt werden:

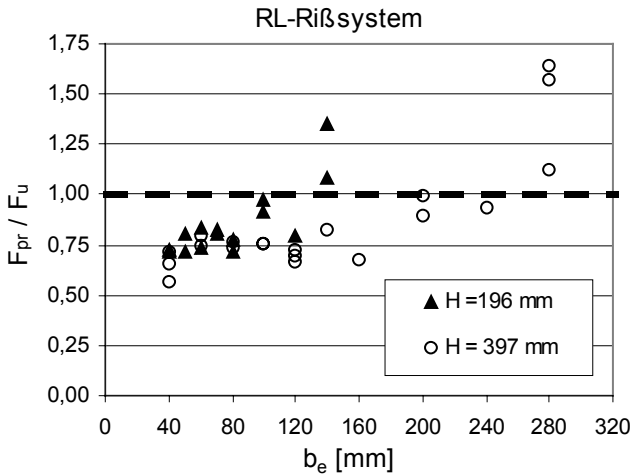


Abbildung 5-7a rechnerische vs. experimentelle Bruchlasten in Abhängigkeit der absoluten Anschlußhöhe  $b_e$

Geht man von einer allgemeinen Unterschätzung der Bruchzähigkeit des Versuchsmaterials aus, so kann man mit Einschränkungen eine gute Übereinstimmung der rechnerischen mit den experimentell bestimmten Bruchlasten feststellen. Diese Einschränkungen bestehen vor allem hinsichtlich der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$ .

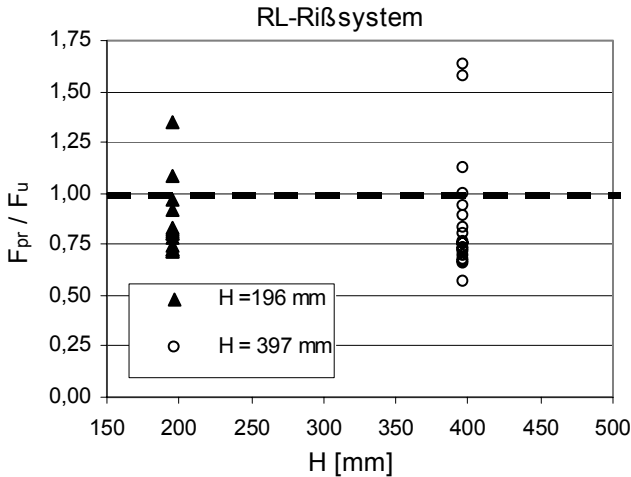


Abbildung 5-7b rechnerische vs. experimentelle Bruchlasten in Abhängigkeit der Trägerhöhe  $H$

So kann man in Abb. 5-5 bis zu einem Wert von  $\alpha \approx 0,5$  keinen signifikanten Einfluß dieses Parameters beobachten. Ist der Anschluß oberhalb der Schwerachse des Trägers angeordnet, kommt es nach den Kriterien der LEBM in Abhängigkeit von  $\alpha$  zunehmend zur Überschätzung der Tragfähigkeit des Anschlusses. Es ist also davon auszugehen, daß bei einem solchen Anschluß die Sensivität zu den Versagenskriterien der LEBM wiederum abnimmt. Dies bedeutet, daß der Versagensmechanismus für Anschlüsse oberhalb der Schwerachse einer anderen mathematischen Formulierung bedarf. Für diese Anschlüsse ist dann eher ein Versagenskriterium auf der Grundlage von Nennspannungen relevant. Diese Eigenschaften des mathematischen Modells werden auch durch das physikalische Modell reflektiert. So ist in [15] die Art des Versagens im jeweiligen Versuch angegeben. Es wird ein signifikanter Zusammenhang zum Verhältnis  $\alpha$  gemäß Abbildung 5-8 deutlich.

Die durch das rechnerische Modell begründete Vermutung, daß es bei Queranschlüssen oberhalb der Schwerachse zunehmend zu einer Überschätzung der Traglast durch Versagenskriterien der LEBM kommt, wird somit bestätigt. Zur Formulierung der Begrenzung des Gültigkeitsbereichs des hier verwendeten Rechenmodells ist das Verhältnis  $\alpha$  heranzuziehen. Der absolute Abstand  $b_c$  zum

beanspruchten Rand ist dafür nicht geeignet, da er keine Abhängigkeit zu diesem Sachverhalt aufweist (siehe Abb. 5-6). Eine Quantifizierung hinsichtlich einer Begrenzung des Gültigkeitsbereichs dieser Kriterien ist aufgrund der statistisch wenig gesicherten Versuchsergebnisse nur schwer möglich. BALLERINI gibt hierfür Werte für das Verhältnis  $\alpha$  von etwa 0,6 bis 0,7 an.

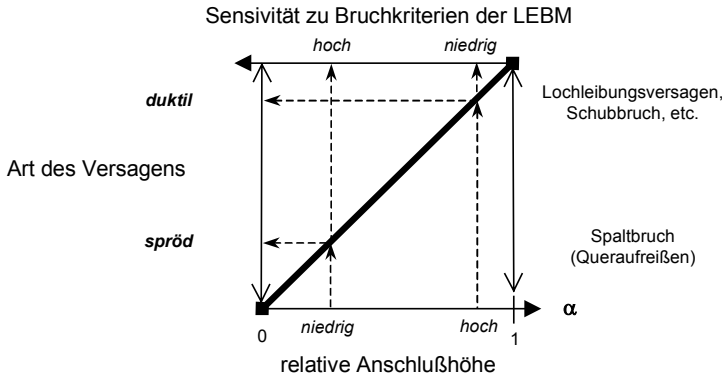


Abbildung 5-8 *Qualitativer Zusammenhang von  $\alpha$  und relevanter Festigkeitshypothese (nach den experimentellen Beobachtungen von BALLERINI)*

Insbesondere für Queranschlüsse unterhalb der Schwerachse stimmen die hier berechneten Bruchlasten mit den experimentell bestimmten Bruchlasten relativ überein. Dabei ist es unerheblich, ob es sich um einen sog. (lokal) begrenzten Sprödbruch (hohe Trägerhöhe – kleines Verhältnis  $\alpha$ ) oder um ein komplettes Spalten entlang der Faser bis zu den Auflagern (niedrige Trägerhöhe oder hohe Trägerhöhe – großes Verhältnis  $\alpha$ ) handelt.

### 5.2.1.2 Versuchsreihe 2 [16]

Im zweiten Teil dieses Versuchsprogramms wurden 14 Versuche durchgeführt. Im Focus dieser Betrachtungen steht der Einfluß einer Verteilung der Lasteinleitung auf mehrere Verbindungsmittel innerhalb einer Spalte. Der Versuchsaufbau und die Randbedingungen dieser Reihe waren identisch mit den Bedingungen der Versuchsreihe 1.

Wesentlicher Unterschied zu den ersten Versuchen ist die Anordnung eines weiteren Stabdübels unterhalb des Ersten. Der Abstand der Verbindungsmittel

untereinander betrug einheitlich 30 mm (3d). An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß sich Angaben der relativen ( $\alpha$ ) wie der absoluten Anschlußhöhe ( $b_c$ ) im Rahmen der vorliegenden Arbeit bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln auf das jeweils Obere (vom belasteten Rand Entferntere) beziehen.

In der nachfolgenden Darstellung ist die experimentell erzielte Erhöhung der Bruchlast durch den Einsatz dieses weiteren Verbindungsmittels wiedergegeben:

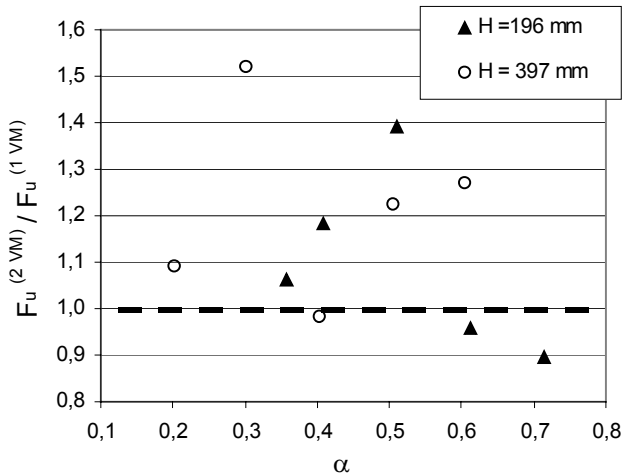


Abbildung 5-9 Verhältnis der Bruchlasten der Versuchsreihen 2 und 1 nach [16]

Zur Auswertung dieser Versuchsdaten sei die außerordentlich geringe Anzahl dieser Versuche angemerkt. Die Aussagekraft der so gewonnenen Resultate ist dementsprechend begrenzt. Dennoch sollen einige Aussagen zu dieser Problematik getroffen werden:

- durch den Einsatz mehrerer VM untereinander (in Krafrichtung) wird die Traglast von Queranschlüssen erhöht; die Quantität dieser Erhöhung beträgt nicht das Vielfache der verwendeten VM, sie ist wesentlich geringer; bei der untersuchten Erhöhung von einem auf zwei Stabdübel wurden Steigerungen der Bruchlast von etwa 10 – 40% erreicht
- eine Abhängigkeit der möglichen Lasterhöhung zum Verhältnis  $\alpha$  (wie auch anderer Parameter) ist nicht erkennbar

Anhand dieser Versuchsreihe kann keine konkrete Aussage zum Einfluß der Verteilung der Lasteinleitung getroffen werden. Dies begründet sich nicht allein in der geringen Datendichte. Hier ist auch die Versuchskonfiguration bezüglich des Abstands der VM untereinander kritisch zu hinterfragen. Durch den geringen Abstand wird kein hinreichend günstiger Effekt durch eine verteilte Krafteinleitung erzielt. Die Spannungskonzentration wird nicht maßgeblich abgemindert. Ein geringer Unterschied in den Bruchlasten ist demzufolge die Konsequenz. Für einzelne Versuche ergeben sich entsprechend geringe Unterschiede im Vergleich zum Einsatz eines Stabdübels (bis hin zu einer geringeren Traglast).

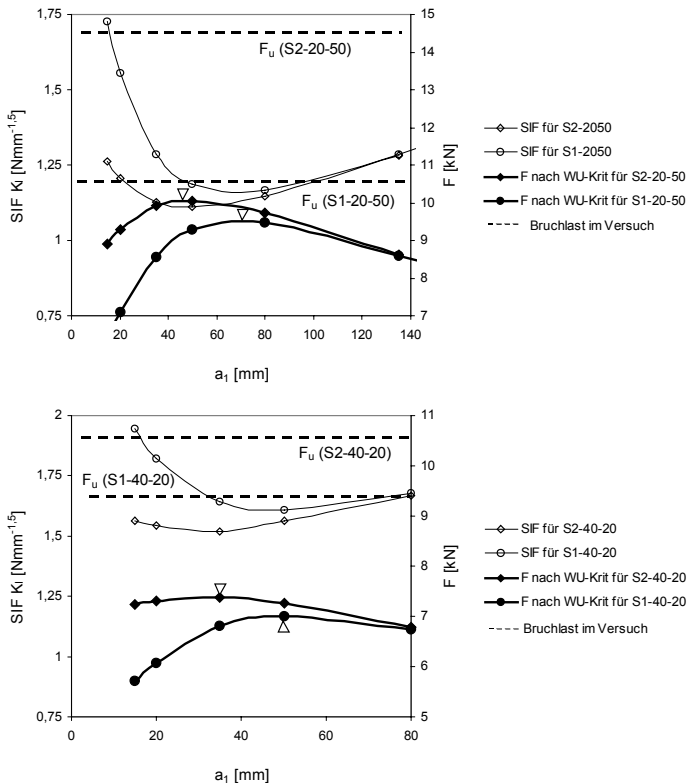


Abbildung 5-10

*SIF  $K_I$  und zugehörige Lasten nach dem WU-Kriterium für zwei Versuchskonfigurationen der Serie 2 im direkten Vergleich mit den vergleichbaren Konfigurationen der Serie 1oben:  $H = 196$  mm,  $\alpha = 0,5$ , unten:  $H = 397$  mm,  $\alpha = 0,2$*

In diesem Zusammenhang muß auf die Regelung der entsprechenden Normen über die Mindestabstände der VM untereinander Bezug genommen werden. BALLERINI hat für seine Versuchskonfiguration den im internationalen Normenwerk [25] geforderten Abstand  $a_2$  gerade eingehalten. Für diesen Abstand ist, und dies entspricht auch den nationalen technischen Anwendungsregelungen [50, 51], allgemein ein Wert von  $3 d_n$ <sup>84</sup> vorgesehen. Diese Regelung gilt unabhängig vom Kraft-Faser-Winkel.

Es sei in diesem Zusammenhang auf einen Widerspruch verwiesen, welcher sich dann bei einem Kraft-Faser-Winkel von  $90^\circ$  in einem querzugbeanspruchten Bereich ergibt.

<i>Allgemeines Konstruktionsprinzip bei der Einleitung von Kräften quer zur Faser:</i>	$\Leftrightarrow$	<i>Abstand der VM untereinander rechtwinklig zur Faserrichtung:</i>
$\rightarrow$ <i>Vermeidung von Konzentrationen</i>		$\rightarrow$ <i>geringster definierter Abstand</i>

Es wird unter Beachtung der Querzuggefahr davon ausgegangen, daß sich eine Vergrößerung dieses Abstandes tragfähigkeitssteigernd auswirkt. Es sei darauf hingewiesen, daß diese Maßnahme lediglich in querzuggefährdeten Bereichen sinnvoll ist. Nur hier kann sich die Abminderung der Spannungskonzentration günstig auf die Abminderung der Sprödbbruchgefahr auswirken.

Sind die angeschlossenen Bauteile (Laschen) aus Holz, so wird dann ohnehin der größere Mindestabstand parallel zur Faser  $a_1$  relevant.

---

<sup>84</sup> für Bolzen sind  $4d_n$  vorgesehen; bei *nicht* vorgebohrten Nagelverbindungen rohndichteabhängig  $5d_n$  bis  $7d_n$

### 5.2.1.3 Untersuchungen zum Einfluß der Lasteinleitung

Bei Verbindungen mit mehreren mechanischen Verbindungsmitteln in Krafrichtung hintereinander wird die Frage nach der Verteilung der Gesamtlast auf die einzelnen Verbindungsmittel aufgeworfen. Näherungsweise wird auch bei der Abschätzung der Lasteinleitung an Queranschlüssen von einer Gleichverteilung ausgegangen (z. B. [53]):

$$F_i = \frac{F_{\text{ges}}}{n} \quad (5.1)$$

Bei realen Anschlüssen ist die Lastverteilung auf die einzelnen Verbindungsmittel ungleichmäßig. Außerdem ist die quantitative Verteilung auf die beteiligten VM unbekannt.

Zahlreiche Arbeiten behandeln diese Thematik (z. B. [43, 160, 112, 84, 80]). Der überragende Anteil dieser Untersuchungen hat dabei die Lasteinleitung für mehrfache Bolzenverbindungen bei Übereinstimmung von Krafrichtung und Faserverlauf zum Gegenstand. Bei experimentellen Untersuchungen wird allgemein festgestellt, daß die Tragkraft einer Verbindungsmittelgruppe kleiner als die Summe der Tragfähigkeiten der einzelnen VM ist. Diese Aussage ist in Bezug auf die Situation bei Queranschlüssen trivial. Die Tragfähigkeit dieser Anschlüsse ist bei einer Anordnung in querzuggefährdeten Bereichen wesentlich kleiner als die Summe der Tragfähigkeiten der einzelnen VM.

Die Berücksichtigung der geringeren Tragfähigkeit mehrerer Bolzen parallel zur Faser in der europäischen Normung [25] geht auf die Arbeit von LANTOS [89] zurück. Nach diesem Ansatz sind die jeweils vordersten und hintersten VM einer Reihe in Krafrichtung am stärksten belastet. Er wird m. E. durch experimentelle Untersuchungen bestätigt. Allerdings ist seine Gültigkeit auf die Anwendung parallel zur Faser begrenzt.

Die Lasteinleitung bei Verbindungen mit mehreren VM wird in der Hauptsache durch folgende Parameter beeinflusst [24]:

- herstellungsbedingte geometrische Ungenauigkeiten [160]
- Kraft-Verformungsverhalten im Kontaktbereich

Die Verteilung der Lasteinleitung ist außerdem stark vom Niveau der Belastungen abhängig. Entsprechend der Intention einer Traglastabschätzung ist

hier lediglich die Lasteinleitung unter einer entsprechenden Beanspruchung von Interesse.

Nach Überwindung des anfänglichen Schlupfes kommt es zur Spannungsumlagerung infolge der Ausbildung plastischer Bereiche an den stärker belasteten VM hin zu den steifer gebetteten Mitgliedern der Verbindungsmittelgruppe. Dies setzt allerdings voraus, daß die Herstellungsungenauigkeiten eine hinreichende Mitwirkung aller VM bis zu diesem Belastungsniveau überhaupt zulassen. Ansonsten wäre ein Spröddbruch (Spalten) im Bereich überproportional belasteter VM schon bei verhältnismäßig niedrigen, auf den gesamten Anschluß bezogenen (globalen) Beanspruchungen die Folge. Im Traglastbereich würde sich die Lastverteilung dann zunehmend einem Zustand annähern, welcher der Aussage von Gleichung 5.1 entspricht.

Experimentelle Untersuchungen bei Anschlüssen mit mehreren VM zur Lasteinleitung senkrecht zur Faserrichtung sind bislang äußerst selten durchgeführt wurden. Dem Verfasser ist in diesem Zusammenhang lediglich die Arbeit von METTEM [104] bekannt. Leider ist die Konfiguration dieser Versuche keinesfalls einem typischen Queranschluß entsprechend. Dennoch läßt sich anhand dieser Untersuchungen ein Unterschied zur Lasteinleitung parallel zur Faser erkennen. Es wurden Versuche mit jeweils 4 in Krafrichtung angeordneten Bolzen im elastischen Bereich durchgeführt. Dabei wurde festgestellt, daß der am weitesten innen liegende Bolzen<sup>85</sup> bereits die Hälfte der Gesamtlast überträgt. Die restliche Last verteilt sich mit stark abnehmender Tendenz auf die verbleibenden Bolzen:

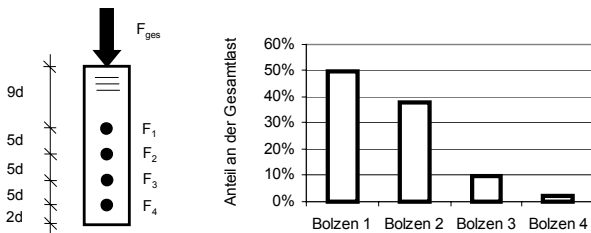


Abbildung 5-11 Verteilung der Lasteinleitung bei mehreren VM senkrecht zur Faser nach [104]

<sup>85</sup> dieser Bolzen ist näherungsweise bei Übertragung auf einen Queranschluß dem am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten VM äquivalent



Andere Untersuchungen [84] belegen außerdem einen signifikanten Einfluß anderer Parameter, so z. B. des Abstands der VM untereinander sowie des Abstands zum beanspruchten Hirnholzende. Eine Ableitung von Erkenntnissen, welche aus Untersuchungen unter Krafeinleitung parallel zur Faser resultieren ist jedoch kritisch, da hier andere konstitutive Verhältnisse vorliegen. Die Untersuchungen von METTEM lassen auf einen erheblichen Einfluß des Kraft-Faser-Winkels schließen.

Man kann nach diesen Betrachtungen folgende Schlüsse ziehen:

- die Annahme der Lastverteilung ist im elastischen Bereich spekulativ; eine ungleichmäßige Verteilung ist wahrscheinlich; bei Lasteinleitung senkrecht zur Faser ist der Grad der Ungleichverteilung größer als bei faserparalleler Krafeinleitung
- durch das auf einen üblichen Queranschluß bezogene oberste VM wird der größte Kraftanteil eingeleitet; diese Annahme wird durch den Versagensmechanismus bestätigt

Es werden in Ermangelung geeigneter Ansätze zur Lasteinleitung bei mehreren VM senkrecht zur Faser zwei Grenzfälle hinsichtlich ihrer Auswirkung auf die Beanspruchung an der maßgebenden Rißspitze untersucht:

1. Gewichtete Verteilung  $\rightarrow$  für den elastischen Bereich zu erwartende Verteilung:

$$F_{\text{ges}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^n \eta_i F_i \quad (5.2)$$

mit:

$$k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \eta_i \quad \text{und} \quad \eta_i = 3\alpha_i^2 - 2\alpha_i^3 \quad (5.3)$$

2. Gleichverteilung (5.1)  $\rightarrow$  Hypothese für den Traglastbereich

Die Wichtung der Anteile der einzelnen VM nach Gleichung (5.3) erfolgt dabei nach dem Ansatz des Beiwerts zur Erfassung des querzugauslösenden Anteils aus

[53] entsprechend Gleichung (1.14). Es wird davon ausgegangen, daß diese Annahmen die jeweils möglichen Grenzfälle einer ungleichmäßigen (1) bzw. Gleichverteilung (2) darstellen. Bei der Annahme von (1) wird entsprechend den Ergebnissen von experimentellen Untersuchungen eine vom am weitesten vom beanspruchten Rand entfernten VM zu den unterhalb angeordneten VM hin fallenden Verteilung der Kräfteinleitung zu Grunde gelegt. Die Wichtungsfunktion (5.3) soll dabei auch hinsichtlich der Ungleichmäßigkeit der Kräfteinleitung eine Grenze darstellen. Eine näherungsweise Erfassung aller für das physikalische Modell in Erwägung zu ziehenden Lastverteilungen ist somit gewährleistet.

Für die der Versuchsreihe 2 entsprechenden Rechenmodelle ergeben sich dann nachfolgend dargestellte Beanspruchungen bei einer Lasteinleitung durch 2 Stabdübel. Zur Verifizierung des Einflusses des Abstands untereinander ( $s$ ) wurde dieser Parameter im Rechenmodell variiert.<sup>86</sup>

Anhand dieser Vergleichsrechnungen können folgende Rückschlüsse gezogen werden:

- die Annahme der Lastverteilung hat auf den das Versagenskriterium bestimmenden SIF  $K_I$  einen geringeren Einfluß als auf den SIF  $K_{II}$
- die Qualität dieses Einflusses ist von der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$ , dem bezogenen Abstand der VM untereinander  $\beta$ <sup>87</sup> sowie von der Rißlänge  $a$  abhängig

Erwartungsgemäß führt eine zum obersten VM hin gewichtete Lastverteilung zu einer Erhöhung der Beanspruchung, da der Schwerpunkt der Belastungen näher an der maßgebenden Rißspitze liegt.

Diese Beeinflussung ist natürlich stark von der Rißlänge abhängig. Ab einer bestimmten Rißlänge ist die Verteilung der Lasten auf die VM für die Beanspruchung an der Rißspitze unerheblich.

---

<sup>86</sup> es wurde hierfür der Mindestabstand  $a_1$  nach [25] in Ansatz gebracht (Annahme einer angeschlossenen Holzlasche)

<sup>87</sup> Verhältnis  $s$  zu  $H$

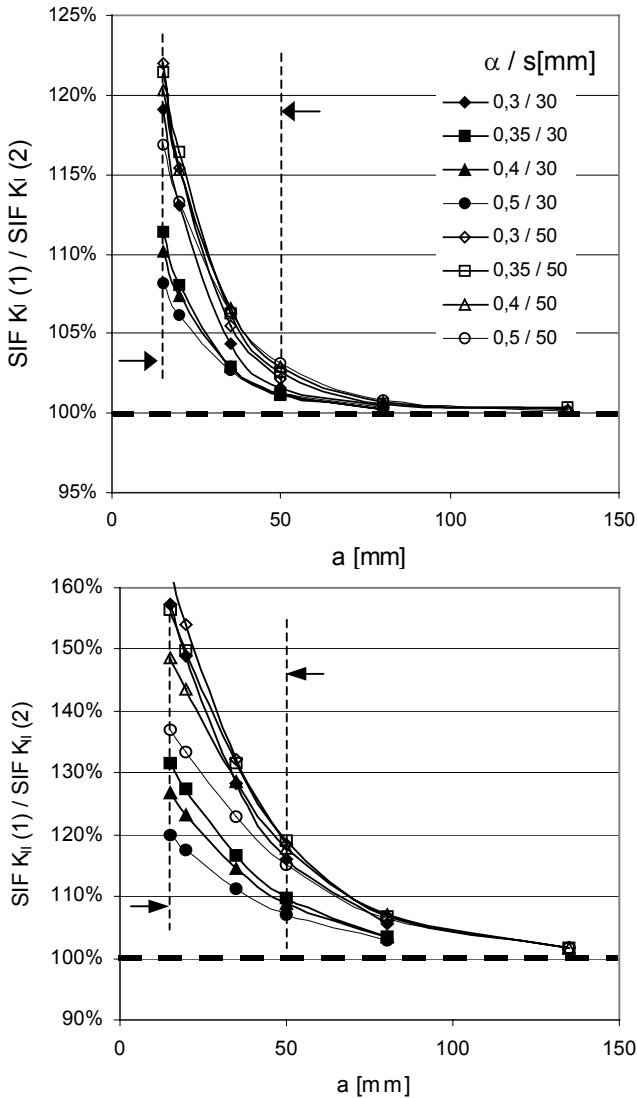


Abbildung 5-12  $SIF K_I$  und  $K_{II}$  im Verhältnis der Lastverteilung (1) zu (2) als Funktion der Rißlänge für ein Rechenmodell entsprechend der Versuchsreihe 2 nach [16],  $H = 196$  mm

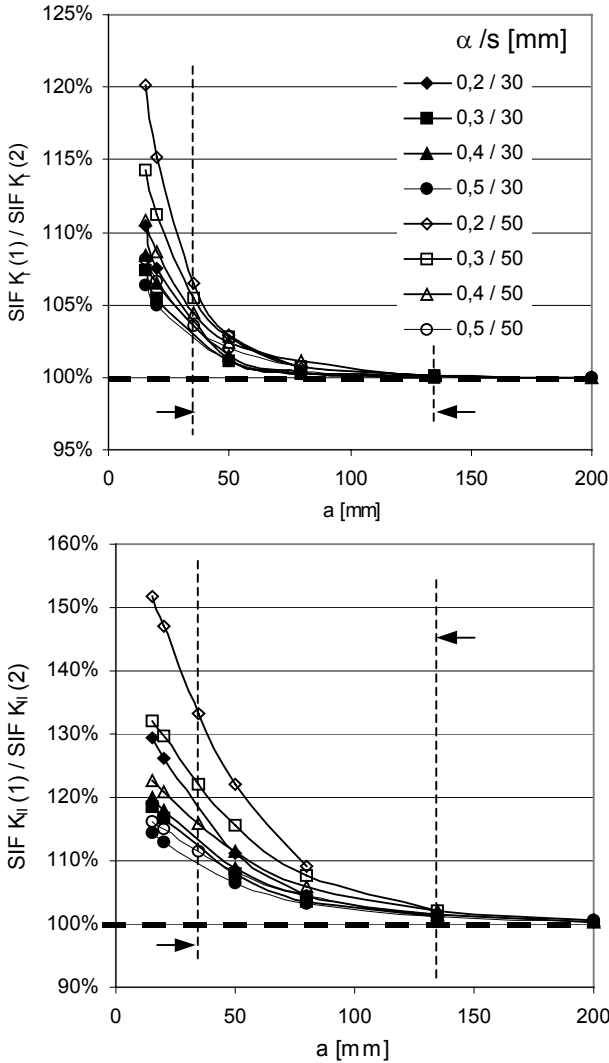


Abbildung 5-13  $SIF K_I$  und  $K_{II}$  im Verhältnis der Lastverteilung (1) zu (2) als Funktion der Rißlänge für ein Rechenmodell entsprechend der Versuchsreihe 2 nach [16],  $H = 397$  mm

Im Kontext einer Traglastabschätzung ist dann lediglich das Verhältnis der Beanspruchungen bei der kritischen Rißlänge  $a_{crit}$  von Bedeutung. Für die hier betrachteten Queranschlüsse an Trägern mit relativ geringer Trägerhöhe betragen die kritischen Rißlängen in Abhängigkeit der relativen Anschlußhöhe 15 bis 50 mm ( $H = 196$  mm) bzw. 30 bis 135 mm ( $H = 397$  mm). Im Bereich dieser Rißlängen kommt es entsprechend den Abb. 5-10 und 5-11 zu Unterschieden von max. 20% bei sehr geringen Trägerhöhen. Die Differenz der Beanspruchungen nimmt mit zunehmender Trägerhöhe schnell ab. So kann man bereits bei den 40 cm hohen Trägern nur noch einen maximalen Unterschied von lediglich 6% feststellen.

Es werden außerdem folgende Auswirkungen der Annahme der Lastverteilung offenbar:

- der Unterschied wird mit steigendem Verhältnis  $\alpha$  kleiner
- der Unterschied wird mit fallendem Verhältnis  $\beta$  kleiner

Diese Parameter sind aber im Vergleich zum Einfluß der Rißlänge von nachgeordneter Bedeutung. Ihre Auswirkungen auf die Ermittlung von Traglasten sind marginal. Dies gilt nachgerade für die deutlich größeren Differenzen im SIF  $K_{II}$  (s. a. Abschnitt 5.3.2).

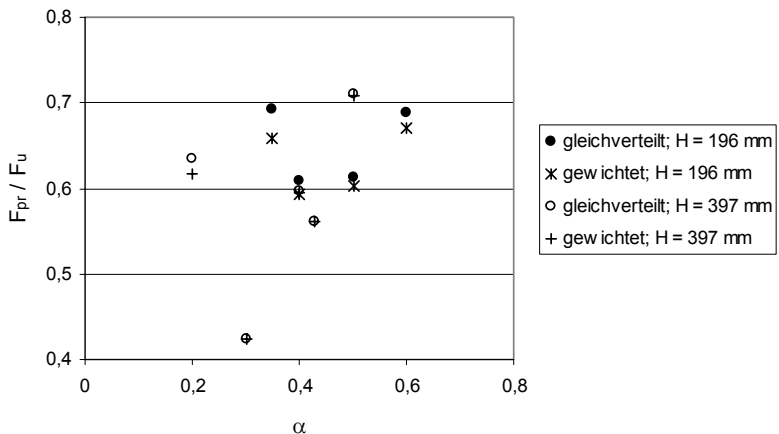


Abbildung 5-14 Einfluß der Lastverteilung auf rechnerische Bruchlasten im Verhältnis zu experimentell ermittelten Bruchlasten nach [16]

In Auswertung der Abb. 5-13 ist der relativ geringe Einfluß der Lastverteilung zu erkennen. Außerdem ist die Unterschätzung der Bruchlast um ca. ein Drittel augenfällig. Dies läßt darauf schließen, daß in dieser Versuchsreihe ein ähnliches Material wie in Versuchsreihe 1 verwendet wurde. Im Anhang D ist obige Abbildung analog zur Versuchsreihe 1 unter Annahme einer mittleren Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  von  $15 \text{ Nmm}^{-1,5}$  dargestellt. Es ergibt sich dann eine relative Übereinstimmung mit den Versuchswerten. Es ist allerdings im Vergleich zur Serie 1 immer noch eine Unterschätzung der Bruchlast zu erkennen. Dies läßt deuten, daß die Bruchzähigkeit immer noch unterschätzt ist. Wurde aber identisches Material verwendet, so ist die Unterschätzung der Bruchlast auf das Wirken des Verstärkungseffektes zurückzuführen (Abb. 4-19), da hier am unteren Bolzenloch kein Riß adaptiert wurde und der bezogene VM-Abstand  $\beta$  relativ groß ist.

⇒ *Für die weiteren Betrachtungen wird bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln in Anbetracht des geringen Einflusses auf die Berechnung der Bruchlasten eine Gleichverteilung der Lasteinleitung angenommen.*

Diese Annahme kann als gute Näherung gelten, da praxisübliche Queranschlüsse eher an Trägern mit größerer Querschnittshöhe angeordnet werden. Für derartige Anschlüsse wird die Lastverteilung innerhalb einer VM-Spalte ( $h_n - h_1$ , vgl. Abb. 1-2) mit zunehmender Trägerhöhe zum redundanten Merkmal für die Beanspruchung an der Rißspitze.

