

Jünemann, Reinhardt; Scheid, Wolf-Michael :

***Zur Dimensionierung konventioneller Einheitenlager = On the
demensioning of conventional units' warehouses =
Dimensionnement d'entrep[^]ots conventionnels pour unités***

Zuerst erschienen in:

Fördern und Heben : f + h ; Zeitschrift für Materialfluß und
Automation in Produktion, Lager, Transport und Umschlag. - Mainz :
Vereinigte Fachverl., ISSN 0373-6482 - ISSN 0015-5241 - ISSN
0341-2636, Bd. 28 (1978), 9, S. 605-612, insges. 6 S.

Reinhardt Jünemann,
Wolf-Michael Scheid,
Dortmund

Zur Dimensionierung konventioneller Einheitenlager

On the Dimensioning of Conventional Units' Warehouses

Dimensionnement d'entrepôts conventionnels pour unités

Die Zahl der Veröffentlichungen zur Dimensionierung und Optimierung von Hochregallagern ist kaum noch zu übersehen. Konventionelle Lager dagegen finden offenbar meist nur im Zusammenhang mit Kommissionierproblemen wissenschaftliches Interesse.

Die Beschäftigung mit dem wohl immer noch als »neu« empfundenen Hochregallager mag spekulärer erscheinen. Geht man von den diversen Hochregallager-Statistiken der Zeitschrift Materialfluß aus, so gab es Ende 1977 in der Bundesrepublik rund 450 Hochregallager, in denen etwas mehr als 1400 Regalbediengeräte im Einsatz waren. Stellt man diese Zahlen den schätzungsweise 100 000 bis 120 000 Gabelstaplern gegenüber, von denen ein erheblicher Teil im Lagerbereich – z. T. natürlich auch im Zusammenhang mit Hochregallagern – eingesetzt wird, so wird deutlich, daß auch heute noch die weitaus meisten Lager von Technik und Steuerung her konventionell betrieben werden. Dies gilt auch für einen nicht unbedeutenden Teil aller Neu- und Erweiterungsplanungen.

Will man für solche planerischen Überlegungen rationale Hilfen zur Dimensionierung geben, so setzt dies vernünftig gestellte Ziele voraus. Die im folgenden dargestellte Methodik bezieht sich ausschließlich auf Einheitenlager für Stückgüter. Es handelt

sich um Systeme, bei denen prinzipiell oder überwiegend nicht kommissioniert wird. Es werden stets ganze »Einheiten« – beispielsweise Paletten – zu einem Lagerort gebracht, dort eingelagert und von dort ausgelagert. Aus Gründen der Praxisnähe soll eine »Vereinzelung« insoweit möglich sein, als eine in einem Arbeitsspiel eingelagerte Einheit durchaus in mehreren Arbeitsspielen ausgelagert werden kann. Solche Fälle ergeben sich beispielsweise dann, wenn bestimmte Güter nur an ortsfesten Entnahme- und/oder Bearbeitungsplätzen entnommen werden, abgeschnitten werden o.ä. Es kann sich auch auf der Einlagerungsseite um die Zusammenfassung von logisch verschiedenen Vorgängen zu einem physischen Einlagerungsspiel handeln (etwa Transport von zwei Paletten eines Artikels übereinander, vier Kartons auf einmal etc.), die bei der Auslagerung dann auch physisch aufgeteilt werden.

Nicht behandelt dagegen werden (Kommissionier-)Sammelfahrten oder Verteilfahrten, bei denen im Rahmen von Aus- oder Einlagerungsaufträgen mehrere Lagerorte nacheinander angefahren werden und jeweils nur Aus- oder Einlagerungen ausgeführt werden. Die Zusammenfassung von je einem Ein- und Auslagerungsvorgang zu kombinierten Spielen soll jedoch zugelassen werden. Die betrachteten Lager werden als konventionell bezeichnet, wenn sie mit klassischen Arbeitsmitteln wie Sackkarre, Gabelhubwagen, Stapler o.ä. betrieben werden und als Hallenbauten mit oder ohne demontierbare Regale konzipiert wurden.

Für Planung und Betrieb solcher Lager werden i.d.R. Zielfunktionen vorgegeben wie:

- Maximierung des Deckungsbeitrages (etwa bei Speditionslagern);
 - Minimierung der Kosten des Lagers.
- Dabei sind Randbedingungen einzuhalten, die sich selbst wieder als Minimax-Bedingungen formulieren lassen wie etwa
- Maximierung des Servicegrades;
 - Minimierung der zu lagernden Bestände;
 - Minimierung des Personaleinsatzes;
 - Minimierung der Auftragsdurchlaufzeiten etc.

Nahezu beliebig können weitere sinnvolle Ziele vorgegeben werden, dabei ist jedoch zwischen der Planungs-, Realisations- und Betriebsphase zu unterscheiden. So lassen sich Investitionsaufwendungen sehr wohl in der Planungsphase beeinflussen. Eine Forderung nach Begrenzung der Kapitalkosten in der Betriebsphase zu erheben wäre dagegen allenfalls in bezug auf die Deckung von Ersatz- und Erweiterungsbedarf sinnvoll. Für die einzelnen Phasen können etwa folgende konkrete Ziele genannt werden, die im Zusammenhang mit Dimensionierungsüberlegungen stehen:

Planungsphase:

Minimierung der zu erwartenden Kosten für einen gegebenen Zeitraum (Planungshorizont); Einhaltung eines geforderten Servicegrades; Einhaltung geforderter Auftragsdurchlaufzeiten.

Realisationsphase:

Minimierung der Bau- und Montagezeit; Minimierung der Inbetriebnahmezeit.

Betriebsphase:

Maximierung der Auslastung der Arbeitsmittel; Minimierung der Zahl der Arbeitsmittel; Maximierung des Servicegrades bei gegebener

Prof. Dr.-Ing. R. Jünemann ist Lehrstuhlinhaber, Dipl.-Ing. Scheid Mitarbeiter am Lehrstuhl für Förder- und Lagerwesen der Universität Dortmund.

nem Budget; Minimierung der Bestände; Maximierung der Flächen- und Lagerplatzausnutzung.

Selbstverständlich gelten einzelne Ziele sowohl in der Planungs- als auch in der Betriebsphase. Für die Planungsphase läßt sich das in Form eines technisch-wirtschaftlichen Vergleichs alternativer lagertechnischer Lösungen realisieren. Jede der einzelnen Lösungen wird dabei charakterisiert durch:

- Art der Lagerung (Blocklagerung, Fachlagerung, Einfahr- oder Durchlaufregale);
- benötigte Fläche (Bereitstellflächen in Warenein- und Warenausgang, Verkehrs- und Bedienwege, Lagerfläche);
- Art und Zahl benötigter Arbeitsmittel (Sackkarre, Gabelhubwagen, Stapler etc.) und Personalbedarf;
- Organisation und Steuerung.

