

UB Braunschweig 84



10174-741-1

DER

CONSTRUCTEUR.

Holzschnitte
aus dem xylographischen Atelier
von **Friedrich Vieweg und Sohn**
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der **Gebrüder Vieweg zu Wendhausen**
bei Braunschweig.

III. A. M. L. E. X.

DER
CONSTRUCTEUR.

EIN HANDBUCH

ZUM GEBRAUCH BEIM

MASCHINEN-ENTWERFEN.

FÜR

MASCHINEN- UND BAU-INGENIEURE, FABRIKANTEN
UND TECHNISCHE LEHRANSTALTEN.

VON

F. REULEAUX,

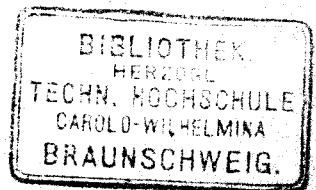
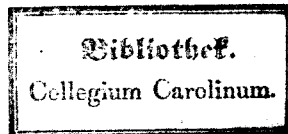
Professor der Maschinenbaukunde am eidgenössischen Polytechnikum in Zürich.

MIT 250 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1 8 6 1.



Die Herausgabe einer Uebersetzung in französischer, englischer und anderen
modernen Sprachen wird vorbehalten.

MEINEM VEREHRTEN

FREUND UND COLLEGEN

PROFESSOR DR. GUSTAV ZEUNER

ZUGEEIGNET.

VORREDE.

In einem Handbuche wie das vorliegende ist die Kürze und Bestimmtheit des Ausdruckes eines der ersten Erfordernisse; nur sehr spärlich verstattet man dem Schriftsteller, seine Ansicht durch erklärende Gründe zu unterstützen, denn man sucht nicht diese, sondern deren Ergebnisse, und will alles Ueberflüssige erspart wissen. Die einzige Zuflucht, welche man der unterdrückten Meinungsäußerung bei diesem übrigens ganz zu billigenden Verfahrer einräumt, ist die Vorrede. Hier lassen sowohl diejenigen, welche die Vorreden lesen, als diejenigen, welche das für Zeitverschwendung ansehen, den Autor ungestört schalten, und von diesem zugestandenem Rechte möchte auch ich hier Gebrauch machen, um über das vorliegende Buch und seine Stoffe einige Worte an meine Leser zu richten.

Das Maschinenconstruiren als eine wissenschaftlich begründete selbständige technische Kunst ist vorwiegend deutschen Ursprungs, und namentlich durch Redtenbacher seinen heutigen Bahnen zugeführt worden.

Ogleich nämlich Deutschland in der Menge, also auch in der Uebung der Maschinenproduction weit hinter England zurücksteht, hat es dasselbe in der Güte der Erzeugnisse vollständig erreicht, und hierzu hat am allermeisten die unter seinen Technikern verbreitete Fachbildung beigetragen. Das Maschinenconstruiren wird von den Engländern auf ganz andere Weise getrieben als bei uns: bei ihnen vertritt das empirische Verfahren mit ganz gerin-

gen wissenschaftlichen Grundlagen die polytechnische Schulbildung Deutschlands, und dass dies bis zu einem gewissen Grade angeht, beweist zur Genüge der Erfolg. Auch giebt es bei uns in der That noch Viele, welche dem ersteren, dem empirischen Wege den Vorzug zuerkennen, sodass stellenweise ein grundsätzliches Vorurtheil, ein eigenthümliches Streiten der „Praxis“ gegen die „Theorie“ bei uns zu finden ist, sonderbar deshalb, weil doch die Schule im Interesse der Praxis zu wirken strebt, und nicht erfreulich, weil ein frisches Zusammengehen beider offenbar von schönem Erfolge sein würde. Will man die Gegenströmung der „Praxis“ entkräften, so darf man sie nicht, wie jeweilen geschieht, ohne Weiteres für grundlos erklären; das Urtheil vieler tüchtiger Männer lässt sich doch nicht so übers Knie brechen. Es wird vielmehr angemessen sein, genauer nach dem eigentlichen streitigen Punkte zu suchen, um vielleicht das Hinderniss der Einigung heben zu können. Nach meinem Dafürhalten liegt die wesentliche Ursache des Zwiespaltes in einem auf beiden Seiten oft vorkommenden Verkennen des eigentlichen Inhaltes dessen, was die Schule dem Maschinentechniker giebt oder geben soll.

Viele sind nämlich der Ansicht, es übe der Maschinenconstructeur der Schule eine auf rein mathematischen Grundsätzen beruhende Thätigkeit aus, deren Ergebnisse sich durch Rechnen, durch mathematische Operationen ermitteln liessen; an Stellen, wo dies nicht der Fall sei, trete entweder grosse Uebung oder Empirie an die Stelle des wissenschaftlichen Verfahrens; sie halten, mit geringen Abstufungen in ihren Ansichten, die „Maschinenbaukunde“ für „angewandte Mechanik“, was aber die Maschinenbaukunde genau ebensowenig ist, als es die Baukunst ist, ebensowenig als die Forstwissenschaft angewandte Botanik, ebensowenig als die Malerei angewandte Physiologie oder Physik ist. Indem aber jene Anschauung festgehalten wird, welche, nebenbei gesagt, an den französischen Schulen noch in Blüthe steht, muss von dem einsichtigen Praktiker folgerecht geschlossen werden, dass die Schule nicht diejenige Ausbildung verleihe, deren der angehende Maschinen-Ingenieur bedarf. Die Maschinenbaukunde der neueren deutschen Schule ist aber in der That ganz anders beschaffen, als jene Voraussetzung annimmt. Sie will vielmehr, um es ge-

drängt auszusprechen, die Kunst sein, die Maschinen so zu bauen, wie es deren Zweck und den dazu verfügbaren Mitteln entspricht. Wer hierfür bloss Mathematik und Mechanik zu Grunde legen will, kann nie ein Industrieller werden; es gehören ausser diesen noch dazu eine Reihe von Haupt- und Hilfsfächern, als vor Allem die Maschinenlehre, dann die vielgliedrige mechanische Technologie, Physik, Chemie und chemische Technologie, darstellende Geometrie, Kenntnisse in der Baukunst, Ausbildung im Zeichnen, und sodann ein Lehrgang, welcher die Kenntnisse in den genannten Fächern auf den besonderen Zweck des Maschinenbaues zusammenzieht und anwenden lehrt, und schliesslich in der Uebung im Maschinenentwerfen praktisch zu verwerthen anleitet*). Das alles scheint gewiss ganz natürlich und sachgemäss, sehr Vielen auch nicht neu, aber das deutliche, unumwundene Aussprechen davon thut noch sehr noth, da noch keineswegs allgemein und ganz bewusst die Thätigkeit der Schulen so aufgefasst wird. Gegen das angegebene Verfahren kann auch der fanatischste Vertheidiger des bloss empirischen Lehrganges keine begründete Einsprache erheben; im Gegentheil muss er, wenn man sich von beiden Seiten nur recht versteht, sein Vorurtheil aufgeben, um es in eine Begünstigung der technischen Lehranstalten zu verkehren. Einer solchen Verständigung möchte ich das Wort reden, und mit Bezug auf sie bin ich auch bei Abfassung dieses Buches verfahren.

Es liegt schon in der oben betonten Definition der neueren Maschinenbaukunde, dass diese überall auf das wahre Bedürfniss der Praxis fussen, also für ihre Zwecke bilden soll. Die Schule sucht dies dadurch zu erreichen, dass sie in der Thätigkeit und den Schöpfungen der Praxis die leitenden Grundgedanken aufspürt, und den Lernenden damit zu arbeiten anweist. An dieser Stelle liegt der Unterschied zwischen dem empirischen Lehrgange und dem theoretischen. Der letztere erzeugt durch das Zusammenwirkenlassen von erworbenen Grundsätzen alle einzelnen Fälle, jede Maschine, jeden Maschinentheil; die „Praxis“

*) Ausführlicheres s. in der „Einleitung“ der „Constructionslehre für den Maschinenbau“. Braunschweig 1854.

dagegen bringt, ohne nach allgemeinen Grundlagen verfahren zu müssen, die einzelne Maschine in Menge hervor; die Schule oder „Theorie“ arbeitet vom Mittelpunkt nach aussen auf alle Punkte des Kreises hin, während die „Praxis“ an einem einzelnen Punkte des Umfanges von aussen nach innen arbeitet. Sie gewinnt dabei durch fortwährendes Beseitigen von Uebelständen, welche der Erfolg kennen lehrte, eine ausserordentliche Uebung an ihrem Arbeitspunkte, und kann nicht anders, als die Productionen der Schule sehr häufig übertreffen. Ein wesentlicher Vorwurf gegen letztere kann aber daraus nicht erhoben werden; denn es begreift sich bald, dass die Schule nicht im Stande ist, das Einzelstudium an allen Punkten so durchzuführen wie der Praktiker, der seine ganze Thatkraft auf einem Flecke verwendet. Mit einem Worte: die Schule kann keine Maschinenbauer fix und fertig hinstellen, sondern muss der praktischen Uebung jene besondere Ausbildung anvertrauen, welche für die erspriessliche Ausübung des Faches unerlässlich ist, für welche sie aber feste allgemeine Grundlehren geliefert, auf welche sie die Denkweise des Studirenden vorbereitet, für welche sie dessen geistige Sinne geschärft hat. Das ist so viel, und oft so wirksam, dass es nicht durch viele Jahre blosser Praxis ersetzt, ja in mehreren Zweigen, namentlich in denen vom Baue der Kraftmaschinen, nie erreicht werden kann.

Die Uebung im Maschinen-Entwerfen bedarf Seitens der Schule einer ganz besonderen Pflege; in ihr muss regelmässig der erworbene Lernstoff verarbeitet, nämlich zur Anwendung gebracht werden, um den Studirenden frisch zu halten. Zwar bekenne ich mich als einen entschiedenen Gegner jener Richtung, welche alles polytechnische Unterrichtswesen nach dem obersten Grundsätze „Cui bono?“ angelegt wissen, also allen Lehrstoff in eine fühlbare Beziehung zum Fach- oder Brotstudium gesetzt wissen will, eine Ansicht, welche man mit den folgenden Worten Schiller's*) überall, namentlich bei der studirenden Jugend, bekämpfen sollte: „Beklagenswerther Mensch, der mit dem edelsten aller Werk-

*) Was heisst und zu welchem Ende studirt man Universalgeschichte? (Eine akademische Antrittsrede.) Sch. W. Bd. X.

zeuge, mit Wissenschaft und Kunst, nichts Höheres will und ausrichtet, als der Tagelöhner mit dem schlechtesten; der im Reiche der vollkommensten Freiheit eine Sklavenseele mit sich herumträgt! Noch beklagenswerther aber ist der junge Mann von Genie, dessen natürlich schöner Gang durch schädliche Lehren und Muster auf diesen traurigen Abweg verlenkt wird; der sich überreden liess, für seinen künftigen Beruf mit dieser kümmerlichen Genauigkeit zu sammeln.“ — Dennoch bleibt es ein durch die Erfahrung täglich erneutes praktisches Gebot, einzelne ihrer Natur nach nicht jeden gleich fesselnde Studiengebiete durch den schlagenden Nachweis ihres Eingreifens ins Leben stets wieder aufs neue erwerbenswerth zu machen. — Gleich beim Beginn der obengenannten Uebungen stellt sich eine der ersten und schönsten Eigenthümlichkeiten des Constructionsfaches dar: die Freiheit nämlich, welche dem Construierenden in der Wahl der Formen zusteht. Diese Freiheit, welche darauf beruht, dass in einer sehr grossen Zahl von Fällen es nur darauf ankommt, ein festes System zwischen einzelnen gegebenen Punkten herzustellen, ist dem Anfänger meistens gar nicht bewusst. Erst nach und nach und bei unablässigem Hinführen auf diese hellste Seite seiner Thätigkeit erkennt er, dass seine aus den abstrakten Vorstudien gesogene Anschauung, als ob das Maschinen-Entwerfen nur im Vollstrecken strenger mathematischer Gesetze bestehe, ein blindes Vorurtheil sei; erst allmählig lernt er verstehen, dass der Zweck des Maschinentheiles auf viele verschiedene Arten erfüllt werden kann, dass die Wahl zwischen gleich guten, gleich brauchbaren, in verschiedenen Fällen auch gleich praktischen Ausführungen oft erstaunlich gross ist, dass er eine Menge von Lösungen derselben Aufgabe in der Spitze seines Bleistiftes trägt. Dieses Gefühl der Freiheit zu wecken, es aus einer anfänglichen Leitung an Regel und Beispiel zur eigenen Thätigkeit des Studirenden hinzuführen, halte ich für eines der wichtigsten Mittel, construiren zu lehren.

Freilich wirft sich damit auch gleichzeitig die Frage auf, wie diese Freiheit benutzt werden solle, um zum erstrebten Ziele zu gelangen. Sie ist in zwei Beziehungen zu lenken. In der einen, dass das Gewählte womöglich nach allen Seiten zweckmässig

sei und bleibe, in der anderen, dass es da, wo der Zweck nicht beschränkt, angenehm wirke, schön, elegant ausfalle. In der Regel wird nur die erste Seite, die utilitarische oder die der Zweckmässigkeit, grundsätzlich ins Auge gefasst; die andere, welche man gewöhnlich nur wie zufällig und verstohlen nebenher beachtet, führt in das Gebiet des Maschinenbaustils, und bildet die nothwendige Ergänzung der ersteren. Ich habe versucht, dieselbe nach Grundsätzen geordnet aufzufassen, und verweise dieserhalb auf das Schlusskapitel des I. Bandes der „Constructionslehre für den Maschinenbau“. Hier kann ich die Versicherung geben, dass bei der Förderung des formellen Schaffens beim Studirenden dessen Entwicklung für den utilitarischen Theil seiner Erzeugnisse aufs Erheblichste unterstützt wird. Sie bietet die willkommenste Gelegenheit, den Studirenden zu Ideen über seinen Gegenstand anzuregen, sie leitet sein Auge auf die Kunstthätigkeit anderer Fächer hin, übt also eine wahrhaft bildende Wirkung auf ihn aus, und weckt seine Thätigkeit zu lebendigem, selbständigem Schaffen, entgegenstrebend der gar zu leicht austrocknenden und erstarrenden Wirkung der mathematischen und Gedächtniss-Disciplinen.

Betrachtet man von dem nun gewonnenen Standpunkte aus die Thätigkeit des Construierenden — sei es in der Schule, sei es in der Praxis — so tritt die Nothwendigkeit der Hilfsmittel, unter welchen die Handbücher die erste Rolle spielen, ins hellste Licht. Zeitgewinn, Ersparniss mühsamer und dennoch nicht hochwichtiger Rechnungen ist wirkliches Gebot. Wenn ich meinem Buche diese Bestimmung gebe, so fürchte ich nicht, es deshalb für eine bloss Formelsammlung gehalten zu sehen. Es folgt in seinem Haupttheile einem systematischen Lehrgange, enthält die sich in dessen Verlauf ansammelnden numerischen und graphischen Resultate, und bietet ausserdem in übersichtlicher Ordnung eine Reihe allgemeiner mathematischer Hilfsmittel dar, mit welchen der Maschinenconstructeur vielfach zu arbeiten hat. In den beigegebenen Zeichnungen (in welchen das Wagniss der gänzlichen Durchführung des Holzschnittes vorgenommen wurde) möchte die versuchte Beibehaltung eines einheitlichen Formencharakters auch vielleicht einen nennbaren Nutzen haben,

indem dadurch nachgewiesen ist, dass eine grundsätzliche Behandlung des Formenwesens überhaupt möglich ist.

Für die Schule kann das Buch bei den Constructionsübungen dienlich sein; ich glaube aber auch, dass es für die Praxis meines Faches nützlich sein möchte, obgleich es schon mehrere Vorgänger auf diesem Gebiete hat. Die Brauchbarkeit für die Praxis suchte ich dadurch namentlich zu erreichen, dass ich eine vollständige Reihenfolge der Maschinenelemente in Constructionsregeln behandelte, welche einen grossen Kreis von Anwendungen haben. Dieselben sind meistens so gefasst, dass der Construierende sich auch über die Grenzen der im Buche gegebenen Beispiele hinaus wenigstens Rathsholen kann, während gleichzeitig für alle behandelten Elemente typische oder Normalconstructionsregeln angegeben sind, was in dieser Vollständigkeit bisher, soviel ich weiss, nicht zu finden sein dürfte. Es ist damit die Möglichkeit erwiesen, dass sich wirklich eine ganze Reihe von Elementen nach festen Typen ausführen lassen, und ich möchte mit Nachdruck darauf hinweisen, wie werthvoll es für die Praxis sein würde, gemeinsame Regeln — seien es die hier aufgestellten, seien es andere — anzunehmen.

Wie vorthheilhaft würde es z. B. für alle Betheiligten sein, wenn in einem grossen Fabrikenverbande feste Regeln für die Lager nur in soweit eingehalten würden, dass man gewisse Stufenfolgen festsetzte, in denen die Abmessungen und Zapfenabstände der Sohlflächen gemacht werden sollten, indem dann nicht nur — wie es bei den Schrauben schon allgemein geworden ist — die Abnehmer Ersatzstücke aus jeder Fabrik des Verbandes beziehen könnten, sondern indem auch die gesammte Lageranfertigung sich bestimmten, tüchtig vorgerichteten Fabriken ganz und gar anheim geben liesse. Noch in höherem Grade vorthheilhaft würde dieses Verfahren in seiner Anwendung auf die Zahnräder ausfallen, welche nach getroffener Uebereinkunft und mit Zuhülfenahme der zwar theuren, aber vortrefflich arbeitenden Räderformmaschine in einer Güte und Billigkeit angefertigt werden könnten, die alles Bisherige hinter sich liesse. Die Kupplungen, Riemscheiben, Seilscheiben, vielleicht auch die Kurbeln, Balanciers, Pleuelstangen, Ventile, Haken u. s. w. würden

bald nachfolgen, und so durch die Arbeitvertheilung eine Vereinfachung in der Fabrikation herbeigeführt werden können, welche die segensreichsten Folgen haben müsste.

Das Verfahren von heute ist ganz anders. Mit einer sonderbaren Eifersucht sucht jede Maschinenbauanstalt ein eigenes Regelsystem durchzuführen, wenn sie überhaupt ein solches zur Anwendung bringt; viele kostbare Zeit wird darauf verwandt, Maschinenelemente täglich neu zu construiren, die schon hunderte mal construirt sind, denen man aber in den angewandten Formen und Abmessungen einen Vorzug vor den den gleichen Zweck verfolgenden Erzeugnissen anderer Anstalten zuschreibt, einen Vorzug, welcher doch sehr häufig nur eingebildet oder unwesentlich ist. Vereinigte man sich aber in der genannten Art, so würde man die gewonnene Zeit auf die ohnedies soviel Sorgfalt und Studium beanspruchenden nicht elementaren Theile verwenden können, also an diesen abermals Gewinn ärnten. — Vielleicht wäre statt des Eingehens des erwähnten Verbandes auch das entgegenstehende Verfahren: eine schnell entschlossene Begründung von Fabriken für Maschinenelemente, der passende Weg zu dem zweifellos vieler Anstrengung würdigen Ziele. Kann zu dem einen oder anderen Vorgehen in der deutschen Maschinenbau-Industrie dieses Buch die Bahn ebnen helfen, so würden meine lebhaftesten Wünsche in Erfüllung gehen.

Ich gehe nun zu einer kurzen Besprechung der einzelnen Gegenstände des Buches über.

Der erste von seinen drei Abschnitten enthält Formeln und Tabellen aus der Festigkeitslehre. In Anordnung und Ausführung möchte manches darin neu sein. So habe ich die „Formen von gleicher Festigkeit“ bei allen fünf Beanspruchungsarten gleichmässig aufzuzeigen gesucht, wobei mehrere bisher nicht beachtete Formen aus dem reichen Gebiete der möglichen einfachen Fälle herangezogen wurden. Die tabellarische Aufstellung der Formeln möchte bei der Menge des hier mitzutheilenden mathematischen Materials sich als nützlich erweisen. Die Fälle XI. bis XIII. S. 14 sind meines Wissens bisher unbeachtet geblieben, obgleich sie für die Baustatik von grossem Interesse sind. Die Drehungsfestigkeit wurde bisher sehr auffal-

lender Weise gegen die anderen Beanspruchungsarten stark zurückgesetzt; ich habe gesucht, diesen Mangel auszugleichen; eine sehr nützliche Anwendung des Satzes IV. S. 40 zeigt u. a. §. 61. Im ganzen Abschnitt wurde wieder, so weit es möglich war, die zuerst von Herrn Moll und mir*) aufgebrachte durchgängige Beziehung auf die Elasticitätsgrenze anstatt auf die Bruchfestigkeit eingehalten. Diese Anschauung, welche ohne allen Zweifel die richtigere ist und hier durch Vereinfachungen in der Nomenclatur noch wesentlich praktischer gemacht wurde, hat in Deutschland die erfreulichste Verbreitung erfahren. Ja man betrachtet sie sogar stellenweise schon als so eingebürgert und natürlich, dass in verschiedenen neueren Schriften es nicht einmal für nöthig erachtet wird, eine Notiz über die Urheberschaft dieser auch in ihnen gebrauchten Anschauungsweise zu geben, was doch wohl passend sein dürfte.

Der zweite Abschnitt behandelt in 24 Kapiteln ebensoviele Arten von Maschinenelementen. Bei einem grossen Theil derselben sind die Regeln übereinstimmend mit den für die gleichen Stoffe in der „Constructionslehre für den Maschinenbau“ gegebenen; bei anderen schlug ich kürzere und bessere, inzwischen von mir gefundene Wege ein. Wo es anging, wurden Gewichtstabellen, oder wenigstens Formeln zur Gewichtsrechnung gegeben, was namentlich in Hinsicht auf die Praxis — Anfertigung von Kostenanschlägen — geschah. Ueberall wurde auf die zeichnerischen oder graphischen Verfahrensarten, als so recht im eigentlichen Gebiete des Maschinenconstruirens liegend, Bedacht genommen; was man an einzelnen Verhältnisszahlen bei näherem Zusehen deutlich merken wird.

Die Regeln für die Zapfen sind neu; ich berücksichtigte bei denselben, wie es die Praxis als unumgänglich nöthig erwiesen hat, die Abnutzung. Nützlich für die angezogene graphische Methode ist bei den Zapfen u. a. §. 36; derselbe zeigt z. B., wie man bei einem Balancier oder einer Achse rasch mit dem Zirkel die Probe auf die Richtigkeit der Zapfenberechnung machen

*) Die Festigkeit der Materialien, insbesondere des Guss- und Schmiedeisens. Braunschweig 1854.

kann. In dem Kapitel Tragachsen schlug ich auch ein neues Verfahren ein; durch Anwendung der Methode der Querschnittverwandlung gelang es, die hier vorkommenden Berechnungen ganz ungemein zu vereinfachen, was ein Vergleich mit dem in der „Constructionslehre für den Maschinenbau“ angegebenes Verfahren schlagend nachweisen wird. Für die Wellen glaube ich hier Regeln gegeben zu haben, welche die bisher auf diesem Gebiete zu bemerkenden Widersprüche zwischen Theorie und Praxis vollkommen beseitigen. Die Nothwendigkeit, die Länge der Wellen mit in Betracht zu ziehen, war bisher nicht erkannt; bei dem hier angegebenen Verfahren gelangt man aber so natürlich und rationell, als man nur immer wünschen mag, zu voller Uebereinstimmung mit der Praxis und zur Erklärung ihrer Verfahrensweise.

Die Lager sind durch viele Muster vertreten. Sie bilden vortreffliche Uebungsbeispiele, sind aber zugleich auch so geordnet, dass sie namentlich bei der Construction der Lagerstühle und Triebwerke wesentliche Dienste leisten können. Die Lagerstühle wurden ganz den in der „Constructionslehre“ aufgestellten Grundsätzen folgend behandelt, wonach ihre höchste Zweckmässigkeit in den Vordergrund gestellt ist. Man wird indessen hier, wie an vielen anderen Stellen des Buches, manche Formen anders als in der „Constructionslehre“ angegeben finden. Dies geschah in der Absicht, die oben erwähnte Ungebundenheit, welche in der Formgebung trotz ihrer nothwendigen Beschränkung besteht, für diejenigen ins rechte Licht zu setzen, welche einen Vergleich zwischen den beiden Büchern anstellen.

Bei den Riemscheiben bin ich, mehrfachen an mich gelangten dankenswerthen Bemerkungen folgend, von den in der „Constructionslehre“ gegebenen Regeln abgewichen, indem ich die Festigkeit des Riemenleders (mit Morin) dort geringer angeschlagen hatte, als sie wirklich angesehen werden darf. Die auch schon in der „Constructionslehre“ hervorgehobene Vermeidlichkeit schiefstehender Leitrollen wurde auch hier, um einige Beispiele vermehrt, vorgeführt. Der Drahtseiltrieb erfuhr in den Tabellen und Formeln, welche sich inzwischen in erfreulicher Weise bewährt haben, wesentliche Vereinfachungen und Berei-

cherungen im Vergleich zu der betreffenden Abhandlung in der „Constructionslehre“. Die Aufnahme des „schiefen Seiltriebes“ sowie die Angaben über die Seilscheibenarme vervollständigen diesen Gegenstand um einige wichtige Glieder.

Die Zahnräder wurden in einzelnen Punkten anders behandelt, als in der „Constructionslehre“. Namentlich betrifft dies die Berechnung von Zahntheilung und -Breite. Auch hier wurde Rücksicht auf die Abnutzung genommen. Die Formeln gestalteten sich aber dennoch sehr einfach und übersichtlich, obgleich sie zwischen den weitesten Grenzen gültig sind. Die Regeln für die Hebel, Kurbeln und Balanciers schliessen sich den in der „Constructionslehre“ gegebenen an, mit Ausnahme der Regeln für die Wellendurchmesser, welche in vorliegendem Buche mit jenen für die Wellen, Kapitel VIII, in Uebereinstimmung zu bringen waren. Bei den drei Hebelarten, wie bei den nun folgenden Pleuelstangen wurde wieder die fruchtbare Methode der Querschnittverwandlung verwerthet. Die letztgenannten vier Maschinentheile konnten selbstverständlich hier nicht so reich an Beispielen gemacht werden, wie in dem grösseren Werke; namentlich gilt dies von den Schubstangenköpfen; doch ist immerhin hier Stoff genug mitgetheilt, um in den wichtigen Fällen auszureichen, zumal gerade an diesen Punkten bisher ein fühlbarer Mangel bestand.

Die Röhren, Ventile, Stopfbüchsen und Kolben haben sich verhältnissmässig einfach ordnen lassen, wobei freilich in den drei letztgenannten Gegenständen die Auswahl unter bestehenden guten Mustern eine sehr sparsame sein musste. Den Seilen und Ketten wurden hier die Haken und Ringe als die Verbindungstheile jener angereiht, wobei mehrere neue Regeln über die Gewichte der Seile und Ketten durch ihre Einfachheit die Aufmerksamkeit der Praxis verdienen dürften.

Im dritten Abschnitt sind zunächst eine Reihe geometrischer und mechanischer Eigenschaften oft gebräuchlicher Curven, begrenzter Flächen und Körpergebilde zusammengestellt, wobei die tabellarische Ordnung wieder die Uebersicht sehr erleichtert. In die darauf folgende trigonometrische Tafel wurden auch die Bogenlängen noch mit aufgenommen, was bei manchen Rechnungen (Cycloiden etc.) bequem ist. Die Formelntafel

giebt die für preussisches und österreichisches Maass umgerechneten Coëfficienten der wichtigsten Formeln des Buches. Die Umrechnung für österreichisches Maass geschah nur auf dringende Wünsche hin; die Zahlen lehren sofort, dass diejenigen für preussisches Maass auch getrost bei österreichischem zu Grunde gelegt werden durften. Die Hülftafel am Schluss des Buches, welche der Bequemlichkeit halber zweimal mitgegeben ist — einmal zum Aufziehen auf Pappe — enthält die beim Construiren am meisten vorkommenden Zahlenwerthe, und leistet, wie ich durch jahrelange Erfahrung erhärten kann, ausgezeichnete Dienste. — Im Ganzen war ich bemüht, meinem Buche eine gewisse Schlagfertigkeit zu verleihen, welche ich durch rasches Eingehen auf die Hauptsache und möglichst übersichtliche Anordnung der Einzelheiten zu erreichen suchte. Täusche ich mich nicht über das Gelingen dieser Absicht, so möchte deshalb das Buch auch denjenigen, welche sich der „Constructionslehre für den Maschinenbau“ bereits bedienen, als ein flinker, behender Rathgeber, der ausserdem mit Zahlenmaterial wohl versehen ist, nicht unerwünscht sein.

Somit übergebe ich denn meinen „Constructeur“ dem technischen Publikum. Wenn ich dem Buche noch mit einer letzten Bemerkung das Geleit geben soll, so ist es eine solche über die Ausdehnung, welche dasselbe über mein eigenes Erwarten angenommen hat; mir ist es aber nicht gegeben, einen so vielseitig eigenthümlichen Stoff in einer grösseren, vielleicht wünschbaren Kürze zu verarbeiten. Diese scheint mir nur da erreichbar, wo die Regel den Charakter des unbeugsamen Gesetzes in sich trägt, was in den konstruirenden Fächern niemals der Fall ist, und also auch im Hülsbuch nicht der Fall sein darf, wenn man nicht das nützliche Werkzeug für den, der sich rückhaltlos seiner bedient, gleichzeitig zur lähmenden Fessel machen will. Die Aufdeckung etwaiger Irrthümer, sowie Wünsche über etwa mangelnde oder überflüssige Gegenstände werden mir stets willkommen sein. Möge das gewissenhafte Bestreben, nach verschiedenen Seiten meinem Fache durch das Buch nützlich zu werden, mich nicht erfolglos bei der Arbeit geleitet haben.

Zürich, im November 1861.

F. Reuleaux.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Erster Abschnitt.

Festigkeit der Materialien.

	Seite
§. 1. Vorbemerkungen	1
§. 2. Festigkeit-Coëfficienten	3
§. 3. Zug- und Druckfestigkeit	6
§. 4. Körper von gleicher Zug- und Druckfestigkeit	7
§. 5. Schub- oder Gleitfestigkeit	9
§. 6. Biegefestigkeit. Tragkraft und elastische Linie	9
§. 7. Querschnitt-Tabelle	16
§. 8. Werthe der Spannung σ	26
§. 9. Beste Materialverwendung. Querschnitt von gleicher Festigkeit	27
§. 10. Körper von gleicher Biegefestigkeit	31
§. 11. Drehungsfestigkeit. Tragkraft und Verdrehungswinkel	38
§. 12. Polare Trägheitsmomente und Querschnittmodel	42
§. 13. Körper von gleicher Drehungsfestigkeit	43
§. 14. Rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit	44
§. 15. Körper von gleicher Strebfestigkeit	48
§. 16. Zusammengesetzte Festigkeit	49

Zweiter Abschnitt.

Construction der Maschinentheile.

	Seite
§. 17. Vorbemerkungen	50
I. Befestigungsschrauben.	
§. 18. Das Whitworth'sche Schraubensystem	53
§. 19. Bolzendicke, Schraubenmutter, Schraubenkopf	54
§. 20. Tabelle über die scharfgängigen Schrauben	55
§. 21. Tabelle über die Gewichte der Rundeisenstäbe	57
§. 22. Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe	58
§. 23. Flachgängige Befestigungsschrauben	58
§. 24. Andere Formen für Befestigungsschrauben	59
II. Schraubenverbindungen.	
§. 25. Verschiedene Arten derselben	62
III. Niethen.	
§. 26. Verschiedene Arten derselben	64
IV. Niethverbindungen.	
§. 27. Festigkeit der Niethungen	65
§. 28. Tabelle über die Festigkeit der Niethungen	66
§. 29. Dampfkesselniethungen	67
§. 30. Tabelle über die Niethungen der Dampfkessel	69
§. 31. Tabelle über die Gewichte der Metallplatten	70
§. 32. Andere Formen von Niethverbindungen	71
V. Zapfen.	
§. 33. Eintheilung der Zapfen	76
A. Cylindrische Zapfen.	
§. 34. Stirnzapfen	77
§. 35. Tabelle über die schmied- und gusseisernen Stirnzapfen	79
§. 36. Tragzapfen, der zwei andere ersetzen soll	81
§. 37. Halszapfen	81
B. Stützzapfen.	
§. 38. Der cylindrische Spürzapfen	82
§. 39. Tabelle über die cylindrischen Spürzapfen	83

	Seite
§. 40. Cylindrische Spurzapfen für stehende Triebwellen	84
§. 41. Kammzapfen	84
§. 42. Tabelle über die Kammzapfen	86

VI. Zapfenverbindungen.

§. 43. Spitzzapfen. Keilzapfen. Ringzapfen	87
--	----

VII. Tragachsen.

§. 44. Eintheilung der Tragachsen	90
---	----

A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 45. Gleichschenklige einfache Achse	90
§. 46. Ungleichschenklige einfache Achse	91
§. 47. Einfache freitragende Achse	92
§. 48. Achse mit zwei Tragpunkten	93
§. 49. Zweifach belastete Achse mit einem freitragenden Schenkel	95
§. 50. Achse mit 3 und 4 Tragpunkten	96

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 51. Kreisringquerschnitt	98
§. 52. Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben	98
§. 53. Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben	100
§. 54. Verzeichniss der Flügelprofile	102
§. 55. Abmessungen der Befestigungskeile	105
§. 56. Hölzerne Achsen	105

VIII. Wellen.

§. 57. Berechnungsart der cylindrischen Wellen	106
§. 58. Schmiedeeiserne Wellen	108
§. 59. Gusseiserne Wellen	109
§. 60. Drehzapfen der Wellen	110
§. 61. Lange Triebwellen	110
§. 62. Wellen, die durch Menschenhände bewegt werden	112
§. 63. Zusammengesetzte Wellenquerschnitte. Hölzerne Wellen	113
§. 64. Belastete Wellen	113

IX. Wellenverbindungen oder Kupplungen.

§. 65. Eintheilung der Kupplungen	114
§. 66. Feste Kupplungen	114

X. Zapfenlager.

§. 67. Theile der Lager und verschiedenen Arten derselben	117
§. 68. Bezugseinheiten für die Lager	118

A. Traglager.

§. 69. Stehlager	118
§. 70. Tabelle über die Gewichte der Stehlager	120

	Seite
§. 71. Rumpflager	121
§. 72. Grosses Stehlager	121
§. 73. Tabelle über die Gewichte der grossen Stehlager	122
§. 74. Gabellager	123
§. 75. Tabelle über die Gewichte der Gabellager	124
§. 76. Wandlager	125
§. 77. Stirnseitenlager	126
§. 78. Anderes Stirnseitenlager	127
§. 79. Bocklager	128
§. 80. Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager	129
§. 81. Rippenhänglager	129
§. 82. Säulenhänglager	131
§. 83. Gabelhänglager	132
§. 84. Tabelle über die Gewichte der Rippen-, Säulen- und Gabelhänglager	133

B. Stützlager.

§. 85. Stehendes Fusslager	133
§. 86. Wandfusslager	134
§. 87. Tabelle über die Gewichte der stehenden und Wandfusslager	135
§. 88. Anderes Wandfusslager	136
§. 89. Kammlager	136
§. 90. Mehrfache Lager	137

XI. Lagerverbindungen oder Lagerstühle.

§. 91. Allgemeines über die Lagerstühle	137
§. 92. Einfache Lagerstühle	138
§. 93. Mehrfache Lagerstühle	141

XII. Riemscheiben oder Rollen.

§. 94. Regel für die Anordnung der Riemscheiben	144
§. 95. Selbstleitende Riementreibe	144
§. 96. Riementreibe mit Leitrollen	147
§. 97. Der Treibriemen und seine Anspannungen	152
§. 98. Berechnung des einfachen Riemens	155
§. 99. Tabelle über die Breite des einfachen Riemens	156
§. 100. Doppelriemen. Treibschnüre	158
§. 101. Der Kranz der Riemscheibe	158
§. 102. Die Arme der Riemscheibe	159
§. 103. Die Nabe der Riemscheibe	161
§. 104. Tabelle über die Gewichte der Riemscheiben	161

XIII. Der Hirn'sche Drahtseiltrieb.

§. 105. Anordnung des Drahtseiltriebes	163
§. 106. Das Treibseil und seine Anspannungen	164
§. 107. Berechnung der Seildicke und Triebrollengrösse	165

	Seite
§. 108. Tabelle über die Durchmesser der Treibseile	166
§. 109. Die Einsenkungen der Treibseile. Tabelle über dieselben . .	168
§. 110. Der schiefe Seiltrieb	170
§. 111. Ueberspannung des Treibseiles	172
§. 112. Dickes Treibseil bei kleinem Rollenstande	173
§. 113. Das 42drähtige Seil	174
§. 114. Der Kranz der Seilscheibe	174
§. 115. Arme und Nabe der Seilscheibe	175
§. 116. Die Tragrollen	177

XIV. Zahnräder.

§. 117. Anordnung der Zahnräder	179
---	-----

A. Die Verzahnung der Stirnräder.

§. 118. Allgemeines über Material und Form der Zähne der Stirnräder	180
§. 119. Kunstausdrücke für die Theile und Abmessungen der Radzähne	180
§. 120. Theilkreishalbmesser. Peripheriemaasstab	181
§. 121. Tabelle über die Theilkreishalbmesser	183
§. 122. Allgemeine Verzahnung	184
§. 123. Die cyclischen Curven	186
§. 124. Verzeichniss der cyclischen Curven	187
§. 125. Radlinienverzahnung für Satzräder	188
§. 126. Radlinien-Kreisverzahnung	190
§. 127. Geradflankenverzahnung	191
§. 128. Geradflanken-Kreisverzahnung	193
§. 129. Fadenlinienverzahnung für Satzräder	194
§. 130. Fadenlinien-Kreisverzahnung	196
§. 131. Vor- und Nachtheile der drei behandelten Verzahnungsmethoden	198

B. Verzahnung der Kegelräder.

§. 132. Allgemeines über die Kegelradzähne	199
§. 133. Hülfräder der Kegelräder	200
§. 134. Das Planrad	201

C. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 135. Eintheilung der Räder	202
§. 136. Der Zahnquerschnitt	203
§. 137. Theilung und Zahnbreite der Krahnräder	203
§. 138. Tabelle über die Theilung der Krahnräder	205
§. 139. Theilung und Zahnbreite der Triebwerkräder	206
§. 140. Tabelle über die Theilung der Triebwerkräder	208

	Seite
§. 141. Tabelle über die Breite der Triebwerkkräder	209
§. 142. Anwendung der vorstehenden Tabellen auf Beispiele	210

D. Abmessungen der Radkörper.

§. 143. Der Radkranz	214
§. 144. Die Radarme. Zahl derselben	216
§. 145. Tabelle über die Abmessungen der Radarme	217
§. 146. Die Radnabe	218
§. 147. Gewichte der Zahnräder	218

XV. Einfache Hebel.

§. 148. Hebelzapfen	220
§. 149. Zapfenverbindungen der Hebel	221
§. 150. Die Hebelachse auf Drehung beansprucht	222
§. 151. Tabelle über die Wellendurchmesser für einfache Hebel (Kurbeln)	223
§. 152. Die Hebelachse auf Biegung beansprucht	224
§. 153. Die Nabe des Hebels	224
§. 154. Der Hebelarm mit rechteckigem Querschnitt	225
§. 155. Tabelle über die Armhöhe der schmiedeisernen Hebel. (Querschnitt rechteckig)	227
§. 156. Tabelle über die Armhöhe der gusseisernen Hebel. Querschnitt rechteckig, kreuz- oder T-förmig	228
§. 157. Tabelle über die Armbreite der schmiedeisernen Stirnzapfenhebel. (Querschnitt rechteckig)	229
§. 158. Tabelle über die Armbreite der schmiedeisernen Doppelzapfenhebel. (Querschnitt rechteckig)	230
§. 159. Zusammengesetzte Hebelarm-Querschnitte	231
§. 160. Tabelle zur Umformung der rechteckigen Armquerschnitte	232

XVI. Kurbeln.

§. 161. Verschiedene Arten von Kurbeln	233
§. 162. Die schmiedeisernerne Stirnkurbel	233
§. 163. Die gusseisernerne Stirnkurbel	234
§. 164. Die Gegenkurbel	235
§. 165. Die Kurbelachse oder Wellenkröpfung	237
§. 166. Die excentrische Scheibe	238
§. 167. Handkurbeln	240

XVII. Zusammengesetzte Hebel.

§. 168. Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel. Achsendruck	241
§. 169. Balancierköpfe	241
§. 170. Achse und Nabe des Balanciers	243
§. 171. Der Balancierarm	244
§. 172. Schmiedeiserner Balancier	246

XVIII. Pleuelstangen.

§. 173.	Theile der Schubstangen	246
§. 174.	Pleuelköpfe für Stirnzapfen	247
§. 175.	Pleuelköpfe für Gabelzapfen	252
§. 176.	Schubstangenköpfe für Halszapfen	254
§. 177.	Der runde Pleuelschaft	257
§. 178.	Der vierkantige Pleuelschaft	260
§. 179.	Der geflügelte Pleuelschaft	261
§. 180.	Schmiedeeiserne und gusseiserne Pleuelstange	262

XIX. Querhäupter.

§. 181.	Verschiedene Arten von Querhäuptern	265
§. 182.	Freigehende Querhäupter	265
§. 183.	Querhäupter mit Gelenkführung	267
§. 184.	Querhäupter mit Linealführung	269
§. 185.	Die Führungslineale	272

XX. Röhren und Röhrenverbindungen.

§. 186.	Empirische Formeln für die Wanddicke der Röhren	273
§. 187.	Berechnung der Röhren mit hohem inneren Druck	274
§. 188.	Tabelle über die Wanddicke cylindrischer Gefässe mit hohem inneren Druck	275
§. 189.	Kugelförmige Gefässe mit hohem inneren Druck	276
§. 190.	Wandstärken der Dampfkessel mit innerem Druck	277
§. 191.	Dampfkesselröhren mit äusserem Druck	278
§. 192.	Verbindungen gusseiserner Röhren	278
§. 193.	Tabellen über die Gewichte der gusseisernen Röhren	282

XXI. Ventile.

§. 194.	Eintheilung der Ventile	283
---------	-----------------------------------	-----

A. Gleitungsventile.

§. 195.	Der konische Hahn	284
---------	-----------------------------	-----

B. Hebungsventile.

§. 196.	Klappen	286
§. 197.	Einfache Rundventile	288
§. 198.	Doppelsitzventile	290

XXII. Stopfbüchsen und Kolben.

§. 199.	Stopfbüchsen	294
§. 200.	Dampfkolben	295
§. 201.	Pumpenkolben	298
§. 202.	Berechnung der Kolbenstange aus dem Kolbendurchmesser	299
§. 203.	Berechnung der Kolbenstange aus der Pleuelzapfendicke	300

XXIII. Seile und Ketten.

- §. 204. Verschiedene Arten von Seilen und Ketten 302

A. Hanfseile.

- §. 205. Runde Seile 303
 §. 206. Gewicht der Hanfseile und Einfluss desselben 304
 §. 207. Tabelle über die dreilitzigen Hanfseile 305

B. Drahtseile.

- §. 208. Runde Eisendrahtseile 306
 §. 209. Flache oder Banddrahtseile 307
 §. 210. Gewicht der Drahtseile und Einfluss desselben 307
 §. 211. Tabelle über die Eisendrahtseile 308

C. Ketten.

- §. 212. Lastketten 309
 §. 213. Eisenlänge und Gewicht der Ketten 311
 §. 214. Tabelle über die Gliedketten 313

XXIV. Seil- und Kettenverbindungen.

- §. 215. Die einfachen Haken 314
 §. 216. Doppelhaken, Oehre, Ringe 315

Dritter Abschnitt.

