

# Gitter für die interferometrische Gravitationswellendetektion

## **Diplomarbeit**

Friedrich–Schiller–Universität Jena  
Physikalisch–Astronomische Fakultät

eingereicht von: Stephan Fahr  
geb. am: 21.04.1980 in Spremberg

1. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. A. Tünnermann

2. Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. H. Bartelt

Tag der Verleihung des Diploms:

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Interferometrische Detektion von Gravitationswellen . . . . .	3
2.1.1	Eigenschaften des Gitterstrahlteilers . . . . .	7
2.1.2	Eigenschaften der Beugungseffizienzen . . . . .	8
2.2	Berechnungsverfahren von Gittern . . . . .	11
2.2.1	Einführung . . . . .	11
2.2.2	TE-Polarisation . . . . .	14
2.3	Herstellung binärer Gitter . . . . .	18
2.3.1	Generierung der Resistmaske . . . . .	19
2.3.2	Übertragung der Struktur . . . . .	21
2.3.3	Zusammenfassung der Limitierungen . . . . .	23
<b>3</b>	<b>Design des Strahlteilers</b>	<b>24</b>
3.1	Unterdrückung der Transmission . . . . .	24
3.2	Ermittlung der Gittergeometrie . . . . .	27
3.2.1	Unterdrückung höherer Ordnungen . . . . .	27
3.2.2	Finden eines herstellungstoleranten Designs . . . . .	31
3.2.3	Realisierung senkrechter Interferometerarme . . . . .	34
3.2.4	Erklärung der Resonanzeffekte . . . . .	38
<b>4</b>	<b>Charakterisierung der hergestellten Gitter</b>	<b>40</b>
4.1	Vermessung der Beugungseffizienzen . . . . .	40
4.2	Streulichtmessung . . . . .	44
4.3	Messung der Transmission . . . . .	45
4.4	Vermessung parasitärer Ordnungen . . . . .	45
4.5	Raster-Elektronen-Mikroskop-Aufnahmen . . . . .	46
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>50</b>
	Literaturverzeichnis	51
	Danksagung	53

# Kapitel 1

## Einleitung

Theoretisch sind Gravitationswellen seit nahezu einem Jahrhundert vorhergesagt, jedoch gelang bislang nicht der allgemein anerkannte, experimentelle Nachweis. Um die durch Gravitationswellen verursachten Längenänderungen nachzuweisen, verwendet das Geo 600 Projekt [1] bei Hannover in Deutschland ein Michelson-Interferometer als Detektor. Generell werden bei diesem Nachweistyp die Armlängen so eingestellt, dass das Licht im Detektorausgang destruktiv interferiert und somit zurück in den Lasereingang reflektiert wird. Eine Gravitationswelle stört diesen Zustand, das Licht wird nicht vollständig zurückreflektiert und der Teil, welcher in den auf dunkel eingestellten Arm gelangt, wird von einem Detektor registriert und anschließend ausgewertet.

Die Empfindlichkeit dieser Aufbauten hängt sehr stark von der in den Armen gespeicherten Energie und der Speicherzeit des durch die Gravitationswelle erzeugten Signales ab. Um die Energie in den Armen zu erhöhen, kann man sogenannte Arm-cavities (Fabry-Perot-Resonatoren) einführen oder das sogenannte Power-Recycling benutzen. Bei der zweiten Methode wird ein Spiegel zwischen Laser und Strahlteiler eingefügt, wodurch sich die gesamte umlaufende Leistung erhöht. Dabei wird aber auch die Lichtleistung innerhalb des Strahlteilers gesteigert, was bei einer alleinigen Verwendung von Armcavities nicht passieren würde. Obwohl man qualitativ hochwertige Materialien für die Strahlteiler verwendet, wird dennoch ein geringer Teil des Lichtes absorbiert. Auf Grund des inhomogenen (gaußförmigen) Strahlprofils und der Wärmeleitung innerhalb des Strahlteilers bildet sich ein Temperaturgradient aus, der sich in Form einer thermischen Linse auswirkt, die sich nicht beliebig kompensieren lässt und welche die umlaufende Leistung begrenzt. Des Weiteren wird die Strahlqualität auch durch Oberflächenverformungen, hervorgerufen durch thermische Spannungen, vermindert.

Ein vielversprechender Ansatz zur Umgehung der Probleme bei höheren Laserleistungen ist, die bisherigen transmittierenden Bauteile, wie Strahlteiler oder Caviteinkoppelspiegel, durch hochreflektierende Gitter zu ersetzen. Diese bieten den Vorteil, dass die Wechselwirkung mit dem Licht nur an der Oberfläche stattfindet und somit Effekte im Material, verursacht durch Lichtdurchgang, vernachlässigt werden können. Auch entfällt dann bei der Substratwahl die Beschränkung auf trans-

parente Materialien und es kann so mehr Wert auf andere wichtige Eigenschaften, wie die thermische Leitfähigkeit oder die mechanische Güte gelegt werden.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Realisierung und Charakterisierung von in der interferometrischen Gravitationswellendetektion verwendbaren Reflexionsgittern. Ein Schwerpunkt bildet dabei der Strahlteiler. Kapitel 1 setzt sich mit den theoretischen und experimentellen Grundlagen auseinander. Unter anderem wird dabei auch auf die Gitterfertigung eingegangen, da diese die Geometrie herstellbarer Gitter merklich einschränkt. Ein kurzer Einblick in die Gravitationswellendetektion und die Gitterberechnung rundet diesen Teil ab. In Kapitel 3 ist die Herleitung der optimalen Parameter, die die Geometrie des Strahlteilers bestimmen, aus den Anforderungen und herstellungsbedingten Limitierungen dargestellt. Kapitel 4 beinhaltet die experimentelle Vermessung der fertigen Gitter, wobei eine eingehende Untersuchung der Verluste eine tragende Rolle spielt. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse und ein Ausblick auf zukünftige Arbeiten sind im letzten Kapitel vorgestellt.

# Kapitel 2

## Grundlagen

### 2.1 Interferometrische Detektion von Gravitationswellen

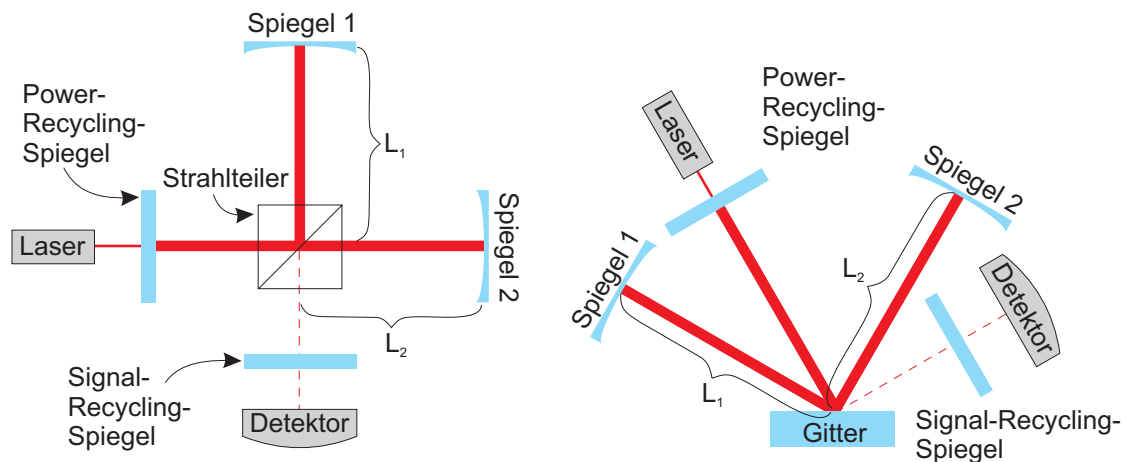
Aus den linearisierten Einsteinschen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie ergibt sich, dass sich Gravitationseffekte mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. Des Weiteren lässt sich auch die Existenz von ebenen Gravitationswellen herleiten, welche zwei Polarisationszustände aufweisen können. Die Wirkung einer solchen Gravitationswelle auf die Raum-Zeit lässt sich durch Abstandsänderungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung beschreiben, wobei die Zeit unbeeinflusst bleibt.

Gravitationsstrahlung wird durch beschleunigte Massen hervorgerufen und laut Thorne [2] in drei Arten unterschieden:

- gepulste (Geburt schwarzer Löcher, Supernova-Explosionen, Vernichtung binärer Systeme)
- periodische (rotierende deformierte Sterne oder weiße Zwerge, Doppelsternsysteme)
- stochastische (heißer Urknall, Inhomogenitäten im frühen Universum)

Diese liegen wiederum in unterschiedlichen Frequenzbereichen vor, auf die die Detektoren abgestimmt sein müssen. Insgesamt wird dabei ein Intervall über acht Größenordnungen überstrichen, von  $10^{-4}$ - $10^4$  Hz. Der Nachweis von Gravitationswellen beruht nun auf den von ihnen hervorgerufenen mechanischen Anregungen (Nachweis mit Weber-Zylindern) beziehungsweise den von ihnen erzeugten Längenänderungen (mit Interferometern), wobei die Effekte nahezu verschwindend klein sind. Selbst wenn die Quellen in der Milchstraße oder in Nachbargalaxien liegen, handelt es sich um relative Längenänderungen von maximal  $10^{-18} - 10^{-21}$ .

In den sechziger Jahren und später befasste sich J. Weber [3] mit der Detektion von Gravitationswellen, indem er versuchte diese durch Deformationen von Aluminiumzylindern (bis 96 cm Durchmesser und 153 cm Länge) nachzuweisen. Diese sollten



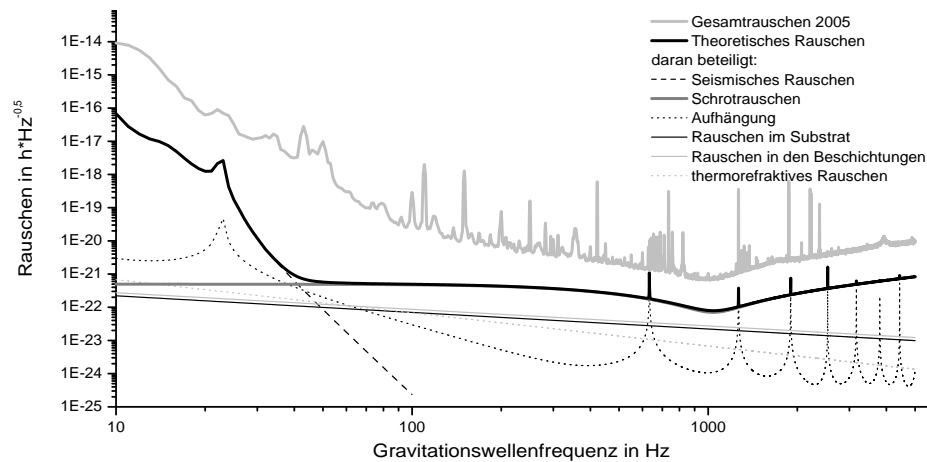
**Abb. 2.1:** Links: schematischer GEO 600 Aufbau, rechts: mit Gitter als Strahlteiler.

bei geeigneter Bestrahlung mit Gravitationswellen zu Schwingungen mit ihrer Eigenfrequenz angeregt werden. Die dadurch erzeugten Längenänderungen der Zylinder wurden dann mit hochempfindlichen Piezosystemen gemessen und anschließend verstärkt. Über seine Ergebnisse gab es Kontroversen, jedoch spielte er eine tragende Rolle bei der Überzeugung der Experimentalphysiker, sich stärker dem Nachweis zu widmen.

Mit Beginn der 70er Jahre stellte man fest, dass Michelson-Interferometer geeignet sein könnten die von Gravitationswellen erzeugten Effekte nachzuweisen. Die Empfindlichkeit  $\frac{\Delta L}{L}$ , wobei  $\Delta L$  der auf der Strecke  $L$  nachweisbare Längenunterschied ist, erreicht gegenwärtig Spitzenwerte von  $10^{-20} - 10^{-22}$ . Aktuelle Projekte, die auf Interferometern basieren, sind neben anderen LIGO (USA), VIRGO (Italien), TAMA (Japan) und GEO 600 (Deutschland).

Bei diesen Interferometern (siehe Abbildung 2.1) wird der einfallende Laserstrahl geteilt. Anschließend durchlaufen die beiden Teilstrahlen die zwei Arme, werden an den Endspiegeln (Spiegel 1 und Spiegel 2) reflektiert und nach nochmaligem Passieren des Strahlteilers auf einem Photodetektor überlagert. Die Anlage wird so eingestellt, dass sich die beiden Lichtwellen im Detektorausgang destruktiv überlagern; der Ausgang ist also dunkel. Bei destruktiver Interferenz wird das Licht so umverteilt, dass es im Idealfall vollständig zum Eingang zurückläuft. Im GEO 600 Interferometer ist ein zusätzlicher Spiegel (Power-Recycling-Spiegel) zwischen Laser und Strahlteiler platziert und somit kann das zum Eingang zurücklaufende Licht erneut verwendet werden, um die umlaufende Lichtleistung im Interferometer zu erhöhen; man spricht in diesem Fall von Power-Recycling.

Das Laserlicht wird durch die Gravitationswelle phasenmoduliert, wodurch Seitenbänder aufgeprägt werden, die gegenüber der ursprünglichen Laserfrequenz um die Gravitationswellenfrequenz verschoben sind. Wenn sich die Gravitationswelle auf die zwei Arme unterschiedlich auswirkt, löschen sich die Seitenbänder nicht

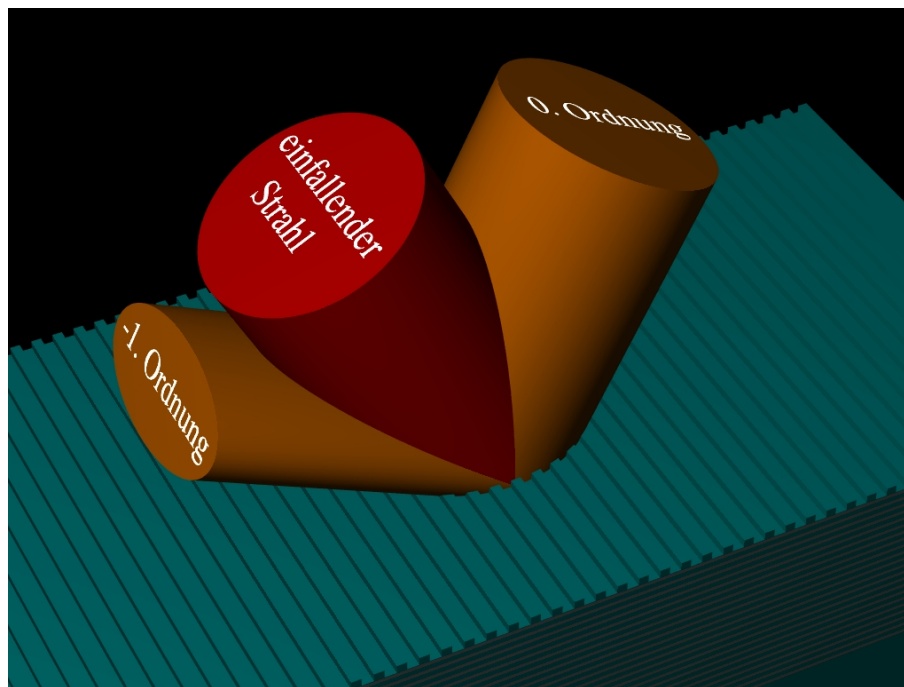


**Abb. 2.2:** Rauschanteile von GEO 600, Stand August 2005, maximale Empfindlichkeit bei 1000Hz.

mehr vollständig aus und führen zu einem messbaren Signal. Dieses lässt sich ebenfalls durch einen vor den Detektor platzierten hochreflektierenden Spiegel (Signal-Recycling-Spiegel) resonant überhöhen. Da es sich um ein Resonanzphänomen handelt, ergibt sich eine kleinere Bandbreite bei gleichzeitiger Überhöhung der Resonanzfrequenz. Durch dieses Signal-Recycling lässt sich das Ausgangssignal um mehr als einen Faktor 100 verstärken [4]. Außerdem kann durch Wahl der Resonatorlänge, das heißt durch die Lage des Spiegels, das Interferometer auf eine bestimmte Signalfrequenz abgestimmt werden, z.B. auf die Frequenz eines bekannten Doppelsternsystems.

Abbildung 2.2 zeigt die aktuelle Empfindlichkeitskurve von GEO 600 und die theoretisch berechneten Anteile. Zum seismischen Rauschen, welches die Empfindlichkeit unterhalb von 35 Hz dominiert, gehören alle Effekte, die durch Massenbewegungen und Schwingungen auf der Erde verursacht werden. Diese werden durch geeignete Aufhängungen der Bauteile abgedämpft, wobei diese Pendel aber eigene Resonanzfrequenzen besitzen, die den Messbereich nachträglich einschränken. Durch lokale Fluktuationen der Temperatur in den Beschichtungen und Substraten entstehen unter anderem Wölbungen an den Oberflächen, welche zusätzliches Rauschen verursachen. Letztendlich ist noch die Quantennatur des Lichtes verantwortlich für zwei weitere Rauschanteile, welche bei Frequenzen oberhalb von 35 Hz relevant sind. Hierzu zählen das Schrotrauschen im Detektor und das Strahlungsdruckrauschen. Durch den Strahlungsdruck des umlaufenden Lichtes werden die Armspiegel verschoben. Bei konstanter Photonenzahl würde es sich um einen statischen Effekt handeln, der leicht kompensierbar ist. Intensitätsschwankungen verschieben jedoch die Endspiegel und bewirken so Veränderungen der Armlängen und erzeugen ein Signal, das nicht von Gravitationseffekten unterscheidbar ist. Das Strahlungsdruckrauschen und das Schrotrauschen hängen sowohl von der umlaufenden Leistung als auch von der zu messenden Gravitationswellenfrequenz ab. Bei kleinen Frequenzen ist das Strahlungsdruckrauschen, bei hohen Frequenzen das Schrotrauschen relevant.





**Abb. 2.3:** Unterschiedliche Strahlquerschnitte in 0. und -1. Ordnung. Die unterschiedliche beugungsbedingte Aufweitung der Strahlen ist nicht dargestellt.

In der aktuellen Detektorgeneration wird ein auf Transmission beruhender Strahlteiler verwendet. Dieser hat den Nachteil, dass die thermischen Effekte (Oberflächenverformung, thermische Linse) auf Grund der, wenn auch sehr geringen, Absorption (0,25 ppm/cm [5]) nicht beliebig kompensiert werden können und somit zur Zeit die zwischen den Spiegeln überhöhte Leistung limitiert ist. Ein Strahlteiler auf Basis eines reflektierenden Beugungsgitters hätte diesen Nachteil nicht. Des Weiteren bietet sich dann zum Beispiel Silizium als Substratmaterial an, welches deutlich bessere Rauscheigenschaften hat. Ein strukturierter Strahlteiler kann zwar die Phasenfronten des aufgeteilten Laserstrahles verschlechtern, insgesamt ist aber eine Verbesserung der Empfindlichkeit zu erwarten [6], [7].

Bei der Verwendung von transmittierenden Bauteilen oder Spiegeln im Interferometer sind die Strahlprofile in den beiden Interferometerarmen nahezu gleich, während sie sich bei Verwendung eines Gitterstrahlteilers prinzipbedingt voneinander unterscheiden. Dieser Sachverhalt ist auch in Abbildung (2.3) dargestellt. Allerdings ist die Zeichnung insofern unvollständig, da sich die Strahlen zusätzlich beugungsbedingt aufweiten. Diese Verbreiterung ist tailenabhängig und fällt um so stärker aus, je schmaler die Taille ist. Dies hat zur Folge, dass die -1. Ordnung mit zwei unterschiedlichen Krümmungsradien der Phasenfront propagiert und demnach der Endspiegel des entsprechenden Interferometerarmes angepasst werden muss, damit möglichst viel Licht in dem Arm gehalten werden kann. Allgemein ließe sich dieses Problem durch Endspiegel mit zwei Krümmungsradien (astigmatischer Endspiegel) umgehen, diese werden aber zur Zeit noch nicht in der benötigten Qualität hergestellt.

In [8] wurde jedoch gezeigt, dass es bei geeigneter Wahl von Armlänge und Krümmungsradius und vorgegebenen Winkeln der 0. und -1. Ordnung einen passenden Taillendurchmesser und einen einzuhaltenden Ort für den Fokus gibt, so dass sich nach Durchlaufen des Interferometers die beiden Teilstrahlen perfekt überlagern. Weiterhin wurde auch gezeigt, dass sich in so einem Interferometer das Konzept des Power-Recyclings implementieren lässt.

Für diese Berechnungen wurde allerdings vorausgesetzt, dass in beiden Armen jeweils Gaussbündel (wenn auch mit zwei verschiedenen Krümmungsradien in der -1. Ordnung) propagieren. Die Ausbreitung der Gaussbündel berechnet man mit Hilfe ihres Ortsfrequenzspektrums, also ihrer Zerlegung in ebene Wellen. Hier tritt jedoch ein zusätzliches gitterspezifisches Problem auf: wird ein Gausstrahl als eine Linearkombination seines Ortsfrequenzspektrums betrachtet, werden die enthaltenen ebenen Wellen bei Wechselwirkung mit einem Gitter zum einen unterschiedlich stark (wegen dem Sinus in der Gittergleichung) und zum anderen mit unterschiedlichen Beugungseffizienzen (wegen der winkelabhängigen Effizienz) abgelenkt. Das führt dazu, dass die Bündel nur näherungsweise als Gaussbündel vorliegen. Erste grobe Untersuchungen zeigten jedoch, dass bei Taillendurchmessern größer als 100  $\mu\text{m}$  dieser Effekt vernachlässigt werden kann.