Zwischen den angegebenen Parametern bestehen Interdependenzen. So können sich beispielsweise für eine vorgegebene Lagerordnung (feste, freie Lagerordnung oder Mischform), gegebene Zahl zu lagernder Einheiten (mit vorgegebenen Maßen und Gewichten) sowie eine bestimmte Art der Lagerung unterschiedliche Kombinationen hinsichtlich benötigter Fläche und erforderlicher Arbeitsmittel selbst bei Wahl der gleichen Art eines Arbeitsmittels ergeben. Solche Kombinationen sind dann abhängig von der jeweils vom Arbeitsmittel genutzten Hubhöhe und den sich aus der Art der Lagerung und der verwendeten Lagereinheiten ergebenden möglichen Hub- oder Hallenhöhen.

Die durch die Lagereinheit bedingten Hubhöhen wachsen diskret an, während die vom Arbeitsmittel nutzbare Hubhöhe stetig jeden beliebigen Wert bis zu einem typabhängigen Maximum annehmen kann. Für die im Sinne der Zielfunktion jeweils optimale Lösung ist es somit nicht notwendig, daß sie bei der maximalen Hubhöhe realisiert wird.

Aufgrund der üblichen Preissprünge bei Übergang von einem typischen Arbeitsmittel auf ein anderes (damit zugleich meist zu anderen minimalen Arbeitsgangbreiten und maximalen Hubhöhen) lassen sich in Verbindung mit der Erfahrung des Planers die Varianten der Hallenhöhen relativ schnell begrenzen. Man wird bei konventionellen Lagern verhältnismäßig wenig Varianten vergleichen (beispielsweise lichte Hallenhöhen von 5,5 m, 7,5 m, 11 m und 13 m bei Pool-Paletten mit einer maximalen Beladehöhe von 1500 mm und Lagerung in Regalen). Damit ist dann zugleich vorgegeben, wieviele Einheiten jeweils übereinander gelagert werden können.

Aus den arbeitsmitteltypischen Gangbreiten und den von der Lagereinheit her zu dimensionierenden Fächern ergeben sich damit die jeweils alternativ erforderlichen Lagerflächen F :

$F = f$ (Zahl der geforderten Lagerplätze, gegebene Hallenhöhe, Arbeitsmittel, Lagereinheit, Zugriffsart zur Lagereinheit)

Die Zahl der erforderlichen Arbeitsmittel N läßt sich dann aufgrund des geforderten Durchsatzes (Arbeitsspiele/Zeiteinheit) ermitteln:

$N_{\text{Arbeitsmittel}} = f(F, \text{mittlere Hubhöhe, Leistungsdaten der Arbeitsmittel, Durchsatz, Lagereinheit})$

Dabei gilt im einzelnen:

mittlere Hubhöhe $\bar{h} = f(\text{Lagereinheit, Art der Lagerung, Hallenhöhe})$
mittlerer Weg $\bar{s} = f(F)$

mittlere Spielzeit $\bar{t} = f(\bar{s}, \bar{h}, \text{Leistungsdaten der Arbeitsmittel})$ [s]

Durchsatz $D = \text{Spiele/h}$

$\eta_{\text{ver}} = \text{Verfügbarkeit des Arbeitsmittels}$

$\eta_{\text{aus}} = \text{mittlere Auslastbarkeit des Arbeitsmittels}$

und

$$N_{\text{Arbeitsmittel}} = \frac{D \times \bar{t}}{\eta_{\text{ver}} \times \eta_{\text{aus}} \times 3600}$$

Für eine gegebene mittlere Hubhöhe, ein bestimmtes Arbeitsmittel und vorgegebene Lagereinheiten kann man bei gleicher Beaufschlagung aller Lagerorte demnach im Hinblick auf einen geforderten Durchsatz formulieren

$$N_{\text{Arbeitsmittel}} = f(\bar{s})$$

wobei bei einer rechteckigen Lagerfläche $F = a \times b$ wiederum gilt

$$\bar{s} = f(a, b)$$

Implizit ist unterstellt, daß Fahr- und Hubbewegungen der Arbeitsmittel sich nicht überlagern oder die Wege im Mittel so groß sind, daß eine solche Überlagerung keinen Einfluß auf die Richtigkeit des obigen Ansatzes ausübt. Die Unfallverhütungsvorschriften verbieten für Flurförderzeuge eine solche Überlagerung [1], wie sie bei schienengeführten Regalbediengeräten üblich ist. Lediglich für Flurförderer, die zusätzliche Führungen zur Erhöhung der Standsicherheit verwenden, wie etwa Hochregalstapler, kann ein gleichzeitiges Fahren und Heben geduldet werden [2]. Unter diesen Voraussetzungen gilt für die Kostenfunktion näherungsweise

$$K = f(N_{\text{Arbeitsmittel}}, F) \text{ oder}$$

$$K = f(a, b, F)$$

Da diese Zielfunktion zu minimieren ist und $F = a \times b$ gilt, reduziert sich diese auf die Aufgabe

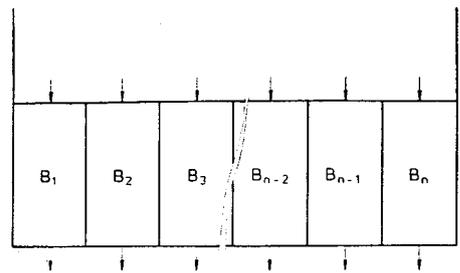
»Bestimme für eine gegebene Fläche F deren Seiten a und b so, daß $\bar{s} = f(a, b)$ ein Minimum wird!«

Für den skizzierten Variantenvergleich ist dies gleichbedeutend mit $N_{\text{Arbeitsmittel}} \rightarrow \text{Minimum!}$

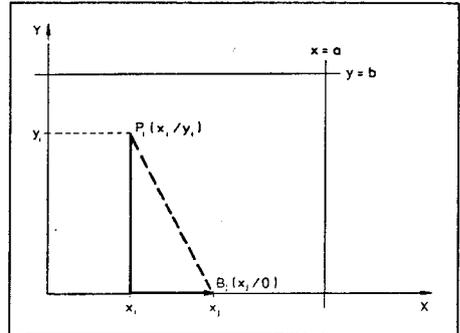
Die Reduktion auf die Minimierung des mittleren Weges bietet den Vorteil, daß die Ergebnisse unabhängig sind von der mittleren Hubhöhe, der Lagereinheit, Hallenhöhe und dem Arbeitsmittel.

Als Ergebnis sind daraus allgemeingültige Regeln zur Dimensionierung von konventionellen Lagerhallen zu erwarten. Damit wird nicht ausgeschlossen, daß auch die anderen angesprochenen Abhängigkeiten exakt formuliert werden können und zu einer über das Längen/Breiten-Verhältnis hinausgehenden Optimierung dienen. Da jedoch diese Art der Optimierung stets eine auf den speziellen Anwendungsfall hin orientierte Lagereinheit sowie bestimmte Arbeitsmittel einschließt, lassen sich bei einer solchen Gesamt-Optimierung konventioneller Lager keine allgemeingültigen Ergebnisse gewinnen.

