



**FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING
AND INFORMATION SCIENCE**



**INFORMATION TECHNOLOGY AND
ELECTRICAL ENGINEERING -
DEVICES AND SYSTEMS,
MATERIALS AND TECHNOLOGIES
FOR THE FUTURE**

Startseite / Index:

<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=12391>

Impressum

Herausgeber: Der Rektor der Technischen Universität Ilmenau
Univ.-Prof. Dr. rer. nat. habil. Peter Scharff

Redaktion: Referat Marketing und Studentische
Angelegenheiten
Andrea Schneider

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Susanne Jakob
Dipl.-Ing. Helge Drumm

Redaktionsschluss: 07. Juli 2006

Technische Realisierung (CD-Rom-Ausgabe):
Institut für Medientechnik an der TU Ilmenau
Dipl.-Ing. Christian Weigel
Dipl.-Ing. Marco Albrecht
Dipl.-Ing. Helge Drumm

Technische Realisierung (Online-Ausgabe):
Universitätsbibliothek Ilmenau
[ilmedia](#)
Postfach 10 05 65
98684 Ilmenau

Verlag:  Verlag ISLE, Betriebsstätte des ISLE e.V.
Werner-von-Siemens-Str. 16
98693 Ilmenau

© Technische Universität Ilmenau (Thür.) 2006

Diese Publikationen und alle in ihr enthaltenen Beiträge und Abbildungen sind urheberrechtlich geschützt. Mit Ausnahme der gesetzlich zugelassenen Fälle ist eine Verwertung ohne Einwilligung der Redaktion strafbar.

ISBN (Druckausgabe): 3-938843-15-2
ISBN (CD-Rom-Ausgabe): 3-938843-16-0

Startseite / Index:
<http://www.db-thueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=12391>

U. Beckert, R. Schulze

Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von hoch-tourigen PM-Synchronmaschinen

1. EINLEITUNG

Der Beitrag bezieht sich auf hochausgenutzte permanenterregte Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten gemäß Bild 1.

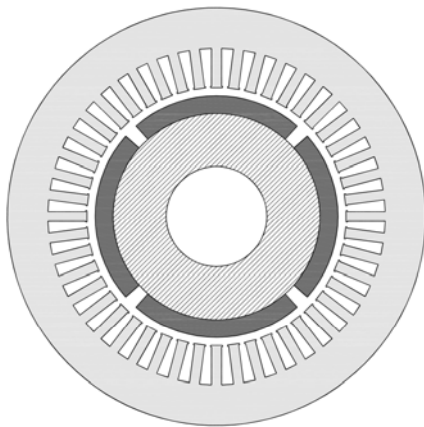


Bild 1:
Zugrunde gelegte Anordnung

Bei permanenterregten Synchronmaschinen wird bekanntlich die Ausnutzung des eingesetzten Magnetmaterials um so besser, je kleiner der mechanische Luftspalt gewählt wird. Mit kleiner werdender Luftspaltweite treten jedoch zunehmend parasitäre Wirbelströme und Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten sowie ggf. in der massiveisernen Nabe oder in der elektrisch leitfähigen Bandage (Titan) auf. Die Wirbelstromverluste können beträchtliche Werte annehmen und zu einer unzulässigen Erwärmung der Permanentmagnete führen. Bei der Wahl der Luftspaltweite muss deshalb stets ein Kompromiss zwischen hoher Ausnutzung des Magnetmaterials und Wirbelstromverlusten im Läufer gefunden werden.

2. ANALYTISCHE ODER NUMERISCHE BERECHNUNG

Die Berechnung der Wirbelstromverluste sollte dabei analytisch erfolgen, um die Verlustberechnung bereits in den Maschinenentwurf und in die Optimierung einbeziehen zu können.

Die Finite-Elemente-Methode bietet grundsätzlich die Möglichkeit, ein Feldproblem sehr genau abzubilden. Bei Wirbelstromproblemen im Mittelfrequenzbereich sind jedoch die Anforderungen an die Vernetzung sehr hoch, so dass eine Variation der geometrischen Verhältnisse sehr aufwändig und das Auffinden der optimalen Lösung nahezu unmöglich sind. Besonders nachteilig ist, dass der Fehler einer FEM-Lösung nur schwer abschätzbar ist, da er meistens durch eine unzureichende Vernetzung verursacht wird [1]. Bei der analytischen Berechnung der Wirbelstromprobleme muss man zwar ebenfalls mit Fehlern rechnen. Sie haben ihre Ursache darin, dass die i.A. komplizierte Geometrie vereinfacht werden muss, um ein analytisch lösbares Modell zu erhalten. Im Gegensatz zur FE-Methode ist ihr Fehler leichter abschätzbar.