M a t h e m a t i s c h e T a f e l n.

- §. 217. Curven-, Flächen- und Körpertafeln 318
 §. 218. Trigonometrische Tafel 334
 §. 219. Formeln-Tafel 342
 Hülfstafel für Zahlenrechnungen.

T a b e l l e n .

	Seite
§. 2. Festigkeit-Coëfficienten	4
§. 20. Scharfgängige Schrauben	55
§. 21. Gewichte der Rundeisenstäbe	57
§. 22. Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe	58
§. 28. Festigkeit der Niethungen	66
§. 29. Dampfkessel-Niethungen	69
§. 31. Gewichte der Metallplatten	70
§. 35. Stirnzapfen	77
§. 39. Cylindrische Spurzapfen	83
§. 42. Kammzapfen	86
§. 52. Achsen mit Kreuzquerschnitt	98
§. 53. „ „ Sternquerschnitt	100
§. 58 und 59. Wellen	108
§. 69. Gewichte der Stehlager	120
§. 73. „ „ grossen Stehlager	122
§. 75. „ „ Gabellager	124
§. 80. „ „ Wand-, Stirn- und Bocklager	129
§. 84. „ „ Hänglager	133
§. 87. „ „ Fusslager	135
§. 99. Breite des einfachen Riemens	156
§. 104. Gewichte der Riemscheiben	161
§. 108. Treibseile	166
§. 109. Einsenkungen der Treibseile	168
§. 121. Theilkreishalbmesser	183
§. 138. Krahnräder	205
§. 140 und 141. Triebwerkräder	208
§. 145. Radarme	217
§. 151. Wellen der Hebel (Kurbeln)	223
§. 155. Armhöhe der schmiedeisernen Hebel	227
§. 156. „ „ gusseisernen „	228
§. 157 und 158. Armbreite der schmiedeisernen Hebel	229
§. 160. Umformung der Armquerschnitte	232
§. 188. Hochdruck-Gefässe	275
§. 193. Gewichte der Röhren	282
§. 207. Dreilitzige Hanfseile	305
§. 211. Eisendrahtseile	308
§. 214. Gliedketten	313

ERSTER ABSCHNITT.
FESTIGKEIT DER MATERIALIEN.

§. 1.

Vorbemerkungen.

In diesem Buche sind die nachstehenden Ausdrücke in dem Sinne der hier hinzugefügten Erklärungen gebraucht.

Flächendruck, Druck auf die Flächeneinheit.

Spannung, gewöhnlich nur bei Anwendungen der Festigkeitlehre gebraucht, die auf die Flächeneinheit zurückgeführte Anspannung der Molekularfasern; allgemein: Kraft pro Flächeneinheit.

Tragmodul*), die Spannung, welche der Elasticitätsgrenze entspricht. Der Zug- und der Druckfestigkeit entsprechen ein Zug- und ein Drucktragmodul.

Bruchcoëfficient oder Bruchmodul, die Spannung, welche den Bruch einer Molekularfaser herbeiführt.

Elasticitätsmodul (das Maass der elastischen Nachgiebigkeit eines Materials), die Spannung, bei welcher ein prismatischer in seiner Längenrichtung beanspruchter Körper um seine ganze Länge ausgedehnt oder zusammengepresst wird (eine solche Formänderung als möglich vorausgesetzt).

Theoretische Tragkraft heisst die Kraft, welche in einem von ihr irgendwie (auf Zug, Druck, Drehung, Biegung etc.) beanspruchten Körper in der stärkst gespannten Faser eine Spannung

*) In der „Constructionslehre für den Maschinenbau“: Coëfficient der stabilen Festigkeit.

Reuleaux, der Constructeur.

gleich dem Tragmodul hervorruft, also die Festigkeit des Körpers bis zur Elasticitätsgrenze in Anspruch nimmt.

Praktische Tragkraft oder Tragkraft schlechthin wird dieselbe Kraft genannt, wenn sie jene Spannung nur bis zu einer beabsichtigten und für zulässig erachteten Höhe unterhalb der Elasticitätsgrenze treibt. („Tragkraft“ der Eisenbahnwagen.)

Tragsicherheit, das Verhältniss zwischen der theoretischen Tragkraft und der Belastung des Körpers, oder was dasselbe ist, zwischen dem betreffenden Tragmodul und der stärksten eintretenden Spannung.

Bruchkraft oder Bruchbelastung heisst die obige Kraft, wenn sie in der stärkst gespannten Faser des Körpers eine Spannung gleich dem Bruchmodul hervorruft; die Bruchkraft ist in besonderen Fällen die Kraft zum Zerreißen, Zerdrücken, Abscheeren, Abwinden, Abbrechen etc.

Bruchsicherheit, Sicherheit gegen den Bruch, das Verhältniss zwischen der Bruchkraft und der Belastung, oder auch dasjenige zwischen dem Bruchmodul und der stärksten eintretenden Spannung.

Beanspruchung, der umgekehrte Werth der Sicherheit.

Als allgemeine Regel für den Maschinenbau kann es gelten, dass in der Regel eine zweifache Tragsicherheit den auf einen Constructionstheil einwirkenden statischen Kräften gegenüber passend ist. Unter Umständen muss indessen nach oben oder unten von dem genannten Maasse abgewichen werden. Nie soll man einen Maschinenteil bei seinem Gebrauche über seine theoretische Tragkraft hinaus belasten; dagegen sind bei einzelnen Materialien, namentlich z. B. beim Schmiedeeisen, solche Probelastungen, welche den Körper bloss über eine seiner Elasticitätsgrenzen hinaus beanspruchen, ohne sich der Bruchkraft zu sehr zu nähern, allem Anschein nach nicht schädlich. (Siehe §. 2.)

Fällt die Belastung eines Körpers zwischen die theoretische Tragkraft und die Bruchkraft, so ruft sie bleibende Formänderungen in dem Körper hervor; erreicht sie die Bruchkraft, so werden die stärkst gespannten Fasern zerrissen oder zerdrückt. Die Ermittlung der Bruchkraft und somit die Benutzung der Bruchmodul beschränkt sich vorzugsweise auf diejenigen Fälle, wo der Bruch (das Zerreißen, Zerbrechen etc.) eines Körpers geradezu bezweckt wird; für die Berechnung von bleibenden Constructionen ist der Hauptwerth auf die Tragmodul zu legen.

§. 2.

Festigkeit-Coëfficienten.

Die in nachstehenden Tabellen zusammengestellten Coëfficienten sind Mittelwerthe aus zahlreichen von vielen Experimentatoren an den verschiedensten Gattungen der aufgeführten Materialien angestellten Versuchen; sie können deshalb unter Umständen von dem wahren bei einem zu brauchenden Material sich findenden Werth abweichen, ohne deshalb ihren Werth als gute Mittelzahlen einzubüssen. Schädliche Wirkungen jener allfälligen Abweichungen vermeidet man durch Einsetzung von Spannungen, welche genügend unter den Tragmodeln bleiben. Die Buchstaben sind in den Spaltenüberschriften genügend erklärt. Bei dem „Holz“ sind die Mittelwerthe für Eichen-, Buchen-, Tannen- und Eschenholz, als wenig von einander abweichend, zusammengefasst.

Man findet die Werthe der zweiten Tabelle aus denen der ersten (wo die Zahlen abgerundet sind) durch Multiplication derselben mit 1368. Zur Umwandlung in Schweizermaass (Zoll = 30 Millimeter, Pfund = $\frac{1}{2}$ Kilogramm) dient der Multiplicator 1800, für englisches Maass (engl. Zoll und Pfund av. dup.) 1316, für österreichisches Maass (österr. Zoll und Pfund) 1214.

Materialien, welche grosse Unterschiede zwischen den zusammengehörigen Bruch- und Tragmodeln zeigen, besitzen in hohem Grade die Eigenschaft der Zähigkeit. Die Versuche am Schmiedeeisen zeigen, dass eine nicht gar zu weit über die Elasticitätsgrenze hinaus getriebene Belastung, welche also eine bleibende Formänderung in dem belasteten Körper hervorruft, den Elasticitätsmodul nicht verändert, den Tragmodul aber erhöht. So zeigt z. B. ein Schmiedeeisenstab, der mit 20^t pro Quadratmillimeter ausgedehnt wurde, in dem neuen Zustande bei Erneuerung der Belastung einen Zugtragmodul von 20 statt von 15^t. (Benutzung dieser Erscheinung beim Drahtziehen.) Die Zähigkeit ist eine sehr gute Eigenschaft für ein Constructionsmaterial; sie kann wenigstens annähernd bemessen werden aus den Quotienten $\frac{K}{T}, \frac{K_1}{T_1}$. Geschwächt wird sofort der obige übertrieben belastete Eisenstab, wenn man ihn nach dem Ausdehnen über die andere Elasticitätsgrenze hinaus zusammenpresst; zu seinem anfänglichen Tragmodul kehrt er nach jener ersten Streckung zurück, wenn man ihn ausglüht

Festigkeitcoefficienten für das metrische Maasssystem.
Millimeter und Kilogramm.

Material.	Elasti- citäts- modul E	Tragmodul		Bruchmodul	
		für Zug T	für Druck T_1	für Zug K	für Druck K_1
Schmiedeeisen, fer forgé	20000	15	15	40	22
Eisendraht, fil de fer	20000	30	—	70	—
Eisenblech, fer en tôle laminée . . .	17000	—	—	32	—
Gusseisen, fer fondu, fonte	10000	7,5	15	11	63
Stahl, acier	20000	25	—	80	—
Gussstahl, acier fon- du	30000	65	—	100	—
Kupfer, gehämm., cuivre rouge battu	11000	2,5	—	30	70
Kupferdraht, fil de cuivre	13000	12	—	40	—
Messing, laiton . . .	6500	4,8	—	12	110
Messingdraht, fil de laiton	10000	13	—	50	—
Glockengut, bronze	3200	2 (?)	—	23	—
Blei, plomb	500	1	—	1,3	5
Holz, bois de con- struction	1100	2	1,8	9	5
Hanfseil, neu, corde en chanvre	250 (?)	5 (?)	—	12	—
Hanfseil, alt, corde en chanvre	50 (?)	1 (?)	—	5	—
Basalt, basalte . . .	—	—	—	—	9
Granit, granite . . .	—	—	—	—	8
Kalkstein, pierre à chaux	—	—	—	—	5
Quarz, quartz	—	—	—	—	12
Sandstein, grès dur	—	—	—	—	7
Ziegelstein, brique	—	—	—	—	0,6
Mörtel, mortier . . .	—	—	—	—	—
Kalksteinmauerwerk, mur en pierres à chaux	—	—	—	—	5
Sandsteinmauerwerk mur en grès dur	—	—	—	—	1,5
Ziegelmauerwerk, mur en briques . . .	—	—	—	—	0,4

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in Millimetern, die Kräfte in Kilogrammen einzusetzen.

Festigkeitcoëfficienten für das preussische Maasssystem.

Preuss. Zoll = $\frac{1}{12}$ preuss. Fuss und Neupfund.

Material.	Elasti- citäts- modul <i>E</i>	Tragmodul		Bruchmodul		Eigen- schwere γ
		für Zug <i>T</i>	für Druck <i>T₁</i>	für Zug <i>K</i>	für Druck <i>K₁</i>	
Schmied- eisen . .	27360000	20520	20520	54720	30096	7,60 — 7,80
Eisendraht .	27360000	20520	—	95760	—	7,60 — 7,80
Eisenblech .	23256000	41040	—	43776	—	7,60
Gusseisen .	13680000	10260	20520	15048	86148	7,00 — 7,50
Stahl . . .	27360000	34200	—	109440	—	7,50 — 7,80
Gussstahl .	41040000	88920	—	136800	—	7,83 — 7,92
Kupfer, ge- hämmer .	15048000	3400	—	41000	95800	8,88 — 9,00
Kupferdraht	17784000	16400	—	54720	—	8,78 — 8,95
Messing . .	8892000	6566	—	16416	150480	8,40 — 8,71
Messingdraht	13680000	17784	—	68400	—	8,34 — 8,73
Glockengut .	4377600	2736(?)	—	31464	—	8,81
Blei	684000	1368	—	1778	6840	11,33 — 11,45
Holz	1504800	2736	2462	12312	6840	0,59 — 0,82
Hanfseil, neu	342000	6840(?)	—	16416	—	0,14 — 0,21
„ alt	68400	1368(?)	—	6840	—	—
Basalt . . .	—	—	—	—	12312	2,36 — 2,72
Granit . . .	—	—	—	—	10944	2,50 — 3,05
Kalkstein . .	—	—	—	—	6840	2,46 — 2,84
Quarz	—	—	—	—	16416	2,30 — 2,70
Sandstein . .	—	—	—	—	9576	1,90 — 2,70
Ziegelstein .	—	—	—	—	881	1,40 — 1,20
Mörtel . . .	—	—	—	—	—	—
Kalkstein- mauerwerk	—	—	—	—	6840	1,47 — 1,70
Sandstein- mauerwerk	—	—	—	—	2052	2,05 — 2,12
Ziegelmauer- werk . . .	—	—	—	—	547	2,40 — 2,46

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in preuss. Zoll, die Kräfte in preuss. Pfunden einzusetzen.

§. 3.

Zug- und Druckfestigkeit.

Ein Stab ist auf Zugfestigkeit beansprucht, wenn die angreifende Kraft P ihn in seiner Längenrichtung auszudehnen sucht. Ist dagegen die Kraft gerade entgegengesetzt gerichtet, so beansprucht sie den Körper auf Druckfestigkeit, vorausgesetzt übrigens, dass die Länge des Stabes gegen dessen Querschnittmaasse nicht zu gross sei (vergl. §. 14).

Nennt man noch:

q die Grösse eines zu betrachtenden Querschnittes des Stabes,

\mathcal{E} die in demselben durch die Kraft P hervorgerufene Spannung,

so ist bei Vernachlässigung des Eigengewichtes des Stabes die Tragkraft bei der Spannung \mathcal{E} :

$$P = \mathcal{E}q \dots \dots \dots (1)$$

Beispiel. Ein Dachstuhl übe an seinem Fusse einen Horizontal-schub von 10000⁺ aus, welcher durch eine horizontale runde Querstange aufgenommen werden soll. Gestattet man in derselben die Spannung

$\mathcal{E} = 5^k$, so ist zu setzen bei der Stangendicke d : $\mathcal{E}q = 5 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 10000$;

woraus $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} 2000} = 50,42$, abger. 50^{mm}.

Die Hauptformänderungen, welche die Beanspruchung auf Zug- oder Druckfestigkeit in einem Körper hervorruft, sind Verlängerung oder Verkürzung desselben. Ein prismatischer, durch die Kraft P auf Zug beanspruchter Körper verlängert sich dadurch um die Grösse λ , für welche bei der ursprünglichen Länge l des Stabes gilt:

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\mathcal{E}}{E} \dots \dots \dots (2)$$

welche Formel so lange richtig bleibt, als \mathcal{E} nicht grösser als der Zugtragmodul T ist. — Dieselbe Formel gilt für die Zusammenpressung des Stabes durch die Kraft P , wobei der Drucktragmodul T_1 die Grenze der Gültigkeit der Formel angeht.

Beispiel. Die oben berechnete Querstange sei vor dem Einsetzen 35^m lang; sie wird sich dann bei eintretender Belastung ver-

längern um: $\lambda = \frac{35000 \cdot 5}{20000} = \frac{35}{4} = \text{nähe } 9^{\text{mm}}$.

Formel (1) gilt, weil bei Zug- und Druckfestigkeit alle Querschnittelemente gleichstark beansprucht werden, auch über die Elasticitätsgrenze hinaus, so dass man mittelst derselben die Kraft finden kann, welche einen Körper zerreisst oder zerdrückt. Man hat dafür die betreffenden Bruchmodel einzusetzen.

Beispiel. Zum Zerreißen der oben berechneten Stange bedarf es einer Zugkraft $P = k \cdot q$ oder, der Tabelle §. 2 gemäss, $P = 40 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 78540^k$; zum Zerdrücken eines niedrigen Stückes derselben bedürfte es einer Kraft $P_1 = K_1 q = 22 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 43197^k$.

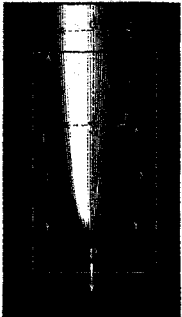
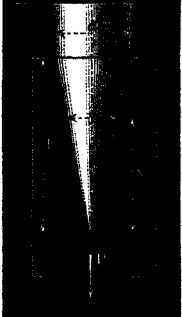
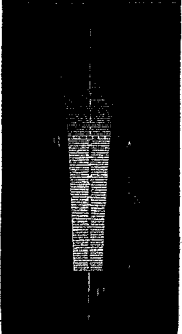
§. 4.

Körper von gleicher Zug- und Druckfestigkeit.

Körperformen von gleicher Festigkeit ergeben sich, wenn man in einem Körper die Querschnitte so wählt, dass in allen die Spannung \mathcal{S} dieselbe Grösse erhält, wodurch eine verhältnissmässig sehr günstige Materialverwendung erzielt werden kann. Solche Körperformen werden indessen selten mit Genauigkeit, sondern gewöhnlich nur näherungsweise zur Ausführung gebracht; sie dienen in vielen Fällen sogar nur als stilistische Grundformen, die einer Construction nur den Ausdruck der gleichen Festigkeit zu verleihen haben, ohne dass diese streng eingehalten würde. Dem Constructeur sind sie aus beiden Gründen von Werth; ja es möchte der Zahl nach die zweite Benutzungsart, die des stilistischen Vorbildes, häufiger sein als die erstere. Sind dem Construierenden die Festigkeitformen recht geläufig geworden, und hat er sich frei gemacht von dem Gedanken, dass die für die Gleichhaltung der Festigkeit erforderlichen Curven eingehalten werden müssten;

wird er bald dahin gelangen, stets ansprechende gefällige Lini-
en für schwer zu belastende Constructionstheile zu finden, indem er die Grundform, welche der starre mathematische Ausdruck liefert, mit künstlerischer Freiheit und Selbständigkeit in das Leben überträgt.

Nachfolgend gegebene Formen gelten für Zug- wie für Druckfestigkeit. Als Beispiele technischer Nützlichkeit der beiden ersten Formen können die Holzschrauben, die eingegossenen Schraubenstifte, Säulchen etc. dienen.

Form.	Gleichung.	Bemerkungen.
	$\frac{y}{d} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{P}{\sigma}}$	<p>P ist gleichförmig auf die ganze Länge des Stabes vertheilt. Die Querschnitte des Stabes sind kreisförmig. Profil: Parabel. Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem Enddurchmesser $\frac{d}{2}$.</p>
	$\frac{y}{d} = \frac{x}{l}$ $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{P}{\sigma}}$	<p>P ist gleichförmig abnehmend von oben nach unten vertheilt. Querschnitte: kreisförmig. Körperform: Normalkegel.</p>
	$q = \frac{P}{\sigma} e^{\frac{\gamma x}{e}}$ <p>$e = 2,718 \dots =$ Basis der natürlichen Logarithmen.</p> $\log. q = \log. \frac{P}{\sigma} + 0,434 \frac{\gamma}{\sigma} x.$	<p>Der Körper ist ausser durch P durch sein Eigengewicht belastet, welches pro Cubikeinheit $= \gamma$ gesetzt ist. Die Querschnitte wachsen nach der Befestigungsstelle hin wie die Abscissen einer Logistik.</p>

§. 5.

Schub- oder Gleitungsfestigkeit.

Ein Körper wird in einem Querschnitt auf Schub- oder Gleitungsfestigkeit, die auch Abscheerungsfestigkeit genannt wird, beansprucht, wenn die angreifende Kraft P in der Ebene des Querschnittes wirkt.

Ist wieder q die Grösse des Querschnittes, und \mathcal{S} die darin eintretende Spannung, so hat man wie bei Zug- und Druckfestigkeit für die Tragkraft:

$$P = \mathcal{S} q (3)$$

Die Elasticitätsgrenze wird erreicht, wenn $\mathcal{S} = \frac{4}{5}$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materials wird, also beim Schmiedeseisen, wo $T = T_1 = 15$, bei $\mathcal{S} = 12$; für Gusseisen, wo $T < T_1$ und $= 7,5$ bei $\mathcal{S} = 6$. Es tritt nämlich hier die Maximalspannung nicht in der Ebene des Querschnittes, sondern geneigt dazu ein, und hat die $\frac{5}{4}$ fache Grösse von \mathcal{S} .

Die Querverschiebung, welche die zwei Flächen des auf Gleitungsfestigkeit beanspruchten Querschnittes erleiden, ist innerhalb der Elasticitätsgrenze unmerklich klein.

Gleichung (3) gilt auch für solche Fälle, wo die Trennung der beanspruchten Flächen bezweckt wird, also für das Abschneiden, Ausstossen, Durchlochen (d. i. das Arbeiten mit denjenigen Maschinen, welche man neuerdings häufig unter dem Namen Durchbruch-Maschinen zusammenfasst). Die Spannung \mathcal{S} , bei welcher der Bruch erfolgt, zeigt sich etwas wenig abweichend von dem Bruchmodul für Zug (K). Die Abweichung erklärt sich daraus, dass k und k_1 beim Abscheeren gleichzeitig zur Wirkung kommen. Für die Berechnung der Durchbruch-Maschinen genügt es, etwa $1,1 k$ als Bruch-Coëfficient einzuführen.

§. 6.

Biegungsfestigkeit.

Tragkraft und elastische Linie.

Ein stabförmiger Körper, an welchem solche äussere Kräfte sich das Gleichgewicht halten, welche senkrecht zur Stabachse gerichtet sind, ist auf Biegungsfestigkeit beansprucht. So lange die Beanspruchung die Elasticitätsgrenze nicht überschreitet, tritt

für jeden Normalquerschnitt des Stabes Gleichgewicht ein zwischen dem Moment der äusseren Kräfte einerseits, und den Momenten der in dem Querschnitt widerstehenden inneren Kräfte andererseits, beide bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes. Diese geht durch den Schwerpunkt des Querschnittes und steht senkrecht auf der Biegungsebene. Sie theilt den Querschnitt in zwei Theile, von denen in dem einen alle zur Stabachse parallelen Fasern proportional ihrer Entfernung von der neutralen Achse auf Zug beansprucht sind (Zugseite des Querschnittes), während in dem anderen die Fasern auf Druck beansprucht werden (Druckseite des Querschnittes), und zwar ebenfalls proportional ihrem Abstand von der neutralen Achse. Gleichweit von der neutralen Achse entfernte Fasern auf Zug- und Druckseite erleiden dabei gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Formänderungen. Die Biegungsfestigkeit ist sonach eine Vereinigung von Zug- und Druckfestigkeit, wobei beide in einer höheren Ordnung, nämlich mit Achsendrehung, vorkommen.

Ist nun:

M das statische Moment der einen Querschnitt auf Biegung beanspruchenden Mittelkraft, bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes,

J das Trägheitmoment des Querschnittes zu seiner neutralen Achse,

a der Abstand der stärkst gespannten, d. h. der von der neutralen Achse am weitesten entfernten Faser auf der Zug- oder der Druckseite des Querschnittes,

\mathcal{E} die in dieser Faser eintretende Spannung,

so ist:

$$M = \mathcal{E} \frac{J}{a} \dots \dots \dots (4)$$

Ist der gebogene Stab prismatisch, die biegende Mittelkraft P und ihr Hebelarm für irgend einen Querschnitt X , so wird zunächst $M = P X$ für jeden Querschnitt einen anderen Werth haben. Derjenige Querschnitt, für welchen $P X$ seinen grössten Werth annimmt, heisst der gefährliche Querschnitt, und die biegende Kraft P , welche in ihm die Spannung \mathcal{E} hervorruft, ist die Tragkraft des Stabes für die Spannung \mathcal{E} , so dass man für die Tragkraft hat:

$$P = \frac{\mathcal{E} J}{X_m a} \dots \dots \dots (5)$$

wobei X_m den Maximalwerth von X bezeichnet.

Die die Schwerpunkte der Stabquerschnitte verbindende Achse des Stabes erfährt bei der Biegung keine Längenänderung; sie wird nur gebogen, und zwar heisst die Curve, nach welcher sie sich krümmt, eine elastische Linie, für deren Gleichung der allgemeine Ausdruck

$$\frac{d_2 y}{dx^2} = \frac{M}{JE} \dots \dots \dots (6)$$

gilt. Für den Krümmungshalbmesser ρ der Curve ist sodann:

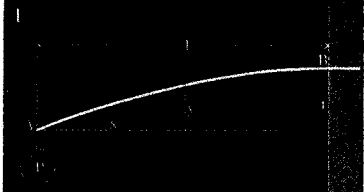
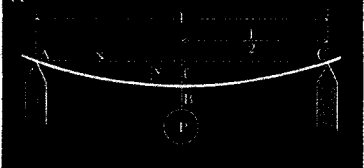
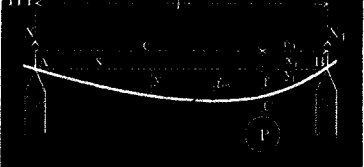
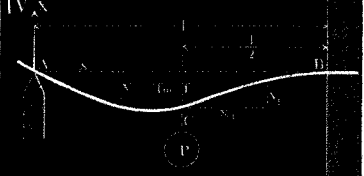
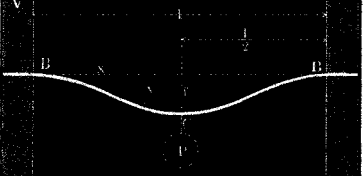
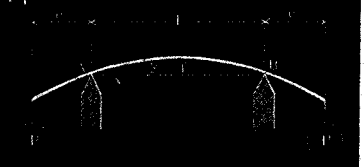
$$\rho = \frac{JE}{M} \dots \dots \dots (7)$$

In der folgenden Tafel sind nun für eine Reihe von Angriffsarten einer biegenden Kraft auf einen prismatischen Stab die Werthe zusammengestellt für

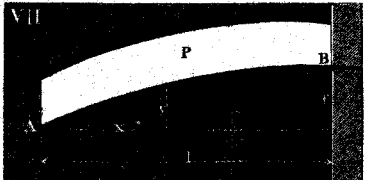
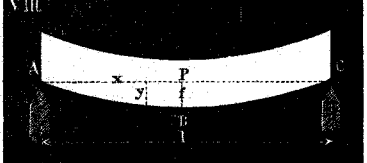
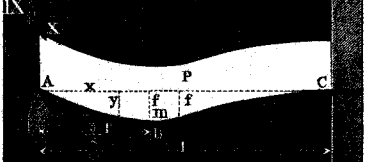
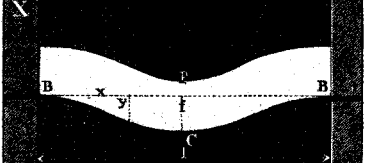
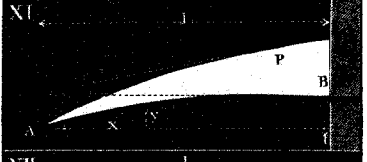
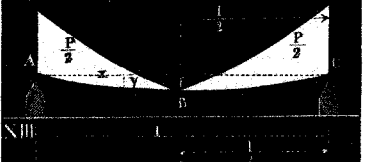

- das Moment M für den Punkt x ,
- die Tragkraft P nach Formel (5),
- die Coordinaten x, y der elastischen Linie,
- für den Werth f der Abscisse y am Angriffspunkt der Kraft bei den Belastungsweisen Nro. I. bis VI.,
- und endlich für die stärkste Einsenkung f bei den Fällen VII. bis XIII.

Bei sämmtlichen aufgeführten Fällen ist das eigene Gewicht des betrachteten Balkens vernachlässigt, was bei zahlreichen praktischen Fällen namentlich des Maschinenbaufaches zulässig ist (weniger beim Brückenbaufach). Die Fälle VII. bis X. können als solche benutzt werden, bei denen das Stabgewicht berücksichtigt werden soll. In den Fällen XI. und XII. ist gezeigt, wie eine passende ungleichförmige Vertheilung der Last eines Balkens dessen Tragkraft wesentlich erhöhen kann, indem bei der Belastungsweise nach XI. und XII. die Tragkraft $1\frac{1}{2}$ mal so gross ausfällt, als bei Nro. VII. und VIII. Gleichzeitig liefern auch die Lastvertheilungen in XI. und XII. noch obendrein kleinere Einsenkungen als Nro. VII. und VIII. Diese Umstände sind für die Belastung von Magazinen, Speichern etc. von wesentlichem praktischem Werth. Die Lastvertheilung in Nro. XIII. ist dagegen ungünstig für die Tragkraft; sie zieht dieselbe auf das $\frac{3}{4}$ fache des Falles Nro. VIII. herab und macht auch die Einsenkung f grösser als dort.

Zu beachten ist, dass die Einsenkung f durchgehends mit der dritten Potenz der Längenabmessungen wächst, und dass sie bei verschiedener Auflagerungsart des Stabes sehr stark verändert auftritt.

Angriffsweise.	Moment M .	Tragkraft.
	$M = Px$	$P = \frac{6J}{la}$
	$M = \frac{Px}{2}$	$P = 4 \frac{6J}{al}$
	<p>Für AC: $M = \frac{Pc_1x}{l}$ Für BC: $M = \frac{Pcx_1}{l}$</p>	$P = \frac{6J}{a} \frac{l\sqrt{3}}{c_1\sqrt{1+2\frac{c_1}{c}}}$
	<p>Für AC: $M = \frac{5}{16} Px$ Für BC: $M = \frac{11}{32} Pl \left(\frac{5}{11} - 2\frac{x_1}{l} \right)$</p>	$P = \frac{16}{3} \frac{6J}{la}$
	$M = \frac{Pl}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \right)$	$P = 8 \frac{6J}{la}$
	<p>Für AB: $M = Pc$</p>	$P = \frac{6J}{ca}$

Gleichung der elastischen Linie.	Einsenkung f .	Bemerkungen.
$y = \frac{P l^3}{2 J E} \left[\frac{x}{l} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{l^3} \right]$	$f = \frac{P l^3}{J E 3}$	Gefährlicher Querschnitt bei B .
$y = \frac{P l^3}{16 J E} \left[\frac{x}{l} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right]$	$f = \frac{P l^3}{J E 48}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.
$y = \frac{P}{J E} \frac{c^2 c_1}{6 l} \left[2 \frac{x}{c} + \frac{x}{c_1} - \frac{x^3}{c^2 c_1} \right]$ $y_1 = \frac{P}{J E} \frac{c_1^2 c}{6 l} \left[2 \frac{x_1}{c_1} + \frac{x_1}{c} - \frac{x_1^3}{c_1^2 c} \right]$	$f = \frac{P}{J E} \frac{c^2 c_1^2}{3 l}$ $f_{max} \text{ bei}$ $x = c \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c_1}{c}}$	Gef. Querschnitt bei $x = c \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c_1}{c}}$ Kraft $X = P \frac{c_1}{l}$ „ $X_1 = P \frac{c}{l}$
$y = \frac{P}{J E} \frac{l^3}{32} \left[\frac{x}{l} - \frac{5}{3} \frac{x^2}{l^2} \right]$ $y_1 = \frac{P}{J E} \frac{l^3}{32} \left[\frac{1}{4} \frac{x_1}{l} + \frac{5}{2} \frac{x_1^2}{l^2} - \frac{11}{3} \frac{x_1^3}{l^3} \right]$	$f = \frac{7}{768} \frac{P l^3}{J E}$ $f_{max} = \sqrt{\frac{1}{5}} \frac{P l^3}{48 J E}$ $\text{bei } x = l \sqrt{\frac{1}{5}}$	Gef. Querschnitt bei B . Kraft $X = \frac{5}{16} P$.
$y = \frac{P}{J E} \frac{l^3}{16} \left[\frac{x^2}{l^2} - \frac{4}{3} \frac{x^3}{l^3} \right]$	$f = \frac{P l^3}{192 J E}$	Gef. Querschnitt bei B und C .
$y = f - (e - \sqrt{e^2 - x^2})$ wobei $e = \frac{J E}{P c}$	$f = \frac{P l^2 c}{8 J E}$	Gef. Quersch. an einer beliebigen Stelle zwischen A und B .

Angriffsweise.	Moment M .	Tragkraft P .	G
	$M = \frac{Px}{2} \frac{x}{l}$	$P = 2 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = \frac{Px}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = \frac{Px}{2} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = \frac{Pl}{2} \left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 12 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = \frac{Px}{3} \frac{x^2}{l^2}$	$P = 3 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2}{3} \frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 12 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y
	$M = Px \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 6 \frac{\mathcal{E}J}{la}$	y

Gleichung der elastischen Linie.	Einsenkung f .	Bemerkungen.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{6} \left[\frac{x}{l} - \frac{1}{4} \frac{x^3}{l^3} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{8}$	Gefährlicher Querschnitt bei B.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{12} \left[2 \frac{x^3}{l^3} - \frac{x^4}{l^4} - \frac{x}{l} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{5 l^3}{384}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{48} \left[\frac{x}{l} - 3 \frac{x^3}{l^3} + 2 \frac{x^4}{l^4} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{192}$	Gef. Querschnitt bei C. Stärkste Senkung bei $x = \frac{3}{8} l$ Kraft $X = \frac{3}{8} P$. Wendepunkt bei $x = \frac{3}{4} l$.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{24} \left[\frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{384}$	Gef. Querschnitt bei B. Wendepunkt bei $x = \frac{l}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{3}} \right)$
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{12} \left[\frac{x}{l} - \frac{1}{5} \frac{x^5}{l^5} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{15}$	Gef. Querschnitt bei B.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{12} \left[\frac{3}{8} \frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} - \frac{2}{5} \frac{x^5}{l^5} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{3 l^3}{320}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.
$y = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{12} \left[\frac{5}{8} \frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{2}{5} \frac{x^5}{l^5} \right]$	$f = \frac{P}{JE} \frac{l^3}{60}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.

Querschnitt-Tabelle.

Der Werth $\frac{J}{a}$ in Gleichung (4) hängt bloss von Abmessungen des Stabquerschnittes ab, und wird im Folgenden als Querschnittmodul bezeichnet. Für eine Reihe von Querschnittformen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt die Werthe für das Trägheitsmoment J zur neutralen Achse (welche den Figuren punktirt eingezeichnet ist);

die grösste Faserentfernung a auf Zug- und Druckseite, oder für jede Seite einzeln (a' und a''), wenn der Querschnitt nicht zweiachsig symmetrisch ist;

den Querschnittmodul $Z = \frac{J}{a}$, für welchen sich auch zwei

Werthe ergeben, wenn $a' \geq a''$,

und den Flächeninhalt F des Querschnittes, welcher bei Gewichtberechnungen dienlich ist.

Wo in der Spalte für a angegeben steht: „durch Versuche zu bestimmen“, sind die Ausdrücke zu verwickelt, um noch praktisch genannt werden zu können. Für diese Fälle schneidet man ein Modell des zu betrachtenden Querschnittes aus Carton aus und sucht dessen Schwerpunkt durch Abwägen auf einer Schneide.

Hilfsatz zur Gewinnung der Trägheitsmomente.

Bezeichnet:

J das Trägheitsmoment einer Fläche zu einer durch ihren Schwerpunkt gehenden Achse,

F ihren Flächeninhalt,

J' ihr Trägheitsmoment zu einer zweiten Achse, welche zu jener Schwerpunktsachse parallel ist,

e den Abstand der beiden Achsen,

so ist: $J' = J + e^2 F \dots \dots \dots (6)$

Beispiel. Das Trägheitsmoment eines Rechteckes (Nro. I.) zu einer mit der Seite b zusammenfallenden Achse ist somit:

$$J' = \frac{b h^3}{12} + \frac{h^2}{4} b h = \frac{b h^3}{3}.$$

Das Trägheitsmoment eines Kreises (Nro. XX.) zu einer ihn tangierenden Achse ist:

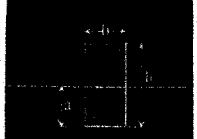



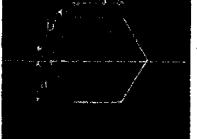


$$J' = \frac{\pi}{64} d^4 + \frac{d^3}{4} \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{5 \pi}{64} d^4.$$

Die Benutzung der Querschnitt-Tafel wird aus folgendem Beispiel klar werden.

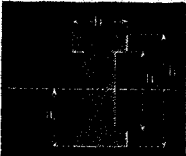
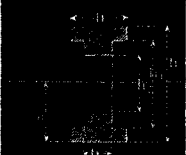
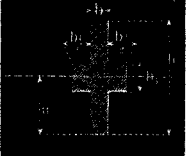
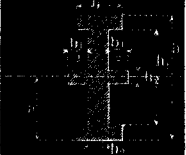

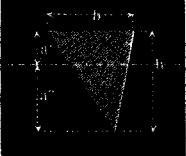

Beispiel. Man sucht das Trägheitsmoment eines kreisförmigen Querschnittes von 104^{mm} Durchmesser. Nach Nro. XX. der folgenden Tafel ist dasselbe: $J = \frac{\pi}{64} 104^4 = \text{nahe } 5742500$. In preuss. Zoll gemessen würde $d = 4$ sein, daher für Rechnungen in preussischem Maasssystem zu nehmen ist: $J = \frac{\pi}{64} 4^4 = 42,56$.

Durch passende Theilung und Verbindung der gegebenen Querschnittfiguren lassen sich dieselben in andere verwandeln, für welche dann die hier stehenden Formeln gelten. So lässt sich aus dem Querschnitt Nro. VIII. der eines rechteckigen Rohres machen, aus Nro. XI. ein E-förmiger u. s. w. Nicht unwichtig ist es ferner, auf einzelne allgemeine Aufschlüsse hinzudeuten, welche die Tafel liefern kann. Vor allem zeigen die einzelnen Werthe den starken Einfluss der Höhenabmessungen der Querschnitte, und zugleich denjenigen solcher Querschnitttheile, welche weit von der neutralen Schicht entfernt liegen. Hiermit steht im Zusammenhang die eigenthümliche Wirkung der Verstärkungsrippen, deren man sich namentlich bei gusseisernen Theilen so vielfach bedient. Diese Rippen wirken nämlich bei den auf Biegung beanspruchten Körpern nicht sowohl durch ihr eigenes Material, als dadurch, dass sie die neutralen Schichten der übrigen Theile günstig verlegen, d. h. sie weit von der Hauptmasse des Materials abrücken. Sie treten also erst mittelbar in Thätigkeit, leisten aber dabei vortreffliche Dienste, und sollten in dieser Hinsicht von dem Construierenden stets wohl beachtet werden. Ein Beispiel wird das Ausgesprochene vollends deutlich machen.

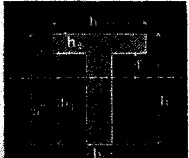






Es sei ein Querschnitt von der Form Nro. XV. gegeben, und zwar mit den Verhältnissen $b = 8b_1$, $h = 12b_1$, $h_1 = 11b_1$ (siehe Nro. I. §. 9). Diesen Schnitt denke man sich nun zerlegt in den senkrechten und den horizontalen Theil, und beide einzeln ausgeführt. Dann haben die beiden Theile die Querschnittmodel: $\frac{11^2 \cdot b_1^3}{6} = 20\frac{1}{6}b_1^3$ und $\frac{8b_1^3}{6}$, zusammen also $21,5b_1^3$. Derselbe Querschnitt aber hat, als Ganzes aufgefasst (siehe §. 9) den Modul $Z = 34,8b_1^3$, d. i. er bietet mehr als das 1 $\frac{1}{2}$ fache an Festigkeit, und zwar hat die senkrechte Rippe die Festigkeit der waagerechten Platte auf etwa das 10fache des Werthes gesteigert, den sie im vereinzeltten Zustande besitzen würde. Andere Querschnittformen liefern oft noch günstigere Erhöhungen.