### 2.1.1 Eigenschaften des Gitterstrahlteilers

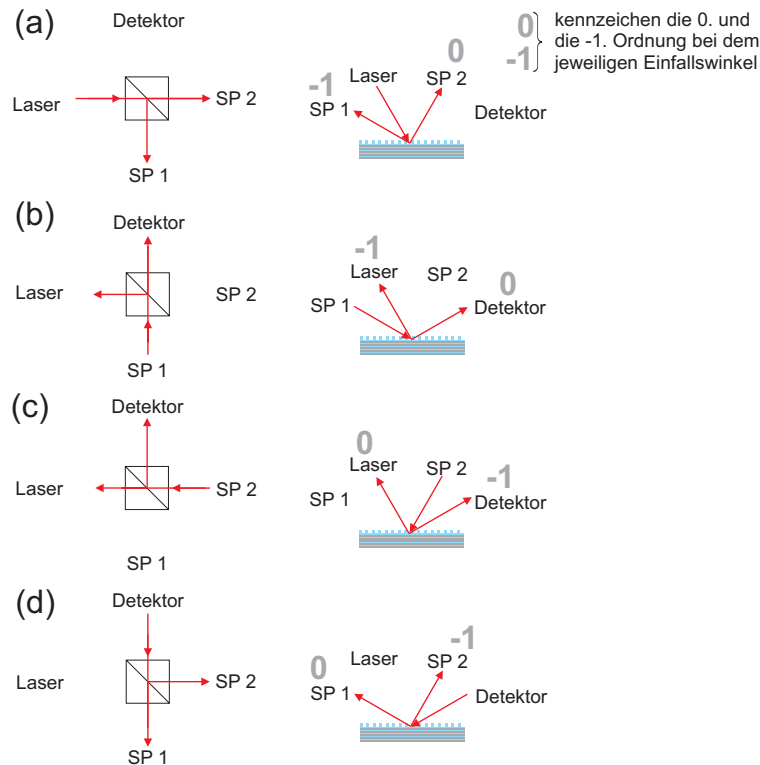
Ein Beugungsgitter teilt einfallendes Licht auf verschiedene Richtungen (Ordnungen) auf. Die Gittergleichung

$$\sin(\varphi_m) = \sin(\varphi_{in}) + \frac{m\lambda}{d} \quad (2.1)$$

mit  $\varphi_{in}$  als dem Einfallswinkel,  $\varphi_m$  dem Ausfallswinkel der  $m$ -ten Ordnung,  $d$  der Gitterperiode und  $\lambda$  als der Wellenlänge beschreibt dabei die Ausfallswinkel dieser Beugungsordnungen. Ein Beugungsgitter, bei dem nur die 0. und die -1. Ordnung angeregt werden, ist als Strahlteiler verwendbar.

Abbildung 2.4 veranschaulicht, dass bei Beleuchtung aus den vier verschiedenen Richtungen (also vom Laser, vom Detektor, von Spiegel 1 und von Spiegel 2 kommend) das Licht auf die gleichen Ausgänge wie beim herkömmlichen Strahlteiler aufgeteilt wird. Somit sind ein herkömmlicher Strahlteiler und ein auf einem Gitter basierender Strahlteiler bezüglich der Ausgänge, in die das Licht aufgeteilt wird, zueinander äquivalent. Dass die in Abbildung 2.4 verwendeten Winkel vorliegen und keine neuen entstehen, lässt sich mit Hilfe der Gittergleichung (2.1) zeigen.

Da der herzustellende Strahlteiler Anwendung in der Gravitationswellendetektion finden soll, ergeben sich aus diesem Arbeitsumfeld anspruchsvolle Spezifikationen, die denen des bisherigen Strahlteilers ähneln. Dazu gehört, dass alle Verluste, wie Streulicht, Transmission und Absorption, minimiert sein müssen. Insgesamt sollen diese Verluste weniger als 20 ppm betragen. Weiterhin soll sich das Licht im De-



**Abb. 2.4:** Äquivalenz der Lichtwege zwischen einem herkömmlichen refraktiven Strahlteiler und einem auf einem Gitter basierenden diffraktiven Strahlteiler.

tektorausgang auslöschen, das heißt, dass die Strahlprofile und Phasenfronten im Ausgangsarm übereinstimmen müssen. Um eine Auslöschung zu erreichen, müssen die Strahlen im Detektorarm auch gleiche Amplituden besitzen, was zunächst gewisse Bedingungen an die Beugungseffizienzen stellt. Die höchste Empfindlichkeit des Interferometers liegt vor, wenn das Licht im Verhältnis 50:50 auf die 0. Ordnung und die -1. Ordnung aufgeteilt wird und wenn dies für jeden Arm gilt. Abbildung 2.1 rechts zufolge sind (mindestens für Laboraufbauten) nicht alle Winkel praktikabel, so dass ein Einfallswinkel größer als  $15^\circ$  und ein minimaler Abstand zwischen -1. Ordnung und Gitteroberfläche von  $15^\circ$  gefordert sind. Im GEO 600 Projekt wird eine Wellenlänge von 1064 nm verwendet, weshalb der Strahlteiler für diese Wellenlänge konzipiert sein soll.

### 2.1.2 Eigenschaften der Beugungseffizienzen

Für die folgende Darstellung seien die Gitterperiode  $d$  und der Einfallswinkel  $\varphi_{in}$  so eingestellt, dass nur die 0. Ordnung (mit dem Ausfallswinkel  $\varphi_0$ ) und die -1. Ordnung (mit  $\varphi_{-1}$ ) existieren.  $\alpha_1$  bezeichne den Anteil der einfallenden Intensität  $I_0$ , der nach  $\varphi_0$  gebeugt wird;  $\beta_1$  analog den für die -1. Ordnung (siehe Abbildung 2.5 (a)). Bei Beleuchtung aus Richtung der -1. Ordnung (also mit dem Einfallswinkel  $\psi_{in} = -\varphi_{-1}$ ) teile sich das Licht in die neuen Ordnungen zu  $\delta_1$  (in die neue 0. Ordnung mit dem Ausfallswinkel  $\psi_0 = \psi_{in}$ ) und  $\gamma_1$  (in die neue -1. mit  $\psi_{-1} = -\varphi_{in}$ ) auf

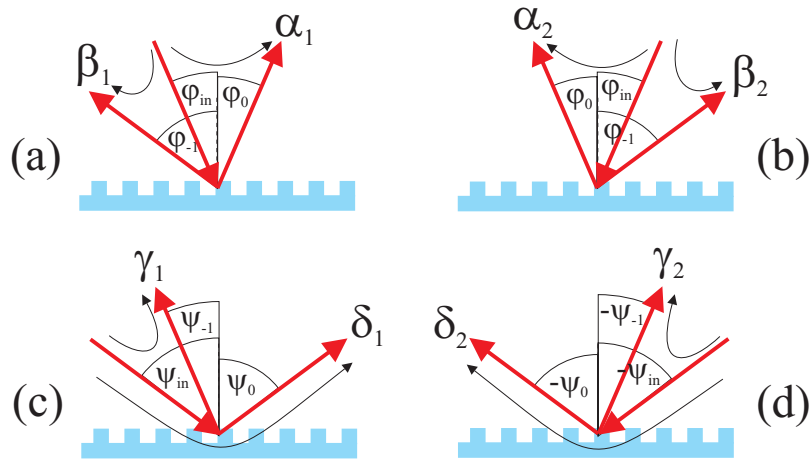


Abb. 2.5: Bezeichnung der Variablen.

(siehe Abbildung 2.5 (c)). Analog seien  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_2$  und  $\delta_2$  für den am Lot gespiegelten Fall definiert (Abbildung 2.5 (b) und (d)).

Wegen der Erhaltung der Energie gilt für ein verlustfreies Element:

$$\alpha_1 \cdot I_0 + \beta_1 \cdot I_0 = I_0 \quad (2.2)$$

$$\gamma_1 \cdot I_0 + \delta_1 \cdot I_0 = I_0 \quad (2.3)$$

$$\alpha_2 \cdot I_0 + \beta_2 \cdot I_0 = I_0 \quad (2.4)$$

$$\gamma_2 \cdot I_0 + \delta_2 \cdot I_0 = I_0 \quad (2.5)$$

Reflektiert man in einen Aufbau gemäß Abbildung 2.5 (a) die 0. und die -1. Ordnung mit Spiegeln in Richtung des Gitters, dann kann das gesamte Licht, bei geeigneter Wahl der Weglängen, vollständig in die Einfallsrichtung zurück gebeugt werden, so dass am Detektorausgang keine Intensität mehr vorliegt (Umkehrbarkeit der Lichtwege). Die Reflexion der 0. Ordnung erzeugt in Einfallsrichtung die Feldstärke  $\sqrt{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot I_0}$ , die -1. entsprechend  $\sqrt{\beta_1 \cdot \gamma_1 \cdot I_0}$ . Diese Feldstärken addiert ergeben das Feld in Richtung des ursprünglichen Einfalls; das Quadrat der Summe demnach die Intensität. In einer Formel ausgedrückt findet man:

$$\left( \sqrt{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot I_0} + \sqrt{\beta_1 \cdot \gamma_1 \cdot I_0} \right)^2 = I_0 \quad (2.6)$$

und analog für die drei anderen Einfallswinkel  $-\varphi_{in}$ ,  $\psi_{in}$  und  $-\psi_{in}$ :

$$\left( \sqrt{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot I_0} + \sqrt{\beta_2 \cdot \gamma_2 \cdot I_0} \right)^2 = I_0 \quad (2.7)$$

$$\left( \sqrt{\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot I_0} + \sqrt{\beta_1 \cdot \gamma_1 \cdot I_0} \right)^2 = I_0 \quad (2.8)$$

$$\left( \sqrt{\delta_1 \cdot \delta_2 \cdot I_0} + \sqrt{\beta_2 \cdot \gamma_2 \cdot I_0} \right)^2 = I_0 \quad (2.9)$$

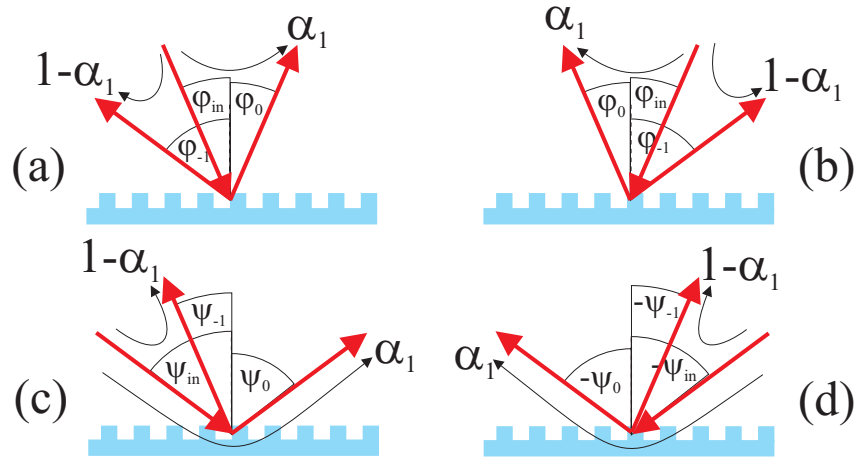


Abb. 2.6: Graphische Darstellung der Ergebnisse.

Da sich Gleichung (2.9) aus den Gleichungen (2.6) bis (2.8) ergibt, liegen nur 7 unabhängige Gleichungen bei 8 Unbekannten vor. Somit ist eine Größe variabel und die restlichen Werte ergeben sich entsprechend. Nach sukzessiver Eliminierung der einzelnen Variablen erhält man folgende wichtige Ergebnisse (eine allgemeinere Herleitung mit einer Streumatrix ist in [9] vorgestellt):

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \delta_1 = \delta_2 \quad (2.10)$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 1 - \alpha_1; \quad (2.11)$$

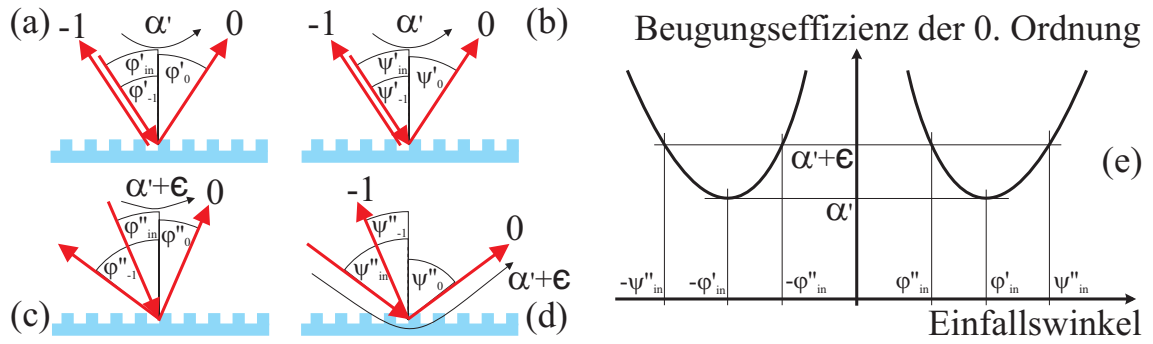
Zusammengefasst bedeutet dies: es gibt zu jedem Einfallswinkel  $\varphi_{in}$  einen Winkel  $\psi_{in}$ , der durch folgende Fakten gekennzeichnet ist (siehe auch Abbildung (2.6)):

- die Einfallsrichtung des einen Winkels entspricht der Ausfallsrichtung der -1. Ordnung des anderen Winkels ( $-\sin(\psi_{in}) = \sin(\varphi_{-1}) = \sin(\varphi_{in}) - \frac{\lambda}{d}$ )
- in den zugehörigen 0. Beugungsordnungen wird die gleiche Intensität gemessen (z.B.  $\alpha_1 \cdot I_0 = \delta_1 \cdot I_0$ )
- Analoges gilt für die -1. Ordnung ( $\beta_1 \cdot I_0 = \gamma_1 \cdot I_0$ )

Dies hat zur Folge, dass bei einem Winkel, bei dem in die 0. Ordnung und in die -1. Ordnung jeweils 50% gebeugt werden, dies automatisch auch bei Einfall aus den anderen drei Armen geschieht und dann die höchste Empfindlichkeit des Interferometers erreicht wird.

Es ist zu beachten, dass die beiden Beziehungen 2.10 und 2.11 für jeden Strahlteiler (egal ob es sich zum Beispiel um einen Würfel oder ein Gitter handelt) gelten und somit universell sind. Außerdem war für die Herleitung keine Symmetrie des Gitters erforderlich, sondern nur eine verschwindende Absorption, folglich lassen sich aus dem Verlauf der Beugungseffizienz über dem Winkel aufgetragen keine Rückschlüsse auf die Symmetrie des vorliegenden Gitterprofils ziehen (solange nur zwei

<sup>1</sup>das vordere – ergibt sich aus der Vorzeichenkonvention der Gittergleichung (2.40)



**Abb. 2.7:** (a) und (b) Littrow-Konfiguration, (c) und (d) Einfall Off-Littrow liefert gleiche Beugungseffizienzen, (e) die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung hat bei Einfall unter dem Littrow-Winkel ein lokales Extremum und verläuft symmetrisch zu  $0^\circ$ .

Beugungsordnungen existieren).

Des Weiteren gibt es zu jeder Gitterperiode ein  $\varphi'_{in}$ , bei dem die -1. Ordnung in die Einfallsrichtung zurückbeugt wird (Littrow-Anordnung,  $\sin(\varphi'_{in}) = \frac{\lambda}{2 \cdot d}$ ). Der Bezeichnung aus Abbildung 2.5 folgend bedeutet dies  $\varphi'_{in} = \psi'_{in}$  (Abbildung 2.7 (a) und (b)). Die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung sei hierfür  $\alpha'$ . Weicht man von diesem Einfallswinkel  $\varphi'_{in}$  mit einer kleinen Winkeländerung  $\epsilon_1$  ab ( $\varphi'_{in} \rightarrow \varphi''_{in} = \varphi'_{in} + \epsilon_1$ ), so sei die neue Beugungseffizienz  $\alpha' + \epsilon$  (Abbildung 2.7 (c)). Für den Einfallswinkel  $\psi'_{in}$  aus Richtung der -1. Ordnung bedeutet der Übergang  $\varphi'_{in} \rightarrow \varphi''_{in}$  eine Änderung in die andere Richtung (wurde  $\varphi'_{in}$  zum Beispiel zum Lot hin verkippt, so kippt  $\psi'_{in}$  weg vom Lot) um  $\epsilon_2$ , also  $\psi'_{in} \rightarrow \psi''_{in} = \psi'_{in} - \epsilon_2$ . Der obigen Argumentation folgend ist die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung bei dem Einfallswinkel  $\psi''_{in}$  aber auch wieder  $\alpha' + \epsilon$  (Abbildung 2.7 (d)). Somit hat die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung über dem Einfallswinkel  $\varphi_{in}$  aufgetragen an der Stelle  $\varphi'_{in}$  ein lokales Extremum (Abbildung 2.7 (e)). Mit einer analogen Überlegung ergibt sich auch ein lokales Extremum für die Beugungseffizienz in die -1. Ordnung an der selben Stelle.

## 2.2 Berechnungsverfahren von Gittern

### 2.2.1 Einführung

In der diffraktiven Mikro- und Nanooptik spielen periodische Strukturen eine wichtige Rolle. Diese Strukturen dürfen sowohl durch eine Modulation der Oberfläche, als auch durch eine Modulation der Brechzahl erzeugt werden. Auf Grund der Periodizität gibt es im Fernfeld diskrete Beugungsordnungen, wobei deren auf die Eingangsleistung normierte Intensitäten, auch Beugungseffizienzen genannt, berechnet werden müssen, um solche Strukturen verwenden zu können [10].

Bei Periodenlängen, die deutlich größer als die Wellenlänge des Lichtes sind, liefern skalare Näherungen gute Ergebnisse. Bei kleineren Gitterperioden muss al-

lerdings der vektorielle Charakter der elektromagnetischen Felder beachtet werden. In den 1960ern machten dazu Burckhardt [11] und Kogelnik [12] erste Lösungsvorschläge.

Ausgangspunkt für die rigorose Gitterberechnung sind die Maxwell'schen Gleichungen

$$\operatorname{div} \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.12)$$

$$\operatorname{div} \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t) \quad (2.13)$$

$$\operatorname{rot} \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}, t) + \dot{\vec{D}}(\vec{r}, t) \quad (2.14)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E}(\vec{r}, t) = -\dot{\vec{B}}(\vec{r}, t) \quad (2.15)$$

(mit der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$ , der elektrischen Flussdichte  $\vec{D}$ , der magnetischen Feldstärke  $\vec{H}$ , der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$ , der elektrischen Ladungsdichte  $\rho$  und der Stromdichte  $\vec{j}$ ) und die Materialgleichungen

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \hat{\varepsilon}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (2.16)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \hat{\mu}(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t) \quad (2.17)$$

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \hat{\sigma}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t). \quad (2.18)$$

So wie sie hier geschrieben stehen, gelten sie nur bei instantaner Response des Mediums. Die Permittivität, die Permeabilität und die spezifische Leitfähigkeit werden hierbei durch die Tensoren zweiter Stufe  $\hat{\varepsilon}$ ,  $\hat{\mu}$  und  $\hat{\sigma}$  repräsentiert. Ausführlichere Informationen befinden sich zum Beispiel in [13] und [14].

Die folgende Darstellung der Berechnung ist Referenz [15] entlehnt und auf isotrope Materialien beschränkt. Weil in der vorliegenden Arbeit für die diffraktiven Elemente isotropes, homogenes Glas oder Tantalpentoxid als Ausgangsmaterialien verwendet wurden (geringe Absorption bei 1064 nm, beide stehen als Schichtmaterialien zur Verfügung), kann der tensorielle Charakter vernachlässigt werden und die Größen  $\hat{\varepsilon}$ ,  $\hat{\mu}$  und  $\hat{\sigma}$  reduzieren sich auf die Skalare  $\varepsilon$ ,  $\mu$  und  $\sigma$ . Zusätzlich kann  $\mu = \mu_0$  gesetzt werden, wodurch  $\mu$  ortsunabhängig wird.

Bei der vorliegenden Berechnung der Beugungseffizienzen von Gittern betrachtet man eine im Bild (2.8) von links (also von der Superstratseite her) einlaufende, unendlich ausgedehnte, y-invariante, ebene Welle  $E_{in}(x, z, t)$  mit der auf 1 normierten Amplitude  $\vec{E}_0$ , die zeitlich harmonisch mit  $\omega$  schwingt,

$$\vec{E}_{in}(x, z, t) = \Re\left(\vec{E}_0 e^{i(k_x x + k_z z - \omega t)}\right) = \Re\left(\vec{E}_0 e^{i \frac{2\pi n_I}{\lambda} (x \sin \varphi_{in} + z \cos \varphi_{in}) - i\omega t}\right), \quad (2.19)$$

welche mit dem unendlich periodischen, ebenfalls in y-Richtung invarianten Gitter wechselwirkt. Der gesamte Raum sei isotrop; die Bereiche *I* und *III* seien zusätzlich noch homogen. Die Anwendung in der interferometrischen Gravitationswellendetektion berücksichtigend, wird die Leitfähigkeit in Region *I* gleich 0 gesetzt ( $\sigma_I = 0$ ) da dort jegliche Absorption unerwünscht ist; die Brechzahl  $n_I$  ist also reell. Da sich

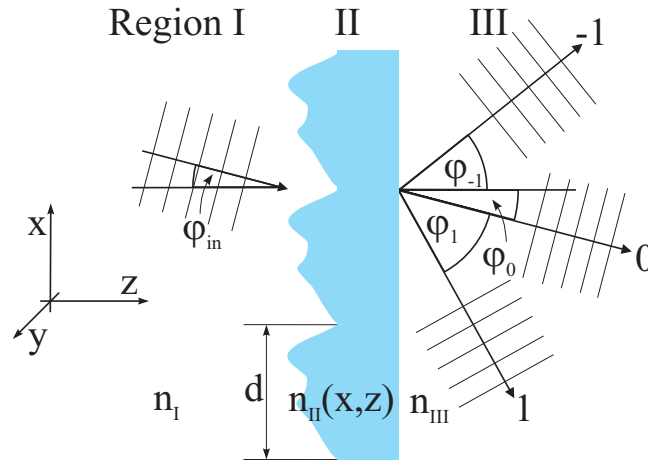


Abb. 2.8: Bezeichnungskonvention bei der Beugung am Gitter.

an das Substrat von der Rückseite wieder Vakuum anschließt, ist auch  $\sigma_{III} = 0$  und  $n_{III}$  reell.  $k_x$  und  $k_z$  stehen für die Komponenten des zugehörigen  $k$ -Vektors.

Da die Anregung durch ein zeitlich harmonisches Feld der Frequenz  $\omega$  erfolgt und man nur an dem Endzustand interessiert ist und nicht an den Einschwingvorgängen, kann man davon ausgehen, dass alle Felder mit der Frequenz  $\omega$  schwingen werden und sich eine zeitliche Ableitung durch einen zusätzlichen Vorfaktor  $-i\omega$  ausdrücken lässt.

Die  $y$ -Invarianz und die Isotropie haben zur Folge, dass sich bei Einfall parallel zur  $x$ - $z$ -Ebene die Maxwellgleichungen (2.12)-(2.15) in zwei voneinander unabhängige Gruppen aufspalten, wobei die eine (TE-Polarisation) nur die Feldgrößen  $E_y$ ,  $H_x$  und  $H_z$  enthält und die andere (TM-Polarisation) nur  $E_x$ ,  $E_z$  und  $H_y$ . Ausgeschrieben, entsprechend gruppiert und die Materialgleichungen beachtend erhalten wir folgende charakterisierende Gleichungen für den Fall der TM-Polarisation:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\mu_0\omega H_y \quad (2.22)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x - i\varepsilon\omega E_x \quad \frac{\partial H_y}{\partial x} = \sigma E_z - i\varepsilon\omega E_z \quad (2.23)$$

und für den Fall der TE-Polarisation:

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\mu_0\omega H_x \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = i\mu_0\omega H_z \quad (2.26)$$



$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \sigma E_y - i\varepsilon\omega E_y. \quad (2.27)$$

Bei TE-polarisiertem Licht (der elektrische Feldstärkevektor liegt parallel zur  $y$ -Achse), ergibt sich durch Einsetzen von (2.26) in (2.27) die  $E_y$ -charakterisierende skalare Helmholtzgleichung

$$\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y + \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + (i\sigma\omega + \varepsilon\omega^2) E_y = 0 \quad (2.28)$$

Das zugehörige H-Feld lässt sich aus  $E_y$  anschließend mit den Gleichungen (2.26) ermitteln.