3. URSACHEN DER WIRBELSTRÖME

Grundsätzlich führen alle sich relativ zum Polrad drehenden Feldkomponenten zu Wirbelstromverlusten in den Permanentmagneten.

Solche Drehfelder entstehen

- durch die nutungsbedingte Modulation des Polradfeldes (Bild 2),
- durch die nutungsbedingte Modulation des Ankerfeldes (Bild 3),
- durch nichtsinusförmige Ständerströme bei Umrichterbetrieb [4,6] oder bei gezielter Erzeugung von Pendelmomenten (Prüfstandsantriebe).

Die Berechnung der Wirbelströme und Wirbelstromverluste im Magnetmaterial sowie ggf. in einer massiveisernen Nabe und in einer elektrisch leitfähigen Bandage oder einem Dämpfungszylinder führt auf das Problem der Berechnung des Eindringens eines magnetischen Drehfeldes (mit der Polteilung τ_{pv} und der Drehfrequenz ω_v) in einen verlustbehafteten, geschichteten, teils ferromagnetischen Hohlzylinder.

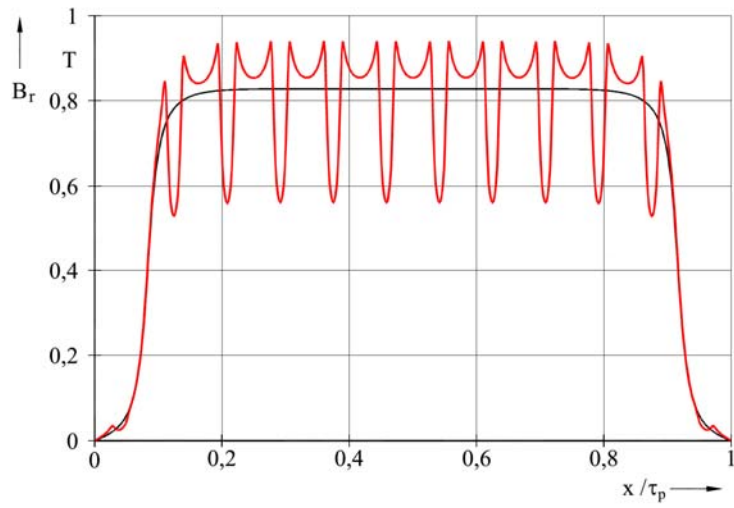


Bild 2: Nutzungsbedingte Modulation des Polradfeldes

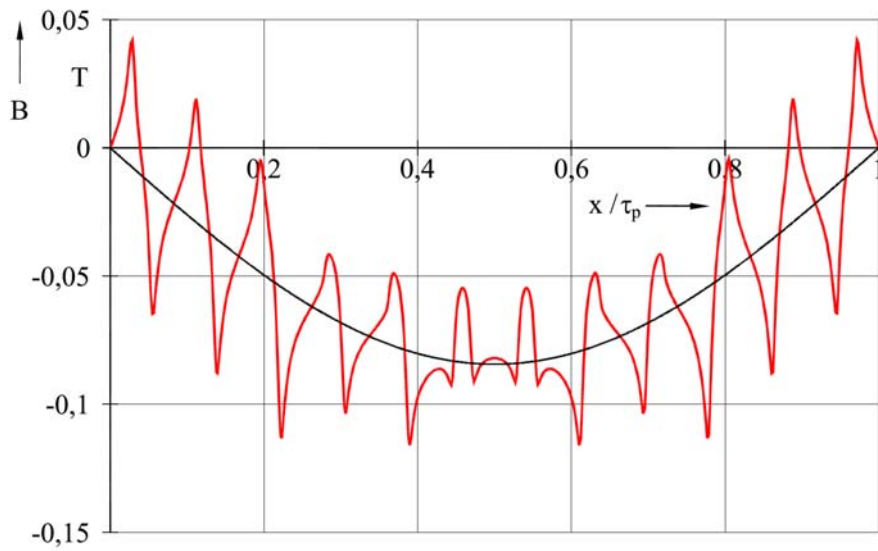


Bild 3: Nutzungsbedingte Modulation des Ankerfeldes

- Jede Flussdichtewelle werde durch einen Ersatzstrombelag an der dafür glatten (ungenutzten) Ständerbohrung ($y = -\delta$)

$$\underline{a}_{1,v}(x,t) = \hat{a}_{1,v} \cos(a_v x - \omega_v t) \quad (1)$$

bzw. als komplexer Augenblickswert

$$\underline{a}_{1,v} = \hat{a}_{1,v} e^{j(a_v x - \omega_v t)} \quad (2)$$

angeregt.