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J .
I.		$\frac{b h^3}{12}$
II.		$\frac{b (h^3 - h_1^3)}{12}$
III.		$\frac{b^4}{12}$
IV.		$\frac{b^4}{12}$
V.		$\frac{5 \sqrt{3}}{16} b^4 = 0,5413 b^4$
VI.		$\frac{5 \sqrt{3}}{16} b^4$
VII.		$\frac{1 + 2 \sqrt{2}}{6} b^4 = 0,638 b^4$

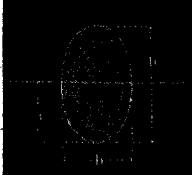

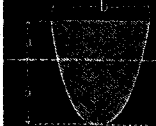

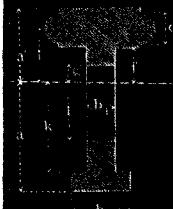
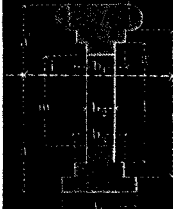
Abstand a .	Querschnittmodul Z .	Flächeninhalt F .
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^2}{6}$	$b h$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b (h^3 - h_1^3)}{6 h}$	$b (h - h_1)$
$\frac{b}{2}$	$\frac{b^3}{6}$	b^2
$\frac{b}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{12} b^3 = 0,118 b^3$	b^2
$b \sqrt{\frac{3}{4}} = 0,866 b$	$\frac{5}{8} b^3$	$\frac{3 \sqrt{3}}{2} b^2 = 2,598 b^2$
b	$\frac{5 \sqrt{3}}{16} b^3$	$\frac{3 \sqrt{3}}{2} b^2$
$0,924 b$	$0,677 b^3$	$2,828 b^2$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J .
VIII.		$\frac{b h^3 - (b - b_1) h_1^3}{12}$
IX.		$\frac{b (h^3 - h_1^3) + b_1 (h_1^3 - h_2^3)}{12}$
X.		$\frac{b h^3 + b_1 h_1^3}{12}$
XI.		$\frac{b h^3 - (b - b_2) h_1^3 + b_1 h_2^3}{12}$
XII.		$\frac{b h^3 + (h_1 - b) h_1^3 + (h - h_1) b^3}{12}$
XIII.		$\frac{b h^3}{36}$
XIV.		$\frac{b^2 + 4 b b_1 + b_1^2}{36 (b + b_1)} h^3$

Abstand a .	Querschnittmodul Z .	Flächeninhalt F .
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 - (b - b_1) h_1^3}{6 h}$	$b h - (b - b_1) h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b (h^3 - h_1^3) + b_1 (h_1^3 - h_2^3)}{6 h}$	$b (h - h_1) + b_1 (h_1 - h_2)$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 + b_1 h_1^3}{6 h}$	$b h + b_1 h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 - (b - b_2) h_1^3 + b_1 h_2^3}{6 h}$	$b h - (b - b_2) h_1 + b_1 h_2$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 + (h_1 - b) h_1^3 + (h - h_1) b^3}{6 h}$	$b h + (h_1 - b) h_1 + (h - h_1) b$
$a' = \frac{h}{3}$ $a'' = \frac{2}{3} h$	$Z' = \frac{b h^2}{12}$ $Z'' = \frac{b h^2}{18}$	$\frac{b h}{2}$
$a' = \frac{b + 2 b_1}{b + b_1} \frac{h}{3}$ $a'' = \frac{2 b + b_1}{b + b_1} \frac{h}{3}$	$Z' = \frac{b^2 + 4 b b_1 + b_1^2}{12 (b + 2 b_1)} h^2$ $Z'' = \frac{b^2 + 4 b b_1 + b_1^2}{12 (2 b + b_1)} h^2$	$\frac{b + b_1}{2} h$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J .
XV.		$\frac{1}{3} [b (a^3 - f^3) + b_1 (f^3 + a'^3)]$
XVI.		$\frac{1}{3} [b (a^3 - f^3) + b_1 (f^3 + g^3) + b_2 (a'^3 - g^3)]$
XVII.		$\frac{1}{3} [b (a^3 - f^3) + b_1 (f^3 + g^3 - i^3 - k^3) + b_2 (a'^3 - g^3)]$
XVIII.		$\frac{1}{3} \left[\frac{b_1 - b_2}{4(f + a')} (a'^4 - f^4) + b (a^3 - f^3) + b_2 (f^3 + a'^3) \right]$
XIX.		$\frac{1}{3} \left[\frac{b_1 - b_2}{4(f + g)} (g^4 - f^4) + b (a^3 - f^3) + b_2 (f^3 + g^3) + b_3 (a'^3 - g^3) \right]$
XX.		$\frac{\pi}{64} d^4 = 0,0491 d^4$
XXI.		$\frac{\pi}{64} (d^4 - d_1^4)$

Abstand a .	Querschnittmodul Z .	Flächeninhalt F .
$a' = \frac{b h_2^2 + b_1 h_1 (h + h_2)}{2 [b h - (b - b_1) h_1]}$ $a'' = h - a'$	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b_1 h_1 + b h_2$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + b_1(f + g) + b_2(a'' - g)$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + b_1(f + g - i - k) + b_2(a'' - g)$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + \frac{b_1 + b_2}{2}(f + a'')$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + \frac{b_1 + b_2}{2}(f + g) + b_3(a'' - g)$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32} d^3$	$\frac{\pi}{4} d^2$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d_1^4}{d}$	$\frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2)$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J .
XXII.		$\frac{\pi}{64} b h^3$
XXIII.		$0,110 r^4$
XXIV.		$\text{(Parabelabschnitt.) } \frac{8}{175} b h^3 = 0,0457 b h^3$
XXV.		$\frac{1}{12} \left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h - d) \right]$
XXVI.		$\frac{1}{3} \left[b(a^3 - f^3) + b_1(f^3 - g^3 + k^3 - l^3) + b_2(a'^3 - k^3) \right] + \frac{\pi}{64} (d^4 + 16d^2 i^2)$
XXVII.		$\frac{1}{3} \left[b(a^3 - f^3) + b_1(f^3 - g^3) + b_2(g^3 - i^3 + l^3 - m^3) + b^3(k^3 - l^3) + b^4(a'^3 - k^3) \right] + \frac{\pi}{64} \left[(a' - f)^4 + 8(a' + f)(a' - f)^2 \right]$

Abstand a .	Querschnittmodul Z .	Flächeninhalt F .
$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{32} b h^2$	$\frac{b h \pi}{4}$
$a' = 0,5765 r$ $a'' = 0,4244 r$	$Z' = 0,19 r^3$ $Z'' = 0,26 r^3$	$\frac{r^2 \pi}{2}$
$a' = \frac{2}{5} h$ $a'' = \frac{3}{5} h$	$Z' = \frac{4}{35} b h^2 = 0,114 b h^2$ $Z'' = \frac{8}{105} b h^2 = 0,076 b h^2$	$\frac{2}{3} b h$
$\frac{h}{2}$	$\frac{1}{6 h} (0,589 d^4 + b (h^3 - d^3) + b^3 (h - d))$	$\frac{\pi}{4} d^2 + 2 b (h - d)$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b (a' - f) + b_1 (f - g + k - l)$ $+ b_2 (a'' - k) + \frac{\pi}{4} d^2$
Durch Versuche zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b (a - f) + b_1 (f - g)$ $+ b_2 (g - i + l - m)$ $+ b_3 (k - l) + b_4 (a - k)$ $+ \frac{\pi}{4} (a - f)^2$

§. 8.

Werthe der Spannung \mathfrak{S} .

Die Elasticitätsgrenze wird in einem gebogenen Stab auf Zug- und Druckseite einzeln erreicht, wenn die dort eintretende Spannung $\mathfrak{S} =$ dem betreffenden Tragmodul wird. Man darf daher für \mathfrak{S} nie einen so grossen Werth einsetzen, dass auf einer der beiden Seiten der Tragmodul überschritten würde. Diese Bedingung wird bei zweiachsig symmetrischen Querschnitten erfüllt, wenn man für \mathfrak{S} den durch die Sicherheit dividirten kleineren Tragmodul setzt, so bei Gusseisen die Sicherheit stets auf den Zugtragmodul bezieht.

Bei solchen Querschnitten hingegen, wo $a' \leq a''$, untersuche man zunächst, welche Seite die Zugseite, und welche die Druckseite des Querschnittes ist. Ist dann

a der grösste Faserabstand auf der Zugseite,

a_1 der auf der Druckseite,

T der Zugtragmodul,

T_1 der Drucktragmodul,

M das Moment der biegenden Kraft,

m der Sicherheitscoefficient, so dass bei 2facher, 3facher, 4facher Sicherheit $m = 2, 3, 4$ ist,

so nehme man:

Wenn $\frac{a}{a_1} > \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m} \frac{J}{a}$
Wenn $\frac{a}{a_1} < \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T_1}{m} \frac{J}{a_1}$
Wenn $\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m} \frac{J}{a}$ oder $\frac{T_1}{m} \frac{J}{a_1}$

Beispiel. Bei Gusseisen ist $\frac{T}{T_1} = \frac{1}{2}$; ferner sei bei dem parabolischen Querschnitt Nro. XXIV die Sehne auf der Zugseite gelegen, so

ist dort $a = \frac{2}{6} h$, $a_1 = \frac{3}{6} h$, $\frac{a}{a_1} = \frac{2}{3}$. Hier ist demnach $\frac{a}{a_1} > \frac{T}{T_1}$ und für \textcircled{c} der Werth $\frac{T}{m}$ oder $\frac{7,5}{m}$ zu setzen. — Bei Schmiedeseisen, wo $T = T_1$, ist die Untersuchung nicht nöthig, wie dieselbe denn überhaupt bei der leider so geringen Zahl bekannter Tragmodel einstweilen nur beim Gusseisen eine Anwendung finden kann.

§. 9.

Beste Materialverwendung.**Querschnitte von gleicher Festigkeit.**

Um das Material bei Trägern, welche auf Biegung beansprucht sind, gut zu verwenden, ist dasselbe, unter Erhaltung einer guten Verbindung aller Querschnitttheile, möglichst entfernt von der neutralen Schicht anzubringen. Zugleich gewinnt man eine gute Materialbenutzung, wenn man die Querschnittform so wählt, dass bei einer genügend weit getriebenen Belastung die Spannungen auf Zug- und Druckseite gleichzeitig die Elasticitätsgrenze erreichen. Man hat hierfür zu machen:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1} \dots \dots \dots (7)$$

Querschnitte, bei denen dieses Verhältniss eingehalten ist, heissen Querschnitte von gleicher Festigkeit. Bei Schmiedeseisen sind demnach die zweiachsig symmetrischen Querschnitte am zweckmässigsten, weil hier $T = T_1$. Bei Gusseisen sind unter der Voraussetzung, dass die biegende Kraft eine constante Richtung habe, solche Querschnitte am besten, wo $a = \frac{a_1}{2}$, weil hier $T = \frac{T_1}{2}$. Unter Berücksichtigung dieses Verhältnisses sind die in nachfolgender Tabelle zusammengestellten Querschnitte ermittelt.

Die Zugseite ist die der neutralen Achse zunächstliegende. Als Querschnittmodul ist der Werth $\frac{J}{a_1}$ ausgerechnet, so dass für \textcircled{c} stets $\frac{T_1}{m}$ einzuführen ist. F bezeichnet wieder den Flächen-

inhalt und φ den verhältnissmässigen Materialaufwand, denjenigen von Nro. I. gleich 1 gesetzt.

Man erhält φ aus:

$$\varphi = \frac{\beta_1}{\beta} \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{1/3} \left(\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}_1} \right)^{2/3} \dots \dots \dots (8)$$

wobei sich die bezifferten Buchstaben auf den zu untersuchenden Querschnitt, die unbezifferten auf den bekannten, mit dem Materialaufwand 1 beziehen, und $\beta = \frac{F}{b^2}$, $\alpha = \frac{Z}{b^3}$, $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$ zu setzen ist. \mathfrak{S} und \mathfrak{S}_1 fallen nur dann verschieden aus, wenn $\frac{a}{a_1}$ nicht bei beiden Querschnitten gleich ist. Man sieht indessen aus (8), dass kleine Abweichungen von dem genauen Verhältniss nur wenig merkbar werden.

Greift die biegende Kraft abwechselnd in entgegengesetzter Richtung an, so ist auch für Gusseisen der zweiachsig symmetrische Querschnitt am besten, und stets der kleinere Tragmodul als Grenzwert für \mathfrak{S} einzuführen.

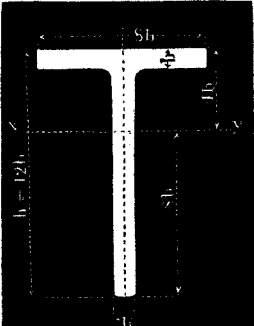
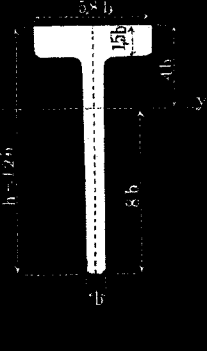
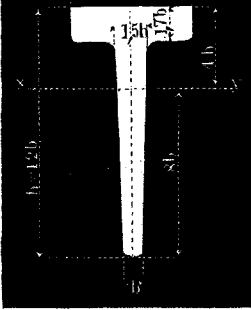
Aendert sich die Krafrichtung endlich fortwährend so, dass sich die neutrale Achse um den Schwerpunkt des Querschnittes dreht (Tragachsen), so ist der Kreisringquerschnitt am vortheilhaftesten, sehr gut sind aber auch dann kreuz- und sternförmige Querschnitte nach Art von Nro. IX, XI und XXIV, Tabelle §. 7, weil beim Drehen hier stets wieder weit abstehende Querschnitt-elemente in die Biegungsebene gerückt werden.

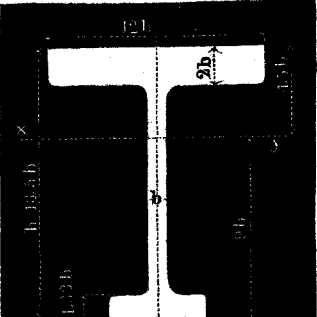
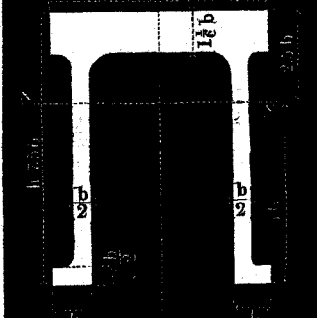
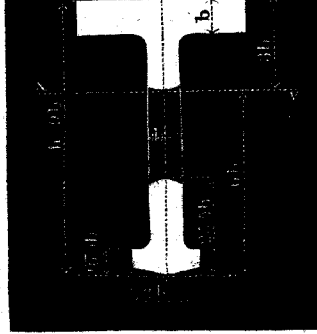
Beispiel. Es sei ein gusseiserner freitragender Arm, belastet nach Fall I., §. 6, S. 12, für eine Last $P = 2500^k$ bei einer Länge $l = 2m$ zu construiren. Wir wählen den Querschnitt Nro. V. der folgenden Tabelle,

und haben in die Gleichung (4): $M = \mathfrak{S} \frac{J}{a} = \mathfrak{S} Z$ zu setzen: $M = 2500 \cdot 2000, \frac{J}{a} = Z = 16b^3$. Bei zweifacher Tragsicherheit ist zu nehmen: $\mathfrak{S} = \frac{15}{2} = 7,5$. Diese Werthe eingeführt giebt: $2500 \cdot 2000 = 7,5 \cdot 16 b^3$, woraus $b = 1000 \sqrt[3]{\frac{5}{16 \cdot 7,5}} = \frac{1000}{\sqrt[3]{24}} = 34,7$, wofür man nehmen würde 35mm.

Die Querschnittfläche beträgt dabei $13,3 \cdot 35^2 = 16292,5$ Quadratmillimeter. Die übrigen Querschnittmaasse ergeben sich aus den der Figur V eingeschriebenen Verhältnisszahlen. Sollte die Rechnung für preuss. Maass ausgeführt werden, so hätte man $P = 5000$ Pfund, $l = 2 \cdot 38,23 = 76,46$ Zoll, \mathfrak{S} nach Tabelle §. 2 = $\frac{20520}{2}$, wofür wir 10000 nehmen, zu setzen.

Dies liefert: $b = \sqrt[3]{\frac{5000 \cdot 76,46}{10000 \cdot 16}} = 1,34$ Zoll.

Nro.	Querschnittform.	J	a	Z	F	φ
I.		$278 b^4$	$8b$	$34,8 b^3$	$19 b^3$	1
II.		$269 b^4$	$8b$	$33,6 b^3$	$19,2 b^3$	1,03
III.		$295 b^4$	$8b$	$36,9 b^3$	$23,1 b^3$	1,19

Nro.	Querschnittform.	J	a	Z	F	φ
IV.		922b ⁴	9b	102,4b ³	40,8b ²	1,04
V.		80b ⁴	5b	16b ³	13,8b ²	0,91
VI.		119b ⁴	6b	19,8b ³	10,5b ²	0,67

§. 10.

Körper von gleicher Biegungsfestigkeit.

Man erhält einen Körper von gleicher Biegungsfestigkeit oder gleichem Biegungs widerstand, wenn man in einem der Biegungs ausgesetzten Stabe die Querschnitte so wählt, dass in allen die Maximalspannung \mathcal{S} auf Zug- oder Druckseite denselben Werth erhält; demnach lässt sich gemäss Formel (4) die Gleichung für die Körperform entwickeln aus:

$$\frac{M a}{J} = Const. \dots \dots \dots (11)$$

Die Körperformen von gleicher Biegungsfestigkeit und besonders ihre Annäherungen finden zahlreiche Anwendungen im Maschinenbau; von ihnen gilt übrigens ebenfalls das in §. 4 Gesagte in vollem Maasse. Eine Reihe derselben ist in der folgenden Tafel zusammengestellt.

Die Biegungs, welche Körper von gleicher Festigkeit in Folge der Belastung annehmen, ist nothwendig grösser, als bei prismatischen Körpern von derselben Angriffweise der biegungs Kraft. Bei den Fällen I. und V. der folgenden Tafel ist die Einsenkung f angegeben; sie ist bei I. doppelt, bei V. $1\frac{1}{2}$ mal so gross als bei dem gleicherweise angegriffenen prismatischen Stabe. Im Allgemeinen gilt für die elastische Linie derjenigen (genau geformten) der folgenden Körper, deren Achse im unbelasteten Zustande gerade ist, der Ausdruck:

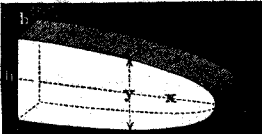
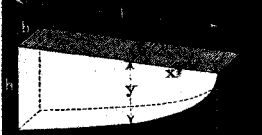
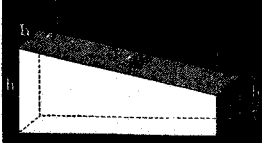
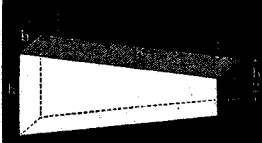

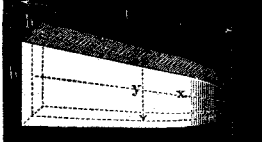
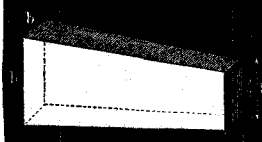
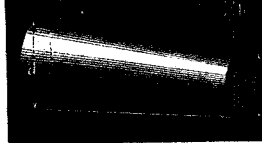
$$\frac{d_2 y}{dx^2} = \frac{M_0}{E J_0} \frac{a_0}{a_x} \dots \dots \dots (12)$$

wenn

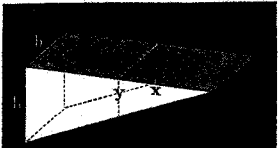
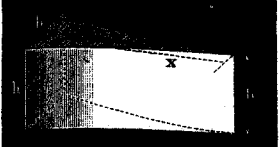
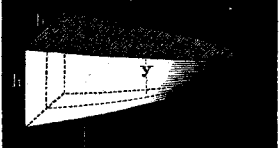
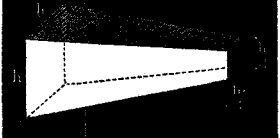
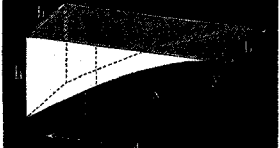
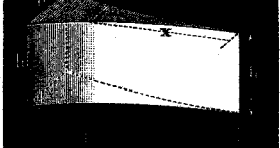
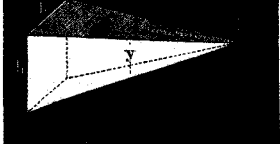
- M_0 das Moment der biegungs Kraft für irgend einen Querschnitt, z. B. den an der Befestigungsstelle,
- J_0 dessen Trägheitsmoment,
- a_0 dessen grössten Faserabstand, und
- a_x den grössten (auf derselben Seite wie a_0 gelegenen) Faserabstand des bei x gelegenen Querschnittes bezeichnet.

Für den Krümmungshalbmesser ρ der elastischen Curve ist dann:

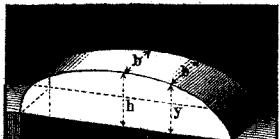
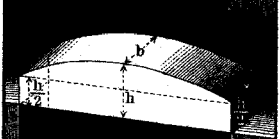
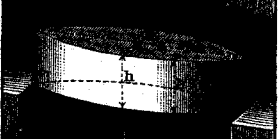
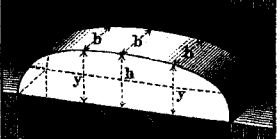
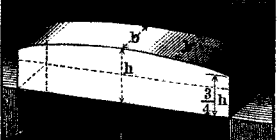
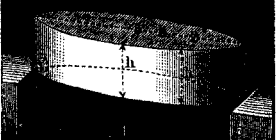
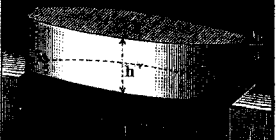
$$\rho = \frac{E J_0}{M_0 a_0} a_x \dots \dots \dots (13)$$

Nro.	Form.	Angriffsweise.	Gleichung.
I.		<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Die Last P greift am freien Ende an, Fall I., Tabelle S. 6.</p>	<p>Für den Rechteckquerschnitt ist:</p> $\frac{z y^2}{b h^2} = \frac{x}{l},$ <p>Fall I. und II., $z = b,$</p> $\frac{y}{h} = \sqrt{\frac{x}{l}}.$ <p>Parabolisch abgestumpfter Keil.</p>
II.			<p>Annäherung an Form I. Abgestumpfter Keil.</p>
III.			<p>Annäherung an Form II. Abgestumpfter Keil.</p>
IV.			<p>Annäherung an Form I. Abgestumpfter Keil.</p>
V.			<p>$y = h; \frac{z}{b} = \frac{x}{l}.$ Normalkeil.</p>
VI.			<p>$\frac{z}{y} = \frac{b}{h}; \frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}.$ Cubisch-parabolisch abgestumpfte Pyramide.</p>
VII.			<p>Annäherung an Form VI. Abgestumpfte Pyramide.</p>
VIII.			<p>Normalkegel-Stumpf. Annäherung an die strenge Form von der Gleichung $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$</p>

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{2}{3} bhl$	Einsenkung des freien Endes: $f = \frac{2}{3} \frac{Pl^3}{J_0 E}; J_0 = \frac{bh^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{2}{3} bhl$	Die elastische Linie ist im Normalzustande eine Parabel.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{3}{4} bhl$	Gefährlicher Querschnitt an der Einmauerungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{3}{4} bhl$	Die elastische Linie halbirt im Normalzustande den Spitzenwinkel des Keiles.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{1}{2} bhl$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{2} \frac{Pl^3}{J_0 E}; J_0 = \frac{bh^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{3}{5} bhl$	Die Gleichung $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$ gilt hier überhaupt, wenn die Querschnitte alle ähnlich sind.
$P = \frac{\mathfrak{E}bh^2}{6l}$	$\frac{19}{27} bhl$	Gefährlicher Querschnitt an der Einmauerungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{E}\pi}{32} \frac{d^3}{l}$	$\frac{19}{108} \pi l d^2$	Für gleiche Tragkraft mit Fall I. bis VII. hat man: $\frac{d}{h} = \sqrt[3]{\frac{16}{3\pi} \frac{b}{h}}$.

Nro.	Form.	Angriffsweise.	Gleichung.
IX.		Last P gleichförmig vertheilt. Fall VII., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allgemein: $\frac{zy^2}{bh^2} = \frac{x^2}{l^2};$ $z = b; \frac{y}{h} = \frac{x}{l}. \text{ Keil.}$
X.			$y = h; \frac{x}{l} = \sqrt{\frac{z}{b}}.$ Parabolisch zugeshärfter Keil.
XI.			$\frac{z}{y} = \frac{b}{h}; \frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{zx^2}{l^2}}.$ Pyramide abgestumpft nach semi-cubischen od. Neil'schen Parabeln.
XII.			Annäherung an Form XI. Abgestumpfte Pyramide.
XIII.		Last P gleichförmig abnehmend vertheilt. Fall XI., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allgemein: $\frac{zy^2}{bh^2} = \frac{x^3}{l^3};$ $z = b; \frac{x}{l} = \sqrt[3]{\frac{y^2}{h^2}}.$ Keil, zugeshärft nach der semi-cubischen Parabel.
XIV.			$y = h; \frac{x}{l} = \sqrt[3]{\frac{z}{b}}.$ Nach cubischen Parabeln zugeshärfter Keil.
XV.			$\frac{z}{y} = \frac{b}{h}; \frac{y}{h} = \frac{x}{l}.$ Pyramide.

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{3l}$	$\frac{1}{2} bhl$	Unter Abstumpfung der Endschärfe gut verwendbar.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{3l}$	$\frac{1}{3} bhl$	Lässt sich durch einen Normalkeil gut annähern.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{3l}$	$\frac{3}{7} bhl$	Zeigt eine gute Grundform für architektonische Tragsteine.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{3l}$	$\frac{13}{27} bhl$	Gefährlicher Querschnitt an der Einmauerungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{2l}$	$\frac{2}{5} bhl$	Ausdrucksvolle architektonische Grundform.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{2l}$	$\frac{1}{4} bhl$	Die Parabelscheiden berühren einander am freien Ende des Trägers.
$P = \frac{\mathfrak{S}bh^2}{2l}$	$\frac{1}{3} bhl$	Bemerkenswerth wegen der Einfachheit der Form.

Nro.	Form.	Angriffsweise.	Gleichung.
XVI.		<p>Die Last P ist gleichförmig vertheilt. Fall VIII., Tabelle S. 6.</p>	<p>Beim Rechteckquerschn. allgemein: $\frac{zy^2}{bh^2} = \frac{l^2 - 4x^2}{l^2};$ $z = b; \frac{y}{h} = \frac{z}{l} \sqrt{\frac{l^2}{4} - x^2}.$ <p>Halber Ellipsencylinder.</p> </p>
XVII.			<p>Annäherung an Form XVI. Obere Begrenzung cylindrisch.</p>
XVIII.			<p>$y = h; \left(\frac{x}{\frac{l}{2}}\right) = \sqrt{\frac{b-z}{b}}.$ <p>Prisma mit parabolisch begrenzter Grundfläche.</p> </p>
XIX.		<p>Die Last P ist nach der Mitte zu gleichförmig abnehmend vertheilt. Fall XII., Tabelle S. 6.</p>	<p>Beim Rechteckquerschn. allgemein: $\frac{zy^2}{bh^2} = \frac{l^3 - 8x^3}{l^3};$ $z = b; \frac{y^2}{h^2} = 1 - 8\frac{x^3}{l^3}.$ </p>
XX.			<p>Annäherung an Form XIX. Obere Begrenzung cylindrisch.</p>
XXI.			<p>$y = h; \left(\frac{x}{\frac{l}{2}}\right) = \sqrt[3]{\frac{b-z}{b}}.$ <p>Prisma mit cubisch-parabolisch begrenzter Grundfläche.</p> </p>
XXII.			<p>Annäherung an Form XXI. Die beiden krummen Flächen sind cylindrisch.</p>

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{4 \textcircled{S} b h^2}{3 l}$	$\frac{\pi}{4} b h l$	Die Formen XVI. bis XVIII. gelten auch, wenn P in einem durch die Länge l beweglichen Punkte angebracht ist; nur ist dann die Tragkraft kleiner, nämlich $P = \frac{2 \textcircled{S} b h^2}{3 \cdot \frac{7}{7}}$.
$P = \frac{4 \textcircled{S} b h^2}{3 l}$	Annähernd $\frac{5}{6} b h l$	
$P = \frac{4 \textcircled{S} b h^2}{3 l}$	$\frac{2}{3} b h l$	Die Parabeln können durch (sic einschliessende) Kreisbögen angenähert werden, die durch die Scheitel und die Endpunkte gehen.
$P = \frac{2 \textcircled{S} b h^2}{l}$	Annähernd $\frac{5}{6} b h l$	Die Curve besteht aus zwei in der Mitte in einander übergehenden Stücken.
Annähernd wie bei XIX.	Annähernd $\frac{11}{12} b h l$	Zwei gefährliche Querschnitte liegen zu beiden Seiten des mittleren Schnittes.
$P = \frac{2 \textcircled{S} b h^2}{l}$	$\frac{3}{4} b h l$	Kreisbögen durch die Scheitel und die Endpunkte fallen innerhalb der Curven.
Annähernd wie bei XXI.	Annähernd $\frac{7}{9} b h l$	Zwei gefährliche Querschnitte liegen zu beiden Seiten des mittleren Schnittes.

Mit den vorstehend gegebenen Formen sind nur die allereinfachsten der sich hier darbietenden Fälle erschöpft; leicht würden dieselben auf eine grosse Anzahl zu vermehren sein. (Uebungsaufgaben.) Hierfür brauchte man z. B. nur die Veränderlichkeit der Breiten- oder Höhenabmessungen etwas verwickelter einzuführen, als es geschah. So ergibt sich, wenn man bei I. den Grundriss parabolisch gestaltet, d. i. $\frac{z}{b} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ macht, $\frac{y}{h} = \sqrt[4]{\frac{x}{l}}$ (biquadratische Parabel) u. s. w. Zusammengesetztere Querschnitte liefern ebenfalls neue Körpergebilde, deren mannigfaltige Abänderungen einen reichen Wechsel von Formen darzubieten vermögen. Beispiele hierzu finden sich u. A. bei den Tragachsen, Kapitel VII.

§. 11.

Drehungsfestigkeit.

Tragkraft und Verdrehungswinkel.

Ein stabförmiger Körper, den entgegengesetzt gerichtete Kräftepaare um seine geometrische Achse zu drehen suchen, wird auf Drehungsfestigkeit in Anspruch genommen. Hierbei widerstehen die Elemente eines Normalschnittes mit ihrer Schub- oder Gleitungsfestigkeit, und zwar tritt bei Beanspruchungen innerhalb der Elasticitätsgrenze Gleichgewicht ein zwischen dem Moment der verdrehenden äusseren Kräfte einerseits, und den Momenten der Spannungen in den verschobenen Querschnittelementen andererseits, beide bezogen auf die polare Schwerpunktsachse des Querschnittes, d. h. auf die im Schwerpunkt des Querschnittes senkrecht auf ihm stehende Achse. Die Drehungsfestigkeit ist somit eine höhere Gattung der Schubfestigkeit, zu welcher sie in ähnlichem Verhältniss steht, wie die Biegefestigkeit zur Zug- und Druckfestigkeit.

Nennt man nun:

- M das statische Moment der auf einen Stabquerschnitt wirkenden verdrehenden Kräfte,
- J_p das polare Trägheitsmoment des Querschnittes, d. h. dessen Trägheitsmoment zu seiner polaren Schwerpunktsachse*),

*) Eine bei einzelnen Querschnittformen anzubringende Correction vorbehalten, vergl. §. 12.

a den Abstand des entferntesten Elementes des Querschnittes von dessen Schwerpunkt,

\mathfrak{S} die in diesem Element eintretende Schubspannung,

so ist:

$$M = \frac{\mathfrak{S} J_p}{a} \dots \dots \dots (14)$$

Wenn der Stab prismatisch ist, so ist $\frac{J_p}{a}$ constant. Führt man dann das Moment M auf einen Arm A , an welchem die verdrehende Kraft P angreift, zurück, so ist der gefährliche Querschnitt derjenige, für welchen M seinen Maximalwerth annimmt, und demnach die Tragkraft des Stabes:

$$P = \frac{\mathfrak{S}}{A_m} \frac{J_p}{a} \dots \dots \dots (15)$$

wenn A_m den dem Maximum von M entsprechenden Werth von A bezeichnet.

Die Elasticitätsgrenze wird wie bei der Schubfestigkeit erreicht, wenn $\mathfrak{S} = \frac{1}{5}$ des kleineren der beiden Tragmodul des Materials, aus welchem der Stab besteht.

Die Verdrehung, welche zwei von einander abstehende Querschnitte des Stabes annehmen, heisst der Verdrehungs- oder Torsionswinkel. Er werde mit ϑ bezeichnet; für den Abstand x der beiden Querschnitte hat man allgemein:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M}{J_p G} \dots \dots \dots (16)$$

wobei G den Drehungsmodul des Materials bezeichnet, welcher $\frac{2}{5}$ des Elasticitätsmoduls E ist.

Die folgende Tafel enthält nun für eine Reihe von Angriffarten der verdrehenden Kräfte an einem prismatischen Stab die Werthe für:

das Moment M an einer beliebigen Stelle (x) des Stabes,

die Tragkraft P nach Formel (15)

und den in Bogenmaass ausgedrückten Verdrehungswinkel ϑ des Stabes,

wobei mit PR das Gesamtmoment der verdrehenden Kräfte bezeichnet ist. Ausserdem bedeutet beim Fall Nro. IV. S den Angriffschwerpunkt sämmtlicher dort den Stab auf Verdrehung beanspruchenden Kräfte, welche alle auf den Hebelarm R zurückgeführt sind; l_0 ist dabei der Abstand des Punktes S von der Befestigungsebene des Stabes.

Nro.	Angriffweise.	Moment M .
I.		$M = PR$ für alle Punkte zwischen A und B .
II.		$M = PR \frac{x}{l}$
III.		$M = PR \frac{x^2}{l^2}$ $PR = \text{dem Gesamtmoment der verdrehenden Kräfte.}$
IV.		$M = \text{Summe der innerhalb der Länge } x \text{ angreifenden Momente.}$
V.		Im Stück c : $M = PR \frac{c_1}{l}$ Im Stück c_1 : $M = PR \frac{c}{l}$
VI.		$M = PR \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} \right)$

Tragkraft P .	Verdrehungswinkel ϑ .	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{PR \cdot l}{J_p G} \\ &= \frac{\mathfrak{S} l}{G a} \end{aligned}$	<p>Alle Querschnitte zwischen A und B sind gleich fest.</p>
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{1}{2} \frac{PR \cdot l}{J_p G} \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{S} l}{G a} \end{aligned}$	<p>Gefährlicher Querschnitt bei B.</p>
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{1}{3} \frac{PR \cdot l}{J_p G} \\ &= \frac{1}{3} \frac{\mathfrak{S} l}{G a} \end{aligned}$	<p>Die drehenden Kräfte sind gleichförmig abnehmend von B nach A vertheilt. Gefährlicher Querschnitt bei B.</p>
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{PR \cdot l_0}{J_p G} \\ &= \frac{\mathfrak{S} l_0}{G a} \end{aligned}$	<p>Allgemeine Form für die Fälle I., II. und III. Gefährlicher Querschnitt bei B. Der Werth von ϑ in III. wird aus dem in IV. erhalten, wenn man für l_0 den dort sich ergebenden Werth $\frac{l}{3}$ einsetzt u. s. w.</p>
<p>Wenn $c_1 < c$, so ist:</p> $P = \frac{\mathfrak{S} J_p l}{aR c}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{PR cc_1}{J_p G l} \\ &= \frac{\mathfrak{S} c_1}{G a} \end{aligned}$	<p>Gefährlicher Querschnitt im Stücke c_1 als im kürzeren Stücke.</p>
$P = 2 \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{1}{8} \frac{PR \cdot l}{J_p G} \\ &= \frac{1}{4} \frac{\mathfrak{S} l}{G a} \end{aligned}$	<p>Gefährliche Querschnitte bei A und B.</p>

§. 12.

Polare Trägheitsmomente und Querschnittmodel.

Das polare Trägheitsmoment J_p eines Querschnittes bestimmt sich leicht, indem man hat:




$$J_p = J_1 + J_2 \dots \dots \dots (17)$$

wenn J_1 und J_2 die Trägheitsmomente desselben Querschnittes zu zwei seiner, einander rechtwinkelig schneidenden Schwerlinien bezeichnen, deren Werthe für eine Menge von Querschnitten aus Tabelle §. 7 bekannt sind. Man kann demnach den polaren Querschnittmodul $\frac{J_p}{a} = Z_p$ leicht für die in der Praxis vorkommenden Fälle bestimmen. Eine Ausnahme machen indessen diejenigen Querschnitte, bei denen nicht $J_1 = J_2$, was z. B. bei Nro. III., VII., XII., XX., XXV. etc. §. 7 der Fall ist. Bei ihnen bedürfen die Ausdrücke J_p und $\frac{J_p}{a} = Z_p$ einer besonderen, durch weitläufige Rechnungen zu ermittelnden Correction, da bei denselben das Windschiefwerden der Querschnitte in Folge der Verdrehung einen stark bemerklichen Einfluss ausübt. Für das Rechteck, den einzigen für die Praxis wichtigen jener Querschnitte, sind in der folgenden kleinen Tabelle die corrigirten Werthe von J_p und $Z_p = \frac{J_p}{a}$ aufgeführt, während für Kreis und Quadrat die einer Correction nicht bedürftigen, aus (17) erhaltenen Werthe gegeben sind.

Beispiel. Ein cylindrischer schmiedeiserner Stab sei nach der An-
griffweise Nro. I. des vorigen Paragraphen von einer Kraft $P = 450^k$ an
einem Hebelarm $R = 600^{mm}$ ergriffen, und habe einen Durchmesser $d =$
 100^{mm} bei einer Länge $l = 1200^{mm}$. Dann ist die Spannung \mathcal{S} an seinem
Umfang: $\mathcal{S} = \frac{a}{J} P R = \frac{16}{\pi} \frac{270000}{100^3} = 1,38$, und der entstehende Ver-
drehungswinkel: $\vartheta = \frac{1,38 \cdot 1200}{8000 \cdot 50} = 0,00418$, was einem Winkel von $0^\circ 14'$
entspricht. Soll nun d verkleinert werden, so dass $\mathcal{S} =$ dem halben Trag-
modul für Verdrehung, d. i. $= \frac{1}{2} \frac{4}{5} \cdot 15 = 6$ wird, so ist zu nehmen:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \mathcal{S}} P R} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 270000}{\pi \cdot 6}} = 42,4, \text{ wofür wir setzen } d = 42^{mm}.$$

Dann wird der Verdrehungswinkel: $\vartheta = \frac{6 \cdot 1200}{8000 \cdot 21} = 0,0428$, in Graden
 $2^\circ 27'$.

Nro.	Querschnitt.	Polares Trägheitsmoment J_p .	Polarer Querschnittmodul $Z_p = \frac{J_p}{a}$.
I.		$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{\pi}{16} d^3.$
II.		$\frac{b^4}{6}$	$\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$
III.		$\frac{1}{3} \frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$

§. 13.

Körper von gleicher Drehungsfestigkeit.

Um einen Körper von gleicher Drehungsfestigkeit zu erhalten, hat man dessen Querschnittverhältnisse aus (14) zu entwickeln, indem man \mathcal{E} constant annimmt, also setzt:

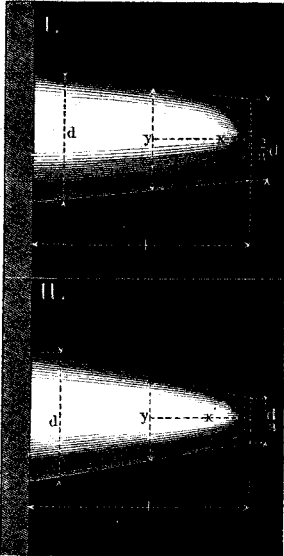
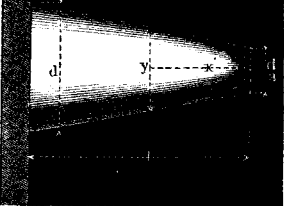
$$\frac{M a}{J_p} = Const. (18)$$

Für den Fall I. in Tabelle §. 11 hat man $M = PR$ für alle Querschnitte; demnach sind diese dort nur alle gleich, d. h. der Körper prismatisch zu machen, um ihm überall dieselbe Festigkeit zu geben. Die Fälle II. und III. geben die in der nachfolgenden kleinen Tabelle zusammengestellten Formen. Der Verdrehungswinkel muss bei den Körpern von gleicher Festigkeit grösser sein,

als bei den prismatischen Stäben; er ist bei den beiden unten gegebenen Körpern mitgetheilt. Man erhält ihn aus der Formel:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M}{J_x G} \dots \dots \dots (19)$$

wobei J_x das polare Trägheitsmoment des Querschnittes am Punkte (x) bedeutet.

Form.	Angriffsweise.	Gleichung und Verdrehungswinkel.
	<p>Fall Nro. II. S. 11.</p>	<p>Kreisquerschnitt: $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$; $PR = \mathfrak{C} \frac{\pi}{16} d^3$; $\vartheta = 3 \frac{\mathfrak{C}}{G} \frac{l}{d}$.</p> <p>Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{2}{3} d$.</p>
	<p>Fall Nro. III. S. 11.</p>	<p>Kreisquerschnitt: $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{l^3}}$; $PR = \mathfrak{C} \frac{\pi}{16} d^3$; $\vartheta = 6 \frac{\mathfrak{C}}{G} \frac{l}{d}$.</p> <p>Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{d}{3}$.</p>

§. 14.

Rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit.

Ein prismatischer Stab wird auf rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit, wie man sie auch nennen kann, beansprucht, wenn er in der Richtung seiner Längsachse zusammengedrückt wird und gleichzeitig seine Querschnittabmes-

sungen nicht gross im Verhältniss zu seiner Länge sind. Bei dieser Beanspruchung kommen Druck- und Biegungsfestigkeit gleichzeitig in Betracht, und zwar letztere in der Eigenthümlichkeit, dass nicht die Abscisse der elastischen Linie der Hebelarm der biegenden Kraft ist, wie bei der Biegungsfestigkeit, sondern die Ordinate dieser Curve. Daher rührt es, dass die zusammendrückende Kraft P , welche überhaupt eine Biegung des Stabes hervorbringen kann, dieses bei jeder Grösse der Biegung vermag, also auch bis zum Bruch, vorausgesetzt, dass bis zu diesem die Gesetze der vollkommenen Elasticität Gültigkeit hätten. Dies aber angenommen, würde jene Kraft P die theoretische Tragkraft und theoretische Bruchkraft gleichzeitig sein, da ihr die Elasticitätskräfte des Stabes sowohl das Gleichgewicht zu halten vermögen, als diese Kräfte auch bei einmal eingetretener Bewegung des Lastpunktes von P überwunden werden können.


In der folgenden Tabelle sind für einige der wichtigsten Angriffarten der zusammendrückenden Kraft die Hauptformeln für die rückwirkende Festigkeit angegeben. Es bezeichnet in den Formeln:

E den Elasticitätsmodul des Materials des Stabes, welcher als prismatisch angesehen ist;

J das kleinste Trägheitsmoment seines Querschnittes, bezogen auf eine Schwerlinie, also z. B. beim Rechteck, von der kleineren Seite b , der grösseren h , nach §. 7 $\frac{hb^3}{12}$.