Im Falle von TM-Polarisation empfiehlt es sich, im Gegensatz zur Lösung der  $E_x$  mit  $E_z$  koppelnden Differentialgleichungen, die Vektorkomponente  $H_y$  zu bestimmen. Dies ist möglich über die sich durch Einsetzen von (2.27) in (2.26) ergebende skalare Differentialgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\sigma - i\varepsilon\omega} \frac{\partial}{\partial x} H_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\sigma - i\varepsilon\omega} \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) + i\mu_0\omega H_y = 0 \quad (2.29)$$

Die Lösung für TM-Polarisation ist ein wenig komplexer und weniger intuitiv, verläuft im Wesentlichen aber analog zur Berechnung im Falle von TE-Polarisation, weshalb hier nur dieser Fall weiter behandelt ist.

### 2.2.2 TE-Polarisation

Gesucht ist also eine Beschreibung der  $y$ -Komponente des elektrischen Feldes, die im gesamten Raum den Übergangsbedingungen, also der Stetigkeit von elektrischer Feldstärke und Stetigkeit ihrer Ableitung an Grenzflächen, und der skalaren Helmholtzgleichung

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y + (i\sigma\mu_0\omega + \mu_0\varepsilon\omega^2) E_y = 0 \quad (2.30)$$

genügt. Generell wird dabei das Feld in den Regionen *I* und *III* als eine Linearkombination von ebenen Wellen beschrieben, wobei die einzelnen Komponenten mit den diskreten Beugungsordnungen identifiziert werden. Anschließend wird versucht eine Beschreibung für Region *II* zu finden, welche sich als eine Linearkombination von Moden (den Lösungen der Helmholtzgleichung) schreiben lässt. Dabei stehen neben anderen die beiden zueinander äquivalenten Ansätze der Fourier-Modal-Methode und der Rigorous-Coupled-Wave-Analysis [16], [17], [18] zur Verfügung. Endgültig gelöst ist das Problem dann durch die Bestimmung der Vorfaktoren der einzelnen Moden in den drei Regionen durch Einbeziehung der Übergangsbedingungen.

Die einfallende ebene Welle (2.19) wechselwirkt mit dem unendlich periodischen Gitter. Jede Periode wird dabei von der einfallenden Welle zeitlich harmonisch ange-regt und wechselwirkt, wie jede andere Zelle auch, mit seinen Nachbarn. Der einzige Unterschied, der zwischen den einzelnen Perioden verbleibt, ist die Phase, mit der

die ebene Welle mit ihnen interagiert. Folglich haben alle Perioden den gleichen zeitlichen Verlauf des elektrischen Feldes, nur eben mit dem Zeitversatz der Anregung. Zu beachten ist, dass bei der eben geschilderten Argumentation mit dem Begriff Periode nicht nur der Bereich innerhalb des Substrates gemeint ist, sondern ein kompletter (in  $y$ - und  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnter) Streifen der Dicke  $d$  parallel zur  $y$ - $z$ -Ebene.

Der Lichtwegunterschied der Anregungswelle zwischen zwei Perioden beträgt  $l = d \sin(\varphi_{in})$ , der Zeitunterschied  $\frac{l}{c}$ . Damit ergibt sich folgender Zusammenhang für  $E_y$ :

$$E_y(x+d, z)e^{-i\omega t} = E_y(x, z)e^{-i\omega(t-\frac{l}{c})} = E_y(x, z)e^{-i\omega t} e^{\frac{i2\pi d \sin(\varphi_{in})n_I}{\lambda}} = E_y(x, z)e^{-i\omega t} e^{ik_x d}. \quad (2.31)$$

$E_y$  ist also eine pseudoperiodische Funktion, für die gilt:

$$E_y(x+d, z) = E_y(x, z)e^{ik_x d}. \quad (2.32)$$

Mit der Definition der neuen Funktion  $F_y(x, z) = E_y(x, z)e^{-ik_x x}$  erhalten wir eine, wie sich leicht zeigen lässt, mit  $d$  periodische Funktion, die sich wegen ihrer Periodizität in eine Fourierreihe zerlegen lässt:

$$F_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(z) e^{\frac{i2\pi m x}{d}} \quad (2.33)$$

und sich somit die pseudoperiodische Funktion  $E_y$  als

$$E_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} F_m(z) e^{\frac{i2\pi m x}{d}} e^{ik_x x} \quad (2.34)$$

schreiben lässt, wobei jeder Term der Form  $F_m(z)e^{\frac{i2\pi m x}{d}} e^{ik_x x}$  mit einer Mode (daher der Name Fourier-Modal-Methode) identifiziert wird. Einsetzen von Gleichung (2.34) in (2.30) liefert unter Ausnutzung der Orthogonalität der einzelnen Exponentialterme

$$F_m(z) \left[ i\sigma\mu_0\omega + \varepsilon(x, z)\mu_0\omega^2 - \left( \frac{2\pi m}{d} + k_x \right)^2 \right] + F_m''(z) = 0. \quad (2.35)$$

Mit  $\sigma_I = \sigma_{III} = 0$  und  $\varepsilon(x, z) = \varepsilon_0$  wird die Gleichung (2.35) in den Bereichen  $I$  und  $III$  durch Funktionen der Form:

$$F_m(z) = F_m^+ e^{+ik_{mz}z} + F_m^- e^{-ik_{mz}z} \quad (2.36)$$

gelöst, wobei  $k_{mz}$  der folgenden Definition unterliegt:

$$k_{mz} = \left[ \varepsilon_0\mu_0\omega^2 - \left( \frac{2\pi m}{d} + k_x \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \left( \frac{2\pi m}{d} + k_x \right)^2 \leq \varepsilon_0\mu_0\omega^2 \quad (2.37)$$

$$k_{mz} = i \left[ \left( \frac{2\pi m}{d} + k_x \right)^2 - \varepsilon_0\mu_0\omega^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \varepsilon_0\mu_0\omega^2 \leq \left( \frac{2\pi m}{d} + k_x \right)^2 \quad (2.38)$$

(2.36) in (2.34) eingesetzt,

$$E_y(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ F_m^+ e^{+ik_{mz}z} + F_m^- e^{-ik_{mz}z} \right] e^{\frac{i2\pi mx}{d}} e^{ik_x x}, \quad (2.39)$$

beschreibt das elektrische Feld in den homogenen Regionen *I* (wobei hier noch das einfallende Feld (2.19) hinzuaddiert werden muss) und *III* in Form von ebenen ( $k_{mz}$  real) oder evaneszenten ( $k_{mz}$  imaginär) Wellen. Im Bereich *I* entspricht der  $F_m^+$ -Term für reale  $k_{mz}$  einlaufenden ebenen Wellen und für imaginäre  $k_{mz}$  nach außen ansteigenden evaneszenten Feldern. Aus physikalischen Gründen erhalten diese eine verschwindende Amplitude  $F_m^+ = 0$ . Übrig bleiben also nur die reflektierten Ordnungen mit der Amplitude  $R_m = F_m^-$ . Analog wird auch in Region *III* verfahren, wo nach ähnlicher Argumentation nur noch transmittierte Ordnungen der Amplitude  $T_m = F_m^+$  verbleiben und  $F_m^- = 0$  ist. Übrig bleiben also nur die reflektierten und transmittierten ebenen Wellen und die nach außen evaneszent abfallenden Felder.

Als Ergebnis der Fourierzerlegung ergibt sich auch der Fakt, dass die einzelnen ebenen Wellen in (2.39) nur noch diskrete Abstrahlungsrichtungen besitzen, deren Richtungen aber konkret vom Einfallswinkel und der Gitterperiode abhängen, nicht aber von der genauen Geometrie einer Gitterperiode. Im Falle von strahlenden Moden erhält man die Gittergleichung, welche die Gitterperiode  $d$ , die Wellenlänge  $\lambda$ , den Einfallswinkel  $\varphi_{in}$  und den Ausfallswinkel der  $m$ -ten Ordnung  $\varphi_m$  miteinander verknüpft:

$$\sin \varphi_m = \sin \varphi_{in} + \frac{m\lambda}{dn_I} \quad , \text{ in Region } I \quad (2.40)$$

$$n_{III} \sin \varphi_m = n_I \sin \varphi_{in} + \frac{m\lambda}{d} \quad , \text{ in Region } III \quad (2.41)$$

Das Hauptinteresse bei der Berechnung von periodischen Strukturen gilt den Beugungseffizienzen, die sich wie folgt aus der  $z$ -Komponente des Poyntingvektors ergeben:

$$\eta_{Rm} = \Re(k_{mzI}/k_{0zI}) |R_m|^2 \quad (2.42)$$

$$\eta_{Tm} = \Re(k_{mzIII}/k_{0zIII}) |T_m|^2. \quad (2.43)$$

Die Gleichungen (2.37)-(2.39) beschreiben nur das Feld außerhalb des eigentlichen Gitters; das Feld in Region *II* ist im folgenden Teil betrachtet. Der Bereich, der periodisch moduliert ist, lässt sich immer in  $N$  hinreichend feine Schichten parallel zur  $x$ - $y$ -Ebene zerlegen, so dass in diesen  $\varepsilon_n(x, z)$  als  $z$ -invariant angenommen werden kann. Der Separationsansatz  $E_{yn}(x, z) = X_n(x)Z_n(z)$  in Verbindung mit (2.30) liefert mit der Separationskonstanten  $g_n$  die Gleichungen

$$Z_n''(z) + g_n^2 Z_n(z) = 0 \quad (2.44)$$

$$X_n''(x) + \left[ i\sigma_n(x)\mu_0\omega + \mu_0\varepsilon_n(x)\omega^2 - g_n^2 \right] X_n(x) = 0 \quad (2.45)$$

Somit ergibt sich sofort die allgemeine Form für  $Z_n(z)$ :

$$Z_n(z) = a_n e^{ig_n z} + b_n e^{-ig_n z} \quad (2.46)$$

Der Argumentation zu Beginn dieses Abschnittes folgend (siehe (2.34)) nehmen wir an, dass  $X_n(x)$  pseudoperiodisch ist und sich als Fourierreihe darstellen lässt:

$$X_n(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_{nm} e^{\frac{i2\pi mx}{d}} e^{ik_x x}. \quad (2.47)$$

Um  $X_n(x)$  bestimmen zu können, stellt man auch  $i\sigma_n(x)\mu_0\omega + \mu_0\varepsilon_n(x)\omega^2$  als Fourierreihe dar:

$$i\sigma_n(x)\mu_0\omega + \mu_0\varepsilon_n(x)\omega^2 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \alpha_{np} e^{\frac{i2\pi px}{d}}, \quad (2.48)$$

setzt Gleichungen (2.47) und (2.48) in Gleichung (2.45) ein, fasst Terme mit gleichem Exponenten zusammen, beachtet deren lineare Unabhängigkeit und erhält am Ende folgendes Gleichungssystem:

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \left[ \alpha_{n m-p} - \left( \frac{2\pi p}{d} + k_x \right)^2 \delta_{mp} \right] X_{np} = g_n^2 X_{nm}. \quad (2.49)$$

Dieses System von Gleichungen kann auch in Matrixschreibweise  $\hat{M}_n \vec{X}_n = g_n^2 \vec{X}_n$  mit der quadratischen Matrix  $\hat{M}_n$  und mit dem Ausdruck in den eckigen Klammern als den Matrixelementen geschrieben werden. Die Eigenwerte  $g_{nq}^2$  mit den dazugehörigen Eigenvektoren  $\vec{X}_{nq}$  lassen sich dann mit Standardnumerikmethoden berechnen, wobei die Vorzeichenkonvention  $\Re(g_{nq}) + \Im(g_{nq}) \geq 0$  gilt. Jede Funktion der Form  $E_{ynq}(x, z) = X_{nq}(x)Z_{nq}(z)$  mit der zugehörigen Separationskonstanten  $g_{nq}$  ist also eine Lösung der homogenen Differentialgleichung (2.30). Das komplette Feld lässt sich gemäß der allgemeinen Theorie über Differentialgleichungen als eine Summe über alle diese Funktionen mit Hilfe der Gleichung (2.47) wie folgt schreiben:

$$E_{ym}(x, z) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} X_{nqm} e^{\frac{i2\pi mx}{d} + ik_x x} \left[ a_{nq} e^{ig_{nq} z} + b_{nq} e^{-ig_{nq} z} \right] \quad (2.50)$$

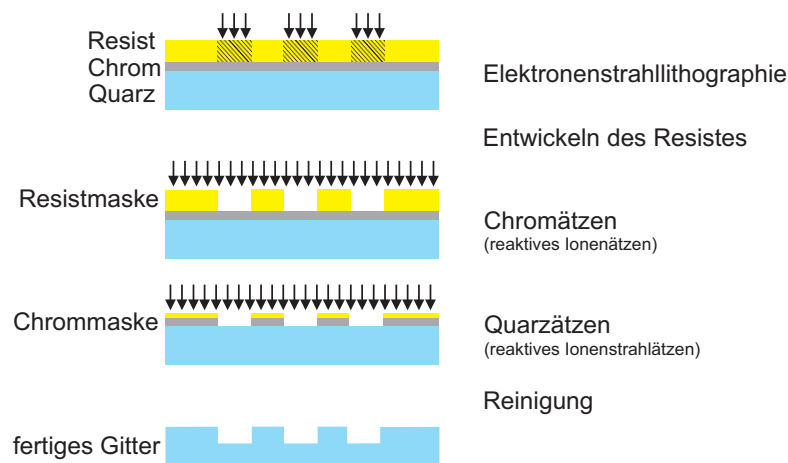
Die Berechnung der Beugungseffizienzen kann erfolgen, nachdem die einzelnen Vorfaktoren bestimmt wurden. Dafür lässt man  $E_y$  und  $H_y$  an den einzelnen Schichtgrenzen stetig übergehen. Da auch hier wieder die lineare Unabhängigkeit der einzelnen Fourierterme gegeben ist, muss also jede Mode für sich stetig übergehen. Insgesamt gibt es  $N + 1$  Schichtgrenzen (Substrat-1. Schicht, 1. Schicht-2. Schicht,  $\dots$ ,  $N$ . Schicht-Superstrat). Jede Fourierkomponente liefert also 2 ( $E_y$  und  $H_y$ ) mal  $N + 1$  Gleichungen mit genauso vielen Unbekannten ( $N$ -mal  $a_{nq}$ ,  $N$ -mal  $b_{nq}$ , ein  $R_m$  und ein  $T_m$ ). Da es immer genauso viele  $R_m$ 's oder  $T_m$ 's gibt, wie Eigenwerte  $g_q$  existieren, sind immer so viele Unbekannte wie Gleichungen vorhanden. Das komplette Gleichungssystem kann zum Beispiel mit dem Gaussverfahren gelöst werden und mit diesem letzten Schritt sind dann die Beugungseffizienzen bestimmt.

Bis zu diesem Punkt ist das vorgestellte Verfahren exakt. Bei der numerischen Umsetzung dieser Formalismen steht zuerst die Unendlichkeit der Summen und der Matrizen im Wege. Dieses Problem wird umgangen, indem die Matrizen beschnitten werden. Damit geht natürlich Information verloren und es muss sichergestellt werden, dass die Energie, die in den höheren (abgeschnittenen) Moden transportiert

wird, vernachlässigbar klein ist. Die Rechenzeit skaliert mit dem Rang der jeweiligen Matrix in der dritten Potenz, was bei der Wahl der Modenanzahl beachtet werden muss. Als Faustregel gilt, dass die Anzahl der berechneten Moden mehr als das Doppelte der Anzahl der ausbreitungsfähigen Moden betragen sollte.

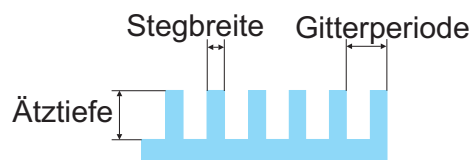
## 2.3 Herstellung binärer Gitter

Die im Zuge dieser Diplomarbeit herzustellenden Gitter sollten aus  $\text{SiO}_2$  bestehen, da dessen Strukturierung am Institut für Angewandte Physik gut beherrscht wird. Weil binäre Gitter relativ einfach herzustellen sind, wurde versucht ein binäres Strahlteilerdesign zu finden (siehe Abschnitt 3.2.2). Da diese Strategie erfolgreich war, behandelt die folgende Darstellung der verwendeten  $\text{SiO}_2$ -Strukturierung nur binäre Gitter. Ein genereller Ablauf ist in Skizze 2.9 gezeigt.



**Abb. 2.9:** Herstellung binärer Gitter.

Die so hergestellten binären Gitter werden charakterisiert durch ihre Gitterperiode, ihren Füllfaktor, und die Gittertiefe (siehe Abbildung 2.10). Der Füllfaktor ist definiert als das Verhältnis von Stegbreite zu Gitterperiode. Für die folgende Darstellung benötigt man noch den Begriff des Aspektverhältnisses, unter welchem der Quotient aus Äztiefe und Stegbreite verstanden wird.



**Abb. 2.10:** Bezeichnung der Größen eines binären Gitters.

### 2.3.1 Generierung der Resistmaske

Der erste Schritt ist die Beschichtung der zu strukturierenden Quarzschicht mit einer Chromschicht, worauf dann ein elektronenempfindlicher Resist aufgeschleudert wird. Anschließendes Tempern verbessert die Resisteigenschaften durch Entfernen etwaiger Lösungsmittel, Erhöhen der Adhäsion auf dem Substrat und Verringern von Schichtfehlern und Spannungen.

Bei der Belichtung mit Elektronenstrahlen werden die Resistmoleküle zum einen gespalten, zum anderen vernetzt. Beim anschließenden nasschemischen Entwickeln wird ausgenutzt, dass die Löslichkeit der kleineren Moleküle erhöht ist [19]. Überwiegen die Spaltungsprozesse gegenüber den Vernetzungen, dann werden die bestrahlten Regionen herausgelöst und man spricht von einem Positivresist, ansonsten von einem Negativresist.

Bei der Gitterherstellung macht es keinen Unterschied bezüglich der Schreibstrategie, ob ein Positivresist oder einen Negativresist verwendet wird, da in beiden Fällen das gleiche Muster (parallele Linien, einmal die Gitterstege, das andere Mal die Gittergräben), geschrieben werden muss und deswegen der Resist nach zusätzlichen Kriterien, zum Beispiel Kontrast und Auflösungsvermögen, ausgewählt werden kann. In diesem Fall wurde sich für den Positivresist ZEP 7000 entschieden.

Die Elektronen erfahren beim Durchdringen von Materie verschiedene Wechselwirkungen [20]. Unter anderem entstehen Sekundärelektronen (Energien bis 50 eV), Bremsstrahlung, es werden optische Übergänge angeregt und die Primärelektronen werden gestreut. Die Effizienzen der einzelnen Reaktionen hängen von der Elektronenenergie und von der Art des Materials ab.

Die gestreuten Elektronen erfahren im Resist wegen der geringen Ordnungszahl der dort vorhandenen Atome zumeist eine Vorwärtsstreuung, im Substrat (Quarz bzw. Chrom) werden sie jedoch auch relevant zurückgestreut. Diese rückwärtsgestreuten Elektronen und die Sekundärelektronen sind in der Lage, auch Regionen, die einige  $\mu\text{m}$  vom Auftreffpunkt des Elektronenstrahles entfernt sind, zu belichten und bewirken so ein mehr oder weniger kompliziert geformtes Belichtungsvolumen, dessen Querschnitt deutlich breiter als der Durchmesser der Elektronensonde ausfällt. Hierbei gilt: je dicker die Resistschicht ist, desto größer ist die Aufweitung der bestrahlten Fläche. Auf Grund dieser Aufweitung ergibt sich eine Mindestgröße der belichteten Strukturen. Die Auffächerung des Elektronenstrahles bewirkt auch, dass senkrechte Grenzen zwischen belichteten und unbelichteten Bereichen nicht in beliebige Tiefen realisierbar sind, aber eine Variierung der Primärenergie der Elektronen lässt ein Gegensteuern zu [21]. All diese Effekte sind zusammengefasst unter dem Begriff Proximity-Effekt (siehe dazu auch [22]). Seine Bestrahlungswirkung in der Nähe des Auftreffortes der Elektronensonde lässt sich durch die Proximityfunktion annähern, die sich aus drei unterschiedlich weit reichenden Funktionen (Gauss-, Exponential- und Supergaussfunktion) zusammensetzt. Auf Grund dessen und der begrenzten Auflösung gibt es zwischen belichtetem und unbelichtetem Resist nor-

malerweise keine scharfe Kante. An dieser Stelle wird das Kontrastverhalten des Resistes wichtig, da bei einem hohen Kontrast ein binäres Verhalten des Resistes bezüglich der eingebrachten Dosis vorliegt. Alle Bereiche, deren Dosis größer als ein bestimmter Schwellenwert ist, sind dann belichtet, während die anderen Bereiche unbelichtet bleiben.

Der weit reichende Anteil der Proximityfunktion ( $\approx 5 \mu\text{m}$ ) führt wegen der geringen herzustellenden Gitterperiode ( $\leq 2 \mu\text{m}$ ) innerhalb der gesamten Gitterfläche zu einem Belichtungsuntergrund, was bei zu großen Elektronendosen eine vollständige Belichtung zur Folge hat. Dass heißt, dass sich der langreichweitige Anteil durch eine Verringerung der Elektronendosis und einen guten Kontrast des Resistes kompensieren lässt.

Der kurzreichweitige Anteil führt zu einer minimalen Strukturbreite. Kleinere Bereiche können also nicht aufgelöst werden, so dass in einem Positivresist nach dem Entwickeln nicht beliebig schmale Gräben realisierbar sind. In der anschließenden Entwicklung werden die belichteten Stellen herausgelöst. Dabei wird der Resist durch Lösungsmittel in einen Gelzustand gebracht, in dem sich die Molekülgröße auf die Diffusionsgeschwindigkeit auswirkt. Der Resist wird dabei instabil, so dass es bei zu hohen Aspektverhältnissen zu irreparablen Berührungen einzelner Resiststege kommen kann und somit nicht beliebig hohe Aspektverhältnisse erreichbar sind (siehe dazu [21]). Auch sind nicht beliebig dünne Resiststege möglich, was die Stegbreite des fertigen Quarzgitters nach unten beschränkt.