- Für die Berechnung des Ersatzstrombelages ist die Kenntnis der magnetischen Leitwertfunktion des Luftspaltes erforderlich. Diese, stark durch die Nutung des Ständers geprägte Funktion, wird mit Hilfe einer einmaligen numerischen FEM-Feldberechnung ermittelt.
- Die Wirbelströme besitzen nur eine axiale (z-) Komponente, so dass von einem zweidimensionalen Feldproblem ausgegangen werden kann.

Im letzten Abschnitt wird ein verfeinertes Modell skizziert, bei dem die Wirbelströme außer einer axialen auch eine tangential Komponente besitzen können, wodurch ein dreidimensionales Feldproblem entsteht. Die Magnetlänge kann dann auch klein gegenüber der Magnetbreite sein.

5. GRUNDGLEICHUNGEN, LÖSUNGSANSATZ

Zur Verkürzung der Schreibweise wird auf eine besondere Kennzeichnung der betrachteten v -ten Feldwelle verzichtet, d.h. ω , f , τ_p bezeichnen im Folgenden die Größen der v -ten Feldwelle.

Aus den Maxwell'schen Gleichungen für quasistationäre Felder [2] erhält man nach Einführung des Vektorpotentials \vec{A} gemäß

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (3)$$

als Grundgleichung des Problems

$$\Delta \vec{A} = \kappa \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (4)$$

Für das zweidimensionale Feldproblem (das vereinfachte Rechenmodell), das durch die Bedingungen

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0 \quad B_z = 0 \quad G_x = G_y = 0 \quad \vec{A} = \vec{k} A_z \quad (5)$$

gekennzeichnet ist und nach Einführung komplexer Augenblickswerte gemäß

$$\underline{A}_z = \hat{A}_z e^{j(ax-\omega t)} \quad (6)$$

wird das Feldproblem im Bereich der allgemein i-ten Schicht durch folgende partielle Differentialgleichung

$$\Delta \underline{A}_{z,i} = \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial y^2} = -j\omega \kappa_i \mu_i \underline{A}_{z,i} \quad (7)$$

mit der allgemeinen Lösung

$$\underline{A}_{z,i} = \frac{\mu_0 \hat{a}_i}{a} \mu_{r,i} \left(\underline{C}_i \sinh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \cosh(\underline{q}_i y) \right) e^{j(ax-\omega t)} \quad (8)$$

beschrieben.

Über die charakteristische Gleichung

$$\underline{q}_i^2 = a^2 - j\omega \kappa_i \mu_i = (\beta_i - j\sigma_i)^2 a^2 = a^2 (1 - j\alpha_i) \quad (9)$$

erhält man

$$\beta_i = \left| \sqrt{\frac{|\sqrt{1+\alpha_i^2}| + 1}{2}} \right| \quad (10)$$

$$\sigma_i = \left| \sqrt{\frac{|\sqrt{1+\alpha_i^2}| - 1}{2}} \right| \quad (11)$$

wobei

$$\alpha_i = \frac{2}{\pi^2} \frac{1}{(\delta_i / \tau_p)^2} \quad (12)$$

und

$$\delta_i = \sqrt{\frac{2}{\omega \kappa_i \mu_i}} \quad (13)$$

die mit den Materialkennwerten der i-ten Schicht berechnete Eindringtiefe der betrachteten v -ten Feldwelle sowie

$$a = \pi/\tau_p \quad (14)$$

sind.

Im Bereich des Luftspaltes (i = 1) gilt wegen $\kappa_1 = 0$

$$\alpha_1 = 0 \quad \beta_1 = 1 \quad \sigma_1 = 0 \quad \underline{q}_1 = a \quad (15)$$

6. FLUSSDICHTEVERTEILUNG

Aus der Verteilung des Vektorpotentials erhält man die x- und y-Komponenten der magnetischen Flussdichte im Bereich der i-ten Schicht.

$$\underline{B}_{x,i} = \frac{\partial \underline{A}_{z,i}}{\partial y} = \mu_0 \hat{a}_1 (\beta_i - j\sigma_i) \mu_{r,i} (\underline{C}_i \cosh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \sinh(\underline{q}_i y)) e^{j(ax-\omega t)} \quad (16)$$

$$\underline{B}_{y,i} = -\frac{\partial \underline{A}_{z,i}}{\partial x} = -j \mu_0 \hat{a}_1 \mu_{r,i} (\underline{C}_i \sinh(\underline{q}_i y) + \underline{D}_i \cosh(\underline{q}_i y)) e^{j(ax-\omega t)} \quad (17)$$

7. BESTIMMUNG DER INTEGRATIONSKONSTANTEN

Das eigentliche Problem bei der Berechnung der Wirbelstromerscheinungen liegt in der Bestimmung der Integrationskonstanten \underline{C}_i und \underline{D}_i . Diese lassen sich aus den Randbedingungen an den Grenzflächen bestimmen. An Grenzflächen von zwei Schichten mit unterschiedlicher Permeabilität müssen die Normalkomponenten der magnetischen Flussdichte und die Tangentialkomponenten der magnetischen Feldstärke stetig übergehen.