## 5.2.2 Karlsruher Versuche

In den siebziger und achtziger Jahren des vorigen Jahrhunderts wurden an der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine in Karlsruhe umfangreiche experimentelle Untersuchungen zur Querkzugproblematik bei Anschlüssen durchgeführt. Ausgehend von den Versuchen von MÖHLER an großflächigen Queranschlüssen über Versuche zu angehängten Lasten bis zur Untersuchung von genagelten Balkenschuhen wurden die unterschiedlichsten Verbindungsmittel eingesetzt. Diese Arbeiten sind in [105, 108, 53] ausführlich dokumentiert. Auf eine Wiedergabe von Details wird an dieser Stelle verzichtet. Sämtliche hier verwendeten Rechenmodelle wurden gemäß der angegebenen Rand- und Systembedingungen adaptiert. Entsprechend den bereits getroffenen Vereinbarungen werden lediglich Versuchskonfigurationen in ein mathematisches Modell überführt, welche unter Verwendung von stiftförmigen Verbindungsmitteln hergestellt wurden. Beim überwiegenden Teil dieser Versuche wurden Nägel eingesetzt, beim verbleibenden hier betrachteten Teil waren dies Stabdübel. Im Gegensatz zu den Versuchsreihen von BALLERINI wurden hier überwiegend praxisübliche Anschlüsse, d. h. unter Verwendung mehrerer VM untersucht.

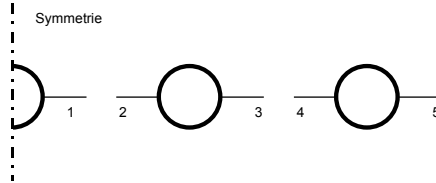
### 5.2.2.1 Großflächige Queranschlüsse

An dieser Stelle erfolgen einige Ausführungen zum hier erstellten Rechenmodell und zur Interpretation der Ergebnisse für die Reihen A und B der in [105] dokumentierten Versuche. Eine ausführliche Beschreibung der theoretischen Untersuchungen findet sich in [148].

In der Versuchsreihe A wurden Anschlüsse mit jeweils fünf nebeneinander angeordneten Nägeln untersucht, welche sich in Feldmitte eines einfach gestützten Balkens befanden. In der Versuchskonfiguration wurde das Verhältnis  $\alpha$  (relative Anschlußhöhe) bis zum Wert 0,58 variiert. Über dieses Verhältnis hinaus wurde eine erhebliche Steigerung der Bruchlast bei einem duktileren Versagensmechanismus festgestellt (vgl. Abschnitt 5.2.1.1). Für fünf verschiedene Anschlußhöhen wurden jeweils drei Versuche durchgeführt.

Obwohl hier Nägel verwendet wurden, sollte bei der Adaption des Rechenmodells auf eine bereits vorhandene Initialrißlänge  $a_0$  infolge Nageltreiben

gemäß Gl. 4.4 verzichtet werden, da die Nagellöcher vorgebohrt waren. Es mußte somit die Rißlänge  $a$  im Rechenmodell variiert werden. Entsprechend der Anordnung der Verbindungsmittel waren bis zum inneren Durchriß zunächst fünf verschiedene Risse zu berücksichtigen:



Beispielhaft seien in der nachfolgenden Abbildung die Beanspruchungen an den Rißspitzen für die Versuchsconfiguration A 3 ( $\alpha = 0,37$ ) dargestellt:

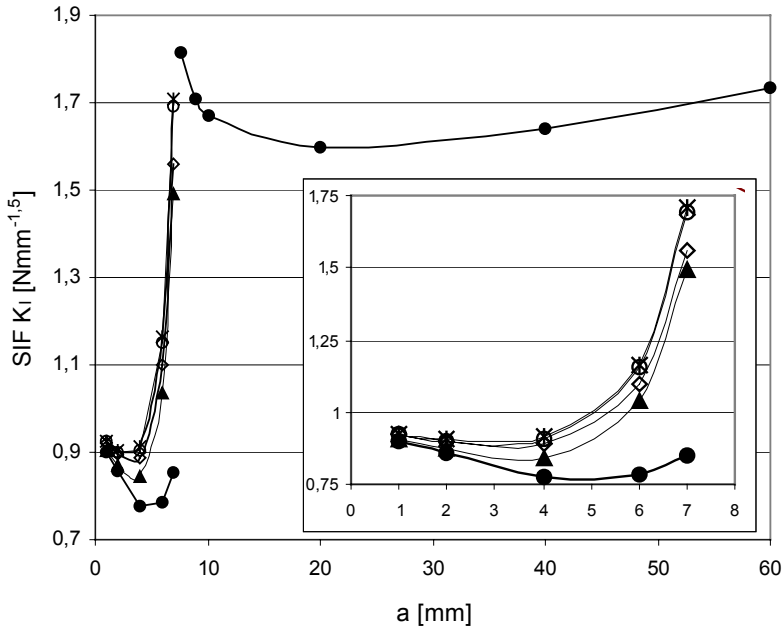


Abbildung 5-15a SIF  $K_I$  als Funktion der Rißlänge  $a$  (Legende wie Abb. 5-15b)

In der Abbildung 5-15 ist ersichtlich, daß der äußere Riß maßgebend ist. Für diesen Versuch ergibt sich somit eine Bruchlast  $F_u$  von ca. 14 kN. Die Verhältnisse der Beanspruchungen an den Rissen untereinander sind für alle



Anschlußkonfigurationen vergleichbar (vgl. Anhang D). Dieser Sachverhalt ist vom Verhältnis  $\alpha$  unabhängig. Entsprechend dieser Beanspruchungen ergeben sich nach dem WU-Kriterium in Abb. 5-16 dargestellte zugehörige Lasten.

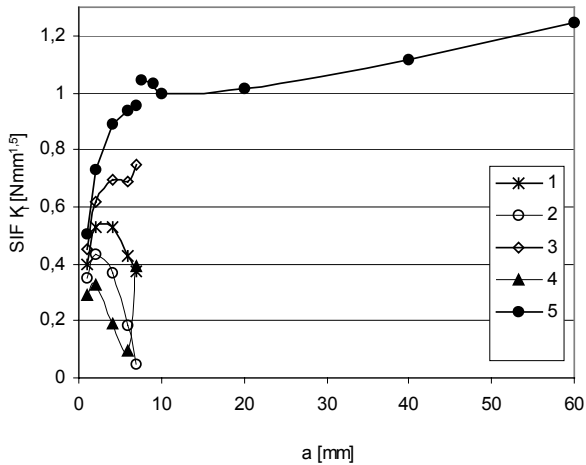


Abbildung 5-15b  $SIF K_{II}$  als Funktion der Rißlänge  $a$  (Legende wie Abb. 5-15b)

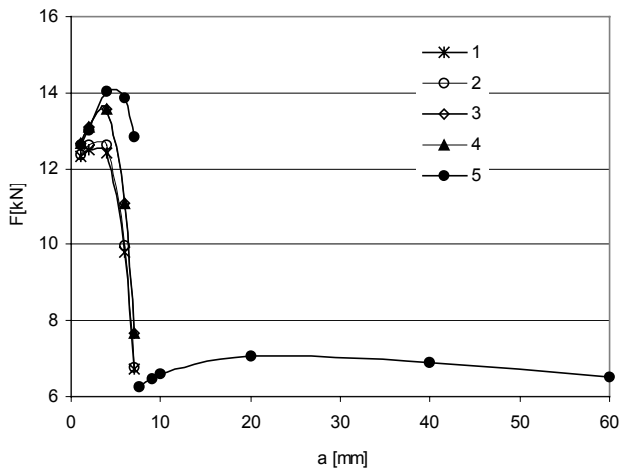


Abbildung 5-16 Zur Bestimmung der Bruchlast  $F_u$  im Versuch A 3

Vergleicht man die rechnerischen Bruchlasten mit den in [105] angegebenen Werten, so fällt eine Überschätzung der Bruchlast bis zu etwa einem Drittel auf. Leider ist in der Dokumentation zu diesen Versuchsreihen keine Definition der Begrifflichkeit Bruchlast angegeben. Geht man davon aus, daß hier analog zu [108] die Last beim Anriß angegeben wird, ergibt sich nachfolgende Gegenüberstellung:

Versuch-Nr.	$F_{u, pr}$	$F_{pr, a=1mm}$	$F_{crit}^{(Versuch)}$
A 1	11,65	11,91	8,78
A 2	12,73	12,22	11,04
A 3	14,04	12,65	11,93
A 4	15,17	12,96	13,40
A 5	17,16	13,43	18,90

Tabelle 5-1 *Vergleich experimentell und rechnerisch bestimmter kritischer Lasten [kN] der Versuchsreihe A*

Unabhängig von der Interpretation der kritischen Last aus [105] muß eine rechnerische Überschätzung der Bruchlast für diese Versuchsreihe, insbesondere für kleine Verhältnisse  $\alpha$  konstatiert werden. Eine Erklärung hierfür kann in der Überschätzung der Bruchzähigkeit begründet sein. Andererseits ist die geringe statistische Absicherung der Versuchswerte zu beachten, es handelt sich bei diesen Angaben um den Mittelwert aus lediglich 3 Untersuchungen.

Für eine Interpretation der in [105] angegebenen kritischen Lasten als Bruchlast spricht ihre größere Affinität zu den rechnerischen Bruchlasten bei Unterstellung einer Überschätzung der Bruchzähigkeit. So ergeben sich für alle Versuchskonfigurationen ähnliche rechnerische Anrißlasten, wenn man diese mit der dem WU-Kriterium zugehörigen Last für eine Rißlänge  $a = 1$  mm gleichsetzt (vgl. a. Abschnitt 5.2.1.1). Gesicherten Aufschluß über derartige Sachverhalte und die Interpretation kritischer Lasten können letztlich nur entsprechende Versuche unter Bestimmung der Bruchzähigkeiten des verwendeten Versuchsmaterials und differenzierter Beschreibung des Versagensmechanismus geben.

In der Versuchsreihe B sollte der Einfluß weiterer unterhalb der obersten VM-Reihe angeordneter Nagelreihen untersucht werden. Es wurden dazu analog zur Versuchsreihe A jeweils 5 Nägel pro Reihe in vorgebohrte Löcher getrieben. Durch diese Versuchsreihen wird belegt, daß durch die Anordnung zusätzlicher

VM unterhalb des am weitesten vom beanspruchten Rand Entfernten lediglich begrenzte Steigerungen der Traglast zu erzielen sind. In den Versuchen wurde folgende Lasterhöhungen ermittelt:

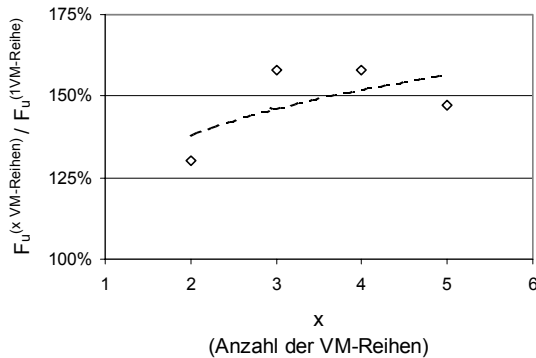


Abbildung 5-17 Mögliche Lasterhöhung durch die Anordnung zusätzlicher VM untereinander in Krafrichtung

Es wird in Entsprechung der Versuchsergebnisse von BALLERINI (vgl. Abschnitt 5.2.1.2) bei Anordnung eines zusätzlichen VM eine Lasterhöhung von ca. 30% erreicht. Bei Anordnung weiterer Nägel untereinander kann die Traglast lediglich auf das 1,5-fache des bei Verwendung nur einer VM-Reihe ermittelten Wertes gesteigert werden. Diese Beobachtungen sind offenbar unabhängig von der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$ .

Infolge der sehr geringen VM-Abstände untereinander ( $s = w = 19 \text{ mm}$ ) werden die Beanspruchungen an den Rißspitzen sowohl durch horizontal als auch durch vertikal benachbarte VM beeinflusst, beispielhaft ist hier die Situation für den Versuch B1 ( $\alpha = 0,26$ ), dargestellt in Abbildung 5-18.

Charakteristisch für diese sehr nah beieinander angeordneten Nägel ist das Fehlen eines charakteristischen Minimums in der Funktion des SIF  $K_I$ . Weitergehende Untersuchungen haben gezeigt (vgl. [148]), daß diese Erscheinung unabhängig von der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  ist.

Eine Erklärung für diesen Effekt wird bei der hier vorliegenden Konfiguration der VM in der ausgeprägten Rißwechselwirkung zum horizontal benachbarten Nagel (vgl. Abschnitt 4.4.2.1) sowie in dem in Abschnitt 6.1 diskutierten

Sachverhalt gesehen. Dementsprechend ist die Abschätzung der Bruchlast auf der Grundlage bruchmechanischer Kennwerte an die Kenntnis realer Rißlängen gebunden.

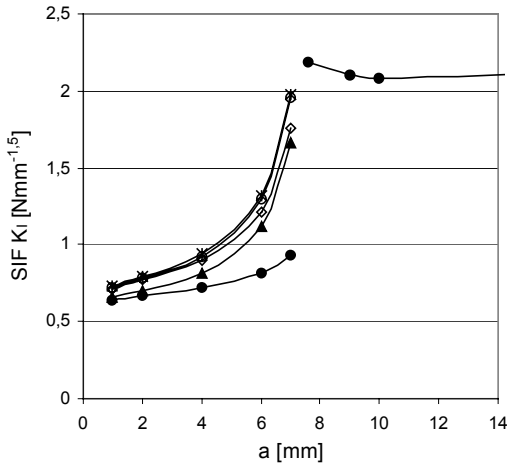


Abbildung 5-18a Beanspruchung an den Rißspitzen in der Rißöffnungsart I

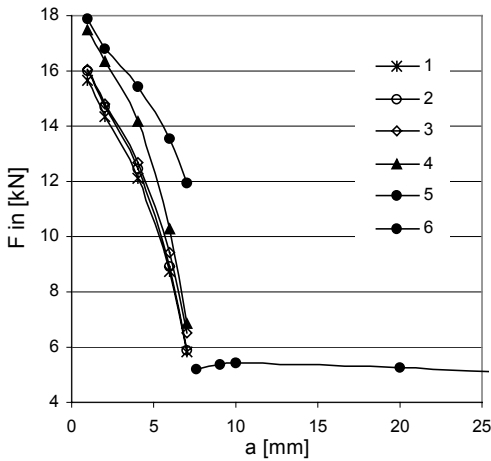


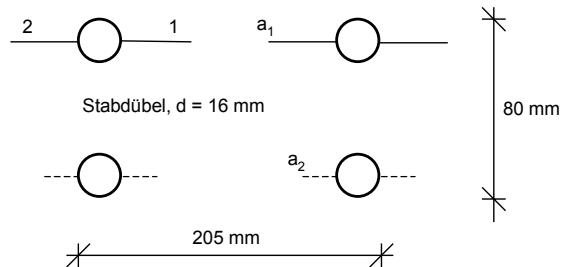
Abbildung 5-18b dem WU-Kriterium entsprechende Belastung (Gesamtlast) der Beanspruchung nach Abbildung 5-18a

Im hier aufgezeigten Versuch wurde eine Bruchlast von ca. 12,5 kN ermittelt. Dabei konnte nicht eruiert werden, ob es sich bei dieser Angabe um die Anriß- oder die Bruchlast (Maschinenhöchstlast) handelt. Geht man davon aus, daß hier ein ausgesprochen spröder Versagensmechanismus zu beobachten war ( $F_{in} \approx F_u$ ), so würde dies bedeuten, daß bei Rißinitiierung sofort instabiler Rißfortschritt (Bauteilversagen) eintrat. Diese Beobachtung würde sich dann in qualitativer Übereinstimmung mit der hier ermittelten Funktion des SIF  $K_I$  befinden. Allerdings ist dann die Traglast dieses Anschlusses um ca. 40% überschätzt. Dieser Effekt nimmt aber mit zunehmender relativer Anschlußhöhe ab. So überschätzt das rechnerische Modell die Bruchlast bei Versuch B 4 ( $\alpha = 0,58$ ; Anhang E 3) nur noch um etwa 18%.

### 5.2.2.2 Anschlüsse an Trägern praxisüblicher Dimension

In weiteren Versuchsreihen wurden insgesamt 29 Queranschlüsse mit Einpreßdübeln, Stabdübeln und vorgebohrten Nägeln an Trägern praxisnaher Größenordnungen ( $H = 60$  bis  $120$  cm) untersucht. Diese Untersuchungen sind in [108] ausführlich beschrieben. Es werden in dieser Dokumentation meistens kritische Lasten angegeben, welche eine Interpretation als Initialrißlasten  $F_{in}$  zulassen. Dementsprechend ist nicht für alle Versuche ein direkter Vergleich mit den hier rechnerisch ermittelten Bruchlasten möglich.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden in der Hauptsache die unter Verwendung von Stabdübeln hergestellten Anschlüsse untersucht (siehe [148]). Beispielhaft sei hier die Versuchskonfiguration V 4 wiedergegeben. Es handelt sich dabei um einen BSH-Träger ( $L = 3,5$  m,  $H = 1,2$  m) mit mittigem Queranschluß. Das VM-Bild dieses Anschlusses ist folgendermaßen konfiguriert ( $m = 2, n = 2$ ):



Unter der Annahme  $a_2 = 0$  ergeben sich folgende bruchmechanische Kennwerte und jeweils zugehörige Lasten nach dem WU-Kriterium:

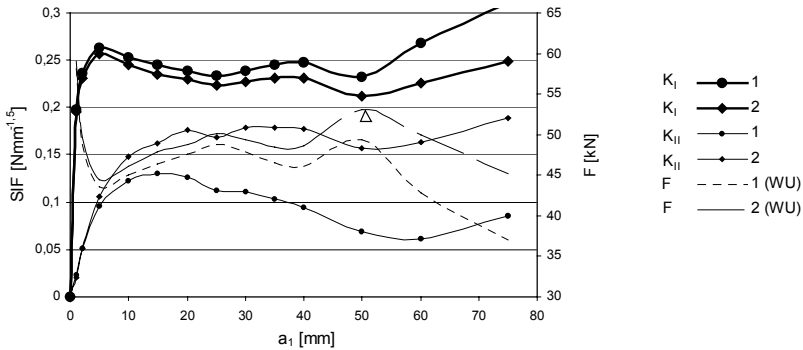


Abbildung 5-19 Beanspruchungen beim Versuch V 4 ( $\alpha = 0,25$ )

Da die Stabdübel bei diesem Anschluß horizontal sehr weit voneinander entfernt angeordnet sind, kommt es hier zur Ausbildung einer charakteristischen Funktion des SIF  $K_I$ . Geht man davon aus, daß sich schon bei verhältnismäßig niedrigen Beanspruchungen Risse bis ca. 3 mm infolge hoher lokaler Beanspruchungen ausbilden, so ist darüber hinaus ein stabiles Rißwachstum bis zu einer Rißlänge  $a_1$  von ungefähr 5 cm bei einer zugehörigen Bruchlast von etwa 53 kN möglich.

Kann man andererseits die Existenz derartiger Risse ausschließen, so führt eine Belastung des Trägers von etwa 59 kN bei der kleinsten rechnerisch annehmbaren Rißlänge  $a_1$  von einem Millimeter sofort zum instabilen Bauteilversagen.

Eine Interpretation dieses Sachverhalts zur Quantifizierung der Bruchlast  $F_u$  für den vorliegenden Queranschluß gestaltet sich schwierig. Zur Absicherung einer derartigen Aussage auf der Grundlage des gewählten Rechenmodells wäre die Kenntnis über die Rißinitiation bzw. den Rißfortschritt und vor allem die Materialparameter und hier insbesondere die Bruchzähigkeit in der Rißöffnungsart I des physikalischen Modells erforderlich. Aussagen über die rechnerische Bruchlast sind unter diesen Umständen höchstens als spekulativ zu bezeichnen. Im Versuch wurde die Bruchlast mit 65 kN ermittelt. Die geringere Differenz spricht zunächst für eine Definition der Bruchlast, welche jener für die

kritische Rißlänge  $a_{\text{crit}} = 1 \text{ mm}$  nahe kommt. Allerdings dürfte die Existenz von Rissen bis zu 3 mm im vorkritischen Bereich bei einer üblichen Beobachtung nicht gänzlich auszuschließen sein. Dann ist die Unterschätzung der Bruchlast durch die Unterschätzung der Bruchzähigkeit bedingt.

Eine weitere Unsicherheit der Traglastabschätzung besteht in der Annahme vertikal benachbarter Risse. Zur Verifizierung dieses Einflusses für diese spezielle Situation wurde im Rechenmodell an der unteren VM-Reihe ein Riß  $a_2$  von 50 mm appliziert. In der Auswertung dieser Untersuchungen wurde festgestellt, daß diese Annahme einen leicht abschirmenden Effekt auf die Beanspruchung an der maßgeblichen Rißspitze ausübt. Allerdings wurde lediglich eine Steigerung der zugehörigen Lasten von ca. 5% beobachtet.

Auch bei der weiteren rechnerischen Untersuchung dieser Versuchsreihe wird bei Zugrundelegung der hier definierten Bruchlast  $F_u$  (vgl. Abschnitt 5.1) eine Unterschätzung im Vergleich zur experimentell ermittelten Bruchlast festgestellt. Es seien dazu alle Versuche mit Stabdübeln und Anordnung des Anschlusses bis zur Schwerachse des Trägers (vgl. Abschnitt 5.1) betrachtet.

Versuch-Nr.	$\alpha$	n	m	$F_{u, pr}$	$F_{pr, a=1mm}$	$F_{crit}^{(Versuch)}$	$F_u^{(Versuch)}$
V 2	0,25	3	2	62	82,5	90	90
V 3	0,25	3	4	/	127,5	112	112
V 4	0,25	2	2	53	59	65	65
V 9	0,5	3	6	/	201	179,5	179,5
V 11	0,5	3	4	/	129,5	110	110
V 12	0,5	3	4	/	129,5	144	150
V 19	0,5	3	4	/	129,5	79	170

Tabelle 5-2 *Gegenüberstellung rechnerisch und experimentell ermittelter kritischer Lasten [kN]; m – Anzahl der Reihen, n – Anzahl der Spalten; s. a. Anhang F u. G*

Es ist zu erkennen, daß die rechnerische Bruchlast bis zu 30% unter der im Versuch ermittelten liegt. Im Verhältnis dazu sind die Abweichungen der rechnerisch ermittelten Anrißlasten von den in [108] angegebenen kritischen Lasten, welche ausnahmslos für eine fiktive Rißlänge  $a$  von lediglich einem Millimeter ermittelt wurden, relativ klein.

Als wesentlicher Unterschied wurden im Vergleich zu den Versuchen von BALLERINI bei den Karlsruher Versuchen Anschlüsse mit mehreren Verbindungsmitteln untersucht. Im Fall der hier betrachteten Versuche wurden vier (V 4) bis zwölf (V 3) Stabdübel angeordnet. Durch die wesentlich gleichmäßigere Krafteinleitung ist demzufolge das Beanspruchungsniveau am einzelnen Stabdübel bei diesen Anschlüssen wesentlich geringer. Dementsprechend ist es wahrscheinlich, daß es hier im vorkritischen Bereich nicht zu Schädigungen oder Rissen kommt. Das bedeutet, daß das Auftreten dieser Schädigungen erst bei viel größeren Belastungen statt findet. Das Niveau der Belastungen liegt dann aber schon über dem der Definition der Bruchlast (vgl. Abschnitt 5.1) entsprechenden. Treten diese Schädigungen (Risse) dann ein, erfolgt mit dem Erreichen der Anrißlast sofort instabiles Rißwachstum. Diese Hypothese wird i. W. durch die in [108] wiedergegebenen Beobachtungen zum Bauteilversagen gestützt.

Weiterhin ist bei diesen Versuchen eine Beeinflussung des Funktionsverlaufs für den SIF  $K_I$  durch vertikal benachbarte (in einer Spalte befindlicher) VM zu beobachten. So ist insbesondere bei der Konfiguration V 3 (4 Stabdübel untereinander) diese Kurve bis zum Durchriß monoton fallend.

⇒ *Unter bestimmten, in der Geometrie des Verbindungsmittelbildes begründeten Voraussetzungen, ist die Quantifizierung der Bruchlast  $F_u$  entsprechend der Formulierung nach Abschnitt 5.1 nicht möglich. Diese Voraussetzungen sind in der Beeinflussung der Beanspruchung an der maßgebenden Rißspitze durch Unterschreitung bestimmter Abstände zu benachbarten Verbindungsmitteln und/oder Rändern gegeben.*

Bei Vorliegen derartiger Umstände wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit teilweise eine recht gute Übereinstimmung von experimentell ermittelten kritischen Lasten mit der rechnerisch ermittelten Anrißlast festgestellt. Für diese Anschlußkonfigurationen deutet einiges auf die Gleichsetzung der Anrißlast  $F_{in}$  im mathematischen Modell mit der kritischen Bauteilbelastung  $F_u$  hin. Eine Legitimierung wie auch eine genaue quantitative Abgrenzung dieser Aussage kann hier aufgrund der verhältnismäßig wenigen eigenen mathematischen und fremden experimentellen Untersuchungen nicht geleistet werden. Zur hinreichenden Beschreibung dieses Sachverhalts sind weitere Untersuchungen erforderlich. Zur Absicherung des mathematischen Modells sind dann



quantitative Aussagen zur Bruchzähigkeit und zum Versagensmechanismus (Risse) notwendig.

### 5.2.2.3 Queranschlüsse mit Stahlblechformteilen

In einem weiteren Forschungsvorhaben wurde die Tragfähigkeit genagelter Stahlblechformteile an kleineren BSH-Trägern quer zur Faser untersucht [53]. Für die hier angestellten Tragfähigkeitsbetrachtungen im Rahmen der LEBM bringt die Verwendung von Nägeln geringere absolute Verbindungsmittelabstände und damit eine Verstärkung von Effekten der Rißwechselwirkung mit sich. Außerdem ist in [53] ein Vorbohren der Nagellöcher nicht explizit vermerkt, was bei Stahlblechformteilen ohnehin unüblich ist. Dementsprechend ist bei den hier angestellten Betrachtungen das eventuelle Vorhandensein einer Rißlänge  $a_0$  infolge Nageltreiben in Betracht zu ziehen.

In der nachfolgenden Abbildung sind repräsentativ für alle hier angestellten Berechnungen die Ergebnisse zweier Versuchskonfigurationen dargestellt.

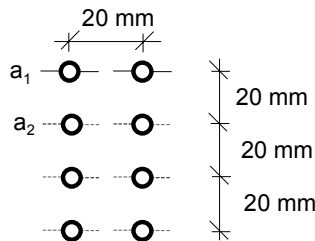
#### Versuch 2.1

RB.: L = 100 cm, H = 25 cm,  
 $\alpha = 0,4$   
 Rillennägel  $d_n = 4$  mm,  
 $u = 11\%$ ,  $\rho = 0,42$  g/cm<sup>3</sup>  
 1 Balkenschuh in Feldmitte  
 Annahme Rißsystem: RL

#### Versuch 5

RB.: L = 130 cm, H = 25 cm,  
 $\alpha = 0,4$   
 Rillennägel  $d_n = 4$  mm,  
 $u = 11\%$ ,  $\rho = 0,42$  g/cm<sup>3</sup>  
 2 Balkenschuhe in Feldmitte  
 ( $w = 40$  mm)  
 Annahme Rißsystem: RL

Nagelbild Balkenschuh ( $m = 4$ ,  $n = 2$ , für beide Versuche):



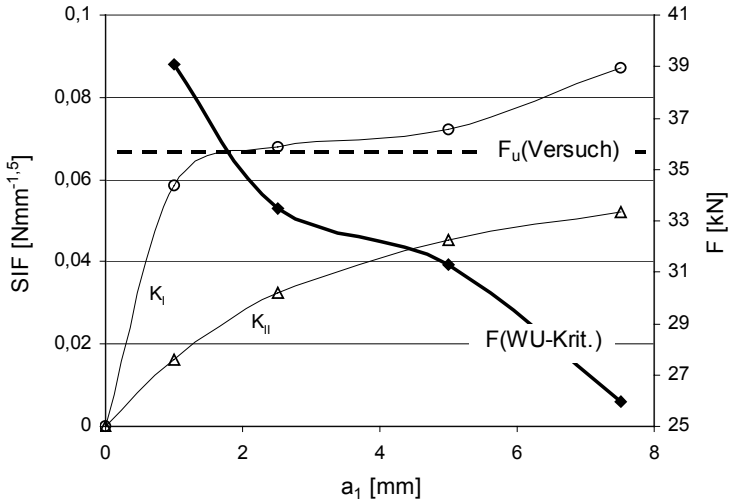


Abbildung 5-20a Beanspruchungen und zugehörige Lasten nach dem WU-Kriterium im Vergleich mit den experimentell ermittelten Bruchlasten nach [53] für Versuch 2.1

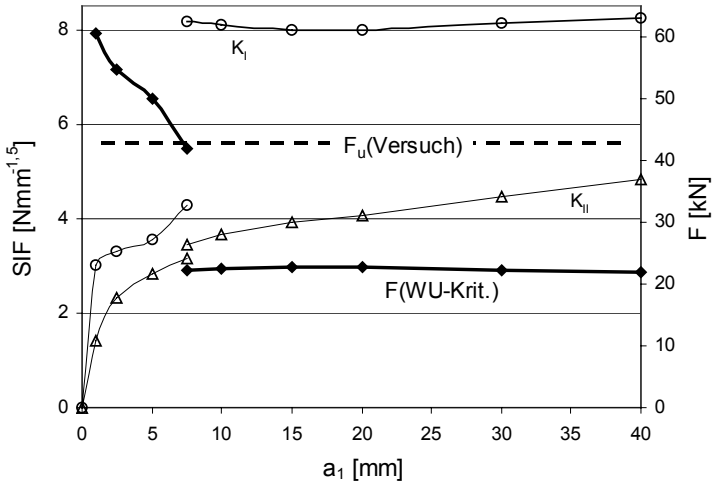


Abbildung 5-20b Beanspruchungen und zugehörige Lasten nach dem WU-Kriterium im Vergleich mit den experimentell ermittelten Bruchlasten nach [53] für Versuch 5

Aus den hier angestellten Untersuchungen lassen sich folgende Rückschlüsse ableiten:

- durch Verstärkungseffekte infolge Rißwechselwirkung nehmen die Beanspruchungen mit zunehmender maßgebender Rißlänge  $a_1$  kontinuierlich zu; ein charakteristischer Funktionsverlauf der Beanspruchungen entsprechend Abschnitt 5.1 bildet sich nicht aus
- die Vereinigung der Risse zwischen den Nägeln führt zu einer Unstetigkeitsstelle im Funktionsverlauf der Beanspruchungen, bei den hier untersuchten Rißpaarungen kommt es ausschließlich zur sprunghaften Erhöhung der Beanspruchungen an der maßgebenden Rißspitze
- die Annahme einer herstellungsbedingt vorliegenden Initialrißlänge  $a_0$  nach Gleichung (4.4) ist mit dem physikalischen Modell nicht für alle Anschlußkonfigurationen vereinbar

Für die hier sehr eng angeordneten Verbindungsmittel bestätigen sich somit die im vorangegangenen Abschnitt vermuteten Zusammenhänge hinsichtlich der Beanspruchung als Funktion der Rißlänge. Eine Definition der Bruchlast  $F_u$  im mathematischen Modell gemäß Abschnitt 5.1 ist für diese Anschlüsse nicht haltbar. Wird der Riß bei derartigen Konfigurationen instationär, erfolgt auch für das mathematische Modell ausschließlich instabiles Rißwachstum. Dies bedeutet schlagartiges Versagen per Anriß.

Anders als bei den Anschlüssen mit Stabdübeln beobachtet, ist die sog. Anrißlast  $F_{in}$  bei den hier untersuchten, genagelten Balkenschuhen nicht immer in Übereinstimmung mit der experimentell bestimmten Bruchlast  $F_u$ . Eine Ursache hierfür könnte in der Verwendung von zwei Balkenschuhen nebeneinander liegen. So liegt die rechnerische Anrißlast (Last  $F$  bei  $a = 1$  mm) bei Verwendung lediglich eines Balkenschuhs (Versuch 2.1) nur 9% über der Versuchs-Höchstlast während bei zwei Balkenschuhen (Versuch 5) diese Last über 40% über der experimentell erzielten Bruchlast liegt.

Die Annahme einer Rißlänge  $a_0$  nach Gleichung (4.4) würde für das o. a. Nagelbild unter den hier vorliegenden Randbedingungen bereits zu einem Durchreißen des lichten Abstands zwischen den VM infolge Nageltreiben führen.<sup>88</sup> Eine Erörterung diese Sachverhalts ist kontrafaktisch, da es hierzu der

---

<sup>88</sup> Gl. (4.4) führt hier zu einer Abschätzung der Initialrißlänge  $a_0$  von ca. 8 mm

Beobachtung des physikalischen Modells bedarf. Weiterhin lassen die im rechnerischen Modell zur Rißlänge  $a_0$  gehörigen Belastungen, welche erheblich unter den experimentell ermittelten Bruchlasten liegen, darauf schließen, daß diese Rißlänge im realen Modell nicht initiiert wurde.