Um den erwünschten verallgemeinerten Aussagen die notwendige Praxisnähe zu geben, sind weitere Gesichtspunkte zu berücksichtigen. Zunächst ist darauf hinzuweisen, daß zwar Ein- oder Auslagerungsort innerhalb der aus a und b gebildeten Lagerfläche beliebig gewählt werden können, daß jedoch die Einlagerung üblicherweise nach »Entladung« von einer Bereitstellfläche im Wareneingang ausgeht. Entsprechend gehen Auslagerungen vom Entnahmeort zur Bereitstellfläche im Warenausgang.



1: Anordnung von Bereitstellflächen B_i im Warenausgang – Arrangement of assembly surfaces B_i in the distribution of goods – Disposition des surfaces de mise à disposition B_i à la sortie des marchandises



2: Lagerfläche $F = a \times b$ mit Lagerort P_i und Bereitstellfläche B_i im X-Y-Koordinatensystem – Warehouse surface $F = a \times b$ with storing place P_i and assembly surface B_i in the X-Y-coordinate system – Surface de stockage $F = a \times b$ avec lieu de stockage P_i et surface de mise à disposition B_i dans le système de coordonnées XY

Auf die Dimensionierung dieser Bereitstellflächen soll hier nicht eingegangen werden. Im allgemeinen sind Mindestlängen aufgrund der Zahl der erforderlichen Stellplätze für Lkw und Waggons sowie der Art der Be- und Entladung (Längs- oder Kopframpe usw.) zu bestimmen. Die Flächen selbst werden vorgegeben durch die Notwendigkeit, einzulagernde Waren zwischenzulagern, zu kontrollieren, auszuzeichnen, zu sortieren sowie auszulagernde Ware zu sammeln und beispielsweise in Tourengrößen für die Beladung bereitzustellen und damit ebenfalls zwischenzulagern.

Betrachtet man zur Vereinfachung zunächst lediglich die Warenausgangsseite, so kann man sich die Warenausgangsfächen in mehrere Bereitstellungsplätze unterteilt vorstellen, wie Bild 1 zeigt.

Werden alle Artikel und Lagerorte des Lagers gleich häufig und in gleicher Weise angesprochen, so kann unter Vernachlässigung der tatsächlich erforderlichen Aufteilung der Fläche $F = a \times b$ in Lager- und Arbeitsgangflächen davon ausgegangen werden, daß alle denkbaren Flächensegmente ΔF gleich häufig zu Entnahmevorgängen »angefahren« werden.

Noch weiter von der Realität abstrahierend soll ein beliebiges Flächensegment innerhalb eines X-Y-Koordinatensystems durch seinen Mittelpunkt P_i und dessen Koordinaten x_i, y_i , und die Bereitstellorte ebenfalls durch auf der Abszisse liegende Punkte B_i mit den Koordinaten x_i und $y_i = 0$ charakterisiert werden (vgl. Bild 2). Dann liegen alle möglichen Lagerorte innerhalb des aus Abszisse, Ordinate und den Geraden $y = b$ und $x = a$ gebildeten Rechtecks, der Fläche $F = a \times b$.

Für einen Auslagerungsvorgang vom Lagerort $P_i(x_i, y_i)$ zum Bereitstellort $B_i(x_i, 0)$ ist

Weiter auf S. 609

demnach aufgrund der wie üblich rechtwinklig angelegten Bedien- und Verkehrswege mindestens der Weg

$$s_{ij} = |x_j - x_i| + y_i$$

zurückzulegen.

Der geometrisch kürzeste Weg wäre i. d. R. geringer mit

$$s'_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + y_i^2}$$

ist jedoch mit bodengeführten Arbeitsmitteln nicht realisierbar. (Anm.: Dagegen könnte ein Stapelkran mit Teleskopsäule diesen Weg realisieren.)

Der minimale Weg läßt sich in zwei Komponenten zerlegen, einen Wegeanteil in X-Richtung und einen Wegeanteil in Y-Richtung, der offensichtlich von der Lage der Bereitstellplätze unabhängig ist. Für ihn gilt im Hinblick auf den mittleren Weg aller P_i , der mit $\bar{s} = \bar{x} + \bar{y}$ bezeichnet werden soll, folgendes: Sofern z gleichmäßig voneinander entfernte Lagerorte vorhanden sind

$y_1 = 0$ bis $y_z = b$, ergibt sich

$$\bar{y} = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z \frac{i-1}{z-1} \cdot b$$

\bar{y} ist das arithmetische Mittel aus allen y_i ; für $i = 1$ bis z .

Für sehr große z läßt sich entsprechend schreiben

$$\bar{y} = \frac{1}{b} \int_0^b y \, dy, \text{ also } \bar{y} = \frac{b}{2}$$

Auf die Praxis übertragen, besagt dieses erste Ergebnis:

»Bei Gleichverteilung aller Lagerorte oder Artikel in einem Arbeitsgang entspricht der mittlere Weg zum Lagerort für ein Einzelspiel in Gangrichtung näherungsweise der halben Ganglänge.«

Exakt formuliert stellt das Integral den mittleren Weg für unendlich viele Lagerorte entlang der Strecke b dar. Der Fehler, der sich bei Verwendung dieses Näherungswertes ergibt, ist für kurze Strecken b oder wenige Fächer in Y-Richtung beträchtlich, sinkt jedoch rasch ab und beträgt bereits für mehr als 11 Fächer weniger als 5%. So gesehen erscheint eine Verwendung dieses Wertes zulässig und praxisgerecht. Die vielfach angegebene Größe $2/3 \cdot b$ für den mittleren Weg in einem Arbeitsgang [3] bezieht sich nur auf zusätzlich geführte Flurförderer (etwa Hochregalstapler) und gilt zudem nur bei einer bestimmten optimalen Abstimmung zwischen Länge und Höhe des Arbeitsganges sowie Fahr-, Hub- und Senkgeschwindigkeiten des Arbeitsmittels [4].

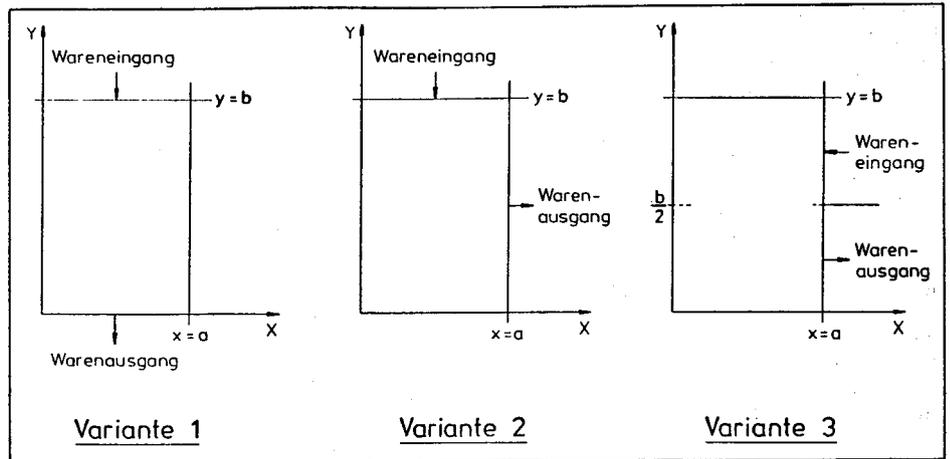
Geht man nun davon aus, daß es n gleichmäßig verteilte Bereitstellplätze $B_j(x_j, 0)$ gibt, mit $x_1 = 0$ bis $x_n = a$ sowie m gleichmäßig in X-Richtung verteilten Lagerorten $P_i(x_i, y_i)$ mit $x_1 = 0$ bis $x_m = a$,

$$x_j = \frac{j-1}{n-1} \cdot a \quad 0 \leq x_j \leq a \quad j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_i = \frac{i-1}{m-1} \cdot a \quad 0 \leq x_i \leq a \quad i = 1, 2, 3, \dots, m$$

so gilt für den mittleren Weg von einem Bereitstellort B_j in X-Richtung

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |x_i - x_j|$$



3: Drei typische Grundvarianten für die Anordnung von Warenein- und -ausgang – Three typical basic variants for the arrangement of receipt and distribution of goods – Trois variantes de base typiques pour la disposition de la sortie et de l'entrée des marchandises