An der Grenzfläche Ständerisen – Luftspalt bei $y = -\delta$ liefert das Durchflutungsgesetz wegen $\mu_{Fe} = \infty$:

$$\underline{H}_{x,1}(y_1) = \frac{\underline{B}_{x,1}(y_1)}{\mu_0} = \hat{a}_1 e^{j(ax-\omega t)} \quad (18)$$

An der Grenzfläche $y = y_{i+1}$ gilt für die magnetische Feldstärke

$$\underline{H}_{x,i}(y_{i+1}) = \underline{H}_{x,i+1}(y_{i+1})$$

$$\frac{\underline{B}_{x,i}(y_{i+1})}{\mu_{r,i}} - \frac{\underline{B}_{x,i+1}(y_{i+1})}{\mu_{r,i+1}} = 0 \quad (19)$$

und für die magnetische Flussdichte

$$\underline{B}_{y,i}(y_{i+1}) = \underline{B}_{y,i+1}(y_{i+1}) \quad (20)$$

An der Grenzfläche zwischen der n-ten Schicht und dem Läuferblechpaket bei $y = y_{n+1}$ gilt wegen $\mu_{Fe} = \infty$

$$\underline{H}_{x,n}(y_{n+1}) = \frac{\underline{B}_{x,n}(y_{n+1})}{\mu_0 \mu_{r,n}} = 0 \quad (21)$$

Ist die Läufer-nabe nicht geblecht sondern massiveisern, so muss auch in der Nabe mit Wirbelströmen gerechnet werden. Sie ist dann Teil des geschichteten verlustbehafteten Hohlzylinders. In diesem Fall lautet die Randbedingung

$$\underline{B}_{y,n}(y_{n+1}) = 0 \quad (22)$$

Die Bestimmungsgleichungen für die Integrationskonstanten lassen sich als Gleichungssystem in Matrizenschreibweise darstellen.

$$\underline{\mathbf{a}} \underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{b}} \quad (23)$$

Da stets nur zwischen zwei benachbarten Schichten eine direkte Kopplung über die magnetischen Felder besteht, sind nur die Haupt- und Nebendiagonalen der Koeffizientenmatrix besetzt. Ein solches Gleichungssystem lässt sich sehr effektiv lösen.

8. WIRBELSTROMDICHTE

Aus der Verteilung des Vektorpotentials erhält man die Verteilung der Wirbelstromdichte im Bereich der i-ten Schicht:

$$\underline{G}_{z,i} = j \omega \kappa_i \underline{A}_{z,i} = j a \hat{a}_1 \alpha_i \left(\underline{C}_i \sinh(q_i y) + \underline{D}_i \cosh(q_i y) \right) e^{j(ax - \omega t)} \quad (24)$$

9. WIRBELSTROMVERLUSTE

Die Wirbelstromverluste in der i-ten Schicht werden zweckmäßig über den komplexen Poyntingschen Vektor, den Vektor der Energieflussdichte, ermittelt:

$$\underline{\bar{S}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{\bar{E}} \times \underline{\bar{H}}^* \right] \quad (25)$$

Da er nur eine y-Komponente besitzt, gilt:

$$\underline{S}_y = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{E}_z \cdot \underline{H}_x^* \right] = \frac{1}{2 \kappa \mu_0 \mu_r} \operatorname{Re} \left[\underline{G}_z \cdot \underline{B}_x^* \right] \quad (26)$$

\underline{B}_x^* ist die zu \underline{B}_x konjugiert komplexe Größe.

Der Leistungsfluss durch die Grenzfläche $y = y_i$ ist dann

$$P_i(y_i) = -2 \nu p \int_{x=0}^{\tau_p} \int_{z=0}^{l_i} \underline{S}_{y,i}(y_i) dz dx = -2 \nu p \alpha_p \tau_p l_i \underline{S}_{y,i}(y_i)$$

$$P_i(y_i) = - \frac{2p \alpha_p \tau_p l_i}{\kappa_i \mu_0 \mu_{r,i}} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{G}_{z,i}(y_i) \cdot \underline{B}_{x,i}^*(y_i) \right]$$