Die Elektronenstrahl-Belichtungsanlage LION LV1 (Leica Microsystems Lithography Jena GmbH) bietet einen Belichtungsmodus namens Continuous Path Control (CPC), bei dem der Elektronenstrahl fest steht und die Probe bewegt wird. Etwaige Abweichungen der Soll-Position von der Ist-Position werden mit einem Laserinterferometer bestimmt und es wird auf sie mit einem feinen Auslenken des Elektronenstrahles reagiert. In diesem Modus werden die einzelnen Gittergräben mit jeweils einer einzigen Bewegung des Substrates geschrieben.

Es ist allerdings keine kontinuierliche Ansteuerung des Belichtungsortes möglich, die Schrittweite beträgt vielmehr:

$$\frac{\text{Interferometerwellenlänge}}{\text{Anzahl der Diskretisierungsschritte pro Wellenlänge}} = \frac{632,99144\dots\text{nm}}{256} \approx 2,47\text{nm}. \quad (2.51)$$

Wenn die gewünschte Gitterperiode nicht ein Vielfaches von diesem Wert ist, entstehen, verursacht durch Rundungen auf Grund der Diskretisiertheit der möglichen Positionen, Übergitter (periodische Strukturen mit einer deutlich größeren Periodenlänge), welche wiederum zu neuen Beugungsordnungen und somit zu Verlusten führen. Dem überlagert sind Abweichungen der Sondenposition auf Grund von Aufladungen des bestrahlten Materials und Driften in der Positioniermechanik. Diese sind statistisch verteilt und streuen das Licht gleichmäßiger, stellen aber auch Verluste dar. Durch die Wahl einer Gitterperiode, die ein Vielfaches der Schrittweite ist, lassen sich die parasitären Beugungsordnungen beim LION LV1 absenken.

Dem gegenüber böte sich auch die Verwendung der ZBA 23 (Zeiss Belichtungsanlage) an, die aber nicht den CPC-Modus unterstützt, vielmehr erfolgt die Belichtung innerhalb von Arbeitsfeldern. Die makroskopische Aneinanderreihung dieser Arbeitsfelder führt zu sogenannten Stitching-Errors, welche parasitäre Beugungsordnungen zur Folge haben. Um die Schreibzeit zu verringern, hat die ZBA, im Gegensatz zum LION LV1, als Elektronensonde keinen gaussförmigen Strahl, sondern einen durch zwei L-förmige Blenden begrenzten rechteckigen Strahl. Durch das Abstempeln der Arbeitsfläche mit diesem Rechteck ergibt sich ein zusätzliches Übergitter, welches senkrecht zum eigentlichen Gitter verläuft. Dies hat zur Folge, dass das Beugungsbild aus der ursprünglichen Beugungsebene heraus zusätzliche parasitäre Ordnungen aufweist.

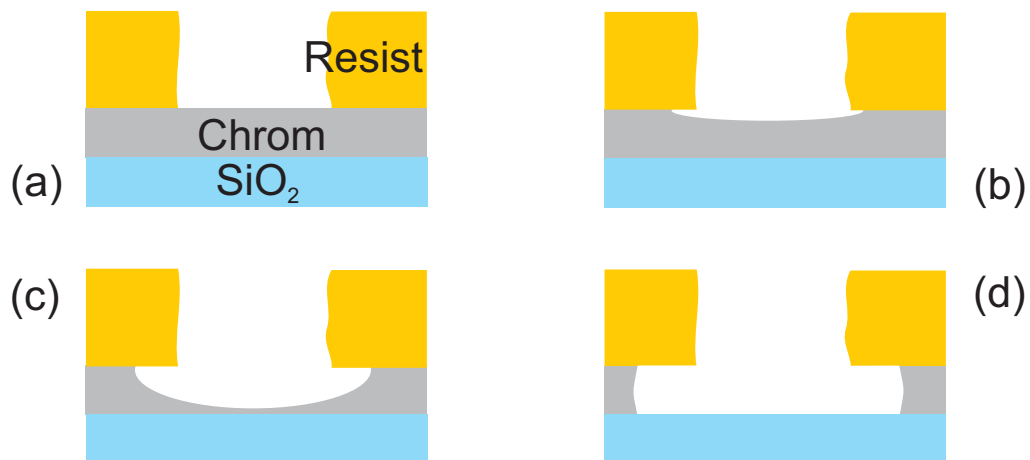
Insgesamt hat die ZBA zwar den Vorteil einer niedrigen Schreibzeit, jedoch sind die Streuverluste auf Grund der zusätzlichen parasitären Beugungsordnungen zu hoch (Erfahrungen belegen Streuverluste in der Größenordnung von 1,5% der Gesamtintensität), so dass für die Belichtung des endgültigen Gitters nur der LION LV1 in Frage kommt.

### 2.3.2 Übertragung der Struktur

Nach dem Entwickeln des Resistes liegt das Chrom an den belichteten Stellen frei. Durch anschließendes isotropes reaktives Ionenätzen in einem Chlor-Sauerstoffplasma, welches das  $\text{SiO}_2$  kaum angreift, kann die Resiststruktur in die Chromschicht übertragen werden. Die Isotropie des Prozesses bewirkt ein wannenförmiges Auslösen der Chromschicht. Da die Chromschicht aber sehr dünn ist (hier 50 nm), fällt das isotrope Verhalten kaum ins Gewicht, da sich nach dem Durchätzen sehr schnell nahezu senkrechte Wände der Chromschicht ausbilden ([23]). Gleichzeitig verändert sich mit steigender Ätzzeit und daraus resultierendem Unterätzen des Resistes aber auch der Füllfaktor des Chromgitters, so dass es hier zu ersten Abweichungen von der Resistmaske kommt (siehe Abbildung 2.11). Das für die senkrechten Chromwände nötige Unterätzen limitiert so auch die maximale Breite der Chromstege, was den Füllfaktor des fertigen Gitters nach oben begrenzt.

Die erzeugte Chromstruktur dient als Ätzmaske für die anschließende  $\text{SiO}_2$ -Strukturierung. Bei den hier hergestellten Gittern wurde ein reaktives Ionenstrahlätzen angewendet. Dabei werden Ionen beschleunigt und auf das Substrat geschossen und es wird Material physikalisch abgetragen (sowohl Quarz als auch Chrom). Da hierbei aber keine besonders gute Selektivität des Abtragprozesses zwischen Maske und Quarz besteht, werden noch durch ein angelegtes Wechselfeld Kohlenstoff-Fluorradikale aus dem Ätzgas erzeugt, welche verstärkt, aber auf chemischem Wege, das Quarz angreifen, was gleichzeitig auch noch eine Steigerung der Ätzrate mit sich bringt. Die Aktivierungsenergie für die Ätzreaktion kommt dabei aus der kinetischen Energie der Radikale.





**Abb. 2.11:** Entwicklung der Flankensteilheit und des Füllfaktors im Laufe des Chromätzens.

Da die Radikale senkrecht zum Grabenboden auftreffen, wird dieser bevorzugt angegriffen. Gleichzeitig bildet sich bei nicht zu hohen Temperaturen an den Seitenwänden ein  $\text{CF}_2$ -Polymer, welches die Seitenwände vor weiterem Abtrag schützt. Diese beiden Effekte ermöglichen nahezu senkrechte Wände und das Modell des binären Gitters ist gerechtfertigt.

Die Chrommaske wird an den Kanten allerdings stärker angegriffen als an den normalen Oberflächen, was zu einem Anschrägen dieser Kanten führt. Im weiteren Ätzprozess wirkt sich dies aus, sobald die Schrägen den Chromboden erreichen und die laterale Ausdehnung der Chrommaske verkleinern. Ab diesem Zeitpunkt sind die Quarzwände nicht mehr senkrecht. Es sind also nicht beliebig tiefe binäre Gitter herstellbar.

Dass die Ätzrate von der Grabenbreite abhängt, wirkt sich besonders störend bei schmalen Gräben aus, da sich dann Schwankungen in der Maskenbreite deutlich in Ätztiefenschwankungen auswirken. Somit sind zu große Füllfaktoren zu vermeiden.

Die Einstellung der Äztiefe erfolgt über die Dauer des Prozesses, da eine Messung der Tiefe während dem Ätzvorgang am Institut nicht möglich ist. Schwankungen in der Ätzgaszusammenstellung und der Gesamtzeit resultieren also in Ungenauigkeiten in der endgültigen Äztiefe. Dazu kommt noch der Fakt, dass es sehr schwer ist eine Messgenauigkeit von unter 5 nm zu erreichen.

Nachdem das Gitter strukturiert ist, muss noch der Resist entfernt werden. Dies geschieht zum Beispiel durch Abbrennen in einem Sauerstoffplasma. Der verbliebene Chromrest wird am Ende chemisch abgelöst.

### 2.3.3 Zusammenfassung der Limitierungen

In den obigen Abschnitten wurde erläutert, wie sich die einzelnen Herstellungsschritte auf die fertige Gitterstruktur auswirken. Angefangen wurde bei systematischen (Diskretisierung) und zufälligen (Driften) Ungenauigkeiten bei der Positionierung der Elektronensonde, welche zu Streulicht führen. Durch eine geeignete Wahl der Gitterperiode lässt sich aber das Streulicht auf einen statistischen Anteil (zumeist verursacht durch Rauigkeiten der Grabenseitenwände und der Grabenböden) verringern, was auf die Bedingung führt, dass die Gitterperiode ein Vielfaches von  $\frac{\lambda}{256} \approx 2,47 \text{ nm}$  sein muss.

Die mangelnde Stabilität des Resistes und der  $\text{SiO}_2$ -Stege erfordern, dass hohe Aspektverhältnisse und kleine Füllfaktoren zu vermeiden sind. Dem gegenüber verhindert die Strukturierung des Chromes und des  $\text{SiO}_2$  die Realisierung großer Füllfaktoren. Insgesamt ist also ein mittlerer Füllfaktor und ein kleines Aspektverhältnis im Designprozess anzustreben.

Der anschließende Quarzätzprozess verhindert bei zu tiefen Gittern senkrechte Wände, was dem angestrebten Modell eines binären Gitters widerspricht. Zusätzlich ist es schwierig, die Ätztiefe genau zu treffen. Erfahrungen legen nahe, nicht mehr als 5 nm Genauigkeit zu erwarten.

Der Füllfaktor wird durch die Belichtung, das Chromätzen und das Quarzätzen verändert, so dass er am schwersten zu realisieren ist.

Zusammengefasst und den bisherigen Erfahrungen gemäß lässt sich sagen, dass ein binäres Gitter mit einem nicht genau einstellbaren Füllfaktor im mittleren Bereich (also um die 50 %) und einer moderaten Ätztiefe (bis 800 nm tief) mit einer Ätztiefenschwankung von  $\pm 5 \text{ nm}$  herstellbar ist.

# Kapitel 3

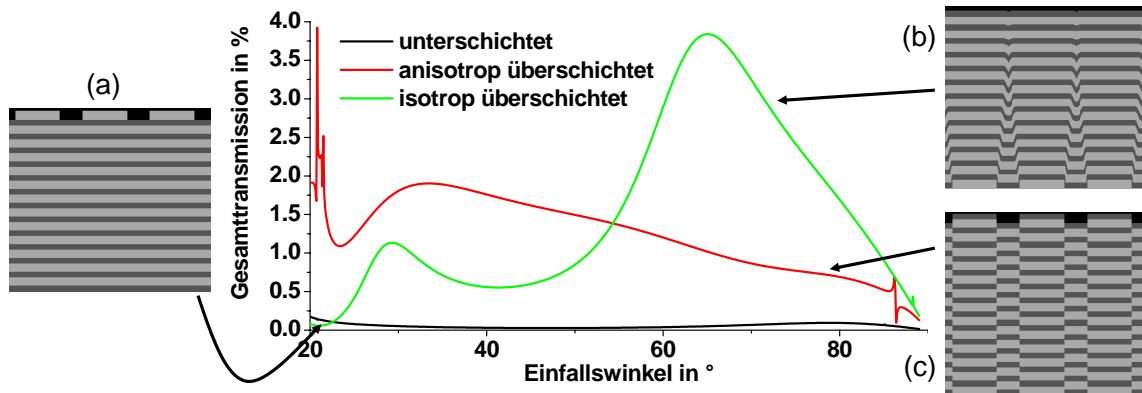
## Design des Strahlteilers

Im folgenden werden wichtige Aspekte für das Design des Strahlteilers diskutiert und die Periodengeometrie so weit wie möglich abgeleitet. Die dabei zu beachtenden Anforderungen sind: minimale Transmission, verschwindende Absorption, geeigneter Abstand zwischen den Beugungsordnungen und Toleranz der Gitterparameter bezüglich der Herstellung. Der erste Punkt ist die Entwicklung eines Schichtsystems, welches über den gesamten Winkelbereich möglichst viel reflektiert. Danach ist die Ermittlung der Gitterparameter Ätztiefe, Füllfaktor und Gitterperiode, sowie die Dicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht dargestellt. Im Anschluss wird noch auf die Toleranz bezüglich der Herstellung eingegangen.

### 3.1 Unterdrückung der Transmission

Eine der Anforderungen an den Strahlteiler ist, dass kein Licht durch das Element transmittiert werden soll. Dies erreicht man durch Kombination der beugenden Struktur mit einem Spiegel, wobei wegen der geforderten hohen Reflektivitäten und niedrigen Absorption nur ein dielektrischer Schichtspiegel in Frage kommt. Für die Kombination der beiden Elemente gibt es zwei Möglichkeiten. Einerseits kann man das Gitter auf das Substrat aufbringen und dieses überschichten (siehe Abbildung 3.1 (b) und (c)), zum anderen kann man zuerst das Substrat beschichten und darauf die Gitterstruktur herstellen (siehe Abbildung 3.1 (a)). In dem Profil (c) wurde ein stark anisotroper Schichtwuchsprozess angenommen, in (b) findet das Schichtwachstum auch quer zur Hauptwachstumsrichtung statt.

Aus Abbildung 3.1 ist der erste Grund, der gegen ein Überschichten spricht, ableitbar: in (b) stört die Gitterstruktur das Aufwachsen der einzelnen Schichten, wodurch diese nicht mehr eben, sondern wellig und nicht gleichmäßig dick werden. Diese Störung führt unweigerlich zu einer Erhöhung der Transmission [24]. Aber selbst wenn die Schichten nur in eine Richtung wachsen können (wie in (c)) und kein welliges Wachsen vorliegt, reicht die Störung doch für eine erhöhte Transmission aus. Im Gegensatz dazu ist im ungestörten Fall des unterschichteten Gitters (Teilbild (a)) die Transmission am kleinsten.

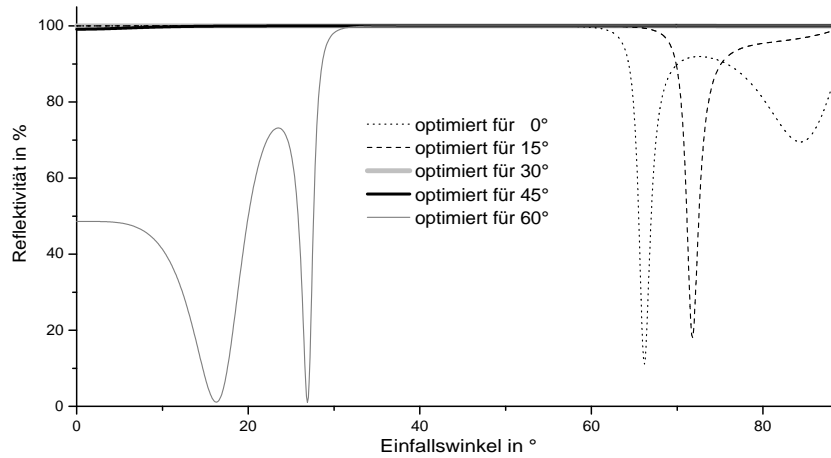


**Abb. 3.1:** Numerisch berechnete Gesamttransmission der dargestellten Gitterprofile. Die hellen Schichten sind im Durchschnitt 200 nm dick und haben die Brechzahl 1,440, die dunklen sind 135 nm dick und haben die Brechzahl 2,048. Die Gitterstruktur hat einen Füllfaktor von 65%, eine Gitterperiode von 792 nm und eine Grabentiefe von 210 nm. (a) ist unterschichtet, (c) stark anisotrop überschichtet, (b) mit zusätzlichem isotropen Anteil überschichtet. Für die Berechnung wurden die Profile in 2000 Teilschichten zerlegt.

Der zweite Grund ist, dass die beugende Struktur zur Superstratseite hin immer mehr abflacht, so dass an der Oberfläche nur geringe Beugungseffizienzen erreicht werden. In den tieferen Schichten ist die Gitterstruktur zwar stärker ausgeprägt und es ist mit höheren Beugungseffizienzen zu rechnen, dorthin gelangt jedoch auf Grund der Reflexion an den einzelnen Grenzschichten nur noch wenig Licht ([25]). Es ist somit sehr schwer mit einem überschichteten Gitter hohe Beugungseffizienzen (gefordert sind 50 % in die -1. Beugungsordnung) zu erreichen. Im Gegensatz dazu ist bei einem unterschichteten Gitter zum einen das Schichtsystem noch intakt, wodurch weniger Transmissionsverluste zu erwarten sind, zum anderen ist das Gitter auch nicht prinzipbedingt abgeflacht und es sind hohe Beugungseffizienzen möglich. Zusätzlich dazu ist ein separates Design des Schichtsystemes möglich, da das Reflexionsvermögen nur unwesentlich durch das Gitter beeinflusst wird.

Die Wirkung eines Schichtspiegels besteht darin, dass das Licht an jeder Grenzfläche phasenrichtig reflektiert wird. Mit einer großen Anzahl an phasenrichtigen Reflexionen lassen sich so hohe Reflektivitäten erzeugen. Unter Beachtung der Tatsache, dass sich zwei Medien abwechseln und somit alternierend Reflexion am optisch dünnen und am optisch dichten Medium vorliegt, erhält man für maximale Reflexion bei senkrechtem Einfall als Maßgabe, dass jede Schicht eine optische  $\frac{\lambda}{4}$ -Schicht sein muss.

Die Firma Layertec bietet zur Beschichtung die Materialien  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  mit der Brechzahl 2,048 sowie  $\text{SiO}_2$  mit der Brechzahl 1,440 an. Das Reflexionsvermögen eines aus 36  $\frac{\lambda}{4}$ -Schichten bestehenden Spiegels (der also für  $0^\circ$  Einfallswinkel optimiert ist) kann man dem gepunkteten Graphen in Abbildung (3.2) entnehmen. Seine Berechnung erfolgte mit dem Programm Grating-Solver. Der Graph verläuft zwischen  $0^\circ$  und  $60^\circ$  nahezu wagerecht bei 100 % Reflexionsvermögen. Auffällig ist, dass bei ei-



**Abb. 3.2:** Reflektivitäten von für verschiedene Einfallswinkel optimierten Schichtsystemen.

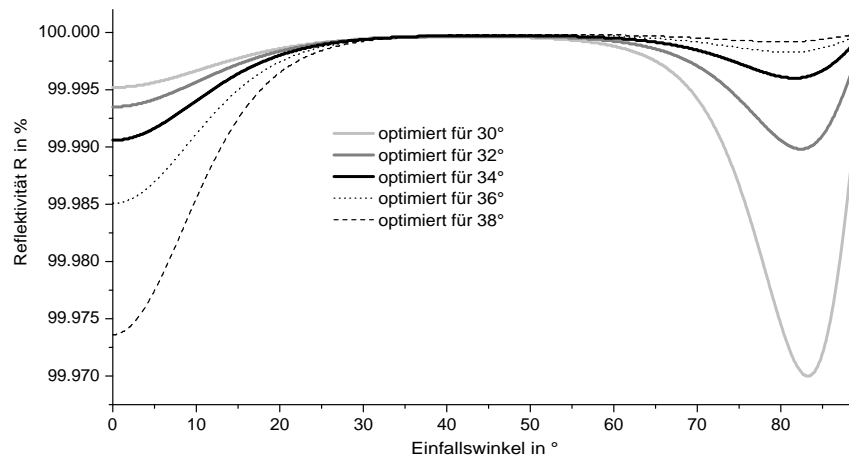
dem Einfallswinkel von  $\approx 60^\circ$  die Reflektivität abnimmt, und das Schichtsystem für größere Winkel transparent wird.

Eine genauere Analyse der Zusammenhänge liefert (konstruktive Interferenz der einzelnen Teilstrahlen in Reflexionsrichtung, destruktive in Transmissionsrichtung), dass ein Schichtsystem unter dem Einfallswinkel  $\varphi_{opt} > 0^\circ$  dann maximal reflektiert, wenn jede Dicke  $t_i$  der  $i$ -ten Schicht folgender Gleichung genügt:

$$t_i = \frac{\lambda}{4 \cdot n_i \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_i^2} \sin^2 \varphi_{opt}}}. \quad (3.1)$$

Hierbei stehen  $\lambda$  für die Wellenlänge im Vakuum,  $n_0$  für die Brechzahl des oberen Halbraumes und  $n_i$  für die Brechzahl der  $i$ -ten Schicht. In der Abbildung (3.2) wurden entsprechend der Gleichung (3.1) die einzelnen Schichtdicken angepasst und das Reflexionsvermögen der Schichtsysteme über dem Einfallswinkel aufgetragen. Der Graph für  $15^\circ$  verläuft ähnlich dem für  $0^\circ$ , jedoch erfolgt der Einbruch im Reflexionsvermögen bei einem größeren Winkel. Die Graphen für  $30^\circ$  und  $40^\circ$  weisen den Einbruch nicht mehr auf und liegen im gesamten Winkelbereich in der Nähe von 100 % Reflexionsvermögen. Das Schichtsystem, welches für  $60^\circ$  optimiert wurde, ist hingegen bei kleinen Winkeln transparent und zeigt erst bei Winkeln, die größer als  $30^\circ$  sind, eine nahezu vollständige Reflektivität. Zusammengefasst bedeutet dies, dass mit zunehmendem  $\varphi_{opt}$  der Winkel, bei dem die Reflektivität einbricht, auch größer wird und schließlich verschwindet. Auf der anderen Seite sinkt das Reflexionsvermögen bei senkrechtem Einfall immer mehr ab, so dass so ein Schichtsystem zwar für schrägen Einfall fast alles reflektiert, bei kleineren Einfallswinkeln aber transparent wird.