WE/WA-Anordnung Vergleichsgrößen	Variante 1	Variante 2	Variante 3
\bar{s}_{WE}	$\frac{a}{3} + \frac{b}{2}$	$\frac{a}{3} + \frac{b}{2}$	$\frac{a}{2} + \frac{5}{12} \cdot b$
\bar{s}_{WA}	$\frac{a}{3} + \frac{b}{2}$	$\frac{a}{2} + \frac{b}{3}$	$\frac{a}{2} + \frac{5}{12} \cdot b$
$\bar{s}_{min} = \bar{s}_{WEmin} = \bar{s}_{WAmin}$	$\frac{2}{3} \cdot a$	$\frac{5}{6} \cdot a$	a
Seitenverhältnisse für \bar{s}_{min}	$a : b = 3 : 2$	$a : b = 1 : 1$	$a : b = 5 : 6$
Verhältnis der minimalen mittleren Wege \bar{s}_{min}	$\bar{s}_{min} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{F}$	$\bar{s}_{min} = \frac{5}{6} \cdot \sqrt{F}$	$\bar{s}_{min} = \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot \sqrt{F}$
bzw. in [%]	100	102,1	111,8

4: Vergleich der Grundvarianten für Warenein- und -ausgang an Hand mittlerer Wege unter Berücksichtigung optimaler Seitenverhältnisse – Comparison of basic variants for receipt and distribution of goods by means of average ways under consideration of optimal aspect ratios – Comparaison des variantes de base pour l'entrée et la sortie des marchandises en s'appuyant sur les parcours moyens compte tenu des rapports optimaux de largeur et hauteur

und für den mittleren Weg in X-Richtung für alle Bereitstellorte

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \bar{x}_j = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m |x_j - x_i|$$

Für $j > 1$ gilt

$$\bar{x} = \frac{2j-1}{6j-6} \cdot a$$

oder für unendlich viele Bereitstellplätze B_j

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \bar{x} = \frac{1}{3} \cdot a$$

Auch hier ergibt sich wieder ein Fehler zwischen diesem Näherungswert und dem realen mittleren Wert in X-Richtung. Auch dieser Fehler beträgt schon bei 10 nebeneinander liegenden Bereitstellplätzen weniger als 5%, so daß mit zulässiger Vereinfachung bei hinreichend vielen Bereitstellplätzen mit dem Näherungswert $a/3$ für den Wegeanteil in X-Richtung gerechnet werden kann. Somit ergibt sich als mittlerer Weg \bar{s} für alle denkbaren s_{ij} (Bild 2)

$$\bar{s} = \frac{a}{3} + \frac{b}{2}$$

Unter Zugrundelegung von Einzelspielen ergibt sich der gleiche Wert für den mittleren Einlagerungsweg, wenn der Wareneingangsbereich dem Warenausgang gegenüberliegend angenommen wird.

Tatsächlich gibt es jedoch viele unterschiedliche Möglichkeiten für die Zuordnung der

Wareneingangs- und Warenausgangsbereiche einer Lagerfläche $F = a \times b$.

Drei typische Grundvarianten zeigt Bild 3; die dort gezeigte Variante 1 entspricht genau der oben skizzierten Lösung.

Für die Variante 2 ergeben sich unterschiedliche mittlere Wege \bar{s}_{WE} für Einlagerungs- und \bar{s}_{WA} für Auslagerungsspiele, die durch Übertragung der für Variante 1 ermittelten Grenzwerte oder Näherungswerte einfach zu finden sind:

$$\bar{s}_{WE} = \frac{a}{3} + \frac{b}{2}$$

$$\bar{s}_{WA} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

Dagegen ergeben sich für Variante 3 wieder aus Symmetriegründen gleiche mittlere Wege

$$\bar{s}_{WE} = \bar{s}_{WA} = \bar{s} = \frac{a}{2} + \frac{5}{12} b$$

Definiert man den mittleren Weg \bar{s} bei Variante 2 als arithmetisches Mittel aus den mittleren Wegen für Einlagerungs- und Auslagerungsspiele, so lassen sich für alle Varianten Seitenverhältnisse $a : b$ finden, bei denen sich jeweils ein \bar{s}_{min} als minimaler mittlerer Weg ergibt.

Bild 4 zeigt eine Übersicht der sich dabei ergebenden optimalen Seitenverhältnisse und der mittleren Wege. Ein Vergleich zeigt, daß Variante 1 am günstigsten abscheidet.

Für diese Variante wurde in einem Spezialfall der mittlere minimale Weg und damit das Seitenverhältnis $a : b = 3 : 2$ auf anderem Wege abgeleitet [5]. Aus der richtigen Erkenntnis, daß sich im Falle der Variante 2 als optimales Seitenverhältnis ein Quadrat ergibt, wurde der Schluß gezogen, quadratische Grundflächen seien nicht optimal. Wie die Übersicht zeigt, sind die Varianten 1 und 2 annähernd gleichwertig. Allerdings ist darauf hinzuweisen, daß in der Praxis die Variante 2 durch den hier notwendigen Querverkehr mehr Verkehrsfläche bei gleicher Lagerfläche benötigt. Zudem bergen die so entstehenden Kreuzungen Gefahren und können Verlangsamungen des Verkehrs zur Folge haben [6].

Die gefundenen Zusammenhänge beziehen sich auf Einzelspiele und ein Verhältnis von Ein- zu Auslagerungsspielen von 1 : 1. In der Regel entspricht dies den Verhältnissen der Praxis. Die Übersicht in Bild 4 zeigt anschaulich, daß generell gilt

$$\bar{s} = f(\sqrt{F})$$

Mit wachsender Lagerfläche nehmen die mittleren Wege also nur unterproportional zu. Das entwickelte Instrumentarium bietet einfache Möglichkeiten, für beliebig aufgeteilte rechteckige Lagerflächen mittlere Wege zu berechnen. Die auf die einzelnen Flächenanteile entfallenden Wegeanteile sind dabei lediglich mit den jeweils anteilig bedienten Lagerplätzen zu gewichten, der resultierende mittlere Weg ergibt sich als gewichtetes arithmetisches Mittel. Umgekehrt können für gegebene Längen von Warenausgang, Wareneingang auch bei Teilung solcher Bereiche unter Zuordnung von anteiligen Ein- und Auslagerungshäufigkeiten analog mittlere Wege hergeleitet werden, die dann zur individuellen Optimierung eines optimalen Seitenverhältnisses dienen.