### 5.3 Versagenskriterien der LEBM für den Baustoff Holz

Dieser Abschnitt enthält einen knappen Exkurs zur Besonderheit der Formulierung von Versagenskriterien im Rahmen der LEBM für den Baustoff Holz. Es wird dabei besonders auf die Randbedingungen der zu untersuchenden Problemklasse eingegangen. Letztlich wird eine den Erfordernissen einer ingenieurmäßigen Abschätzung der Tragfähigkeit entsprechende Vereinfachung angegeben.

#### 5.3.1 Bekannte Ansätze

Ausführliche Zusammenstellungen über mögliche Versagenskriterien bei gemischter Beanspruchung für Holz finden sich z. B. in [99, 151, 29]. An dieser Stelle werden lediglich die unmittelbar für die hier getroffene Abschätzung der Bruchlast erforderlichen Sachverhalte erläutert.

Bei der Überlagerung von Rißöffnungsart I und Rißöffnungsart II wird die Beanspruchung an der Rißspitze entsprechend durch Spannungsintensitätsfaktoren  $K_I$  und  $K_{II}$  charakterisiert. Analog zur Situation bei der Formulierung von Versagenskriterien auf der Grundlage von Nennspannungen gibt es hier verschiedene Möglichkeiten dieser Formulierung. In Vereinfachung der verschiedenen physikalisch begründeten Versagenskriterien wird zumeist auf einen einfachen, formalen Ansatz (Gl. 1.11) zurückgegriffen [67]. Die Verifizierung der Exponenten  $m$  und  $n$  erfolgt dann am physikalischen Modell (Experiment).

Eine erste Arbeit zur Ermittlung dieser Exponenten für Holz stammt von WU [163]. Er bestimmte an Scheiben mit Innenriß aus Balsaholz den Exponenten  $m$  mit 1,03 und  $n$  mit 1,88. Es ergibt sich somit näherungsweise das bekannte WU-Kriterium:

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + \left( \frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right)^2 = 1 \quad (5.4)$$

Seitdem wurden für eine Vielzahl von Holzarten derartige Bestimmungen vorgenommen. Näherungsweise werden die Exponenten in (Gl. 1.11) zumeist mit den ganzzahligen Werten 1 oder 2 bestimmt. Es sei an dieser Stelle nur auf die Untersuchungen an Kiefernholz von LEICESTER (in [93],  $m = 1$ ,  $n = 1$ ) und WILLIAMS ([161],  $m = 1$ ,  $n \rightarrow \infty$ ) hingewiesen. Die Bruchgrenzkurven einiger dieser Kriterien sind in der nachfolgenden Abbildung dargestellt:

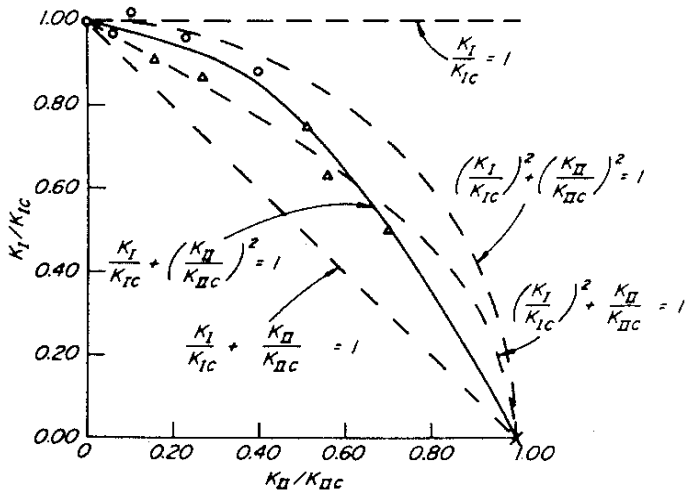


Abbildung 5-21 Vergleich verschiedener Versagenskriterien bei Mixed-Mode-Bearbeitung mit Versuchsergebnissen (aus [99])

Umfangreiche Versuchsergebnisse von MALL [99] an Fichtenholz unter Verwendung dreier verschiedener Probenformen konnten am besten durch die Formulierung von WU (Gl. 5.4) angenähert werden. Die Anwendung dieses Versagenskriteriums ist auf Grund dieser Tatsache auch für andere Holzarten allgemeiner wissenschaftlicher Konsens (vgl. z. B. [96, 151]).

⇒ Die Bruchlasten werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit, soweit nicht anders angegeben, nach dem sog. WU-Kriterium (Gl. 5.4) bestimmt.

### 5.3.2 Eigene Untersuchungen und Fazit für die ingenieurmäßige Anwendung

Im Rahmen der hier angestellten Betrachtungen, wie auch bei den im Zusammenhang mit der vorliegenden Arbeit stehenden Untersuchungen [12, 146, 148] wurden eine Vielzahl von Bestimmungen der Bruchlast nach Gleichung 5.4 vorgenommen. Bei diesen Berechnungen wurde festgestellt, daß der zweite Term (Rißöffnungsart II) in Gl. 5.4 maximal 10% Anteil am Bruchkriterium hat. Dieser Anteil nimmt mit kleiner werdendem Verhältnis  $\alpha$  weiter ab. Für Anschlüsse unterhalb der Schwerachse des Trägers ( $\alpha < 0,5$ ) werden Anteile kleiner 5% ermittelt.

Dieser Umstand begründet sich einerseits im Verhältnis der angenommenen Bruchzähigkeiten der Rißöffnungsart I zur Rißöffnungsart II von ungefähr 5 zu 1. Außerdem ist die Richtung der Belastung bei einem Queranschluß normal zur Rißausbreitungsrichtung, was einer typischen Mode I-Problematik nahe kommt.

⇒ *Für die zu untersuchende Problemklasse ist der Anteil aus Schubbeanspruchung (Mode II) im Rahmen von Festigkeitshypothesen der LEBM vernachlässigbar. Man kann in ingenieurmäßiger Vereinfachung von einer reinen Querzugproblematik ausgehen.*

Dementsprechend wird für die Ableitung von Bemessungsregeln für Queranschlüsse das von WILLIAMS propagierte Versagenskriterium vorgeschlagen:

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} = 1 \quad (5.5)$$

### 5.4 Untersuchungen zur kritischen Rißlänge

Um eine Abschätzung der Bruchlast von Bauteilen auf der Grundlage von Konzepten im Rahmen der LEBM treffen zu können, ist die Kenntnis einer vorhandenen oder die Annahme einer fiktiven Rißlänge notwendig (vgl. Abschnitt 4.2.3).

Im Sinne einer einfachen, ingenieurmäßig handhabbaren Abschätzung der Tragfähigkeit ergibt sich damit ein Widerspruch. Die Kenntnis über tatsächlich vorhandene Risse  $a_0$  am realen Bauteil ist i. d. R. nicht vorhanden bzw. unzureichend. Explizite Untersuchungen zu diesen Rissen übersteigen den

üblichen Aufwand zur Abschätzung der Traglast bei weitem und sind im Rahmen derselben als nicht akzeptabler Aufwand einzuschätzen. In der Notwendigkeit der Annahme von Rissen für das rechnerische Modell liegt ein wesentlicher Nachteil von Konzepten der LEBM begründet.

In Abschnitt 5.1 wurde die Bruchlast als die Belastung definiert, bei der instabiles Rißwachstum einsetzt. Damit ist außerdem ein eindeutiger Bezug zur Rißlänge  $a$  hergestellt. Ein wesentlicher Vorteil dieser Formulierung ist eine weitest gehende Unabhängigkeit von der tatsächlichen Rißlänge am physikalischen Modell.

Diese Definition der Bruchlast bezieht sich allerdings nur auf Zustände:

$$a_0 < a_{\text{crit}} \quad (5.6)$$

Ist die Forderung (5.6) am realen Bauteil nicht erfüllt, so ist auch die hier gewählte Definition der Bruchlast nicht haltbar. Dann ist eine Berechnung unter Berücksichtigung der Rißlänge  $a_0$  erforderlich. Andererseits lassen die hier bestimmten kritischen Rißlängen  $a_{\text{crit}}$  die begründete Annahme zu, daß derartig große Risse am realen Bauteil zum Zeitpunkt 0 nicht auftreten. Besonderes Augenmerk wird in diesem Zusammenhang u. U. bei der Verwendung von nicht vorgebohrten Nägeln erforderlich sein (vgl. Abschnitt 4.2.3.2).

Zur Bestimmung der so definierten Bruchlast  $F_u$  ist allerdings die Beanspruchung an der Rißspitze zunächst als Funktion der Rißlänge  $a$  zu ermitteln. Daraus ergibt sich bei der Adaption des mathematischen Modells ein erheblicher Aufwand. Durch eine einfache Abschätzung der beim Einsetzen der Instabilität des Rißfortschritts zugehörigen Rißlänge ist eine Minimierung dieses Aufwands möglich.

⇒ *Gegenstand dieses Abschnitts soll eine Abschätzung der kritischen Rißlänge  $a_{\text{crit}}$  für die zu untersuchende Problemklasse sein. Dadurch soll eine erhebliche Vereinfachung des Rechengangs und damit einhergehend eine einfache Abschätzung der Bruchlast ermöglicht werden.*

### 5.4.1 Einzelne Verbindungsmittel

Da bekannt war, daß benachbarte Verbindungsmittel die Beanspruchung an der maßgebenden Rißspitze beeinflussen (vgl. Abschnitt 4.4.2), sollten zunächst Ansätze für die Bestimmung der kritischen Rißlänge  $a_{\text{crit}}$  an einfachen Anschlüssen gefunden werden. Einfache Anschlüsse in diesem Sinne sind solche mit lediglich einem Verbindungsmittel. Derartige Konfigurationen müssen als nicht praxisrelevant gelten. Dennoch erlauben sie eine erste Quantifizierung der zur maßgebenden (kritischen) Beanspruchung gehörigen Rißlänge. Außerdem war somit die Möglichkeit der Verifizierung des Ansatzes durch vergleichende Betrachtung mit dem physikalischen Modell (Versuchsreihe 1 in [15]) gegeben. Umfangreiche Voruntersuchungen haben ergeben, daß der Ort des charakteristischen lokalen Minimums des SIF  $K_I$  i. W. von zwei Parametern bestimmt wird<sup>89</sup>:

- Trägerhöhe  $H$
- relative Anschlußhöhe  $\alpha$

Der Sachverhalt sei anhand der nachfolgenden Abbildung 5-21 verdeutlicht. Hier sind die Beanspruchungen in der Rißöffnungsart I für zwei sehr unterschiedlich hohe Träger in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\alpha$  und der Rißlänge  $a$  dargestellt.

In [146] sind umfangreiche Untersuchungen zur Abschätzung des lokalen Minimums im SIF  $K_I$  dokumentiert. Letztlich konnte in guter Näherung ein linearer Zusammenhang (siehe Abb. 5-21) zwischen der Rißlänge bei der als kritisch definierten Belastung und Trägerhöhe und relativer Anschlußhöhe hergestellt werden:

$$a_{\text{crit}} = \alpha (50 + 0,56 H) \quad (5.7)$$

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß die so bestimmbare Rißlänge ausschließlich für die zu untersuchende Problemklasse unter den eingangs formulierten Restriktionen zur Berechnung der Bruchlast  $F_u$  führt. Die Funktionen der Spannungsintensitätsfaktoren sind von einer Vielzahl von Parametern abhängig, welche eine Übertragung dieser Abschätzung o. W. auf ähnliche Anwendungsfälle entzieht.

---

<sup>89</sup> es wird damit der Anteil der Mode II-Beanspruchungen vernachlässigt (vgl. Abschnitt 5.3.2)



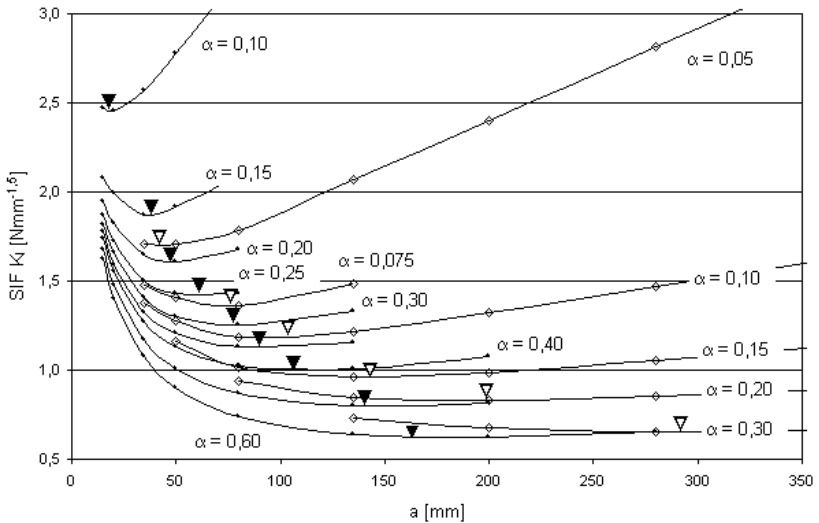


Abbildung 5-22 SIF  $K_I$  für verschiedene Trägerhöhen ( $H = 40 \text{ cm} \rightarrow$  Punkte,  $H = 160 \text{ cm} \rightarrow$  Rhomben)

#### 5.4.2 Anschlüsse mit mehreren Verbindungsmitteln

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die Beanspruchungen einer Vielzahl möglicher Anschlußkonfigurationen als Funktion der fiktiven Rißlänge berechnet. Dabei hat sich herausgestellt, daß bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln, im Gegensatz zu Beanspruchungen eines einzelnen VM, diese Funktionen keinen allgemein gültigen, qualitativ ähnlichen Verlauf haben. Offensichtlich ist auch die Art des Versagensmechanismus entscheidend von der Anzahl der eingesetzten VM abhängig. Die Art des Versagensmechanismus wiederum beeinflußt klarerweise eine Beschreibung einer kritischen Zustandsgröße. Dementsprechend ist auch die Definition der Bruchlast  $F_u$  davon abhängig. Die Allgemeingültigkeit der in Abschnitt 5.1 formulierten kritischen Belastung im mathematischen Modell konnte durch Vergleich mit dem physikalischen Modell nicht für alle hier betrachteten Anschlußkonfigurationen bestätigt werden.

Die Unterschiedlichkeit der Versagensmechanismen begründet sich i. W. in der starken Beeinflussung der Beanspruchung an der Reißspitze durch die Effekte der Reißwechselwirkung (vgl. Abschnitt 4.4.2) und vor allem in der Art der Lasteinleitung hinsichtlich der Anzahl der VM und der Verteilung der Lasten auf dieselben, insbesondere in Krafrichtung (vgl. Abschnitt 6.1). Da diese Effekte von einer recht großen Anzahl von Parametern abhängig sind, ist eine Quantifizierung nur schwer möglich.

⇒ *Der Versagensmechanismus und damit die Definition der kritischen Belastung sind sehr stark von der Anordnung, insbesondere vom Abstand der Verbindungsmittel untereinander abhängig. Bei der in der Praxis üblichen Anordnung von mehreren Verbindungsmitteln pro Anschluß ist eine einfache und allgemeingültige Abschätzung der kritischen Reißlänge nicht ohne Weiteres möglich.*

Es hat sich hier für einige Versuchsreihen [105, 108] eine gute Übereinstimmung einer sog. „rechnerischen Anrißlast“ mit der experimentell bestimmten Bruchlast  $F_u$  ergeben. Diese „rechnerische Anrißlast“ soll im Kontext der vorliegenden Arbeit der einem Kriterium der LEBM zugehörigen Belastung im mathematischen Modell bei der kleinsten hier realisierten Reißlänge von 1 mm entsprechen. Zur Absicherung einer dahingehenden Festlegung der Bruchlast  $F_u$  sind weitere experimentelle Untersuchungen, insbesondere der kritischen Materialkennwerte (Zähigkeiten) und des Versagensmechanismus (Risse) erforderlich.

Die Vereinbarung der Bruchlast  $F_u$  im verwendeten Rechenmodell ist an das Vorhandensein der Stabilität im Reißfortschritt für fiktive Reißlängen  $a$  gebunden. Die hier angestellten Berechnungen haben gezeigt, daß für verschiedene Konfigurationen von Anschlüssen für keine mögliche Reißlänge  $a$  stabiler Reißfortschritt zu erwarten ist. Eine Abschätzung der Bruchlast gemäß Abschnitt 5.1 ist dann nicht möglich.

Unter derartigen Randbedingungen ist die Bestimmung einer kritischen Belastung im Rahmen der LEBM an die Kenntnis der Länge eines zugehörigen Risses gebunden. Diese Reißlänge kann dann die gegebene, also im realen Bauteil vorhandene Reißlänge sein. Liegen keine Informationen zum physikalischen Modell hinsichtlich dieser Risse vor, muß eine Abschätzung dieser kritischen Reißlänge  $a_{crit}$  vorgenommen werden.

Oft werden zum Zwecke einer solchen Abschätzung Analogien zwischen einer Bauteilsicherheit auf der Grundlage von Nennspannungen und Konzepten der LEBM hergestellt (vgl. Abschnitt 4.2.3, z. B. [71]). Es kann so näherungsweise auf eine kritische Rißlänge  $a_{crit}$  geschlossen werden, ab deren Erreichen Versagenskriterien der LEBM für die globale Bauteilsicherheit relevant werden (vgl. Gl. 4.1). Die Qualität dieser Näherung ist klarerweise von der Nähe des zugrunde gelegten Modells (z. B. halbumendliche Scheibe mit Innenriß unter äußerer Gleichlast, vgl. [69]) zur vorliegenden Problematik im realen Bauteil abhängig. Gleichung 4.1 liefert in Abhängigkeit der Holzfeuchte (nach [115]), des Rißsystems und der Querkzugfestigkeit folgende kritische Rißlängen:

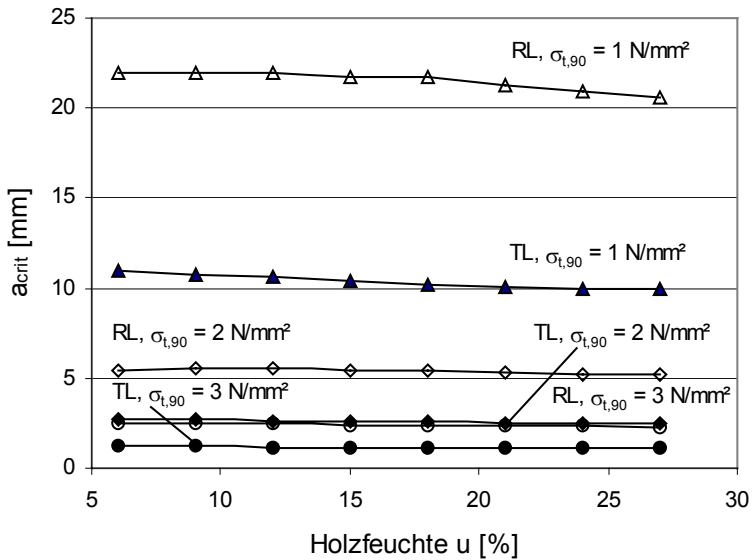


Abbildung 5-23 Kritische Rißlänge nach Gleichung 4.1 in Abhängigkeit verschiedener Parameter im ESZ

In obiger Abbildung ist deutlich zu erkennen, daß eine solche Abschätzung in der Hauptsache von der angenommenen Querkzugfestigkeit, welche im Regelfall ebenfalls unbekannt ist, abhängig ist. Der Einfluß des Rißsystems wird mit

zunehmender Querkzugfestigkeit immer kleiner, während der Einfluß der Holzfeuchte unabhängig von den anderen Parametern vernachlässigbar ist.

Geht man allerdings davon aus, daß der unmittelbar querkzugbeanspruchte Bereich um die VM im Vergleich zur Bauteilgröße klein ist und die Querkzugfestigkeit stark von der Größe dieses Bereichs abhängig ist (vgl. z. B. [27]), so kann man näherungsweise davon ausgehen, daß die so abgeschätzte kritische Rißlänge  $a_{crit}$  im Bereich von 1 bis 6 mm liegt. Weiterführende Überlegungen zur Abschätzung einer kritischen Rißlänge für diese Problemklasse werden in Abschnitt 6.1 angestellt.

## 6 ZUR ABSCHÄTZUNG DER TRAGLAST VON QUERANSCHLÜSSEN

Gegenstand dieses Abschnitts soll die Quantifizierung bestimmender Einflüsse der Tragfähigkeit von Queranschlüssen sein. Grundlage dafür ist das hier gewählte und im vorangegangenen Abschnitt verifizierte mathematische Modell. Ziel ist die Herstellung einfacher Zusammenhänge zur Abschätzung der Traglast von Queranschlüssen.

### 6.1 Diskurs zu Abschnitt 5.1

Die Bestimmung von Bruchlasten im Rahmen von Konzepten der LEBM setzt das Vorhandensein von Rissen für das Rechenmodell voraus. Informationen zu diesen Rissen können durch Messung am realen Bauteil gewonnen werden. Liegen derartige Informationen nicht vor, müssen sie durch Annahmen ersetzt werden. Diese Annahmen können u. a. in der Restriktion der Größe (Länge) von Rissen oder in der Erfüllung bestimmter Kriterien des Rißwachstums bestehen. Die hier gewählte Definition der Bruchlast  $F_u$  (vgl. Abschnitt 5.1) gilt unter folgender Annahme:

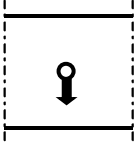
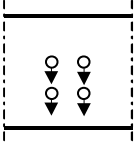
⇒ *Es sind Risse oder Zonen mit strukturellen Schädigungen von wenigen Millimetern vorhanden. Die Ursache ihrer Entstehung ist herstellungsbedingt oder in der lokalen Einstellung beliebiger Versagenskriterien, etwa auf der Grundlage von Nennspannungen, im vorkritischen Belastungsbereich zu suchen.*

Die Bruchlast  $F_u$  ist darauf hin als die Last definiert, bei der der Übergang von der Stabilität zur Instabilität des Rißwachstums vollzogen wird. Für die Versuchsreihen von BALLERINI ergab der Vergleich so rechnerisch ermittelter mit den experimentell bestimmten Bruchlasten eine gute Übereinstimmung (vgl. Abschnitt 5.2.1).

Dem Vergleich mit den Karlsruher Experimenten konnte die so im Rechenmodell vereinbarte Bruchlast weitestgehend nicht genügen. Es existieren demnach Anschlußkonfigurationen, für die eine entsprechend Abschnitt 5.1 vereinbarte Bruchlast nicht definiert ist. Der Spannungsintensitätsfaktor als Funktion der Rißlänge läßt für bestimmte Konfigurationen auf ausschließlich instabiles Rißwachstum schließen.

⇒ Entsprechend Anzahl und Anordnung der verwendeten Verbindungsmittel ergeben sich Unterschiede im Versagensmechanismus. Eine entsprechende Differenzierung in der Definition der kritischen Last (Bruchlast) ist zu überprüfen.

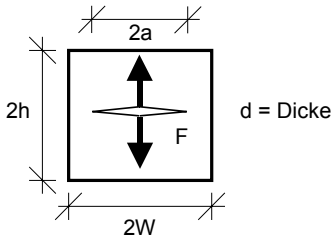
Es können sich somit folgende grundsätzlich unterschiedliche Situationen ergeben:

	ein VM	mehrere VM
		
➤ Spannungen im Bolzenloch-Kontaktbereich:	<i>hoch</i>	<i>niedrig</i>
➤ Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Rissen oder rißartigen Inhomogenitäten unter vorkritischer Belastung:	<i>hoch</i>	<i>niedrig</i>
➤ Übereinstimmung der Bruchlastdefinition nach Abschnitt 5.1 mit den Bruchlasten im phys. Modell	<i>hoch</i>	<i>niedrig</i>
➤ Beeinflussung der Beanspruchung durch benachbarte Verbindungsmittel	nicht gegeben	von Anordnung und Anzahl stark abhängig

Außerdem ergibt sich eine erhebliche qualitative Veränderung des Funktionsverlaufs des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  beim Übergang von ein- auf mehrreihige Anschlüsse. Durch die Verlagerung des Schwerpunkts der Lasteinleitung vom oberen, maßgebenden und rißbehafteten Verbindungsmittelloch zur unteren Trägerkante (beanspruchter Rand) ergeben sich dann sinngemäß Situationen, welche sich dann im Grenzbereich zweier grundsätzlicher Beanspruchungen ergeben. In starker Vereinfachung können diese Beanspruchungen unter Vernachlässigung der Schubbeanspruchungen folgendermaßen normiert dargestellt werden:

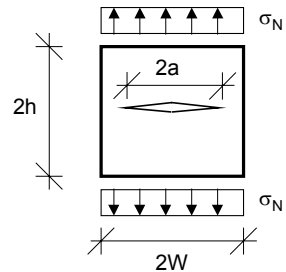
## Verbindungsmittelbild

(1) *einreihig*

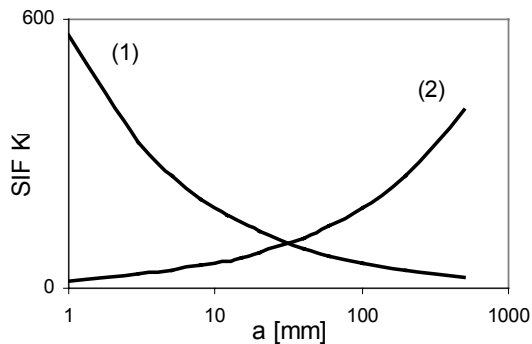


$$K_I = \frac{F}{d\sqrt{\pi a}} f(a, h, W)$$

(2) *mehreihig*



$$K_I = \sigma_N \sqrt{\pi a} f(a, h, W)$$



Es hat sich bei den hier durchgeführten Berechnungen herausgestellt, daß mit zunehmender Anzahl der Verbindungsmittelreihen entsprechend der obigen Abbildung sich immer deutlicher ein Funktionsverlauf des SIF  $K_I$  herausbildet, welcher für eine stetige Zunahme der Beanspruchung an der maßgebenden Rißspitze steht (vgl. z. B. [146]). Bei einer derartigen Funktion dieses Spannungsintensitätsfaktors ist für alle Rißlängen  $a$  bei Erreichen der zugehörigen Belastung nach einem Versagenskriterium im Rahmen der LEBM

mit Instabilität des Rißwachstums, d. h. mit katastrophalem Bauteilversagen zu rechnen.

⇒ *Bei mehrreihigen Anschlüssen muß die Definition der Bruchlast im Rechenmodell modifiziert werden. Entsprechend der qualitativen Veränderung der Beanspruchungssituation infolge der Anordnung mehrerer Verbindungsmittelreihen ist eine Vereinbarung der Bruchlast gemäß Abschnitt 5.1 bei derartigen Verbindungsmittelbildern nicht definiert.*

Während sich bei einreihigen Queranschlüssen (vgl. Versuchsreihe A aus [105]) unter Einhaltung des in den Normen dafür vorgesehenen Mindestabstands<sup>90</sup>, selbst bei der Verwendung von Nägeln Funktionen des SIF  $K_I$  mit Bereichen von stabilem Rißwachstum ergeben, ist dies bei mehrreihigen Anschlüssen nicht mehr der Fall. Für die Versuchskonfiguration der Versuchsreihe 2 von BALLERINI [16] mit zwei Stabdübeln untereinander können infolge des geringen Abstands noch derartige Funktionen ermittelt werden. Dieser Effekt ist natürlich ebenso stark von der Annahme der Verteilung der Lasteinleitung auf die VM untereinander abhängig. So würde eine gewichtete Annahme der Lastverteilung, etwa nach den Erkenntnissen von METTEM (vgl. Abschnitt 5.2.1.3), eher eine Funktion der Beanspruchung ergeben, welche zumindest für bestimmte fiktive Rißlängen  $a$  stabilen Rißfortschritt erwarten läßt.

Dennoch kann gerade für Anschlüsse mit mehr als zwei Verbindungsmitteln untereinander und dementsprechender Lage des Schwerpunkts der Lasteinleitung unterhalb des maßgebenden, angenommenen Risses am obersten VM ein derartiger Beanspruchungszustand ausgeschlossen werden.

⇒ *Bei mehrreihigen Queranschlüssen ist die Bestimmung der Bruchlast  $F_u$  einer Grundaufgabe der bruchmechanischen Bauteilbewertung entsprechend nur bei gegebener Rißlänge  $a$  lösbar.*

Möglichkeiten zur Annahme von Rissen unter diesen Bedingungen wurden in Abschnitt 5.4.2 aufgezeigt. Eine solche Annahme führt dann allerdings nicht zur exakten Bestimmung der Bruchlast, sondern lediglich zu einer ingenieurmäßigen Abschätzung derselben im Rahmen des hier gewählten Rechenmodells.

---

<sup>90</sup> Stabdübel:  $a_1 = 3$  d, Bolzen und vorgebohrte Nägel:  $a_1 = 4$  d, nicht vorgebohrte Nägel:  $a_1 = 5$  bis  $7$  d (für  $\alpha = 90^\circ$ )



Bei der Annahme dieser Risse müssen dann auch Überlegungen hinsichtlich der Qualität dieser Abschätzung im Vergleich zu einer kritischen Belastung am realen Bauteil sowie zu ihrer grundsätzlichen Vereinbarkeit mit dem physikalischen Modell bzw. weiteren hier getroffenen Annahmen (vgl. Abschnitt 4) getroffen werden. Zu diesem Zweck wurden hier Vergleichsrechnungen zur Bestimmung der kritischen Rißlänge mit den Karlsruher Versuchsreihen [105, 108, 53] durchgeführt. Die Gleichung:

$$F^{\text{Rechenmodell}}(a) = F_u^{\text{Experiment}}$$

wird dann erfüllt, wenn:

$$a = a_{\text{crit}}$$

wird.

Zur Bestimmung der Belastung im Rechenmodell wurde das Kriterium nach WU (Gl. 5.4) herangezogen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in den Anhängen H und I ausführlich dargestellt. Es darf bei der Betrachtung der erzielten Ergebnisse keinesfalls außer Acht gelassen werden, daß diesen Berechnungen die in Abschnitt 3.3 festgelegten Materialkennwerte zu Grunde liegen, die hier berechneten kritischen Rißlängen also ebenfalls mittlere Werte darstellen. Dementsprechend muß dann auch für einige Versuche von einer Überschätzung der Materialkennwerte, insbesondere der Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$ , im Rechenmodell ausgegangen werden. Für einige Versuche war diese Überschätzung in einer Größenordnung, welche eine Bestimmung der kritischen Rißlänge nicht mehr zuließ. Für 32 Versuche konnte dieser Wert ermittelt werden (vgl. Abb. 6-1).

Es konnten hier keine weiteren signifikanten Abhängigkeiten, etwa hinsichtlich der Anzahl der Verbindungsmittelreihen oder der relativen Anschlußhöhe festgestellt werden.

Es sei in diesem Zusammenhang auf die außerordentlich geringe Anzahl der hierzu herangezogenen experimentellen Untersuchungen verwiesen. Im Kontext der weit streuenden Materialeigenschaften von Holz sowie der für die hier angestellten Berechnungen getätigten willkürlichen Annahme ergibt sich somit eine geringe statistische Absicherung. Es sei an dieser Stelle nochmals auf den dahin gehenden, weiteren Untersuchungsbedarf hingewiesen.

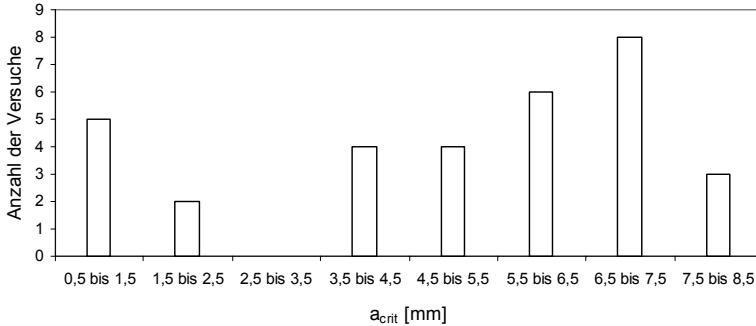


Abbildung 6-1 Verteilung der kritischen Rißlängen

Dennoch konnte anhand dieser Untersuchungen eine weitgehende Übereinstimmung der so ermittelten kritischen Rißlängen mit der Abschätzung nach Gleichung 4.1 (vgl. Abschnitt 4.2.3 und Abbildung 5-23) festgestellt werden.