Da an dieser Stelle des Designprozesses noch nicht geklärt ist, welche Winkel beim Betrieb des endgültigen Strahlteilers auftreten werden, ist ein Spiegel, der über dem gesamten Winkelbereich (zumindest zwischen  $15^\circ$  und  $75^\circ$ ) hochreflektierend



**Abb. 3.3:** Schichtsystem optimiert für  $34^\circ$  ist am breitbandigsten.

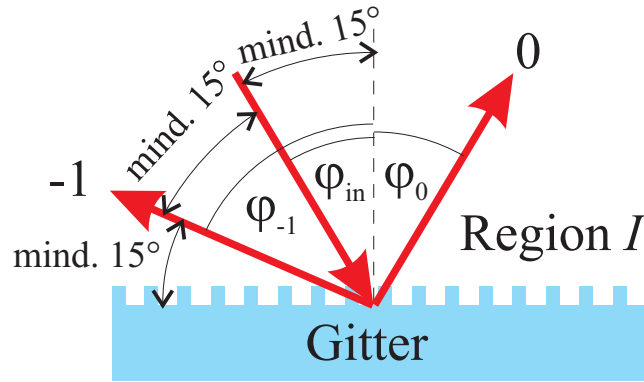
ist, günstig. Ein solcher Spiegel wurde für  $\varphi_{opt} = 34^\circ$  gefunden mit einer Schichtdicke von 135 nm für  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  und 200 nm für  $\text{SiO}_2$  (siehe dazu auch Abbildung (3.3)).

## 3.2 Ermittlung der Gittergeometrie

Nachdem der prinzipielle Aufbau des Strahlteilers gefunden ist (Gitter auf definiertem Schichtsystem), muss noch die genaue Geometrie der Gitterstruktur ermittelt werden. Dazu gehören die Bestimmung der Gitterperiode, der Ätztiefe, des Füllfaktors und der Dicke der obersten Quarzschicht, in die das Gitter geätzt wird. Im Folgenden sollen diese Parameter bezüglich ihres sinnvollen Wertebereiches so eng wie möglich eingegrenzt werden und etwaige Abhängigkeiten des Teilungsverhältnisses zwischen 0. und -1. Ordnung von diesen Größen gefunden werden.

### 3.2.1 Unterdrückung höherer Ordnungen

Bei dem Strahlteiler möchte man das Licht nur in die -1. und in die 0. Ordnung beugen. Da propagierende Ordnungen nur in Ausnahmefällen eine verschwindende Beugungseffizienz haben, müssen alle weiteren propagierenden Ordnungen zur Vermeidung weiterer Verluste durch eine geschickte Wahl von Gitterperiode und Einfallswinkel verboten werden. Um dies zu erreichen, kann man mit Hilfe der Gittergleichungen (2.40) und (2.41) Relationen zwischen Einfallswinkel und Gitterperiode aufstellen, die erfüllt sein müssen. Die Beugungseffizienz verschwindet, wenn die zugehörige Ausbreitungskonstante in  $z$ -Richtung imaginär ist und somit die elektrische Feldstärke in  $z$ -Richtung exponentiell abfällt. In der Gittergleichung bedeutet ein exponentieller Abfall einen Sinus des Ausbreitungswinkels, der Werte außerhalb des Intervalles  $[-1, 1]$  annimmt.



**Abb. 3.4:** Darstellung der Winkel und der Beugungsordnungen.

Zuerst betrachten wir Region  $I$ . Offensichtlich existiert in ihr immer die 0. Ordnung. Die -1. Ordnung propagiert nur dann, wenn gilt<sup>1</sup>:

$$-1 < \sin(\varphi_{-1}) = \sin(\varphi_{in}) - \frac{\lambda}{d} < 1 \quad (3.2)$$

Die Grenzen  $+1$  oder  $-1$  entsprechen Beugungswinkeln  $\varphi_{-1}$  von  $\pm 90^\circ$ , welche es zu vermeiden gilt. Ein Mindestwinkel von  $15^\circ$  zwischen Gitteroberfläche und -1. Ordnung wurde schon in Abschnitt 2.1.1 gefordert und somit werden die Bedingungen (3.2) zu:

$$-\sin(75^\circ) < \sin(\varphi_{-1}) = \sin(\varphi_{in}) - \frac{\lambda}{d} < \sin(75^\circ) \quad (3.3)$$

verschärft. Daraus ergeben sich die beiden zu erfüllenden Ungleichungen:

$$\frac{\lambda}{\sin(75^\circ) + \sin(\varphi_{in})} < d < \frac{\lambda}{\sin(75^\circ) - \sin(\varphi_{in})} \quad (3.4)$$

Des Weiteren sollen alle Ordnungen mit  $m > 0$  unterdrückt werden, was auf die Ungleichung

$$\sin(\varphi_{in}) + \frac{\lambda}{d} > 1 \quad (3.5)$$

und nach Umstellung auf

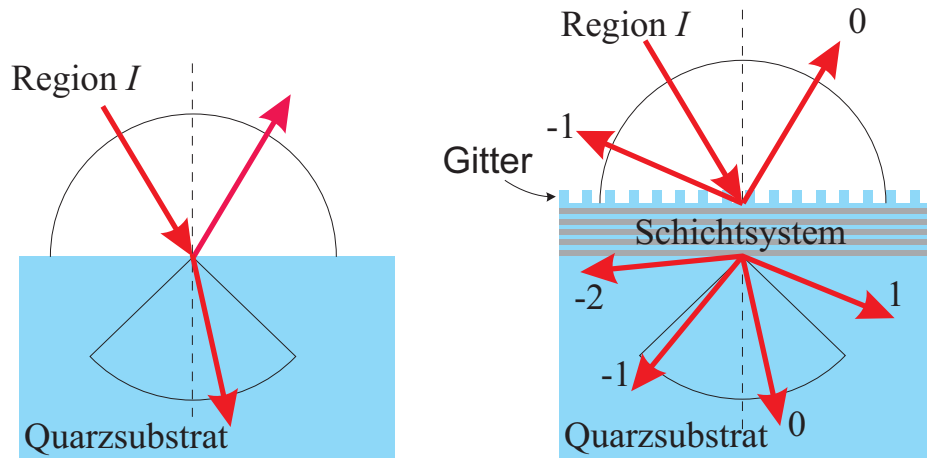
$$d < \frac{\lambda}{1 - \sin(\varphi_{in})} \quad (3.6)$$

führt. Der Ausschluss aller Ordnungen mit  $m < -1$  bringt schlussendlich noch die Relation

$$d < \frac{2\lambda}{1 + \sin(\varphi_{in})}. \quad (3.7)$$

Wenn diese Ungleichungen vollständig erfüllt sind, dann existieren nur die 0. und die -1. Ordnung und das Licht wird auf nur zwei Richtungen aufgeteilt. Zusätzlich ist es

<sup>1</sup>Die Verwendung eines Gausstrahles bewirkt ein gaussförmiges Ortsspektrum, so dass die Beibehaltung an den Intervallgrenzen nicht zweckmäßig erscheint und hier  $<$  an Stelle von  $\leq$  gewählt wurde.



**Abb. 3.5:** Links: Umkehr der Totalreflexion, es entstehen keine neuen Winkel, rechts: die höheren Ordnungen -2 und 1 können im Quarz propagieren, in Luft hingegen nicht. Sie werden nicht vollständig vom Schichtsystem reflektiert, sondern erst an der Substratrückseite.

praktisch noch einen gewissen Winkel zwischen einfallendem Strahl und ausfallender -1. Ordnung zu fordern, um einfache Interferometeraufbauten zu ermöglichen. Dazu wurde ein Winkel zwischen den beiden Strahlen von  $15^\circ$  gefordert (siehe Abbildung 3.4), was sich durch die Bedingung

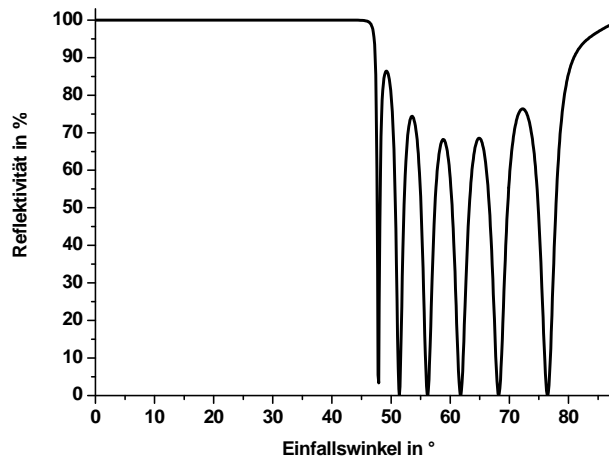
$$-\varphi_{-1} - \varphi_{in} = -\arcsin\left(\sin(\varphi_{in}) - \frac{\lambda}{d}\right) - \varphi_{in} > 15^\circ \quad (3.8)$$

ausdrücken lässt. Dabei wurde angenommen, dass sich die Einfallsrichtung näher am Lot befindet als die -1. Ordnung. Dies ist prinzipiell möglich, da der Fall, dass die -1. Ordnung näher am Lot ist, zum angenommenen Fall laut Abschnitt 2.1.2 gleichwertig ist. Nach Umstellen erhält man die Bedingung:

$$d < \frac{\lambda}{\sin(\varphi_{in})(1 + \cos(15^\circ)) + \cos(15^\circ) \sin(\varphi_{in})}. \quad (3.9)$$

Mit dem Schichtsystem liegt ein Spiegel vor, der für alle Einfallswinkel mindestens 99,99% des aus Luft einfallenden Lichtes reflektiert. Gemäß der Totalreflexion kann man nur mit Licht, dessen Einfallswinkel innerhalb der Intervallgrenzen  $\pm \arcsin(n_{II}^{-1})$  liegt, aus einem hochbrechenden Material der Brechzahl  $n_{II}$  in Luft hinein brechen. Umgekehrt kann man aus Luft kommend nur Brechungswinkel innerhalb dieses Intervalles erreichen (siehe Abbildung 3.5 links). Folglich reflektiert dieses System unabhängig von der Dicke einer etwaigen unstrukturierten obersten Quarzschicht in der Größenordnung von 99,99%, wenn eine genügend hohe Anzahl an Schichten vorausgesetzt werden kann (was hier der Fall ist). Bei Vorhandensein einer Gitterstruktur als oberster Schicht entstehen neue Ordnungen, aber alle transmittierenden Ordnungen des Gitters, die in Luft propagieren würden, werden auch durch das Schichtsystem zu mindestens 99,99% reflektiert. Die 0. Ordnung in Transmissionsrichtung existiert zum Beispiel in Luft und wird in das Schichtsystem





**Abb. 3.6:** Reflexionsvermögen des auf  $34^\circ$  optimierten Schichtsystems bei Einbettung in Quarz, der Winkelbereich  $0 - 44^\circ$  entspricht einem Einfall aus Luft zwischen  $0 - 90^\circ$ . Ordnungen mit einem Beugungswinkel in Quarz zwischen  $44$  und  $90^\circ$  werden nur unvollständig reflektiert.

hineingebeugt. Dort hat sie eine Richtung als wäre sie aus Luft kommend in das Schichtsystem hineingebrochen worden und wird folglich zu mindestens 99,99 % reflektiert und kann nur unwesentlich zu den Transmissionsverlusten beitragen.

Anders ist es hingegen mit Ordnungen, die im Substrat existieren können, die in Luft aber evaneszent sind (Ordnungen -2 und 1 in Abbildung 3.5 rechts). Diese können nämlich das Schichtsystem passieren und werden erst an der Substratunterseite totalreflektiert (entspricht Einfallswinkeln in Abbildung 3.6, die größer als  $44^\circ$  sind). Anschließend passieren sie wieder Substrat und Schichtsystem, werden erneut am Gitter gebeugt und verändern so noch einmal die Beugungseffizienzen. Da die Substratdicke relativ groß gegenüber der Wellenlänge ist, wirken sich Keilfehler des Substrates oder Schwankungen in der Substratdicke unkontrollierbar auf das gesamte Beugungsverhalten aus. Um dieses Problem zu umgehen, sollen auch die höheren Ordnungen im Quarzsubstrat mit der Brechzahl 1,440 unterdrückt werden. Dies erreicht man durch Einhalten der folgenden zwei Ungleichungen:

$$d < \frac{2\lambda}{1,440 + \sin(\varphi_{in})} \quad (3.10)$$

und

$$d < \frac{\lambda}{1,440 - \sin(\varphi_{in})}. \quad (3.11)$$

Alle diese Bedingungen begrenzen den möglichen Bereich des Einfallswinkels abhängig von der Gitterperiode. Eine graphische Darstellung der Zusammenhänge und des so begrenzten Bereichs für den Einfallswinkel in Abhängigkeit von der Gitterperiode kann man der Abbildung 3.7 entnehmen.

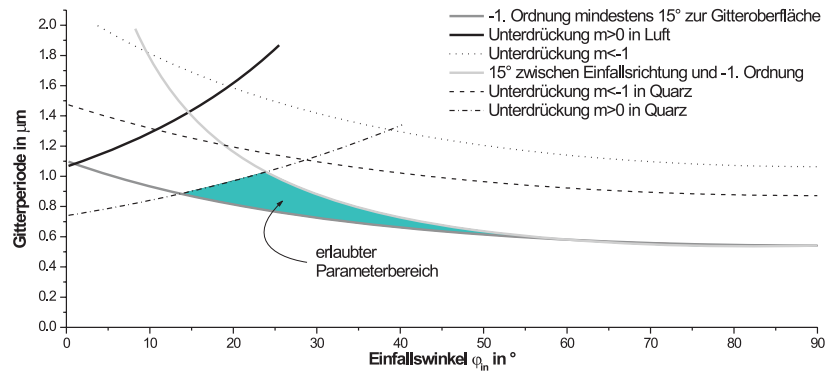


Abb. 3.7: Parameterbereich der Gitterperiode in Abhängigkeit vom Einfallswinkel.

### 3.2.2 Finden eines herstellungstoleranten Designs

Binäre Gitter sind relativ einfach herzustellen (siehe Abschnitt 2.3), jedoch ist die Herstellung von binären periodischen Strukturen nicht beliebig genau zu realisieren und so wurde ein möglichst großer Spielraum für Abweichungen der Struktur durch den Herstellungsprozess angestrebt. Die kritischen Parameter sind dabei der Füllfaktor und die Ätztiefe.

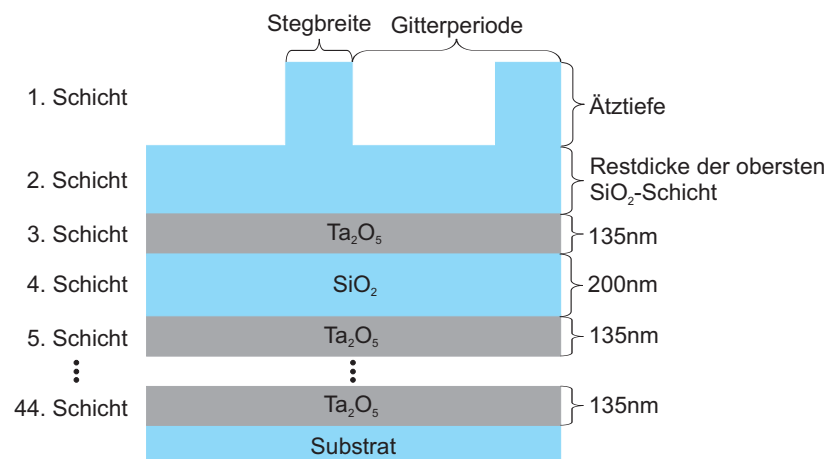


Abb. 3.8: Zerlegung des Strahlteilers in einzelne Schichten zur Berechnung der Beugungseffizienzen. Das Schichtsystem ist festgelegt, es verbleiben die Parameter Ätztiefe, Füllfaktor, Gitterperiode und die Restdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht.

Wie man dem Abschnitt 2.2.2 über die Bestimmung von Beugungseffizienzen entnehmen kann, ist man bei ihrer Berechnung auf Computer angewiesen, da große Gleichungssysteme gelöst werden müssen. Die Zerlegung in einzelne Schichten erfolgt dabei gemäß Abbildung 3.8. Im Institut für Angewandte Physik sind die beiden Programme UNIGIT und GratingSolver verfügbar. Das Programm UNIGIT bietet eine

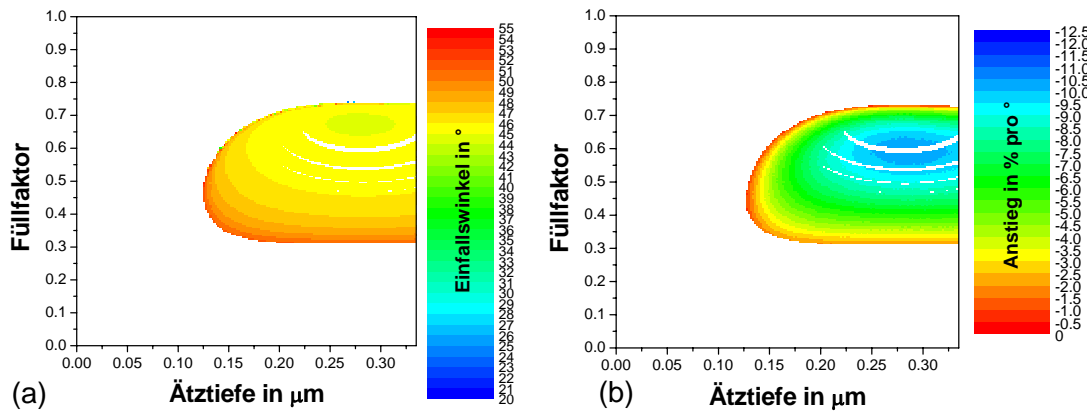
Oberfläche, mit der sich periodische Strukturen zusammensetzen und diese anschließend berechnen lassen. Allerdings ist der Modus, in dem der Benutzer Parameter automatisch variieren lassen kann, in seiner Funktion derart eingeschränkt, dass höchstens ein Längenparameter (Schichtdicken, Stegbreite, Gitterperiode) und einer der drei Parameter Anzahl der Fourierkomponenten, Einfallswinkel oder Wellenlänge gleichzeitig variiert werden. Nützlich wäre aber ein Tool, welches den Winkel, die Gitterperiode, die Ätztiefe, den Füllfaktor und die Dicke der obersten Quarzschicht (also die Schicht, in welche die binäre Struktur geätzt wird) abrastern kann. Auch der GratingSolver ist nicht in der Lage, alle fünf Parameter gleichzeitig zu variieren. Im Gegensatz zum GratingSolver bietet Unigit aber die Möglichkeit, durch Starten der UNIGIT\_1D.exe ein voreingestelltes Gitter berechnen und die Beugungseffizienzen in einer Datei abspeichern zu lassen. Für die vorliegende Diplomarbeit wurde ein Turbo-Pascal-Programm erstellt, welches die externe Manipulation der Gitterdatei und das Starten der UNIGIT\_1D.exe erlaubt, so dass jedes Gitter berechnet werden konnte. Somit war auch das Variieren mehrerer Parameter möglich.

Die Grundidee war, alle möglichen Gitter systematisch abzurastern und sie auf ihre Tauglichkeit als Strahlteiler hin zu testen. Anschließend sollte auf Grundlage der so gewonnenen Daten der Bereich mit der größten Herstellungstoleranz gefunden werden. In der Gitterberechnung sind die Ätztiefe und die Restdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht unabhängig wählbar, jedoch sind sie auf die Weise miteinander gekoppelt, dass ihre Summe die Dicke der obersten Schicht des gelieferten Schichtsystems ergeben muss. Die Herstellungstoleranz bezieht sich also auf Gitter mit festem dielektrischen Schichtspiegel, fester Gitterperiode und fester Dicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht.

Die Gitterperiode und die Dicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht lassen sich auf etwa 3 nm genau herstellen. Das entspricht ungefähr 0,3 % der Wellenlänge und es ist zu erwarten, dass sich diese Herstellungsabweichungen kaum auswirken werden. Die Ätztiefe und der Füllfaktor sind problematischer. Deshalb musste eine Parameterkonfiguration (festes dielektrisches Schichtsystem mit fester Dicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht und fester Gitterperiode) gefunden werden, bei der der Füllfaktor und die Ätztiefe bei der Herstellung nicht genau getroffen werden müssen und dennoch ein Teilungsverhältnis von 50:50 in die beiden Ordnungen möglich ist.

Um nun also ein Gitter zu finden, welches sich tolerant herstellen lässt, wurden zuerst die Parameter in ihren sinnvollen Grenzen durchgefahen und dabei die Gitter registriert, deren Beugungseffizienz in die 0. Ordnung zwischen 48 und 52 % liegt. Hierbei galt es ein Optimum zwischen Rechenzeit und Genauigkeit zu finden. Um dies zu erreichen, wurden die Parameter in möglichst großen Schrittweiten durchgefahen. Zu große Schrittweiten bergen jedoch das Risiko, dass herstellungstolerante Gebiete übersehen werden. Darum wurde versucht als Schrittweiten möglichst die zu erwartenden Herstellungsschwankungen zu verwenden.

Laut Abschnitt 2.3 ist ein Füllfaktor im mittleren Bereich am einfachsten zu realisieren und so wurde der Füllfaktor von 0,40 bis 0,61 in Schrittweiten der Größe



**Abb. 3.9:** Variation der Ätztiefe und des Füllfaktors bei einer 335 nm dicken obersten SiO<sub>2</sub>-Schicht und 630 nm Gitterperiode. (a) zeigt den Einfallswinkel, um 50:50 zu teilen, (b) die partielle Ableitung der Beugungseffizienz nach dem Einfallswinkel bei dem jeweiligen Einfallswinkel aus (a). Parameterkonfigurationen mit Anstiegen größer als 8 % pro ° wurden auf Grund einer groben Rasterung in den weißen Gebieten nicht erfasst.

0,07 variiert (also die Werte 0,40; 0,47; 0,54; 0,61 erreicht). Die Gitterperiode und der Einfallswinkel wurden so gewählt, dass sie innerhalb des relevanten Bereiches in Abbildung 3.7 lagen. Die Gitterperiode wurde von 600 nm bis 1100 nm in 50 nm Schritten abgerastert, die Dicke der obersten Quarzschicht in 20 nm Schritten von 100 nm bis 800 nm. Um die Rechenzeit gering zu halten, wurde die obere Grenze von 800 nm festgelegt. Die Ätztiefe wurde schrittweise mit dem Faktor 1,15 (also nicht linear, sondern exponentiell) erhöht, da die Herstellungsschwankungen beim Ätzen hauptsächlich relativ sind. Zum Beispiel wirkt sich eine falsche Ätzzgas Mischung über die gesamte Ätzzzeit aus und so wird das Ergebnis größtenteils relativ beeinflusst.