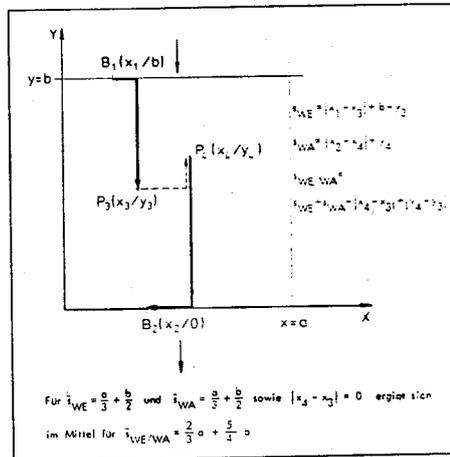
Es sei noch darauf hingewiesen, daß auch Ableitungen für punktförmige Warenausgangsbereiche existieren [7]. Diese erscheinen normalerweise als praxisfremd. In bestimmten Fällen wie etwa Anlieferung aus der Fertigung mit Stetigförderer kann die Abgabestation des Förderers als ein solcher punktförmiger Bereich aufgefaßt werden. Auch solche Fälle lassen sich problemlos mit den entwickelten Näherungsformeln lösen und optimieren. Um die nötige Praxisnähe sicherzustellen, sind gefundene Lösungen natürlich unter Berücksichtigung effektiver Gang- und Regalbreiten sowie üblicher Hallen-spannweiten und Stützenraster zu korrigieren. Die realen Wege sind dann mit Hilfe der anfangs dargestellten Gleichungen problemlos zu bestimmen, wobei auch die Tiefe der Wareneingangs- und Warenausgangsbereiche selbst berücksichtigt werden sollte.

Wie sich die Optimalität ändert, wenn unterschiedliche Häufigkeiten für Ein- und Auslagerungsspiele angenommen werden, zeigt an einigen Beispielen Bild 5.

Aus der Technik der Hochregallager und auch aus Hinweisen von Flurförderzeugherstellern ist bekannt, daß sich mittlere Wege durch kombinierte Spiele weiter verkürzen lassen. Da Einzelspiele den berechneten Weg zweimal – mit und ohne Nutzlast – zurücklegen, ist es logisch, daß kombinierte Spiele nur dann lohnend erscheinen, wenn der bei einem Ein- mit anschließendem Auslagerungsspiel (bzw. in umgekehrter Reihenfolge) zurückgelegte Weg kleiner, keinesfalls aber größer ausfällt als der doppelte mittlere Weg

Verhältnis der Häufigkeit von Ein- und Auslagerungsspielen	optimales Seitenverhältnis $a : b$	mittlerer Weg \bar{s}_{\min} [%] $\bar{s}_{\min} = \frac{P_{WE} \cdot \bar{s}_{WE} + P_{WA} \cdot \bar{s}_{WA}}{P_{WE} + P_{WA}}$	\bar{s}_{WE} [%]	\bar{s}_{WA} [%]
$P_{WE} : P_{WA}$				
Variante 1 beliebig	3 : 2	100	100	100
Variante 2				
1 : 4	11 : 14	101,3	105,3	100,3
1 : 3	9 : 11	101,6	104,6	100,5
1 : 2	7 : 8	101,8	103,6	100,9
1 : 1	1 : 1	102,1	102,1	102,1
5 : 4	23 : 22	102,0	101,6	102,5
4 : 3	18 : 17	102,0	101,5	102,7
3 : 2	13 : 12	102,0	101,3	103,0
Variante 3 beliebig	5 : 6	111,8	111,8	111,8

5: Einfluß unterschiedlicher Häufigkeiten für Ein- und Auslagerungsspiele auf die Optimalität des Layouts (Voraussetzung: Alle Lagerorte werden gleich häufig angefahren) – Influence of different frequencies for cycles of storing and retrieving on the optimization of layout (prerequisite: all storing places are serviced with identical frequency) – Influence des diverses fréquences des cycles de stockage et de déstockage sur l'optimisation du layout (condition préalable: tous les lieux de stockage sont desservis à une fréquence égale)

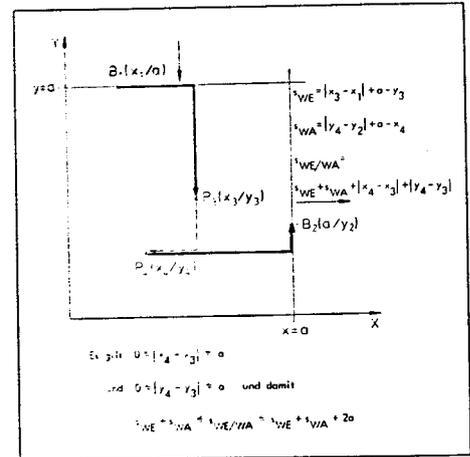


6: Allgemeiner Vergleich zwischen Einzelspielen (Basis s_{WE} bzw. s_{WA}) und kombinierten Spielen ($s_{WE/WA}$) an Hand der Variante 1 – General comparison between individual cycles (basis s_{WE} and s_{WA} respectively) and combined cycles ($s_{WE/WA}$) by means of variant 1 – Comparaison générale des cycles individuels (base s_{WE} ou s_{WA}) et des cycles combinés ($s_{WE/WA}$) en partant de la variante 1

$$\bar{s}_{\text{kombiniert}} \leq 2 \times \bar{s}_{\text{einzel}} \text{ oder etwa } 2 \cdot \bar{s}_{WE/WA} \leq 2 \cdot \bar{s}_{WE} + 2 \cdot \bar{s}_{WA}$$

Bild 6 zeigt, daß im allgemeinen bei der Kombination solcher Ein- und Auslagerungsspiele im Falle der Variante 1 zusätzlich zu den Verteilwegen (Wegeanteil in X-Richtung) in Warenein- und Warenausgang ein solcher Wegeanteil in X-Richtung zwischen den beiden Lagerorten P_3 und P_4 anfällt. Die gezeichnete kürzeste Verbindung kann dabei nur dann realisiert werden, wenn praktisch an jeder beliebigen Stelle des Lagers Quergänge vorhanden sind. Ist dies nicht der Fall, erhöht sich der Wegeanteil in Y-Richtung. Daher erscheint es optimal, die Punkte P_3 und P_4 im gleichen Gang zu wählen. Bei der gezeigten Anordnung verkürzt sich dann der anteilig für einen Ein- oder Auslagerungsvorgang zurückzulegende Weg in Y-Richtung um 37,5%. Mit Berücksichtigung des anteiligen Verteilweges in X-Richtung ergibt sich für den vom Arbeitsmittel zurückzulegenden anteiligen Weg je Ein- oder Auslagerungsvorgang gegenüber Einzelspielen eine Einsparung von 44%.