(27)

$$P_i(y_i) = -2 \nu p \alpha_p l_i \left(\tau_p \hat{a}_1 \right)^2 f \mu_0 \mu_{r,i} \left(\operatorname{Re} \underline{g}_{z,i} \operatorname{Re} \underline{b}_{x,i} + \operatorname{Im} \underline{g}_{z,i} \operatorname{Im} \underline{b}_{x,i} \right) \quad (28)$$

In Gl. (28) sind f die Frequenz, τ_p die Polteilung und \hat{a}_1 die Amplitude des Ersatzstrombelages der gerade betrachteten ν -ten Feldwelle.

$$\underline{g}_{z,i} = \frac{\underline{G}_{z,i}}{a \hat{a}_1} \quad \text{und} \quad \underline{b}_{x,i} = \frac{\underline{B}_{x,i}}{\mu_0 \hat{a}_1}$$

bezeichnen die Wirbelstromdichte und die magnetische Flussdichte in normierter Form an der Grenzfläche $y = y_i$.

Die Wirbelstromverluste in der i-ten Schicht erhält man aus der Differenz der Leistungsflüsse durch die obere ($y = y_i$) und untere ($y = y_{i+1}$) Grenzfläche der i-ten Schicht:

$$P_{w,i} = -2\nu\rho \alpha_p \tau_p l_i \left(\underline{S}_{y,i} (y_i) - \underline{S}_{y,i+1} (y_{i+1}) \right) \quad (29)$$

Eine ausführliche Darstellung der Theorie wird in [7] gegeben. Das bekannte Zweischichtmodell [3, 4, 5, 6], bestehend aus Luftspalt (1) und Permanentmagnet (2), ist in der vorgestellten Theorie als Sonderfall $n = 2$ enthalten.

9. ERSATZSTROMBELAG

Da die exakte analytische Berechnung der magnetischen Leitwertfunktion des Luftspaltes große Schwierigkeiten bereitet, werden die anregenden Flussdichtewellen mit Hilfe einer numerischen Feldberechnung ermittelt: Mit Hilfe einer FEM-Feldberechnung wird der Verlauf der magnetischen Flussdichte im Luftspalt in geringem Abstand d (z.B. $d = 0,5$ mm) von der Ständerbohrung numerisch berechnet. Eine Fourier-Analyse dieses Flussdichteverlaufes liefert die Amplituden der anregenden Drehfelder. Anschließend werden die Amplituden dieser Drehfelder analytisch mit dem vorgestellten Rechenmodell berechnet. Durch Gleichsetzen der numerisch und analytisch berechneten Amplituden der Drehfelder an der Stelle $y_0 = -\delta + d$

$$\hat{B}_{y,v}^{\text{num}}(y_0) = \hat{B}_{y,v}^{\text{ana}}(y_0) \quad (30)$$

erhält man die Amplituden der Ersatzstrombeläge

$$\hat{B}_{y,v}(y_0) = \frac{\hat{B}_{y,v}^{\text{num}}(y_0)}{\mu_0 \left| \underline{C}_1 \sinh(ay_0) + \underline{D}_1 \cosh(ay_0) \right|} \quad (31)$$

Der Algorithmus zur Berechnung der Wirbelstromverluste ist in eine Procedure umgesetzt worden.

Als Eingangsgrößen werden übergeben:

die Anzahl der Schichten n , die Schichtdicken d_i , die elektrischen Leitfähigkeiten κ_i und die relativen Permeabilitäten $\mu_{r,i}$ der n Schichten sowie die Frequenz f_v , die Pol-

teilung τ_{pv} und die Amplitude $\hat{B}_v(y_0)$ der v -ten Feldwelle, deren Wirbelstromverluste berechnet werden sollen.

Die Procedure liefert:

die Amplitude des Ersatzstrombelages \hat{a}_{1v} , die Wirbelstromverluste $P_{w,i}$ in den n Schichten, die von der betrachteten v -ten Feldwelle verursacht werden sowie die radialen Flussdichte- und Wirbelstromdichteverteilungen.

Auf einem modernen PC und bei Wahl von $n = 10$ benötigt die Procedure etwa 1,5 ms.

Die Berechnung der Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten lässt sich somit problemlos in den Maschinenentwurf und in die Optimierung einbeziehen.

10. ZWEIDIMENSIONALE WIRBELSTRÖMUNG

Derzeit versucht man, die Wirbelstromverluste durch eine axiale Unterteilung der Permanentmagnete in mehrere Teilmagnete zu beherrschen. In diesem Fall ist die Annahme, dass die Wirbelströme nur eine axiale Komponente besitzen, bzw. dass die Länge der Magnete groß gegenüber ihrer Breite ist, nicht aufrecht zu erhalten.