Zu den nachstehenden Angaben ist zunächst zu bemerken, dass die sehr schätzbaren Versuche von Hodgkinson in der Regel eine etwas kleinere Bruchkraft ergeben, als sie sich aus den obigen Formeln ergibt; dies thut aber dem Werth der letzteren keinen Eintrag, da diese nur für den vollkommen elastischen Körper aufgestellt sind, und deshalb richtig bleiben, wenn man als Belastung einen genügend kleinen Proportionaltheil der Bruchkraft P anwendet. Es kann empfohlen werden, bei Gusseisen $\frac{1}{6}$, bei Schmiedeeisen $\frac{1}{4}$, bei Holz $\frac{1}{12}$ der theoretischen Bruchkraft als obere Grenze der zulässigen Belastung zu betrachten.

Die Hodgkinson'schen Versuche haben ferner noch gezeigt, dass flach aufstehende Säulen sich ungefähr so verhalten, als ob sie an dem abgeflachten Ende eingeklemmt wären.

Nro.	Angriffweise.	Theoretische Trag- und Bruchkraft.	Bemerkungen.
I.		$P = \frac{\pi^2 J E}{4 l^2}.$	<p>Das Ende <i>B</i> ist festgeklemmt; gefährlicher Querschnitt an der Befestigungsstelle.</p>
II.		$P = \pi^2 \frac{J E}{l^2}.$	<p>Beide Enden frei aufstehend und in der ursprünglichen Stabachse geführt. Gefährlicher Querschnitt in der Mitte.</p>
III.		$P = 2 \pi^2 \frac{J E}{l^2}.$	<p>Das untere Ende festgeklemmt, das obere in der ursprünglichen Stabachse geführt.</p>
IV.		$P = 4 \pi^2 \frac{J E}{l^2}.$	<p>Beide Enden festgeklemmt, und in der ursprünglichen Stabachse geführt. Gefährliche Querschnitte an den Enden und in der Mitte.</p>

Der Stab ist auf Druckfestigkeit zu berechnen, wenn:

beim Kreisquerschnitt $\frac{l}{d}$ kleiner als	beim Rechteckquerschnitt $\frac{l}{b}$ (b die kleinere Seite) kleiner als	und dabei das Material
5 12 6	$5\frac{3}{4}$ 14 8	Gusseisen. Schmiedeseisen. Holz.
10 24 $11\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$ 28 $13\frac{1}{2}$	Gusseisen. Schmiedeseisen. Holz.
14 33 16	16 38 19	Gusseisen. Schmiedeseisen. Holz.
20 48 23	23 56 27	Gusseisen. Schmiedeseisen. Holz.

§. 15.

Körper von gleicher Strebfestigkeit.

Man erhält eine Körperform von gleicher rückwirkender oder Strebfestigkeit, wenn man die Querschnitte in einem der obigen Stäbe so vom gefährlichen Querschnitt aus abnehmen lässt, dass, eine kleine eingetretene Biegung vorausgesetzt, die Maximalspannung in jedem Querschnitt denselben Werth erhält.

Für den Fall Nro. II. des vorigen Paragraphen kann man sich der folgenden Formel*) bedienen:

$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2}{\pi} \left(\text{arc. sin. } \sqrt[3]{\frac{Z_x}{Z}} - \sqrt[3]{\frac{Z_x}{Z}} \sqrt{1 - \left(\frac{Z_x}{Z}\right)^{2/3}} \right) \quad (20)$$

wobei x und y die in der folgenden Figur eingeschriebenen Coordinaten, Z_x den Querschnittsmodul für die Stelle x , Z denselben für die Mitte des Stabes bezeichnet.

Sind die Querschnitte Kreise, so wird beim Durchmesser h des Querschnittes in der Mitte:

$$\sqrt[3]{\frac{Z_x}{Z}} = \frac{y}{h}$$

und:

$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2}{\pi} \left(\text{arc. sin. } \frac{y}{h} - \frac{y}{h} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2} \right) \quad (21)$$

Uebersichtlicher gestaltet sich diese Formel, wenn man sie in eine Doppelgleichung auflöst, indem man setzt:

$$\frac{y}{h} = \sin. \varphi \quad \dots \quad (22)$$

worauf man erhält:

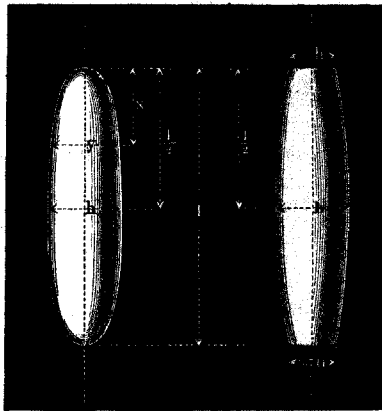
$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{1}{\pi} (2\varphi - \sin. 2\varphi) \quad \dots \quad (23)$$

Diese Gleichung gestattet unschwer ein graphisches Auffinden der Curve, deren Abscissengleichung (23) mit derjenigen einer

*) Von Redtenbacher.

Cycloide, und deren Ordinatengleichung (22) mit derjenigen einer Sinoide übereinstimmt. Diese Körperform wird angenähert durch

Fig. 1.



die zweite der in Fig. 1 angegebenen Formen, bei welcher die Erzeugungslinie ein Kreisbogen (der Krümmungskreis für den Curvenpunkt bei $x = \frac{l}{2}$) oder überhaupt eine schwach gekrümmte Linie ist.

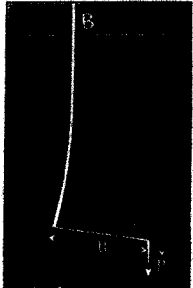
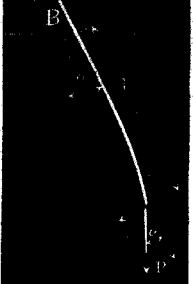
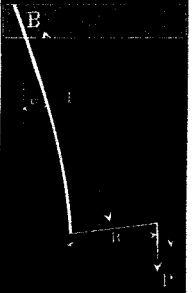
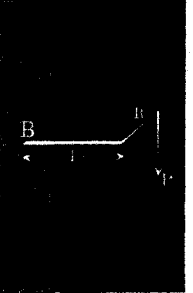
§. 16.

Zusammengesetzte Festigkeit.

Vielfach kommt es vor, dass mehrere Kräfte zugleich die Festigkeit eines Körpers in verschiedener Art beanspruchen, so dass z. B. ein Querschnitt auf Zug und Biegung, auf Drehung und Biegung u. s. w. gleichzeitig angestrengt wird. Die Tragkraft oder die eintretende Maximalspannung sind dann anders zu bestimmen, als gewöhnlich. Für einige der am häufigsten vorkommenden Fälle dieser sogenannten zusammengesetzten Festigkeit sind die Hauptformeln in der folgenden Tafel zusammengestellt. Es bezeichnet in derselben:

- ⊗ die grösste im gefährlichen Querschnitt eintretende Spannung,
- Z den Querschnittsmodul des gefährlichen Querschnittes, welcher durch B in den Figuren bezeichnet ist,
- F den Flächeninhalt des Querschnittes,
- J dessen Trägheitsmoment nach §. 7.

Reuleaux, der Constructeur.

Nro.	Angriffsweise.	Tragkraft.
I.		$P = \frac{\mathcal{E} F}{1 + R \frac{F}{Z}}$ <p>Beim Rechteckquerschnitt ($b h$)</p> $P = \frac{\mathcal{E} b h}{1 + 6 \frac{R}{h}}$
II.		$P = \frac{\mathcal{E} F}{\cos \alpha + \frac{F}{Z} l \sin \alpha}$ <p>Beim Rechteckquerschnitt ($b h$)</p> $P = \frac{\mathcal{E} b h}{\cos \alpha + 6 \frac{l}{h} \sin \alpha}$
III.		$P = \frac{\mathcal{E} F}{\cos \alpha + \frac{F}{Z} (l \sin \alpha + R \cos \alpha)}$ <p>Beim Rechteckquerschnitt ($b h$)</p> $P = \frac{\mathcal{E} b h}{\cos \alpha + 6 \frac{l}{h} (\sin \alpha + \frac{R}{l} \cos \alpha)}$
IV.		$P = \frac{\mathcal{E} Z}{\frac{3}{8} l + \frac{5}{8} \sqrt{l^2 + R^2}}$ <p>Ist M das biegende, M_1 das verdrehende Moment für einen Querschnitt, so ist für denselben:</p> $\mathcal{E} \frac{J}{a} = \frac{3}{8} M + \frac{5}{8} \sqrt{M^2 + M_1^2}$

Eine Betrachtung dieser Formeln zeigt, dass man manchmal die zusammengesetzte Beanspruchung wohl beachten muss. Wenn z. B. im Fall I. $R = \frac{h}{2}$ ist, d. h. die an einer Stange aufgehängte Last am Rand des Querschnittes ihren Schwerpunkt hat, so ist $P = \frac{\mathfrak{E}bh}{4}$, also die Tragkraft nur $\frac{1}{4}$ so gross, als bei einer genau centralen Aufhängung. Ist der Querschnitt ein Kreis (d),

so wird $P = \frac{\mathfrak{E} \frac{\pi}{4} d^2}{1 + 8 \frac{R}{d}}$, d. i. wenn wieder die Last am Rande

angebracht, also $R = \frac{d}{2}$ gemacht wird, $P = \frac{\mathfrak{E} \frac{\pi}{4} d^2}{5}$, die Tragkraft ist also noch kleiner als beim Rechteckquerschnitt. Die Fälle I. und II. leiten sich aus III. ab, indem man dort beziehlich α oder $R = 0$ setzt.

ZWEITER ABSCHNITT.

CONSTRUCTION DER MASCHINENTHEILE.

§. 17.

Vorbemerkungen.

Unter Maschinenelementen oder Maschinentheilen versteht man solche Theile, welche sich bei allen Maschinen mehr oder weniger zahlreich vorfinden und wiederholen, deren Construction sich daher allgemein gültigen Regeln unterwerfen lässt. Ihre Zahl ist nicht bedeutend, übrigens auch der Natur der Sache nach nicht fest bestimmbar; sie wird sich wahrscheinlich stets langsam vergrößern, indem immer mehr Maschinen in das Bereich besonderer theoretischer Untersuchung gezogen werden, wodurch die Möglichkeit geboten wird, sie in Elemente der genannten Art zu zerfällen, und diese in Regeln zu bringen. Die nachfolgend zusammengestellten Maschinentheile werden jetzt ziemlich allgemein als solche aufgefasst.

Während im ersten Abschnitte alle Formeln allgemein gehalten werden konnten, müssen sie hier für bestimmte Maasseinheiten ausgerechnet werden. Die hier für die Abmessungen und die Belastungen gewählten Einheiten sind der Millimeter und das Kilogramm; nur bei ausdrücklicher Bemerkung ist eine Abweichung hiervon angewandt. Für die Berechnungen in preussischem Maass sind am Schlusse dieses Abschnittes die für Neu-

pfund und Zoll umgerechneten Formeln tabellarisch zusammengestellt; die Bedeutung ihrer Buchstaben ist mit Hülfe der beige-fügten Nummern leicht aufzufinden. Die Geschwindigkeiten sind stets in Meter ausgedrückt und beziehen sich auf die Secunde als Zeiteinheit, die Umdrehungszahlen dagegen auf die Minute. Als Maass für Arbeitgrössen dient das Kilogrammeter ($^{\text{km}}$); die Arbeitstärke (Intensität der Arbeit) wird durch das Secundenkilogrammeter ($^{\text{km}}$) gemessen; endlich dient zur Messung grosser Arbeitstärken die Pferdestärke = 75^{km} .

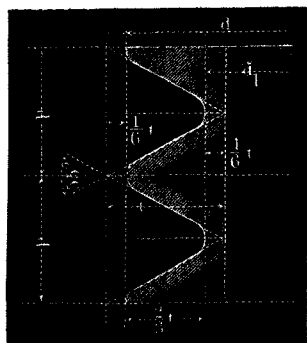
I. Befestigungsschrauben.

§. 18.

Das Whitworth'sche Schraubensystem.

Die Befestigungsschrauben werden vorzugsweise mit scharfem, nur bei grossen Dimensionen mit flachem Gewinde ausgeführt. Für das erstere richtet man sich in Bezug auf Steigung, Gangtiefe und Form der Gewinde fast ganz allgemein nach den von Whitworth vorgeschlagenen Regeln, welche nachstehend, dem metrischen Maasssystem möglichst angepasst, angegeben sind.

Fig. 2.



Bezeichnet (Fig. 2):

d den Bolzendurchmesser,

d_1 den Kerndurchmesser,

p die Ganghöhe der Schraube,

so ist zu nehmen:

$$p = 1 + 0,08 d \quad . \quad . \quad (25)$$

Die Gewinde werden in aneinandergereihte gleichschenklige Dreiecke eingezeichnet, deren Grundlinie = p , und deren Spitzenwinkel = 55° ist, wonach die Höhe $t = 0,96 p$ wird. Innen und aussen wird das Gewinde um $1/6 t$ abgerundet, so dass

die wirkliche Gangtiefe wird:

$$2/3 t = 0,64 p,$$

und der Kerndurchmesser:

$$d_1 = 0,9 d - 1,3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

§. 19.

Bolzendicke, Schraubenmutter, Schraubenkopf.

Der Bolzendurchmesser wird sehr häufig nach dem Gefühl bestimmt. Bei gegebener, in der Achsenrichtung der Schraube auf diese wirkender Kraft P ist zu nehmen (Morin):

$$P = 2,2 d_1^2 \dots \dots \dots (27)$$

$$d_1 = 0,67 \sqrt{P} \dots \dots \dots (28)$$

Die Schraubenmutter wird gewöhnlich sechsseitig, seltener vierseitig gemacht. Die Höhe derselben (mit der Schraubachse parallel gemessen) ist $= d$ zu nehmen. Ferner nehme man den Durchmesser des dem Sechseck oder Quadrat des Grundrisses der Mutter eingeschriebenen Kreises

bei bearbeiteten Müttern:

$$D = 5 + 1,4 d \dots \dots \dots (29)$$

bei unbearbeitet bleibenden Müttern:

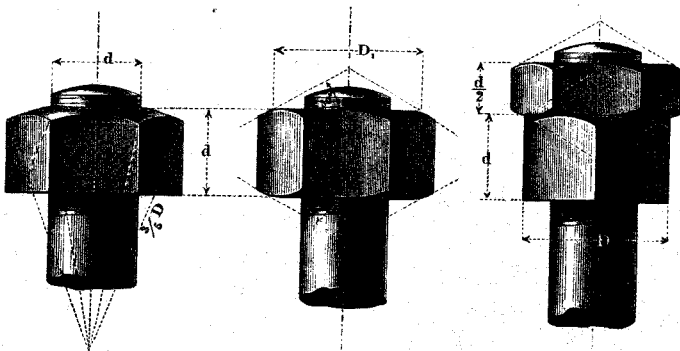
$$D_1 = 7 + 1,45 d \dots \dots \dots (30)$$

Bei bearbeiteten Müttern wird die obere Fläche nach einer Kugel vom Halbmesser $\frac{5}{3} D$ abgerundet (Fig. 3), bei unbearbeiteten die Ecken unten und oben nach einem Kegel vom Basis-

Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.



durchmesser D_1 und dem Basiswinkel 30° abgestumpft (Fig. 4). Dasselbe gilt bei Anwendung der Gegenmutter (Fig. 5), auch wenn beide Müttern bearbeitet sind.

Die Unterlegscheibe erhält einen Durchmesser $U = \frac{4}{3} D$

resp. $\frac{4}{3} D_1$ und eine Dicke $u = \frac{D}{10}$. Bei grösseren Dimensionen wird ihre obere äussere Kante abgestumpft.

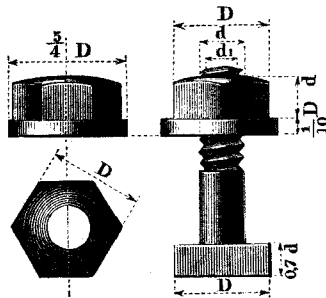
Der Schraubenkopf wird gewöhnlich mit quadratischer, manchmal auch mit sechseckiger Grundfläche ausgeführt, und erhält, ob bearbeitet oder unbearbeitet, die Breite $D = 5 + 1,4 d$ und die Höhe $h = 0,7 d$. Nach den hier gemachten Angaben ist die folgende Tabelle berechnet.

§. 20.

Tabelle über die scharfgängigen Schrauben.

Es bezeichnet:

Fig. 6.



- d den Bolzendurchmesser der Schraube;
- d_1 den Kerndurchmesser;
- n die Zahl der Gänge auf 10^{mm} Bolzenlänge;
- D den Durchmesser des dem Sechseck oder Quadrat der bearbeiteten Schraubenmutter eingeschriebenen Kreises;
- D_1 dieselbe Abmessung bei der unbearbeiteten Mutter;
- U und U_1 den Durchmesser der bearbeiteten und der unbearbeiteten Unterlegscheibe;
- u deren Dicke;
- h die Höhe des Schraubenkopfes;
- P die der Schraube anzuhängende Last;
- d_w den Bolzendurchmesser der Whitworth'schen Scala in englischen Zoll, welcher d am nächsten entspricht;
- n_w die zugehörige Anzahl der Schraubengänge auf einen Zoll englisch.

Beispiel. Für eine Schraube, welche einem Zug von 1200t ausgesetzt werden soll, ist nach dieser Tabelle zu benutzen Nro. 9.; es wird $d = 27$, $p = \frac{10}{3}$; die Mutter erhält, wenn sie unbearbeitet bleiben soll, einen Durchmesser von 47mm, eine Höhe von 27mm; der Kopf eine Breite von 47mm, eine Höhe von 19mm; die Unterlegscheibe erhält 63mm Durchmesser und 5mm Dicke.

Bolzen d	Kern d_1	Gänge n	Mutter		Scheibe			Kopf h	Last P	Whitworth	
			D	D_1	U	U_1	u			d_w	n_w
			bearb.	roh.	bearb.	roh.					
6	4,1	7	13	17	17	21	2	4	37	$\frac{1}{4}$	20
8	5,9	6	16	19	21	25	2,5	6	77	$\frac{5}{16}$	18
10	7,7	$5\frac{1}{2}$	19	22	25	29	3	7	130	$\frac{3}{8}$	16
12	9,5	5	22	25	29	33	3	8	199	$\frac{1}{2}$	12
15	12,2	$4\frac{1}{2}$	26	30	34	40	4	10	327	$\frac{5}{8}$	11
18	14,9	4	30	34	40	45	4	13	488	$\frac{3}{4}$	10
21	17,6	$3\frac{3}{4}$	34	38	45	51	4	15	681	$\frac{7}{8}$	9
24	20,3	3	39	43	52	57	4	17	907	1	8
27	23,0	3	43	47	57	63	5	19	1164	$1\frac{1}{8}$	7
30	25,7	$2\frac{1}{2}$	47	52	63	69	5	21	1453	$1\frac{1}{4}$	7
34	29,3	$2\frac{1}{2}$	53	57	70	76	5	24	1889	$1\frac{3}{8}$	6
38	32,9	$2\frac{1}{2}$	58	64	77	85	6	27	2381	$1\frac{1}{2}$	6
42	36,5	$2\frac{1}{8}$	64	69	85	92	6	29	2931	$1\frac{5}{8}$	5
46	40,1	$2\frac{1}{8}$	69	75	92	100	7	32	3528	$1\frac{3}{4}$	5
50	43,1	$1\frac{7}{8}$	75	81	100	108	7	35	4087	$1\frac{7}{8}$	$4\frac{1}{2}$
55	48,2	$1\frac{7}{8}$	82	88	105	114	8	38	5111	2	$4\frac{1}{2}$
60	52,7	$1\frac{5}{8}$	89	95	116	124	9	42	6110	$2\frac{1}{4}$	4
65	57,2	$1\frac{5}{8}$	96	102	125	133	10	45	7198	$2\frac{1}{2}$	4
70	61,7	$1\frac{3}{8}$	103	109	134	142	10	49	8375	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
75	66,2	$1\frac{3}{8}$	110	117	143	152	11	52	9641	3	$3\frac{1}{2}$

Es unterliegt keiner Frage, dass auch andere als die hier gegebenen Verhältnisse für die Ausführung der Muttern und Köpfe gut geeignet sein können; indessen ist es sicherlich zu empfehlen, sich an ein Dimensionensystem anzuschließen, damit die Gleichförmigkeit, welche man für die Gewindensysteme schon so glücklich erreicht hat, ihre Vorzüge auch bei den übrigen Abmessungen der Schrauben geltend machen könne.

§. 21.

Tabelle über die Gewichte der Rundeisenstäbe
von 100^{mm} Länge.

<i>d</i>	<i>G</i>	<i>d</i>	<i>G</i>	<i>d</i>	<i>G</i>	<i>d</i>	<i>G</i>	<i>d</i>	<i>G</i>
6	0,021	31	0,588	56	1,918	81	4,002	106	6,854
7	0,030	32	0,626	57	1,987	82	4,111	107	6,984
8	0,039	33	0,666	58	2,067	83	4,262	108	7,115
9	0,050	34	0,707	59	2,129	84	4,304	109	7,247
10	0,061	35	0,749	60	2,201	85	4,407	110	7,381
11	0,074	36	0,793	61	2,270	86	4,514	111	7,516
12	0,088	37	0,837	62	2,345	87	4,617	112	7,652
13	0,103	38	0,883	63	2,421	88	4,724	113	7,789
14	0,119	39	0,930	64	2,499	89	4,832	114	7,928
15	0,137	40	0,978	65	2,577	90	4,941	115	8,067
16	0,156	41	1,028	66	2,657	91	5,051	116	8,208
17	0,176	42	1,079	67	2,738	92	5,163	117	8,350
18	0,198	43	1,160	68	2,821	93	5,276	118	8,494
19	0,220	44	1,184	69	2,904	94	5,390	119	8,638
20	0,244	45	1,238	70	2,999	95	5,505	120	8,804
21	0,269	46	1,294	71	3,075	96	5,622	121	8,931
22	0,296	47	1,351	72	3,101	97	5,739	122	9,079
23	0,324	48	1,409	73	3,251	98	5,858	123	9,229
24	0,351	49	1,468	74	3,340	99	5,970	124	9,379
25	0,382	50	1,529	75	3,431	100	6,100	125	9,531
26	0,413	51	1,592	76	3,523	101	6,222	126	9,684
27	0,458	52	1,653	77	3,617	102	6,346	127	9,839
28	0,479	53	1,718	78	3,111	103	6,471	128	9,994
29	0,512	54	1,784	79	3,807	104	6,598	129	10,151
30	0,550	55	1,850	80	3,904	105	6,725	130	10,309

Diese Tabelle dient auch zur Gewichtberechnung cylindrischer Wellen u. s. w. Gusseiserne Cylinder von der angegebenen Grösse sind 0,93mal so schwer als die schmiedeisernen.

§. 22.

Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe
der Schrauben nach Tabelle §. 20.

Bolzen d	Mutter		Scheibe		Kopf	Bolzen d	Mutter		Scheibe		Kopf
	bearb.	roh.	bearb.	roh.	□		bearb.	roh.	bearb.	roh.	□
6	0,006	0,010	0,003	0,005	0,006	34	0,402	0,503	0,098	0,120	0,526
8	0,011	0,016	0,005	0,008	0,011	38	0,528	0,709	0,142	0,181	0,710
10	0,018	0,026	0,009	0,012	0,020	42	0,701	0,888	0,170	0,206	0,945
12	0,027	0,040	0,012	0,015	0,031	46	0,874	1,141	0,232	0,287	1,202
15	0,048	0,070	0,020	0,028	0,056	50	1,122	1,436	0,270	0,309	1,544
18	0,073	0,104	0,027	0,038	0,089	55	1,469	1,898	0,369	0,442	2,035
21	0,107	0,147	0,036	0,046	0,134	60	1,868	2,310	0,477	0,581	2,609
24	0,161	0,222	0,045	0,057	0,201	65	2,344	2,902	0,559	0,668	3,357
27	0,221	0,278	0,066	0,083	0,282	70	2,925	3,541	0,713	0,860	4,073
30	0,281	0,381	0,079	0,101	0,365	75	3,572	4,384	0,897	1,032	4,982

Beispiel. 100 Stück Schrauben von 21mm Dicke, 200mm Länge mit unbearbeiteten Muttern und Scheiben wiegen nach den beiden vorstehenden Tabellen:

$$100 \cdot 2,00 \cdot 0,269 + 100 (0,147 + 0,046 + 0,134) = 53,8 + 32,7 = 86,5 \text{ k.}$$

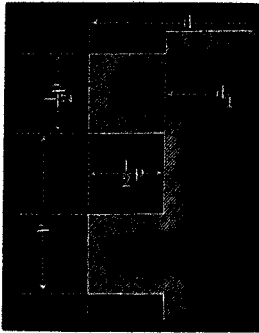
§. 23.

Flachgängige Befestigungsschrauben.

Das flache Gewinde wird für Befestigungsschrauben nur bei den grösseren Durchmesser angewandt. Die Gewindequerschnitte werden quadratisch gemacht, so dass bei der Steigung p die Gang-

tiefe = $\frac{p}{2}$ wird, Fig. 7. Man nehme:

Fig. 7.



$$p = 2 + 0,09 d \dots (31)$$

wonach die Kerndicke d_1 wird:

$$d_1 = 0,91 d - 2 \dots (32)$$

Die Belastung nehme man wie bei der scharfgängigen Schraube vom gleichen Kerndurchmesser.

Die Schraubenmutter, welche aus Schmiedeisen, Gusseisen oder Bronze gefertigt wird, soll behufs Kleinhaltung der Abnutzung so hoch genommen werden, dass sie 12 Gewindegänge enthält; dies geschieht, wenn man ihre Höhe h nimmt:

$$h = 24 + 1,08 d \dots (33)$$

In der Regel ist die Mutter sechsseitig; sie erhält dieselbe Dicke wie bei der scharfgängigen Schraube.

§. 24.

Andere Formen für Befestigungsschrauben.

Statt des vier- oder sechsseitigen Schraubenkopfes wendet man unter Umständen die in Fig. 8 bis 12 angegebenen Köpfe an,

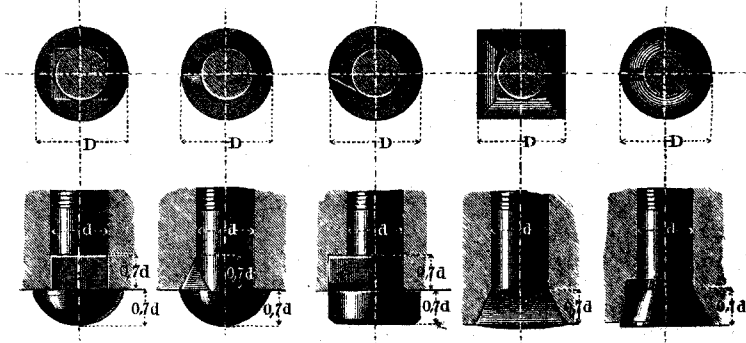
Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.



wovon die beiden letzten versenkt sind. Alle sind so eingerichtet, dass sie sich beim Anziehen der Mutter nicht drehen können.

Oft ist es nicht möglich, einen Schraubenkopf anzuwenden. Derselbe wird dann auf eine der folgenden Weisen ersetzt.

Fig. 13 Klauenschraube, zum Einlassen und Eingiessen in Qua-

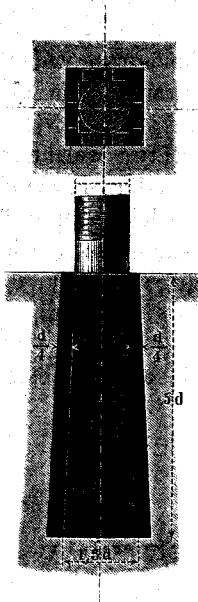
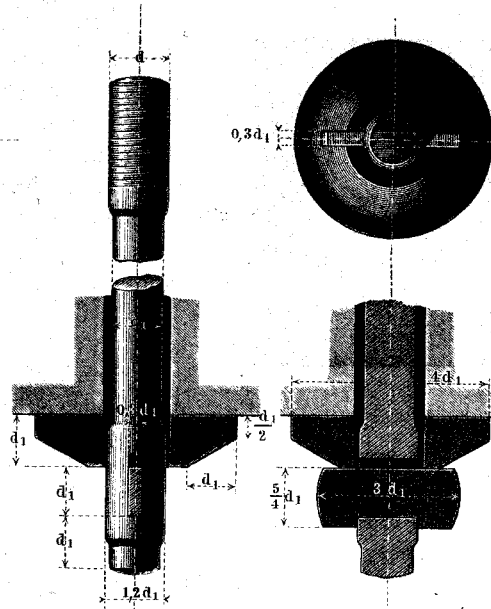


Fig. 14.



derstein bestimmt. Fig. 14 Fundament- oder Gründungsanker mit gusseiserner Druckplatte.

Fig. 15 Fundamentanker für die Fälle, wo gusseiserne Grundplatten benutzt werden*). Der Bolzen wird von oben eingesenkt (siehe die Punktirung rechts unten), und darauf um 90° gedreht und in die Höhe gezogen. Diese Construction ist auch beim Gebrauch von Quadern oder Hausteinen zweckmässig; das Schraubenloch im Stein wird dabei länglich gemacht und unten mit einer passenden Gusseisenkapsel abgeschlossen. Der Vortheil, dass der Anker jederzeit herausgehoben werden kann, und die Gründungsmauerung so einfach wird, ist hoch anzuschlagen, indem er die Gründung und Aufstellung der Maschinen ganz wesentlich erleichtert.

Fig. 16 und 17 Ersetzung des Kopfes durch Querkeil und Streifkeil. In diesen beiden Figuren sind gleichzeitig zwei

*) Nach einer Angabe in der Zeitschrift für Bauhandwerker, Juliheft 1860, ist diese Construction mit einigen Veränderungen gemacht.

Manieren, die Schraubenmuttern im Kleinen zu zeichnen, angegeben; die erstere einfachere (Fig. 16) ist für ganz kleine Zeichnungen besonders zu empfehlen. Beide Zeichnungsarten setzen indessen wohlverstanden voraus, dass die Ausführung der Muttern nach den Formen in Fig. 3 bis 5 geschehe.

Fig. 15.

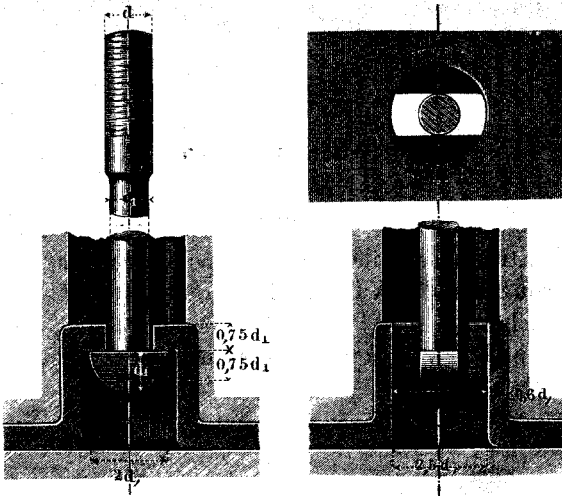


Fig. 18 und 19 Schraubstifte. Fig. 20 Kopfschraube.

Fig. 21 (a. f. S.) Schraube mit Zwischenkopf, zum Verbinden dreier Stücke; der Zwischenkopf wird auch häufig vierseitig gemacht.

Fig. 16. Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19. Fig. 20.

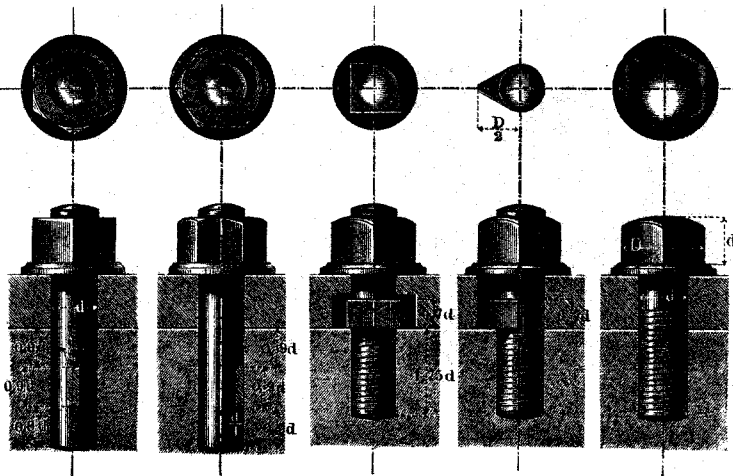


Fig. 22 Stehbolzen, zum Verbinden zweier voneinander entfernt zu haltender Stücke.

Fig. 21.

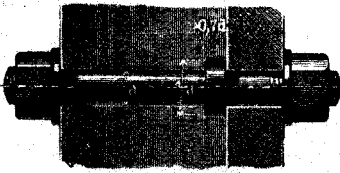
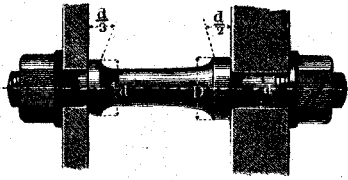


Fig. 22.



II. Schraubenverbindungen.

§. 25.

Die Constructionsteile, welche die Schrauben umgeben, haben dieselben von Seitendruck frei zu halten, und werden dafür besonders vorgerichtet.

Fig. 23 und 24 Verbindungen mit aneinandergepassten Falzen.

Fig. 23.

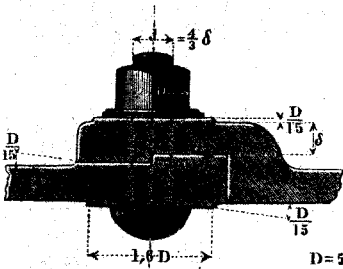


Fig. 24.

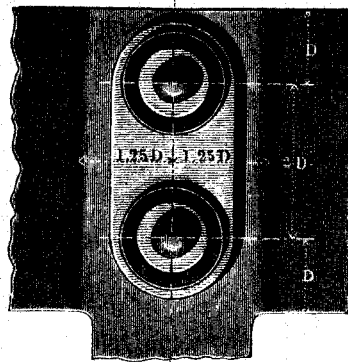
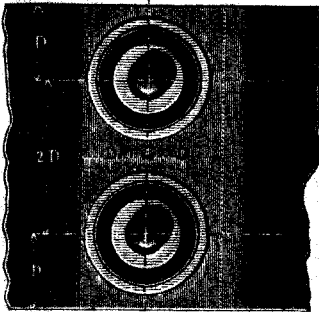
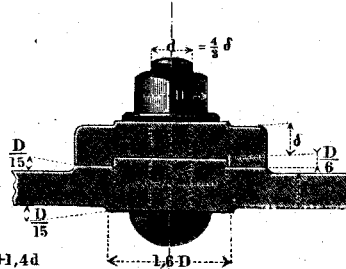
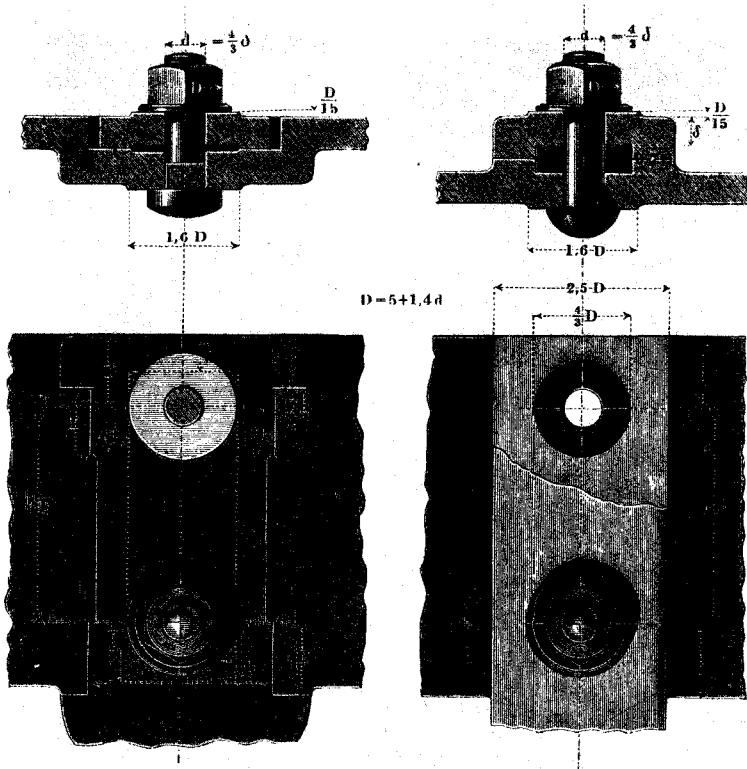


Fig. 25 ankerförmige Einpassung; Fig. 26 Verbindung mit Einlegescheibe. Die beiden letzteren Verbindungen befreien die Schrauben vom Seitendruck aus irgendwelcher Richtung, während

Fig. 25.

Fig. 26.

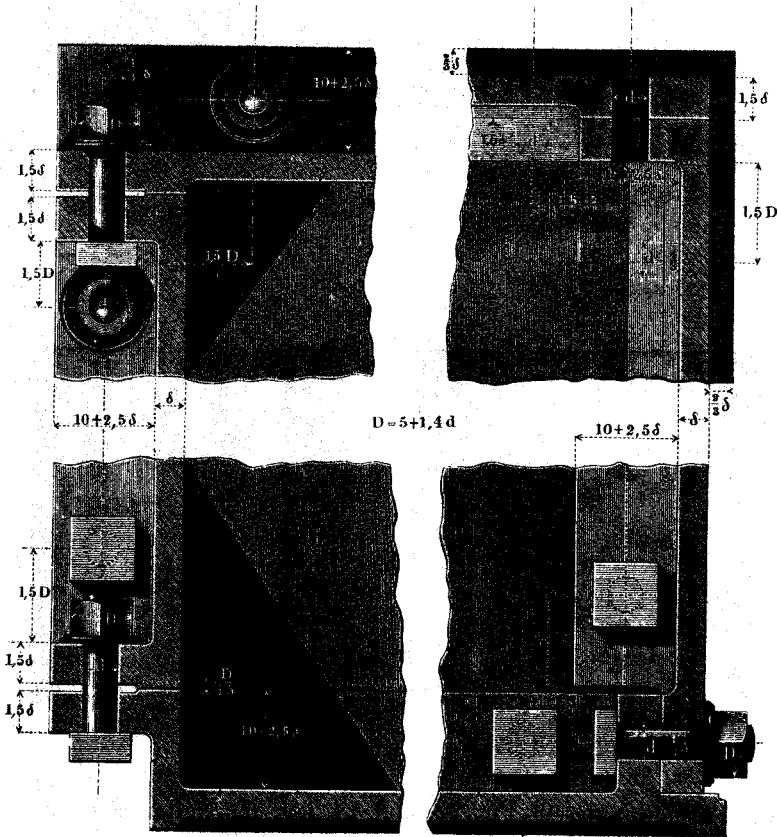


die Verbindungen in Fig. 23 und 24 nur für Seitenpressungen normal zu den Leisten eingerichtet sind. Die Einlegescheibe lässt sich sehr häufig benutzen, und ist wegen ihrer Einfachheit und Sicherheit sehr zu empfehlen. Sie wird aus Schmiedeisen gefertigt und passend abgedreht; ihre Versenkungen werden nach dem Bohren des Schraubenloches gemacht, wodurch ihre richtige Lage gesichert wird. Bei grossen Ausführungen kann die Scheibe aus Gusseisen hergestellt werden; oft auch lässt sie sich durch einen abgedrehten und halb eingelassenen Zwischenkopf (Fig. 21) ersetzen, vergl. das Lager in §. 88. Bei dem Bau hölzerner Schiffe werden grosse hölzerne Einlegescheiben vielfach angewandt, um die Theile der Schiffsr Rippen zu verbinden.

Fig. 27 und 28 Eckbildungen für Gefässe. Aus der Wanddicke δ wird d und daraus die übrigen Abmessungen abgeleitet.

Fig. 27.

Fig. 28.



III. Niet h e n .

§. 26.

Die Niet h e n dienen zur Verbindung plattenförmiger Körper, namentlich der Bleche. Verschiedene Formen derselben zeigen die folgenden Figuren.

Die gewöhnliche schmiedeiserne Niet h e n enthält einen ange-

schmiedeten Kopf, den Setzkopf, siehe Fig. 30, und einen zweiten, den Schliesskopf, welcher beim Schliessen der Nie-

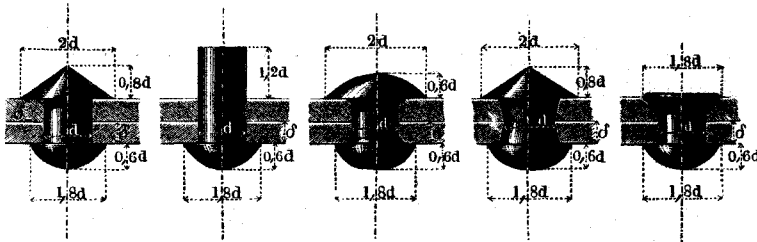
Fig. 29.

Fig. 30.

Fig. 31.

Fig. 32.

Fig. 33.



thung aus dem anderen Ende des Nagels gebildet wird, welches zu diesem Zwecke um 1,2 der Niethendicke vorstehen soll. Die Niethen Fig. 31 und 32 werden bei schmiedeisernen Brücken gebraucht; Fig. 33, Niethe mit versenktem Schliesskopf, bei den Schiffwänden oft angewandt.

IV. Niethverbindungen.

§. 27.

Festigkeit der Niethungen.

Die Niethverbindungen sollen entweder vorwiegend fest (Brückenträger und ähnliche Bauwerke) oder vorwiegend dicht sein (Gefässe von geringem inneren Druck, Schiffe, Gasbehälter), oder sie sollen die beiden genannten Eigenschaften möglichst vereinigen (Dampfkessel).