Bei der im Sinn einer Vereinfachung des Rechengangs erforderlichen Festlegung der Rißlänge  $a$  ist entsprechend der Intuition einer ingenieurmäßigen Abschätzung einer kritischen Belastung eine pragmatische Vorgehensweise anzustreben. So ist zu beachten, daß bei mehrreihigen Anschlußkonfigurationen die Annahme sehr kurzer Risse im Rechenmodell zu einer nichtkonservativen Traglastabschätzung führen kann. Mit der Festlegung eines eher längeren Risses berechnet man dann u. U. nicht die tatsächliche Bruchlast, sondern eine kleinere, als kritisch definierte Belastung. Somit ist bei der Ableitung vereinfachter Nachweisformate zu beachten, daß durch diese eher konservative Festlegung bereits eine gewisse Sicherheit gegen die Bruchlast „enthalten“ ist.

⇒ Bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln wird die kritische Belastung bei einer Rißlänge  $a_{crit}$  von 6 mm ermittelt. Diese Last wird gemäß ihrer Entsprechung im Weiteren mit  $F_u$  bezeichnet.

Es bleibt hier anzumerken, daß die Rißlänge infolge Nageltreiben nach Gleichung 4.4 für die meisten Nägel größere Werte liefert. Dieser Ansatz ist zu verifizieren, ggf. muß für nicht vorgebohrte Nägel eine gesonderte Abschätzung der Tragfähigkeit unter Modifikation der kritischen Rißlänge erfolgen.

## **6.2 Zum Einfluß maßgebender Parameter von Queranschlüssen**

In diesem Abschnitt soll die Notwendigkeit der Berücksichtigung bestimmter Parameter der Anschlußkonfiguration, welche die Tragfähigkeit von Queranschlüssen wesentlich beeinflussen, aufgezeigt werden.

### **6.2.1 Träger- und Anschlußhöhe**

Die Abhängigkeit der Tragfähigkeit von diesen Parametern wird im Schrifttum ausführlich diskutiert (z. B. [15, 16, 56, 59, 109, 110]). Für bestimmte Anschlußkonfigurationen<sup>91</sup> ist das Vorliegen einer Abhängigkeit von diesen Parametern offensichtlich, bei anderen wiederum nicht nachgewiesen bzw. von weiteren Parametern überlagert, so daß eine eindeutige Zuordnung von Effekten der Traglaständerung nicht o. W. möglich ist.

Bei der Umsetzung einfacher formaler Zusammenhänge ist die korrekte Abbildung dieser Parameter zu realisieren, um Abhängigkeiten der Qualität dieser Abschätzung zu vermeiden (vgl. Abschnitt 1.3.2).

Eine Tendenz in der Abschätzung durch das hier verwendete Rechenmodell hinsichtlich der Größe der Trägerhöhe  $H$  und des Abstands vom beanspruchten Rand konnte nicht festgestellt werden (vgl. Abbildung 5-7). Diese Feststellung betrifft dann lediglich die Betrachtung einzelner Verbindungsmittel. Hier kann davon ausgegangen werden, daß durch das hier gewählte Rechenmodell die Abhängigkeit der Tragfähigkeit von der Trägerhöhe korrekt abgebildet wird.

In der nachfolgenden Darstellung ist die Abhängigkeit dieser Bruchlastabschätzung für die relative und die absolute Anschlußhöhe unter Verwendung eines einzelnen Stabdübels normiert<sup>92</sup> für verschiedene Trägerhöhen dargestellt:

---

<sup>91</sup> dies gilt insbesondere für einzelne VM (vgl. [15])

<sup>92</sup> bezogen auf die Bauteildicke  $t = 1$  cm

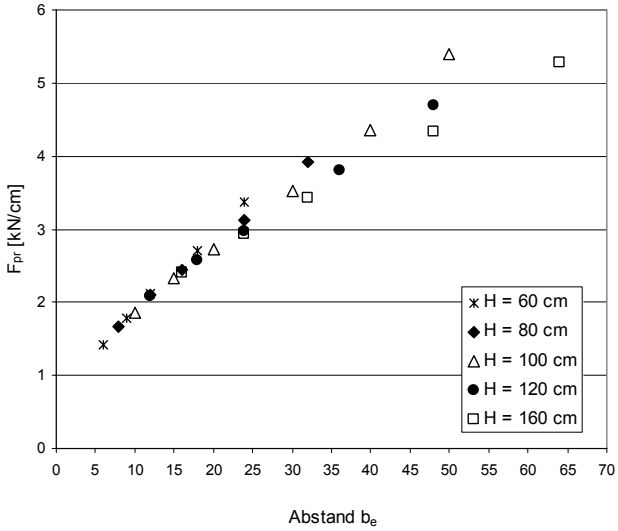
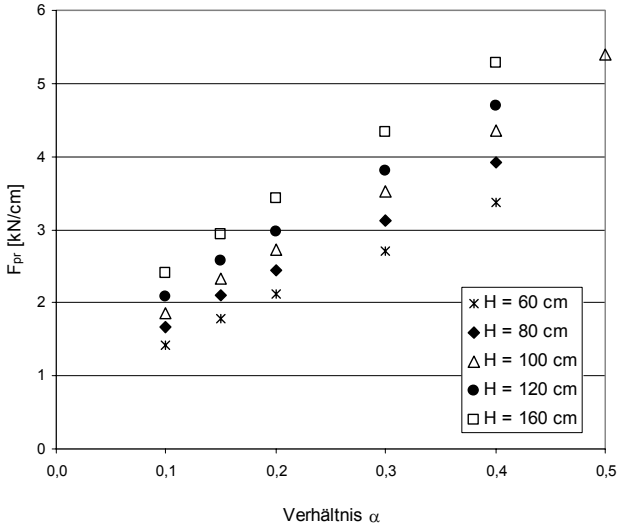


Abbildung 6-2 Bruchlast im Rechenmodell in Abhängigkeit vom Verhältnis  $\alpha$  und dem Abstand  $b_e$  bei Betrachtung einzelner VM

Es ist in dieser Abbildung zu erkennen, daß man für geringe Abstände zum belasteten Rand eine Abhängigkeit der Tragfähigkeit von diesem Abstand  $b_e$  konstatieren kann. Damit ist das Rechenmodell in guter Entsprechung zum physikalischen Modell. Mit zunehmendem Abstand  $b_e$  vom belasteten Rand geht jedoch die Prägnanz dieser Abhängigkeit verloren. Ein zunehmender Einfluß der Trägerhöhe  $H$  ist deutlich erkennbar. Es sei jedoch angemerkt, daß sich diese Beobachtungen auf einzelne VM und damit dem hier zugeordneten Versagensmechanismus beziehen.

⇒ *Für die Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen ist die Berücksichtigung von relativer Anschlußhöhe (Verhältnis  $\alpha$ ) und der Trägerhöhe  $H$  im Rechenmodell zu realisieren.*

### 6.2.2 Trägerlänge

Im Rahmen der hier aufgezeigten Untersuchungen wurden auch Parameter der Balkengeometrie auf ihre Auswirkungen auf die Traglastabschätzung von Queranschlüssen hin untersucht. Für Bauteile mit üblichen, balkenförmigen Längen-Höhen-Verhältnissen ( $L \gg H$ ) kann festgestellt werden, daß der Einfluß der Trägerlänge auf die Abschätzung der Traglast von marginaler Größe ist [146].

Bei ansonsten gleichen Randbedingungen nehmen die Beanspruchungen an der Reißspitze mit zunehmender Trägerlänge ab. Dieser Effekt ist für Anschlüsse, die näher am beanspruchten Rand angeordnet sind, ausgeprägter als für Anschlüsse in der Nähe der Balkenschwerachse. Die Auswirkungen auf die Bestimmung der Traglast sind allerdings sehr gering.<sup>93</sup> Somit erscheint der Aufwand der Berücksichtigung dieses Parameters in Anbetracht der durch die stark streuenden Materialkennwerte bei Holz ohnehin auftretenden starken Unsicherheiten in der Abschätzung der Traglast nicht gerechtfertigt.

Es sei jedoch in diesem Zusammenhang auf den Sonderfall eher scheibenartiger Bauteile hingewiesen. Mit der Unterschreitung eines Längen-Höhen-

---

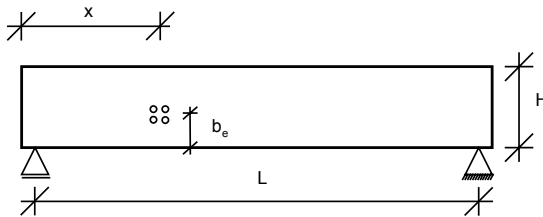
<sup>93</sup> so ergeben sich ungefähr bei einer Erhöhung des  $L/H$  – Verhältnisses von 8 auf 25 im Mittel um 1% höhere Bruchlasten

Verhältnisses von etwa 4 ist dann eine merkliche Abminderung der rechnerischen Bruchlast zu verzeichnen.<sup>94</sup>

### 6.2.3 Ort des Anschlusses in Bezug zur Balkenlängsachse

Rechnerische wie auch experimentelle Untersuchungen gehen zumeist von einer Anordnung von Queranschlüssen in Feldmitte aus oder weisen einer abweichenden Anordnung in Bezug zur Balkenlängsachse eine untergeordnete Bedeutung für die Tragfähigkeit der Verbindung zu.

Untersuchungen zur Erfassung des Einflusses dieses Parameters sind in [12, 146] dokumentiert. Es zeigt sich, daß die Beanspruchungen an der Rißspitze mit zunehmend auflagnaher Anordnung des Anschlusses zunehmen. Dementsprechend ist dann von einer Abminderung der Tragfähigkeit dieser Verbindungen auszugehen.



Aus den im Rahmen der vorliegenden angestellten Betrachtungen können folgende Rückschlüsse gezogen werden:

- die Quantität der Auswirkungen dieses Parameters ist weiterhin von der Anschlußhöhe ( $\alpha$ ,  $b_e$ ) abhängig
- für Anschlüsse im Bereich  $0,25 < x/L < 0,75$  ergeben sich Unterschiede in der Beanspruchung von max. 3%
- in auflagnahen Bereichen können sich bis zu ca. 8% niedrigere rechnerische Bruchlasten ergeben

<sup>94</sup> es ergaben sich bei einer Abminderung des  $L/H$  – Verhältnisses von 3,5 auf 2 bis zu 14% geringere Bruchlasten

Infolge der ebenfalls marginalen Auswirkungen erscheint der Aufwand einer Berücksichtigung dieses Parameters im Rahmen einer ingenieurmäßigen Abschätzung der Traglast nicht gerechtfertigt.

#### **6.2.4 Anordnung mehrerer Verbindungsmittel**

Bekanntermaßen hat die Anordnung von Verbindungsmitteln einen erheblichen Einfluß auf die Tragfähigkeit von Queranschlüssen (u. a. [59]). So wird ganz allgemein eine Verteilung der Lastenleitung auf mehrere VM als tragfähigkeitssteigernd angegeben. Außerdem haben die Abstände der Verbindungsmittel untereinander einen wesentlichen Einfluß auf die dabei erzielbare Steigerung der Traglast. Diese Erkenntnisse wurden zumeist empirisch am physikalischen Modell gewonnen [16, 58, 108].

Diese Effekte werden auch durch das hier gewählte rechnerische Modell reproduziert. Allerdings ergeben sich bei der Berechnung der Tragfähigkeit im Rahmen der LEBM infolge der Variation von Verbindungsmittelabständen mitunter qualitative Veränderungen im Versagensmechanismus (vgl. Abschnitt 6.1). Dadurch wird eine einfache Abschätzung der Traglast erheblich erschwert, da das Auftreten und die Ausprägung dieser Veränderungen von einer Vielzahl von Parametern, insbesondere von Anzahl und Anordnung der Verbindungsmittel, abhängig ist.

##### **6.2.4.1 Verteilung der Verbindungsmittel in Balkenlängsrichtung**

Zunächst sollte die Betrachtung von Anschlüssen mit ausschließlich in Faserrichtung angeordneten (in Reihe) Verbindungsmitteln erfolgen.<sup>95</sup> Entsprechend der in Abschnitt 6.1 erläuterten Zusammenhänge ergeben sich für diese Konfigurationen Ähnlichkeiten im Versagensmechanismus im Vergleich mit einzelnen Verbindungsmitteln. Dennoch ist eine analoge Betrachtungsweise dieser Anschlüsse zu einem einzigen Verbindungsmittel infolge der hier auftretenden Effekte der Rißwechselwirkung problematisch.

Untersucht man zunächst die einfache Anschlußkonfiguration mit zwei Stabdübeln gemäß Abschnitt 4.4.2.1, so ergeben sich in Abhängigkeit von Rißlänge und Anschlußhöhe folgende dem WU-Kriterium entsprechende Lasten:

---

<sup>95</sup> *einreihige* Anschlüsse ( $m = 1$ )

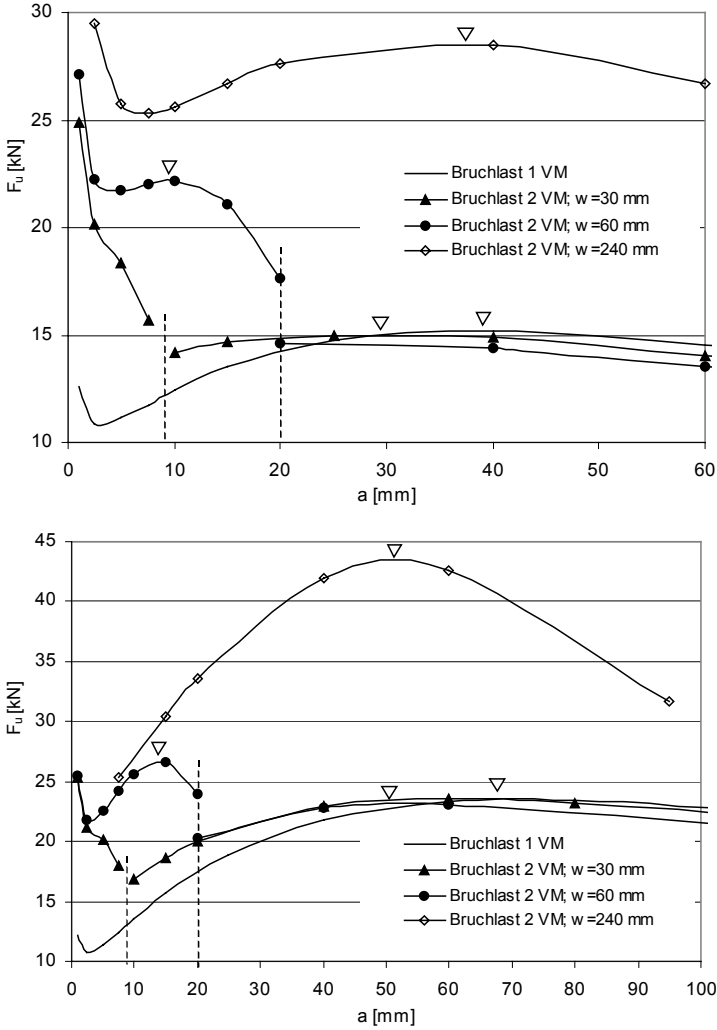


Abbildung 6-3 dem WU-Kriterium entsprechende Lasten für einen Anschluß mit 2 Stabdübeln (Rechenmodell s. S. 71 u.)

Zu Vergleichszwecken sind in der obigen Abbildung außerdem die Belastungen eines einzigen VM bei Einstellung des WU-Kriteriums dargestellt. Die angestellten Betrachtungen lassen folgende Rückschlüsse zu:



- Unter Wahrung eines Mindestabstands untereinander hat eine Verteilung der Lasten auf mehrere Verbindungsmittel in Trägerlängsrichtung eine Erhöhung der Traglast auch unter bruchmechanischen Festigkeits-hypothesen zur Folge.
- Der Grad der Traglasterrhöhung ist von einer Reihe von Faktoren abhängig, dazu zählt natürlich insbesondere der Abstand  $w$ .

Unterstellt man für das gewählte Beispiel Gültigkeit der Vereinbarung über die kritische Belastung gemäß Abschnitt 5.1, so ergeben sich für den hier untersuchten Träger folgende rechnerischen Erhöhungen der Traglast im Vergleich zu einem Queranschluß mit lediglich einem Stabdübel:

	$\alpha = 0,3$	$\alpha = 0,5$
<b>w = 30 mm</b>	<i>keine</i>	<i>keine</i>
<b>w = 60 mm</b>	<i>ca. 50%</i>	<i>ca. 20%</i>
<b>w = 240 mm</b>	<i>ca. 90%</i>	<i>ca. 90%</i>

Nimmt man die entsprechend Abschnitt 6.1 formulierte Modifikation dieser Vereinbarung an, so ergeben sich ähnliche Verhältnisse der Laststeigerung, welche an dieser Stelle nicht wiedergegeben werden, da sie wesentlich von der Annahme der kritischen Rißlänge abhängig sind. Geht man von einer Annahme  $a_{\text{crit}} = 6 \text{ mm}$  aus, so ergeben sich Unterschiede von max. 20% im Vergleich zu den unter Annahme des Versagenskriteriums gemäß Abschnitt 5.1 ermittelten Bruchlasten.

Infolge dieser im mathematischen Modell gewonnenen Traglasten lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:

- *Bei sehr kleinen Abständen untereinander ist die Abschätzung der Tragfähigkeit recht schwierig.<sup>96</sup>*

Bei dieser Betrachtung ist insbesondere der Zusammenhang vom Abstand der VM untereinander und dem jeweilig zugrunde gelegten Versagensmechanismus im Kontext zum physikalischen Modell von Interesse. So wird durch die hier

<sup>96</sup> dies ist insbesondere durch den auftretenden Effekt der *Verstärkung* begründet (vgl. Abschnitt 4.4.2); bei sehr geringen Abständen ist u. U. eine Erhöhung der Tragfähigkeit *nicht* zu erwarten

angestellten Untersuchungen deutlich, daß insbesondere bei sehr geringen Verbindungsmittelabständen und geringen Anschlußhöhen die Annahme sehr kurzer kritischer Rißlängen ( $a_{\text{crit}} < 3 \text{ mm}$ ) zu erheblichen Unterschieden in den berechneten Bruchlasten führen kann.

Die dem Verfasser einzige bekannte experimentelle Untersuchung einer solchen Anordnung von VM ist die Versuchsreihe A von MÖHLER, dokumentiert in [105]. Hier wurden Nägel einreihig mit dem in den entsprechenden Normen vorgesehenen Mindestabstand ( $a_1$ ) von  $5 d_n$  angeordnet. Trotz des sehr geringen Abstandes der Nägel untereinander ( $w = 19 \text{ mm}$ ) war für diese Konfigurationen auch eine Interpretation der kritischen Belastung gemäß Abschnitt 5.1 möglich<sup>97</sup> (vgl. Abschnitt 5.2.2.1 und Anhang E 3). Dennoch konnte für diese Definition kaum Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erzielt werden, was allerdings unter dem Gesichtspunkt willkürlich angenommener Materialkennwerte (insbesondere der Bruchzähigkeiten) zu betrachten ist. Für die weiteren Berechnungen wird demnach für einreihige Konfigurationen die Vereinbarung zur kritischen Rißlänge gemäß Abschnitt 6.1 angenommen. Mit Blick auf die Sicherheitsbetrachtung einer Traglastabschätzung ist diese Annahme gut vereinbar, da sie im Vergleich zur Annahme nach Abschnitt 5.1 für einreihige Anschlüsse eher konservativ ist.

Unter Einhaltung gewisser Mindestabstände  $w_1$  macht sich also der günstig wirkende Einfluß einer verteilten Lasteinleitung auch für das hier gewählte Rechenmodell bemerkbar. Allerdings gilt bei praxisüblichen Verbindungsmittelabständen:

- *Die Gesamttragfähigkeit der Verbindungsmittelgruppe ist kleiner als die Summe der Tragfähigkeiten der einzelnen VM.*<sup>98</sup>

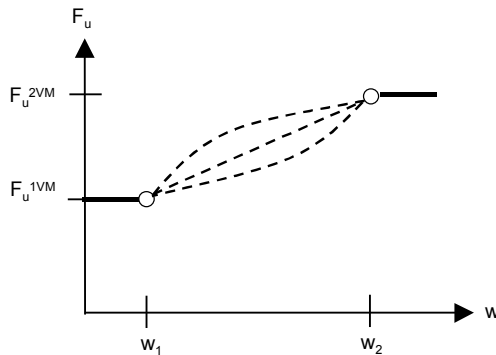
Wiederum kann bei Einhaltung eines bestimmten Abstands  $w_2$  davon ausgegangen werden, daß die gegenseitige Beeinflussung der VM keine Auswirkungen auf die Tragfähigkeit des gesamten Anschlusses hat; es gilt dann:

---

<sup>97</sup> dies gilt mit Ausnahme der Versuchskonfiguration A 1; hier wurde der Anschluß am nächsten zum beanspruchten Rand angeordnet ( $\alpha = 0,16$ )

<sup>98</sup> damit ist nicht die Tragfähigkeit hinsichtlich Lochleibungs- oder Biegefestigkeit (z. B. Theorie nach JOHANSEN), sondern die Tragfähigkeit eines einzelnen VM nach den Kriterien der LEBM gemeint

- Die Gesamttragfähigkeit aller VM entspricht der Summe der einzelnen VM. Es können jeweils unabhängige Anschlüsse angenommen werden.



Die so dargestellten Zusammenhänge entsprechen i. W. den Beobachtungen, welche durch experimentelle Untersuchungen gewonnen wurden (z. B. [105, 108, 53]). Damit kann aufgezeigt werden, daß das gewählte mathematische Modell zumindest rein qualitativ die Beeinflussung der Tragfähigkeit durch horizontal benachbarte Verbindungsmittel korrekt beschreibt.

Die Quantifizierung von Mindestabständen  $w_1$  wie auch eine genaue Bewertung der Traglasterrhöhung im Bereich  $w_1 \leq w \leq w_2$  war im Rahmen der hier geleisteten Voruntersuchungen nicht möglich. Die Größe dieser Abstände ist von einer Reihe von Parametern abhängig. Die hier erzielten Ergebnisse können nicht ohne Weiteres als allgemeingültige Aussagen diesbezüglich verwendet werden. Entsprechend der im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen liegen derartige Distanzen  $w_1$  jedoch unter den in entsprechenden Normen [25, 50, 51] vorgesehenen Minderabständen in Faserrichtung.

#### 6.2.4.2 Verteilung der Verbindungsmittel in Balkenquerrichtung

Ebenso wie die Verteilung der Lasteinleitung in Faserrichtung bewirkt auch die Verteilung in Krafrichtung (in Spalten) eine Veränderung im Tragverhalten des Anschlusses.

Bei verschiedenen experimentellen Untersuchungen [16, 127] wurde festgestellt, daß eine Verteilung der Krafeinleitung auf weitere in Krafrichtung angeordnete Verbindungsmittel zu einer Steigerung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen führt. Allerdings gilt auch hier, daß die Gesamtragfähigkeit des Anschlusses teilweise erheblich kleiner als die Summe der Tragfähigkeiten eines einzelnen VM ist (siehe z. B. Abb. 5-9). Der Einfluß dieses Parameters wird im Vergleich zu anderen, z. B. der Anschlußhöhe, als eher gering beschrieben [127].

Weiterhin wurde gezeigt, daß die Annahme von Rissen an benachbarten VM, insbesondere bei geringen VM-Abständen und großen Rißlängen, teilweise erhebliche Auswirkungen auf die Ermittlung der SIF hat (vgl. Abschnitt 4.4.2.2). Die Untersuchungen zur kritischen Rißlänge acrit für Anschlüsse mit mehreren VM (vgl. Abschnitt 5.4.2) haben jedoch ergeben, daß dieser Wert für derartige Anschlüsse allgemein kleiner als 10 mm ist. Dementsprechend sind dann die Annahmen zu fiktiven Rissen am benachbarten VM in Krafrichtung von untergeordneter Bedeutung für die Berechnung der SIF.

Differenziertere Aussagen zur Abschätzung dieses Einflusses auf die Tragfähigkeit von Queranschlüssen lassen sich nicht o. W. formulieren. Die Vielfalt der Ausbildungsmöglichkeiten praxisüblicher Anschlüsse hinsichtlich:

- Art des Verbindungsmittels und damit verbundener spezieller Anforderungen an die Mindestabstände
- Anzahl der verwendeten Verbindungsmittel
- tatsächlich angeordnete Abstände der Verbindungsmittel
- Abhängigkeit dieser Einflüsse von weiteren Parametern der Anschlußkonfiguration (z. B. Anschlußhöhe)

ist so groß, daß allgemeingültige, weiterführende Aussagen hierzu nicht möglich sind. Zur einfachen Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen sind dementsprechend Annahmen zu treffen, welche eine große Bandbreite möglicher

---

Konfigurationen abdecken, bzw. mittlere Werte der sie bestimmenden Parameter darstellen (vgl. Abschnitt 6.4.2.1).

### **6.3 Einfluß zusätzlicher Lasten**

Bei den bekannten Abschätzungen der Tragfähigkeit von Queranschlüssen (vgl. Abschnitt 1.3.2) bleiben die Auswirkungen zusätzlicher Lasten üblicherweise unberücksichtigt. Im Zuge der hier wiedergegebenen Untersuchungen sollten diese Einflüsse im Hinblick auf den hier verwendeten Versagensmechanismus quantifiziert werden.

#### **6.3.1 Einzellasten**

Zusätzliche Einzellasten sind solche Lasten, welche nicht im Zusammenhang mit der Lastabtragung der angeschlossenen Bauteile stehen. Alle VM, welche an der Lastabtragung eines Anschlusses unmittelbar beteiligt sind, werden durch die bereits angestellten Betrachtungen eingeschlossen.

Der Einfluß benachbarter Lasteintragungen unter Zugrundelegung des Versagenskriteriums gemäß Abschnitt 5.1 wurde im Zusammenhang der vorliegenden Arbeit in [146] erörtert. Es wurde festgestellt, daß der Einfluß in Faserrichtung benachbarter Einzellasten bei größeren Abständen vom betrachteten VM marginal ist. Erst bei Abständen, welche etwa dem 2-fachen der kritischen Rißlänge nach Gleichung 5.7 entsprechen, kann eine Erhöhung der Beanspruchung bis etwa 10% quantifiziert werden, welche weiterhin insbesondere vom Anschlußhöhenverhältnis  $\alpha$  abhängig ist.

Bei Anschlüssen mit mehreren VM ist infolge der sehr kurzen anzunehmenden kritischen Rißlänge ebenfalls von der untergeordneten Bedeutung zusätzlicher Einzellasten auszugehen. Ausnahmen bilden hier sehr anschlussnah eingeleitete zusätzliche Lasten, deren Existenz bei praxisüblichen Konstruktionen jedoch weitestgehend auszuschließen ist.

#### **6.3.2 Gleichlasten**

Die Auswirkung von gleichmäßig verteilten Linienlasten auf die Tragfähigkeit von Queranschlüssen bei Annahme bruchmechanischer Versagenskriterien ist naturgemäß stark vom Ort ihrer Eintragung abhängig. Es kann hier

üblicherweise zwischen Lasten, welche oberhalb der Rißebeine (Trägeroberkante, etwa Dachdeckungen) und Lasten, welche unterhalb der Rißebeine eingetragene werden (Ausbaulasten, z. B. Unterdecken), unterschieden werden.

Infolge der Lokalität dieser zusätzlichen Lasteintragung in Beziehung zum angenommenen Riß überdrücken Lasten an der Trägeroberkante den Riß, während unterhalb eingeleitete Lasten ihn zusätzlich beanspruchen. Ausführliche Untersuchungen zu dieser Problematik für einzelne VM sind in [146] wiedergegeben.

Lasten, welche an der Trägeroberkante eingeleitet werden, wirken sich demnach bei alleiniger Berücksichtigung bruchmechanischer Versagenskriterien tragfähigkeitssteigernd aus. Die Quantität dieser Traglaststeigerung wiederum ist von nachfolgend aufgeführten Parametern abhängig:

- Größe der zusätzlichen Belastung
- Verhältnis  $\alpha$  (relative Anschlußhöhe)
- Verhältnis  $L/H$

Dabei kann konstatiert werden, daß die Tragfähigkeit mit abnehmender Entfernung des maßgebenden Verbindungsmittels zur Trägeroberkante (großes Verhältnis  $\alpha$ ) zunimmt. So konnte festgestellt werden, daß unter praxisnahen Belastungen und Trägerabmessungen bereits ab einem Verhältnis  $\alpha$  von etwa 0,35 erhebliche Abminderungen der Beanspruchungen an der Rißspitze auftreten. Unter derartigen Verhältnissen ist dann davon auszugehen, daß der Versagensmechanismus nicht bruchmechanisch induziert ist.

Analog zu diesen Effekten kann es bei unten angehangenen Lasten zu einer Verstärkung der Beanspruchung an der Rißspitze kommen. Die Quantität dieses Effekts ist prinzipiell von denselben Parametern wie der der Abschirmung abhängig.

Außerdem ist infolge des veränderten Belastungszustands eine Tendenz hinsichtlich des Versagensmechanismus zu beobachten, welche den in Abschnitt 6.1 getroffenen Aussagen entspricht.

Die Größenordnung der Verstärkung ist dann auch stark von der kritischen Rißlänge und damit von der Zugrundelegung des Versagensmechanismus abhängig. Für einzelne VM und den damit einhergehenden größeren kritischen Rißlängen ergeben sich Erhöhungen der Beanspruchungen um bis zu 80%

(vgl. [146]). Ob derartige Abminderungen der Tragfähigkeit infolge zusätzlicher Lasten jedoch zutreffend sind, bedarf einer Untersuchung am physikalischen Modell sowie einer entsprechenden Modifizierung des Versagensmechanismus am mathematischen Modell.

## 6.4 Abschätzung der Traglast

In den folgenden Abschnitten sollen einfach handhabbare Möglichkeiten zur Abschätzung der Traglasten von Queranschlüssen aufgezeigt werden. Infolge der in Abschnitt 6.1 erörterten Verschiedenartigkeit im Versagensmechanismus wird auch hier zwischen einem einzelnen Verbindungsmittel und einer Verbindungsmittelgruppe unterschieden.

Infolge der Vielzahl der die Traglast von Queranschlüssen beeinflussenden Parameter mußte im Hinblick auf die Handhabbarkeit im Sinne einer Abschätzung eine Beschränkung hinsichtlich ihrer Berücksichtigung erfolgen. Als bestimmende Parameter haben sich im Zuge der hier geleisteten Untersuchungen

- die Trägerhöhe  $H$
- das Verhältnis  $\alpha$
- das Verbindungsmittelbild<sup>99</sup>

herausgestellt. Weiteren Annahmen liegen die in den Abschnitten 3, 4 und 5 getroffenen Vereinbarungen zu Grunde.

### 6.4.1 Einzelne Verbindungsmittel

Für einreihige Queranschlüsse mit hinreichendem Abstand zum benachbarten Verbindungsmittel (vgl. Abschnitt 6.2.4.1) und einzelne VM ergeben sich charakteristische Beanspruchungen als Funktion der Rißlänge entsprechend Abschnitt 5.1. Gemäß der dort angegebenen Definition einer kritischen Belastung (Bruchlast) wurde in [146] ein einfacher formaler Zusammenhang hergestellt.

Die kritische Beanspruchung an der Rißspitze in der Rißöffnungsart I bei Eintreten der Instabilität des Rißfortschritts ergibt sich somit bei einer Rißlänge entsprechend Gleichung (5.7). Für in Balkenmitte angeordnete Queranschlüsse

---

<sup>99</sup> weitere Differenzierung siehe Abschnitt 6.2.4

ist die Beanspruchung in Abhängigkeit von relativer Anschluh  $\alpha$  und Trgerhhe  $H$  in der nachfolgenden Abbildung normiert<sup>100</sup> dargestellt.