Im Folgenden wird ein verfeinertes Rechenmodell skizziert, bei dem die Wirbelströme außer einer axialen auch eine tangentielle Komponente besitzen können.

In diesem Fall muss auch das Vektorpotential zweidimensional eingeführt werden:

$$\vec{A} = \vec{i} A_x + \vec{k} A_z \quad A_y = 0 \quad (32)$$

Aus der Quellenfreiheit des Vektorpotentials

$$\text{div } \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0$$

folgt der Zusammenhang

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} = - \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (33)$$

bzw.

$$\underline{A}_x = - \int \frac{\partial \underline{A}_z}{\partial z} dx \quad (34)$$

Nach Einführung komplexer Augenblickswerte

$$\underline{A}_z(x,y,z,t) = \hat{\underline{A}}_z(y,z) e^{j(ax-\omega t)} \quad (35)$$

$$\underline{A}_x(x,y,z,t) = \hat{\underline{A}}_x(y,z) e^{j(ax-\omega t)}$$

wird das Feldproblem im Bereich der allgemein i-ten Schicht durch folgende Differentialgleichungen

$$\Delta \underline{A}_{x,i} = \frac{\partial^2 \underline{A}_{x,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{x,i}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{x,i}}{\partial z^2} = -j \omega \kappa_i \mu_i \underline{A}_{x,i} \quad (36)$$

$$\Delta \underline{A}_{z,i} = \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{A}_{z,i}}{\partial z^2} = -j \omega \kappa_i \mu_i \underline{A}_{z,i} \quad (37)$$

beschrieben.

Für den anregenden Ersatzstrombelag an der Ständerbohrung und für die z-Komponente des Vektorpotentials werden die Ansätze

$$\underline{a}_1(x,z,t) = \hat{a}_1 \varphi(z) e^{j(ax-\omega t)} \quad (38)$$

und

$$\underline{A}_{z,i}(x,y,z,t) = \varphi(z) \underline{A}_{z,i}^{(\infty)}(x,y,t) \quad (39)$$

gemacht.

$\underline{A}_{z,i}^{(\infty)}(x,y,t)$ ist der bekannte Ansatz (Gl. 8) für den Fall der eindimensionalen Wirbelströmung.

Die Funktion

$$\varphi(z) = 1 - 2 e^{-\eta/2} \cosh(\eta z/l) \quad (40)$$

(s. Bild 5) berücksichtigt den Effekt der endlichen Länge der Permanentmagnete durch einen einzigen Parameter.

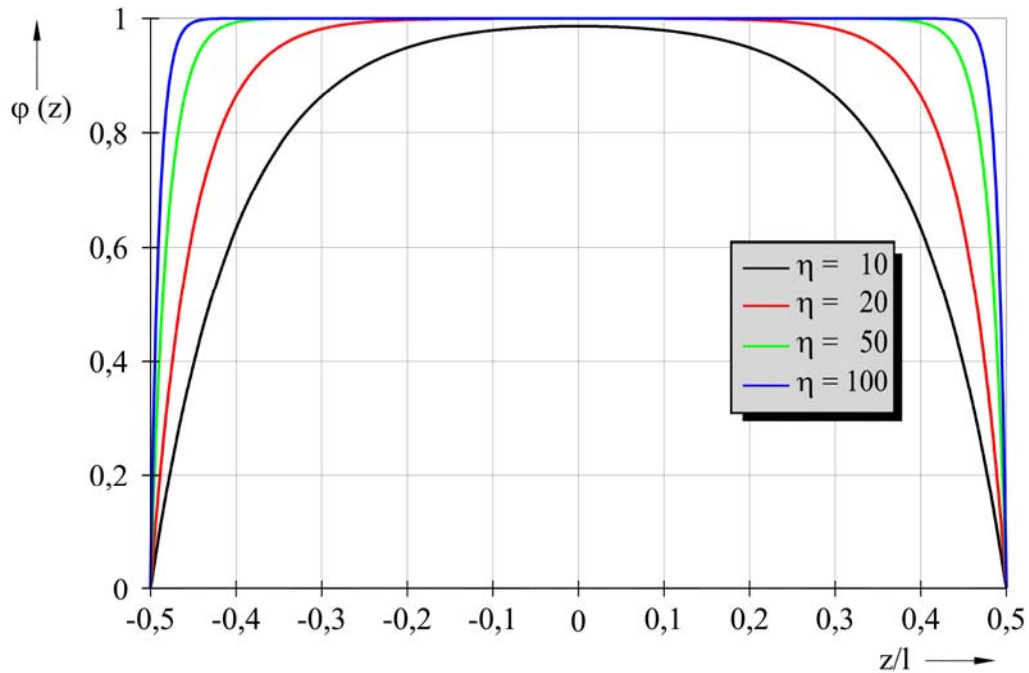


Bild 5: Axiale Feldverteilung

Für die Lösung der Wirbelstromdifferentialgleichung ist es notwendig, die Funktion $\varphi(z)$ durch eine Fourier-Reihe zu approximieren:

$$\varphi(z) = \sum_{k=1,3,5}^m \frac{F_k}{k} \cos(k b z) \quad (41)$$

Dabei ist $b = \pi/l$, $l =$ Länge der Magnete.