In Hinsicht auf die Festigkeit der Niethungen gilt Folgendes. Bezeichnet:

δ die Blechdicke,

d den Niethdurchmesser,

a den Abstand zweier benachbarter Niethen einer Niethreihe,

b die Breite des Blechrandes, von der Mitte der dem Rande zunächst liegenden Niethen gemessen, s. Fig. 34,

n die Anzahl der Niethreihen einer Niethreihe,

φ das Verhältniss zwischen der Festigkeit der Niethreihe und derjenigen des vollen Bleches,

Reuleaux, der Constructeur.

so ist, wenn die Niethen, das zwischen ihnen bleibende Blech und der Blechrand gleiche Festigkeit haben sollen, zu nehmen:

$$\frac{a}{\delta} = n \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{\delta} \right)^2 + \frac{d}{\delta} \dots \dots \dots (34)$$

$$\frac{b}{\delta} = \frac{1}{2} \frac{a - d}{\delta} \dots \dots \dots (35)$$

und es wird dabei:

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \frac{\delta}{d}} \dots \dots \dots (36)$$

Eine Reihe von Werthen, welche diese Formeln für die einfache und die doppelte Niethung ($n = 1$ und $n = 2$) liefern, enthält folgende Tabelle. Leicht ist es, die Rechnung für Niethungen von noch mehr Reihen (Brückenträger) zu machen, wobei aber nicht zu übersehen ist, was in §. 29 von den Laschen-Niethungen gesagt wird.

§. 28.

Tabelle über die Festigkeit der Niethungen.

$\frac{d}{\delta} =$	1		1,5		2		2,5		3		4	
	$n=1$	2	$n=1$	2	$n=1$	2	$n=1$	2	$n=1$	2	$n=1$	2
$\frac{a}{\delta} =$	1,78	2,57	3,27	5,03	5,14	8,28	7,41	12,36	10,06	17,13	16,56	29,12
$\frac{b}{\delta} =$	0,39	0,39	0,88	0,88	1,57	1,57	2,45	2,45	3,53	3,53	6,28	6,28
$\varphi =$	0,44	0,61	0,54	0,70	0,61	0,76	0,66	0,79	0,70	0,83	0,76	0,86

Wie man sieht, wird eine Niethung stets erheblich schwächer als das volle Blech. Versuche, welche Fairbairn mit einfachen und doppelten Niethungen anstellte, haben die vorstehenden Zahlen aufs vollständigste bestätigt. Im Allgemeinen sieht man, dass weit auseinanderstehende und dicke Niethen eine festere Verbindung liefern, als engstehende dünne. Bei Brückenträgern und ähnlichen Constructionen thut man wohl, die obigen Verhältnisse zu berücksichtigen. Man hat bei wichtigen und sehr

materialreichen Constructionen die Ungleichheit zwischen der Festigkeit der Blechtafel und derjenigen der Näthe dadurch beseitigt, dass man die stärkst beanspruchten Niethränder um das $\frac{1}{\varphi}$ fache dicker fertigte, als die übrigen Theile der Tafel, was indessen erhebliche Schwierigkeiten für die Herstellung der Bleche mit sich bringt.

§. 29.

Dampkesselnietungen.

Bei den Nietungen der Dampfessel darf man wegen des dichten Verschlusses keine weite Niethstellung anwenden; ausserdem sind aber bei dünneren Blechen verhältnissmässig dickere und weitergestellte Nieten zu benutzen, als bei stärkeren Blechen. Die Niethnäthe werden einfach und doppelt gemacht.

Fig. 34.

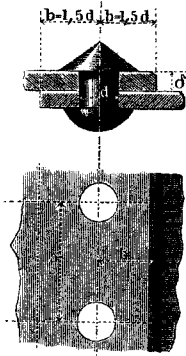


Fig. 35.

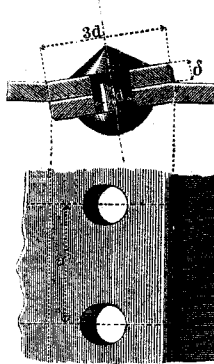


Fig. 36.

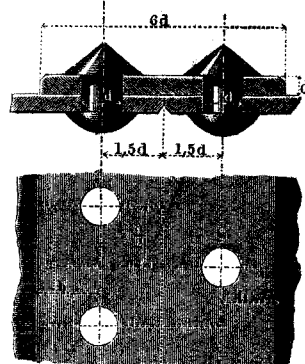


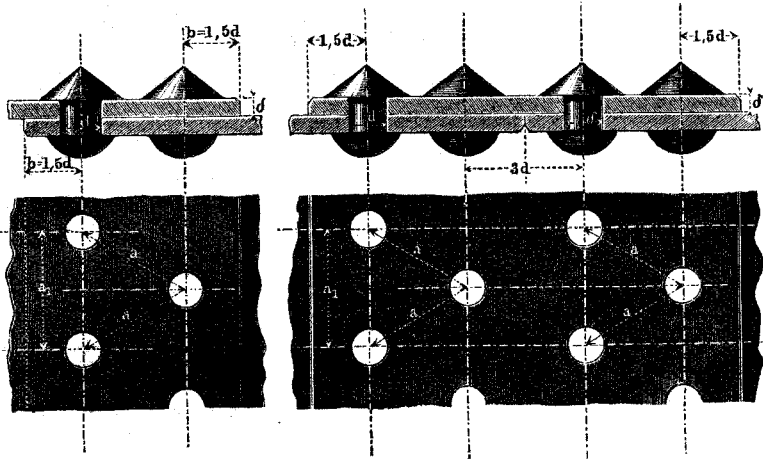
Fig. 34, gewöhnliche einfache Niethung. Fig. 35, dieselbe mit abgebogenen Rändern, wobei die innere und äussere Fläche der verbundenen Tafeln in einerlei Richtung kommen. Fig. 36, einfache Laschennietung, gut angewandt bei stehenden Röhren, Kaminen etc. Die aufgelegte Lasche ist in Hinsicht auf die Festigkeit der Verbindung als eine Blechtafel anzusehen, und somit die Niethung trotz der doppelten Niethreihe als eine einfache zu betrachten. Bei den Blechträgern der Brücken legt man auch wohl beiderseits eine Lasche auf, um die Kräfte symmetrisch zu der Mittelebene des Bleches zu vertheilen, und damit die Nietten vor schieferm Druck zu schützen. Die einzelnen Laschen werden dann

etwas mehr als halb so dick genommen, als die Blechtafel. Die Rauchröhren der Cornwall-Kessel erhalten neuerdings in den Quernäthen Laschenniethungen; als Lasche wird aber dabei behufs Verstärkung des Rohres ein seine Rippe nach aussen kehrendes T-Eisen, Fig. 45, §. 32, genommen.

Fig. 37, gewöhnliche doppelte Niethung. Fig. 38, doppelte Laschenniethung.

Fig. 37.

Fig. 38.



Nach Lemaître ist es zweckmässig, für Dampfkessel zu nehmen bei der einfachen Niethung:

$$d = 4 + 1,5 \delta \quad \dots \quad (37)$$

$$a = 10 + 2 d \quad \dots \quad (38)$$

$$b = 1,5 d \quad \dots \quad (39)$$

Es fällt dabei für die gewöhnlich vorkommenden Dimensionen φ zwischen 0,65 und 0,58. Bei den doppelten Niethungen nehme man:



$$a_1 = 20 + 3 d \quad \dots \quad (40)$$

Man findet indessen auch oft hier $a_1 = a = 10 + 2 d$ gemacht, wobei also die Verdoppelung der Niethung nur die Dichtigkeit, nicht aber die Festigkeit der Nath erhöht. Nach den gegebenen Formeln ist nachfolgende Tabelle berechnet.

Das Material der eisernen Niethen soll stets von der besten Beschaffenheit sein, damit es die gewaltsamen Formänderungen, welche die Niete zu erleiden hat, ertragen kann. Bei dieser Gelegenheit beweist sich die Zähigkeit des Schmiedeisens (siehe §. 2) als ausserordentlich nützlich.

§. 30.

Tabelle über die Nietungen der Dampfkessel.

δ	d					Schafflänge	a	a_1	Gewicht von 100 Stück Nieten.	Gewicht der Köpfe von 100 Stück Nieten.
		Höhe $0,6 d$	Dchm. $1,8 d$	Höhe $0,8 d$	Dchm. $2 d$					
4	10	6	18	8	20	20	11	30	1,89	1,40
5	11,5	7	21	9	23	24	13	33	2,88	2,07
6	13	8	23	10	26	27	15	36	4,22	2,98
7	14,5	9	26	12	29	31	16	39	6,10	4,32
8	16	10	29	13	32	36	18	42	8,42	5,92
9	17,5	11	32	14	35	40	20	45	11,05	7,69
10	19	11	34	15	38	43	21	48	14,08	9,68
11	20,5	12	37	16	41	47	23	51	18,62	12,96
12	22	13	40	18	44	50	25	54	21,90	14,82
13	23,5	14	42	19	47	54	26	57	26,96	17,86
14	25	15	45	20	50	59	28	60	33,23	22,53
15	26,5	16	48	21	53	62	30	63	39,59	26,72
16	28	17	56	22	56	66	31	66	46,46	31,93
17	29,5	18	50	24	59	70	33	69	54,69	36,67
18	31	19	53	25	62	73	35	72	62,92	41,75
19	32,5	20	59	26	65	77	36	75	73,00	48,45
20	34	20	61	27	68	81	38	78	83,42	54,54
21	35,5	21	64	28	71	84	39	81	95,60	63,26
22	37	22	67	30	74	89	41	84	109,81	72,98
23	38,5	23	69	31	77	92	43	87	122,31	80,63
24	40	24	72	32	80	96	44	90	136,92	89,98

Die Schafflänge ist $= 2 \delta + 1,2 d$ gesetzt, entspricht also einer Niete, welche zwei Bleche von der Dicke δ zu verbinden hat. Die beiden letzten Spalten sind bei Voranschlägen für Nietungen von Nutzen; demselben Zwecke dient die folgende Tabelle.

§. 31.

Tabelle über die Gewichte der Metallplatten.

Blech- dicke m m.	Gewicht in Kilogr. pro 1 Quadratmeter.					
	Schmied- eisen.	Guss- eisen.	Messing.	Kupfer.	Blei.	Zink.
1	7,79	7,24	8,51	8,79	11,35	6,86
2	15,58	14,49	17,02	17,58	22,70	13,72
3	23,36	21,73	25,52	26,36	34,06	20,58
4	31,15	28,97	34,08	35,15	45,42	27,44
5	38,04	36,22	42,54	43,94	56,76	34,31
6	46,73	43,46	51,05	52,73	68,11	41,17
7	54,52	50,70	59,56	61,52	79,47	48,08
8	62,30	57,94	68,06	70,30	90,82	54,89
9	70,09	65,19	76,57	79,09	102,17	61,75
10	77,88	72,43	85,08	87,88	113,52	68,61
11	85,67	79,67	93,59	96,67	124,88	75,47
12	93,46	86,92	102,10	105,46	136,23	82,33
13	101,24	94,16	110,60	114,24	147,58	89,19
14	109,03	101,40	119,11	123,03	158,93	96,05
15	116,82	108,65	127,62	131,82	170,28	102,92
16	124,61	115,89	136,13	140,61	181,63	109,78
17	132,40	123,13	144,64	149,40	192,99	116,64
18	140,18	130,37	153,14	158,18	204,34	123,50
19	147,97	137,62	161,65	166,97	215,69	130,36
20	155,76	144,86	170,16	175,76	227,04	137,22
21	163,55	152,10	178,67	184,55	238,39	144,08
22	171,34	159,35	187,18	193,34	249,75	150,94
23	179,12	166,59	195,68	202,12	261,10	157,80
24	186,91	173,84	204,19	210,91	272,45	164,66
25	194,70	181,18	212,70	219,70	283,80	171,53

Das Gewicht eines Quadratmeters Platte ist gleich dem Gewicht des Cubikdecimeters ihres Materials (oder ihrem specif. Gewicht) mult. mit der Plattendicke in mm.

§. 32.

Andere Formen von Niethverbindungen.

Bildung von Flächen. Bei der Vereinigung von Blechtafeln zu grösseren Platten (geraden wie gekrümmten) kommen die folgenden beiden Verbindungen viel zur Anwendung.

Fig. 39.

Fig. 40.

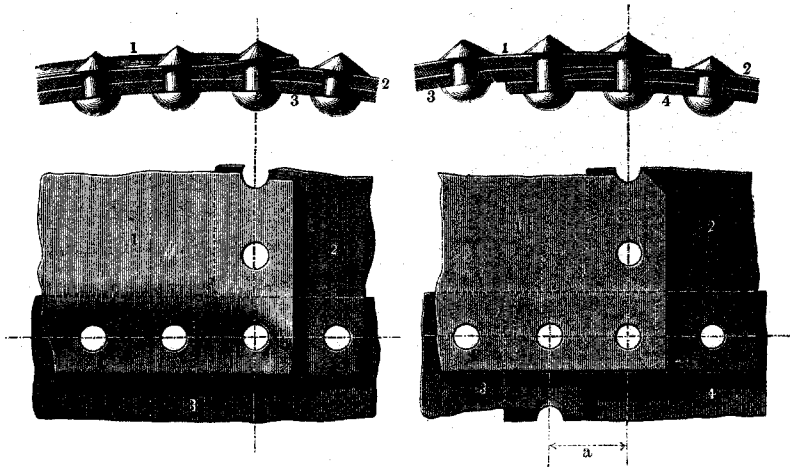


Fig. 39, Verbindung von 3 Tafeln. Behufs sicheren Anlegens wird das Blech Nro. 2 an der Ecke zugeschräpft und Nro. 1 darüber hingebogen. Fig. 40, Verbindung von 4 Tafeln; hier erhalten die Bleche Nro. 2 und 3 eine Zuschärfung, während 1 und 4

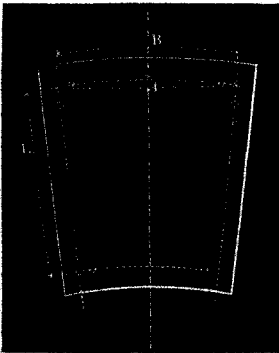
Fig. 41.

Fig. 42.



sowohl ungeschärft als ungekröpft bleiben. Bei dem Bau von Dampfkesseln werden die einzelnen Rohrstücke entweder cylindrisch ineinandergeschoben, Fig. 41, oder wie es Fig. 42 andeutet, als Hohlkegelabschnitte gebildet, so dass die Fugenköpfe alle dieselbe Richtung von der Flamme ab erhalten. Letztere Verbindung erfordert eine Krümmung der an den Kegelgrundflächen liegenden Tafelränder und Niethreihen, welche man wie folgt bestimme.

Fig. 43.



Ist noch:

D der Kesseldurchmesser, an der in Fig. 42 angegebenen Stelle gemessen,

$U = \pi D$ der an derselben Stelle gemessene Kesselumfang,

B die Breite einer Platte, Fig. 43, gemessen auf U zwischen den Mitteln der Längsnietreihen,

L die Länge der Platte, zwischen den Quernietreihen gemessen,

f die gesuchte Pfeilhöhe des Bogens B ,

so nehme man:

$$\frac{f}{\delta} = \frac{1}{4} \frac{B}{D} \frac{B}{L} \dots \dots \dots (41)$$

oder:

$$\frac{f}{\delta} = 0,785 \frac{B}{U} \frac{B}{L} \dots \dots \dots (42)$$

Beispiel. Bei Röhren, deren Umläche aus einer Tafel hergestellt wird (Sieder, Röhren) ist $B = U$. Wäre in einem solchen Falle die Tafellänge $L = 1^m$, die Breite $B = 2^m$, so würde nach (42) zu nehmen sein: $\frac{f}{\delta} = 0,785 \cdot 2 = 1,570$, also f etwas über $1\frac{1}{2}$ Blechdicke. Bei dieser Aufgabe wäre $D = \frac{U}{\pi} = \frac{1}{\pi} B = 0,318 \cdot 2000 = 636^{mm}$, mithin nach (41) zu nehmen: $\frac{f}{\delta} = \frac{1}{4} \frac{2000}{636} \cdot \frac{2000}{1000} = \frac{1000}{636} = 1,57$ wie vorhin. Die der betrachteten gekrümmten Nietreihen gegenüberliegende Reihe wird jener ersteren parallel gemacht.

Versteifung von Flächen. Hierzu dienen am allermeisten aufgenietete Winkeleisen, Fig. 44, und T-Eisen, Fig. 45.

Die hier mitgetheilten Verhältnisse derselben (die in Fig. 45 sind von Redtenbacher angegeben) liefern sehr gute Abmessungen.

Fig. 44.

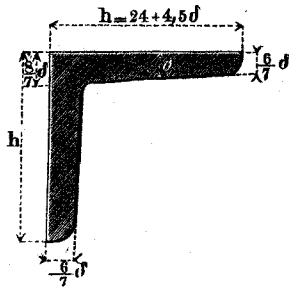
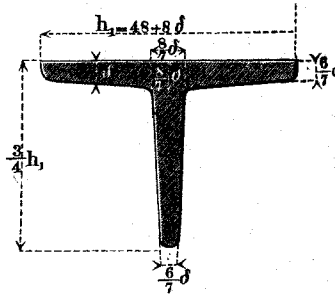


Fig. 45.



gen. δ bezeichnet die Dicke des Bleches, für welches das Winkel- oder T-Eisen angewandt werden soll. Die bei kleinem δ grosse Höhe h gestattet stets ein gutes Unterbringen der Niethköpfe. Die Querschnittformen der T-Eisen finden sich in der Praxis veränderlicher als die der Winkeleisen; kleine Schwankungen in den Verhältnissen sind zwecklos, und deshalb eine Vereinigung der Fabrikanten auf Normalquerschnitte auch hier durchführbar.

Zur Versteifung paralleler, nah benachbarter Tafeln dienen die Stehbolzen, Fig. 46 bis 48.

Fig. 46.

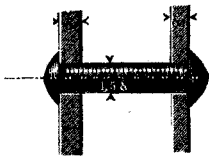


Fig. 47.

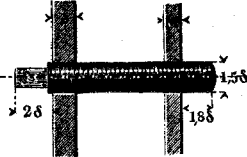


Fig. 48.

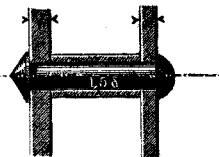
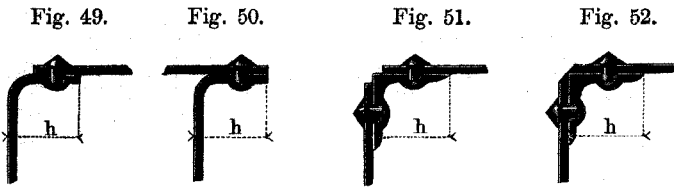


Fig. 46 und Fig. 47, kupferner Stehbolzen nach und vor der Verniethung, bei den Feuerbüchsen der Locomotiven und bei den Schiffkesseln vielfach angewandt. Die dickere Tafel (δ) ist von Kupfer und als einer Locomotiv-Feuerbüchse angehörig angenommen; die Dicke δ_1 der äusseren Wand wird dort in der Regel $= \frac{2}{3} \delta$ gefunden. Fig. 48, eiserner Stehbolzen für denselben Zweck wie der Bolzen in Fig. 46 und 47. Das Zusammenrücken der Platten verhindert die zwischengestellte schmiedeiserne Büchse. Diese wird zweckmässigerweise aus Blech gerollt und der Länge nach offen gelassen, um das Wasser der Abkühlung halber zur Niethetreten zu lassen.

Bildung von Kanten. Fig. 49 bis 56. Bei der Kantenbildung wird gewöhnlich entweder dem einen Bleche eine Flantsche angebogen, oder es werden Winkeleisen eingeschaltet. In Fig. 49



hat die eine Tafel eine nach innen gebogene Flantsche. Fig. 50, die Flantsche ist nach aussen gebogen. Hier, wie bei den Fig. 54 bis 56, ist h die Schenkelhöhe desjenigen Winkeleisens, welches dem gegebenen Bleche zukommen würde. Fig. 51, Anwendung eines gewöhnlichen Winkeleisens; Fig. 52 ebenso; die zusammen-treffenden Tafeln sind aber hier abgeschrägt, was das Dichtstemmen erleichtert. Fig. 53, Kante mit gewöhnlichem aber aussen liegendem Winkeleisen.

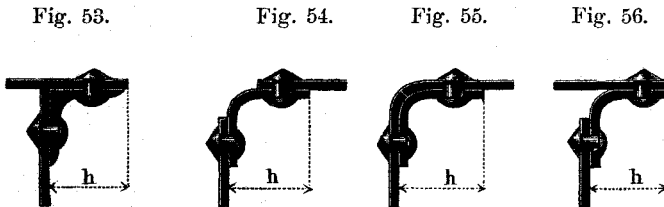


Fig. 54, Kante mit einem aus Blech hergestelltem Winkel-eisen (für dünnwandige Gefässe zweckmässig). Fig. 55, Winkel-eisen wie in Fig. 54, verdeckt durch die übergelegten Blechränder; schwierig zu stemmen, bedarf daher einer dichtmachenden Zwischenlage. Fig. 56, Winkeleisen wie vorhin, nach aussen gelegt.

Bildung von Ecken. Die Eckbildung macht bei den Nieth-verbindingen die meisten Schwierigkeiten; sie fällt mannichfach verschieden aus, je nachdem man zu den Kanten eine oder die andere der oben angeführten Verbindungen auswählt. Die folgenden monodimetrischen Figuren zeigen einige der wichtigeren Constructions.

Fig. 57 stehende Kante nach Fig. 49, die beiden liegenden nach Fig. 51, das Blech 2 erhält unten eine Zuschärfung. Fig. 58,

Fig. 57.

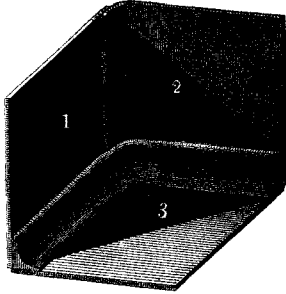
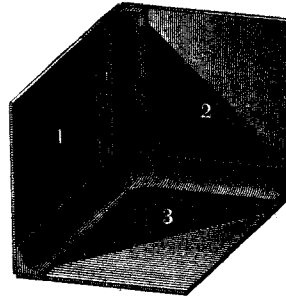


Fig. 58.



alle drei Kanten nach Fig. 51; das stehende Winkeleisen abgekropft und auf das liegende geniethet.

Fig. 59.

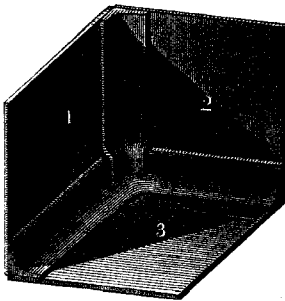


Fig. 60.

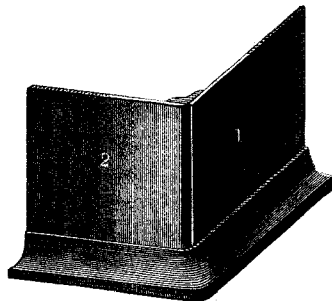


Fig. 59, Kanten nach Fig. 51 oder 52; die Winkeleisen sind in der Ecke zusammengeschweisst, was eine etwas mühsame Arbeit ist, aber einen trefflichen Verschluss liefert. Fig. 60, stehende Kante nach Fig. 51 oder 52, unten ein wenig gerundet, liegende Kante nach Fig. 53; einfache, gut schliessende und sehr haltbare Eckbildung.

V. Z a p f e n.

§. 33.

Eintheilung der Zapfen.

Die Zapfen vermitteln in den Maschinen die Drehung von Theilen um ihre geometrischen Achsen; sie haben deshalb die Form von Drehungskörpern, und sind von der entsprechenden Hohlform (Lager, Büchse) ganz oder theilweise umschlossen; sie kommen bei der Vielheit der drehenden Bewegungen der Maschinen ausserordentlich häufig zur Anwendung, und verdienen, da von ihrer guten Wirkung und Haltbarkeit Vieles abhängt, ein sorgfältiges Eingehen auf die sie begleitenden Umstände. Durch die ihn belastenden Kräfte wird ein Zapfen entweder vorwiegend von der Seite senkrecht zu seiner Drehungsachse gepresst, oder er empfängt den Druck vorwiegend in der Richtung seiner Achse oder seiner Längenrichtung. Danach unterscheidet man

1. Seitendruck- oder Tragzapfen
2. Längendruck- oder Stützzapfen.

Zu den Tragzapfen gehören die Zapfen der liegenden Triebwellen, der Wasserräder, der Wagenachsen, ebenso die Kurbelzapfen u. s. w.; Stützzapfen sind die Fusszapfen der Turbinen, der stehenden Wellbäume, die Druckzapfen der Schraubenschiffe u. a. m.

An dem Maschinentheil, welchem ein Zapfen angehört, befindet sich derselbe auch noch auf verschiedene Weise angebracht. Er sitzt entweder an dem Ende des Stückes, ist nur an einer Seite damit verbunden, oder er liegt an irgend einer Stelle zwischen den Enden des Stückes, geht an beiden Seiten in dasselbe über. Hiernach unterscheidet man

- a. Endzapfen,
- b. Halszapfen.

Erstere werden bei den Tragzapfen insbesondere Stirnzapfen, bei den Stützzapfen Spurzapfen genannt. Von den mannichfachen Formen, welche man den Zapfen giebt, können hier nur die einfachsten, welche zugleich die wichtigsten sind, behandelt werden; aus den für sie zu gebenden Formeln lässt sich übrigens unschwer erkennen, welche Abmessungen man bei anderen Zapfenformen etwa anzuwenden habe.

A. Cylindrische Tragzapfen.

§. 34.

Stirnzapfen.

Der cylindrische Stirnzapfen erhält entweder an einem oder an beiden Enden einen Anlauf, dessen Höhe e man nach folgender empirischen Formel nehme:

$$e = 3 + \frac{7}{100} d \dots \dots \dots (43)$$

Fig. 61.

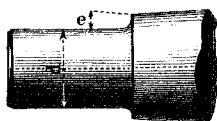
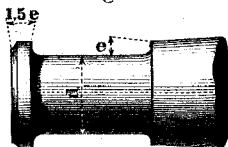


Fig. 62.



Anlaufbreite = $1,5 e$. Theoretischer Berechnung unterliegen die Länge l und die Dicke d des Zapfens. Diese Abmessungen haben sich zu richten: nach der Festigkeit des Materials des Zapfens, nach dem Reibungszustande desselben und nach der Abnutzung, welche Zapfen und Lager zu gewärtigen haben.

Nennt man P die Belastung des Zapfens, \mathcal{S} die grösste Spannung, welche in demselben eintreten soll, so hat man in Rücksicht auf die Festigkeit des Zapfens zu nehmen:

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi \mathcal{S}} \left(\frac{l}{d}\right) \sqrt{P}} \dots \dots \dots (44)$$

und setze hierin für Schmiedeseisen $\mathcal{S} = 6$, für Gusseisen $\mathcal{S} = 3$.

Das Längenverhältniss $\frac{l}{d}$ ist mit Rücksicht auf den Reibungszustand und die Abnutzung des Zapfens zu wählen. In dieser Beziehung sind in den folgenden Formeln die neueren Arbeiten über die Reibung geölter Flächen berücksichtigt, dieselben zeigen zwar unter einander noch keine vollständige Uebereinstimmung, gestatten aber doch bereits, einige allgemeine wichtige Schlüsse zu ziehen.

a. Schmiedeiserne Stirnzapfen in Bronze oder einem ähnlichen Lagerschalenmetall laufend. Ist die Umdrehungszahl n des Zapfens pro Minute kleiner als 150, so nehme man:

$$d = \frac{2}{3} \sqrt{P} \dots \dots \dots (45)$$

und

$$\frac{l}{d} = 1,5 \dots \dots \dots (46)$$

Ist dagegen $n > 150$, so nehme man:

$$d = 0,32 \sqrt{P} \sqrt{n} \dots \dots \dots (47)$$

und

$$\frac{l}{d} = 0,12 \sqrt{n} \dots \dots \dots (48)$$

b. Stählerne Stirnzapfen, wie oben gelagert. Ist $n < 150$, so nehme man:

$$d = 0,9 \sqrt{P} \dots \dots \dots (49)$$

(d. i. $\frac{2}{10}$ des Werthes für den schmiedeisernen Zapfen) und wie oben

$$\frac{l}{d} = 1,5.$$

Bei Umdrehungszahlen über 150 nehme man:

$$d = 0,26 \sqrt{P} \sqrt{n} \dots \dots \dots (50)$$

(d. i. $\frac{2}{10}$ des Werthes für Schmiedeisen) und wie oben

$$\frac{l}{d} = 0,12 \sqrt{n}$$

c. Gusseiserne Stirnzapfen, wie oben gelagert. Man nehme:

$$d = 1,5 \sqrt{P} \dots \dots \dots (51)$$

$$\frac{l}{d} = \frac{4}{3} \dots \dots \dots (52)$$

welche Formeln brauchbar sind bis zu Umdrehungszahlen über 200, worüber hinaus gusseiserne Zapfen nicht gebraucht werden.

d. Schmiedeiserne Stirnzapfen, in gusseisernen Lagern laufend. Man gebe diesen Zapfen die Abmessungen:

$$d = 1,2 \sqrt{P} \dots \dots \dots (53)$$

$$\frac{l}{d} = 1,75 \dots \dots \dots (54)$$

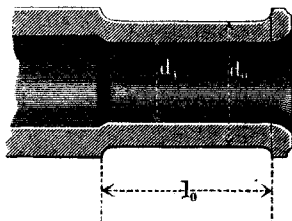
welche Werthe man auch bei den Zapfen unter a. für Kräfte bis zu 2000^k anwenden kann.

e. Schmied- und gusseiserne Zapfen, welche nicht dauernd laufen, sondern nur eine gewisse Drehbarkeit haben sollen. Hier ist bloss die Festigkeit maassgebend und ein kleines Längenverhältniss günstig. Man nehme für:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{l}{d} = \quad 1 \quad \quad \quad \frac{3}{4} \quad \quad \quad \frac{1}{2} \quad \quad \quad \frac{1}{3} \\ \text{bei Schmiedeeisen:} \\ (\mathfrak{S} = 6) d = 0,92 \sqrt{P} \quad 0,79 \sqrt{P} \quad 0,65 \sqrt{P} \quad 0,56 \sqrt{P} \\ \text{bei Gusseisen:} \\ (\mathfrak{S} = 3) d = 1,29 \sqrt{P} \quad 1,10 \sqrt{P} \quad 0,92 \sqrt{P} \quad 0,75 \sqrt{P} \end{array} \right\} . \quad (55)$$

f. Hohle Zapfen. Bezeichnet:

Fig. 63.



d_0 den äusseren Zapfendurchmesser,
 d_1 den inneren Zapfendurchmesser,
 d den Durchmesser des gleichbelasteten vollen Zapfens,
 und hat der hohle Zapfen dasselbe Längenverhältniss, wie der volle, so ist zu nehmen für gleiche Sicherheit bei:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d_1}{d_0} = 0,7 \quad 0,6 \quad 0,5 \quad 0,4 \quad 0,3 \quad 0,2 \quad 0 \\ \frac{d_0}{d} = 1,16 \quad 1,07 \quad 1,03 \quad 1,01 \quad 1,004 \quad 1,0009 \quad 1,0 \end{array} \right\} . \quad (56)$$

§. 35.

Tabelle über die schmied- und gusseisernen Stirnzapfen.

In der folgenden Tafel sind die Ergebnisse der Formeln (45) bis (48) für schmiedeiserne, und der Formeln (51) und (52) für gusseiserne Zapfen für eine Reihe von Werthen zusammengestellt.

Beispiel. Für einen vierrädrigen Eisenbahnwagen von 10000^k Tragkraft und 5100^k Wagengewicht seien die Zapfen der (schmiedeisernen) Achsen (vgl. Fig. 82) zu bestimmen. Die Räder haben 850^{mm} Durchmesser und der Wagen soll eine Geschwindigkeit von 12^m haben. Dann ist die Umdrehungszahl der Zapfen: $n = \frac{12 \cdot 60}{0,85 \cdot 3,14} = \text{nahe } 270$, und demnach zu suchen in der Spalte unter $n = 150 - 350$. Die Belastung P eines Zapfens ist aber $\frac{10000 + 5100}{4} = 3775^k$, und daher zu nehmen: (bei $P = 3770$)
 $d = 80^{\text{mm}}$, $l = 160^{\text{mm}}$, $e = 9^{\text{mm}}$.

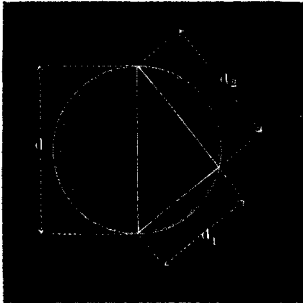
		Werthe der Belastung P .					
d	e	Gusseisen	Schmiedeeisen				
		n bis 200	n bis 150	$n = 150$ — 350	$n = 350$ — 500	$n = 500$ — 800	$n = 800$ — 1200
		$\frac{l}{d} = \frac{4}{3}$	$\frac{l}{d} = 1,5$	$\frac{l}{d} = 2$	$\frac{l}{d} = 2,5$	$\frac{l}{d} = 3$	$\frac{l}{d} = 4$
27	5	324	583	395	316	281	197
30	5	400	720	535	428	353	267
33	6	484	871	641	513	428	320
37	6	608	1095	806	645	538	406
40	6	711	1280	943	754	628	471
45	6	900	1620	1193	954	795	595
50	7	1111	2000	1473	1178	982	736
55	7	1344	2420	1781	1425	1183	890
60	8	1600	2880	2120	1696	1413	1060
65	8	1877	3380	2689	2151	1659	1344
70	8	2177	3920	2886	2309	1924	1443
75	8	2500	4500	3312	2650	2208	1656
80	9	2844	5120	3770	3016	2513	1885
85	9	3211	5780	4256	3405	2837	2128
90	10	3600	6480	4771	3817	3181	2385
95	10	4011	7220	5316	4253	3544	—
100	10	4444	8000	5891	4713	3927	—
105	10	4900	8820	6494	5195	4329	—
110	11	5377	9680	7127	5702	4751	—
115	11	5877	10580	7790	6232	5193	—
120	12	6400	11520	8483	6786	—	—
130	12	7511	13520	9955	7964	—	—
140	13	8933	15680	11546	9237	—	—
150	13	10000	18000	13253	10602	—	—
160	15	11377	20480	15080	12064	—	—
170	15	12844	23120	17022	—	—	—
180	16	14440	25920	19084	—	—	—
190	16	16044	28880	21223	—	—	—
200	17	17777	32000	23560	—	—	—
210	18	19600	35280	25975	—	—	—
220	18	21511	38720	—	—	—	—
240	20	25600	46080	—	—	—	—
260	21	30044	54080	—	—	—	—
280	23	34844	62720	—	—	—	—
300	24	40000	72000	—	—	—	—

§. 36.

Tragzapfen, der zwei andere ersetzen soll.

Nicht selten bietet sich die Aufgabe, einen Tragzapfen zu finden, der zwei andere bekannte ersetzen soll, mit ihnen also auch gleiche Umdrehungszahl hat.

Fig. 64.



Ist der gesuchte Durchmesser d , die gegebenen d_1 und d_2 , so ist zu nehmen:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

was sich graphisch ausführen lässt, siehe Fig. 64, indem d die Hypotenuse des Rechtwinkeldreiecks von den Katheten d_1 und d_2 ist. Auf demselben Wege findet sich die Zapfenlänge

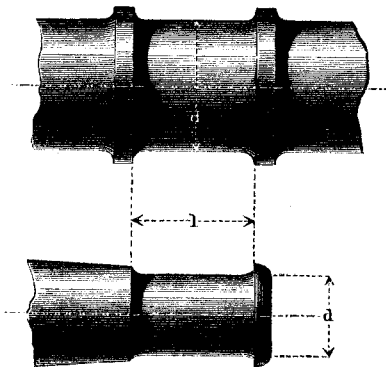
$$l = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$$

§. 37.

Halszapfen.

Wenn ein Tragzapfen Halszapfen ist, also zwischen anderen

Fig. 65.



Teilen des Stückes sitzt, welchem er angehört, so wird er stets entweder durch verdrehende oder durch biegende Kräfte stärker beansprucht, als wenn er ein Stirnzapfen von demselben directen Druck wäre; er erhält also stets einen grösseren Durchmesser d' , als der gleichbelastete und aus dem gleichen Material gefertigte Stirnzapfen von derselben Umdrehungszahl.

Reuleaux, der Constructeur.

Dieser Stirnzapfen heisse der dem Halszapfen gleichwerthige Stirnzapfen. Soll nun der Halszapfen mit dem letzteren die gleiche lineare (radiale, auf die Zeiteinheit bezogene) Abnutzungstärke haben, so ist die Länge des Halszapfens gleich zu nehmen der Länge l des gleichwerthigen Stirnzapfens. Es ist unschädlich, die Länge grösser zu machen.

B. S t ü t z z a p f e n .

§. 38.

Der cylindrische Spurzapfen.

Die Spurzapfen sind diejenigen, über welche in der Praxis am häufigsten wegen Warmlaufens und zu starker Abnutzung Klage geführt worden ist, was namentlich bei den Turbinen und den Schraubenschiffen oftmals vorkam. Eine nähere Betrachtung solcher als undauerhaft erwiesener Constructionen, denen man durch vielerlei künstliche Mittel aufzuhelfen suchte, zeigt aber fast jedesmal, dass einerseits dabei der Flächendruck des Zapfens, anderntheils dessen Umdrehungszahl sehr gross sind, beides Bestätigungen derjenigen theoretischen Anschauung, welche die Zapfen so zu construiren vorschreibt, dass ihre Abnutzung innerhalb statthafter Grenzen bleibe. Hierauf nehmen die nachstehenden Regeln für die Stützzapfen die gebührende Rücksicht, und liefern auch Ergebnisse, welche mit guten und dauerhaften Ausführungen alle nur wünschbare Uebereinstimmung zeigen.

Ist P der Druck auf die Zapfengrundfläche,

Fig. 66.

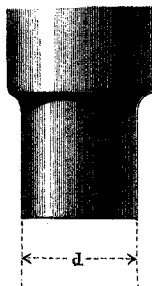
d der Durchmesser der letzteren,

n die Umdrehungszahl des Zapfens,

so nehme man:

$$d = 0,17 \sqrt{Pn} \dots \dots (57)$$

wobei $n = 150$ als der unterste Werth, für welchen diese Formel zu brauchen ist, angesehen werden kann, und angenommen ist, dass der Zapfen auf Bronze laufe. Die folgende Tabelle enthält eine Reihe von Werthen derselben, berechnet für die in der Stirnzapfentabelle benutzten Stufen von n .



§. 39.

Tabelle über die cylindrischen Spurzapfen.

d	Werthe der Belastung P .				
	n bis 200	$n = 200$ — 350	$n = 350$ — 500	$n = 500$ — 800	$n = 800$ — 1200
27	170	98	60	40	26
30	210	114	74	50	32
33	254	138	89	60	38
37	319	174	112	75	48
40	373	153	131	88	62
45	472	257	168	111	71
50	583	318	205	138	88
55	705	384	248	166	106
60	841	457	295	198	126
65	984	537	346	232	148
70	1142	622	402	270	172
75	1311	714	461	309	197
80	1491	813	525	352	224
85	1683	918	592	397	253
90	1887	1029	664	446	284
95	2103	1146	740	496	316
100	2330	1270	820	550	350
105	2569	1400	904	606	386
110	2819	1537	992	666	424
115	3081	1680	1084	727	413
120	3355	1829	1181	792	504

Beispiel. Eine Turbine von 200 Umdrehungen pro Minute soll mit einem cylindrischen Spurzapfen versehen werden. Derselbe wird durch das Gewicht der Constructionstheile mit 700^k, durch den Wasserdruck mit 800^k belastet. Er hat demnach gemäss Spalte 3, Zeile 19 einen Durchmesser von 110^{mm} zu erhalten.

§. 40.

Cylindrische Spurzapfen für stehende Triebwellen.

Die stehenden Triebwellen der Fabriken haben fast nie über 150 Umdrehungen pro Minute, und belasten ihren Spurzapfen gewöhnlich nur durch ihr eigenes Gewicht und das der auf ihnen sitzenden Räder und Kuppelungen. Denkt man sich diese Theile in Cylinder von der Dicke δ der Welle verwandelt, was durch Schätzung gut geschehen kann, und hat dann die auf solche Weise ideell verlängerte stehende Welle die Länge L in Metern, so ist für zu Spurzapfendicke d einer solchen Welle zu nehmen:

$$\frac{d}{\delta} = 0,16 \sqrt{L} \dots \dots \dots (58)$$

woraus man erhält bei:

$L =$	5 ^m	8 ^m	12 ^m	16 ^m	20 ^m	25 ^m	30 ^m	39 ^m
$\frac{d}{\delta} =$	0,36	0,45	0,55	0,64	0,72	0,80	0,88	1,0.

Beispiel. Eine 15^m hohe stehende Welle trage 5 Zahnräder und 4 Kuppelungen; der Körperinhalt dieser Theile sei so gross zu veranschlagen wie der eines 5^m langen Stückes der Welle. In diesem Falle ist $L = 15 + 5 = 20^m$, und die Spurzapfendicke zu nehmen: $d = 0,72$ der Wellendicke.

§. 41.

Kammzapfen.

Für sehr hohe Pressungen fallen die cylindrischen Spurzapfen ausserordentlich gross aus, wenn sie ihrem Zweck entsprechen sollen, und veranlassen dadurch constructive Schwierigkeiten mancherlei Art. Diese fallen weg bei Anwendung des Kammzapfens, bei welchem der Zapfendruck auf eine beliebig grosse Fläche vertheilt werden kann. Derselbe ist ausserdem auch sehr leicht in einen Halszapfen zu verwandeln, und hat als solcher die Construction der Schraubenschiff-Maschinen ganz wesentlich beeinflusst, indem er sie zu vereinfachen gestattete. Auch für Turbinen wendet man den Kammzapfen mit grossem Vortheil an.

Bei dem Kammzapfen wird der Druck von einer Anzahl von Ringen aufgenommen und auf das umschliessende Lager übertragen. Die Berechnung lässt sich für den Spurzapfen, Fig. 67, und den Halszapfen, Fig. 68, durch eine und dieselbe Formel ausführen. Nennt man:

- P den Druck auf die Zapfengrundfläche,
- d den mittleren Durchmesser der Ringe,
- b deren Breite,
- i deren Anzahl,
- n die Umdrehungszahl des Zapfens, deren kleinster einzuführender Werth wieder = 150 sei,

Fig. 67.

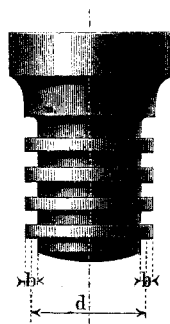
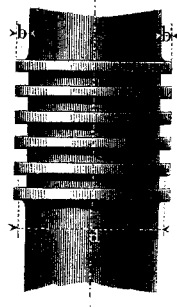


Fig. 68.



so nehme man:

$$b = 1,2 \sqrt{d} \dots \dots \dots (59)$$

und

$$d = 0,04 \sqrt[3]{\frac{P^2 n^2}{c^2}} \dots \dots \dots (60)$$

Nach diesen Formeln ist die nachfolgende Tabelle berechnet.