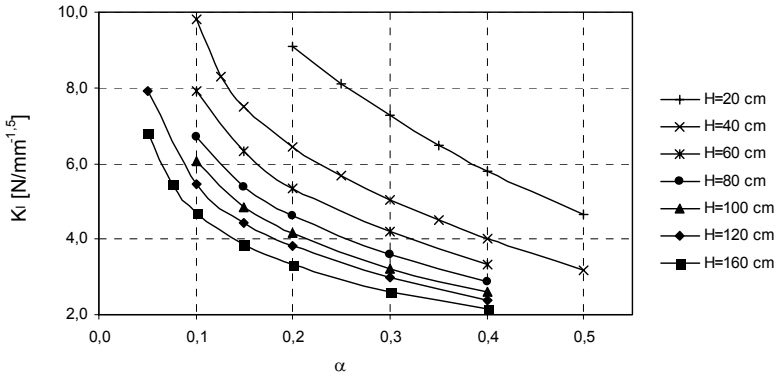


Abbildung 6-4 normierter SIF  $K_{I,u,norm}$  bei kritischer Belastung im RL-Risystem

Diese Beanspruchungen knnen in guter Nherung durch folgenden Potenzansatz approximiert werden:

$$K_{I,u,norm} = 8,8H^{-0,37} \alpha^{-1,1H^{-0,14}} \quad (6.1)$$

mit:  $K_{I,u,norm}$  in  $[Nmm^{-1,5cm}/kN]$   
 $H$  in  $[cm]$

Analog dazu gilt fr Riffnungsart II:

$$K_{II,u,norm} = 27H^{-0,72} \alpha^{-0,41} H^{0,095} \quad (6.2)$$

<sup>100</sup> bezogen auf eine Breite  $b$  von 1 cm und eine Einheitslast  $F_{norm} = 1$  kN



Nun läßt sich das Versagenskriterium nach WU (Gl. 5.4) für die zu untersuchende Problemklasse unter den zuvor formulierten Einschränkungen folgendermaßen schreiben:

$$\frac{n8,8H^{-0,37} \alpha^{-1,1H^{-0,14}}}{bK_{I,c}} + \left( \frac{n27H^{-0,72} \alpha^{-0,41 H^{0,095}}}{bK_{II,c}} \right)^2 = 1 \quad (6.3)$$

mit:  $K_{I,c}$  in  $[\text{Nmm}^{-1,5}]$

$b$  in  $[\text{cm}]$

$F$  in  $[\text{kN}]$

$$n = \frac{F_u}{F_{\text{norm}}}$$

Entsprechend den in Abschnitt 5.3.2 vereinbarten Näherungen kann man mit dem Kriterium nach WILLIAMS (Gleichung 5.5) eine hinreichende Abschätzung der Bruchlast erzielen. Unter Einbeziehung von Gleichung (6.1) kann man es wie folgt schreiben:

$$F_u = \frac{K_{I,c}}{\frac{9H^{-0,37} \alpha^{-1,1H^{-0,14}}}{b}} \quad (6.4)$$

Bei Vorliegen eines TL-Rißsystems wird in [146] folgende Modifikation von Gleichung (6.4) vorgeschlagen:

$$F_u = \frac{K_{I,c}}{\frac{7,8H^{-0,37} \alpha^{-1,1H^{-0,14}}}{b}} \quad (6.5)$$

Es wird darauf hingewiesen, daß mit diesen Abschätzungen entsprechend den in Abschnitt 3.3.2.1 getroffenen Annahmen der kritischen Materialkennwerte im RL-Rißsystem geringfügig größere Bruchlasten (ca. 5%) ermittelt werden.

Unter Annahme einer Bruchzähigkeit von  $15 \text{ Nmm}^{-1,5}$  für die Rißöffnungsart I ergeben sich für Gleichung (6.4) relative Fehler bis zu 30% im Vergleich zu den Versuchswerten der Serie 1 nach [15] unter Berücksichtigung aller Experimente

(siehe Anhang D 2). Berücksichtigt man lediglich die Versuchskonfigurationen, bei denen das VM bis zur Schwerachse des Trägers ( $a \leq 0,5$ ) angeordnet wurde, so ergibt sich ein maximaler Fehler von 17%.

## 6.4.2 Praxisübliche Anschlüsse

Die Möglichkeiten der Ausbildung von Queranschlüssen sind selbst unter der Beschränkung der ausschließlichen Berücksichtigung stiftförmiger Verbindungsmittel außerordentlich vielfältig. Dementsprechend besteht bei der Ableitung einer einfachen Abschätzung der Tragfähigkeit dieser Anschlüsse die Schwierigkeit einer hinreichenden Berücksichtigung dieser Parameter.

Dennoch soll gemäß der Formulierung des Ziels der vorliegenden Arbeit die Möglichkeit einer einfachen Abschätzung der Tragfähigkeit von praxisüblichen Queranschlüssen aufgezeigt werden.

### 6.4.2.1 Annahmen zum Rechenmodell

Zur Abschätzung der Bruchlast haben alle im Rahmen der vorliegenden Arbeit getroffenen Annahmen und Vereinbarungen Gültigkeit. Weitere Vereinbarungen werden im Rahmen dieses Abschnitts getroffen und argumentativ unterlegt.

Die Adaption der kritischen Rißlänge im mathematischen Modell folgt der Übereinkunft gemäß Abschnitt 5.4.2.

Bei der hier vorgenommenen Abschätzung der Tragfähigkeit werden die in Abschnitt 6.2 als maßgeblich beschriebenen Parameter berücksichtigt. Die Berücksichtigung des Verbindungsmittelbildes entspricht folgenden Vereinbarungen:

- ⇒ *es werden alle Konfigurationen von VM in Reihen ( $m$ ) und Spalten ( $n$ ) bis  $m = 4$  und  $n = 5$  berücksichtigt*
- ⇒ *alle Reihen sind gleich besetzt, d. h. weisen die gleiche Anzahl von VM auf*
- ⇒ *eine Auslassung von Reihen wird nicht berücksichtigt*
- ⇒ *als „mittleres“ Verbindungsmittel wird näherungsweise ein Stabdübel oder Bolzen mit dem Durchmesser  $d = 16$  mm angenommen*

Die Wahl der Verbindungsmittelabstände muß willkürlich erfolgen. Es wird hier davon ausgegangen, daß eine Anordnung der VM gemäß den

Mindestanforderungen der europäischen Normung [25] erfolgt. An dieser Stelle seien jedoch die Auswirkungen größerer Verbindungsmittelabstände angemerkt (vgl. Abschnitt 4.4.2 u. 6.2.4). Andererseits muß jedoch davon ausgegangen werden, daß die Lastabtragung auch der Tragfähigkeit der Verbindungsmittel Rechnung tragen muß. Eine optimierte Anordnung der VM ist dann meist die Folge und die entsprechende Annahme der Verbindungsmittelabstände erscheint gerechtfertigt.

Der Abstand der Verbindungsmittel untereinander in Reihe entspricht hier dem Abstand in Faserrichtung. Dieser wird im Kontext von [25] mit  $a_1$  bezeichnet. Um sowohl Stabdübel als auch Bolzen zu berücksichtigen wird der Mindestabstand für Letztere im Rechenmodell adaptiert ( $4d = 64 \text{ mm}$ ).

Der Abstand der Verbindungsmittel untereinander in Spalten entspricht bei Vernachlässigung der Art des anzuschließenden Bauteils oder Verbinders dem Abstand rechtwinklig zur Faser ( $a_2$ ). Für das hier verwendete Rechenmodell wird ebenfalls der nach [25] erforderliche Mindestabstand für Bolzen zugrunde gelegt (4d).

Werden Bauteile aus Voll- oder Brettschichtholz angeschlossen (z. B. Laschen), so kann man davon ausgehen, daß diese konstruktiv so angeordnet werden, daß Kraft- und Faserrichtung übereinstimmen. In diesen Fällen würde dann für den Abstand der Verbindungsmittel untereinander in Spalten der Abstand  $a_1$  für einen Kraft-Faser-Winkel  $\alpha$  von  $0^\circ$  maßgebend. Dieser Wert ist für Bolzen und Stabdübel mit  $7d$  angegeben. Damit würde sich der Abstand der Verbindungsmittelreihen nahezu verdoppeln. Eine solche Anordnung würde sich günstig auf die Beanspruchungssituation auswirken (vgl. [146]). Man kann also davon ausgehen, daß das hier adaptierte Rechenmodell im Vergleich zu weiteren möglichen Konfigurationen hinsichtlich des Verbindungsmittelabstands in Krafrichtung zu eher konservativen Bruchlasten führt.

Alle Anschlüsse wurden im Rechenmodell an einem Balken der Länge  $L = 8 \text{ m}$  mittig angeordnet. Weitere Belastungen werden nicht aufgebracht. Die Auswirkungen abweichender Randbedingungen auf die Tragfähigkeit dieser Anschlüsse können somit entsprechend der in den Abschnitten 6.2.2, 6.2.3 und 6.3 angegebenen Zusammenhänge quantifiziert werden.

### 6.4.2.2 Eine Verbindungsmittelreihe

In diesem Abschnitt sind die Bruchlasten für einreihige Anschlüsse ( $m = 1$ ), bezogen auf eine Bauteildicke von 1 cm, angegeben. Zu diesen Ergebnissen wurden die Bruchlasten für einzelne VM ( $m = 1, n = 1$ ) gemäß Abschnitt 6.4.1 aufgetragen. Es sei angemerkt, daß ein direkter Vergleich der Traglasten unzulässig ist, da dem mathematischen Modell jeweils andere Versagensmechanismen zugrunde liegen. Die Zahlenwerte für alle Anschlüsse sind im Anhang I 2 angegeben.

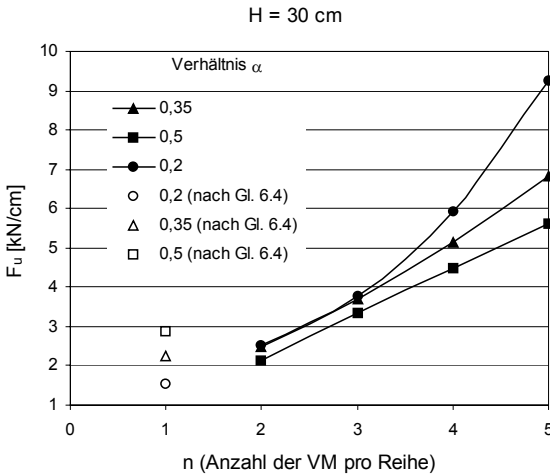


Abbildung 6-5a Bruchlasten für einreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe  $H = 30 \text{ cm}$

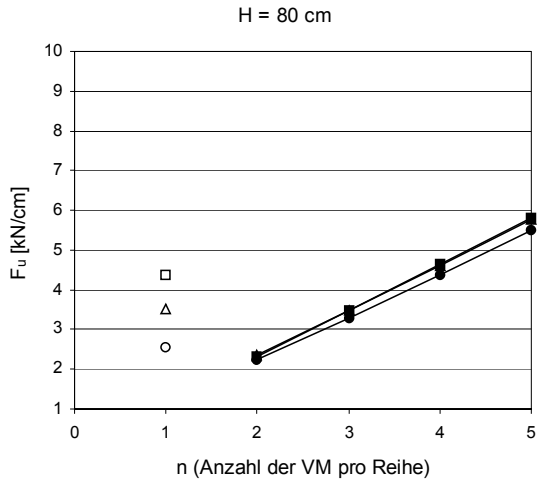


Abbildung 6-5b Bruchlasten für einreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 80 cm

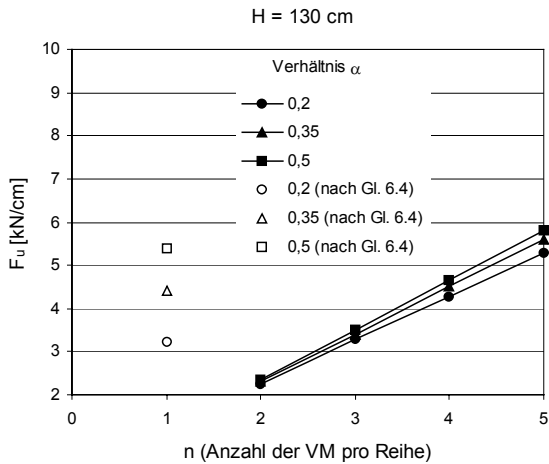


Abbildung 6-6a Bruchlasten für einreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 130 cm

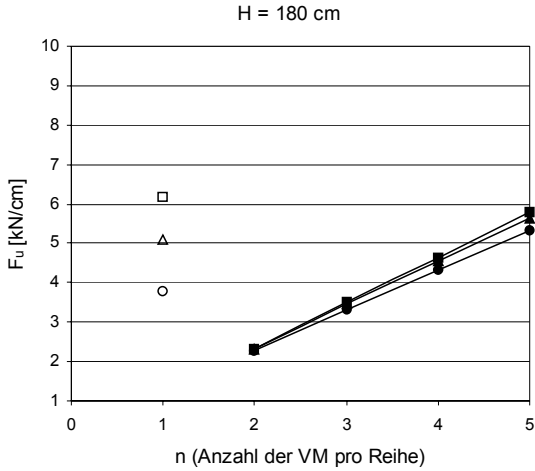


Abbildung 6-6b Bruchlasten für einreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 180 cm

### 6.4.2.3 Zwei Verbindungsmitteleihen

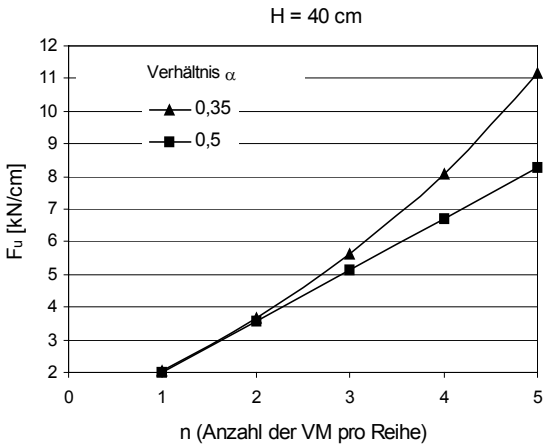


Abbildung 6-7a Bruchlasten für zweireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 40 cm

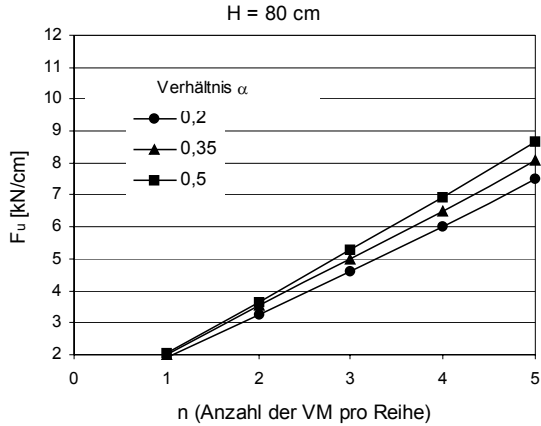


Abbildung 6-7b Bruchlasten für zweireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 80 cm

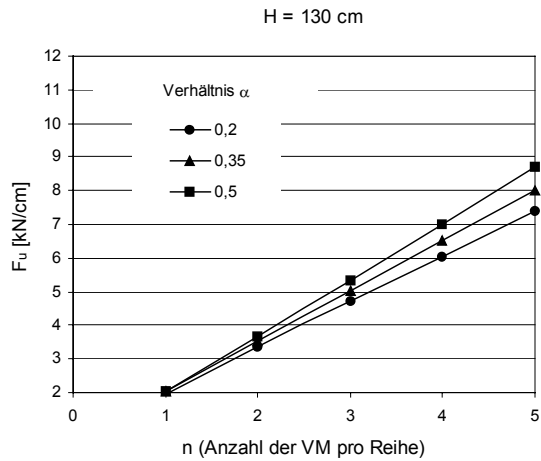


Abbildung 6-8a Bruchlasten für zweireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 130 cm

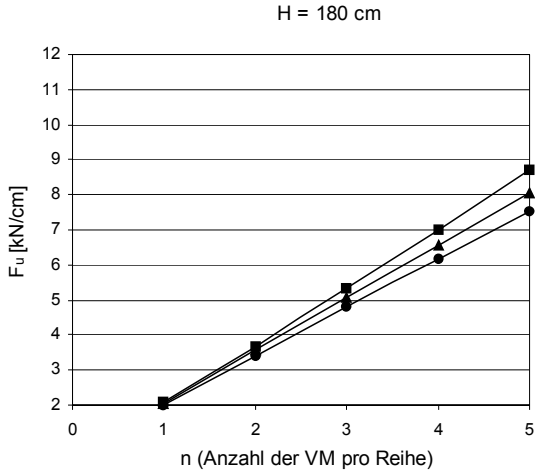


Abbildung 6-8b Bruchlasten für zweireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlusshöhe für eine Trägerhöhe  $H = 180$  cm

#### 6.4.2.4 Drei Verbindungsmittelreihen

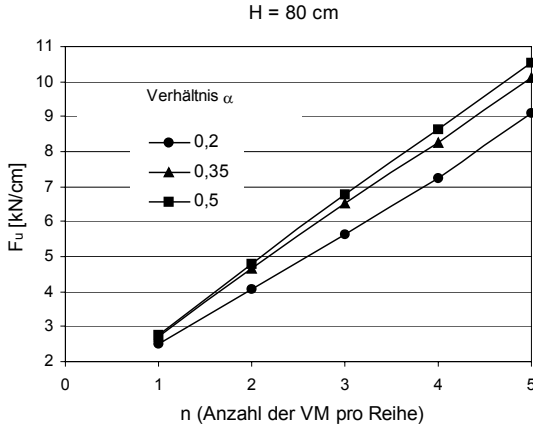


Abbildung 6-9a Bruchlasten für dreireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlusshöhe für eine Trägerhöhe  $H = 80$  cm



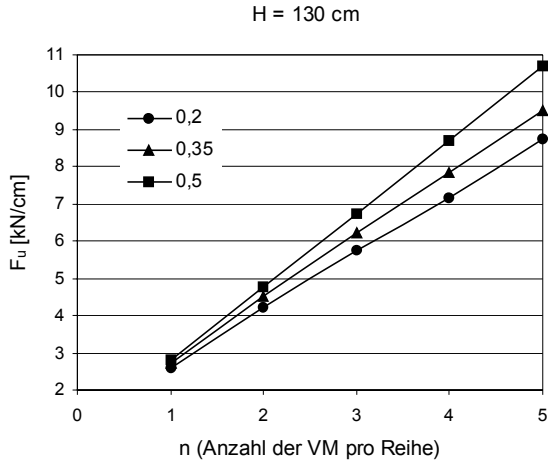


Abbildung 6-9b Bruchlasten für dreireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 130 cm

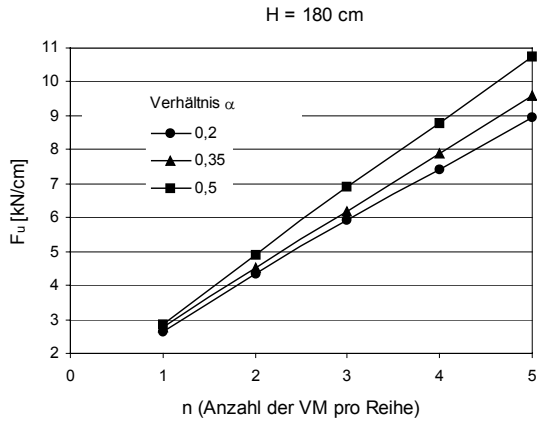


Abbildung 6-10 Bruchlasten für dreireihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 180 cm

### 6.4.2.5 Vier Verbindungsmittelreihen

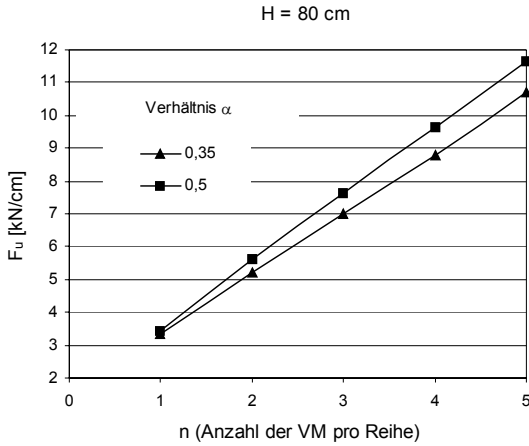


Abbildung 6-11a Bruchlasten für vierreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 80 cm

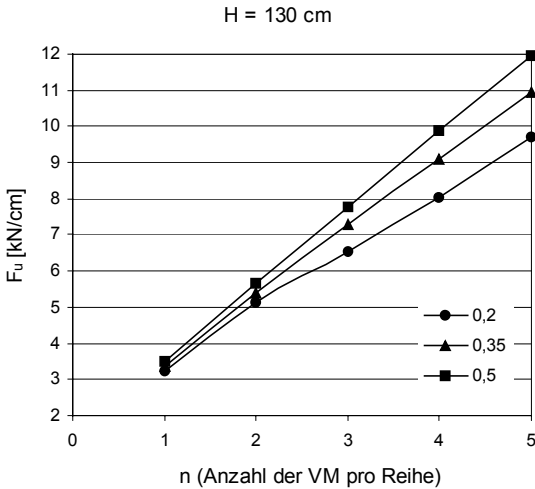


Abbildung 6-11b Bruchlasten für vierreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe H = 130 cm

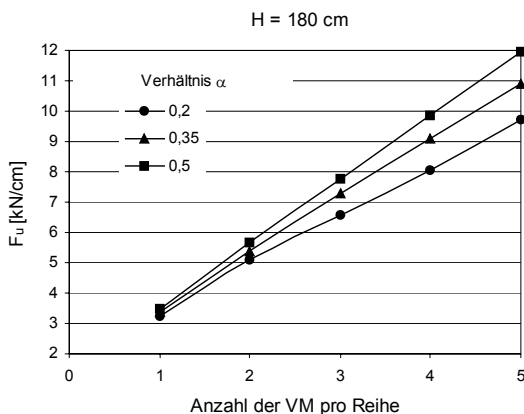


Abbildung 6-12 Bruchlasten für vierreihige Anschlüsse in Abhängigkeit von Verbindungsmittelanzahl, Anschlußhöhe für eine Trägerhöhe  $H = 180$  cm

#### 6.4.2.6 Bewertung

Die in den vorstehenden Abschnitten getroffene Abschätzung kann folgendermaßen beurteilt werden:

⇒ Die Tragfähigkeit von Queranschlüssen wird im gewählten Rechenmodell hauptsächlich von der Anzahl und Anordnung der Verbindungsmittel bestimmt. Die Größe der Bruchlast ist hier nahezu unabhängig von der Trägerhöhe.

Daß die Verteilung der Lastenleitung auf mehrere Verbindungsmittel zu einer Verbesserung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen führt, ist ein allgemein bekannter wie trivialer Umstand. Insofern befindet sich das Rechenmodell in Entsprechung zur realen Verbindung.

Infolge der verallgemeinerten Annahme einer einheitlichen kritischen Rißlänge bildet das Rechenmodell eine Unabhängigkeit der Bruchlast  $F_u$  von der Trägerhöhe  $H$  ab. Diese Eigenschaft befindet sich möglicherweise im Widerspruch zum physikalischen Modell. So hat EHLBECK in seiner Versuchsreihe 4 (vgl. [53]) bei ansonsten identischen Randbedingungen bei einer Erhöhung der Trägerhöhe eine Steigerung der Tragfähigkeit feststellen können. Es sei allerdings darauf verwiesen, daß im Zuge dieser Untersuchungen lediglich 12 Experimente durchgeführt wurden. So räumt EHLBECK in seiner

Argumentation auch ausdrücklich die Möglichkeit einer Umkehrung dieses Effekts ein. Zur endgültigen Klärung dieses Sachverhalts sind weitere, vor allem experimentelle Untersuchungen erforderlich.

Geht man davon aus, daß größere Trägerhöhen bei ansonsten identischer Anschlußkonfiguration eine Erhöhung der Traglasten nach sich ziehen, so kann man dann für das hier verwendete Rechenmodell den Rückschluß ziehen, daß die verallgemeinerte Annahme einer pauschalen kritischen Rißlänge  $a_{crit}$  unzulässig ist. Ihre Größe kann von weiteren Parametern, z. B. der Trägerhöhe  $H$ , abhängig sein.

Andererseits muß auch in Betracht gezogen werden, daß bei derartigen Anschlüssen das hier maßgebende Versagenskriterium nicht a priori eines auf der Grundlage der Bruchmechanik ist. So kann das Versagen natürlich auch auf der Grundlage von Nennspannungen basieren. Weiterhin ist es dann möglich, daß sich die Bestimmung der Traglast von Queranschlüssen in Abhängigkeit der hier auftretenden Vielzahl von Parametern sowohl als Spannungs- als auch als bruchmechanisches Problem darstellt. Dementsprechend sind dann Bruchlasten nach verschiedenen Versagenskriterien zu ermitteln und das jeweils Maßgebende herauszustellen.

Legt man für den solcherart „gemischten“ Versagensmechanismus für den Spröbruchanteil das hier gewählte Rechenmodell zugrunde, so wird deutlich, daß mit zunehmender Trägerhöhe die Wahrscheinlichkeit eines bruchmechanisch induzierten Versagens steigt. Dementsprechend muß bei Trägern mit geringer Höhe eher von einem anderen Versagensmechanismus ausgegangen werden. Das vorgestellte Rechenmodell erscheint für Träger mit niedriger Höhe somit weniger geeignet.

Diese Feststellung wird durch eine weitere Beobachtung untermauert. Bei Betrachtung der Abbildungen 6-5a und 6-7a wird eine unkorrekte Abbildung des Einflusses der relativen Anschlußhöhe (Verhältnis  $\alpha$ ) für Träger mit großen  $L/H$ -Verhältnissen deutlich. So wird hier<sup>101</sup> durch das Rechenmodell mit abnehmender Anschlußhöhe eine Steigerung der Traglast ermittelt. Dieses Ergebnis befindet sich in diametralem Verhältnis zu den Ergebnissen sämtlicher bekannter experimenteller Untersuchungen. Die Überschätzung der

---

<sup>101</sup> bei einreihigen Anschlüssen ( $m = 1$ ) für die Trägerhöhe  $H = 30$  cm ( $L/H \approx 27$ ) und bei zweireihigen Anschlüssen ( $m = 2$ ) für die Trägerhöhe  $H = 40$  cm ( $L/H = 20$ )

Tragfähigkeit von nah am beanspruchten Rand angeordneten Anschlüssen bei Trägern geringer Höhe nimmt außerdem mit zunehmender Anzahl der VM pro Reihe sowie bei zunehmend auflagenaher Anordnung stark zu. Durch die geringe Gesamtsteifigkeit des Trägers wird der Riß zunehmend überdrückt, d. h. die Abstände der Rißufer verringern sich und die Mode I-Beanspruchung wird dementsprechend kleiner. Geringe bruchmechanische Kennwerte sind für diese Konstellationen die Folge. Die so ermittelten Bruchlasten erscheinen wenig realistisch, für derartige Randbedingungen sind die Konzepte der LEBM somit nicht geeignet.

Mit zunehmender Trägerhöhe<sup>102</sup> wird auch durch das hier verwendete Rechenmodell eine zumindest qualitativ korrekte Abbildung des Einflusses der Anschlußhöhe erzielt, d. h. mit abnehmendem Abstand zum beanspruchten Rand wird die Tragfähigkeit des Anschlusses immer niedriger eingeschätzt. Allerdings ist die Quantität des Einfluß dieses Parameters von der Anzahl der VM-Reihen abhängig. Mit jeweils zunehmender Anzahl wirkt er sich stärker aus. So werden z. B. bei einreihigen Konfigurationen bei Anordnung des Anschlusses in einer relativen Höhenlage von  $\alpha = 0,2$  lediglich Abminderungen von ca. 8% der Bruchlast im Vergleich zur Anordnung in Höhe der Schwerachse ( $\alpha = 0,5$ ) zu erwarten sein. Bei vier VM-Reihen vergrößert sich die dem Rechenmodell entsprechende Abminderung auf ca. 20%.

Ob die Quantität dieses Einflusses damit korrekt abgebildet wird, läßt sich nicht o. W. einschätzen, da der direkte Vergleich mit Versuchergebnissen nicht möglich ist, da sämtliche bekannten Experimente an Trägern mit geringerer Höhe durchgeführt wurden. So kann z. B. MÖHLER in der Versuchsreihe A (Nägel) aus [105] für dieselben Randbedingungen eine Abminderung um ca. 50% feststellen. Bei einzelnen Experimenten mit Stabdübeln [105] werden hingegen keine nennenswerten Einflüsse der relativen Anschlußhöhe  $\alpha$  aufgezeigt.<sup>103</sup> Zur Verifizierung des Rechenmodells sind auch hinsichtlich dieses Parameters weitere Untersuchungen erforderlich.

---

<sup>102</sup> für einreihige Anschlüsse etwa ab einem Verhältnis  $L/H < 8$ ; bei mehrreihigen Anschlüssen bei Verhältnissen  $L/H < 15$

<sup>103</sup> so werden für die ansonsten gleich konfigurierten Versuche V3, V11, V12 und V19 trotz Variation von  $\alpha$  annähernd gleiche Bruchlasten ermittelt

Unter Einhaltung gewisser Mindesthöhen des Trägers (s.o.) ergibt sich klarerweise ein linearer Zusammenhang zwischen der Anzahl der VM pro Reihe und der Tragfähigkeit des Anschlusses. Für einreihige Anschlußkonfigurationen entspricht dieser Zusammenhang dem Verhältnis der auf die VM jeweils entfallenden Lastanteile. Bei mehrreihigen Anschlüssen entspricht das Verhältnis der Traglaststeigerung mit zunehmender Anzahl der Reihen nicht mehr dem Verhältnis der jeweiligen Lastanteile. Die Traglastserhöhung bei spaltenweiser Betrachtung stellt sich folgendermaßen dar:

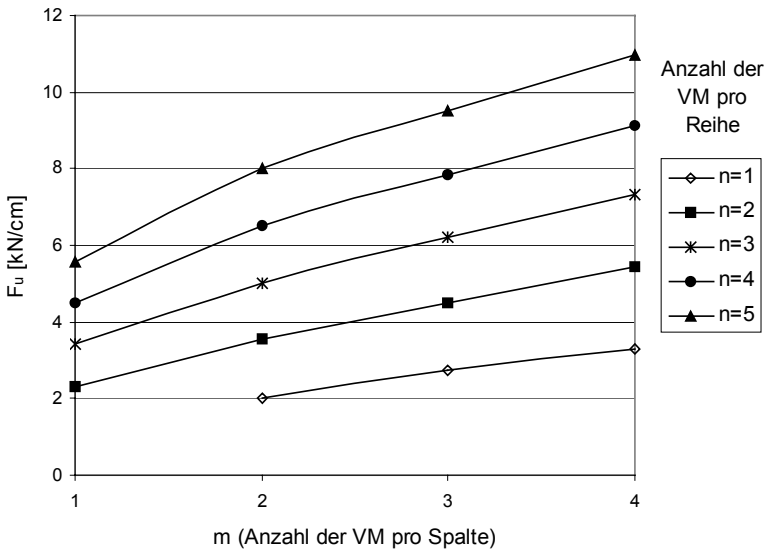


Abbildung 6-13 Bruchlasten für mehrreihige Anschlüsse in Abhängigkeit der Verbindungsmittelanzahl pro Spalte bezogen auf 1 cm Bauteildicke ( $H = 130 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 0,35$ )

Es kann konstatiert werden, daß die Traglaststeigerung infolge zusätzlicher VM-Reihen, im Unterschied zur Anordnung zusätzlicher Spalten, ungünstiger als das jeweilige Verhältnis der Lasteinleitung bezogen auf ein VM ist.

Dementsprechend wird auch im Vergleich mit den Abbildungen 6-5 bis 6-12 deutlich, daß die Traglastserhöhung infolge zusätzlicher in Reihe (n) angeordneter VM größer als bei zusätzlicher Anordnung in Spalten (m) ist. Dementsprechend

---

kann unter Zugrundelegung des gewählten Rechenmodells folgendes Konstruktionsprinzip für derartige Queranschlüsse abgeleitet werden:

⇒ *Eine Verteilung der Lasteinleitung auf mehrere VM in Faserrichtung ist unter Zugrundelegung des gewählten Rechenmodells grundsätzlich günstiger als die Verteilung quer zur Faserrichtung.*

So kann man überschläglich davon ausgehen, daß bei einer Anordnung zweier VM-Reihen anstatt einer die Traglaststeigerung ca. 50% beträgt. Eine weitere VM-Reihe erbringt in Abhängigkeit der Anzahl der VM pro Reihe<sup>104</sup> eine Steigerung der Tragfähigkeit von weiteren 25 bis 40%. Eine vierte VM-Reihe trägt dann zu weiteren 25 bis 40% Traglaststeigerung bei.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, daß sich die hier präsentierten Ergebnisse auf die getroffenen Annahmen beziehen. Bei möglichen Abweichungen im realen Bauteil, insbesondere in den Verbindungsmittelabständen, sind entsprechende Differenzen zu den hier gegebenen Lösungen zu erwarten. So kann man natürlich beim Vergleich mit experimentell bestimmten Bruchlasten genagelter Anschlüsse [105, 53] eine tendenzielle Überschätzung durch die in den vorangegangenen Abschnitten aufgezeigten Näherungslösungen feststellen. Dies liegt in den geringeren Mindestabständen, welche in den entsprechenden Normen für Nägel vorgesehen sind und den dadurch eintretenden Effekten der Beanspruchungsverstärkung begründet. Für Nägel ist das angegebene Näherungsschema (Abbildungen 6-5 bis 6-13) dann entsprechend zu modifizieren.