Für die Fourier-Koeffizienten gilt:

$$F_k = \frac{4}{\pi} \frac{\eta^2 - (k\pi)^2}{\eta^2 + (k\pi)^2} e^{-\eta} \sin\left(k \frac{\pi}{2}\right), \quad (42)$$

wobei

$$k = 2g + 1 \quad g = 0, 1, 2, \dots$$

Bild 6 zeigt die Fourier-Approximationen der axialen Feldverteilung $\varphi(z)$ bis $k_{\max} = 7$ und $k_{\max} = 19$.

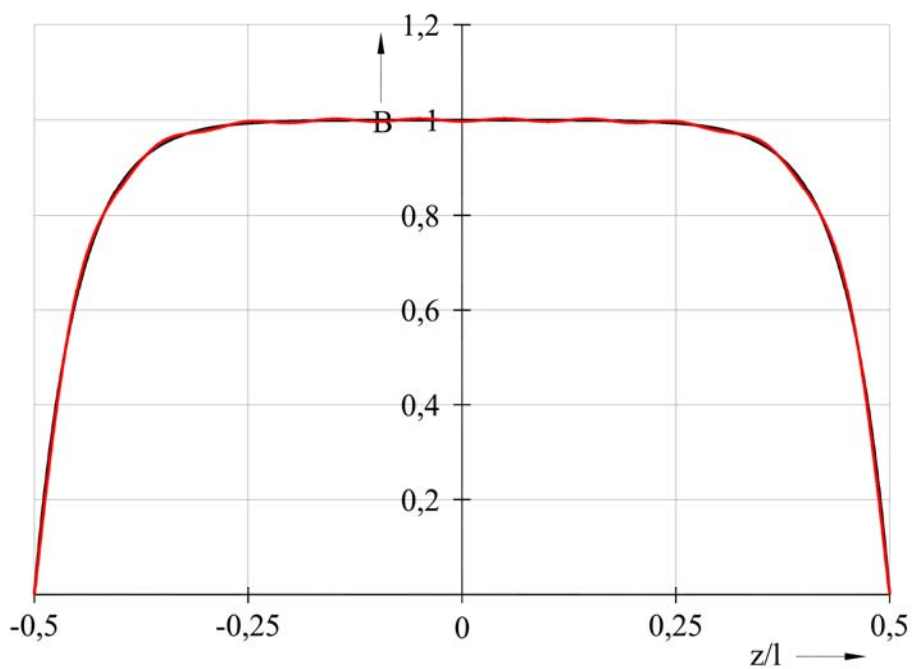
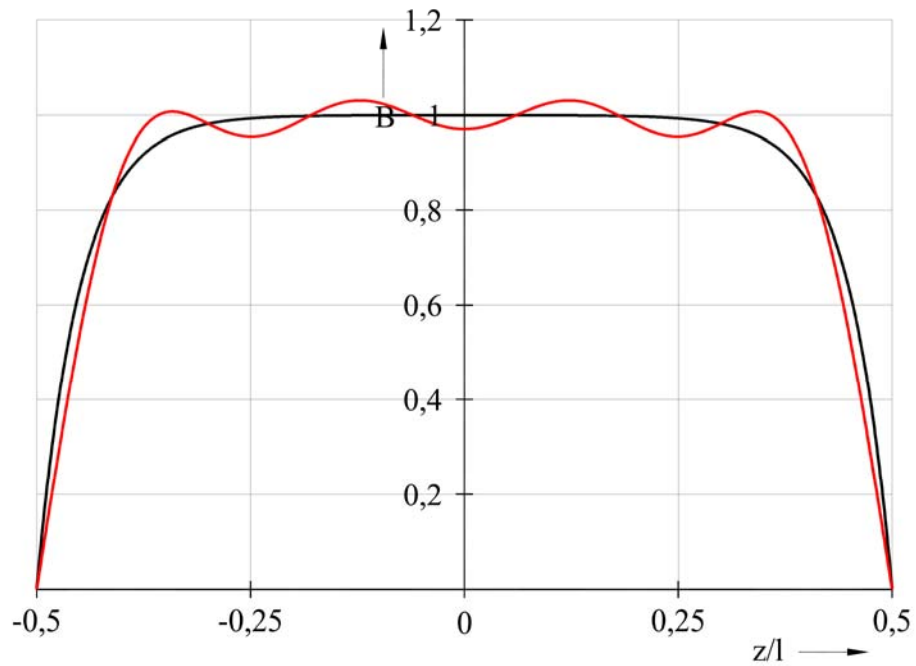