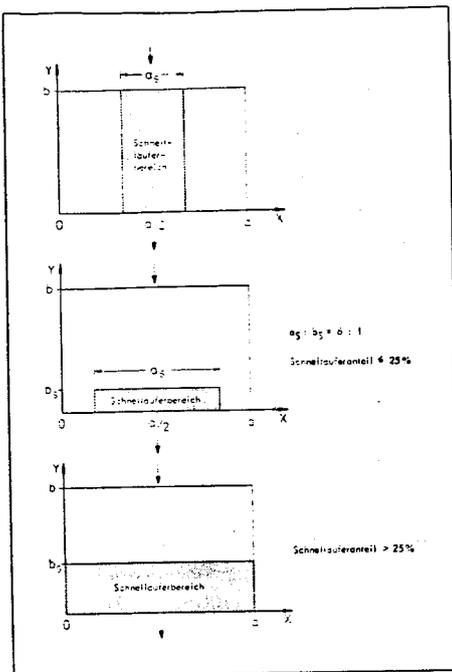
Eine Abschätzung der Möglichkeiten für kombinierte Spiele gemäß Bild 7 (Variante 2)



7: Allgemeiner Vergleich zwischen Einzelspielen (Basis s_{WE} bzw. s_{WA}) und kombinierten Spielen ($s_{WE/WA}$) an Hand der Variante 2 – General comparison between individual cycles (basis s_{WE} and s_{WA}) and combined cycles ($s_{WE/WA}$) by means of variant 2 – Comparaison générale des cycles individuels (base s_{WE} ou s_{WA}) et des cycles combinés ($s_{WE/WA}$) en partant de la variante 2

zeigt, daß die anteilig zurückzulegenden Wege u. U. bis zu 10% verlängert und maximal um 50% verkürzt werden. Für den Spezialfall, daß Ein- und Auslagerungsort auf der Gerade $y = x$ liegen und zusammenfallen, ergibt sich stets eine Verkürzung um mindestens 20 und maximal 60%. Für den Fall des Zusammenfallens unterhalb dieser Gerade kann die Verkürzung sogar größer sein. Für den allgemeinen Fall gilt die zuerst genannte Abschätzung. Ähnlich kann es bei Variante 3 neben bestenfalls 50% Verkürzung, durchaus auch zu einer Verschlechterung von 5% gegenüber dem mittleren Weg kommen.

Da die angegebenen Werte lediglich mittlere Verbesserungen gegenüber den vorher ermittelten mittleren Wegen für Einzelspiele bei optimalem Seitenverhältnis darstellen, wird man in der Praxis mit Ausnahme der Variante 1 (in der ange deuteten Beschränkung auf einen Gang) kombinierte Spiele nur dann vorsehen, wenn der Fahrweg einen vorgegebenen Grenzwert unterschreitet oder gegenüber einem der beiden sonst durchzuführenden Einzelspiele deutliche Vorteile zu erwarten sind. Dies gilt um so mehr, weil aus praktischen Gründen bei den Varianten 2 und 3 nicht beliebig viele Quergänge vorzusehen



8: Bildung von Schnellläuferbereichen (Variante 1)
 a) Berücksichtigung von Ein- und Auslagerungsspielen, b) und c) Berücksichtigung nur der Auslagerungsspielen – Creation of high-speed motion zones (variant 1) a) Consideration of storing and retrieving cycles b) and c) Consideration of retrieving cycles only – Constitution des zones rapides (variante 1) a) compte tenu des cycles de stockage et de déstockage b) et c) compte tenu seulement des cycles de déstockage

sind und daher der für die Abschätzungen angenommene minimale Weg zwischen Ein- und Auslagerungsort nicht immer realisiert werden kann.

Alle Abschätzungen gingen davon aus, daß im Warenein- und Warenausgang jeweils ein anteiliger Verteilweg von 1/3 der Länge dieses Bereichs anfällt. Eine Verringerung dieser Wege ließe sich etwa erreichen, wenn nicht alle Bereitstellflächen wahllos genutzt werden. Es ist üblich, Zahl und Größe dieser Flächen für einen Spitzenbedarf auszulegen. Werden sie nicht alle gleichzeitig benötigt, so ergeben sich Wegevorteile, wenn

- bei Variante 1 vorzugsweise die Bereitstellflächen nahe den Koordinaten

$$\left(\frac{a}{2}, 0\right) \text{ oder } \left(\frac{a}{2}, b\right).$$

- bei Variante 2 vorzugsweise die Bereitstellflächen nahe den Koordinaten

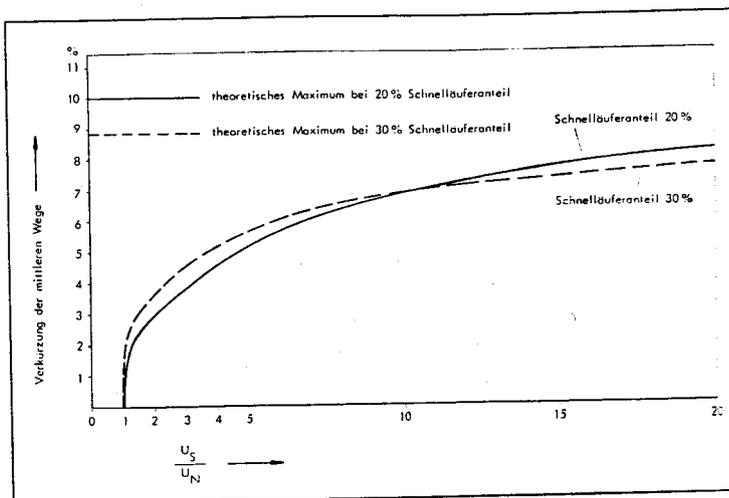
$$\left(\frac{a}{2}, a\right) \text{ oder } \left(a, \frac{a}{2}\right).$$

- bei Variante 3 die Bereitstellflächen nahe

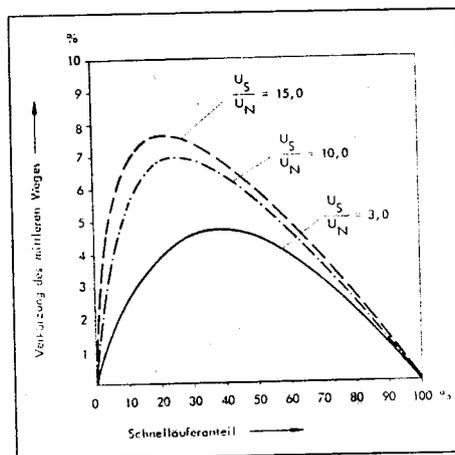
$$\left(a, \frac{b}{2}\right)$$

genutzt werden.