In neuester Zeit sind Versuche gemacht worden, als Lagerfutter-Material Holz statt Bronze anzuwenden, und es gestalten sich allem Anschein nach die Ergebnisse dieser Rückkehr zur Ursprünglichkeit recht günstig. Noch aber schien es mir verfrüht, diese Lagerungsart, welche nothwendig auf die Zapfenabmessungen einwirkt, hier einzureihen.

§. 42.

Tabelle über die Kammzapfen.

d	b	Werthe der Belastung $\frac{P}{i}$ auf jeden Ring.				
		n bis 200	n = 200 — 350	n = 350 — 500	n = 500 — 800	n = 800 — 1200
27	6	117	53	41	28	17
30	6	138	74	48	33	20
33	7	159	86	55	38	24
37	7	187	101	65	45	28
40	8	209	114	73	51	31
50	8	293	159	103	71	44
60	9	385	209	135	93	58
70	10	486	264	170	117	73
80	11	594	322	208	143	90
90	11	715	399	257	177	111
100	12	830	450	290	200	124
110	13	957	519	335	231	144
120	14	1089	591	381	263	164
130	14	1229	667	430	296	186
140	14	1373	745	480	331	207
150	15	1523	827	533	367	229
160	15	1680	911	587	405	253
170	16	1839	997	643	443	277
180	16	2004	1087	700	483	302
190	17	2174	1179	760	524	327
200	17	2347	1414	820	566	354

1. Beispiel. Für einen Druck von 3000^l soll ein Spurzapfen in der Kammzapfenform ausgeführt werden; die zugehörige Welle habe 200 Umdrehungen pro Minute. Gibt man dem Zapfen 6 Ringe, so ist $\frac{P}{i} = \frac{3000}{6} = 500$, und demnach, weil wir unter $n = 150$ bis 200 zu suchen

haben, der Durchmesser d zu nehmen = 110^{mm} , da demselben der Druck $\frac{P}{i} = 519$ entspricht.

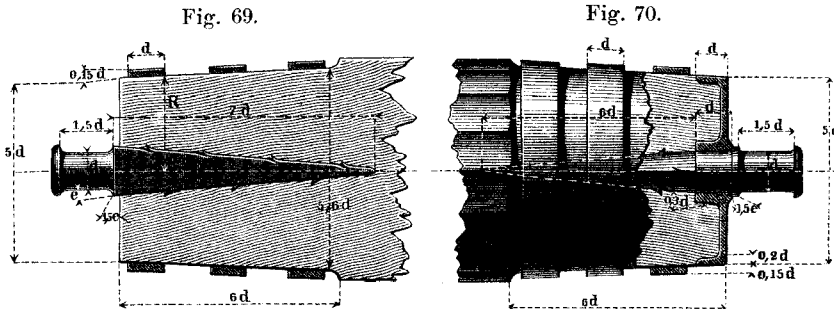
2. Beispiel. Die Schraubenwelle eines Dampfschiffes übe einen Triebdruck von 8000^{k} auf das Schiff aus, welcher durch einen Kamm-Halszapfen auf das Lager übertragen werden soll; die Welle habe 180^{mm} Durchmesser und mache 380 Umdrehungen pro Minute. Nehmen wir nun den mittleren Durchmesser d der Ringe zu 190^{mm} an, so haben wir, laut der 5. Spalte dem Kammzapfen so viele Ringe zu geben, dass $\frac{P}{i} = 760^{\text{k}}$ wird. Dies giebt: $i = \frac{8000}{760} = 10,5$, wofür 11 genommen werden möchte.

VI. Zapfenverbindungen.

§. 43.

Wenn ein Zapfen mit dem zu tragenden Theile nicht aus einem Stück bestehen kann, so wird er mit ihm auf besondere Weise verbunden; besonders häufig kommen Zapfenverbindungen zwischen hölzernen Achsen (der Wasserräder) und schmied- und gusseisernen Zapfen vor.

Fig. 69, Spitzzapfen. (Schmiedeisen.) Nach dem Eintreiben



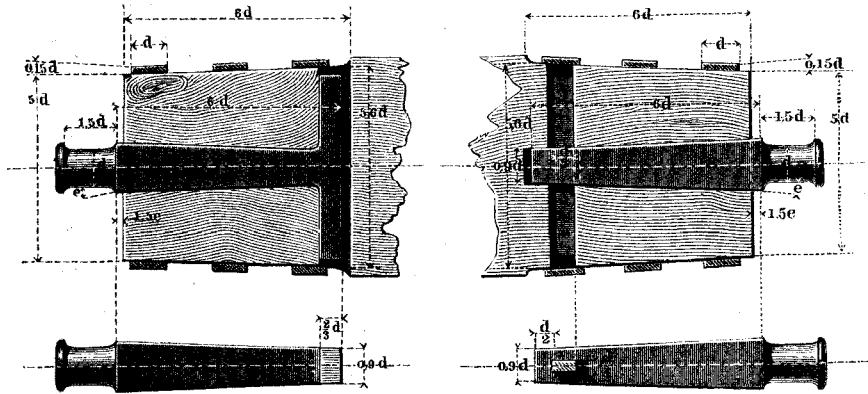
desselben werden die Ringe warm aufgezogen. Diese sind sorgfältig conisch zu schmieden, und zu diesem Behuf vor dem Zusammenschweissen kreisbogenförmig zu biegen. Bei den hier angegebenen Verhältnissen ist, wenn R den grössten inneren Halb-

messer eines Ringes bezeichnet, der Krümmungshalbmesser der äusseren Kante des noch flach liegenden Eisens = $20R$ zu nehmen.

Fig. 70, Spitzzapfen mit Gusseisenkappe, welche letztere die Achsenstirn versichert. Fig. 71, Wurzel- oder Ankerzapfen, verlangt einen breiten Ausschnitt des Achsenrandes und das Einsetzen zweier hölzerner Füllstücke. Fig. 72, Keilzapfen

Fig. 71.

Fig. 72.



oder künstlicher Ankerzapfen, bedarf jenes Ausschneidens und der Füllstücke nicht. Fig. 73, Blatt- oder Flügelzapfen (Gusseisen), zweiblättrig. Fig. 74, vierblättriger Flügelzapfen; beim dreiblättrigen sind die Flügel $\frac{3}{10}d$ dick zu nehmen.

Fig. 73.

Fig. 74.

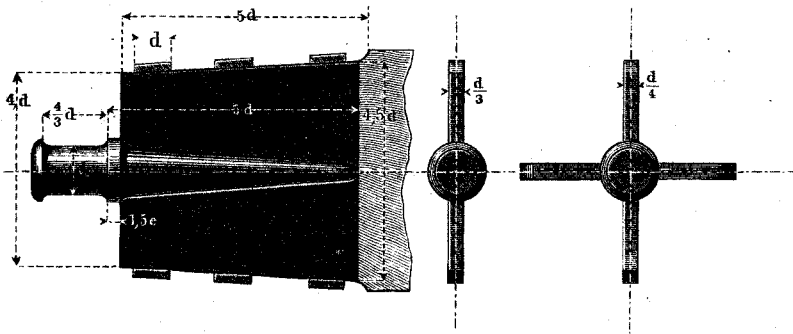
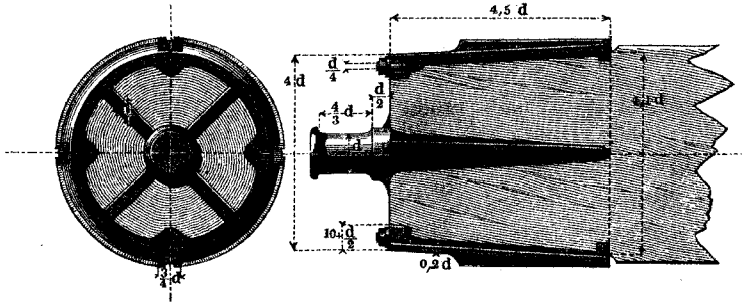
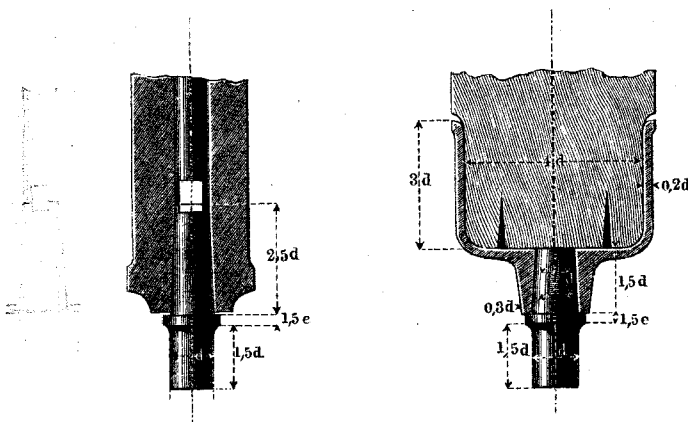


Fig. 75, Ringzapfen; die Flügel eines vierblättrigen Blattzapfens sind durch eine conische Hülse umgeben, die durch vier
Fig. 75.



eingelassene platte Anker festgehalten wird. Die Hülse trägt oft, wie hier, Keilbahnen zum Aufbringen einer Radnabe.

Fig. 76 und 77, Fusszapfen stehender Wellbäume. Das flache
Fig. 76. Fig. 77.



Keilloch in der Welle Fig. 76 ermöglicht das leichte Heraustreiben des bloss schwach conisch eingetriebenen Zapfens.

VII. T r a g a c h s e n.

§. 44.

Eintheilung der Tragachsen.

Achsen nennt man Träger, welche umlaufende oder schwingende Theile zu tragen bestimmt, und deshalb mit Drehzapfen versehen sind; sie heissen Tragachsen oder Stützachsen (entsprechend den Trag- und Stützzapfen), je nachdem sie quer auf ihren Zapfenachsen oder in deren Längenrichtung belastet sind. Hier sollen nur die Tragachsen behandelt werden. Bei denselben ist die Last entweder an einer Stelle vereinigt, oder sie ist auf mehrere Tragpunkte vertheilt; es unterscheiden sich hiernach:

einfach tragende oder einfache Achsen und
mehrfach tragende Achsen.

Ihre Querschnitte werden bei Guss- und Schmiedeeisen, auf welche Materialien hier zunächst Rücksicht genommen ist, entweder einfach kreisförmig oder nach anderen zusammengesetzteren Formen gebildet, wonach sich eine zweite Unterscheidung in der Berechnung ergibt.

A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 45.

Gleichschenklige einfache Achse.

Die Last Q ist in der Mitte der Achse, auf dem Achsenkopf angebracht, Fig. 78, der von einer Hülse oder Nabe umschlossen

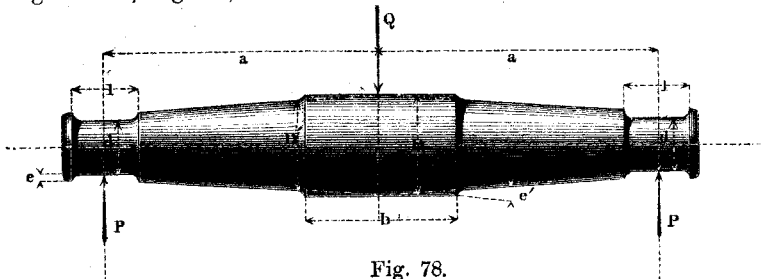


Fig. 78.

wird. Die Verbindungen von Kopf und Zapfen heissen die Schenkel der Achse. Die Zapfen werden nach den Regeln von Kap. V. für den Druck $P = \frac{Q}{2}$ berechnet, und die Achse selbst annähernd von gleicher Festigkeit mit dem Zapfen construiert.

Nennt man:

d den Zapfendurchmesser,

l die Zapfenlänge,

e die dem Zapfen zukommende Anlaufhöhe,

D den Durchmesser des Achsenkopfes,

b dessen Breite,

D' den Durchmesser des Schenkels dicht neben dem Achsenkopf,

$e' = \frac{D - D'}{2}$ den Vorsprung des letzteren,

a die Schenkellänge,

so nehme man, wenn $b < a$,

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{a}{\left(\frac{l}{2}\right)}} \dots \dots \dots (61)$$

und forme den Schenkel als Kegelstumpf von der Basis D (in der Achsenmitte) und dem Scheiteldurchmesser $d + 2e$. Ist aber $b > a$, so nehme man:

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - \frac{b}{2}}{\left(\frac{l}{2}\right)}} \dots \dots \dots (62)$$

und $e' = \frac{3}{4}$ der dem Durchmesser D' zukommenden Anlaufhöhe, also $e' = \frac{3}{4} (3 + \frac{7}{100} D')$. Die strenge Form des Achsenschenkels würde ein cubisches Paraboloid sein (vergl. §. 10, Nro. VI, Bemerkungen).

§. 46.

Ungleichschenklige einfache Achse.

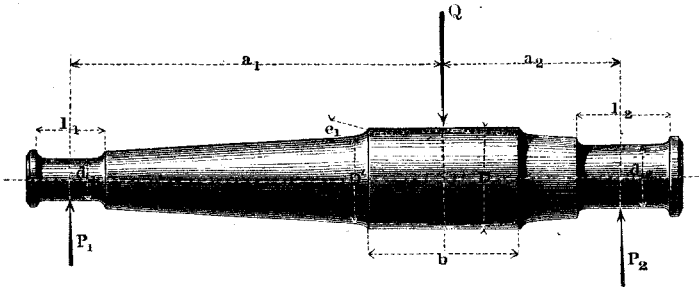
Die Last Q vertheilt sich hier ungleich auf die beiden Zapfen d_1 und d_2 , Fig. 79, und zwar ist

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Die Mittelebene des Achsenkopfes theilt die Achse in zwei Stücke, von denen man jedes einzelne so behandelt, wie die Hälfte einer

gleichschenkligen einfachen Achse, und schliesslich durch ausgleichende Verbesserungen dem Ganzen einen gleichförmigen Anstrich giebt.

Fig. 79.

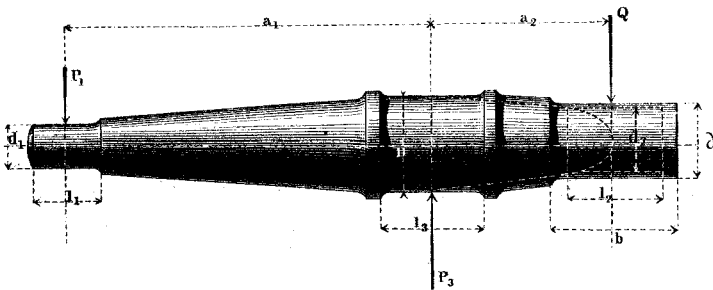


§. 47.

Einfache freitragende Achse.

Wenn die Last Q , statt zwischen den beiden Zapfen, ausserhalb von deren Verbindung liegt, Fig. 80, so heisst die Achse eine

Fig. 80.



freitragende oder fliegendtragende, wie die Praxis sich ausdrückt. Der Zapfen D wird hier ein Halszapfen (s. §. 37).

Man hat: $\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}$, $\frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}$, $\frac{P_2}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}$. Man bestimme zuerst den Zapfen d_1 , darauf einen ideellen Zapfen d_2 für die Laststelle, und eine Achsenkopfdicke D für den Halszapfen, so als ob die Aufgabe diejenige des vorigen Paragraphen wäre,

und mache alsdann (graphisch verfahren) die Zapfenlänge $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$. Hierauf lege man in den Schenkel a_2 die cubische Parabel, welche der strengen Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite b je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens d_2 aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach D hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser δ des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\delta}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}}$$

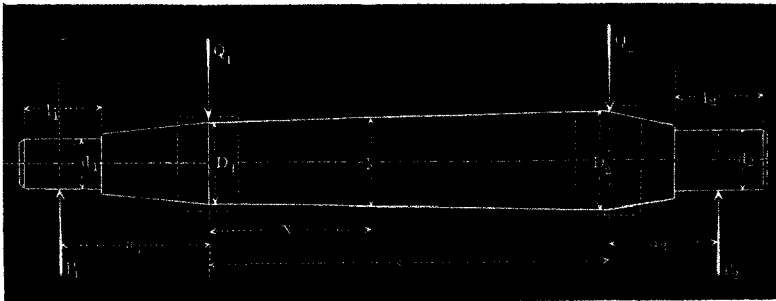
Beispiel. Gegeben $Q = 12000^k$, $a_1 = 1200^{mm}$, $a_2 = 600^{mm}$, $b = 330^{mm}$.
 Material Gusseisen. Umdrehungszahl < 150 . Man hat: $P_1 = \frac{Q}{2} = 6000^k$,
 $P_3 = \frac{3}{2} Q = 18000^k$. Nach Tabelle §. 35 ist nun zu nehmen d_1 zwischen
 115 und 120, sei 115^{mm} , d_2 zwischen 160 und 170, sei 165^{mm} , wonach
 $l_1 = 153^{mm}$, $l_2 = 220^{mm}$. Nun wird $D = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{600}{110}} = 1,77 \cdot 165 = 292^{mm}$,
 $l_3 = \sqrt{153^2 + 220^2} = 268^{mm}$, $\delta = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{330}{220}} = 165 \cdot 1,15 = 190^{mm}$.

§. 48.

Achse mit zwei Tragpunkten.

Bei der in Fig. 81 schematisch dargestellten zweifach tragenden Achse heissen die Enden wieder die Schenkel der

Fig. 81.



Achse, das Mittelstück der Schaft derselben. Sind Q_1 und Q_2 die Belastungen, s die Schaftlänge, so hat man für die Zapfen-drucke:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2} \dots \dots \dots (63)$$

$$\frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2} \dots \dots \dots (64)$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)} \dots \dots \dots (65)$$

Aus den auf diese Weise ermittelten Zapfendruckten lassen sich nun die Zapfen d_1 und d_2 , sowie überhaupt die Schenkel a_1 und a_2 ganz bestimmen, wobei sich die Durchmesser D_1 und D_2 für die beiden Laststellen nach den früheren Angaben finden.

Für die dem Schaft an den verschiedenen Stellen zu gebenden Durchmesser hat man, wenn y den Durchmesser in der Entfernung x vom Lastpunkt Q_1 bezeichnet:

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1} \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \dots \dots \dots (66)$$

eine Gleichung, nach welcher das Profil des Schaftes nach zwei cubischen Parabelbogen zu begrenzen ist. Diese können indessen in der Regel durch zwei Gerade ersetzt werden, so dass der Schaft ein Kegelstumpf wird.

Die beiden Achsenköpfe werden gebildet, indem man Verdickungen um $e' = \frac{3}{4} \left(3 + \frac{1}{100} D_1\right)$ resp. D_2 anbringt, wie es in §. 45 gezeigt wurde, und den Tragstellen die Breite b giebt, welche das zu tragende Stück vorschreibt.

In sehr vielen Fällen ist die vorliegende Achse gleichschenkelig und an beiden Lastpunkten gleichstark belastet, also $a_1 = a_2$, $Q_1 = Q_2$. Dann wird:

$$P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2$$

und

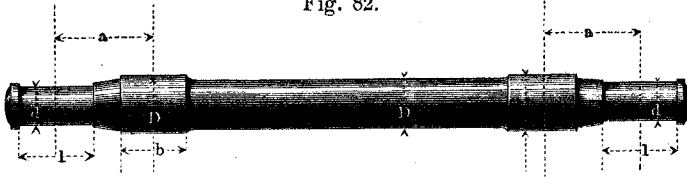
$$y = D,$$

also der Schaft cylindrisch. Beispiele zu dieser Aufgabe liefern die Achsen der Eisenbahnwagen, deren Fig. 82 eine darstellt.

Wegen der grossen Umdrehungszahl (250—300) ist bei demselben $l = 2d$ zu nehmen. Für einen Druck P von 3300* pro Zapfen erhält man demnach gemäss Tabelle 35 $d =$ nahe 75^{mm},

$l = 150\text{mm}$. Bei den Ausführungen findet man sehr häufig den Schaft nach der Mitte zu verdünnt. Die allfällige Zweckmässigkeit dieser Maassregel muss in Anfertigungsrücksichten gesucht

Fig. 82.



werden, indem auch der Flantschendruck (bei Curvenbefahrung wirksam) für gleiche Festigkeit einen cylindrischen Schaft verlangen würde.

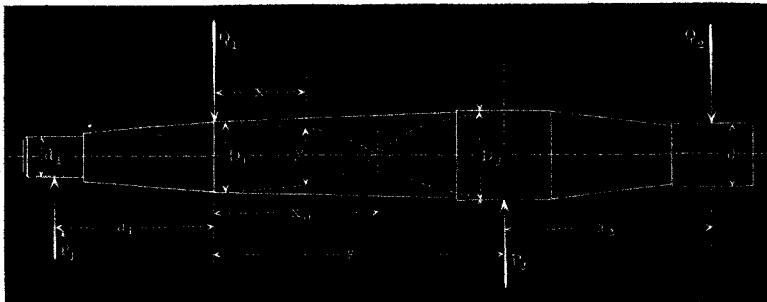
Sind bei zweifach tragenden Achsen der vorliegenden Art im Allgemeinen Q_1 und Q_2 wenig verschieden, auch a_1 und a_2 nicht sehr ungleich, so ist es praktisch, beiden Schenkeln die Durchmesser des stärker beanspruchten zu geben, indem dann Lager und Nabenmodelle bequemer werden.

§. 49.

Zweifach belastete Achse mit einem freitragenden Schenkel.

Auch hier kann man, wie bei der Achse in §. 47, einen der Schenkel seine Last frei tragen lassen, Fig. 83.

Fig. 83.



Nennt man dann s die Schaftlänge zwischen Q_1 und P_2 , so hat man:

Achse mit 3 und 4 Tragpunkten.

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s - a_2 \frac{Q_2}{Q_1}}{s + a_1} \dots \dots \dots (67)$$

$$\frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_2 + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{s + a_1} \dots \dots \dots (68)$$

und wieder $\frac{y}{D_1}$, wie es Formel (66) angiebt. Bei dieser Aufgabe wird y nach (66) manchmal an einer Stelle im Schaft = 0, und zwar allgemein in einem Abstand x_0 vom ersten Tragpunkt, für welchen man hat (siehe Fig. 83):

$$x_0 = \frac{a_1}{\frac{Q_1}{P_1} - 1} \dots \dots \dots (69)$$

Man nähert dann die strenge Form durch einen umhüllenden Kegelstumpf an.

Beispiel. $Q_1 = 2000^k$, $Q_2 = 1000^k$, $s = 1800^{mm}$, $a_1 = a_2 = 800^{mm}$.

Hier ist $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{1800 - 800 \cdot \frac{1}{2}}{1800 + 800} = \frac{14}{26}$, also $P_1 = \frac{7 \cdot 2000}{13} = 1077^k$; ferner $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{1800 + 800 + 800 \cdot 3}{2600} = \frac{50}{26}$, also $P_2 = \frac{50 \cdot 1000}{26} = 1923^k$, wonach man die Berechnung der Zapfen und Schenkel anstellen kann. y wird = 0 bei $x_0 = \frac{800}{\frac{26}{14} - 1} = \frac{800 \cdot 14}{12} = 933^{mm}$, was in den Schaft

hineinfällt, also die oben angedeutete Annäherung erfordert.

Für Rechnungsproben und Erleichterungen ist es wichtig, zu bemerken, dass bei den sämtlichen obigen Achsen stets $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2$ ist.

§. 50.

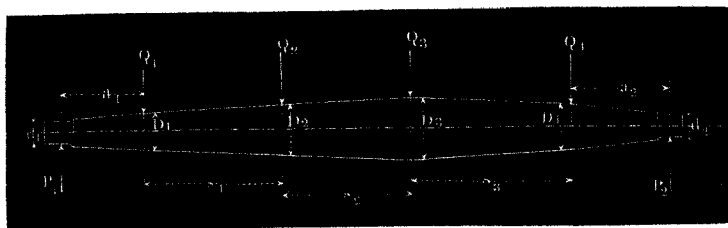
Achse mit 3 und 4 Tragpunkten.

Die Zahl der Tragpunkte der Achsen wird oft bis zu 4 ausgedehnt. Sind die Belastungen, siehe Fig. 84, Q_1 , Q_2 , Q_3 und Q_4 , die Schaftstücke s_1 , s_2 , s_3 lang, so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s_1 + s_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) + s_3 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1}\right) + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1} + \frac{Q_4}{Q_1}\right)}{a_1 + s_1 + s_2 + s_3 + a_2} (70)$$

woraus sich durch passende Zeichenänderung auch $\frac{P_2}{Q_2}$ ergibt.

Fig. 84.



Zur Erleichterung und Prüfung der Zahlenrechnungen dient es, dass wieder $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ ist.

Lässt man Q_4 und s_3 Null werden, so erhält man den Ausdruck für die dreifach belastete Achse, und, wenn auch noch Q_3 und $s_2 =$ Null gesetzt werden, den Ausdruck (63) für die zweifachtragende, endlich bei Q_2 und $s_1 =$ Null jenen für die einfache Achse.

Für die Schaftstücke lassen sich auch Formeln ähnlich (66) bilden; man kann indessen ohne Weiteres die einzeln ermittelten Achsenköpfe durch Kegelstumpfe verbinden, um genügend angenäherte Formen zu erhalten.

Der Durchmesser des Achsenkopfes bei Q_4 findet sich aus:

$$\frac{D_4}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{a_1 + s_1 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right) + s_2 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1}\right) + s_3 \left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1} - \frac{Q_3}{P_1}\right)}{\left(\frac{l_1}{2}\right)}} \quad \dots (71)$$

Werden hierin nacheinander s_3 , s_2 und $s_1 =$ Null gesetzt, so geht die Formel über in die für $\frac{D_3}{d_1}$, $\frac{D_2}{d_1}$, $\frac{D_1}{d_1}$. Die Achsenköpfe werden mit dem aus §. 45 bekannten Vorsprung e' und einer Breite aufgesetzt, welche vorgeschrieben ist, andernfalls sie = dem $1\frac{1}{2}$ -fachen der grösseren der beiden Endzapfenlängen genommen werden kann.

Es ist klar, dass auch freitragende Schenkel angewandt werden können, deren Behandlungsweise sich indessen aus den oben angegebenen unschwer ableitet, auch z. B. durch Negativsetzen von a_1 oder a_2 sich unmittelbar ergibt.

Reuleaux, der Constructeur.

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 51.

Kreisringquerschnitt.

Will man eine Achse mit dem Kreisringquerschnitt, also röhrenförmig, ausführen, so berechne man vorerst die Zapfen als hohle Zapfen nach den Angaben unter f) in §. 34, und beziehe dann, unter Beibehaltung des bei den Zapfen angewandten Hohlungsverhältnisses, sämtliche Abmessungen ebenso auf die Dicke der hohlen Zapfen, wie es bisher für die vollen gezeigt wurde. Das gebräuchlichste Hohlungsverhältniss ist 0,6. Auch kann man übrigens wie folgt verfahren. Man bestimme sämtliche Dimensionen der Achse unter Zugrundelegung des vollen Kreisquerschnittes, wähle sodann das Hohlungsverhältniss, und multiplicire mit dem zugehörigen aus Formel (56) zu entnehmenden Coëfficienten alle einzelnen Durchmesser.

§. 52.

Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben.

Bei den mehrfach tragenden gusseisernen Achsen eignet sich für den Schaft sehr gut der Kreuzquerschnitt. Die Achse erhält dann im Schaft vier Flügel, und wird danach Flügelachse genannt (entsprechend der Benennung Flügelzapfen in §. 43). Die Schenkel behalten dabei häufig ihre conoidische Form bei (Fig. 85). Bei der Construction einer solchen Achse wird der Schaft zuerst (punktirt) so verzeichnet, als ob er den vollen Kreisquerschnitt erhalten solle, und darauf das Profil $KS\dots$ der Flügel, in K an den Achsenkopf anschliessend, mit einer Anschwellung (siehe §. 54) von dem einen Schenkel zum anderen geführt. Ist dann für irgend eine Stelle (x) des Schaftes:

y der Durchmesser der ideellen runden Achse,

h die Rippenhöhe,

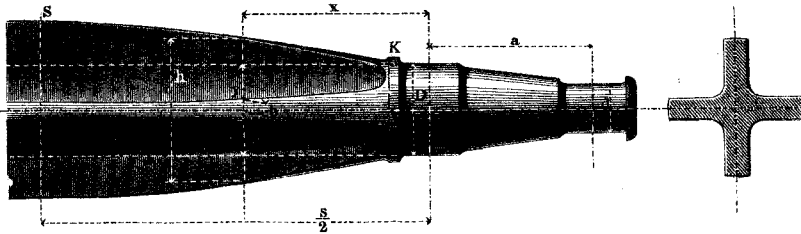
b die Rippenbreite oder -Dicke,

so wähle man b derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \frac{b}{h} \sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}} \sqrt[3]{1 - \frac{b}{h} + \left(\frac{h}{b}\right)^2} \dots \dots \dots (72)$$

Das für Gewichtberechnungen wichtige Verhältniss zwischen

Fig. 85.



dem Inhalt F_1 des Kreuzquerschnittes und der Fläche F des runden ist dabei

$$\frac{F_1}{F} = \frac{4}{\pi} \frac{b}{h} \left(\frac{h}{y}\right)^2 \left(2 - \frac{b}{h}\right) \dots \dots \dots (73)$$

Folgende Tabelle erleichtert die Benutzung dieser Formeln.

$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$
2,27	0,05	0,63	1,65	0,13	0,84	1,37	0,22	0,93
2,09	0,06	0,65	1,61	0,14	0,85	1,31	0,25	0,95
2,00	0,07	0,69	1,57	0,15	0,86	1,28	0,27	0,96
1,94	0,08	0,73	1,53	0,16	0,87	1,24	0,30	0,98
1,87	0,09	0,76	1,50	0,17	0,88	1,20	0,33	1,00
1,81	0,10	0,78	1,47	0,18	0,89	1,16	0,36	1,00
1,76	0,11	0,80	1,44	0,19	0,90	1,12	0,40	1,01
1,70	0,12	0,82	1,42	0,20	0,92	1,07	0,45	1,01

Um das Gewicht des Flügelschaftes zu erhalten, multiplicire man das zuerst ermittelte Gewicht des ideellen runden Schaftes mit dem arithmetischen Mittel aus den in Anwendung kommenden Werthen von $\frac{F_1}{F}$.

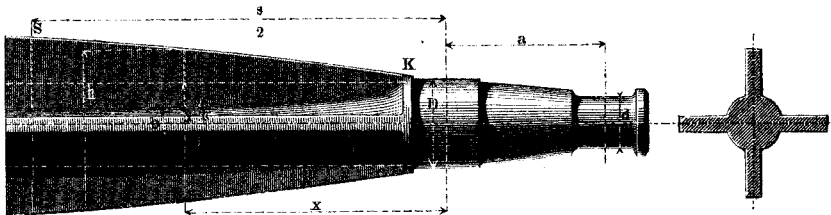
Beispiel. Hat an irgend einer Stelle das Profil der Flügelachse den zweifachen Durchmesser der ideellen runden Achse zur Höhe, so ist dort nach der zweiten Spalte und dritten Zeile der Tabelle die Rippenbreite $b = 0,07$ der Rippenhöhe zu nehmen. Gleichzeitig lehrt die dritte Spalte, dass alsdann der Kreuzquerschnitt nur 0,69mal so gross ist, als der volle Kreis, von welchem ausgegangen wurde.

§. 53.

Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben.

Häufig gebraucht ist der Querschnitt in Fig. 86. Um ihn anzuwenden, verzeichne man vorerst wieder die ideelle runde Achse und das nach Geschmacksrückichten gewählte Höhenprofil der

Fig. 86.



Flügel. Alsdann bleibt noch übrig, entweder die Rippendicke b für jede Stelle anzunehmen und die Kerndicke k zu suchen, oder k anzunehmen (z. B. constant für die ganze Achse) und b zu suchen. Man verfähre in beiden Fällen mit Hülfe der folgenden Tabelle derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi} \frac{b}{h} \left[1 - \left(\frac{k}{h}\right)^3\right]} \dots \dots \dots (74)$$

wobei zugleich ist:

$$\frac{F_1}{F'} = \left(\frac{h}{y}\right)^2 \left[\left(\frac{k}{h}\right)^3 + \frac{8}{\pi} \frac{b}{h} \left(1 - \frac{k}{h}\right)\right] \dots \dots \dots (75)$$

Ganz zweckmässig ist es, die Flügel schon bei K merklich über den Cylinder des Achsenkopfes heraustreten zu lassen, damit sich ihre Festigkeit durch Verkleinerung von k geltend macht. Der Anlauf bei K vermittelt sehr bequem diesen Formenübergang.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,31	1,40	1,50	1,61	1,72	1,84	1,94	2,04	2,15	2,18	2,22	2,26	2,27
0,06	1,30	1,39	1,48	1,58	1,68	1,79	1,87	1,95	2,02	2,07	2,11	2,13	2,14
0,07	1,29	1,38	1,46	1,56	1,65	1,74	1,82	1,89	1,94	1,98	2,00	2,02	2,02
0,08	1,28	1,36	1,45	1,53	1,62	1,70	1,76	1,83	1,87	1,91	1,93	1,93	1,93
0,09	1,27	1,35	1,43	1,51	1,59	1,66	1,72	1,77	1,81	1,84	1,86	1,87	1,87
0,10	1,27	1,34	1,42	1,49	1,56	1,63	1,68	1,72	1,75	1,78	1,80	1,80	1,81
0,11	1,26	1,33	1,40	1,47	1,54	1,60	1,64	1,68	1,71	1,73	1,74	1,75	1,75
0,12	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,61	1,64	1,67	1,68	1,69	1,70	1,70
0,13	1,25	1,31	1,38	1,43	1,49	1,54	1,58	1,61	1,63	1,64	1,65	1,65	1,65
0,14	1,24	1,30	1,36	1,42	1,47	1,51	1,55	1,57	1,59	1,60	1,61	1,61	1,61
0,15	1,23	1,29	1,35	1,40	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58	1,58	1,58
0,16	1,23	1,28	1,34	1,38	1,43	1,46	1,49	1,52	1,53	1,54	1,55	1,55	1,55
0,17	1,22	1,27	1,33	1,37	1,41	1,45	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52	1,52	1,52

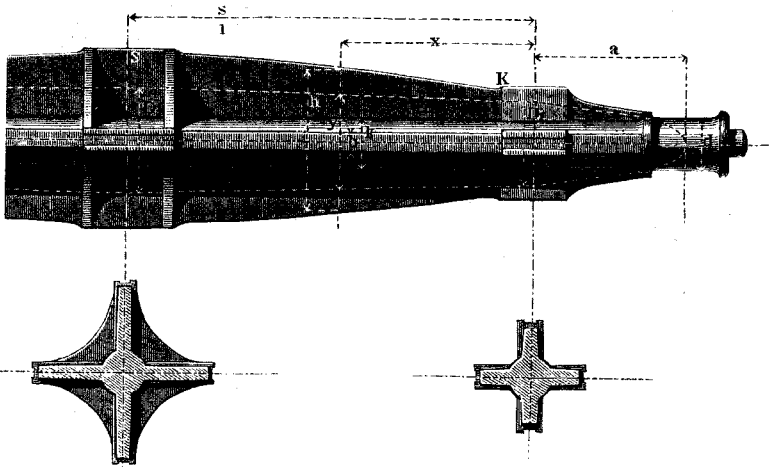
$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{F_1}{F}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,14	1,16	1,19	1,22	1,21	1,21	1,17	1,12	1,09	0,96	0,89	0,82	0,78
0,07	1,12	1,14	1,15	1,17	1,17	1,16	1,12	1,07	1,00	0,93	0,86	0,80	0,73
0,09	1,11	1,13	1,14	1,14	1,14	1,11	1,07	1,03	0,98	0,92	0,89	0,81	0,72
0,11	1,11	1,12	1,12	1,12	1,11	1,09	1,05	1,00	0,96	0,87	0,85	0,83	0,80
0,13	1,10	1,11	1,12	1,10	1,09	1,07	1,03	0,98	0,95	0,91	0,87	0,84	0,82
0,15	1,09	1,09	1,09	1,09	1,07	1,03	1,01	0,97	0,95	0,91	0,89	0,87	0,85
0,17	1,08	1,08	1,10	1,07	1,05	1,03	1,00	0,97	0,94	0,91	0,90	0,89	0,89

Beispiel. Ist wieder an irgend einer Stelle ein Schaft $\frac{h}{y} = 2$ und $\frac{k}{y} = 0,6$, d. i. $\frac{k}{h} = 0,3$, so hat man gemäss Spalte 12 Zeile 3 der oberen Tabelle $b = 0,07h$ zu nehmen, wobei der Sternquerschnitt nach der unteren Tabelle Spalte 12 Zeile 2 0,86mal so gross wird, als der Kreisquerschnitt. Wäre der ideale Schaft cylindrisch, und hätte man für $\frac{F_1}{F}$ in regelmässigen Abschnitten des Schaftes die Werthe: 0,73, 0,86, 0,94, 1,0 gefunden,

so würde der Flügelschaft $\frac{0,73 + 0,86 + 0,94 + 1}{4} = 0,88$ von dem Gewicht des Cylinderschaftes erhalten.

In Fig. 86 ist b constant genommen und k gesucht worden. Hierbei ist es für die gewöhnlichen Fälle vollkommen ausreichend, zwei Durchmesser des conoidischen Kernes zwischen je zwei Tragpunkten zu suchen (z. B. seine Dicke beim ersten und zweiten Drittel seiner Länge) und durch die gefundenen Punkte einen Kegelstumpf zu legen.

Bei der in der folgenden Figur dargestellten dreifach tragenden Achse ist k constant genommen und b gesucht worden. Zugleich Fig. 87.



ist hier auch der Schenkel a der Achse im Sternquerschnitt ausgeführt. Die Köpfe erhalten, wie die beiden Durchschnitte verdeutlichen, eine Verdickung zur Aufnahme der Keilnuthen, der mittlere Kopf ausserdem noch acht kleine Versteifungsrippen. Dem Zapfen ist ein kleiner Hülzzapfen, beim Aufstellen schwerer Achsen der vorliegenden Art sehr nützlich, angegossen.

§. 54.

Verzeichnung der Flügelprofile.

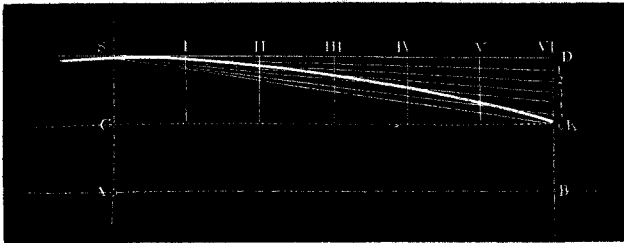
Zur Verzeichnung der schwachgekrümmten Linie, nach welcher die Profile der Achsenflügel begrenzt werden, kann man sich einer

der folgenden Methoden bedienen. In den zugehörigen Figuren bezeichnet AB die geometrische Achse des Stückes, S den (bekannten) Scheitelpunkt der Profilvercurve, K den ebenfalls bekannten oder gewählten Ansatzpunkt derselben am Achsenkopf.

1) Kreisbogen. Nur bei Zeichnungen in kleinem Maasstab ist der Kreisbogen, wenn er nach Kreisschablonen gezogen werden kann, zweckmässig.

2) Parabel. (Fig. 88) $SD \parallel AB \parallel CK$; theile SD in n , z. B. sechs gleiche Theile, ebenso DK ; fälle von den Theilpunkten

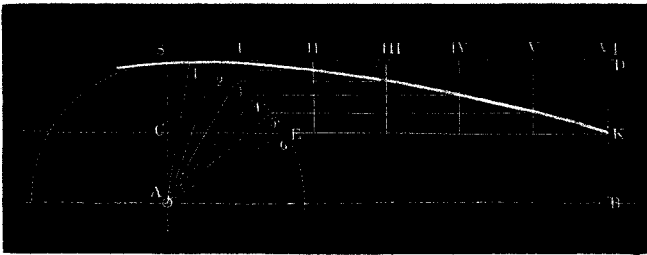
Fig. 88.



I, II, III... Lothe auf CK , und ziehe aus S die Geraden $S_1, S_2, S_3 \dots$, so liefern deren Schnittpunkte mit den Lothen I, II, III... die gesuchten Parabelpunkte.

3) Sinoide. (Fig. 89) $SD \parallel AB \parallel CK$; beschreibe mit AS einen Kreis um A , theile den durch CK abgeschnittenen Bogen SE desselben in n , z. B. sechs gleiche Theile, ebenso die Gerade SD ,

Fig. 89.

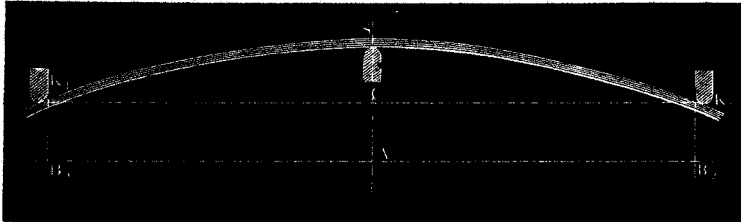


ziehe aus den Theilpunkten 1, 2, 3... Parallelen zu AB , und aus I, II, III... Lothe zu AB , so liefern die Schnitte der letzteren mit den ersteren die gesuchten Sinoidenpunkte.

4) Elastische Linie. Man biege eine sorgfältig prisma-

tisch gearbeitete Ruthe (Fig. 90) von quadratischem Querschnitt durch Druck an den Punkten K , K_1 und S derart, dass die Pfeilhöhe CS die verlangte Grösse erhält, und verzeichne dann die

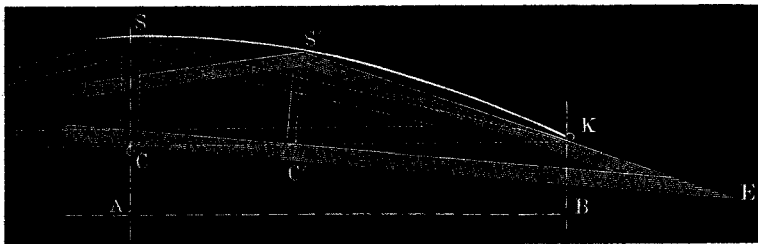
Fig. 90.