Die Beugungseffizienz des Strahlteilers darf bei kleinen Änderungen des Einfallswinkels keinen starken Schwankungen unterliegen, deshalb wurde der Einfallswinkel in 1°-Schritten erhöht und nach Gittern gesucht, die zwischen 48 % und 52 % in die 0. Ordnung beugen. Dies hatte zur Folge, dass alle Gitter, die einen Einfallswinkel haben, bei dem 50:50 geteilt wird und bei dem sich die Beugungseffizienz mit weniger als 4 % pro ° ändert, erfasst wurden. Gitter, die einen Einfallswinkel besitzen, bei dem zwar 50:50 geteilt wird, bei dem sich aber die Beugungseffizienz bei diesem Einfallswinkel mit mehr als 4 % pro ° ändert, wurden nicht unbedingt erfasst (wenn durch das Rastern des Winkels das Intervall 48-52 % übersprungen wurde). Dieser Effekt ist auch in Abbildung 3.9 illustriert, allerdings, auf Grund einer feineren Rasterung des Einfallswinkels, mit 8 % pro °.

Nach diesem ziemlich groben Scan waren die Parameterkonfigurationen aus Tabelle 3.1 die vielversprechendsten, während alle anderen Kombinationen von Gitterperiode und Schichtdicke deutlich kleinere zusammenhängende Gebiete ergaben. Zu den Gitterperioden und Schichtdicken aus Tabelle 3.1 wurden jeweils feinere Rasterungen über dem Füllfaktor und der Ätztiefe gefertigt (siehe Abbildung 3.10). Wie der Abbildung zu entnehmen ist, handelt es sich bei allen sechs Bereichen um

**Tabelle 3.1:** Parameter mit größter Herstellungstoleranz bezüglich Füllfaktor und Ätztiefe (gemäß dem ersten groben Scan).

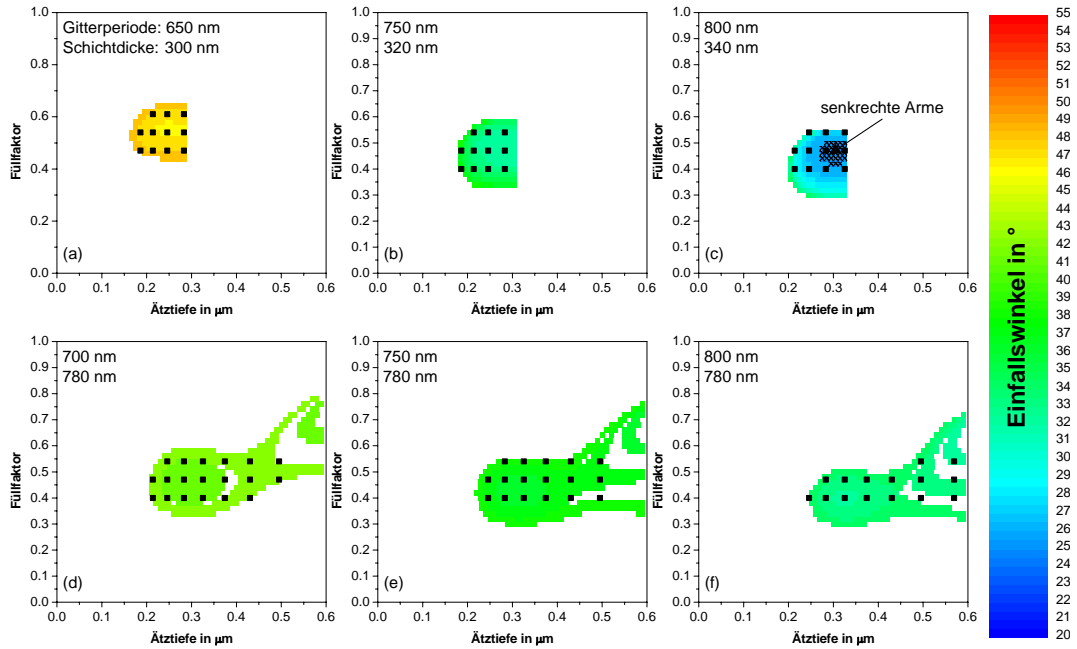
Dicke der obersten SiO <sub>2</sub> -Schicht $\mu\text{m}$	Gitterperiode $\mu\text{m}$	Ätztiefe $\mu\text{m}$	Füllfaktor	Teilbild in Abbildung 3.10
300	650	246	0,54	(a)
320	750	246	0,47	(b)
340	800	283	0,47	(c)
780	700	325	0,47	(d)
780	750	374	0,47	(e)
780	800	569	0,47	(f)

zusammenhängende, durchgehende Gebiete. Nachträglich ist dies der Beweis, dass nicht zu grob gescant wurde und dass es sich demnach bei der Auswahl in Tabelle 3.1 auch wirklich um die herstellungstolerantesten Lösungen handelt.

Nach dem Vergleich der einzelnen Graphen in Abbildung 3.10 stellte sich heraus, dass die Gebiete (a) und (f) bezüglich des Füllfaktors schmaler als die anderen sind. Bei den Gittern zu (b) sind die Einfallswinkel kleiner als bei (d) und (e). Gleichzeitig ist auch der Abstand zwischen Einfallrichtung und -1. Ordnung größer, was eine bessere Ausgangssituation für die Interferometergeometrie ist. Noch günstiger fallen die Winkel für (c) aus. Der Einfallswinkel für eine Beugungseffizienz in die 0. Ordnung von 50% beträgt ungefähr  $25^\circ$ , der Ausfallswinkel der -1. Ordnung  $65^\circ$ . In Summe ergibt das einen  $90^\circ$ -Winkel zwischen der 0. und der -1. Ordnung und senkrechte Interferometerarme sind ohne Umlenkspiegel realisierbar. Gegen (a), (b), (d) und (e) spricht nun auch, dass es bei einer Gitterperiode kleiner als  $752\text{ nm}$  (siehe Gleichung 3.13 auf Seite 35) unmöglich ist, den  $90^\circ$ -Winkel zu erreichen. Verlangt man zusätzlich noch einen  $15^\circ$ -Winkel zwischen einfallendem Strahl und der -1. Ordnung, dann kommen nur noch Gitterperioden größer als  $760\text{ nm}$  in Frage. Die Gitter mit einer Schichtdicke von  $780\text{ nm}$  ((d)-(f)) bieten zwar einen größeren Spielraum bezüglich der Ätztiefe, dieser wird jedoch in diesem Umfang nicht benötigt, vielmehr ist die Einschränkung des Füllfaktors relevant, die aber bei (b)-(e) in etwa gleich groß ausfällt. Nach all diesen Überlegungen bietet offenbar die Konfiguration der dritten Zeile (Teilbild (c)) die beste Ausgangsposition, da bei Füllfaktor und Ätztiefe ein ausreichend großer Spielraum zur Verfügung steht, zwischen den Interferometerarmen große Winkel vorliegen und nahezu senkrechte Arme möglich sind.

### 3.2.3 Realisierung senkrechter Interferometerarme

Offensichtlich gibt es ein Gitterdesign, welches einen  $90^\circ$ -Winkel zwischen der 0. und der -1. Ordnung ermöglicht. Gleichzeitig ist dieses Gitter nicht schwieriger in der Herstellung als die anderen herstellungstoleranten Gitter. Die Gitterperiode wurde im vorigen Abschnitt auf Grund der groben Rasterung zunächst auf  $50\text{ nm}$  und die



**Abb. 3.10:** Gebiete aus Tabelle 3.1. Die schwarzen Quadrate wurden schon beim groben Scan getestet. Dargestellt ist der Einfallswinkel, um 50:50 zu teilen, bei verschiedenen Gitterparametern mit der Skala aus Abbildung 3.9. Variiert sind Füllfaktor und Ätztiefe bei vorgegebener Gitterperiode und Dicke der obersten SiO<sub>2</sub>-Schicht. Der markierte Bereich (90° zwischen 0. und -1. Ordnung) im Teilbild (c) umfasst ein Intervall des Einfallswinkels der Breite eines halben Grades.

Dicke der obersten SiO<sub>2</sub>-Schicht auf 20 nm genau festgelegt. Im folgenden Abschnitt werden diese Parameter endgültig bestimmt.

Um 90° zwischen der 0. und der -1. Ordnung zu erhalten, muss folgende Gleichung erfüllt sein (wie leicht aus geometrischen Überlegungen herleitbar ist):

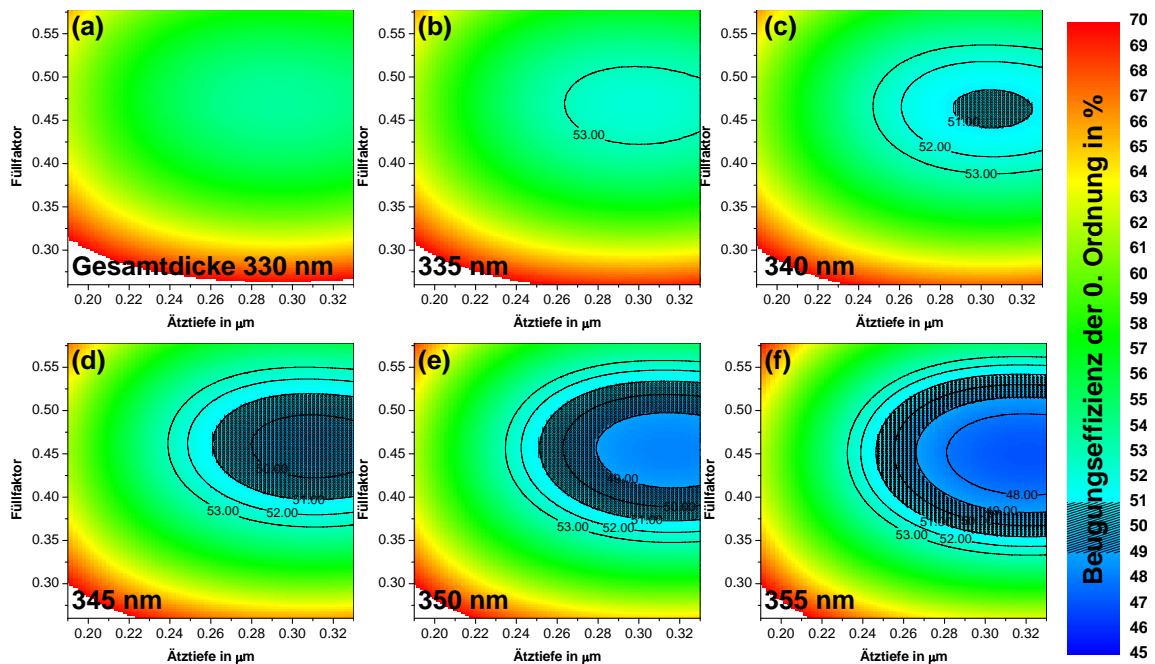
$$\sin \varphi_{in} = \frac{\lambda}{2d} \left[ 1 - \sqrt{\frac{2d^2}{\lambda^2} - 1} \right] \quad (3.12)$$

Da der Radikant größer als 0 sein muss, ist sofort erkennbar, dass es für

$$d < \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \approx 752,4 \text{ nm} \quad (3.13)$$

unmöglich ist einen 90°-Winkel zu erreichen.

Für die genauere Festlegung der Gitterparameter wurden weitere Eigenschaften des Toleranzgebietes betrachtet. Dazu dienten Scans über der Ätztiefe und dem Füllfaktor bei fester Gitterperiode und variabler Dicke der obersten SiO<sub>2</sub>-Schicht (siehe Abbildung 3.11). Da pro Scan zwei Parameter fest waren (Gitterperiode und Schichtdicke), konnten die Schrittweiten viel feiner gewählt werden. Aus den so gewonnenen Daten ist ersichtlich, dass die Beugungseffizienz zum Rand hin zunimmt



**Abb. 3.11:** Variation der Ätztiefe und des Füllfaktors bei einer festen Gitterperiode von 800 nm und variablen Dicken der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht. Dargestellt ist die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung. Der Einfallswinkel ist  $25,1^\circ$  ( $90^\circ$  zwischen 0. und -1. Ordnung); der schraffierte Bereich geht von 49-51 %.

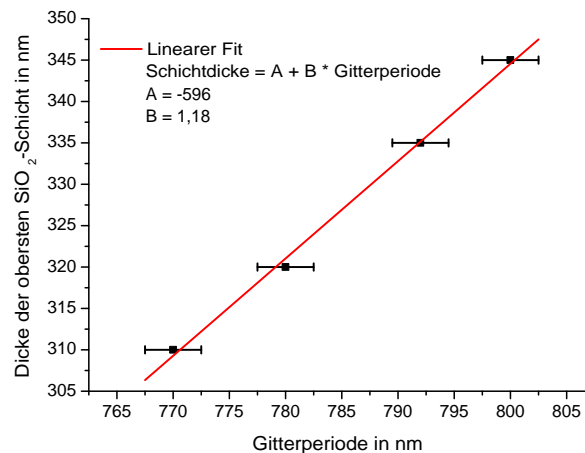
und bei einer Dicke der zweitobersten Schicht (Gesamtdicke minus Ätztiefe) von ungefähr 40 nm und einem Füllfaktor von  $\approx 45\%$  ein Minimum vorliegt. Dieses Minimum sinkt mit steigender Gesamtdicke.

Bei Schichtdicken kleiner als 340 nm (Teilbilder (a) und (b)) beugen alle Gitter mit mehr als 51% in die 0. Ordnung. Bei 340 nm existiert erstmalig ein Bereich, in dem die Beugungseffizienz nahe bei 50% liegt. Oberhalb von 345 nm Schichtdicke ist das Minimum kleiner als 49% ((e) und (f)), so dass die Gitter um das Minimum nicht mehr als Strahlteiler zu verwenden sind. Bei 345 nm liegt, wenn Beugungseffizienzen zwischen 49 und 51% als zulässig angesehen werden, ein Bereich vor, der maximal ausgedehnt ist und welcher noch kein Loch besitzt. Mit einer Gitterperiode von 800 nm und einer Gesamtdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht von 345 nm könnte man also mit einem Spielraum für den Füllfaktor von 40-52% und einer Ätztiefe zwischen 300 und 320 nm einen Strahlteiler mit senkrechten Armen realisieren. Die Wahl der Intervallbreite der zulässigen Beugungseffizienz von 2% ist hier eher willkürlich gewählt, gewährleistet aber, dass eine Schwankungstoleranz von 10% beim Füllfaktor zur Verfügung steht.

Weitere Untersuchungen zeigten, dass die Schichtdicke, bei der das Minimum noch nicht kleiner als 49% ist, von der Gitterperiode abhängt. In Tabelle 3.2 sind die Schichtdicke (mit einer Genauigkeit von 5 nm), bei der das Minimum gerade so noch größer als 49% ist (also der Füllfaktor ein maximal breites Intervall annehmen

**Tabelle 3.2:** Senkrechte Interferometerarme sind (neben anderen) bei diesen Parametern möglich.

Gitterperiode $\mu\text{m}$	Einfallswinkel $^\circ$	Dicke der obersten $\text{SiO}_2$ -Schicht $\mu\text{m}$
770	32,7	310
780	29,7	320
791,2	26,9	335
800	25,1	345

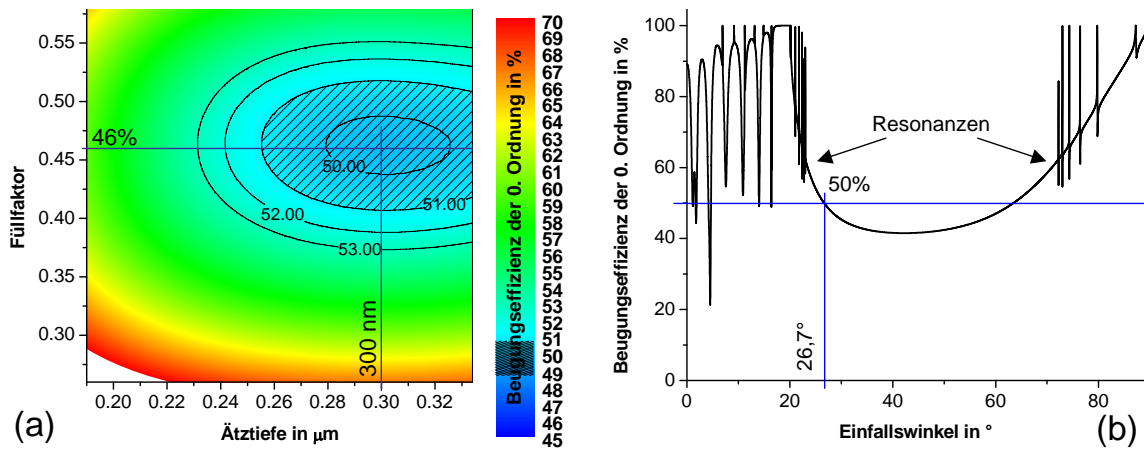


**Abb. 3.12:** Darstellung der Werte aus Tabelle 3.2 und des linearen Zusammenhanges.

kann) und der Einfallswinkel zu verschiedenen Gitterperioden aufgelistet. Graphisch dargestellt sind diese Parameter in Abbildung 3.12. Näherungsweise gilt ein linearer Zusammenhang zwischen der Schichtdicke und der Gitterperiode. Allerdings ist bei Gitterperioden kleiner als  $\approx 760$  nm (Einfallswinkel  $\approx 37^\circ$ ) der Winkel zwischen einfallendem Strahl und -1. Ordnung kleiner als  $15^\circ$ , so dass von kleineren Gitterperioden abgesehen werden sollte. Bei Gitterperioden größer als 800 nm beeinflussen Resonanzeffekte (siehe Abschnitt 3.2.4) die Beugungseffizienz im verwendeten Einfallswinkelbereich, so dass insgesamt nur Gitterperioden zwischen 760 und 800 nm in Frage kommen. Innerhalb dieses engen Bereiches kann der gewünschte Strahlteiler bezüglich seiner zu verwendenden Winkel ausgesucht werden (das gesamte Einfallswinkelintervall von  $25$  bis  $37^\circ$  steht zur Verfügung).

Prinzipiell ist ein Einfallswinkel von  $22,5^\circ$  praktisch (das entspricht einer Gitterperiode von 814 nm für senkrechte Interferometerarme), da dann zwischen den einzelnen Strahlen jeweils  $45^\circ$  vorliegen (also zwischen Einfallsrichtung und -1. Ordnung, zwischen Einfallsrichtung und 0. Ordnung und zwischen 0. Ordnung und dem Detektorarm). Da die Resonanzerscheinungen aber schon bei einer Gitterperiode von  $\approx 800$  nm stören können, wurde schließlich eine Gitterperiode von 791,2 nm (dieser Wert ist schon auf das Positioniersystem des LION LV1 abgestimmt) gewählt, was eine Dicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht von 335 nm erfordert.



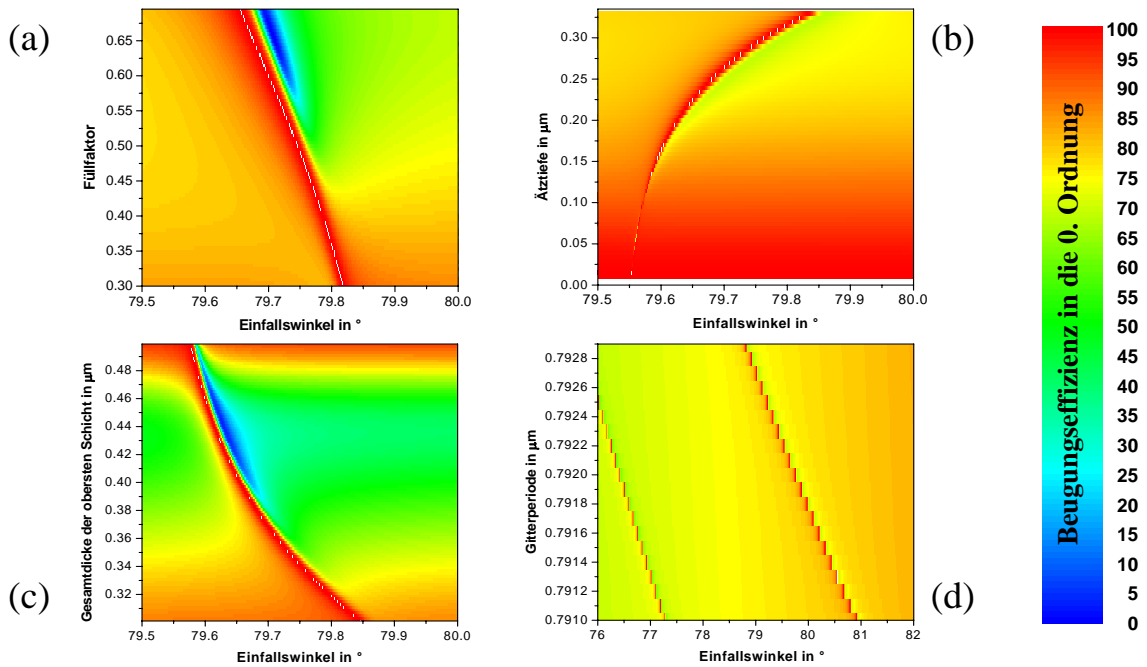


**Abb. 3.13:** (a) Dargestellt ist die Beugungseffizienz in die 0. Ordnung. Variiert ist der Füllfaktor und die Ätztiefe. Die Gitterperiode beträgt 791,2 nm, die oberste  $\text{SiO}_2$ -Schicht ist 335 nm dick. Der Einfallswinkel beträgt  $27,0^\circ$  (senkrechte Arme gemäß Gleichung 3.12). (b) Beugungseffizienz in die 0. Ordnung über dem Einfallswinkel aufgetragen bei einer Ätztiefe von 300 nm und einem Füllfaktor von 46 %. Gekennzeichnet sind die Resonanzerscheinungen, die bei steigender Gitterperiode in die Mitte wandern.

Ein Scan bei diesen Parametern über Ätztiefe und Füllfaktor ist Abbildung 3.13 (a) zu entnehmen. Daraus ist auch erkennbar, dass bei einem Füllfaktor von 46 % und einer Ätztiefe von 300 nm der größte Spielraum für den Füllfaktor vorliegt. Der Verlauf der Beugungseffizienz in Abhängigkeit vom Einfallswinkel bei diesen Gitterparametern ist in Abbildung 3.13 (b) dargestellt. Die Beugungseffizienz von 50% wird bei  $26,7^\circ$  erreicht, bei  $27,0^\circ$  (senkrechte Arme gemäß Gleichung 3.12) liegen 49,4% vor. Im Bereich von 20 bis  $90^\circ$  für den Einfallswinkel existieren in Luft und im Quarz nur die 0. und die -1. Ordnung. Erkennbar sind, wie in Abschnitt 2.1.2 vorausgesagt, sowohl das „symmetrische Verhalten“ als auch das lokale Extremum bei  $42,3^\circ$  (Einfallswinkel und Richtung der -1. Ordnung stimmen überein). Zusätzlich liegen auch die Resonanzerscheinungen „symmetrisch“ vor. Im Intervall von 0 bis  $20^\circ$  für den Einfallswinkel existiert die -1. Ordnung nur noch in Quarz, allerdings mit Beugungswinkeln von  $44$  bis  $70^\circ$ , für die das Schichtsystem nicht mehr alles reflektiert (siehe Abbildung 3.6). Zusätzlich existiert zwischen 0 und  $5,5^\circ$  die +1. Ordnung in Quarz mit Beugungswinkeln von  $70^\circ$  bis  $90^\circ$ .