Wegevorteile gegenüber »normalen« Einzelspielen ergeben sich ebenfalls durch Bildung von Schnellläuferbereichen. Die sich dabei für Hochregallager mit punktförmig zusammenfallendem Warenein- und Warenausgangsbereich sowie Überlagerung von Horizontal- und Vertikalfahrwegen ergebenden Vorteile sind bekannt [8, 9]. Ähnliche Verhältnisse ergeben sich auch für konventionelle Lager. Bild 8 (Teil a) zeigt den möglichen Schnellläuferbereich bei Lageranordnungen gemäß Variante 1. Unter Verwendung der vorher abgeleiteten Näherungswerte für mittlere Wege lassen sich die unterschiedlichen mittleren Wege für Schnell- und Normalläuferbereiche wie folgt abschätzen:



9: Verkürzung mittlerer Wege in Abhängigkeit des Schnellläuferanteils und des Verhältnisses der Umschlaghäufigkeit Schnellläufer (U_S) zu Normalläufer (U_N) – Shortening of average ways as a function of high-speed motion part and the relation between turnover frequency high-speed motion (U_S) and normal-speed motion (U_N) – Abrégement des parcours moyens en fonction de la proportion d'engins rapides et du rapport entre la fréquence de manutention des engins rapides (U_S) et celle des engins de vitesse normale (U_N)



10: Verkürzung des mittleren Weges durch Bildung von Schnellläuferbereichen (Variante 1)
 U_S = Umschlaghäufigkeit Schnellläufer
 U_N = Umschlaghäufigkeit Normalläufer – Shortening of average way by the creation of high-speed motion zones (variant 1)
 U_S = Turnover frequency high-speed motion
 U_N = Turnover frequency normal-speed motion – Abrégement du parcours moyen par constitution de zones rapides (variante 1)
 U_S = fréquence de manutention des engins rapides
 U_N = fréquence de manutention des engins à vitesse normale

- mittlerer Weg für Schnellläufer

$$\bar{s}_S = \frac{7a + a_s}{12}$$

- mittlerer Weg für Normalläufer

$$\bar{s}_N = \frac{9a + a_s}{12}$$

Sofern der Anteil der Schnellläufer p_S , repräsentiert durch das Verhältnis der Fläche $F_S = a_s \times b$ und der Fläche $F = a \times b$, mit

$$\frac{F_S}{F} = p_S \text{ einbezogen wird:}$$

$$\bar{s}_S = \frac{7 + p_S}{12} \cdot a$$

$$\bar{s}_N = \frac{9 + p_S}{12} \cdot a$$

Für den bei der Bildung solcher unterschiedlicher Bereiche rechnerisch resultierenden mittleren Weg ergibt sich unter Einbeziehung des Verhältnisses zwischen der Umschlaghäufigkeit der Schnellläufer U_S zu der der Normalläufer U_N

$$\bar{s}_{res} = \frac{\frac{U_S}{U_N} \cdot \bar{s} + \frac{1 - p_S}{p_S} \cdot \bar{s}_N}{\frac{U_S}{U_N} + \frac{1 - p_S}{p_S}}$$

Die relative Verbesserung des mittleren Weges beträgt dann

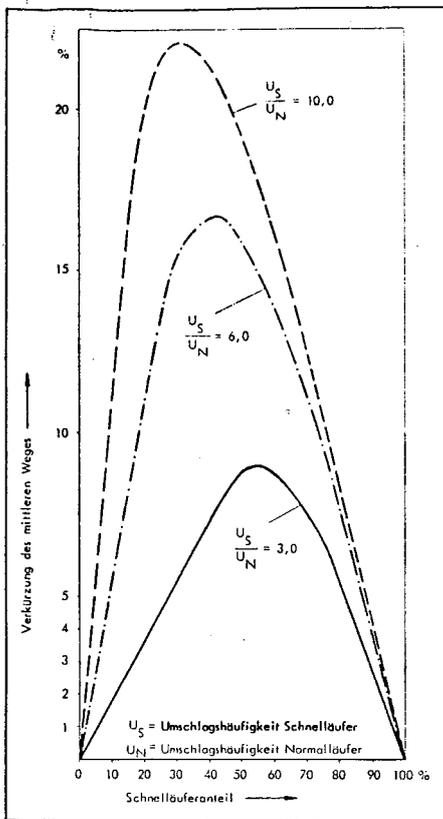
$$\frac{\bar{s}_{min} - \bar{s}_{res}}{\bar{s}_{min}} \cdot 100 [\%]$$

Mit diesen Zusammenhängen lassen sich je nach Schnellläuferanteil (p_S) sowie der Relation der Umschlaghäufigkeiten $U_S : U_N$ die erzielbaren Verkürzungen der mittleren Wege gegenüber einer völligen Durchmischung von Schnell- und Normalläufern angeben (vgl. Bild 9). Dabei wurde die Relation $a : b = 3 : 2$ beibehalten. Das theoretisch überhaupt erreichbare Maximum einer solchen Verkürzung wird wie folgt abgeschätzt

$$\lim_{\frac{U_S}{U_N} \rightarrow \infty} \frac{\bar{s}_{min} - \bar{s}_{res}}{\bar{s}_{min}} \cdot 100 = \frac{\bar{s}_{min} - \bar{s}_S}{\bar{s}_{min}} \cdot 100$$

Weiter können mit Hilfe dieser Näherungsformeln Bereiche angegeben werden, die sich als besonders günstig für die Bildung von Schnellläuferzonen erweisen (vgl. Bild 10). Aus Bild 10 ist erkennbar, daß der Schnellläufereffekt bei Variante 1 denkbar gering ausfällt. Eine Wegeverkürzung von 5 bis 8% bedeutet bei einem Wegeanteil an der mittleren Spielzeit von etwa 50% eine Steigerung der Umschlagleistung durch Bildung von Schnellläuferzonen von unter 4%. In der Praxis werden Schnellläuferzonen häufig nur im Hinblick auf die Auslagerungsseite – etwa bei Abholerverkehr – betrachtet. Deshalb bietet es sich vor allem bei Variante 1 an, Einlagerungen nicht zu berücksichtigen. Diese können außerhalb der abzudeckenden Spitze der Auslagerungsleistung bewältigt werden. Die sich dann als optimal ergebende Gestaltung des Schnellläuferbereichs zeigt Bild 8 in den Teilen b) und c). Bild 11 weist nach, daß der sich ergebende Effekt deutlich günstiger ausfällt.

Überträgt man diese Verhältnisse auf die Varianten 2 und 3, so zeigt sich, daß dort auch unter Berücksichtigung von Ein- und Auslagerungen deutlich größere Schnellläufereffekte auftreten. Für Variante 2, deren Schnellläuferzone Bild 12 zeigt, ist dieser Effekt in Bild 13 ausgewiesen. Die theoretischen Grenzwerte weisen die Unterschiede deutlich



11: Verkürzung des mittleren Weges durch Bildung eines Schnellläuferbereichs für die Auslagerungsseite unter Vernachlässigung der Einlagerungswege (Variante 1) – Shortening of average way by the creation of a high-speed motion zone for the retrieving side under omission of storing ways (variant 1) – Abrégement du parcours moyen par constitution d'une zone pour engins rapides dans la zone de déstockage compte non tenu des parcours de stockage (variante 1)

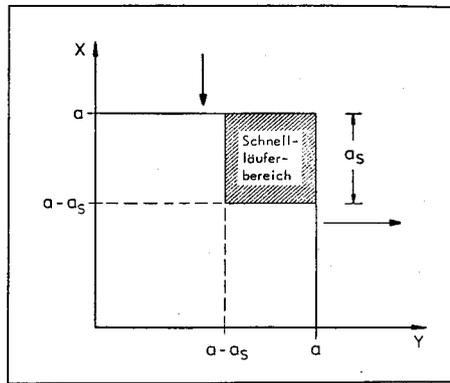
aus. Für einen Schnellläuferanteil von 10% sind an Verkürzungen der mittleren Wege erreichbar bei

- Variante 1 maximal 11,25%,
- Variante 2 maximal 27,4%,
- Variante 3 maximal 47,9%.