Bild 6: Fourier-Approximationen
der axialen Feldverteilung $\varphi(z)$ für $\eta = 20$
a) bis $k_{\max} = 7$
b) bis $k_{\max} = 19$

Der Ansatz für die z-Komponente des Vektorpotentials der i-ten Schicht lautet dann:

$$\underline{A}_{z,i} = \frac{\mu_0 \hat{a}_1}{a} \mu_{r,i} \sum_{k=1}^m \frac{F_k}{k} \cos(kb z) \left(\underline{C}_{i,k} \sinh(\underline{q}_{i,k} y) + \underline{D}_{i,k} \cosh(\underline{q}_{i,k} y) \right) e^{j(ax - \omega t)} \quad (43)$$

Als charakteristische Gleichung erhält man

$$-a^2 + \underline{q}_{i,k}^2 - (kb)^2 = \underline{q}_{i,k}^2 - c_k^2 = -j\omega \kappa_i \mu_i \quad (44)$$

wobei

$$c_k = a \sqrt{1 + \left(k \frac{b}{a}\right)^2} = \frac{\pi}{\tau_p} \sqrt{1 + \left(k \frac{\tau_p}{l}\right)^2} \quad (45)$$

die endliche Länge der Magnete berücksichtigt.

Das Gleichungssystem zur Bestimmung der Integrationskonstanten (Gl. 23) ist jetzt für jede berücksichtigte Harmonische k zu lösen.

Bei der Berechnung der Wirbelstromverluste ist zu beachten, dass für den Poyntingschen Vektor im Fall der zweidimensionalen Wirbelströmung

$$\underline{S}_{y,i}(y_i) = \frac{1}{\kappa_i \mu_0 \mu_{r,i}} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\underline{G}_{z,i} \cdot \underline{B}_{x,i}^* - \underline{G}_{x,i} \cdot \underline{B}_{z,i}^* \right]_{y=y_i} \quad (46)$$

gilt.

Die gesamten Wirbelstromverluste in einer Schicht, verursacht durch die v -te Feldwelle, sind dann die Summe der Wirbelstromverluste aller Harmonischen k. Eine ausführlichere Darstellung dieser Theorie wird in [8] gegeben.

Literatur:

- [1] Lange, A.: Analytische Methoden zur Berechnung elektromagnetischer und thermischer Probleme in elektrischen Maschinen.
Diss. TU Braunschweig 2000
- [2] Wunsch, G.: Feldtheorie, Bd. I und II.
Verlag Technik, Berlin 1976
- [3] Weschta, A.: Entwurf und Eigenschaften permanent-erregter Synchronmotoren.
Diss. Univ. Erlangen-Nürnberg 1983
- [4] Heil, J.: Auslegung und Betriebsverhalten von permanenterregten Synchronmaschinen mit maschinenkommutiertem Frequenzumrichter.
Diss. TH Darmstadt, 1990
- [5] Greifenstein, E.: Entwurf, Konstruktion und experimentelle Untersuchungen von hochtourigen Drehstrommaschinen mit Käfigläufer und mit Permanentmagnetläufer.
Diss. TH Darmstadt 1999
- [6] Binder, A.; Lu, T.: Losses in inverter-fed permanent magnet high-speed machines.
SPEEDAM 2002, Ravello, Proc. C5 pp.39-49
- [7] Beckert, U.: Modelle und Algorithmen zur analytischen Berechnung der Wirbelströme und Wirbelstromverluste in den Permanentmagneten von Grenzleistungs-PM-Synchronmaschinen.
Forsch.Ber. IfE TU BAF 2005
- [8] Beckert, U.: Modell und Algorithmus zur analytischen Berechnung zweidimensionaler Wirbelstromerscheinungen in den Permanentmagneten von PM-Synchronmaschinen
Forsch.Ber. IfE TU BAF 2006

Autoren:

Prof. Dr.-Ing. habil. Ulrich Beckert
Dipl.-Ing. Roberto Schulze
Technische Universität Bergakademie Freiberg
Lessingstraße 45
09599 Freiberg
Phone: ++49 / +3731 / 392929
Fax: ++49 / +3731 / 393140
E-mail: beckert@et.tu-freiberg.de
Roberto.Schulze@et.tu-freiberg.de