---

<sup>104</sup> je größer die Anzahl der VM pro Reihe, umso geringer wird die Steigerung der Traglast

## 7 SCHLUSSBETRACHTUNGEN

### 7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden theoretische Betrachtungen und numerische Rechnungen durchgeführt, um Möglichkeiten aufzuzeigen, auf der Grundlage von Versagenskriterien im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik die Tragfähigkeit von Queranschlüssen an Bauteilen aus Voll- und Brettschichtholz abzuschätzen.

Im Kapitel 1 der vorliegenden Arbeit erfolgen zunächst allgemeinere Erläuterungen zur Problemstellung sowie die Abgrenzung hinsichtlich der zu berücksichtigenden Art von Verbindungsmitteln einerseits und des anzuwendenden Konzepts zur Abschätzung der Tragfähigkeit dieser Anschlüsse andererseits. Zur Begrenzung des Aufwands der Modellbildung sowie der Möglichkeit des Auftretens verschiedener Versagensmechanismen wurden in den hier angestellten Untersuchungen ausschließlich stiftförmige Verbindungsmittel berücksichtigt.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird die Tragfähigkeit eines Queranschlusses allein durch die Beanspruchungen, welche durch die Krafteinleitung der Verbindungsmittel erzeugt werden, begrenzt. Die Tragfähigkeit der Verbindungsmittel selbst wurde a priori als hinreichend angenommen. Infolge des mehr oder minder spröden Versagensmechanismus und der Möglichkeit der Rißbehaftung dieser Bauteile kommen Konzepte der Linear-Elastischen Bruchmechanik zur Abschätzung der Tragfähigkeit dieser Anschlüsse grundsätzlich in Frage. Nach ausführlicher Diskussion bereits bekannter Lösungsansätze wird das Ziel der vorliegenden Arbeit, der Versuch der Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen mit Hilfe des sog. Spannungsintensitäts-Konzepts im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik, formuliert. Nach Kenntnis des Verfassers wurde dieser Ansatz für die zu untersuchende Problemklasse bislang nicht verwendet.

Die theoretischen Grundlagen des verwendeten Rechenmodells werden in komprimierter Form im Kapitel 2 dieser Arbeit dargestellt. Die Modellierung des Werkstoffs Holz erfolgt nach dem HOOKE'SCHEN Gesetz bei orthogonaler Anisotropie in ebener Formulierung. Für die zu untersuchende Problemklasse



---

werden die Rißsysteme RL und TL als relevant herausgestellt. Weiterhin werden die für das Verständnis der vorliegenden Arbeit nötigen Grundlagen der Bruchmechanik sowie das Integral von RICE dargestellt.

Die Darlegung der hier verwendeten Möglichkeit der Berechnung bruchmechanischer Kennwerte mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente sowie deren routinemäßigen Umsetzung ist Gegenstand von Kapitel 3. Schließlich erfolgt die Festlegung der verwendeten Materialkennwerte auf Grundlage einer extensiven Literaturrecherche.

Im Kapitel 4 dieser Arbeit werden Angaben zum hier verwendeten Rechenmodell gemacht. Dabei wird insbesondere auf die Modellbildung stiftförmiger Verbindungsmittel eingegangen. Dem Rechenmodell wird dabei grundsätzlich linear-elastisches Materialverhalten zu Grunde gelegt. Auf die explizite Modellierung der Verbindungsmittel wird hierbei verzichtet, die Lasteintragung durch diese wird durch äquivalente äußere Kräfte realisiert.

Wesentlicher Bestandteil der hier dargelegten Überlegungen ist die Annahme von Rissen im rechnerischen Modell. Dies betrifft insbesondere den Ort ihrer Entstehung, die Richtung ihrer Ausbreitung sowie deren Interaktion. Risse werden demzufolge im Rechenmodell an der Stelle der größten Querschnittsschwächung in Krafrichtung angenommen, als Rißausbreitungsrichtung kommt, analog zu ihrer Lage, infolge der besonderen Eigenschaften von Holz nur die Faserlängsrichtung in Frage. Weiterhin werden Risse hier immer paarweise am Bolzenlochrand gegenüberliegend mit gleicher Länge angenommen.

Bestimmender Parameter bei der Berechnung bruchmechanischer Kennwerte ist die Länge von Rissen. Zur Abschätzung des Einflusses der Rißlänge werden die bruchmechanischen Kennwerte bis zur Festlegung kritischer, im Kontext zum Versagensmechanismus stehender Größen derselben, zunächst allgemein als Funktion der Rißlänge berechnet.

Im Weiteren werden besondere Merkmale der hier untersuchten Problemklasse auf Notwendigkeit ihrer Berücksichtigung im Rechenmodell bzw. der Festlegung geeigneter Annahmen hin überprüft. Dies betrifft die Effekte des Bolzen-Loch-Spiels, der Reibung, der Holzfeuchte sowie die Annahme des Rißsystems. Im Verlauf der hier angestellten Untersuchungen hat sich herausgestellt, daß der Einfluß der Reibung vernachlässigbar ist. Weiterhin hat sich gezeigt, daß

mögliche Effekte des Bolzen-Loch-Spiels implizit durch die Realisierung der Einleitung äußerer Lasten berücksichtigt werden können. Durch die Verwendung der von NEUHAUS experimentell bestimmten Elastizitätskonstanten ist die Berücksichtigung der Holzfeuchtigkeit auch im mathematischen Modell möglich. Die hier angestellten Berechnungen haben ergeben, daß der Einfluß der Holzfeuchte auf die Berechnung bruchmechanischer Kennwerte der zu untersuchenden Problemklasse einen Einfluß im Bereich vernachlässigbarer Größenordnung besitzt. Allerdings muß hier darauf hingewiesen werden, das im verwendeten Rechenmodell Beanspruchungen, welche aus der Änderung der Holzfeuchtigkeit resultieren, nicht berücksichtigt wurden.

Weiterhin wurde der Einfluß der Annahme des Rißsystems quantifiziert. Dabei wurde festgestellt, daß ab Rißlängen von etwa 10 mm die Annahme eines RL-Rißsystems größere Spannungsintensitätsfaktoren liefert als die des TL-Rißsystems. Andererseits muß in diese Überlegungen einfließen, daß die kritischen Materialkennwerte, also die Bruchzähigkeiten, im RL-Rißsystem größer sind, als im TL-Rißsystem. Dieser Unterschied geht teilweise über das Verhältnis der Beanspruchungen hinaus, so daß im RL-Rißsystem leicht größere Traglasten (bis zu 7%) berechnet werden. Hierbei muß allerdings beachtet werden, daß im realen Bauteil kein reines Rißsystem vorliegt, sondern sog. Mischsysteme. Für diese Mischsysteme geben die meisten experimentellen Untersuchungen zur Bruchzähigkeit wiederum die größten Werte an. Dementsprechend kann also davon ausgegangen werden, daß die Annahme eines RL-Rißsystems bei Unkenntnis des tatsächlich vorliegenden Rißsystems für die weiteren Berechnungen also mittlere Werte der Tragfähigkeiten liefert.

Die Vergleichsrechnungen zum Einfluß der Annahme der Lasteinleitung am Bolzenlochrand haben gezeigt, daß die Annahme einer cosinusverteilten Linienlast einen geeigneten Kompromiß darstellt.

Bei der zu untersuchenden Problemklasse stellen zu erwartende Effekte der Rißwechselwirkung einen weiteren zu berücksichtigenden Aspekt dar, da praxisübliche Anschlüsse mit mehreren Verbindungsmitteln hergestellt werden und demzufolge die Existenz weiterer Risse realistisch ist. Bei den umfangreichen Untersuchungen zu dieser Thematik wurde bei der Quantifizierung ihrer Auswirkungen zwischen der Wechselwirkung horizontal und vertikal benachbarter Risse unterschieden. Zu den wichtigsten hierbei gewonnenen

Erkenntnissen zählt insbesondere, daß die Verstärkungseffekte neben der natürlichen Abhängigkeit vom Abstand der Verbindungsmittel darüberhinaus von der relativen Anschlußhöhe abhängig sind. D. h. geringe Anschlußhöhen bedeuten eine zusätzliche Erhöhung des Spannungsintensitätsfaktors. Weiterhin haben die hier durchgeführten Berechnungen gezeigt, daß bei relativen Anschlußhöhen von etwa unter 0,6 nicht mit einer Traglaststeigerung über den Durchriß (Vereinigung gegenüberliegender Risse horizontal benachbarter Verbindungsmittel) zu rechnen ist.

Bei der Betrachtung der Effekte der Rißwechselwirkung von Rissen an vertikal benachbarten Verbindungsmitteln ergeben sich außerdem Unsicherheiten in der Annahme der Rißpaarungen sowie der Verteilung der Lasteinleitung auf die Verbindungsmittel. Die Untersuchungen haben ergeben, daß das am weitesten vom beanspruchten Rand entfernte Verbindungsmittel allgemein maßgebend ist. Damit befinden sich die hier angestellten Berechnungen in Übereinstimmung mit den Ergebnissen experimenteller Untersuchungen. Weiterhin hat sich herausgestellt, daß bei Rissen etwa größer als 15 mm teilweise eine wechselseitige Abhängigkeit dieser Effekte vom Abstand der Verbindungsmittel untereinander und der Annahme der Rißpaarungen vorliegt. Für die Untersuchungen von Rißlängen größer des o. g. Wertes sollten auch an vertikal benachbarten Verbindungsmitteln Risse angenommen werden. Die Größe dieser Risse sollte dann kleiner als die derer am maßgebenden Verbindungsmittel sein, da die Annahme gleich langer Risse u. U. zu einer erheblichen Unterschätzung der Beanspruchung an der maßgebenden Rißspitze führen kann.

Im Kapitel 5 erfolgt dann die Formulierung der kritischen Belastung für das mathematische Modell, d. h. der Belastung, welche sich in Entsprechung der Bruchlast im realen Bauteil befindet. Die zunächst postulierte Definition der kritischen Belastung basiert auf dem Stabilitätskriterium des Rißwachstums im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik. Die dieser Belastung in der Funktion des Spannungsintensitätsfaktors der Rioffnungsart I entsprechende Rißlänge wird als kritisch bezeichnet. Bei diesem Vorgehen wird vereinbarungsgemäß vorausgesetzt, daß bereits Risse geringer Größe vorhanden sind. Die Ursache ihrer Entstehung wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht explizit hinterfragt.

Zur Verifizierung dieser Formulierung erfolgt darauf der Vergleich mit experimentellen Untersuchungen. Hierzu werden die Versuchsreihen aus Trento [15, 16] und Karlsruhe [105, 108, 53] herangezogen.

Für die Versuche von BALLERINI kann grundsätzlich eine gute Übereinstimmung mit der hier für das Rechenmodell formulierten kritischen Belastung festgestellt werden. Dies gilt insbesondere für die Versuchsreihe 1, wobei ausschließlich Anschlüsse mit einem einzigen Verbindungsmittel (Stabdübel) hergestellt wurden. Eine Ausnahme bilden dabei Verbindungen, welche oberhalb der Schwerachse des Trägers ( $\alpha > 0,5$ ) angeschlossen wurden.

Im Zusammenhang mit den Vergleichsrechnungen zur Versuchsreihe 2 wurde eine weitere wichtige Fragestellung aufgeworfen. Es handelt sich dabei um die Annahme der Lasteinleitung bei mehreren in Krafrichtung hintereinander angeordneten Verbindungsmitteln. Bei experimentellen Untersuchungen wird immer wieder festgestellt, daß diese Lasteinleitung, insbesondere als Folge von Herstellungsungenauigkeiten, im realen Bauteil ungleichmäßig erfolgt. Leider beziehen sich diese Untersuchungen zum weitaus größten Teil auf Kraft-Faser-Winkel von  $0^\circ$ . So konnte vom Verfasser im Schrifttum lediglich ein Verweis auf eine derartige Untersuchung bei einer Belastung quer zur Faserrichtung gefunden werden. Zur Abschätzung des Einflusses einer möglichen ungleichmäßigen Lasteinleitung wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine gewichtete Verteilung, welche aus dem Ansatz von EHLBECK [56] zum Anteil des querzugbeanspruchten Anteils für die vorliegende Problemklasse entwickelt wurde, abgeleitet. Die diesem Ansatz entsprechende Lasteinleitung wurde hier mit dem hypothetischen Fall einer gleichmäßigen Lasteinleitung verglichen. Im Zuge dieser Vergleiche hat sich gezeigt, daß die Größenordnung dieses Einflusses auf die Berechnung bruchmechanischer Kennwerte, insbesondere des den Versagensmechanismus im Wesentlichen bestimmenden Spannungsintensitätsfaktor  $K_I$ , wiederum von anderen Parametern, hauptsächlich der Trägerhöhe, dem Abstand der Verbindungsmittel untereinander sowie dem Verhältnis  $\alpha$  abhängig ist. Als bestimmend kann man den relativen Abstand des Schwerpunkts der Lasteinleitung, bezogen auf die Trägerhöhe, zur maßgebenden Rißspitze ausmachen. Mit zunehmender Trägerhöhe wird der Unterschied in der Verteilung der Lasteinleitung somit zur vernachlässigbaren Größe.

Bei praxisüblichen Anschlüssen, dies bedeutet, daß die Anschlüsse unter Verwendung mehrerer Verbindungsmittel hergestellt wurden, insbesondere bei mehrreihigen Anschlüssen, werden im Vergleich zu einzelnen Verbindungsmitteln qualitativ andere Funktionen des Spannungsintensitätsfaktors  $K_I$  berechnet.

Dies bedeutet insbesondere, daß hier durch die grundsätzlich verschiedene Anordnung von Belastung und maßgebendem Riß zueinander eine Formulierung der kritischen Belastung (Bruchlast) auf der Grundlage von Stabilitätsbetrachtungen des Rißwachstums nicht mehr möglich ist. Eine Ausnahme bilden hier unter bestimmten Umständen einreihige Anschlüsse.

Weiterhin wird in diesem Kapitel aufgezeigt, daß für die vorliegende Problemklasse das allgemein anerkannte Versagenskriterium von WU [163] in ingenieurmäßiger Vereinfachung durch das Kriterium von WILLIAMS [161] ersetzt werden kann. Dies begründet sich darin, daß der Anteil der Mode II – Beanspruchungen unter Voraussetzung der hier angenommenen kritischen Materialkennwerte (Bruchzähigkeiten) bei Anwendung des Kriteriums nach WU bei üblichen Queranschlüssen zumeist erheblich unter 10% liegt. Schließlich werden in Abhängigkeit der Anschlußkonfiguration kritische Rißlängen angegeben. Für einzelne Verbindungsmittel kann dafür ein einfacher Zusammenhang in Abhängigkeit der Trägerhöhe und des Verhältnisses  $\alpha$  angegeben werden. Für Anschlußkonfigurationen mit mehreren Verbindungsmitteln muß aufgrund der hier fehlenden Möglichkeit einer theoretisch fundierten Ableitung eine Abschätzung dieser Größe anhand bekannter Ansätze oder aber durch Rückschluß aus experimentellen Untersuchungen erfolgen.

Kapitel 6 schließlich hat die Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen zum Inhalt. Zunächst wird die in Kapitel 5 erfolgte Definition der kritischen Belastung diskutiert. Infolge der Unterschiedlichkeit der Beanspruchungssituation in Abhängigkeit der Rißlänge zwischen einem einzelnen Verbindungsmittel und derer von Verbindungsmittelgruppen bedingt durch die Verschiedenartigkeit der Belastungsanordnung zum Riß wird auf die Erforderlichkeit der Modifikation einer solchen Festlegung für praxisübliche Anschlüsse gefolgert. Entsprechend einer Grundaufgabe der bruchmechanischen Bauteilbewertung muß zunächst die Festlegung einer gegebenen, als kritisch

erachteten Rißlänge erfolgen. Zu diesem Zweck wurden hier experimentelle Untersuchungen aus Karlsruhe [105, 108, 53] herangezogen. Unter Abwägung ingenieurmäßiger Aspekte wurde schließlich für derartige Anschlüsse eine kritische Rißlänge von 6 mm festgelegt. Diese Rißlänge entspricht unter Zugrundelegung der hier verwendeten Materialkennwerte im Mittel dem Ansatz von GUSTAFSSON (Gleichung 4.1) für eine halbumendliche Scheibe mit Innenriß. Allerdings wird durch diese Festlegung die Anwendbarkeit der hier erfolgten Abschätzung der Tragfähigkeit praxisüblicher Anschlüsse auf Stabdübel, Bolzen und vorgebohrte Nägel beschränkt. Beim Einsatz nicht vorgebohrter Nägel ist ab einem Durchmesser von 3,4 mm mit einer Rißlänge infolge Nageltreiben zu rechnen, welche größer als die hier festgelegte kritische Größe ist. Für diese Verbindungsmittel ist dann eine entsprechende Modifikation dieses Ansatzes vorzusehen.

Für einzelne Verbindungsmittel wird schließlich ein einfacher formelmäßiger Zusammenhang zur Ermittlung der Bruchlast hergestellt. Zur Abschätzung der Bruchlast von praxisüblichen Anschlüssen mussten zunächst einige Annahmen getroffen werden, um die mannigfaltigen Möglichkeiten, welche bei der Herstellung dieser Anschlüsse in der Baupraxis bestehen, einzuschränken. Es sei bei der Anwendung der hier aufgezeigten Abschätzung der Bruchlasten darauf hingewiesen, daß bei erheblichen Abweichungen von diesen Annahmen, insbesondere bezüglich der Anzahl und der Anordnung sowie in den Verbindungsmittelabständen ebenfalls mit Abweichungen von den tatsächlichen Bruchlasten zu rechnen ist. Weiterhin sei bemerkt, daß diesem Ansatz die im Rahmen der vorliegenden Arbeit angenommenen Materialkennwerte (Bruchzähigkeiten) zu Grunde liegen.

In der Diskussion der erzielten Ergebnisse wird deutlich, daß die Bruchlasten praxisüblicher Anschlüsse in der Hauptsache von der Anzahl und Anordnung der Verbindungsmittel abhängig sind. Die Trägerhöhe hat einen sehr geringen Einfluß auf die so ermittelten Bruchlasten. Bei Trägern mit relativ geringer Höhe, insbesondere bei geringem Abstand zum belasteten Rand, führen Tragfähigkeitsbetrachtungen im Rahmen der Linear-Elastischen Bruchmechanik offenbar zu unrealistischen Ergebnissen.

Außerdem werden hier noch weitere Einflüsse auf die Tragfähigkeiten derartiger Anschlüsse diskutiert. Dazu zählen die Trägerlänge, der Ort bezüglich der

Längsachse sowie zusätzliche Lasten. Es hat sich dabei gezeigt, daß der Einfluß dieser Parameter, mit Ausnahme des Einflusses zusätzlicher Lasten unter bestimmten Bedingungen, marginal ist. Eine Berücksichtigung dieser Parameter ist im Rahmen einer ingenieurmäßigen Bauteilbewertung somit vernachlässigbar.

## 7.2 Ausblick

Da die hier aufgezeigten Untersuchungen ausschließlich theoretischer Natur sind, bieten sich zur Absicherung dieses Ansatzes ungedingt experimentelle Untersuchungen an. In die Vorbereitung und Durchführung dieser Versuchsreihen können dabei folgende Überlegungen einfließen:

- Im Experiment sind vornehmlich praxisübliche Anschlußkonfigurationen zu untersuchen. D. h. es sollten in der Hauptsache Konfigurationen von Verbindungsmitteln untersucht werden, welche im Kontext zur Baupraxis und den entsprechenden Normen stehen. Die Versuchsreihen sind hinsichtlich ihrer Randbedingungen und Umfänge so zu gestalten, daß die Einflüsse bestimmender Parameter (z. B.  $\alpha$ , H, Anordnung der VM) eindeutig quantifiziert werden können.
- Es sollte dabei unbedingt die Bestimmung der Materialkennwerte, insbesondere der Bruchzähigkeiten am Originalmaterial erfolgen.
- Eine genaue Beobachtung des Versagensmechanismus am physikalischen Modell, auch im vorkritischen Bereich, kann zur Absicherung von Annahmen bezüglich kritischer Belastungen herangezogen werden. Besondere Aufmerksamkeit ist in diesem Zusammenhang der Ribbildung und des Ribwachstums zu widmen. Die hier verwendeten diesbezüglichen Annahmen sind dahingehend einer Überprüfung zu unterziehen, ggf. sind Einflüsse aus Änderungen der Holzfeuchtigkeit zu berücksichtigen. Weiterhin sind Grundlagen zur Schaffung einer vereinheitlichten Festlegung hinsichtlich der Begrifflichkeit einer kritischen Bauteilbelastung zu schaffen. Im Zuge bruchmechanischer Betrachtungen kann dies auf kritische Größen der Riblänge erweitert werden.

Die vorliegende Arbeit hat aufgezeigt, daß eine Abschätzung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen mit Konzepten der Linear-Elastischen Bruchmechanik unter bestimmten Umständen möglich ist. Dennoch haben diese

Untersuchungen auch ergeben, daß für bestimmte Konfigurationen eine solche Abschätzung zu unrealistischen Ergebnissen führen kann.

Im Hinblick auf die Vielzahl der den Versagensmechanismus dieser Anschlüsse bestimmenden Parameter, und dies im Kontext der erheblichen Variationsbreite der Ausführungsvarianten, muß davon ausgegangen werden, daß hier kein einheitliches Versagenskriterium die Abschätzung der Tragfähigkeit aller denkbarer Varianten dieser Anschlüsse korrekt ermöglicht. Vielmehr ist der Verfasser der Ansicht, daß für bestimmte Anschlußkonfigurationen die Sensitivität zu Versagenskriterien auf der Grundlage von Spannungen größer, für andere wiederum die Bestimmung der Bruchlasten mit Hilfe von Konzepten der Bruchmechanik geeigneter ist.

Dementsprechend ist für zukünftige Arbeiten zu dieser Thematik die Berücksichtigung von Versagenskriterien auf der Grundlage beider Konzepte anzustreben und zu bewerten. Basierend auf diesen Erkenntnissen sind dann entsprechende Bemessungsvorschläge abzuleiten bzw. bekannte Ansätze zu modifizieren.



## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] AGARWAL: "Static Strength Prediction of Bolted Joint in Composite Material" In: Journal of the American Institute of Aeronautics and Astronautics, 18. Jg. (1980), H. 11, S. 1371-1375.
- [2] AICHER, REINHARDT: "Einfluß der Bauteilgröße in der linearen und nicht-linearen Bruchmechanik" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 51. Jg. (1993), S. 215-220.
- [3] AICHER, REINHARDT, KLÖCK: "Nichtlineares Bruchmechanik-Maßstabsgesetz für Fichte bei Zugbeanspruchung senkrecht zur Faser" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 51. Jg. (1993), S. 385-394.
- [4] AICHER: "Bruchenergien, kritische Energiefreisetzungsraten und Bruchzähigkeiten von Fichte bei Querzug" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 52. Jg. (1994), S. 361-370.
- [5] AICHER, BOSTRÖM, GIERL, KRETSCHMANN, VALENTIN: "Determination of Fracture Energy of Wood in Mode II" RILEM TC 133 Report, Boras, 1997.
- [6] ALIABADI, ROOKE: "Numerical Fracture Mechanics" Dordrecht/Boston/London (Kluwer Academic Publishers), 1991. (aus: Solid Mechanics And Its Applications)
- [7] ALTENBACH, WILTINGER: "Anwendung numerischer Methoden in der Bruchmechanik" In: Technische Mechanik, Jg. 1981, H. 2, S. 54-64.
- [8] ALTENBACH, SACHAROV: "Die Methode der Finiten Elemente in der Festkörpermechanik" Leipzig, Kiev (VEB Fachbuchverlag), 1982.
- [9] ALTENBACH, ELTZE, ALTENBACH, BRANDT: "Schädigungsmechanik" Literaturzusammenstellung, TU „Otto von Guericke“ Magdeburg, 1989.
- [10] ALTENBACH, FISCHER: Finite-Elemente-Praxis, Leipzig (Fachbuchverlag Leipzig), 1991.
- [11] ANDERSCH: "Verifizierung von Auswerterroutinen zur Ermittlung des Rice'schen Linienintegrals bei gemischter Beanspruchung und orthotropem Materialverhalten" Studienarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2000.
- [12] ANDERSCH: "Zur Tragfähigkeit von Queranschlüssen nach Kriterien der LEBM" Untersuchung des numerischen Modells hinsichtlich der Relevanz verschiedener Einflüsse Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2000.
- [13] ARGYRIS, MLEJNEK: "Die Methode der Finiten Elemente" Braunschweig (Vieweg), 1986.
- [14] ASTM COMMITTEE E-24 ON FRACTURE TESTING (Hrsg.): Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials ASTM E399-91, 1991.
- [15] BALLERINI, PIAZZA: "Experimental Tests on perpendicular to the grain Joints" Aus: Natterer, Sandoz (Editor): Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering" Volume 2 Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 169-176 (2).
- [16] BALLERINI: "A new Set of experimental Tests on Beams loaded perpendicular-to-Grain by dowel-type Joints" Aus: International Council For Research And Innovation In Building And Construction (Hrsg.): Proceedings of the CIB-W 18 Meeting Timber Structures, Graz, 1999. Paper 32-7-2.
- [17] BARRETT, FOSCHI, FOX: "Perpendicular-to-Grain Strength of Douglas-Fir" In: Canadian Journal of Civil Engineering, 2. Jg. (1975), H 1, S. 25-37.
- [18] BARSOUM: "On the Use of Isoparametric Finite Elements in Linear Fracture Mechanics" In: International Journal for Numerical Methods in Engineering, 10. Jg. (1976), S. 25-37.

- [19] BARSOUM: "Triangular Quarter Point Elements as Elastic and Perfectly Plastic Crack Tip Elements" In: Journal for Numerical Methods in Engineering, 10. Jg. (1977), S. 85-98.
- [20] BATHE: "Finite-Elemente-Methoden" Berlin (Springer), 1986.
- [21] BAZANT: "Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal." In: Journal of Engineering Mechanics, 110. Jg. (1984), S. 518-535.
- [22] BERGER: "Beitrag zur Spannungsberechnung mit Hilfe der Methode der finiten Elemente auf der Grundlage von dreidimensionalen Verschiebungsmodellen" Dissertation, TH „Otto von Guericke“ Magdeburg, 1982.
- [23] BERGER: "Entwicklung kleinrechnerorientierter Pre- und Postprozessorsysteme im Rahmen des COSAR-Projektes" In: Technische Mechanik, 9. Jg. (1988), H. 1, S. 93-100.
- [24] BLAß: "Verbindungen mit mehreren Verbindungsmitteln" STEP C 15 Aus: AG Holz e.V. (Hrsg.): Structural Timber Education Programme, Pt. 1 - Bemessung und Baustoffe- Düsseldorf (Fachverlag Holz) 1995. Art. C15 (Holzbauwerke nach EC 5).
- [25] BLAß (Koord.): Structural Timber Education Programme -Holzbauwerke Originaltexte- Step 4: Eurocode 5 - Nationales Anwendungsdokument- Düsseldorf/Karlsruhe (Fachverlag Holz), 1995. (Info-Dienst Holz)
- [26] BLAß, SCHMID: "Tensile Strength Perpendicular to Grain According to EN 1193" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): Proceedings of the CIB-W 18 Meeting, Savonlinna, 1998. Paper 31-6-2.
- [27] BLAß, SCHMID: "Ermittlung der Querkzugfestigkeit von Voll- und Brettschichtholz" Stuttgart (Fraunhofer IRB Verlag), 1998.
- [28] BLUMENAUER, PUSCH: "Technische Bruchmechanik" Leipzig (VEB Deutscher Verlag für Grundstoff-industrie), 1985.
- [29] BODIG, JAYNE: "Mechanics of Wood and Wood Composites" Malabar (Krieger Pub. Co.), 1993.
- [30] BOONE, WAWRZYNEK, INGRAFEEA: "Finite Element Modelling of Fracture Propagation in Orthotropic Materials" In: Engineering Fracture Mechanics, 26. Jg. (1987), H. 2, S. 185-201.
- [31] BOSTRÖM: "Application Of Fracture Mechanics To Timber Structures" Part II Aus: IUFRO S5.02 (Hrsg.): "Proceedings for the 1990 Conference" Volume I, St. John + Montreal, 1990. S. 170-207.
- [32] BOSTRÖM: "The Compact Tension Test used on Wood" -An Analysis of a testing method- Aus: IUFRO S5.02 (Hrsg.): "Proceedings for the 1990 Conference" Volume I, St. John + Montreal, 1990. S. 260-272.
- [33] BOSTRÖM: "Method for determination of the softening behaviour of wood and the applicability of a nonlinear fracture mechanics model" Dissertation, Lund, 1992.
- [34] BOSTRÖM: "Draft recommendation for determination of fracture energy in forward shear along the grain in wood" RILEM Draft Recommendation In: Materials + Structures, 28. Jg. (1995), S. 482-487.
- [35] BOSTRÖM: "The tapered End-Notched Flexure (TENF) Specimen for Measurements of Fracture Energy in Mode II", Proceedings of the Int. COST 508 Wood Mechanics Conference, Gold Coast, 1996. S. 633-644.
- [36] CARTWRIGHT, PARKER: "Opening mode stress intensity factor for cracks in pin-loads joints" In: International Journal of Fracture, 18. Jg. (1982), H. 1, S. 65-78.
- [37] CHAPLAIN, VALENTIN: "Fracture mechanics analysis of delayed failure of notched beams" Aus: Universität Stuttgart (Hrsg.): Proceedings of the International Conference on WOOD AND WOOD FIBER COMPOSITES, Stuttgart 2000. S. 159-170.