Curve, indem man die Ruthe als Lehre benutzt. Für grosse Ausführungen ist die Ruthe etwa 20 bis 30mm dick zu nehmen und unter Wasser aufzubewahren.

5) Cardioide. Die folgende in vielen Fabriken gebräuchliche Methode eignet sich vorzugsweise gut zum Aufreissen der Curve auf das zum Modell vorgerichtete Brett. Es wird behufs der Verzeichnung eine hölzerne Schablone $S'KEC$ (Fig. 91) angefertigt, bei welcher EC und $E'S'$ gerade Kanten sind, und deren

Fig. 91.



Abmessungen $C'S' = CS$ und $CE = CK$ durch die Lage der zu verbindenden Punkte S und K gegeben sind. Man bringe sodann in C und K feste Stifte an, und führe die Kante CE längs dem Stift C , die Kante $S'E$ längs dem Stift K , so beschreibt der Punkt S' der Schablone von S nach K einen Bogen einer verlängerten (Peri-) Cardioide, welches Bogenstück sich sehr gut zu dem vorliegenden Zwecke eignet, und durch Führung eines Bleistiftes in S' unmittelbar fest und kräftig auf das Modellbrett aufgerissen werden kann.

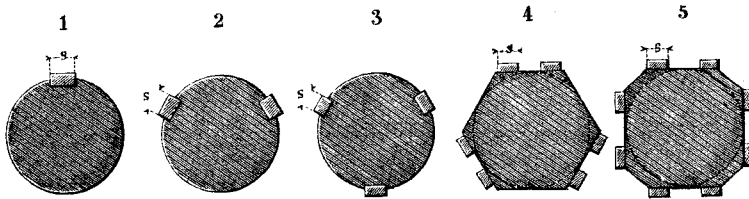
Für das Entwerfen auf dem gewöhnlichen Zeichenbrett ist es sehr bequem, die Curve nach 2) oder 3) zu bestimmen und sie darauf mit Hülfe einer angelegten ganz dünnen Ruthe nach 4) zu ziehen.

§. 55.

Abmessungen der Befestigungskeile.

Die Keile, mittelst deren die Naben auf die Köpfe der Achsen befestigt werden, können nur nach empirischen Regeln construiert werden. Man wendet entweder nur einen oder zwei und mehr Keile zusammen an (Fig. 92), und macht die mittlere Keildicke

Fig. 92.



gleich der halben Keil- oder Schlüsselbreite s . Letztere nehme man:
bei einem Keil $s = 2,5 e$,
bei zwei Keilen $s = 2 e$,
bei drei und mehr Keilen . . $s = 1\frac{3}{4} e$,
wobei hier e die Anlaufhöhe des dem Achsenkopf zunächst liegenden Stirnzapfens bedeutet. Ist der Achsenkopf freitragend, so beziehe man e auf seinen eigenen Durchmesser.

§. 56.

Hölzerne Achsen.

Die Wasserräder erhalten vielfach Achsen aus Eichenholz, denen man ein regelmässiges Vieleck zum Querschnitt giebt. Sie werden bis auf die, durch die anzuwendende Zapfenverbindung (siehe §. 43) vorgeschriebenen Schenkelenden prismatisch und demnach so dick gemacht, wie die stärkst beanspruchte Stelle es

verlangt. Man findet für die Eichenholz-Achse die Dicke, indem man für die gleichbelastete gusseiserne Achse die Achsenkopfdicke aufsucht (siehe §. 45—50) und diese mit 1,5 multiplicirt. Der so erhaltene Durchmesser kann für einzelne Fälle zu klein ausfallen, wenn nämlich etwa die Arme in den Achsenkörper eingesteckt, überhaupt der Baum verschwächt werden muss, reicht aber bei Anlassung des vollen Querschnittes aus.

Beispiel. Eine Wasserradachse von 2400mm Schenkellänge sei so belastet, dass sie gusseiserne Zapfen von 90mm Dicke und danach von 120mm Länge erhalten müsse. Gemäss (§. 45) ist dann die Achsenkopfdicke für Gusseisen zu nehmen:

$$D = 90 \cdot \sqrt[3]{\frac{2400}{60}} = 90 \cdot \sqrt[3]{40} = 308\text{mm.}$$

In Holz ausgeführt, ist daher zu machen: $D' = 1,5 \cdot 308 = 462\text{mm.}$

VIII. W e l l e n .

§. 57.

Berechnungsart der cylindrischen Wellen.

Der Maschinenbau versteht unter Wellen diejenigen Verkörperungen geometrischer Drehachsen, welche verdrehende Kraftmomente zu übertragen bestimmt sind. Dieselben müssen für diesen Zweck solche Abmessungen erhalten, dass sie 1) fest genug sind, und dass sie 2) durch die verdrehende Kraft nicht zu stark verwunden werden. In der Regel erfahren die Wellen ausser der Beanspruchung auf Drehung auch noch solche auf Biegung durch die Gewichte und Pressungen der auf ihnen sitzenden Räder, Rollen, Hebel u. s. w. Vorerst soll indessen darauf keine Rücksicht genommen und auch nur für die massiven cylindrischen schmied- und gusseisernen Wellen die Berechnungsart angegeben werden.

Es bezeichne für eine solche Welle:

P die verdrehende Kraft,

R den Hebelarm, an welchem sie angreift,

N die Anzahl der Pferdestärken, welche die Welle überträgt,

n die Anzahl ihrer Umdrehungen pro Minute,

d den Wellendurchmesser,

L die Länge der Welle (ausnahmsweise) in Meter,

ϑ° den Verdrehungswinkel in Graden,

☉ die durch die Verdrehung am Wellenumfang hervorgerufene Spannung,

G den Drehungsmodul des Materials der Welle,

so ist zu nehmen, bei blosser Berücksichtigung der Festigkeit:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \text{☉}} PR} \dots \dots \dots (76)$$

und bei blosser Berücksichtigung der Verdrehung:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi G} \frac{1000 \cdot 360}{2 \pi} \frac{L}{\vartheta^0} PR} \dots \dots \dots (77)$$

Um dieselbe Sicherheit bei den Wellen anzuwenden, die bei den Achsen und Zapfen gebraucht wurde, darf ☉ bei Schmiedeeisen nicht über 4,8^k, bei Gusseisen nicht über 2,4^k hinausgehen*). In Bezug auf die Verdrehung ist es zweckmässig, bei Wellen, die nicht über 3 Meter Länge haben, zu nehmen: $\vartheta^0 = \frac{L}{4}$.

Diese Werthe in (76) und (77) eingeführt, liefern für schmiedeeiserne Wellen, die über 275^{mm} Durchmesser erhalten:

$$d = \sqrt[3]{PR} = 90 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \dots \dots \dots (78)$$

und für schmiedeeiserne Wellen unter 275^{mm} Durchmesser:

$$d = 4,13 \sqrt[4]{PR} = 120 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \dots \dots \dots (79)$$

Ferner ergibt sich für gusseiserne Wellen über 275^{mm} Durchmesser:

$$d = 1,26 \sqrt[3]{PR} = 113 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \dots \dots \dots (80)$$

und für gusseiserne Wellen unter 275^{mm} Durchmesser:

$$d = 4,9 \sqrt[4]{PR} = 143 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \dots \dots \dots (81)$$

Nach diesen Formeln sind die beiden folgenden Tabellen berechnet.

*) Die Praxis bietet indessen Fälle dar, wo diese Grenzen überschritten werden. So findet sich in der Spinnerei in Logelbach bei Colmar eine schwere gusseiserne Wellenleitung, bei welcher in den Lagerhälsen die Spannung ☉ auf 3,65^k geht (ermittelt mit Unterlage einer ganz genauen Messung der durchgeleiteten Arbeitstärke). Die Schafte der einzelnen Wellen dieser Leitung sind dagegen wieder sicherer construirt, indem sie durch Anschwellung des Hauptkörpers sowohl, als durch Aufsetzen von vier Rippen bedeutend verstärkt sind.

§. 58.

Schmiedeeiserne Wellen.

d	PR	$\frac{N}{n}$	d	PR	$\frac{N}{n}$
30	2 784	0,004	130	981 690	1,37
32	3 608	0,005	135	1141 700	1,63
34	4 593	0,006	140	1320 400	1,87
36	5 733	0,008	145	1519 400	2,13
38	7 167	0,010	150	1740 100	2,43
40	8 799	0,012	155	1983 900	2,78
45	14 094	0,020	160	2252 600	3,16
50	21 482	0,030	165	2547 600	3,57
55	31 453	0,044	170	2870 800	4,03
60	44 531	0,063	175	3223 700	4,52
65	61 356	0,086	180	3608 200	5,06
70	82 526	0,116	190	4479 300	6,28
75	108 750	0,153	200	5499 400	7,72
80	140 780	0,197	210	6684 600	9,36
85	179 420	0,252	220	8239 300	11,30
90	225 510	0,32	230	9618 600	13,50
95	279 960	0,39	240	11144 000	16,00
100	343 720	0,48	250	13423 000	18,84
105	417 790	0,59	260	15707 000	22,04
110	503 240	0,71	270	18267 000	25,60
115	601 160	0,84	280	21952 000	30,11
120	712 730	1,00	290	24389 000	33,46
125	839 150	1,17	300	27000 000	37,03.

Anmerkung. Wenn in den Spalten für PR die drei abgetrennten Stellen abgeschnitten werden, so bleibt die Zahl übrig, welche R in Meter ausgedrückt entspricht.

§. 59.

Gusseiserne Wellen.

<i>d</i>	<i>PR</i>	$\frac{N}{n}$	<i>d</i>	<i>PR</i>	$\frac{N}{n}$
40	4 399	0,006	155	992 950	1,39
45	7 047	0,010	160	1126 300	1,58
50	10 741	0,015	165	1273 800	1,78
55	15 726	0,022	170	1435 400	2,01
60	22 265	0,031	175	1611 850	2,16
65	30 678	0,043	180	1804 100	2,53
70	41 263	0,058	190	2239 650	3,14
75	54 375	0,076	200	2749 700	3,86
80	70 390	0,098	210	3342 300	4,68
85	89 710	0,126	220	4119 650	5,65
90	112 755	0,16	230	4809 300	6,75
95	139 980	0,19	240	5572 000	8,00
100	176 860	0,24	250	6711 500	9,42
105	208 895	0,30	260	7853 500	11,02
110	251 620	0,35	270	9133 500	12,80
115	300 580	0,42	280	10976 000	15,05
120	356 365	0,50	290	12194 500	16,73
125	419 575	0,58	300	13500 000	18,51
130	490 845	0,68	310	15252 000	20,64
135	570 850	0,81	320	16777 000	22,71
140	660 200	0,93	330	18400 000	24,91
145	759 700	1,06	340	20124 000	27,24
150	870 050	1,21	350	21942 000	29,72

Beispiel. Gegeben $N = 35$, $n = 20$, also $\frac{N}{n} = 1,75$. Hierfür ist die schmiedeiserne Welle nach Spalte 6 Zeile 2 bis 3 §. 58 zwischen 135 und 140mm dick zu nehmen; für die gusseiserne gibt Tabelle §. 59 Spalte 6 Zeile 3: $d =$ sehr nahe 165mm.

§. 60.

Drehzapfen der Wellen.

Die Zapfen der Wellen sind entweder Endzapfen, und dürfen dann als Stirnzapfen behandelt werden, oder sie sind, was der gewöhnliche Fall ist, Halszapfen, die man nach den in §. 37 gegebenen Regeln bestimmen kann. Bei den Triebwellen der Fabriken ist eine besondere Berechnung der Zapfenlänge unnöthig. Man nehme hier, wenn nicht ausnahmsweise die Zapfenlänge l beschränkt werden muss, $l = \frac{4}{3}$ oder $\frac{3}{2}d$, wobei zu bedenken ist, dass eine Vergrößerung von l über dieses Maass hinaus nicht ungünstig wirkt, sondern die Abnutzung nur verkleinert. In dieser Beziehung hüte man sich übrigens, Halszapfen und Stirnzapfen zu verwechseln.

§. 61.

Lange Triebwellen.

Die langen Triebwellen der Fabriken, denen man gewöhnlich zwischen 60 und 100 Umdrehungen pro Minute giebt, erhalten in der Regel Durchmesser unter 275^{mm} und sind daher nach den Formeln, welche den Verdrehungswinkel berücksichtigen, zu berechnen; sie würden, nach den obigen Formeln ausgeführt, in der Regel eine zu grosse Verdrehung erfahren. Man erzielt gute Verhältnisse, wenn man bei solchen Wellen den Verdrehungs-

winkel $\vartheta^\circ = \sqrt{\frac{L}{8}}$ nimmt. Um die hierfür passenden Wellendicken zu finden, multiplicire man die Werthe, welche die obigen Formeln und Tabellen ergeben, mit $\sqrt[3]{\frac{L}{2}}$, und setze dabei für L :

- a. die ganze Wellenlänge (in Meter), wenn die Triebkraft an dem einen Ende eingeleitet, am anderen ganz abgeleitet wird;
- b. die halbe Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig über die ganze Welle vertheilt ist, was in langen Wellensträngen in der Regel der Fall ist;
- c. ein Drittel der Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig abnehmend vom Krafteinleitungspunkte bis

zum Wellenende vertheilt ist (siehe Fall III. in §. 11) was in Fabriksälen mit verschiedenen starken Maschinen sich manchmal zweckmässigerweise angeordnet findet;

d. im Allgemeinen den Abstand des Angriffschwerpunktes der zu überwindenden Widerstandsmomente, wenn die Kraftabgabe irgendwie über die Welle vertheilt ist (siehe Fall IV. in §. 11). Man findet den Angriffschwerpunkt, wenn man die Producte aus den einzelnen Widerstandsmomenten (in Pferdestärken) und den Abständen ihrer Angriffspunkte vom Wellenanfang bildet und addirt, und die erhaltene Summe durch die ganze Kraftabgabe (in Pferdestärken) theilt.

Man hat für:

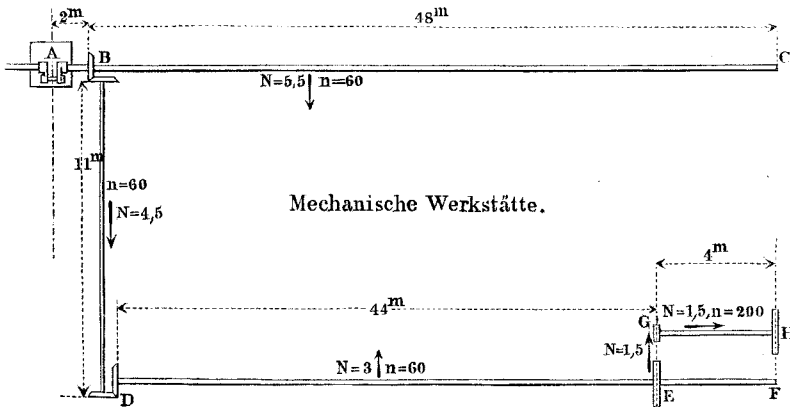
$$L = 4 \quad 8 \quad 10 \quad 12 \quad 16 \quad 20 \quad 25 \quad 30 \quad 35 \quad 40 \quad 50 \quad 60 \quad 70 \quad 80$$

$$\sqrt{\frac{L}{2}} = 1,09 \quad 1,19 \quad 1,22 \quad 1,25 \quad 1,30 \quad 1,33 \quad 1,37 \quad 1,40 \quad 1,43 \quad 1,45 \quad 1,50 \quad 1,53 \quad 1,56 \quad 1,59 \quad \cdot \cdot \cdot \quad (82)$$

e. Kommen Verzweigungen der Wellen vor, so ist bei Feststellung von L stets vom Anfang der Leitung auszugehen. Hierbei, wie bei der ganzen vorstehenden Ermittlung sind selbstverständlich mit praktischem Takt einzelne Abrundungen und Vereinfachungen der Annahmen vorzunehmen.

Beispiel. Es sei die in Fig. 93 skizzirte, einer Maschinenfabrik angehörige Triebwellenleitung zu berechnen. A Dampfmaschine, nach zwei

Fig. 93.



Seiten Kraft abgebend; die Welle *AB* (Schwungradwelle) macht 60 Umdrehungen und empfängt 10 Pferdestärken. Dem Strang *BC* sind in stufenweiser Abnahme des Kraftbedarfes Bohrbänke, grosse Drehbänke u. s. w. zugetheilt, so dass die hier stattfindende Kraftabgabe von 5,5 Pferdestärken als von *B* nach *C* hin gleichförmig bis auf Null abnehmend angesehen werden kann. Die Welle *BD* ist Zwischenwelle, indem sie unterwegs keine Kraft abgibt, sondern nur 4,5 Pferdestärken auf *DE* überträgt. An der Welle *DE* von 60 Umdrehungen hängen 1) gleichförmig vertheilt verschiedene Werkzeuge (namentlich Drehbänke) welche zusammen 3 Pferdestärken beanspruchen, 2) werden in *E* 1,5 Pferdestärken an die Vorgelegewelle *GH* mit 200 Umdrehungen abgegeben, welche bei *H* ihre Triebkraft an einen Ventilator überträgt.

Stück *AB*. $\frac{N}{n} = \frac{10}{60} = 0,166$, gäbe *d* zwischen 75 und 80^{mm}, ist übrigens als Schwungradwelle einer besonderen Berechnung und Verstärkung bedürftig.

Stück *BC*. $\frac{N}{n} = \frac{5,5}{60} = 0,092$, was nach Tabelle §. 58 67^{mm} Wellendicke entspräche. Es ist aber (c) $L = \text{etwa } \frac{50}{3} = 16,66$, und somit zu nehmen: $d = 1,31 \cdot 67 = 88^{\text{mm}}$.

Stück *BD*. $\frac{N}{n} = \frac{4,5}{60} = 0,075$, gäbe 63^{mm} Wellendicke; es ist aber zu nehmen wegen $L = 2 + 11 : d = 1,26 \cdot 63 = 79^{\text{mm}}$.

Stück *DE*. $\frac{N}{n} = \frac{4 + 1,5}{60} = 0,075$, wie bei *BD*. Es ist aber [nach *d*, a) und b)] $L = \frac{3(22 + 11 + 2) + 1,5(44 + 11 + 2)}{4,5} = 42,3^{\text{m}}$, und danach zu nehmen: $d = 1,47 \cdot 63 = 93^{\text{mm}}$.

Stück *GH*. $\frac{N}{n} = \frac{1,5}{200} = 0,0075$, gäbe 35,5^{mm} Wellendicke. Es ist aber [nach e) und a)] $L = 4 + 44 + 11 + 2 = 61^{\text{mm}}$, und daher zu nehmen $d = 1,53 \cdot 35,5 = 54^{\text{mm}}$.

Man wird nun wohl thun, die Wellenstränge *BC* und *DE* gleich stark zu machen, damit die Riemscheibennaben beiderseits passen, und beiden 91 bis 92^{mm} Dicke zu geben; denselben Durchmesser erhalte dann auch das nicht besonders wichtige Stück *EF*.

§. 62.

Wellen, die durch Menschenhände bewegt werden.

Für die Wellen an Maschinen, die durch Menschenhände betrieben werden, sind, wenn die Wellenlänge nicht sehr klein ist, die obigen Formeln und Tabellen anzuwenden. Hat man

dagegen für eine derartige Maschine nur ein kurzes Wellenstück, z. B. einen Halszapfen, der beiderseits in andere Maschinenteile übergeht, zu berechnen, bei dem also der Verdrehungswinkel ganz unbeachtet bleiben darf, so bediene man sich der Formeln (77) und (79) auch für Wellen unter 285^{mm} Dicke, setze also bei Schmiedeisen: $d = \sqrt[3]{PR}$, bei Gusseisen: $d = 1,25\sqrt[3]{PR}$.

§. 63.

Zusammengesetzte Querschnitte. Hölzerne Wellen.

Die Abmessungen der zusammengesetzten Wellenquerschnitte (Kreisring-, Kreuz- und Sternquerschnitt) findet man, nachdem man zuerst die Berechnung für die massive runde Welle (aus demselben Material) gemacht, ganz auf dieselbe Weise aus der Dicke d der runden Welle, wie es in den §. 51 bis 55 für die Tragachsen gezeigt wurde. Bei hölzernen Wellen (aus Eichenholz) nehme man den Durchmesser D des dem Querschnitt-Vieleck eingeschriebenen Kreises nicht kleiner als 2,05mal die Dicke der schmiedeisernen gleichbeanspruchten Welle.

§. 64.

Belastete Wellen.

Bei der Construction von Wellen, welche ausser den verdrehenden noch biegenden Kräften ausgesetzt sind, oder was dasselbe ist, von Tragachsen, welche durch verdrehende Kräfte beansprucht werden, untersuche man vorerst, welche Theile des Trägers bloss von biegenden, und welche bloss von verdrehenden Kräften beansprucht werden, und construire diese einzeln nach den Regeln für Tragachsen und Wellen. Diejenigen Theile sodann, welche gleichzeitig gebogen und verdreht werden, berechne man auch nach beiden Beanspruchungen und behalte die grösseren so erhaltenen Querschnittabmessungen bei. Dabei aber bediene man sich statt Formel (78) und (80) der folgenden:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Schmiedeisen: } d = 1,17 \sqrt[3]{PR} = 105 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \\ \text{Gusseisen: } d = 1,47 \sqrt[3]{PR} = 132 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \end{array} \right\} \quad (82a)$$

welche von $d = 250^{\text{mm}}$ aufwärts (statt von 285^{mm} an) gelten. Bei Anwendung dieses Verfahrens werden die Schwierigkeiten der Berechnung für zusammengesetzte Festigkeit (siehe §. 16) umgangen.

IX. Wellenverbindungen oder Kupplungen.

§. 65.

Eintheilung der Kupplungen.

Die Theile, durch welche Triebwellen so mit einander verbunden werden, dass sie sich ihre drehenden Bewegungen gegenseitig mitzutheilen vermögen, heissen Kupplungen. Sie lassen sich eintheilen in:

- 1) feste,
- 2) bewegliche,
- 3) lösbare oder Ausrück-Kupplungen.

Die ersten sind die gewöhnlichen Verbindungen der festgelagerten und sich um eine gemeinschaftliche geometrische Achse drehenden Triebwellen. Beweglich heissen solche Kupplungen, welche eine Veränderlichkeit in der gegenseitigen Lage der gekuppelten Wellen gestatten; hierher gehören u. a. die Oldham'sche Kupplung und der Hooke'sche Schlüssel oder das Universalgelenk. Die lösbaren Kupplungen endlich können während des Ganges der verbundenen Wellen ausgerückt, ausser Eingriff gebracht werden; man wendet vorwiegend lösbare Zahn-Kupplungen und Reibungs-Kupplungen an. Hier sollen nur für die festen Kupplungen Constructionsregeln gegeben werden.

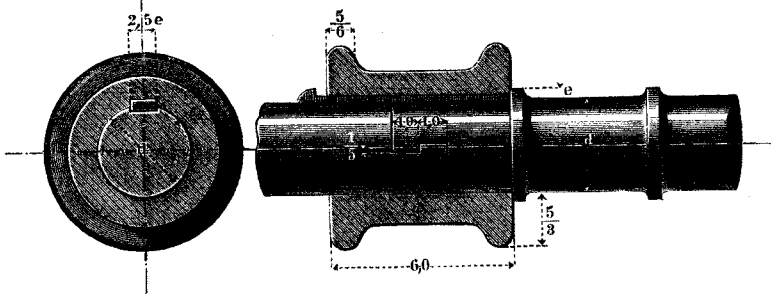
§. 66.

Feste Kupplungen.

Man fertigt die festen Kupplungen eintheilig und zweitheilig an. Von der ersteren Gattung ist die in Fig. 94 darge-

stellte Muffenkupplung. Die Muffe umschliesst die zu einem Schloss zusammengepassten Wellenenden.

Fig. 94.



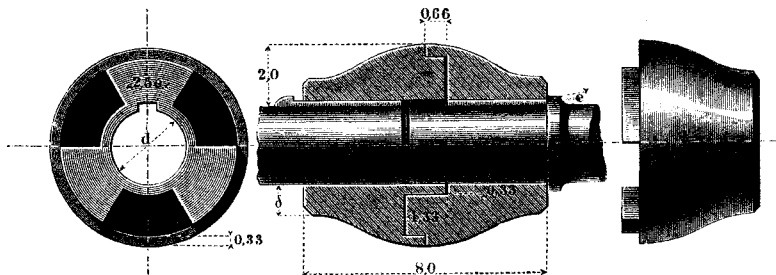
Als Bezugsinheit dient hier wie bei den folgenden Kupplungen die Wanddicke δ der Hülse, für welche man nehme:

$$\delta = 5 + \frac{d}{3} \dots \dots \dots (83)$$

Die Abmessungen des Keiles werden wie bei den Achsen auf die bekannte Anlaufhöhe e (siehe §. 34) $= 3 + \frac{1}{100} d$ bezogen. d bezieht sich auf die schmiedeisernen Wellen. Ist die Welle von Gusseisen, so suche man zuerst die ihr gleichwerthige Schmiedeisernenwelle, ermittle daraus δ und verfare wie oben.

Eine zweitheilige Kupplung ist die in Fig. 95 dargestellte

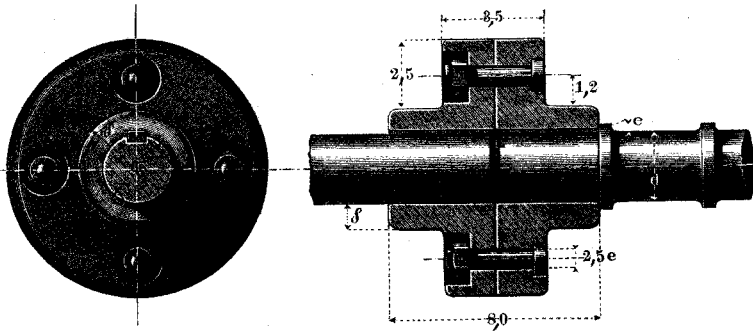
Fig. 95.



Sharp'sche Klauenkupplung, welche den Wellenenden ein kleines Spiel gestattet. Fig. 96 Scheibenkupplung, bei

grossen Fabriktriebwerken jetzt sehr viel angewandt und darum zweckmässig, weil keinerlei vorstehende Theile (Keile, Schrauben

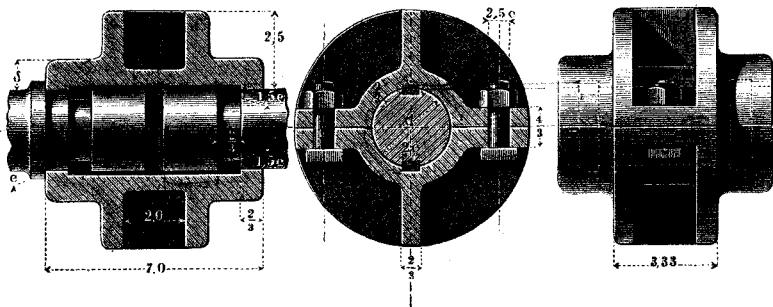
Fig. 96.



u. s. w.) vorhanden sind, welche einen allfällig auf die Kuppung fallenden Riemen erfassen und mitnehmen könnten. Anzahl der Schrauben $2 + \frac{d}{30}$.

Die Schalenkupplung*), Fig. 97, erfüllt dieselbe Bedingung

Fig. 97.



*) Die Schalenkupplung wurde vorgeschlagen von Josten, siehe u. a. Polyt. Centralblatt 1859; jedoch in anderer als der hier angegebenen Weise, mit vier Schrauben, zwei Halbringpaaren zum Bilden des Schlosses und einer Zinkkapsel zum Verhüllen des Ganzen; unter Beibehaltung des sehr guten Grundgedankens der Josten'schen Kupplung wurde die obige construiert.

unter noch grösserer, man kann sagen, vollkommener Sicherheit der Verbindung der Wellenenden. In jedes Wellenende ist eine Ringnuth gedreht, von welcher aus zwei Keilnuthen bis zur Wellenstirn laufen und die beiden mit Nasen versehenen Schlosskeile aufnehmen. Behufs bequemen Einhobelns der Gegennuthen in die Schalen werden in diese auch zwei Ringnuthen eingedreht, wie die Punktirung in der dritten Ansicht andeutet. Die beiden Scheiben neben den Schrauben verhüten, dass letztere einen Riemen oder dergleichen erfassen können. Hier, wie bei der Scheibenkupplung, werden die Schraubenmuttern mittelst eines Rohrschlüssels gedreht.

X. Zapfenlager.

§. 67.

Theile der Lager und verschiedenen Arten derselben.

Die Constructionstheile, welche die Zapfen der Achsen und Wellen unmittelbar zu tragen bestimmt sind, heissen deren Lager. Ist ein Zapfenlager vollständig ausgebildet, so unterscheiden sich an ihm: 1) die Schalen, aus Bronze oder einem ähnlichen Material gefertigt; 2) der meist gusseiserne, ein- oder mehrtheilige Lagerkörper; 3) die verschiedenen nothwendigen Verbindungsschrauben. Für diese Gegenstände bedingen die vielen Anwendungsarten der Lager eine Reihe verschiedener Hauptformen und -Anordnungen. Zunächst zerfallen die Lager in:

- a. Lager für Tragzapfen oder Traglager,
- b. Lager für Stützzapfen oder Stützlager.

Bei beiden ist die Schalenfuge womöglich ganz oder nahe senkrecht zur Richtung des Zapfendruckes zu stellen. Hieraus gehen, bei gegebener Lage des Zapfens und gegebener Stellung der Befestigungsfläche gegen denselben, andere Unterscheidungen von Lagerformen hervor, von denen die wichtigsten, zunächst für cylindrische Zapfen bestimmt, nachstehend behandelt sind.

§. 68.

Bezeigleinheiten für die Lager.

Die Einheit, welche bei den Lagerschalen vorkommt und dazu dient, deren Wanddicken, Randbreiten und Vorsprünge zu bestimmen, ist die schon bei den Zapfen gebrauchte Zahl:

$$e = 3 + \frac{7}{100} d \dots \dots \dots (84)$$

wobei d den Durchmesser des cylindrischen Zapfens oder die Weite der Schalenhöhllung bezeichnet. Für den Lagerkörper und die Schrauben, sowie die mit dem Lagerkörper zusammengepassten Parthien der Schalen giebt die Einheit:

$$d_1 = 10 + 1,15 d \dots \dots \dots (85)$$

Die Schalenlänge ist bei allen Traglagern schon durch die Regeln für die Zapfenlänge bestimmt.

A. T r a g l a g e r .

§. 69.

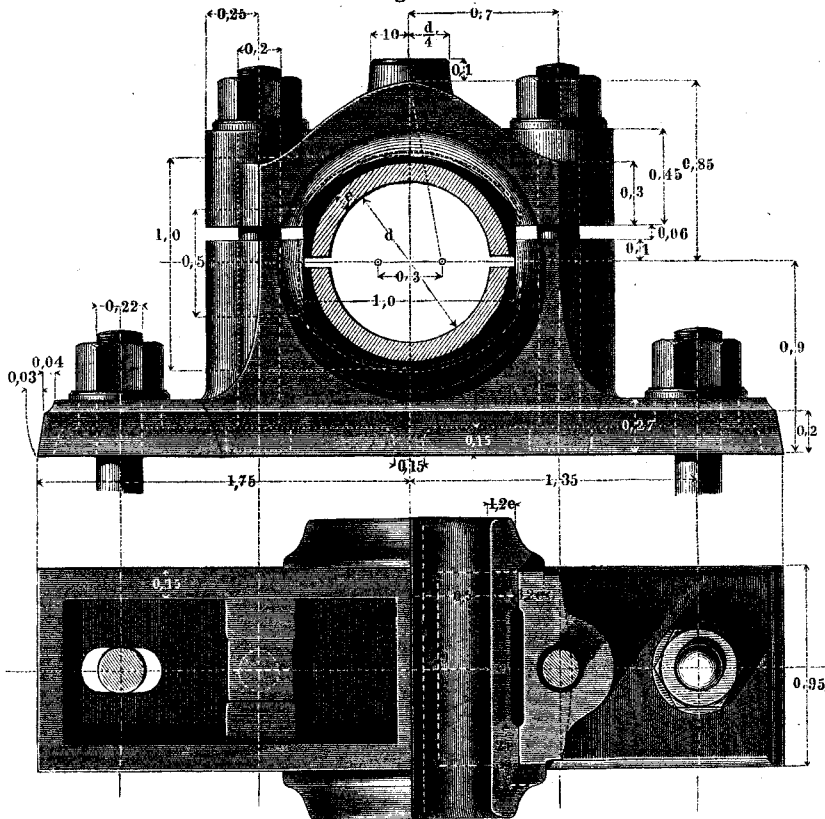
Stehlager.

Folgende Figur zeigt ein stehendes Traglager oder kurz Stehlager für Zapfen von 30 bis zu 200^{mm} Durchmesser. Die Lagersohle ist parallel der Schalenfuge, also senkrecht zur mittleren Zapfendruckrichtung, und befindet sich nahe unterhalb der Schalen. Lagerkörper und Deckel sind auf d_1 aus (85) bezogen, mit Ausnahme des Oelbehälters auf dem Deckel, welcher bei kleinen Lagern immer noch ziemlich gross ausfallen soll; er geht quer über den Deckel mit der äusseren Breite $0,7 d_1$.

Die Schalenlänge hängt von der Länge des Zapfens ab, welche, wie aus §. 84 bekannt, $\frac{4}{3} d$, $1,5 d$, $2 d$ u. s. w. sein kann. Vorliegendes Lager kann gut bis zu $l = 2 d$ gebraucht werden; der beiderseits vorstehende Schalenwulst wird nämlich mehr oder weniger abgedreht, je nachdem der Zapfen bei einem und demselben Durchmesser kurz oder lang ist. Häufig findet man die äusseren Bearbeitungsflächen der Schale anders als es hier angegeben ist, achtseitig, cylindrisch u. s. w. Jede dieser Formen hat ihre Vorzüge und ihre Nachteile, sodass eine bestimmte Entscheidung für eine Form als die beste kaum thunlich sein möchte. Das nur verdient festgehalten zu werden, dass in einer und derselben

Maschinenbauanstalt stets eine und dieselbe Schalenform sollte angewandt werden. Die Deckelschrauben haben unten einen gewöhnlichen vierseitigen Kopf; dieser ist, wie der Grundriss linker Hand zeigt, zwischen zwei Knaggen eingeschlossen, die in der Ausnehmung der Lagersohle angebracht sind, und die Schraube hindern, sich zu drehen.

Fig. 98.



Die Fusschrauben sind etwas stärker genommen, als die des Deckels, da sie stets sehr fest angezogen werden; häufig gehen sie nur durch eine Sohlplatte, vergl. Fig. 100. Behufs Festhaltens des Lagerfusses auf letztere sind die seitlichen Fussränder etwas abgeschragt. Die Ausnehmung der Lagersohle erspart einestheils Material und liefert andertheils die nöthigen Arbeitleisten.

§. 70.

Tabelle über die Gewichte der Stehlager.

d	d_1	Lager- Körper.	Deckel.	Sohl- platte.	Deckel- Fuss- Schrauben		Schalen	
					2 St.	2 St.	$l = \frac{4}{3}d$	$l = 1,5d$
27 — 30	45	0,81	0,35	0,76	0,15	0,13	0,41	0,44
33 — 37	53	1,33	0,58	1,24	0,24	0,20	0,54	0,58
40 — 45	62	2,13	0,91	1,98	0,33	0,28	0,69	0,75
50 — 55	73	3,48	1,48	3,23	0,56	0,47	1,25	1,45
60 — 65	85	5,49	2,34	5,10	0,81	0,67	1,85	2,13
70 — 75	96	7,91	3,38	7,34	1,14	0,93	2,86	3,26
80 — 85	108	9,98	4,81	10,46	1,55	1,25	3,40	3,86
90 — 95	119	13,08	6,25	13,98	2,15	1,70	4,37	4,93
100—105	131	17,73	8,72	18,95	2,85	2,23	5,44	6,09
110—115	142	22,22	10,92	23,76	3,48	2,67	7,41	8,23
120—130	160	31,79	15,59	33,99	4,93	3,72	10,33	11,36
140—150	183	47,56	23,38	50,85	7,27	5,38	14,07	15,40
160—170	206	67,84	33,36	72,55	10,57	7,70	17,22	18,77
180—190	229	93,20	45,82	96,66	14,13	10,10	21,18	22,87
200—240	240	107,28	52,75	114,72	16,23	12,24	27,14	32,21

Bemerkung. Bei den Fusschrauben ist angenommen, dass sie, wie bei Fig. 100, durch eine Sohlplatte gehen, welche für das vorliegende Stehlager dieselben Abmessungen (mit Ausnahme der Länge zwischen den Keilnasen, welche $= 2 \cdot 1,85d_1$ wird) erhält, wie in Fig. 100; ihr Gewicht ist ebenfalls hier aufgenommen.

Beispiel. Ein Stehlager für den Zapfen von 90^{mm} Dicke und 135^{mm} Länge ist nach dem Vorstehenden mit der Einheit 119^{mm}, welche $d = 95$ ^{mm} entspricht, zu construieren. Die ungefähren Gewichte sind dann gemäss der achten Zeile der obigen Tabelle die folgenden. Lagerkörper und -Deckel 19,33^k; Sohlplatte 13,98^k; Schalen 4,93^k; Deckel- und Fusschrauben (zusammen 4 Stück) 3,85^k; mithin Gesamtgewicht 41,53^k.

§. 71.

Rumpflager.

Manchmal zwingt der Raummangel, den Lagerfuss abzukürzen, so

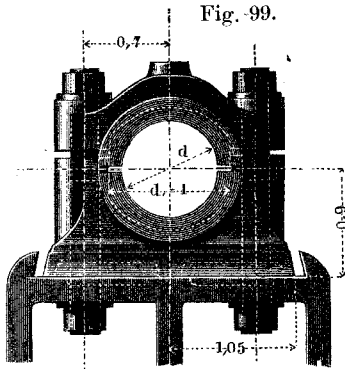


Fig. 99.

dass nur der Rumpf übrig bleibt. Derselbe wird durch die Deckelschrauben auf seine Unterlage geschraubt, indem man diese Schrauben mit einem Zwischenkopf, (s. §. 24, Fig. 21) versieht. Manche benutzen zweckmässigerweise diese Anbringungsart der Deckelschrauben auch für das ausgebildete Stehlager in solchen Fällen, wo der Zapfendruck abwechselnd

in die Unter- und Oberschale gerichtet ist.

§. 72.

Grosses Stehlager.

Fig. 100 zeigt ein Stehlager für Zapfen von 200 bis 300mm

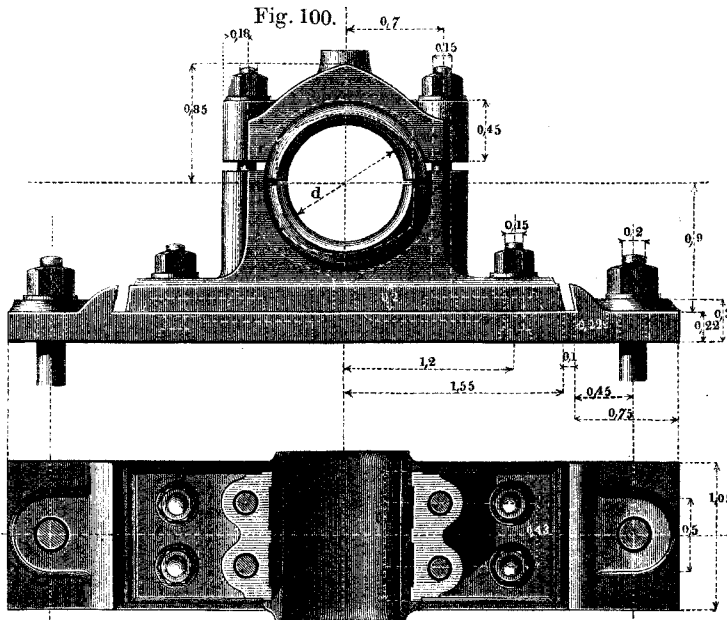


Fig. 100.

Durchmesser. Es erhält 4 Deckelschrauben und eben so viele Fusschrauben, mit denen es auf die für sich befestigte Sohlplatte niedergeschraubt wird. Lagerkörper und -Deckel sind hier mehr ausgehöhlt als bei der obigen Construction. Dieses Lager wie das in Fig. 98 kann für Hals- und für Stirnzapfen gebraucht werden; für den letzteren Fall ist indessen zu bemerken, dass bei den hier gewählten Verhältnissen dann der Zapfendruck nicht in die Deckelschale fallen sollte, indem hierfür die Deckelschrauben nur eben genügend stark sein würden*); in solchem Ausnahmefalle benutze man das Lager von der nächsthöheren Nummer. Dennoch können obige Lager für die Kurbelwellen benutzt werden, da bei diesen der Zapfen hinter der Kurbel stets ein Halszapfen ist, also einen weit grösseren Durchmesser hat, als der ideelle gleichwerthige Stirnzapfen. Bei den Lagern der Kurbelwellen ist es gut, den Deckelschrauben Gegenmuttern zu geben.

§. 73.