### 3.2.4 Erklärung der Resonanzeffekte

Die oben erwähnten Resonanzen entstehen bei Anregung von Wellenleitermoden im Schichtsystem. Das Licht wird dann geführt und es kommt zu einer Intensitätsüberhöhung im Schichtsystem. Nun dominiert nicht mehr die eingestrahlte Leistung sondern vielmehr die im Schichtsystem umlaufende. Die Auskoppelleffizienzen aus dem Wellenleiter zur Superstratseite hin dominieren dann die Beugungseffizienzen, so dass in einem kleinen Winkelbereich, in dem die Anregung einer Wellen-



**Abb. 3.14:** Die Lage der Resonanzen hängt im Detail von den Gitterparametern ab. Die nicht variierten Gitterparameter entsprechen denen des Strahlteilers (46% Füllfaktor, 300 nm Äztiefe, 791,2 nm Gitterperiode und 335 nm Gesamtdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht).

leitermode und somit eine Intensitätsüberhöhung stattfinden, die Beugungseffizienz starken Schwankungen unterliegt. Der Wellenleiter wird gebildet durch das Schichtsystem und durch die Gitterstruktur. Da der Füllfaktor, die Restdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht und die Äztiefe die Wellenleiterstruktur und somit speziell die Wellenleitermoden und deren Ausbreitungskonstanten beeinflussen, lässt sich selbst nach Wahl des Schichtsystemes die genaue Lage einer solchen Resonanz nicht vorhersagen und nicht durch eine geeignete Wahl der Gitterparameter ausschließen. Der hier entwickelte Strahlteiler ist in seinem Arbeitsbereich nicht von den Resonanzeffekten betroffen.

Abbildung 3.14 zeigt Variationen des Füllfaktors, der Äztiefe, der Gitterperiode und der Gesamtdicke der obersten  $\text{SiO}_2$ -Schicht. Zu erkennen ist, dass die Lage der Resonanzen mit den einzelnen Parametern wandert und somit ein weiteres Eingrenzen der Parametergrenzen des ersten groben Scans nicht möglich war.

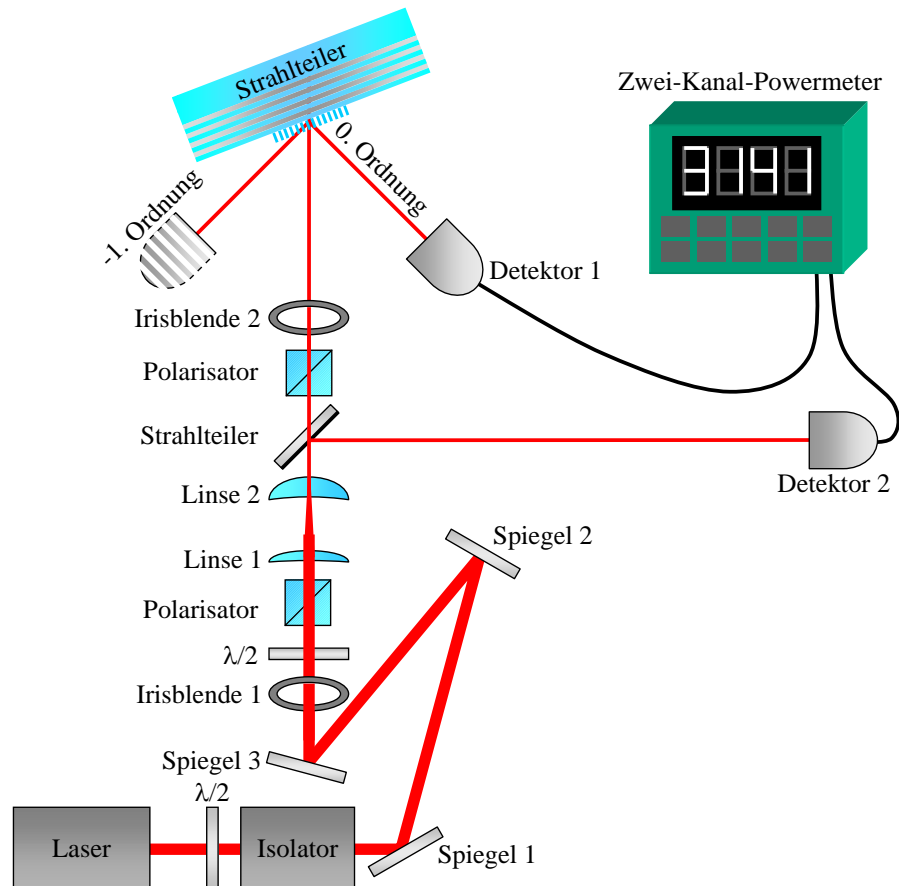
## Kapitel 4

# Charakterisierung der hergestellten Gitter

Gemäß den Überlegungen aus dem vorangegangenen Kapitel sollte ein binäres Gitter mit einer Periode von 791,2 nm, einer Ätztiefe von 300 nm, einem Füllfaktor von 46% in ein Schichtsystem mit einer Dicke der obersten SiO<sub>2</sub>-Schicht von 335 nm geätzt werden. Nach dem ersten SiO<sub>2</sub>-Ätzschritt mit einer Dauer von 6 Minuten ergab eine Messung der Ätztiefe eines Testfleckes den Wert 292 nm. Darin ist allerdings noch die Dicke der Chrommaske enthalten. Vor dem Ätzvorgang betrug sie 50-51 nm. Bei Vernachlässigung der Abnahme der Chromschichtdicke durch den SiO<sub>2</sub>-Ätzprozess ergab sich zu diesem Zeitpunkt eine Ätztiefe von 240 nm. Da zu den anvisierten 300 nm noch ein Viertel der bis dahin geätzten Tiefe fehlte, wurde noch ein Viertel von 6 Minuten (also 1 Minute, 15 Sekunden) geätzt, was in einer Gesamttiefe von 312 nm resultierte. Laut Abbildung 3.13 ist die Toleranz des Füllfaktors durch die Abweichung aber nur unwesentlich eingeschränkt. Weitere Eigenschaften des gefertigten Strahlteiles sind nicht so einfach zugänglich und werden in den nächsten Abschnitten beschrieben.

### 4.1 Vermessung der Beugungseffizienzen

Der Aufbau, mit dem die Messung der winkelabhängigen Beugungseffizienz erfolgte, ist Abbildung 4.1 zu entnehmen. Ein Laser des Typs Mephisto von Innolight GmbH, betrieben bei einem Pumpstrom von 2,3 A, mit einer Ausgangsleistung von 2 W und einer Wellenlänge von 1064 nm, diente als kohärente Lichtquelle. Das anschließende  $\lambda/2$ -Plättchen passte die Polarisationsrichtung an den Isolator an, so dass durch eine Fehlanpassung eine zusätzliche Regulierung der Laserleistung möglich war, ohne den Pumpstrom ändern zu müssen. Die Spiegel 1 bis 3 regulierten Richtung und Lage des Strahles, so dass er entlang einer optischen Schiene verlief. Zur genaueren Justage der Spiegel dienten die beiden Irisblenden. Die zweite Blende war während den Messungen so eingestellt, dass nur der Hauptstrahl passieren konnte und so der durch den Strahlteiler hervorgerufene Nebenstrahl weggeschnitten wurde. Auf der Schiene war auch die Fokussieroptik (Linse 1 und 2) angebracht, die es erlaubte, den Strahl mit einer geringen Divergenz auf den Strahlteiler zu fokussieren, damit



**Abb. 4.1:** Laboraufbau zur Vermessung der Beugungseffizienzen. Um die -1. Ordnung vermessen zu können, wurde der Detektor 1 an die gestrichelte Position gebracht. Beide Detektoren waren seitlich an Ulbrichtkugeln angebracht.

möglichst wenig Licht außerhalb der Gitterfläche auf das Schichtsystem traf und das Ergebnis nicht verfälscht wurde.

Ein weiteres  $\lambda/2$ -Plättchen hinter der ersten Irisblende ermöglichte eine Anpassung der Polarisationsrichtung an den ersten Polarisator, welcher nur TE-polarisiertes Licht durchließ. Um eine etwaige Drehung der Polarisationsrichtung durch die nachfolgende Optik auszuschließen, wurde der Strahl vor dem Gitter noch einmal polarisiert. Das Gitter selbst war in alle drei Richtungen drehbar gelagert und in zwei Richtungen verschiebbar. Die freie Drehbarkeit im Raum erlaubte die Einstellung des Einfallswinkels und stellte sicher, dass nur TE-polarisiertes Licht mit dem Gitter wechselwirkte. Die genaue Justage der Gitterlage im Raum war dadurch gegeben, dass bei  $0^\circ$  Einfallswinkel die 0. Ordnung in sich selbst zurückreflektiert wurde und bei Einfall unter dem Littrow-Winkel die -1. Ordnung in den einfallenden Strahl zurück gebeugt wurde. Die Skala für den Einfallswinkel war in einzelne Grad-Schritte unterteilt, die Ableseungenauigkeit betrug  $0,5^\circ$ . Als Skalenwerte für Littrow-Einfall ergaben sich die Werte  $-13^\circ$  und  $71,5^\circ$ . Der Skalenwert für senkrechten Einfall be-

trägt demnach:

$$\frac{(71,5 \pm 0,5)^\circ + (-(13 \pm 0,5)^\circ)}{2} = (29,3 \pm 0,5)^\circ; \quad (4.1)$$

die Gitterperiode  $d$  kann zu :

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \left( \frac{(71,5 \pm 0,5)^\circ - (-(13,5 \pm 0,5)^\circ)}{2} \right)} = (791 \pm 8) \text{ nm} \quad (4.2)$$

abgeschätzt werden.

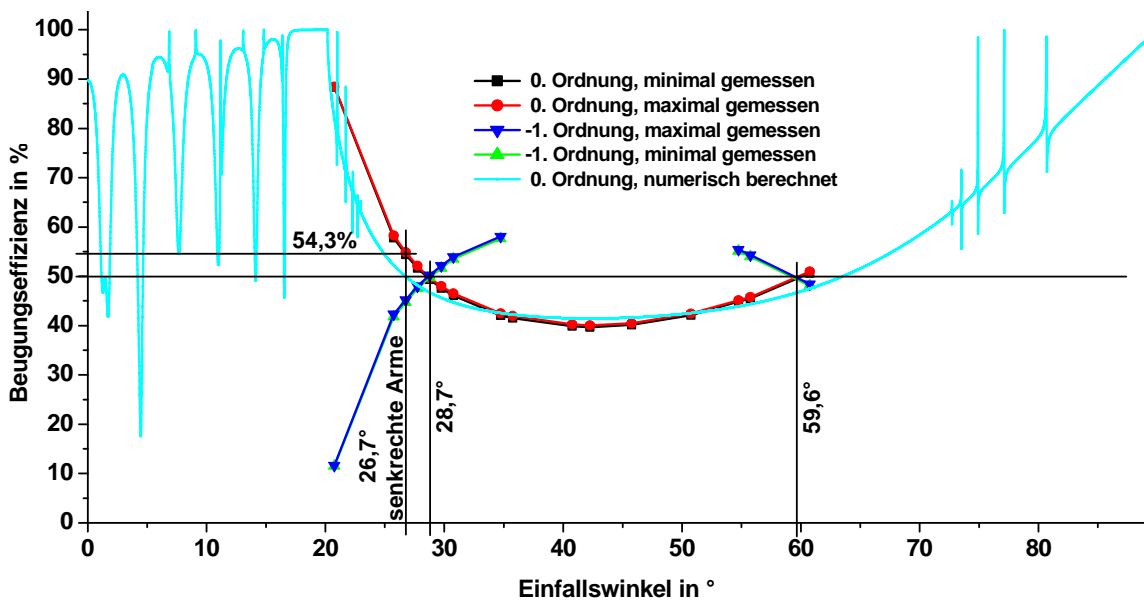
Die beiden Detektoren waren an Ulbrichtkugeln angebracht, um etwaige Abhängigkeiten der Detektierempfindlichkeit vom Auftreffort auf den Detektoren zu minimieren. Die Lichtwege der beiden Teilstrahlen waren in etwa gleich lang und somit die Strahldurchmesser an den Eingängen der Ulbrichtkugeln gleich groß. Mit Detektor 1 wurden die gebeugten Intensitäten gemessen (sowohl der 0., als auch der -1. Ordnung), während Detektor 2 als Referenz zum Ausgleich etwaiger Schwankungen der Laserleistung diente. Für diesen Zweck waren die zwei Detektoren an ein Zwei-Kanal-Powermeter der Firma Newport angeschlossen. Dieses bildete das Verhältnis zwischen dem Signal des Detektors 1 und dem des Detektors 2, wobei der Ausgabewert zusätzlich noch über 100 Messwerte gemittelt wurde. Langzeitmessungen zeigten, dass 2 Stunden nach Anschalten des Lasers und konstanten Positionen der beiden Detektoren das Verhältnis der Signale nur noch in der vierten Nachkommastelle schwankte.

Die Position des zweiten Detektors blieb über den gesamten Messzeitraum unverändert. Die Öffnung der Ulbrichtkugel des ersten Detektors wurde auf das Gitter gerichtet, immer im gleichem Abstand (20 cm) zum Gitter positioniert und anschließend seitlich verschoben, um das Signal zu maximieren. Anzumerken ist, dass trotz der Verwendung von Ulbrichtkugeln eine Messungenauigkeit von  $\approx 0,5\%$  vorlag, da die Detektoren weiterhin auf Richtung und Lage der Strahlen empfindlich reagierten. Für die Messung wurde das Gitter seitlich (in der Beugungsebene) bewegt. Dabei wurde festgestellt, dass die Beugungseffizienzen während dieser Bewegung nicht konstant waren, obwohl der Laserstrahl das Gitter traf. Bei der Messwertaufnahme wurde dies berücksichtigt, indem sowohl das jeweilige Maximum als auch das Minimum notiert wurden. Das Gitter ist damit über der Fläche nicht homogen, was auch durch Beobachtung mit einem normalen Mikroskop bestätigt wurde. Die Ergebnisse der Messung sind in Tabelle 4.1 aufgelistet.

Um diese Werte in Beugungseffizienzen umrechnen zu können, wurde das Gitter entfernt und der Detektor 1 im gleichen Abstand, wie auch schon bei den Messungen davor, in den Strahl hinter die Gitterhalterung gestellt. Das so erhaltene Verhältnis der beiden Detektoren entspricht einer Beugungseffizienz von 100 % und beträgt 0,2139. Die in Beugungseffizienzen umgerechneten Messwerte sind in Abbildung 4.2 über dem Winkel aufgetragen und die theoretisch erwartete Effizienz für die 0. Ordnung ist zum Vergleich auch dargestellt.

**Tabelle 4.1:** Messwerte der Beugungseffizienzen.

Skalenwert Einfallswinkel	Minimum 0. Ordnung	Maximum 0. Ordnung	Minimum -1. Ordnung	Maximum 0. Ordnung	Kommentar
50,0°	0,1885	0,1888	0,02459	0,02480	
55,0°	0,1234	0,1244	0,08920	0,09030	
56,0°	0,1161	0,1171	0,09537	0,09647	
57,0°	0,1102	0,1112	0,1014	0,1024	
58,0°	0,1054	0,1058	0,1061	0,1072	
59,0°	0,1015	0,1024	0,1102	0,1112	
60,0°	0,09836	0,09927	0,1142	0,1151	
64,0°	0,08974	0,09060	0,1230	0,1239	
65,0°	0,08865	0,08950	-	-	-1. nicht
70,0°	0,08515	0,08590	-	-	messbar
71,5°	0,08464	0,08540	-	-	Littrow
75,0°	0,08566	0,08635	-	-	-1. nicht
80,0°	0,08991	0,09057	-	-	messbar
84,0°	0,09570	0,09633	0,1176	0,1183	
85,0°	0,09705	0,09766	0,1152	0,1159	
90,0°	0,1081	0,1088	0,1026	0,1033	



**Abb. 4.2:** Gemessene Beugungseffizienzen in die 0. und die -1. Ordnung aus Tabelle 4.1, sowie die numerisch kalkulierte Effizienz in die 0. Ordnung aus Abbildung 3.13.

Zuerst ist festzustellen, dass die Kurven für die minimale und maximale gemessene Beugungseffizienz nicht stark voneinander abweichen. Des Weiteren liegt offensichtlich bei einem Einfallswinkel von  $28,7^\circ$  ein 50-50-Strahlteiler vor, da sich hier der Graph für die 0. Ordnung mit dem für die -1. Ordnung schneidet. Bei einer Gitterperiode von  $791,2\text{ nm}$  ergibt dies einen Ausfallswinkel für die -1. Ordnung von

$$\arcsin\left(\sin(28,7^\circ) - \frac{1064}{791,2}\right) = 59,8^\circ. \quad (4.3)$$

Dieses Ergebnis wird auch durch die Messung bestätigt, da ein erneuter Schnittpunkt der beiden Beugungseffizienzen für  $59,6^\circ$  gefunden wurde und die Abweichung von  $0,2^\circ$  unter die Messungenauigkeit fällt. Der Winkel zwischen 0. und -1. Ordnung im Strahlteilerbetrieb würde also  $28,7^\circ + 59,8^\circ = 88,5^\circ$  betragen. Wenn Wert auf senkrechte Arme gelegt wird, muss der Einfallswinkel allerdings besagte  $27^\circ$  betragen, so dass eine Beugungseffizienz von  $54\%$  in die 0. Ordnung vorliegt. Offensichtlich liegt hier eine Diskrepanz zwischen der erwarteten Toleranz des Gitters bezüglich der Herstellung und dem fertigen Strahlteiler vor. Laut Abbildung 3.13 muss der Füllfaktor entweder größer als  $55\%$  oder kleiner als  $38\%$  sein, um die  $54\%$  erklären zu können.

## 4.2 Streulichtmessung

Am Fraunhofer-Institut für Angewandte Optik und Feinmechanik in Jena steht ein Streulichtmessplatz zur Verfügung [26], mit welchem es möglich ist, das Streulicht eindimensional winkelaufgelöst zu vermessen. Abbildung 4.3 zeigt das winkelaufgelöste Streulicht bei einem Einfallswinkel von  $28,7^\circ$  (bei diesen sind die Intensitäten in den beiden Armen gleich groß) und TE-polarisiertem Licht der Wellenlänge  $1064\text{ nm}$ . Das Untergrundrauschen ist 8 Größenordnungen kleiner als das eigentliche Signal. Der Transmissionspeak der 0. Ordnung (bei  $150^\circ$ ) ist deutlich zu erkennen. Gemäß den numerischen Berechnungen sollte er  $1,4 \cdot 10^{-4}\%$  erreichen, in der Messung ist er ein Drittel kleiner (was sich mit der Ungenauigkeit des Photomultipliers erklären lässt). Die -1. Ordnung sollte bei  $240^\circ$  zu finden sein, jedoch schränkt der Aufbau den vollen Winkelbereich so ein, dass diese Ordnung nicht vermessen werden konnte.

Im Vergleich zu dem schmalen Peak bei  $-180^\circ$  in der Messung ohne Strahlteiler sind die beiden gebeugten Ordnungen in der Kurve mit Gitter stark verbreitert auf Grund der Streuung an statistischen Schwankungen des Gitterprofils. Diese Verluste sind die maßgeblichen bei dem hier gefertigten Gitter und sollten erfahrungsgemäß weniger als  $0,5\%$  betragen [27].

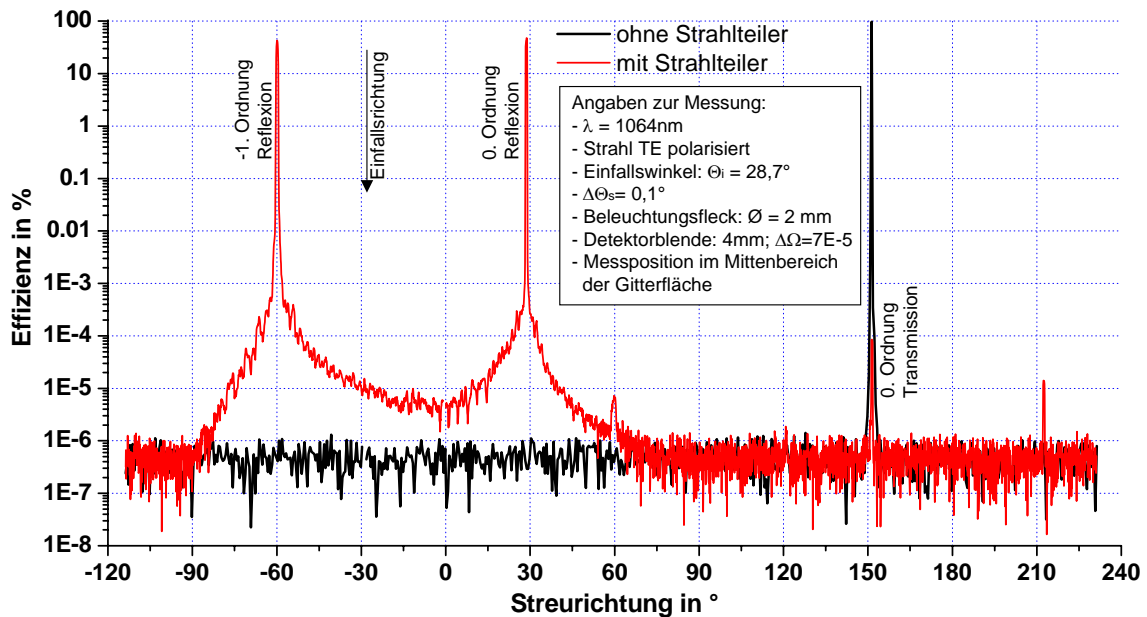


Abb. 4.3: Am Fraunhofer-Institut für Angewandte Optik und Feinmechanik in Jena aufgenommenes winkelaufgelöstes Streulicht.

### 4.3 Messung der Transmission

Abschließend wurde mit dem Aufbau aus Abbildung 4.1 eine Transmissionsmessung durchgeführt. Da die Gitterhalterung bei schrägem Einfall jedoch die 0. Ordnung in Transmissionsrichtung abschneidet, erfolgte die Messung der Transmission nur für senkrechten Einfall. Dazu wurde der Detektor 1 in 20 cm Abstand hinter das Gitter gebracht und ein Verhältnis der Signale von Detektor 1 zu Detektor 2 von  $7,1 \cdot 10^{-6}$  gemessen. Nach Abdunkeln des Strahlenganges wurde noch der 0-Wert von  $4,0 \cdot 10^{-6}$  aufgenommen. Dies ergibt

$$\frac{(7,1 - 4,0) \cdot 10^{-6}}{0,2139} = 1,4 \text{ ppm}, \quad (4.4)$$

ein Wert, welcher nur als Abschätzung angesehen werden sollte, der jedoch in guter Übereinstimmung mit der Streulichtmessung steht.