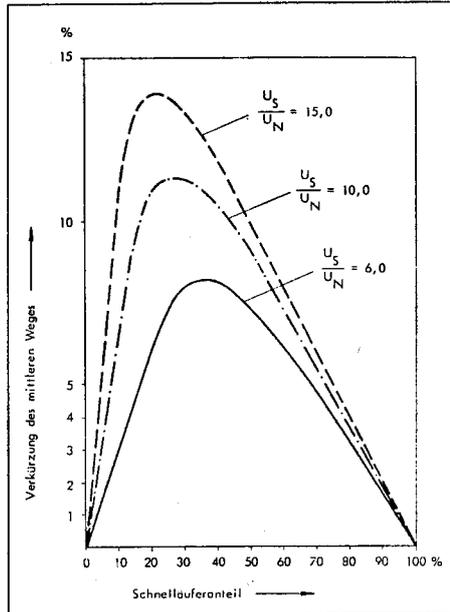
Jedoch gelten die für die Varianten 2 und 3 ausgewiesenen Näherungswerte letztlich nur, wenn nahezu beliebig viele Quergänge vorhanden sind. Da dies in der Praxis nicht der Fall ist, dürften sich die tatsächlich erzielbaren Effekte erheblich bescheidener ausnehmen.

Für die Bildung von Schnellläuferzonen spricht deren einfache organisatorische Beherrschung. Die Wirkungen bleiben gering. Ein Beispiel (auf der Basis der Variante 1) mag dies verdeutlichen:

Für eine Lagerfläche von 8000 m² ergibt sich bei optimalem Breiten/Längen-Verhältnis ein mittlerer Weg $\bar{s}_{\min} = 73$ m. Je Einzelspiel sind demnach $2 \times 73 = 146$ m zurückzulegen, was einer Wegzeit/Spiel von 73 s (bei $\bar{v} = 2,0$ m/s) entspricht.



12: Bildung von Schnellläuferbereichen (Variante 2) – Creation of high-speed motion zones (variant 2) – Constitution de zones à grande vitesse (variante 2)



13: Verkürzung des mittleren Weges durch Bildung von Schnellläuferbereichen (Variante 2)
 U_s = Umschlaghäufigkeit Schnellläufer
 U_N = Umschlaghäufigkeit Normalläufer – Shortening of average way by the creation of high-speed motion zones (variant 2)
 U_s = Turnover frequency high-speed motion
 U_N = Turnover frequency normal-speed motion – Abrégement du parcours moyen par constitution de zones à grande vitesse (variante 2)
 U_s = fréquence de manutention des engins rapides
 U_N = fréquence de manutention des engins à vitesse normale

Durch kombinierte Spiele lassen sich etwa 44% Wege einsparen. Bei einer mittleren Auslastung der Arbeitsmittel von 60% wird demnach bei 70 Spielen/h geforderter Leistung ein Arbeitsmittel (etwa ein Stapler mit Fahrer) eingespart. Diese 70 Spiele/h vor der Einsparung entsprechen etwa der üblichen Leistung von vier bis fünf Gabelstaplern. Die Einrichtung einer Schnellläuferzone für 20 bis 30% der Lagerorte bei einer Umschlags-

relation $U_s : U_N = 10$ bis 15 würde eine Wegeverkürzung von weniger als 8% ergeben und demnach erst bei einer »Flotte« von etwa 20 bis 25 Gabelstaplern zu spürbaren Wirkungen führen.

Zusammenfassung der Erkenntnisse

Einfache, leicht handhabbare Näherungswerte erlauben eine optimale Gestaltung von konventionellen Lagern für beliebige Anordnungen von rechteckigen Flächen, Warenein- und Warenausgangszonen. Grundsätzlich sind gegenüberliegende Ein- und Auslagerungszonen in Verbindung mit einer Optimierung des Breiten/Längen-Verhältnisses anzustreben.

Die Bildung von Schnellläuferzonen ist einfach möglich, bringt jedoch nur geringe Leistungsverbesserungen.

Bessere Erfolge sind durch kombinierte Spiele (vor allem bei Variante 1) zu erzielen. In der Praxis setzt deren Realisierung geeignete Steuerungssysteme voraus. Hierfür sind einfache folgerichtige Algorithmen zu entwickeln, deren Struktur sich aus den dargestellten Verhältnissen leicht ableiten läßt.

Die Varianten 2 und 3 werden bei Bildung von Schnellläuferzonen durchaus konkurrenzfähig zur Variante 1. In der Praxis wird dies behindert durch erforderliche Quergänge und damit zugleich höheren Verkehrsflächenanteil.

Bei allen dargestellten Beziehungen und errechneten Ergebnissen handelt es sich um Näherungslösungen. Im Vergleich zu realen Verhältnissen können sich deshalb Fehler ergeben. Für die zur Dimensionierung und zum Betreiben konventioneller Lager wichtigen Gesichtspunkte ergeben jedoch die Ergebnisse keine gravierenden Abweichungen. Damit liegt hier ein einfaches Instrumentarium vor, das zu hinreichend genauen Aussagen führt.

Literaturhinweise:

- [1] UVV Flurförderzeuge (VBG 12a) vom 1.10.1956 in der Fassung vom 1.4.1973, § 33 sowie Durchführungsregeln und Erläuterungen zur UVV Flurförderzeuge.
- [2] Laumann, H. J.: Sicherheit bei Flurförderzeugen, Kommentar zur 1973 in Kraft getretenen überarbeiteten UVV VBG 12a. Reihe Materialfluß im Betrieb, Bd. 9, VDI-Verlag, Düsseldorf 1976, S. 44
- [3] Vlg. o. V.: MF-Planungshilfe Flurförderzeuge, Arbeitsdiagramm zur Bestimmung der Arbeitsspielzeit für Hochregalstapler, Materialfluß 2 (1972) 10, S. 79 f.
- [4] Gudehus, T.: Grundlagen der Kommissioniertechnik, Verlag W. Girardet, Essen, 1973, S. 74 und S. 162-176.
- [5] Gudehus, T.: Grundlagen der Kommissioniertechnik, aaO., S. 69-71.
- [6] Fackelmeyer, A.: Materialfluß-Planung und Gestaltung, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1966, S. 90.
- [7] Scheffler, M.: Einführung in die Fördertechnik, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1973, S. 300 f.
- [8] Schippkühler, J.: Zur Optimierung der Fördervorgänge vor und in einem Hochregallager, dargestellt mit Hilfe eines Simulationsmodells. Dissertation, TU Berlin, 1972, S. 110-119.
- [9] Gudehus, T.: Grundlagen der Kommissioniertechnik, aaO., S. 185-189.

Bildnachweis: Verfasser