- [38] CHEONG, HONG: "Analyses Of Cracks Emanating From A Circular Hole In An Orthotropic Plate Under Mixed Mode Deformation" In: Engineering Fracture Mechanics, 31. Jg. (1988), H. 2, S. 237-248.
- [39] CHEONG, HONG: "Analysis Of Cracks Emanating From A Circular Hole In [0/90] Laminates Under Various Boundary Conditions" In: Engineering Fracture Mechanics, 32. Jg. (1989), H. 6, S. 923-934.
- [40] CHEREPANOV: "Crack Propagation in Continuous Media" In: Journal of Applied Mechanics and Mechanics, 31. Jg. (1967), S. 503-512.
- [41] CHIANG, ROWLANDS: "Finite Element Analysis of Mixed-Mode Fracture of Bolted Composite Joints" In: Journal of Composites Technology & Research, 13. Jg. (1991), H. 4, S. 227-235.
- [42] COWIN: "On the Strength Anisotropy of Bone and Wood" In: Journal of Applied Mechanics, 46. Jg. (1979), H. 12, S. 832-838.
- [43] CRAMER: "Load Distribution In Multiple-Bolt Tension Joints" In: Journal Of The Structural Division, 94. Jg. (1968), H. 5, S. 1101-1117.
- [44] DAUDEVILLE, YASUMURA, LANVIN: "Fracture of Wood in Tension perpendicular to the grain: Experiment and numerical Simulation by damage mechanics" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers, Copenhagen, 1995. Paper 28-19-1.
- [45] DAUDEVILLE, YASUMURA: "Failure analysis of timber bolted joints by fracture mechanics" In: Materials + Structures, 29. Jg. (1996), S. 418-425.
- [46] DAUDEVILLE, DAVENNE, YASUMURA: "Failure Analysis Of Single-Bolt Joints" Aus: International Council For Research And Innovation In Building And Construction, Working Commission W18 - Timber Structures (Hrsg.): "List- of Papers" Vancouver, 1997. Paper 30-19-1.
- [47] DAUDEVILLE, YASUMURA: "Design and Analysis of bolted Timber Joints under lateral force perpendicular to grain" Aus: International Council For Research And Innovation In Building And Construction (Hrsg.): Proceedings of the CIB-W 18 Meeting Timber Structures, Graz, 1999. Paper 32-7-3.
- [48] DAUDEVILLE: "Fracture in spruce: experiment and numerical analysis by linear and nonlinear fracture mechanics" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 57. Jg. (1999), H. 6, S. 425-432.
- [49] DAUDEVILLE, DAVENNE, YASUMURA: "Prediction of the load carrying capacity of bolted timber joints" In: Wood Science, 33. Jg. (1999), H. 1, S. 15-29.
- [50] DIN 1052, NORMENAUSSCHUB BAUWESEN (Hrsgb.): DIN 1052 - Holzbauwerke- Teil 2: Mechanische Verbindungen Berlin, Wien, Zürich (Beuth), 1994.
- [51] E DIN 1052, BLAB ET. AL.: DIN 1052 Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken Düsseldorf (Fachverlag Holz), 2000.
- [52] EDLUND: "Bruchhypothesen für orthotropes Material" Aus: Ehlbeck, Steck (Hrsg.): "Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis" -Karl Möhler gewidmet- Karlsruhe (Bruderverlag), 1982. S. 17-22.
- [53] EHLBECK, GÖRLACHER: "Tragverhalten von Queranschlüssen mittels Stahlblechformteilen, insbesondere Balkenschuhen, im Holzbau" Karlsruhe, 1983. (Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine)
- [54] EHLBECK, GÖRLACHER: "Zum Quer-zugnachweis bei Anschlüssen mittels Stahl-blechformteilen" In: Bauen mit Holz, Jg. 1985, H. 7, S. 468-473.
- [55] EHLBECK, GÖRLACHER: "Querzuggefährdete Anschlüsse mit Nagelplatten" Aus: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.): HOLZBAU-STATIK-AKTUELL, Informationen zur Berechnung von Holzkonstruktionen Düsseldorf (Bruder-Verlag), 1976-1992. (Info-Dienst Holz) S. 8-12.
- [56] EHLBECK, GÖRLACHER, WERNER: "Determination of

- perpendicular-to-grain Tensile Stresses in Joints with Dowel-Type Fasteners" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers, Berlin (Ost), 1989. Paper 22-7-2.
- [57] EHLBECK, GÖRLACHER, WERNER: "Empfehlung zum einheitlichen genaueren Querkzugnachweis für Anschlüsse mit mechanischen Verbindungsmitteln" In: Bauen mit Holz, Jg. 1991, S. 825-828.
- [58] EHLBECK, KÜRTH: "Bewertung eines neuen Bemessungskonzeptes für ausgeklinkte Träger auf der Grundlage der Bruchmechanik" Karlsruhe, 1992. (Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine)
- [59] EHLBECK, GÖRLACHER: "Querkzugbeanspruchung bei Anschlüssen" Aus: AG Holz e.V. (Hrsg.): Structural Timber Education Programme Pt. 1 - Bemessung und Baustoffe- Düsseldorf (Fachverlag Holz) 1995. Art. C 2.
- [60] EHLBECK, WERNER: "Bolzen- und Stabdübelverbindungen I" Aus: AG Holz e.V. (Hrsg.): Structural Timber Education Programme Pt. 1 - Bemessung und Baustoffe- Düsseldorf (Fachverlag Holz) 1995. Art. C 6.
- [61] FONSELIUS, RIIPOLA: "Determination Of Fracture Toughness For Wood" In: Journal of Structural Engineering, 118. Jg. (1992), H. 7, S. 1727-1739.
- [62] FOSCHI, LONGWORTH: "Analysis And design Of Griplam Nailed Connections" In: Journal Of The Structural Division, 101. Jg. (1975), H. 12, S. 2537-2555.
- [63] FOSCHI, FOLZ, YAO: "Reliability-Based Design of Wood Structures" Aus: Department of Civil Engineering (Hrsg.), Report No. 21, Vancouver (Uni of British Columbia), 1989.
- [64] FRITZSCHE: "Biegeträger mit Kerbe" - Der Einfluß von zugseitigen Randkerben auf die Tragfähigkeit von BSH- Dissertation, München, 1985.
- [65] GABBERT: "COSAR - Ein bewährtes System für die Forschung und Praxis" In: Technische Mechanik, 11. Jg. (1990), H 3, S. 125-136.
- [66] GRANDT: "Stress intensity factors for some through-cracked fastener holes" In: International Journal of Fracture, 11. Jg. (1975), S. 283-294.
- [67] GROSS: "Bruchmechanik" Berlin-Heidelberg-New York (Springer), 1996.
- [68] GUSTAFSSON: "A study of strength of notched beams" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers Vancouver, 1988. Paper 21-10-1
- [69] GUSTAFSSON: "Application Of Fracture Mechanics To Timber Structures" Part III Aus: IUFRO S5.02 (Hrsg.): "Proceedings for the 1990 Conference" Volume I, St. John + Montreal, 1990. S. 210-233.
- [70] GUSTAFSSON: "EC 5 Draft Design Criterion For Notched Beams" Aus: Proceedings of the Int. Timber Engineering Conference 1991, London. S. 1.66-1.74.
- [71] HAASE: "Durchbrüche in BSH-Trägern: Spannungstheoretische und bruchmechanische Untersuchungen" Dissertation, Berlin, 1997.
- [72] HAHN: Bruchmechanik -Einführung in die theoretischen Grundlagen- Stuttgart (B.G. Teubner), 1976.
- [73] HANKINSON: "Investigation of Crushing Strength of Spruce at Varying Angles of Grain" o.O. 1921. (Air Service Information Circular III)
- [74] HELLMUNDT: "Beitrag zur Erfassung des Beanspruchungszustands im Bereich von mit mechanischen Verbindungsmitteln hergestellten Queranschlüssen bei Voll- und Brettschichtholzträgern" Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2000.
- [75] HENSHELL, Shaw: "Crack Tip Finite Elements Are Unnecessary" In: International Journal for Numerical Methods in Engineering, 9. Jg. (1975), S. 495-507.
- [76] HILSON: "Nagelverbindungen I" Aus: AG Holz e.V. (Hrsg.): Structural Timber Education Programme Pt. 1 - Bemessung

- und Baustoffe- Düsseldorf (Fachverlag Holz), 1995. Art. C4/1-C4/8.
- [77] HOFFMANN: "The Brittle Strength of Orthotropic Materials" In: Journal of Composite Materials, 1. Jg. (1967), S. 200-206.
- [78] ISHIKAWA, KITAGAWA, OKAMURA: "J-Integral of a Mixed-Mode Crack and its application" Aus: Mechanical Behaviour of Materials, Volume 3, Cambridge, 1979. S. 447-455.
- [79] JOB, NAVI: "Microscopic analysis of crack propagation in softwood, mode I + II" Aus: Proceedings of the Int. COST 508 Wood Mechanics Conference, Stuttgart, 1996. S. 542-554.
- [80] JORISSEN: "Double Shear Timber Connections With Dowel Type Fasteners" Dissertation, Delft (Delft University Press), 1998.
- [81] KARLSSON, BÄCKLUND: "Summary of SIF design graphs for cracks emanating from circular holes" In: International Journal of Fracture, 14. Jg. (1978), H. 6, S. 585-596.
- [82] KASAL: "Numerical Modeling of Wood Structures - Benefits and Drawbacks" Aus: Natterer, Sandoz (Editor): Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 472-477.
- [83] KEYLWERTH: "Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer" VDI-Forschungsheft Nr. 470, Düsseldorf (Deutscher Ingenieur-Verlag), 1951. (VDI-Forschungshefte)
- [84] KHAROUF, McCLURE, SMITH: "Stress Analysis of One- and Two-Bolt Timber Connections" Aus: Natterer, Sandoz (Hrsg.): Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 329-336.
- [85] KHAROUF, TAN, SMITH, McCLURE: "Application of Fracture Theories to predict the strength of bolted timber connections" Aus: Natterer, Sandoz (Editor) (Hrsg.): Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 814-815.
- [86] KHAROUF, McCLURE, SMITH: "Fracture Modelling of Bolted Connections in Wood and Composites" In: Journal of Materials in Civil Engineering, 11. Jg. (1999), H. 4, S. 345-352.
- [87] KIENZLER: "Konzepte der Bruchmechanik" -Integrale Bruchkriterien- Braunschweig, Wiesbaden (Friedrich Vieweg & Sohn), 1993.
- [88] KIM, KIM: "Finite element analysis of laminated composites with contact constraint by extended interior penalty methods" In: International Journal for Numerical Methods in Engineering, 36. Jg. (1993), S. 3421-3439.
- [89] LANTOS: "Load Distribution in a Row of Fasteners Subjected to Lateral Load" In: Wood Science, 3. Jg. (1969), H. 1, S. 129-136.
- [90] LARSEN, GUSTAFSON: "The Fracture Energy of Wood Tension perpendicular to the grain" -Results from a joint testing Project- Aus: Working Commission W18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 1990-Meeting Papers Lissabon. Paper 23-19-2.
- [91] LARSEN, GUSTAFSSON: "The Fracture Energy of Wood in Tension perpendicular to the Grain" Aus: Working Commission W18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 1991-Meeting Papers, Oxford. Paper 24-19-1.
- [92] LAU: "Factors Affecting Crack Formation In Wood As A Result Of Nailing" Aus: Hoffmeyer (Editor): Proceedings of the IUFRO S5.02 Timber Engineering Conference, Bordeaux (TU Lyngby), 1992. S. 250-259.
- [93] LEICESTER: "Application of Linear Fracture Mechanics in the Design of Timber Structures" Aus: Proc. o. t. Conf. Australian Fractured Group 23, 1974. S. 156-164.

- [94] LIU: "Evaluation of the Tensor Polynomial Strength Theory for Wood" In: Journal of Composite Materials, 18. Jg. (1984), H. 5, S. 216-226.
- [95] LISCHKE: "Elastomechanisches Verhalten von Fichtenholz unter Einbeziehung der räumlichen Werkstoffstruktur" In: Der Bauingenieur, 59. Jg. (1984), H. 1, S. 67-71.
- [96] LOGEMANN: "Abschätzung der Tragfähigkeit von Holzbauteilen mit Ausklinkungen und Durchbrüchen" Dissertation, Hannover, 1991.
- [97] LOGEMANN, SCHELLING: "Die Bruchzähigkeit von Fichte und ihre wesentlichen Einflußparameter" Untersuchungen im Mode I In: Holz als Roh- und Werkstoff, 50. Jg. (1992), H. 1, S. 47-52.
- [98] LOGEMANN, SCHELLING: "Die Bruchzähigkeit von Fichte und ihre wesentlichen Einflußparameter" Untersuchungen im Mode II In: Holz als Roh- und Werkstoff, 50. Jg. (1992), H. 2, S. 117-121.
- [99] MALL, MURPHY, SHOTTAFER: "Criterion For Mixed Mode Fracture In Wood" In: Journal of Engineering Mechanics, 109. Jg. (1983), H. 3, S. 680-689.
- [100] MASUDA: "Theoretical Consideration On Fracture Criteria Of Wood" In: Bulletin of the Kyoto University Forests, 1986, S. 241-250.
- [101] MASUDA: "Theoretical Consideration On Fracture Criteria Of Wood" -Proposal Of Finite Small Area Theory- In: Proc. of the Int. Timber Engineering Conference 1988, Seattle, S. 584-595.
- [102] MASUDA: " Application of the Finite Small Area Fracture Criteria to Bending of Beams with End Sloped Notches" In: Proc. of the Int. Timber Engineering Conference 1996, New Orleans, S. 136-141 (4).
- [103] MASUDA: " Fracture analysis of bolted joints using the finite small area criterion" In: Proc. of the Int. Timber Engineering Conference 1998, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), S. 321-328 (2).
- [104] METTEM, PAGE: "Load Distributions In Multiple-Fastener Bolted Joints In European Whitewood Glulam, With Steel Plates" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers Ahus 1992. Paper 25-7-12.
- [105] MÖHLER, LAUTENSCHLÄGER: "Großflächige Queranschlüsse bei Brettschichtholz" Untersuchungen im Auftrag der EGH in der DGfH, Karlsruhe, 1978.
- [106] MÖHLER: "Stresses perpendicular to grain" Aus: International Council For Research And Innovation In Building And Construction, Working Commission W18 - Timber Structures (Hrsg.): List of Papers, Wien, 1979. Paper 11-6-2.
- [107] MÖHLER, HEMMER: "Spannungskombination bei Brettschichtträgern mit geneigten Rändern" Aus: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.): HOLZBAU-STATIK-AKTUELL, Informationen zur Berechnung von Holzkonstruktionen Düsseldorf (Bruder-Verlag), 1976-1992. Teil 5, S.6-8 (Info-Dienst Holz).
- [108] MÖHLER, SIEBERT: "Ausbildung von Queranschlüssen bei angehängten Lasten an Brettschichtträger und Vollholzbalken" Untersuchungen im Auftrag der EgH in der DGfH und des Inst. für Bautechnik Berlin, Karlsruhe, 1980.
- [109] MÖHLER, SIEBERT: "Ausbildung und Bemessung von Queranschlüssen bei Brettschichtträgern oder Vollholzbalken" Aus: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. (Hrsg.): HOLZBAU-STATIK-AKTUELL, Informationen zur Berechnung von Holzkonstruktionen, Düsseldorf (Bruder-Verlag), 1976-1992. (Info-Dienst Holz) 1981 S. 1-3.
- [110] MÖHLER, SIEBERT: "Queranschlüsse bei BSH-Trägern oder Vollholzbalken" In: Bauen mit Holz, Jg. 1981, H. 2, S. 84-89.
- [111] MÖHLER: "Derivation of the allowable load in case of nail-plate joints perpendicular to grain" Aus: Working

- Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): Proceedings of the CIB-W 18 Meeting, Warschau, 1981. Paper 14-7-6.
- [112] MOSS: "Research Into Row Modification Factors For Multiple-Bolted Timber Joints." Aus: Natterer, Sandoz (Hrsg.): Proceedings Of The 5th World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 129-136.
- [113] NARDIN, BOSTRÖM, ZAUPA: "The effect of knots on the fracture of wood" Aus: Proceedings Of The World Conference On Timber Engineering, Whistler, 2000. S. 2.5.3.
- [114] NEUBER: "Kerbspannungslehre" Berlin, Heidelberg (Springer), 1984.
- [115] NEUHAUS: "Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit" Dissertation, Ruhr-Universität, Bochum, 1981.
- [116] PATTON-MALLORY, PELLICANE, SMITH: "Modelling Bolted Connections In Wood: REVIEW" In: Journal of Structural Engineering, 123. Jg. (1997), H. 8, S. 1054-1062.
- [117] PATTON-MALLORY, CRAMER, SMITH, PELLICANE: "Nonlinear Material Models For Analysis Of Bolted Wood Connections" In: Journal of Structural Engineering, 123. Jg. (1997), H. 8, S. 1063-1070.
- [118] PATTON-MALLORY, PELLICANE: "Material Models used to predict the mechanical behaviour of bolted wood connections" Aus: Natterer, Sandoz (Editor) (Hrsg.): Proceedings Of The 5th World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 297-303.
- [119] PETERSSON: "On design Criteria for Tension perpendicular to grain" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers Ahus 1992. Paper 25-6-4.
- [120] PETERSSON: "Fracture Design Criteria for Wood in Tension and Shear" Aus: Proc. o. t. Pacific Timber Engineering Conf. 1994, Gold Coast. S. 232-239.
- [121] PETERSSON: "Fracture Design Analysis of wooden beams with holes and notches. FE- Analysis based on Energy Release Rate Approach" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers, Copenhagen, 1995. Paper 28-19-3.
- [122] PIRRO: " Beitrag zur numerischen Berechnung von bruchmechanischen Größen für elastisches und elastisch-plastisches Materialverhalten insbesondere bei gemischter Belastung" Dissertation, Universität Kaiserslautern, 1986.
- [123] PIZIO: "Die Anwendung der Bruchmechanik zur Bemessung von Holzbauteilen, untersucht am durchbrochenen und am ausgeklinkten Träger" Dissertation, TH Zürich, 1991.
- [124] RAGHAVA: "Prediction Of Failure Strength Of Anisotropic Materials" Aus: Reference Book For Composites Technology, 1989. S. 37-48.
- [125] RAHMAN, CHIANG, ROWLANDS: " Stress And Failure Analysis Of Double-Bolted Joints In Douglas-Fir And Sitka Spruce" In: Wood And Fiber Science, 23. Jg. (1991), H. 4, S. 567-589.
- [126] RANTA-MAUNUS: "Application Of Fracture Mechanics To Timber Structures" -Part IV- Aus: IUFRO S5.02 (Hrsg.): "Proceedings for the 1990 Conference" Volume I, St. John + Montreal, 1990. S. 234-249.
- [127] RESHKE, MOHAMMAD, QUENNEVILLE: "Influence of joint configuration parameters on strength of perpendicular-to-grain bolted timber connections" Aus: Department of Wood Science (Hrsg.): "World Conference on Timber Engineering 2000" Book of Abstracts, Vancouver, 2000. S. 2.4.2 (WCTE).
- [128] RICE: "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks"

- In: Journal of Applied Mechanics, Jg. 1968, H. 6, S. 379-386.
- [129] RICHARD: " Bruchvorhersagen bei überlagerter Normal- und Schubbeanspruchung von Rissen" Düsseldorf (VDI), 1982. (VDI-Forschungsheft)
- [130] RIIPOLA: "Dimensioning of Beams with Cracks, Notches and Holes" Aus: Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers, Lissabon, 1990. Paper 23-10-2.
- [131] ROOKE, HUTCHINS: "Stress Intensity Factors For Cracks At Loaded Holes - Effect Of Load Distribution" In: Journal of Strain Analysis, 19. Jg. (1984), H. 2, S. 81-96.
- [132] ROSSMANITH: "Finite Elemente in der Bruchmechanik" Wien, New York (Springer), 1982.
- [133] RYBICKI, KANNINEN: "A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a modified Crack Closure Integral" In: Engineering Fracture Mechanics, 9. Jg. (1977), S. 931-938.
- [134] SÄHN, GÖLDNER: "Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre" Leipzig (Fachbuchverlag Leipzig), 1993.
- [135] SCHATZ: "Zur bruchmechanischen Modellierung des Kurzzeit-Bruchverhaltens von Holz im Riböffnungsmodus I" Dissertation, Stuttgart, 1994.
- [136] SCHATZ: "Zur Bestimmung der Bruchenergieerate Gf bei Holz" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 53. Jg. (1995), H. 3, S. 171-176.
- [137] SCHMITT: "Numerical Methods in Fracture Mechanics" Aus: Fracture of Non-Metallic Materials, Brüssel + Luxembourg, 1987. S. 47-74.
- [138] SCHWETLICK, KRETZSCHMAR: "Numerische verfahren für Naturwissenschaftler und Ingenieure" -Eine computerorientierte Einführung- Leipzig (Fachbuchverlag), 1991.
- [139] SETHURAMAN, MAITI: "Finite Element Based Computation Of Strain Energy Release Rate By Modified Energy Release Rate By Modified Crack Closure Integral" In: Engineering Fracture Mechanics, 30. Jg. (1988), H. 2, S. 227-231.
- [140] SIH, PARIS, IRWIN: "On cracks in rectlinearity anisotropic bodies" In: International Journal of Fracture Mechanics, 1. Jg. (1965), S. 189-203.
- [141] SOBUE, TSUJI: "Fracture Mechanics Approach to Estimate the Crack Length of Wood Induced by Driving Nails" Aus: Proc. of the 5th Symp. Fracture Mechanics, Tokyo, 1979. S. 229-233.
- [142] STANZL-TSCHEGG, TAN, TSCHEGG: "New splitting method for wood fracture charakterization" In: Wood Science, 29. Jg. (1995), S. 31-50.
- [143] STEFANSSON, GUSTAFSSON, PETERSSON: "Fracture Analysis of Beams with Stress Concentrations" Aus: Natterer, Sandoz (Editor): Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 856-857.
- [144] STÜSSI: "Holzfestigkeit bei Beanspruchung schräg zur Faser" In: Schweizerische Bauzeitung, 64. Jg. (1946), S. 251-252.
- [145] TAN, STANZL-TSCHEGG, TSCHEGG: "Models of Wood Fracture in Mode I and II" In: Holz als Roh- und Werkstoff, 53. Jg. (1995), H. 3, S. 159-164.
- [146] TANNERT: "Beitrag zur Ermittlung der Tragfähigkeit von Queranschlüssen nach den Kriterien der LEBM" Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2001.
- [147] TATTERSALL, TAPPIN: "The Work of Fracture and ist Measurement in Metals, Ceramics and other Materials" In: Journal of Materials Science, 1. Jg. (1966), H. 6, S. 296-301.
- [148] TÖLLE: "Untersuchungen zur Tragfähigkeit von Queranschlüssen nach den Kriterien der LEBM" -Vergleich von Rechnung und Experiment sowie



- Versuche zur Quantifizierung von wesentlichen Parametern der Anschlußgeometrie- Diplomarbeit, Bauhaus-Universität Weimar, 2001.
- [149] TSAI, WU: "A General Theory of Strength for Anisotropic Materials" In: *Journal of Composite Materials*, 5. Jg. (1971), H. 1, S. 58-80.
- [150] VALENTIN, CAUMES: "Crack Propagation In Mixed Mode in Wood: A new Specimen" In: *Wood Science*, 23. Jg. (1989), S. 43-53.
- [151] VALENTIN, BOSTRÖM, GUSTAFSSON, RANTA-MAUNUS: "Application of fracture mechanics to timber structures" RILEM State-of-the-art-report VTT Research Notes 1262 of the Technical Research Centre Espoo, 1991.
- [152] VALENTIN, ADJANOHOUN: "Applicability of classical isotropic fracture mechanics specimens to wood crack propagation studies" In: *Materials + Structures*, 25. Jg. (1992), H. 145, S. 3-13.
- [153] VALENTIN, MEHINTO: "Analysis Of Fracture Propagation In Different Specimen Geometries" Aus: Hoffmeyer (Editor) (Hrsg.): *Proceedings of the IUFRO S5.02 Timber Engineering Conference, Bordeaux (TU Lyngby)*, 1992. S. 353-362.
- [154] VAN DER PUT: "Tension perpendicular to the grain at notches and joints" Aus: *Working Commission W18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 1990-Meeting Papers, Lissabon. Paper 23-10-1.*
- [155] VAN DER PUT: "Discussion And Proposal Of A General Failure Criterion For Wood" Aus: *Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 1993-Meeting Papers, Athens. Paper 25-6-1.*
- [156] VAN DER PUT, LEIJTEN: "Fracture Of Beams Loaded By Joints Perpendicular To The Grain" Aus: *Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 2000-Meeting Papers, Delft. Paper 33-7-7.*
- [157] VASIC, SMITH: "Bridged Crack Model of Wood Fracture" -Experimental Analysis and Numerical Modelling- Aus: Natterer, Sandoz (Hrsg.): *Proceedings Of The 5<sup>th</sup> World Conference On Timber Engineering*" Volume 2, Montreux (Presses Polytechniques et Universitaires Romandes), 1998. S. 818-819.
- [158] WILKINSON, ROWLANDS: "An Incremental Finite-Element Determination Of Stresses Around Loaded Holes In Wood Plates" In: *Computers & Structures*, 14. Jg. (1981), H. 1-2, S. 123-128.
- [159] WILKINSON, ROWLANDS: "Analysis of Mechanical Joints in Wood" In: *Experimental Mechanics*, 21. Jg. (1981), H. 11, S. 408-414.
- [160] WILKINSON: "Load Distribution Among Bolts Parallel To Load" In: *Journal of Structural Engineering*, 112. Jg. (1986), H. 4, S. 835-851.
- [161] WILLIAMS, BIRCH: "Mixed Mode Fracture in Anisotropic Media" Aus: *ASTM STP 601 Cracks and Fracture, Philadelphia*, 1976. S. 125-137.
- [162] WRIGHT, FONSELIUS: "Fracture Toughness Of Wood" Aus: *Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of CIB-W18 Papers, Florenz*, 1986. Paper 19-6-3.
- [163] WU: "Application of Fracture Mechanics to Anisotropic Plates" In: *Journal of Applied Mechanics*, 34. Jg. (1967), H. 4, S. 967-974.
- [164] YASUMURA, DAUDEVILLE: "Failure of Timber Bolted Joints subjected to lateral load perpendicular to grain" Aus: *Working Commission W 18 - Timber Structures (Hrsg.): List of 1995-Meeting Papers, Copenhagen. Paper 28-7-5.*
- [165] ZEHN et. al.: *COSAR -Universelles FEM System- (Handbuch)*, Magdeburg (VEKTOR Moritz&Pröbsting OHG), 1998.
- [166] ZIENKIEWICZ: "Methode der Finiten Elemente" München (Carl Hanser), 1984.
- [167] ZINK, PELLICANE, ANTHONY: "A stress transformation approach to predicting the failure mode of wood" In: *Wood Science*, 30. Jg. (1995), H. 1, S. 21-30.



---

## ANHANG

Anhang A	Elastizitätszahlen in Ingenieurparametern für Vollholz nach [115] (iii)
Anhang B	Zur Realisation der Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren in TL- und RL- Rißsystemen für Strukturen aus Voll- und Brettschichtholz (iv)
Anhang C	Ersatzmoduli zur Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus dem J-Integral nach (2.34) und (2.35) (v)
Anhang D	normierte Spannungsintensitätsfaktoren und Vergleich der Näherungslösungen mit den experimentell ermittelten Bruchlasten für die Konfigurationen der Versuchsreihe 1 nach BALLERINI [15] (vi)
Anhang E	<p>1) Vergleich der Näherungslösungen mit den experimentell ermittelten Bruchlasten für die Konfigurationen der Versuchsreihe 1 nach BALLERINI [15] (Modifikation der Bruchzähigkeit <math>K_{Ic}</math>) (viii)</p> <p>2) Vergleich rechnerischer Bruchlasten mit den von BALLERINI [16] experimentell ermittelten Bruchlasten der Versuchsreihe 2 (Variation der Lasteinleitung) (viii)</p> <p>3) Darstellung der dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für die Versuchsreihe A nach MÖHLER [105] (ix)</p>
Anhang F	<p>1) Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechende Lasten für die maßgebende Rißspitze in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge <math>a_1</math> für den Versuch B 5 [105] (xi)</p> <p>2) Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 2 [108] (xi)</p>

---

	3) Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 3 [108]	(xii)
Anhang G	1) Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 9 [108]	(xiii)
	2) Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für die Versuche V 11/ 12 / 19 im Vergleich mit experimentell ermittelten kritischen Lasten [108]	(xiv)
Anhang H	Untersuchungen zur Rißlänge $a_{crit}$ bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln	
	1) einreihige Anschlüsse	(xv)
	2) mehrreihige Anschlüsse (2 und 4 VM-Reihen)	(xvi)
Anhang I	Untersuchungen zur Rißlänge $a_{crit}$ bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln (Fortsetzung, mehrreihige Anschlüsse)	
	1) 5 VM-Reihen	(xvii)
	2) 6 VM-Reihen	(xviii)
Anhang K	Abschätzung der Tragfähigkeit praxisüblicher Anschlüsse	(xix)

## ANHANG A

Elastizitätszahlen in Ingenieurparametern für Vollholz nach [115]

<b><i>u</i></b>	<b><math>E_1</math></b>	<b><math>E_2</math></b>	<b><math>E_3</math></b>	<b><math>G_{12}</math></b>	<b><math>G_{13}</math></b>	<b><math>\mu_{13}</math></b>	<b><math>\mu_{12}</math></b>	<b><math>\mu_{31}</math></b>	<b><math>\mu_{21}</math></b>	<b><math>\mu_{23}</math></b>	<b><math>\mu_{32}</math></b>
[%]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
<b>1</b>	12790	990	500	750	880	0,024	0,048	0,263	0,232	0,174	0,363
<b>2</b>	12780	990	510	760	880	0,026	0,048	0,235	0,227	0,179	0,354
<b>3</b>	12770	990	510	770	870	0,028	0,049	0,221	0,229	0,186	0,355
<b>4</b>	12720	990	510	770	870	0,029	0,05	0,221	0,236	0,197	0,365
<b>5</b>	12670	980	510	760	860	0,031	0,051	0,233	0,247	0,209	0,382
<b>6</b>	12610	960	500	750	850	0,032	0,052	0,255	0,263	0,222	0,405
<b>7</b>	12530	950	490	730	830	0,033	0,053	0,288	0,283	0,237	0,433
<b>8</b>	12440	920	480	710	820	0,034	0,054	0,329	0,305	0,253	0,464
<b>9</b>	12350	900	460	690	800	0,035	0,054	0,377	0,329	0,268	0,498
<b>10</b>	12220	870	450	670	780	0,035	0,055	0,431	0,355	0,283	0,532
<b>11</b>	12120	850	440	650	760	0,035	0,055	0,489	0,382	0,297	0,566
<b>12</b>	11990	820	420	620	740	0,035	0,055	0,55	0,41	0,311	0,599
<b>13</b>	11880	790	400	600	740	0,035	0,055	0,613	0,437	0,323	0,63
<b>14</b>	11750	760	390	580	700	0,035	0,055	0,677	0,463	0,334	0,658
<b>15</b>	11610	730	370	560	680	0,035	0,055	0,741	0,488	0,344	0,683
<b>16</b>	11490	710	360	540	660	0,035	0,055	0,804	0,512	0,353	0,705
<b>17</b>	11360	680	340	520	640	0,034	0,055	0,864	0,533	0,36	0,723
<b>18</b>	11250	660	330	500	610	0,034	0,054	0,922	0,552	0,365	0,737
<b>19</b>	11120	630	320	490	590	0,033	0,054	0,976	0,568	0,37	0,748
<b>20</b>	11000	611	306	472	574	0,033	0,053	1,026	0,581	0,373	0,754
<b>21</b>	10890	590	290	460	550	0,032	0,052	1,070	0,59	0,374	0,756
<b>22</b>	10790	570	280	450	530	0,032	0,051	1,108	0,595	0,375	0,754
<b>23</b>	10680	550	270	440	520	0,031	0,050	1,140	0,596	0,374	0,748
<b>24</b>	10580	530	260	430	500	0,031	0,049	1,165	0,593	0,372	0,738
<b>25</b>	10490	520	260	420	480	0,03	0,048	1,182	0,584	0,369	0,724
<b>26</b>	10420	500	250	410	460	0,03	0,047	1,192	0,571	0,365	0,705
<b>27</b>	10340	490	240	410	450	0,029	0,045	1,192	0,552	0,36	0,683
<b>28</b>	10280	470	230	410	430	0,029	0,044	1,182	0,527	0,353	0,656

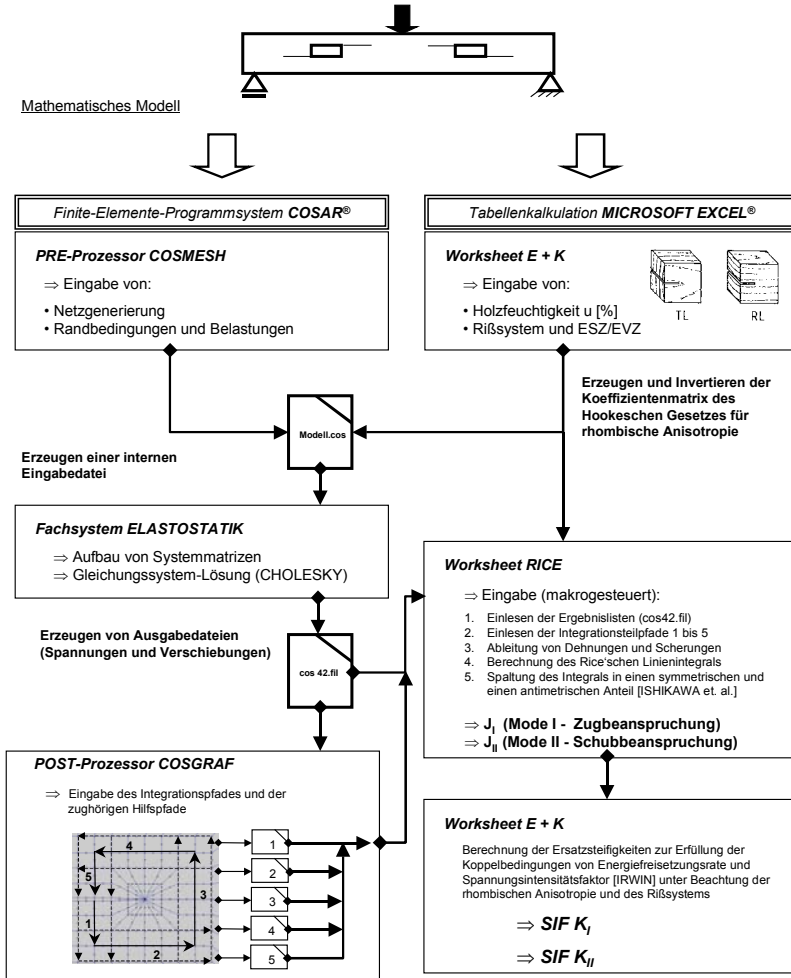
## ANHANG B

Zur Realisation der Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren in TL- und RL- Rißsystemen für Strukturen aus Voll- und Brettschichtholz:

Physikalisches Modell

Annahme: **Die Struktur ist rißbehaftet!**  
 gesucht: **bruchmechanische Kennwerte** zur Beurteilung der Tragsicherheit

Mathematisches Modell



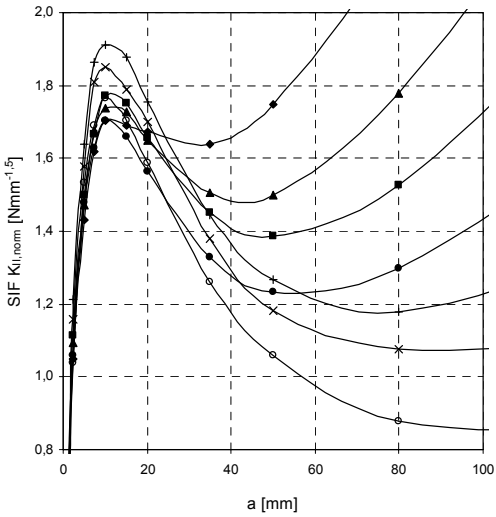
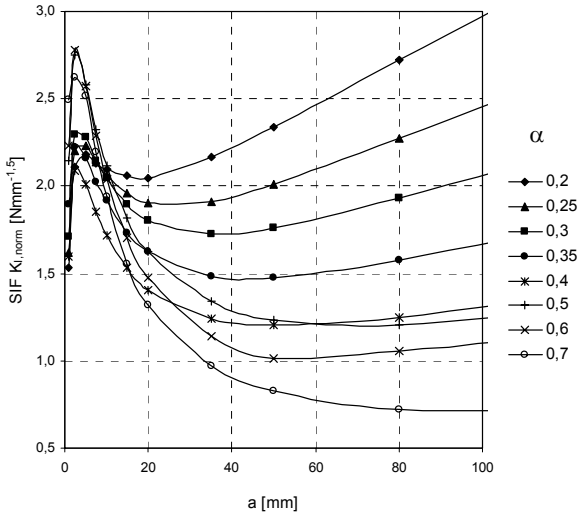
## ANHANG C

Ersatzmoduli zur Ermittlung von Spannungsintensitätsfaktoren aus dem J-Integral nach (2.34) und (2.35)

<b><i>u</i></b>	<b><i>Ebener Verzerrungszustand</i></b>				<b><i>Ebener Spannungszustand</i></b>			
	<b><i>RL</i></b>		<b><i>TL</i></b>		<b><i>RL</i></b>		<b><i>TL</i></b>	
	<b><i>E*<sub>1</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>2</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>1</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>2</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>1</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>2</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>1</sub></i></b>	<b><i>E*<sub>2</sub></i></b>
[%]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
<b>1</b>	1534	5354	1086	5336	1472	5289	1037	5246
<b>2</b>	1542	5381	1100	5350	1478	5312	1050	5256
<b>3</b>	1553	5412	1100	5341	1486	5336	1047	5239
<b>4</b>	1559	5409	1105	5340	1486	5327	1047	5230
<b>5</b>	1552	5380	1108	5326	1471	5289	1044	5205
<b>6</b>	1537	5346	1100	5300	1447	5246	1029	5168
<b>7</b>	1527	5286	1090	5252	1425	5175	1010	5107
<b>8</b>	1500	5217	1085	5224	1386	5096	995	5064
<b>9</b>	1483	5151	1063	5167	1354	5017	963	4992
<b>10</b>	1456	5071	1055	5105	1315	4927	944	4917
<b>11</b>	1439	4998	1046	5049	1283	4845	924	4849
<b>12</b>	1404	4885	1024	4978	1235	4724	892	4764
<b>13</b>	1375	4804	1010	4956	1195	4634	867	4724
<b>14</b>	1345	4716	989	4842	1154	4539	839	4606
<b>15</b>	1312	4624	962	4762	1113	4440	806	4516
<b>16</b>	1288	4537	948	4693	1081	4349	786	4440
<b>17</b>	1250	4439	916	4604	1040	4251	752	4348
<b>18</b>	1218	4347	892	4502	1007	4158	728	4249
<b>19</b>	1185	4279	871	4415	973	4089	707	4165
<b>20</b>	1151	4187	844	4337	943	4000	682	4089
<b>21</b>	1118	4113	806	4229	915	3930	651	3991
<b>22</b>	1087	4050	779	4142	889	3868	630	3912
<b>23</b>	1053	3979	755	4073	863	3805	612	3852
<b>24</b>	1017	3912	725	3980	838	3742	591	3771
<b>25</b>	990	3845	708	3889	821	3685	582	3699
<b>26</b>	951	3781	676	3797	795	3628	561	3621
<b>27</b>	931	3750	648	3726	785	3605	543	3564
<b>28</b>	900	3722	614	3631	766	3582	521	3485

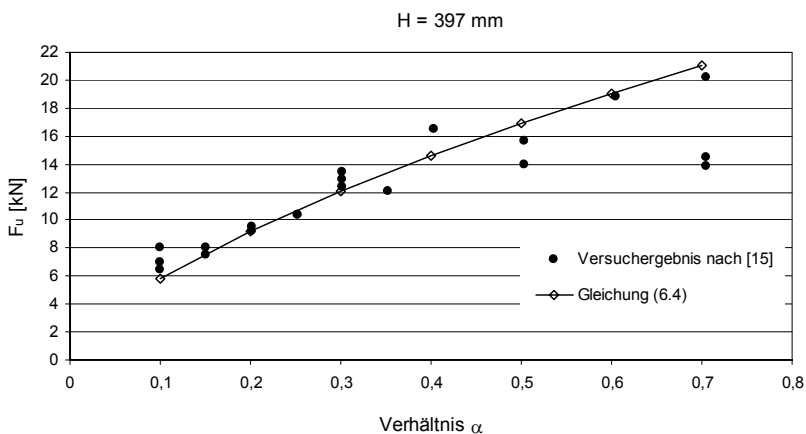
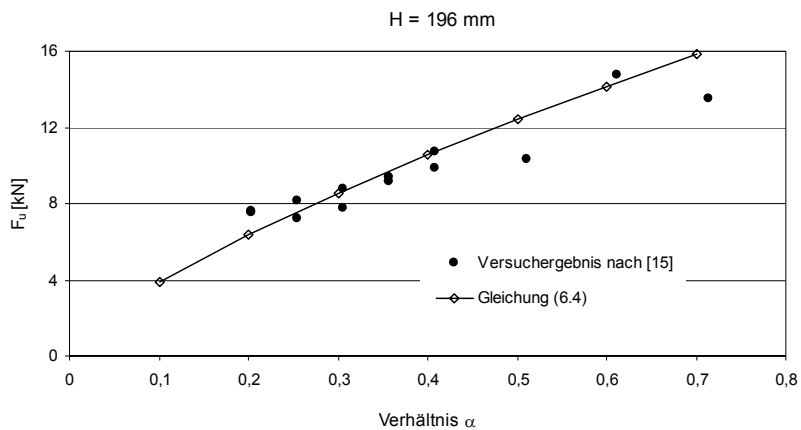
## ANHANG D

## D.1 normierte Spannungsintensitätsfaktoren für die Konfigurationen der Versuchsreihe 1 nach BALLERINI [15]



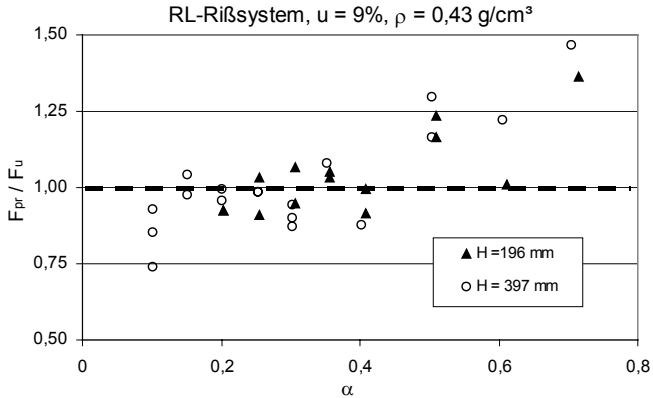


D.2 Vergleich der Näherungslösungen nach Gleichung (6.4) mit den experimentell ermittelten Bruchlasten der Versuchsreihe 1 nach BALLERINI [15]

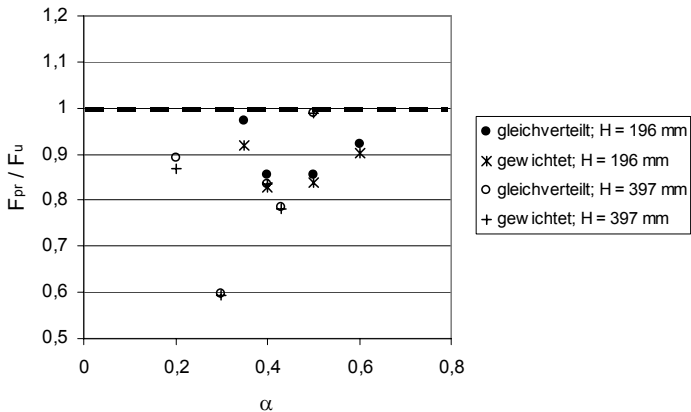


## ANHANG E

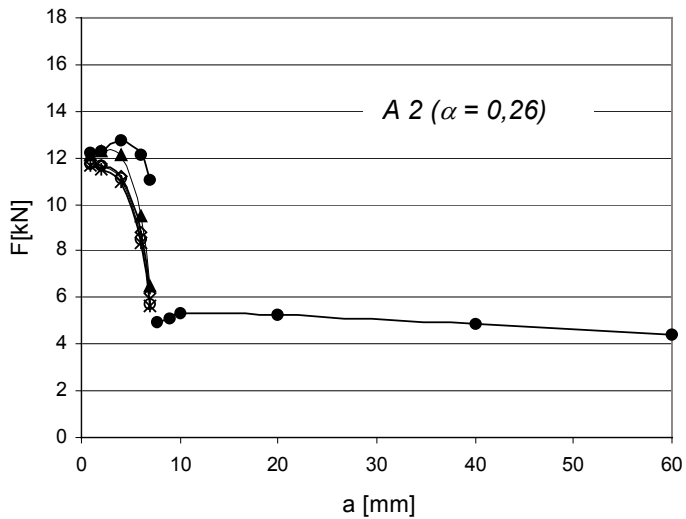
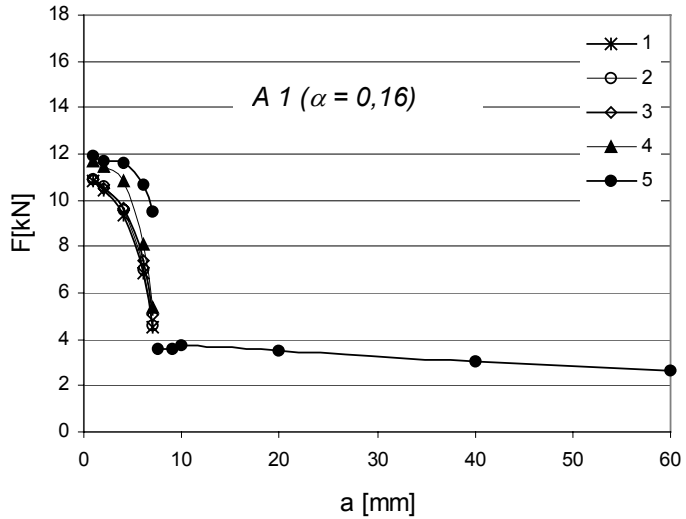
E.1 Vergleich rechnerischer Bruchlasten mit den von BALLERINI [16] experimentell ermittelten Bruchlasten der Versuchsreihe 1 unter Annahme einer Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  von  $15 \text{ Nmm}^{-1,5}$

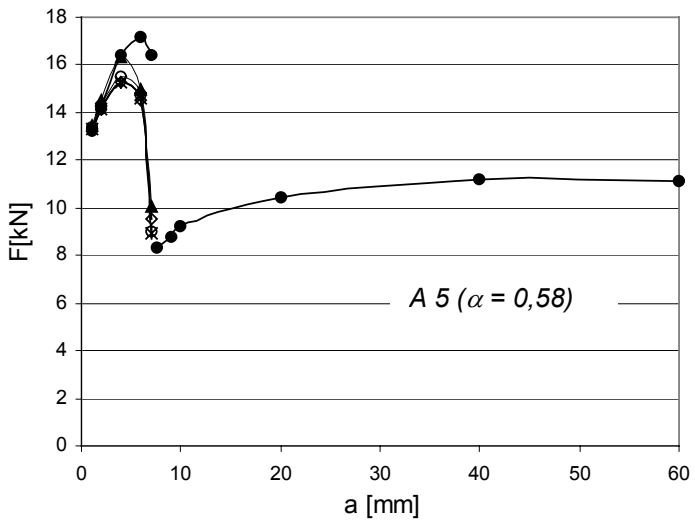
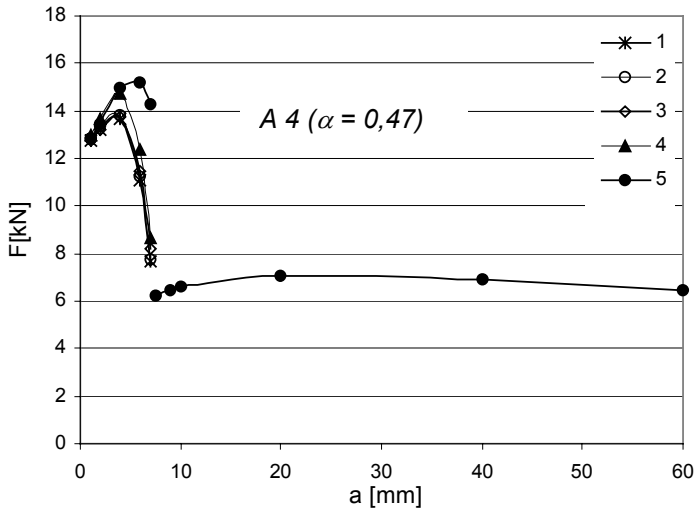


E.2 Vergleich rechnerischer Bruchlasten mit den von BALLERINI [16] experimentell ermittelten Bruchlasten der Versuchsreihe 2 unter Annahme einer Bruchzähigkeit  $K_{Ic}$  von  $15 \text{ Nmm}^{-1,5}$  unter Variation der Lasteinleitung (gewichtete Lastverteilung nach Gl. 5.2)



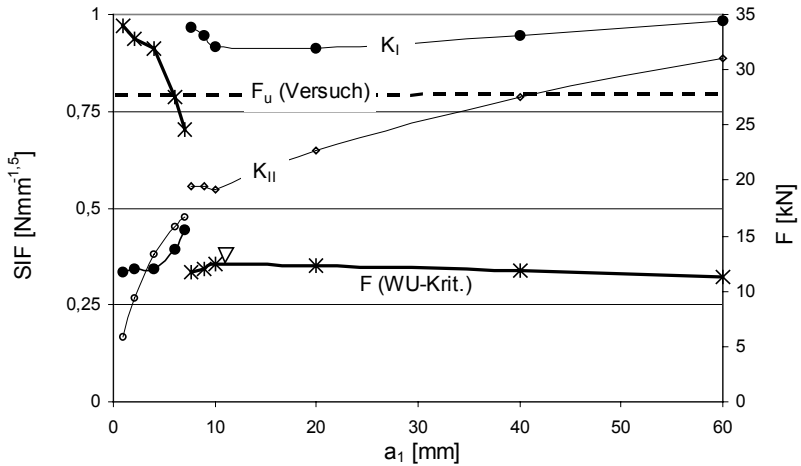
E.3 Darstellung der dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für alle Konfigurationen der Versuchsreihe A nach MÖHLER aus [105]





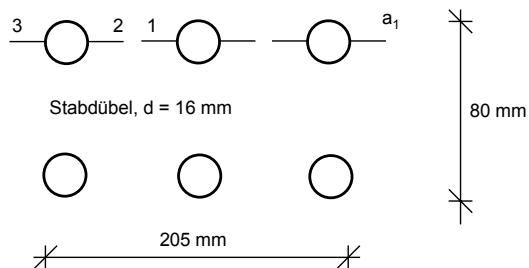
## ANHANG F

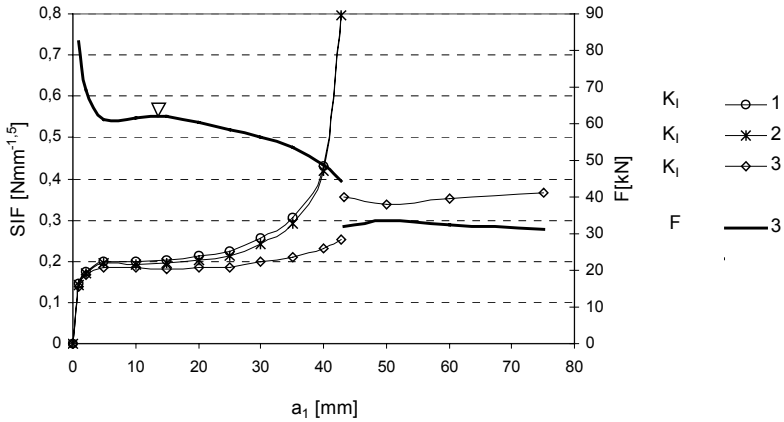
**F.1** Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechende Lasten für die maßgebende Rißspitze in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge  $a_1$  für den Versuch B 5 [105]



**F.2** Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 2 [108]

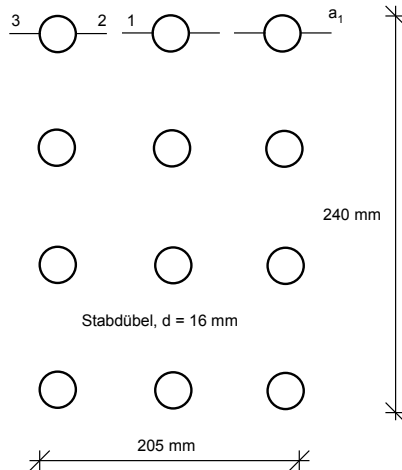
Konfiguration der VM:





F 3 Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 3 [108]

Konfiguration der VM:



RB beider Versuche (V 2 und V 3):

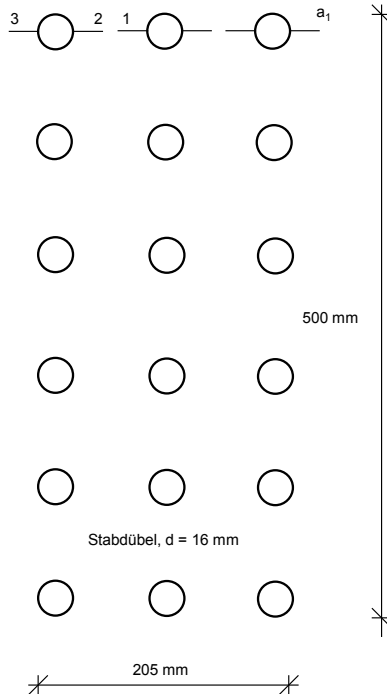
mittig angeordneter Queranschluß am Einfeldträger

mit:  $L = 3,5$  m,  $H = 1,2$  m,  $b = 10$  cm,  $\alpha = 0,25$ ,  $u = 11\%$

## ANHANG G

G 1 Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für den Versuch V 9 [108]

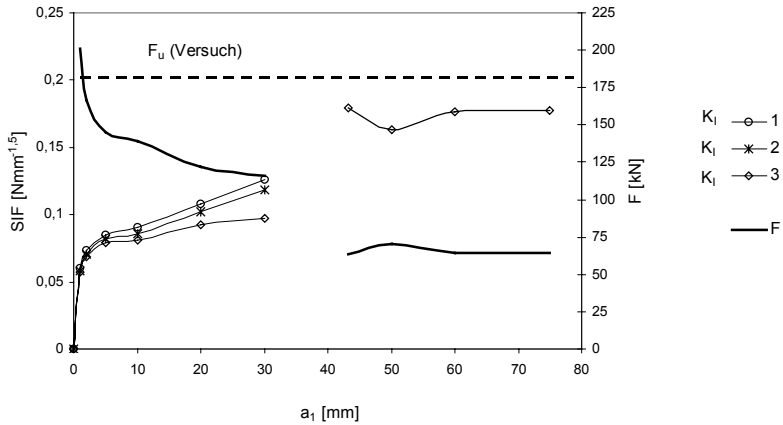
Konfiguration der VM:



RB für die Versuche V2 – V9:

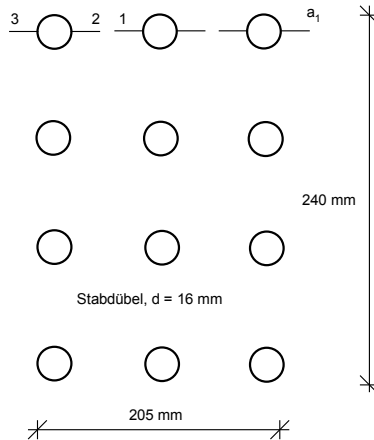
mittig angeordneter Queranschluß am Einfeldträger

mit:  $L = 3,5 \text{ m}$ ,  $H = 1,2 \text{ m}$ ,  $b = 10 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 0,25$  (V2 bis V4),  $\alpha = 0,5$  (V9),  
 $u = 11\%$



G 2 Beanspruchung und dem WU-Kriterium entsprechenden Lasten in Abhängigkeit der angenommenen Rißlänge für die Versuche V 11/ 12 / 19 im Vergleich mit experimentell ermittelten kritischen Lasten [108]

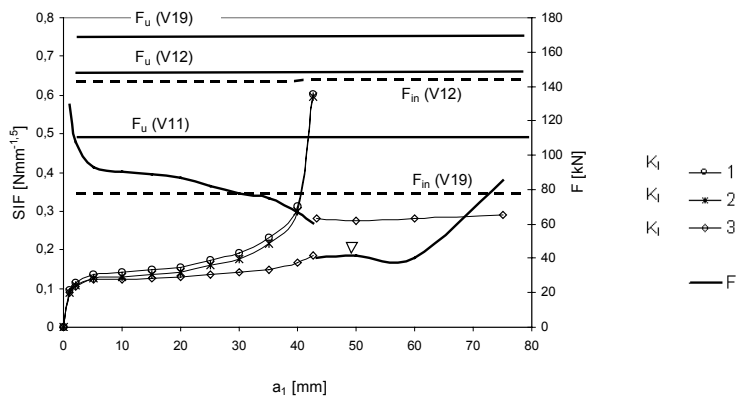
Konfiguration der VM:



RB für die Versuche V11, 12, 19:

mit: mittig angeordneter Queranschluß am Einfeldträger  
 $L = 1,2 \text{ m}$ ,  $H = 0,6 \text{ m}$ ,  $b = 10 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $u = 11\%$



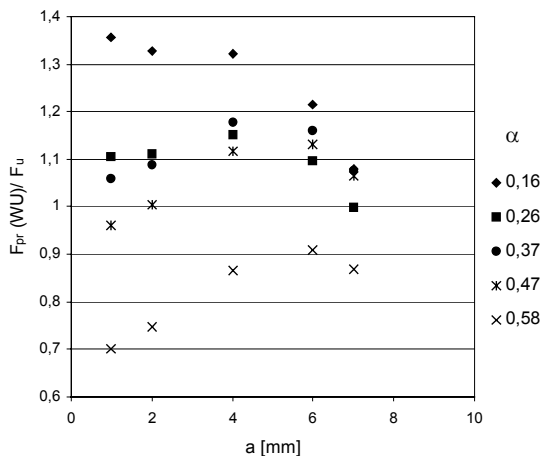


## ANHANG H

-Untersuchungen zur Rißlänge  $a_{crit}$  bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln-

### H 1 einreihige Anschlüsse

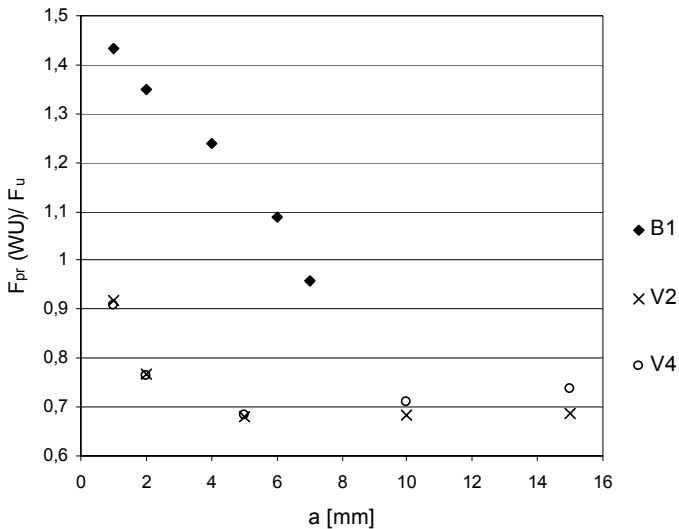
Vergleich dem WU-Kriterium entsprechender Lasten in Abhängigkeit der Rißlänge und der relativen Anschlußhöhe (jeweils 3 Versuche) mit den zugehörigen Bruchlasten  $F_u$  der Versuchsreihe A (5 Nägel,  $a_1 = 5d = 19$  mm) nach [105]



## H2 mehrreihige Anschlüsse

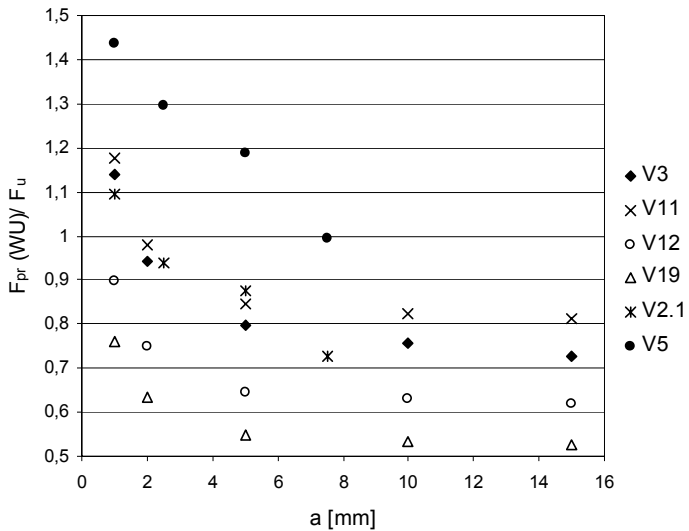
### H2a (*zweireihig*):

Vergleich dem WU-Kriterium entsprechender Lasten in Abhängigkeit der Rißlänge mit den zugehörigen Bruchlasten  $F_u$  der Versuchsreihe B 1 (10 Nägel,  $a_1 = 5d = 19$  mm, 3 Versuche), V 2 (6 Stabdübel,  $a_1 \approx 5,5d \approx 90$  mm, 1 Versuch) und V 4 (4 Stabdübel,  $a_1 \approx 5,5d \approx 90$  mm, 1 Versuch) nach [105, 108],  
alle Versuche:  $\alpha = 0,25$



### H2b (*vierreihig*):

Vergleich dem WU-Kriterium entsprechender Lasten in Abhängigkeit der Rißlänge mit den zugehörigen Bruchlasten  $F_u$  der Versuche V 3 (8 Stabdübel,  $a_1 \approx 5,5d \approx 90$  mm,  $\alpha = 0,25$ ), Versuche V 11/12/19 (8 Stabdübel,  $a_1 \approx 5,5d \approx 90$  mm,  $\alpha = 0,5$ ), jeweils 1 Versuch, Versuchs-Nr. 2.1 (8 Rillennägel,  $a_1 \approx 5d \approx 20$  mm,  $\alpha = 0,4$ , 2 Versuche) und Versuchsreihe 5/2.1 (8 Rillennägel,  $a_1 \approx 5d \approx 20$  mm,  $\alpha = 0,4$ , 3 Versuche) nach [108, 53]

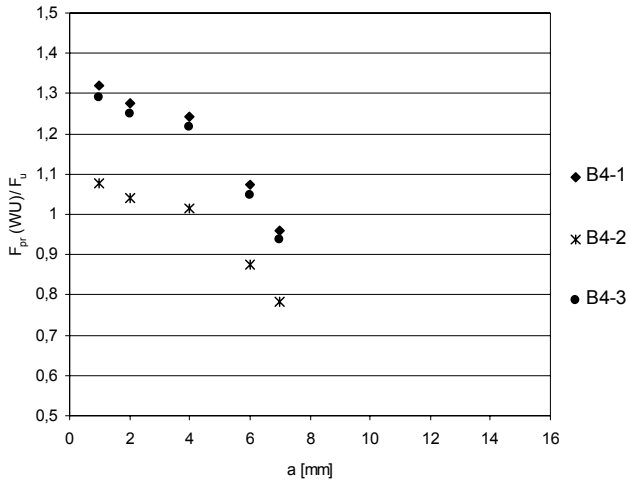


## ANHANG I

-Untersuchungen zur Rißlänge  $a_{crit}$  bei Anschlüssen mit mehreren Verbindungsmitteln (Fortsetzung)-

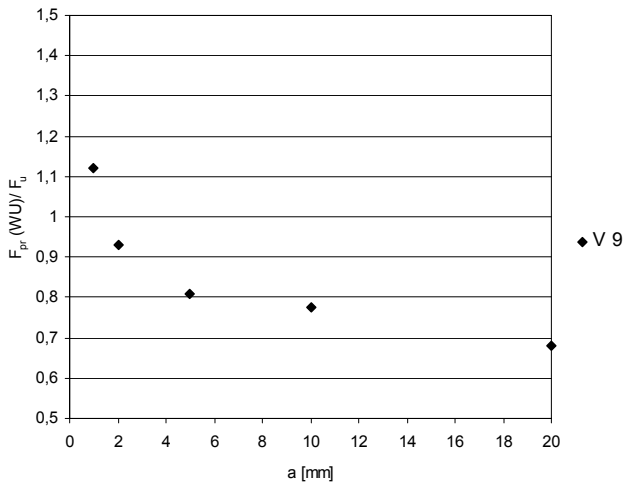
### I1 (5 Reihen)

Vergleich dem WU-Kriterium entsprechender Lasten in Abhängigkeit der Rißlänge mit den zugehörigen Bruchlasten  $F_u$  der Versuchsreihe B 4 (25 Nägel,  $a_1 = 5d = 19$  mm,  $\alpha = 0,58$ , 3 Versuche) nach [105]



## I2 (6 Reihen)

Vergleich dem WU-Kriterium entsprechender Lasten in Abhängigkeit der Rißlänge mit den zugehörigen Bruchlasten  $F_u$  des Versuchs V 9 (18 Stabdübel,  $a_1 \approx 5,5d \approx 90$  mm,  $\alpha = 0,5$ ) nach [108]



## ANHANG K

Abschätzung der Tragfähigkeit praxisüblicher Anschlüsse (s. a. Abschnitt 6.4.2)

*Wegen der verhältnismäßigen Unabhängigkeit von diesem Parameter werden hier lediglich die Bruchlasten für eine Trägerhöhe  $H = 130$  cm bezogen auf 1 cm Bauteildicke angegeben.*

$m$  = Anzahl der VM-Reihen (= Anzahl der VM pro Spalte)

$n$  = Anzahl der VM-Spalten (= Anzahl der VM pro Reihe)

<b><math>F_u</math> [kN/cm]</b>									
	<b>n = 1</b>			<b>n = 2</b>			<b>n = 3</b>		
<b>m</b>	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,35$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,35$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,35$	$\alpha = 0,5$
<b>1</b>				2,24	2,32	2,33	3,28	3,41	3,50
<b>2</b>	1,96	2,03	2,05	3,36	3,54	3,67	4,72	5,03	5,33
<b>3</b>	2,61	2,74	2,79	4,20	4,50	4,75	5,73	6,21	6,74
<b>4</b>	3,16	3,30	3,48	4,87	5,43	5,64	6,35	7,33	7,77
	<b>n = 4</b>			<b>n = 5</b>					
<b>m</b>	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,35$	$\alpha = 0,5$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,35$	$\alpha = 0,5$			
<b>1</b>	4,28	4,51	4,66	5,27	5,59	5,81			
<b>2</b>	6,04	6,50	7,00	7,38	8,02	8,73			
<b>3</b>	7,17	7,86	8,68	8,72	9,52	10,71			
<b>4</b>	7,78	9,14	9,85	9,16	10,99	11,94			