### 4.4 Vermessung parasitärer Ordnungen

Bei der Vermessung der winkelabhängigen Beugungseffizienzen (Abschnitt 4.1) fiel auf, dass zusätzliche Ordnungen außerhalb der Beugungsebene unter Zuhilfenahme einer Infrarotkarte sichtbar wurden. Die seitlichen Auslenkungen dieser Ordnungen bei einem Karte-Gitter-Abstand von 300 mm und die entsprechenden Ablenkwinkel sind in Tabelle 4.2 aufgelistet. Zusätzlich sind noch die Intensitäten näherungsweise angegeben. Da in dieser Größenordnung jegliches Streulicht relevant ist, sind diese Werte nur als Richtwerte zu sehen. In Reflexionsrichtung waren nur die  $\pm 3$ .



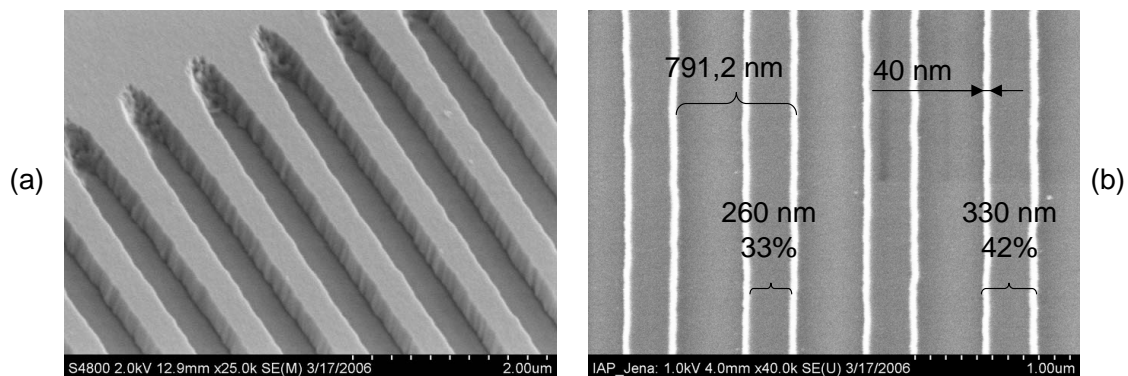
**Tabelle 4.2:** Messwerte der Beugungseffizienzen. Die erste Spalte gibt die Ordnung aus der Beugungsebene heraus an, die werte die eigentlichen Strahlteilerrichtungen. Der Einfallswinkel betrug  $\approx 29^\circ$ . Die zweite Spalte enthält den Abstand der Beugungsordnungen von der Beugungsebene bei einem Gitter-Schirm-Abstand von 300 mm, die dritte den entsprechenden Ablenkwinkel.

Ordnung	Abstand mm	Winkel °	sichtbar in Ordnung Nr.	Gitterperiode $\mu\text{m}$	Effizienz %
$\pm 1$	$\pm 10$	$\pm 1,9$	-1	33,6	0,0005
$\pm 2$	$\pm 20$	$\pm 3,8$	-1	32,8	0,0007
$\pm 3$	$\pm 27$	$\pm 5,2$	-1	36,3	0,0020
$\pm 4$	$\pm 38$	$\pm 7,3$	-1	34,3	0,0009
$\pm 5$	$\pm 46$	$\pm 8,8$	-1	35,1	0,0002
$\pm 3$	$\pm 27$	$\pm 5,2$	0	36,3	0,0005
$\pm 4$	$\pm 38$	$\pm 7,3$	0	34,3	0,0005

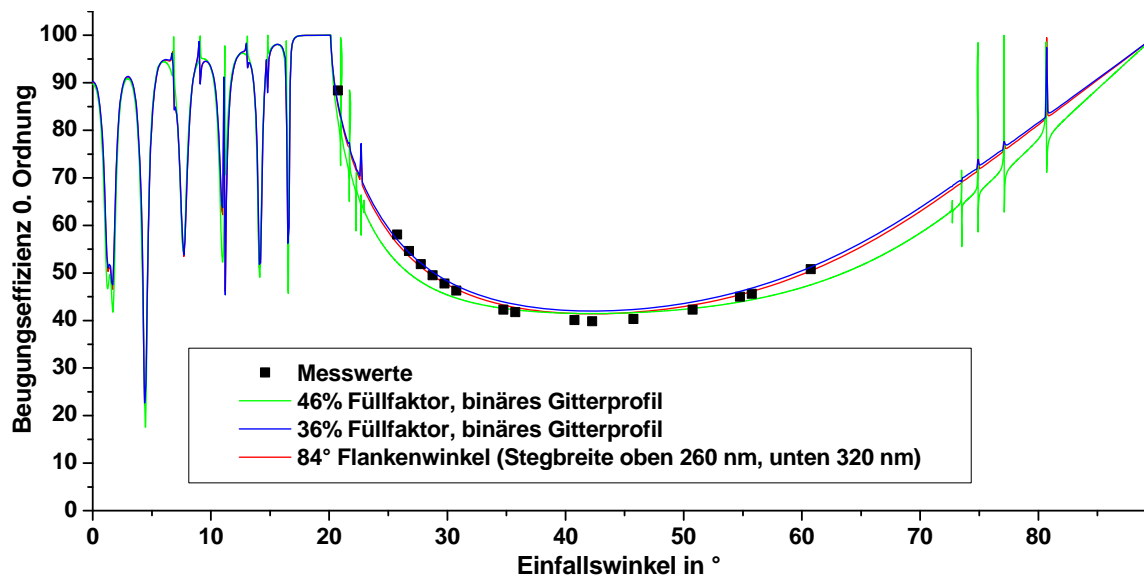
und die  $\pm 4$ . Ordnung mit der Infrarotkarte sichtbar. Da mit der Karte mindestens 2 ppm Beugungseffizienz sichtbar waren (siehe Transmissionsmessung), können die restlichen Ordnungen vernachlässigt werden. Nach einer Umrechnung der Auslenkungen in Periodenlängen ergab sich eine mittlere Periodenlänge für das Übergitter von  $(34,4 \pm 1,3) \mu\text{m}$ . Außerdem ergibt sich ein Gesamtverlust in die parasitären Beugungsordnungen von 0,01 %.

## 4.5 Raster-Elektronen-Mikroskop-Aufnahmen

Um etwaige Herstellungsfehler zu erkennen, werden standardmäßig Raster-Elektronen-Mikroskop-Aufnahmen der Oberfläche gemacht. Dazu werden die Proben mit einer Chromschicht bedampft, um Aufladungseffekte zu vermeiden. In Abbildung 4.4 sind einige REM-Aufnahmen gezeigt. In Teilbild (a) sind die Auswirkungen des



**Abb. 4.4:** REM-Aufnahmen am Gitterrand (a), in der Gittermitte (b), die weißen Linien sind 40 nm breit.

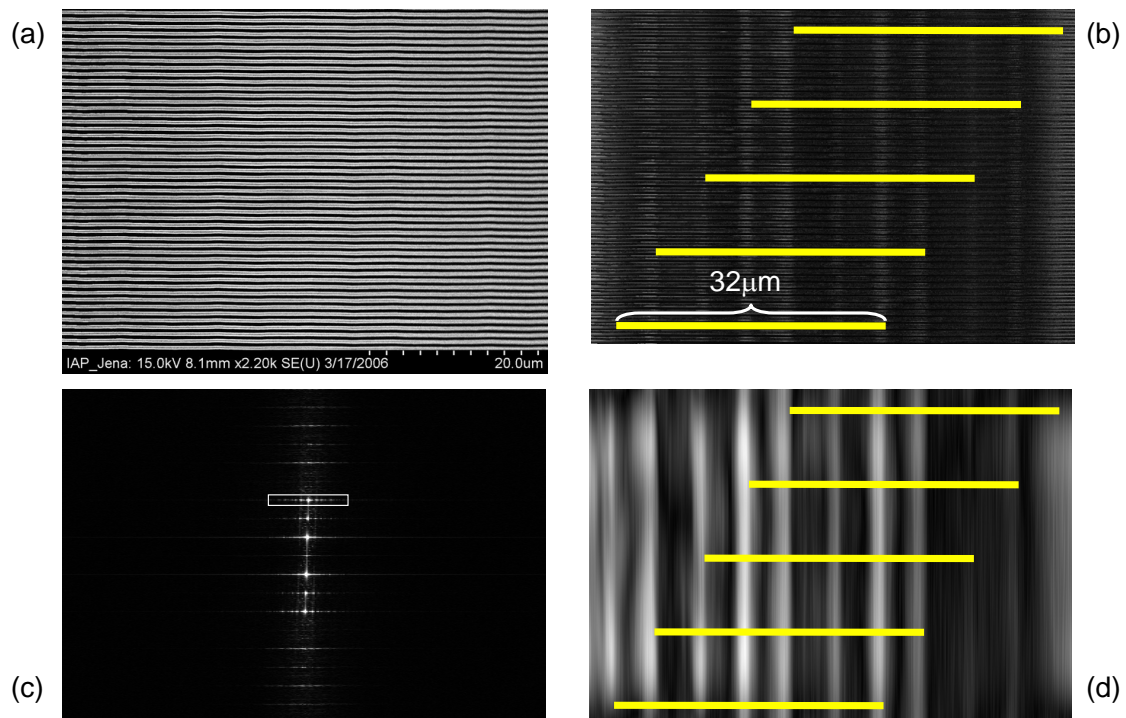


**Abb. 4.5:** Gegenüberstellung der Messwerte mit numerisch berechneten Beugungseffizienzen in die 0. Ordnung dreier Gitter: dem ursprünglichen binären Design, einem binären Gitter mit einem Füllfaktor von 36% und einem Gitter mit 84° Flankenwinkel. Die Stegbreite beträgt bei diesem oben 33% und unten 41% der Gitterperiode.

Proximity-Effektes zu erkennen; das Bild entstand am Rand des Belichtungsgebiets. Weil die Elektronendosis während des Schreibprozesses so eingestellt ist, dass die Belichtung der Umgebung und somit der weitreichende Anteil der Proximityfunktion für eine Durchbelichtung benötigt wird, sind die Stellen am Rand schwächer belichtet und die Gräben fallen zum Rand hin enger aus.

Teilbild (b) zeigt eine REM-Aufnahme aus der Gittermitte. Die weißen Linien, also die Grenzen zwischen Gräben und Stegen, sind  $\approx 40$  nm breit. Den schmalere Bereiche zwischen zwei Linien entspricht die Oberseite eines Gittersteiges und diese haben laut der REM-Aufnahme eine Breite von  $\approx 260$  nm, was einer Untergrenze für den Füllfaktor von  $\approx 33\%$  entspricht. Zählt man die weißen Linien noch zur Stegbreite hinzu, so kommt man auf eine Breite von  $\approx 350$  nm, was einer Obergrenze für den Füllfaktor von  $\approx 44\%$  entspricht. Laut Abbildung 3.13 würde ein Füllfaktor von 36% die gemessene Beugungseffizienz von 54% erklären.

Eine andere Möglichkeit, die Abweichungen der Messwerte von der theoretisch erwarteten Beugungseffizienz zu erklären ist, dass kein ideal binäres Gitterprofil vorliegt, sondern die Stegflanken schräg verlaufen. Die Chromschicht auf dem REM-Bild sollte ungefähr 10-12 nm dick sein. Wenn die Flanken senkrecht wären, müssten die weißen Linien demnach auch nur 10 nm breit sein. Es ist also davon auszugehen, dass die Flanken angeschrägt sind. Bei einer Gesamtbreite von 40 nm bleiben nach Abzug der 10 nm noch 30 nm für eine Flanke der Tiefe von 300 nm (Ätztiefe), was einem Flankenwinkel von  $\approx 84^\circ$  entspricht.



**Abb. 4.6:** (a) Raster-Elektronen-Mikroskop-Aufnahme des hergestellten Strahlteilers. (b) nach einer Bildbearbeitung mit einem Hochpassfilter in Richtung der Gittergräben, die gelben Balken haben eine Länge von  $32\mu\text{m}$ , das Übergitter ist klar zu erkennen. (c) das Fourierspektrum von (a), jedoch in der Breite deutlich gestreckt um die Ortsfrequenzen entlang der Gitterlinien zu verdeutlichen. (d) inverse Fouriertransformation des markierten Rechteckes aus (c), die Überstruktur ist noch deutlicher zu erkennen.

Die numerisch berechnete Beugungseffizienz in Abhängigkeit vom Einfallswinkel eines Gitters mit einem Flankenwinkel von  $84^\circ$  ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Die Messwerte liegen deutlich näher an dieser Kurve als an der Kurve für das ursprüngliche binäre Design (46% Füllfaktor). Zum Vergleich ist auch noch die zu erwartende Beugungseffizienz eines binären Gitters mit einem Füllfaktor von 36% dargestellt. Die Abweichungen der Messwerte lassen sich demnach sowohl durch Abweichungen von der binären Form, als auch durch einen ungenauen Füllfaktor erklären.

In Abschnitt 4.4 wurden parasitäre Ordnungen aus der Beugungsebene heraus festgestellt. Diese werden verursacht durch eine periodische Modulation entlang der Gittergräben. Um so eine Modulation nachzuweisen, wurde eine REM-Aufnahme mit geringerer Vergrößerung getätigt. Diese ist in Abbildung 4.6 (a) gezeigt. Darin sind zunächst keine Überstrukturen zu erkennen. Mit Hilfe einer Fouriertransformation (Teilbild (c)) konnten sie dennoch sichtbar gemacht werden. Da in Teilbild (a) die Gitterlinien von links nach rechts verlaufen, entsprechen die hellen Flecken, die von oben nach unten verlaufen, in der Bildmitte von (c) den Ortsfrequenzen der eigentlichen Gitterstruktur. Die periodische Modulation entlang der Gittergräben entspricht waagrecht verlaufenden hellen Pixeln. Diese sind unter anderem im wei-

ßen Rechteck erkennbar.

Für die Bestimmung der Gitterperiode entlang der Gitterlinien wurde der helle senkrechte Streifen in der Bildmitte von (c) ausgeschnitten, was einem Hochpass für die waagerechten Ortsfrequenzen entspricht. Dadurch verschwindet der statische Untergrund und Veränderungen innerhalb des Bildes werden besser erkennbar. Nach diesem Hochpass wurde eine inverse Fouriertransformation durchgeführt (b). Eine Überstruktur mit einer Gitterperiode von  $\approx 32 \mu\text{m}$  ist auszumachen. Für Teilbild (d) wurde nur das weiße Rechteck invers fouriertransformiert. Dadurch fehlen die Strukturinformationen entlang der Bildsenkrechten und vom ursprünglichen Gitter ist nichts mehr zu erkennen, dafür wird die periodische Modulation entlang der Bildwaagerechten noch stärker betont.

Die Ursache dieser Überstruktur ist in der Regelung der Schreibgeschwindigkeit des LION LV1 begründet. Wenn mit konstanter Geschwindigkeit geschrieben wird, erhält jede Stelle eines Gittergrabens die gleiche Dosis. Veränderungen in der Schreibgeschwindigkeit resultieren also in lokalen Dosischwankungen und somit in Änderungen des Füllfaktors. Die Geschwindigkeit wird über einen Regelkreis kontrolliert und dieser schwingt mit seiner Resonanzfrequenz um die Sollschreibgeschwindigkeit, was zu den vorn festgestellten Variationen der Grabenbreite führt.

## Kapitel 5

# Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden der Designprozess und die Herstellung eines Gitterstrahlteilers für die interferometrische Gravitationswellendetektion ausführlich dargestellt. Dabei wurde ein Design entwickelt, bei welchem sich die optische Funktion bei kleinen Abweichungen des gefertigten Gitters vom Idealdesign auf Grund nicht kontrollierbarer Schwankungen im Herstellungsprozess nur wenig ändert. Bei dem gefundenen Design wird sowohl ein Teilungsverhältnis von 50% zu 50% zwischen der 0. und der -1. Ordnung erreicht, als auch ein  $90^\circ$ -Winkel zwischen diesen zwei Richtungen.

Für die vorliegende Arbeit wurde ein Strahlteiler hergestellt und vermessen. Dabei wurden die Parameter Gitterperiode und Ätztiefe hinreichend genau getroffen, der Füllfaktor und das Stegprofil weichen leicht von der Vorgabe ab. Daraus resultiert ein Strahlteiler, welcher bei einem  $90^\circ$ -Winkel zwischen 0. und -1. Ordnung ein Teilungsverhältnis von 54% zu 46%, beziehungsweise 50% zu 50% bei einem  $88,5^\circ$ -Winkel erreicht.

Die Gesamtverluste durch Transmission und parasitäre Beugungsordnungen wurden zu 100 ppm abgeschätzt. Das integrierte Streulicht konnte nicht gemessen werden, aber Erfahrungen legen einen Verlust im Bereich von 0,5% nahe. Zur Zeit wird in Hannover ein Messplatz aufgebaut, mit dem die Verluste über die Finesse-Messung einer Cavity, in welcher der Strahlteiler eingebaut wird, bestimmt werden sollen.

# Literaturverzeichnis

- [1] B. Willke et. al., „*The GEO600 Gravitational Wave Detector*,“ *Class. Quantum Grav.*, **19**, 1377-1388, 2002
- [2] R. d’Inverno: *Einführung in die Relativitätstheorie*, VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1995.
- [3] J. Weber, „*Evidence for discovery of gravitational radiation*,“ *Phys. Rev. Lett.*, **22**, 1320-1324, 1969
- [4] G. Heinzl et. al., „*Experimental Demonstration of a Suspended Dual Recycling Interferometer for Gravitational Wave Detection*,“ *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 5493-5496, 1998
- [5] S. Hild et. al., „*Measurement of a low-absorption sample of OH-reduced fused silica*“ noch nicht veröffentlicht
- [6] Oliver Burmeister: *Fabry-Perot Resonatoren mit diffraktiven Einkopplern*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2005
- [7] R. W. P. Drever, „*Concepts for Extending Sensitivity of Interferometric Gravitational Wave Detectors Using Non-transmissive Optics with Diffractive or Holographic Coupling*,“ *Proceedings of the Seventh Marcel Grossman Meeting on recent developments in theoretical and experimental general relativity, gravitation, and relativistic field theories*, 1401-1406, 1996
- [8] A. Bunkowski, „*Power recycled grating Michelson Interferometer*,“ noch nicht veröffentlicht
- [9] M. Nevière und P. Vincent, „*Sur une propriété de symétrie des réseaux diélectriques*,“ *Optica Acta*, **23**, 557-568, 1976
- [10] T. K. Gaylord und M. G. Moharam, „*Analysis and Applications of Optical Diffraction by Gratings*,“ *Proc. IEEE*, **73**, 894-937, 1985
- [11] C. B. Burckhardt, „*Diffraction of a Plane Wave at a Sinusoidally Stratified Dielectric Grating*“ *J. Opt. Soc. Am.*, **56**, 1502-1509, 1966
- [12] H. Kogelnik, „*Coupled Wave Theory for Thick Hologram Gratings*,“ *Bell Syst. Tech. J.*, **48**, 2909-2947, 1969

- [13] B. E. A. Saleh und M. C. Teich: *Fundamentals of photonics*, John Wiley&Sons, Inc., 1991
- [14] Max Born und Emil Wolf: „*Principles of Optics*“ Pergamon Press Ltd., Oxford, 1986
- [15] J. Turunen, „*Diffraction Theory of Microrelief Gratings*“ in *Micro-Optics: Elements, systems and applications* (H.P.Herzig, Hrsg.), Kap.2, S. 31-52, Taylor&Francis, London, 1997.
- [16] S. F. Su und T. K. Gaylord, „*Calculation of arbitrary-order diffraction efficiencies of thick gratings with arbitrary grating shape*,“ J. Opt. Soc. Am., **65**, 59-64, 1975
- [17] M. G. Moharam und T. K. Gaylord, „*Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction*,“ J. Opt. Soc. Am., **71**, 811-818, 1981
- [18] M. G. Moharam und T. K. Gaylord, „*Diffraction analysis of dielectric surface-relief gratings*,“ J. Opt. Soc. Am., **72**, 1385-1392, 1982
- [19] H.-J. Lorkowski, „*Lacke für die Elektronen- und Röntgenstrahlolithografie*“ in *Einführende Beiträge zur Mikrolithografie*, S. 93-110, 1982
- [20] I. Brodie und J. J. Muray: *The Physics of Micro/Nano-Fabrication*, Plenum Press, New York, 1992
- [21] B. Schnabel: *Theorie und Fabrikation von Subwellenlängenstrukturen am Beispiel polarisierender Metallstreifengitter*, Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität Jena, 1999.
- [22] E.-B. Kley und J. Jablonski, „*Der Proximity-Effekt in der Elektronenstrahlithografie*“ in *Einführende Beiträge zur Mikrolithografie*, S. 111-130, 1982
- [23] M. Köhler: *Etching in Microsystem Technology*, WILEY-VCH Verlagsgesellschaft mbH, Weinheim, 1999
- [24] T. Clausnitzer et.al., „*Ultra low-loss low-efficiency diffraction gratings*,“ OPTICS EXPRESS, **13**, 4370-4378, 2005
- [25] Lifeng Li und Jeffrey Hirsh, „*All-dielectric high-efficiency reflection gratings made with multilayer thin-film coatings*,“ OPTICS LETTERS, **20**, 1349-1351, 1995
- [26] S. Schröder, Stefan Glicch, Angela Duparré „*Sensitive and flexible light scatter techniques from the VUV to IR regions*,“ Optical Fabrication, Testing, and Metrology II, Proc. SPIE 5965, 424-432, 2005
- [27] A. Bunkowski, O. Burmeister, T. Clausnitzer, E.-B. Kley, A. Tünnermann, K. Danzmann, R. Schnabel, „*Optical characterization of ultra-high diffraction efficiency gratings*“ (eingereicht bei Applied Optics)

# Danksagung

Danke sagen möchte ich:

Prof. Dr. Andreas Tünnermann

Prof. Dr. H. Bartelt

Dr. Ernst-Bernhard Kley

Tina Clausnitzer

Thomas Kämpfe

Angela Walter

Holger Hartung

Michael Banasch

Alexander Bunkowski und Oliver Burmeister

Christian Helgert

Thomas Käsebier

Tobias Erdmann

Raik Petrasch

Frank Setzpfandt

Alexander Szameit

Herrn Schelle

Dr. Jörg Fuchs

Frau Gräf

Dr. Stefan Gliech

Bodo Martin

den Mitarbeitern des IAP

den Entwicklern von POV-Ray

dem Informatikleistungskurs 1994-1999, MSG

Frank Ristau

Dr. Thorsten Skorupski

meiner Familie



# Erklärung

Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Jena, den 21.03.2006