Tabelle über die Gewichte der grossen Stehlager.

d	d_1	Lager- Körper.	Lager- Deckel.	Sohl- platte.	Deckel- Fuss- Schrauben.		Schalen $l = \frac{1}{3} d$	Schalen $l = 1,5 d$
					4 St.	4 St.		
210	252	126,46	59,70	125,51	19,75	11,16	37,41	41,52
220	263	143,76	67,87	142,68	22,57	12,81	44,61	49,51
230	275	164,34	77,58	163,11	25,86	14,69	51,84	57,31
240	286	181,49	85,28	179,30	28,10	15,82	58,75	65,24
250	298	209,12	98,72	207,56	31,92	17,71	66,29	73,58
260	309	233,15	110,06	231,40	35,47	19,63	74,11	82,26
270	320	258,94	122,24	257,00	39,64	22,04	82,58	91,66
280	332	289,17	136,51	287,01	44,29	24,64	91,08	101,10
290	344	310,59	146,62	308,27	48,21	27,10	99,49	110,43
300	355	353,54	166,89	350,97	53,64	29,62	108,39	121,27

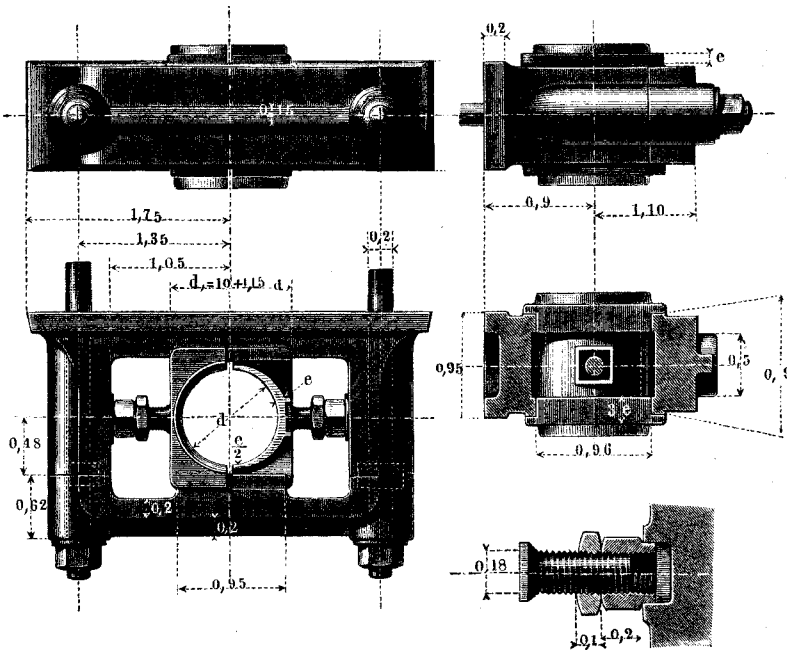
*) Vergl. übrigens weiter unten die „lagerartigen Schubstangenköpfe“.

§. 74.

Gabellager.

Die folgende Figur zeigt das Gabellager, auch, da es vorzugsweise für Halszapfen stehender Wellen zur Anwendung kommt,

Fig. 101.



Gabelhalslager genannt. Hier ist die Lagersohle senkrecht zur Schalenfuge und symmetrisch zu derselben in der Nähe der Schalen angebracht. Der Deckel bleibt fest aufgeschraubt, wenn man die Schalen herausnehmen will, indem nach Wegnahme der Druckschrauben die Schalen leicht seitlich wegzuziehen sind. Die Deckelschrauben haben Zwischenköpfe, wie beim Rumpflager, und dienen, wie dort auch, zum Festschrauben des Lagerkörpers. Vorliegendes Lager passt auf die Sohlplatte des Stehlagers von dem gleichen Zapfendurchmesser.

§. 75.

Tabelle über die Gewichte der Gabellager.

d	d_1	Lager- Körper.	Lager- Deckel.	Deckel- Schrau- ben 2 St.	Druck- Schrau- ben 2 St.	Schalen $l = \frac{4}{3} d.$
27 — 30	45	0,95	0,61	0,17	0,05	0,51
33 — 37	53	1,55	1,00	0,25	0,07	0,67
40 — 45	62	2,50	1,60	0,35	0,10	0,87
50 — 55	73	4,08	2,61	0,49	0,14	1,56
60 — 65	85	6,44	4,12	0,71	0,22	2,31
70 — 75	96	9,28	5,93	1,03	0,32	3,57
80 — 85	108	11,71	7,49	1,46	0,46	4,25
90 — 95	119	15,34	9,81	1,81	0,60	5,46
100—105	131	20,80	13,30	2,38	0,79	6,80
110—115	142	26,06	16,67	2,80	0,95	9,26
120—130	160	37,29	23,84	4,32	1,49	12,91
140—150	183	55,79	35,67	5,65	1,98	17,57
160—170	206	79,58	50,88	8,40	3,00	21,53
180—190	229	109,32	69,90	10,85	3,94	26,27
200	240	125,84	80,46	12,56	4,63	33,94

Bemerkung. Bei den Deckelschrauben ist auch am hinteren Ende eine Mutter nebst Scheibe angenommen und eine Sohlplattendicke von $0,22 d_1$ vorausgesetzt.

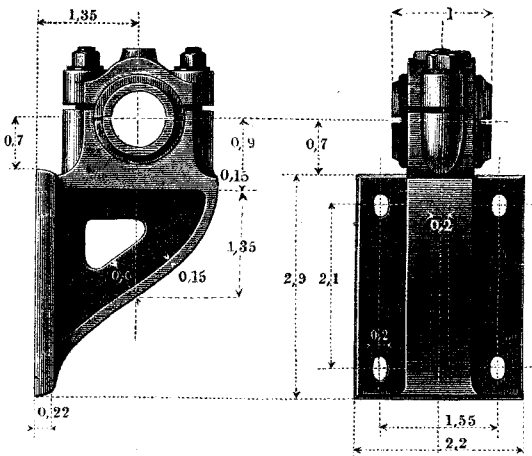
Beispiel. Es sei ein Gabelhalslager für eine stehende Welle von 95^{mm} Durchmesser zu construiren. Als Bezugsinheit dient dann gemäss Zeile 8 die Grösse $d_1 = 119^{\text{mm}}$ (für die Schalentheile die Wanddicke $e = 3 + 0,07 \cdot 95$, sei 10^{mm}). Es ergeben sich darauf nach derselben Zeile die folgenden Gewichte. Lagerkörper und -Deckel $25,15^{\text{k}}$; Schalen $5,46^{\text{k}}$; Deckel- und Druckschrauben (4 Stück zusammen) $2,41^{\text{k}}$; Gesamtgewicht $33,02^{\text{k}}$. Erhielte das Lager eine Sohlplatte (um es etwa an einem Holzbalken zu befestigen) so würde diese nach Tabelle §. 70, Zeile 8 ein Gewicht von $13,98^{\text{k}}$ erhalten, wodurch das Gesamtgewicht auf $47,00^{\text{k}}$ erhöht würde.

§. 76.

Wandlager.

Das Wandlager, Fig. 102, ist aus dem Stehlager insofern abgeleitet, als der Lagerrumpf hier ganz wie dort gebaut ist. Die Befestigungsplatte dagegen steht hier senkrecht zur Schalenfuge und parallel zur Zapfenachse, wie beim Gabellager, breitet sich aber nur zu einer Seite der Fuge aus.

Fig. 102.



Der Lagerdeckel erhält hier wie bei den Lagern in §. 77 und 79 genau dasselbe Modell, wie das Stehlager von demselben Zapfendurchmesser; das Nämliche gilt von den Schalen, welchen man also auch hier wieder eine Länge bis zu $2d$ geben kann.

Die Deckelschrauben sind mit Gewinde eingesetzte oder durch Keile gehaltene Schraubstifte nach Fig. 16 und 17, §. 24. Ueber die Gewichte der Wandlager siehe §. 80.

Bei Ausführungen für die grösseren Zapfendurchmesser gebe man der Ausbrechung der Mittelwand eine verstärkende oder besser gesagt nur verzierende Umsäumung von $0,1d_1$ Dicke und $0,4d_1$ Breite, letztere in der Richtung der Zapfenlänge gemessen. Die Wandplatte ist auf ihrem Rücken um $0,03d_1$ ausgenommen, unter Belassung einer ringsumlaufenden Arbeitleiste von $0,25d_1$ Breite.

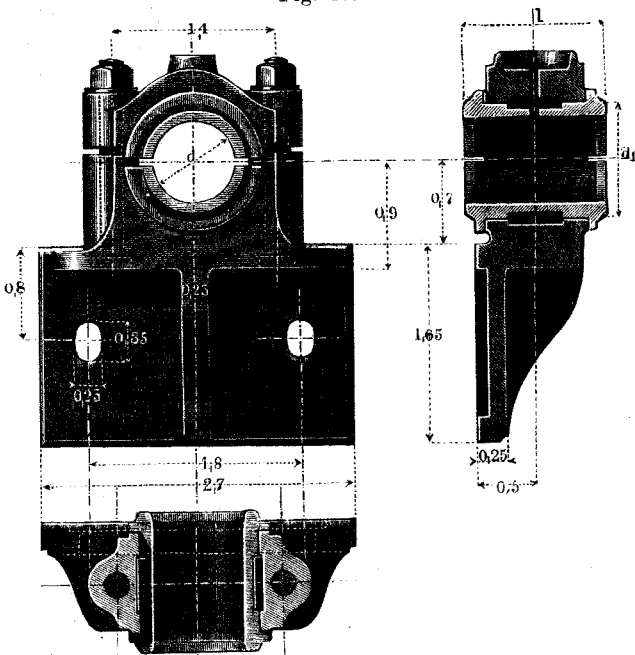
§. 77.

Stirnseitenlager.

Fig. 103 zeigt ein anderes aus dem Stehlager abgeleitetes Traglager, bei welchem die Befestigungsplatte ebenfalls senkrecht zur Schalenfuge und nur zu einer Seite derselben parallel der Stirnseite des Zapfens angebracht und danach Stirnseitenlager oder Stirnlager genannt ist.

Die Deckelschrauben werden von unten eingeschoben, was ihre Anbringung und Wegnahme sehr bequem macht.

Fig. 103.



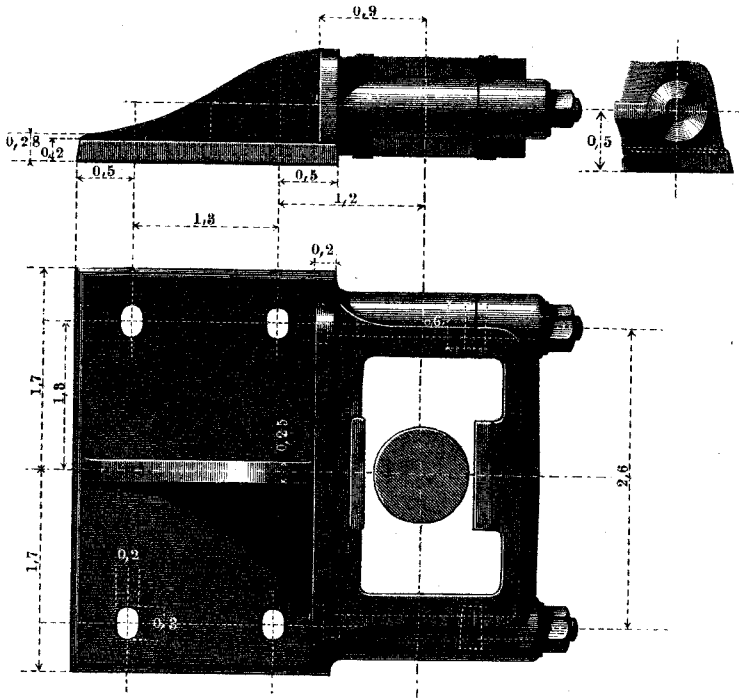
Bei Annahme von nur zwei Befestigungsschrauben für die Wandplatte ist vorausgesetzt, dass diese Platte seitlich zwischen Keilen liege und auch in der Richtung von oben nach unten noch gestützt sei, was in der Regel geschehen kann (vergl. das folgende Kapitel). In Fällen, wo solches nicht geschehen könnte, möchte es zweckmässiger sein, 4 Schrauben für die Platte anzuwenden.— Die Gewichte der Stirnlager nach Fig. 103 finden sich in der Tabelle §. 80.

§. 78.

Anderes Stirnseitenlager.

Ein anderes Stirnseitenlager zeigt Fig. 104. Es ist aus dem Gabellager abgeleitet, hat indessen nicht die grosse Anwendbar-

Fig. 104.

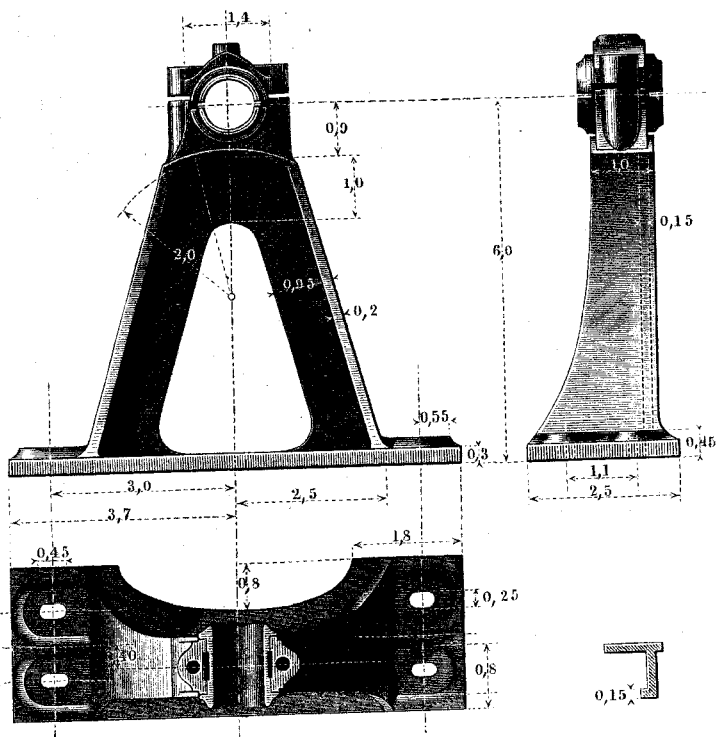


keit der vorigen Construction. Die Deckelschrauben sind mit Köpfen versehen und eingeschoben, erhalten aber an der Deckelfuge Einlageringe. Die Gewichtangaben in §. 80 beziehen sich auf das Lager in Fig. 103. Aus Wandlager und Stirnseitenlager lassen sich dadurch, dass man die Befestigungsplatte weit von der Schale abrückt, noch andere Lagerformen bilden, die in der That nicht selten für einzelne Zwecke in der Praxis angewandt werden. Anhaltspunkte für solche Constructions findet man an den folgenden Lagerarten.

Bocklager.

Das bockförmige Traglager oder Bocklager, Fig. 105, ist aus dem Stehlager Fig. 98 abgeleitet. Es ist hier nur die Lagersonhle

Fig. 105.



weiter von der Schale abgelegt als dort. Wenn d über 80mm beträgt, so bringe man an der inneren Rippe noch eine Saumnerve an, wie es in der Figur rechts unten angedeutet ist. Die Fussplatte ist von unten um $0,08 d_1$ ausgenommen, unter Belastung einer $0,30 d_1$ breiten Arbeitleiste, welche ringsum läuft und an jedem Ende des halb elliptischen Ausschnittes sowie in der Mitte einen Quersteg hat. — Auch mit Zugrundelegung des Gabelagers lässt sich leicht ein Bocklager konstruieren.

§. 80.

Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager.

d	d ₁	Lager-Körper			Deckelschrauben	
		a. Wand- lager.	b. Stirn- lager.	c. Bock- lager.	zu a.	zu b u. c.
27 — 30	45	1,96	1,40	6,13	0,08	0,15
33 — 37	53	3,21	2,57	10,03	0,12	0,24
40 — 45	62	5,14	4,12	16,05	0,18	0,33
50 — 55	73	8,93	6,72	26,20	0,30	0,56
60 — 65	85	13,25	10,61	41,36	0,43	0,81
70 — 75	96	19,08	15,28	59,58	0,61	1,14
80 — 85	108	27,18	21,76	84,85	0,72	1,55
90 — 95	119	36,34	29,11	113,47	1,11	2,15
100—105	131	49,26	39,45	153,81	1,46	2,85
110—115	142	61,75	49,45	192,80	1,85	3,48

Die Gewichte der Deckel und Schalen dieser Lager finden sich in der Tabelle §. 70.

Beispiel. Für $d = 95^{mm}$ und $l = 142^{mm}$ wiegt das Wandlager mit Deckel, Schalen und Deckelschrauben gemäss Zeile 8 hier und §. 80: $36,34 + 6,25 + 4,93 + 1,11 = 48,63^k$, das Stirnlager $29,11 + 6,25 + 4,93 + 2,15 = 42,44^k$, das Bocklager endlich $113,47 + 6,25 + 4,93 + 2,15 = 126,80^k$.

§. 81.

Rippenhänglager.

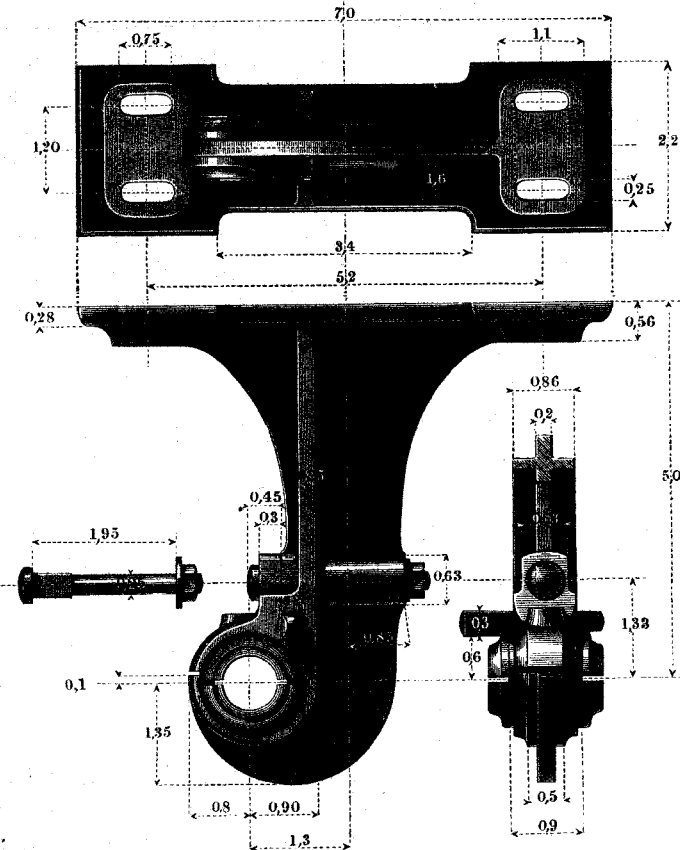
Bei den Hänglagern befindet sich die Befestigungsplatte über den Schalen, und meist in gewisser Entfernung von denselben, überdies parallel mit der Schalenfuge. Nach der Zusammensetzung des Lagerkörpers heisst das nachfolgende hängende Traglager Rippenhänglager, Fig. 106 (a. f. S.).

Es trägt die Schale in einem hakenförmigen Untertheil; erstere ist eingerichtet wie bisher; der Deckel wird mit einem Keil

Reuleaux, der Constructeur.

angetrieben und durch die darüber liegende Klemmschraube in der gewünschten Stellung festgehalten. Bei den Zapfendurchmessern unter 50mm genügt an jeder Seite der Befestigungsplatte eine Schraube, welche man alsdann $0,3 d_1$ dick nehme; die Schraubennüsse auf der Unterseite der Platte, welche hier behufs Materialersparniss ausgehöhlt sind, werden dann entsprechend verändert; man sehe dieserhalb übrigens das folgende Lager. Die Gewichte der vorliegenden Lager siehe in §. 84.

Fig. 106.



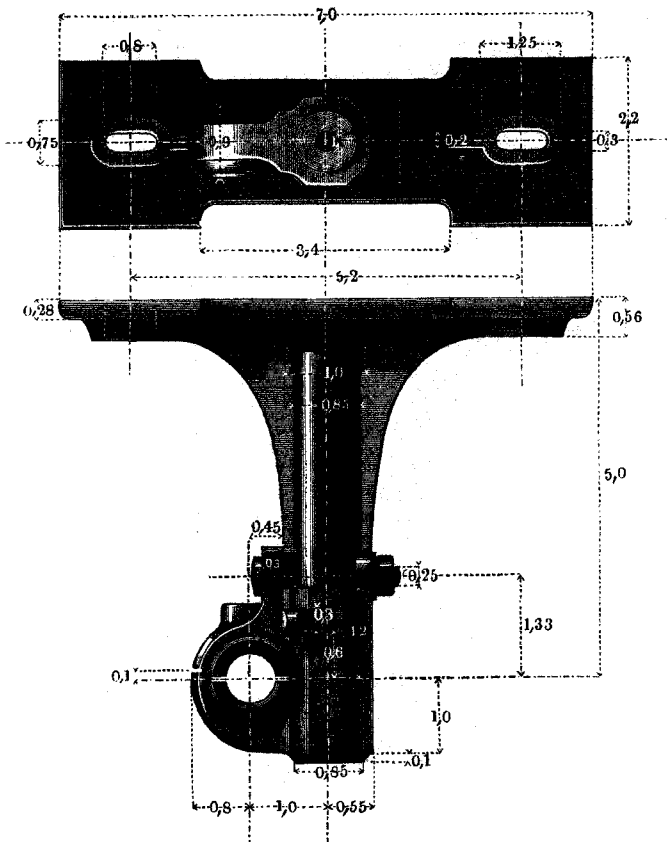
Die Hänglager werden meist nicht unmittelbar an die Deckenbalken, sondern auf zwischengelegte Querhölzer geschraubt; diese dienen gleichzeitig dazu, den Lagern die gewünschten Deckenabstände zu geben.

§. 82.

Säulenhänglager.

Hier ist die Hauptanordnung ganz wie bei dem vorigen Lager, der Deckel überdies genau nach demselben Modell wie dort geformt; nur der Lagerkörper, dessen Hauptform dem Lager den Namen

Fig. 107.

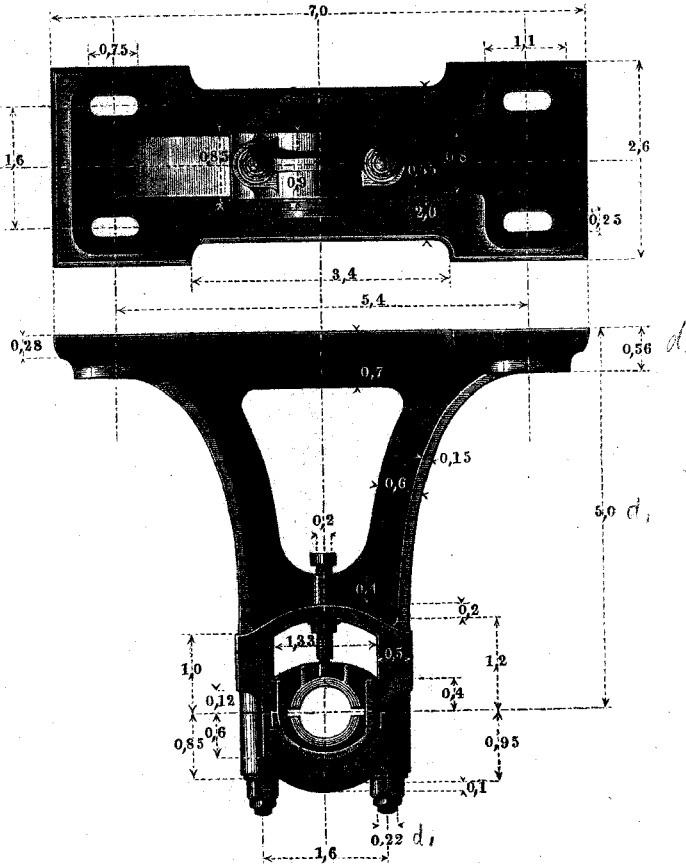


giebt, ist anders gestaltet. Die Säule ist hohl und hat innen $0,55 d_1$ Durchmesser. Bei grösseren Zapfendicken wende man, wie in Fig. 106, vier Befestigungsschrauben, statt deren zwei an.

Gabelhänglager.

Während bei den beiden vorigen Constructionen die ein- oder auszulegende Welle stets seitwärts bewegt werden muss, braucht dieselbe bei dem Gabelhänglager, Fig. 108, nur senk-

Fig. 108.



recht bewegt zu werden, indem das Untertheil des Lagers sich ganz wegnehmen lässt; auch ist die Oberschale leicht herauszunehmen und nachzusehen. Die Mittelwand ist $0,15 d_1$ dick.

§. 84.

Tabelle über die Gewichte der Rippen-, Säulen- und Gabelhänglager.

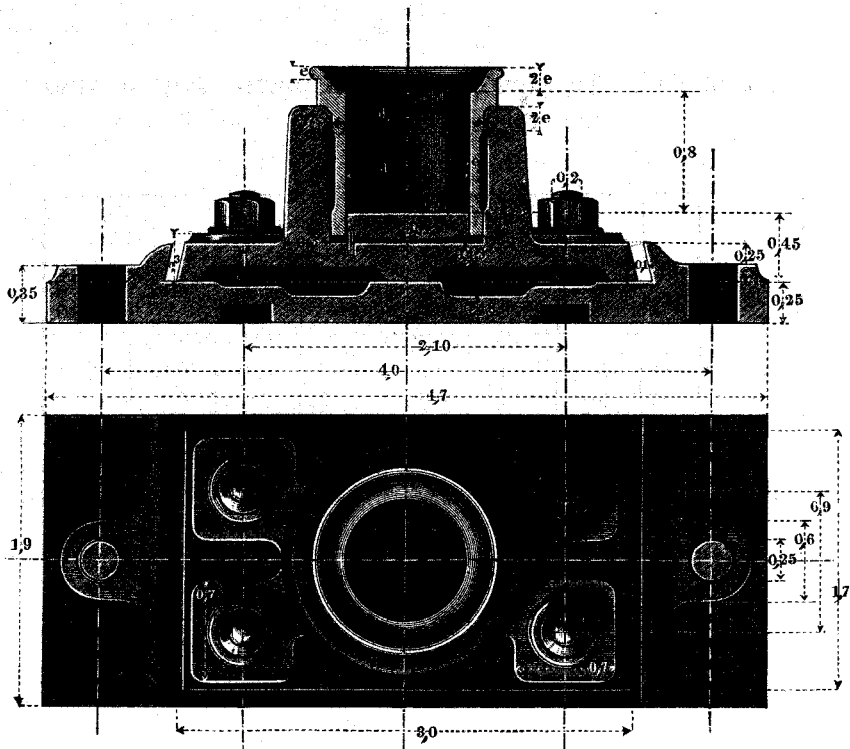
<i>d</i>	<i>d</i> ₁	Lager-Körper.			Lagerdeckel		Deckel-schrauben	
		a. Rippen- hängl.	b. Säulen- hängl.	c. Gabel- hängl.	zu a und b.	zu c.	zu a u. b 1 St.	zu c 3 St.
27 — 30	45	4,85	4,75	4,54	0,59	0,75	0,15	0,24
33 — 37	53	7,94	7,78	7,26	0,89	1,14	0,23	0,38
40 — 45	62	12,70	12,45	11,88	1,37	1,80	0,36	0,51
50 — 55	73	20,72	20,31	19,39	2,17	2,87	0,57	0,86
60 — 65	85	32,71	32,06	30,61	3,37	4,47	0,88	1,24
70 — 75	96	47,13	46,19	44,09	4,81	6,40	1,25	1,73
80 — 85	108	67,12	65,78	62,80	6,81	9,07	1,82	2,44
90 — 95	119	89,76	87,96	83,98	9,08	11,81	2,34	3,24
100—105	131	121,67	119,24	113,84	12,27	16,36	3,56	3,28

B. S t ü t z l a g e r.

§. 85.

Stehendes Fusslager.

Fig. 109 zeigt ein vielgebräuchliches stehendes Fusslager. Seine Spurplatte ist unten flach zugespitzt, um sich genau der Stellung der Zapfenstirn fügen zu können. Behufs Verstellbarkeit des Lagers auf der Sohlplatte sind in letzterer die Schraubenlöcher in der Quere länglich, während sie im Lagerfuss in der Längsrichtung des Lagers länglich genommen sind.

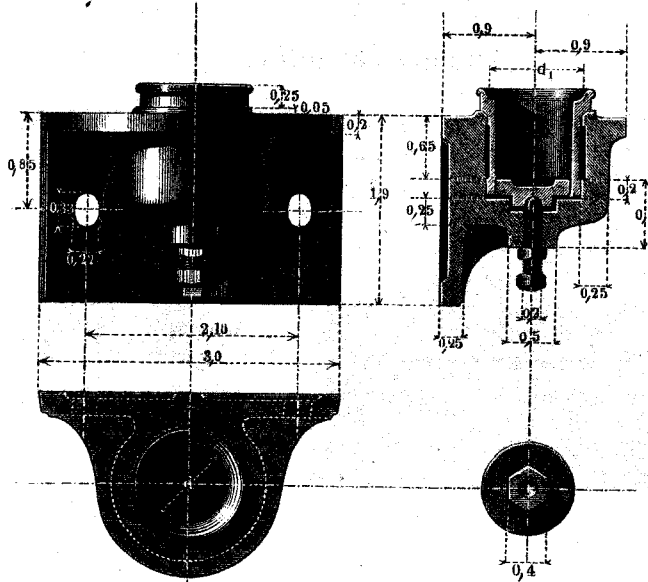


§. 86.

Wandfusslager.

Das folgende Fusslager ist aus dem stehenden abgeleitet. Es wird seitlich angeschraubt; dabei ist seine Wandplatte stets auf einen untergelegten Keil zu stützen, den man $0,8 d_1$ hoch mache, um nach seiner Wegnahme das Lager unter dem Zapfen wegziehen zu können, ohne letzteren aus seiner Lage bringen zu müssen. Die Ausnehmung in der Spurplatte dient sehr gut als Oelkammer; die Abnutzung normal auf die Zapfenstirn kann durch Nachdrehen der Stellschraube bequem ausgeglichen werden.

Fig. 110.



§. 87.

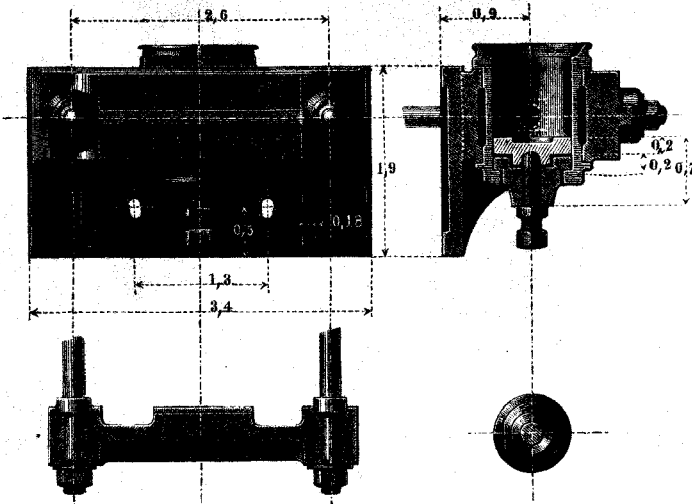
Tabelle über die Gewichte der stehenden und Wandfusslager.

d	d ₁	Lagerkörper		Sohl- platte zu a.	Fussrauben		Stell- schrau- be zu b.	Schale und Spur- platte.
		a. Stehen- des Lager.	b. Wand- Lager.		zu a 4 Stück.	zu b 2 Stück.		
27 — 30	45	1,46	1,80	1,37	0,20	0,17	0,06	0,66
33 — 37	53	2,39	2,95	2,24	0,42	0,26	0,14	1,02
40 — 45	62	3,81	4,73	3,58	0,59	0,39	0,20	1,61
50 — 55	73	6,23	7,73	5,85	0,98	0,57	0,32	2,46
60 — 65	85	9,83	11,29	9,22	1,34	0,94	0,45	3,61
70 — 75	96	14,16	17,56	13,29	2,04	1,29	0,67	5,32
80 — 85	108	17,86	22,16	16,77	2,50	1,75	0,80	6,35
90 — 95	119	23,41	29,04	21,97	3,46	2,34	1,15	8,57
100 — 105	131	31,74	39,36	29,79	4,95	3,03	1,65	11,28

§. 88.

Anderes Wandfusslager.

Das Wandfusslager Fig. 111 ist aus dem Gabellager Fig. 101 abgeleitet. Hier kann auch eine durch Seitendruck hervorgerufene Fig. 111.



Abnutzung durch Nachstellen der Schalenhälften ausgeglichen werden. Bockförmige und hängende Fusslager kommen auch oft zur Anwendung; sie lassen sich auf Grundlage der mitgetheilten Formen unschwer entwerfen.

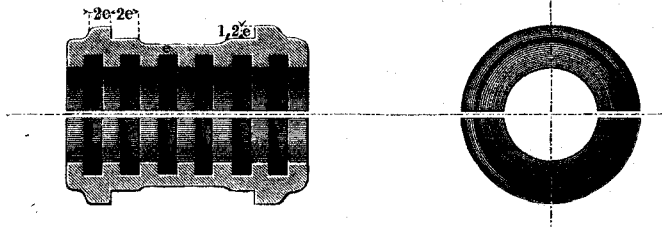
§. 89.

Kammlager.

Zur Lagerung der Kammzapfen können die gegebenen Lagerkörper benutzt werden. Man gebe nur, Fig. 112, den Schalenrändern etwas stärkere Abmessungen als sonst, und wähle im Uebrigen als Bezugsdurchmesser für den Lagerkörper den äusseren Ringdurchmesser des Kammzapfens. — Noch manche andere Arten von Stützlager kommen bei Turbinen und Schraubenschiffen

vor; sie sind indessen mehr Besonderheiten dieser Maschinen und bleiben deshalb hier unerörtert.

Fig. 112.



§. 90.

Mehrfache Lager.

Bei Wellenverzweigungen ist es oft sehr zweckmässig, mehrere Lager aus einem Stück herzustellen, um denselben eine sichere gegenseitige Lage zu geben. Sehr geeignet zu solchen Vereinigungen (Zwillingen) sind das Stirnseitenlager und das Wandlager, die sich gut aneinanderschliessen lassen, sodann auch namentlich das Säulenhänglager. (S. Constructionslehre für den Maschinenbau §. 35.)

XI. Lagerverbindungen oder Lagerstühle.

§. 91.

Allgemeines über die Lagerstühle.

Die Lagerstühle haben den Zweck, einzelne oder mehrere Lager in einer bestimmten Stellung gegen Gebäudetheile oder Maschinengestelle zu erhalten. Sie werden fast nur aus Guss-eisen gefertigt, und es soll auch nur auf die Constructions aus diesem Material hier Rücksicht genommen werden. Einfache Lagerstühle heissen solche, welche nur ein einziges Lager zu tragen haben, im Gegensatz zu den mehrfachen, welche meh-

rere Lager aufzunehmen bestimmt sind. Für beide sind beim Entwerfen mehr oder weniger genau die folgenden Bedingungen zu beobachten, welche namentlich dadurch hervorgerufen werden, dass in die unmittelbare Nähe der Lagerstühle fast immer die Zahnräder der zu lagernden Wellen gelegt werden.

1. Die Wellen sollen nicht zu fern von den Rädern durch die Lager gefasst werden.

2. Die Richtung des Zapfendruckes darf bei keinem Lager in die Schalenfuge fallen.

3. Wenn es angeht, sollen namentlich bei schwereren Wellen die Lager so gewählt und angebracht sein, dass man die Lageraschen herausnehmen kann, ohne die Wellen von ihrem Platze nehmen zu müssen.

4. Der Lagerstuhl soll das Ein- und Auslegen der Wellen mit ihren Zahnrädern möglichst wenig behindern.

5. Die Zahl der Bearbeitungs- und Einlothungsebenen soll möglichst gering sein; alle Arbeitsflächen sollen womöglich bei einmaligem Aufspannen des Stuhles auf die Hobelmaschine ge- ebnet werden können.

6. Die allgemeinen Bedingungen der Einfachheit des Modelles, der guten Ausführbarkeit der Gussform, der sicheren Befestigung und des gefälligen Aeusseren der Construction sind selbstredend auch hier innezuhalten.

Wie diese Vorschriften, deren Zweckmässigkeit einleuchtend ist, befolgt werden können, sollen die nachfolgenden Beispiele zeigen.

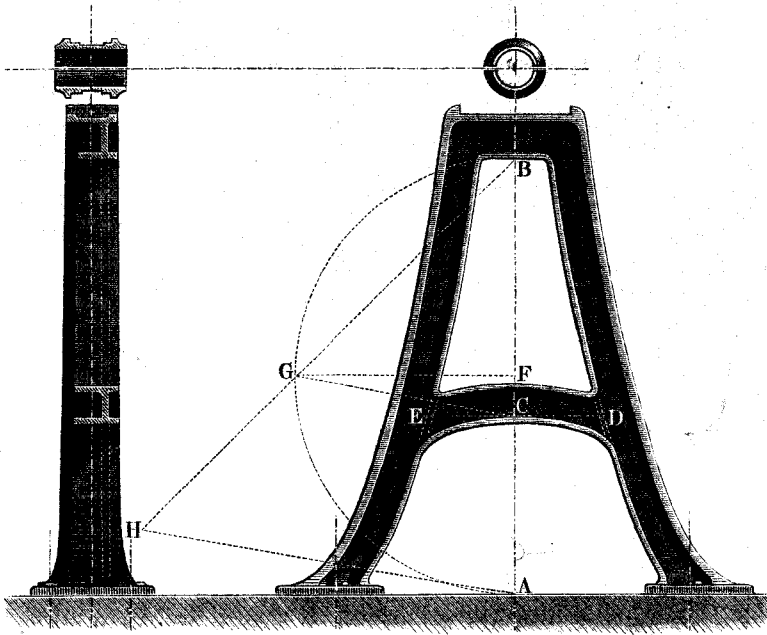
§. 92.

Einfache Lagerstühle.

Einen Lagerstuhl für ein Stehlager oder einen Stehlagerstuhl zeigt Fig. 113. Es ist angenommen, dass das angewandte Lager ein Rumpflager (nach §. 71) sei, indem diese Construction gestattet, den Stuhl oben schmal zu halten. Die beiden Streben, welche hauptsächlich den Stuhl bilden, sind zur Erhöhung ihrer rückwirkenden Festigkeit durch einen Quersteg *DE* verbunden. Die Punkte *D* und *E* des Ansatzes desselben an die Streben bekommen stets eine gute Lage, wenn man sie mittelst folgenden

Verfahrens aufsucht. Beschreibe über der ganzen Strebenhöhe AB als Durchmesser aus F einen Halbkreis AGB , halbire Bogen AGB in G ; ziehe BG über G hinaus, und mache $GH = AF$;

Fig. 113.

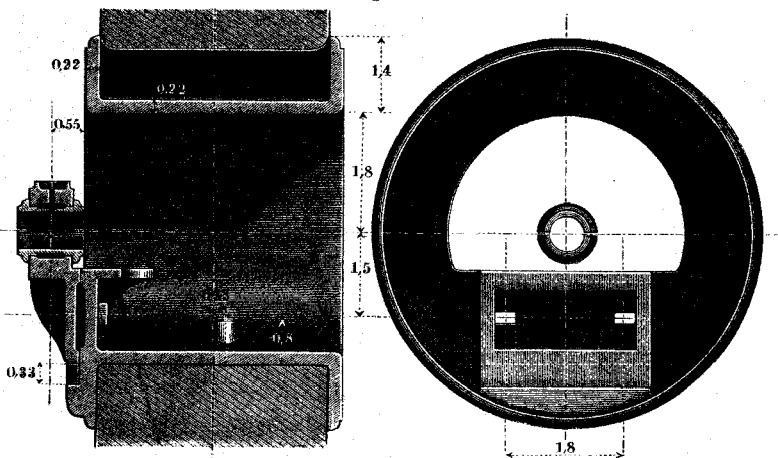


verbinde endlich H mit A , und ziehe $GC = HA$, so ist AC der Abstand des Stegansatzpunktes vom Strebenfuss. — Die Abmessungen der Theile des Stuhles haben sich nach dem Zapfendruck in dem Rumpflager zu richten, und können unter Berücksichtigung der Lagerabmessungen nach dem Gefühl bestimmt werden. Will man den vorliegenden Stuhl gemäss Bedingung 3. des vorigen Paragraphen eingerichtet wissen, so unterlege man das Lager mit einer sogenannten Schieblade, einer Platte, welche seitlich darunter weggezogen werden kann, und der man eine Höhe $0,3 d_1$ gebe, wenn d_1 die Beugeinheit des Lagers bezeichnet.

Fig. 114 (a. f. S.) zeigt einen Mauerlagerstuhl. Derselbe reicht durch eine Maueröffnung, durch welche die zu lagernde Welle gehen soll, und entspricht in seiner Hauptform einem jener

Fenster, welche in der Baukunst Ochsenaugen genannt werden. Der Zapfendruck wird durch das angebrachte Stirnlager (nach

Fig. 114.



§. 77) aufgenommen, welches nach Entfernung des untergelegten Schlüssels weggenommen werden kann, ohne dass man die Welle bewegen müsste. Die eingeschriebenen Verhältnisszahlen beziehen sich auf die Bezugsinheit d_1 des Lagers.

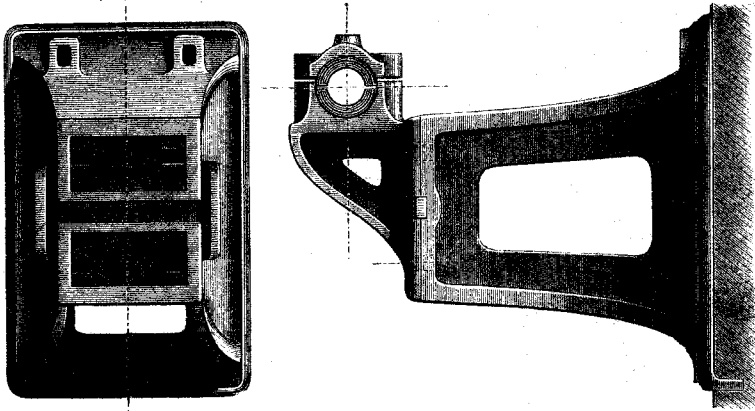
Fig. 115 führt einen Wandlagerstuhl vor. Als Grundform der Querschnitte des Stuhles ist die Form in Nro. V. (§. 9) benutzt, welche bei abwärts gerichtetem Zapfendruck hier sehr zweckmässig ist.

Statt des Unterlegeschlüssels von Fig. 114 ist hier ein in die Lagersohle und deren Gegenplatte eingelassener Schlüssel angebracht, welcher leicht seitlich weggezogen werden kann. Eine an der Wandplatte angebrachte Mauerleiste erleichtert die Befestigung des Stuhles.

In der neueren Zeit benutzt man vielfach bei der Befestigung der Lagerstühle an Mauern und auf Fundamentquadern den Cementverguss. Wenn man sich seiner bedienen will, setzt man den Stuhl auf Keile, indem man die Schrauben ziemlich fest anzieht, sobald der Lagerstuhl ganz richtig eingelothet ist. Darauf werden die Fugen zwischen der Befestigungsplatte und dem darunter oder dahinter liegenden Mauerwerk aussen mit Thon verstrichen, und darauf mit dünnflüssigem Cement ausgegossen;

dieser erhärtet in wenig Tagen genügend, um das Herausschlagen der Keile und das vollständige Festziehen der Schrauben zu gestatten.

Fig. 115.

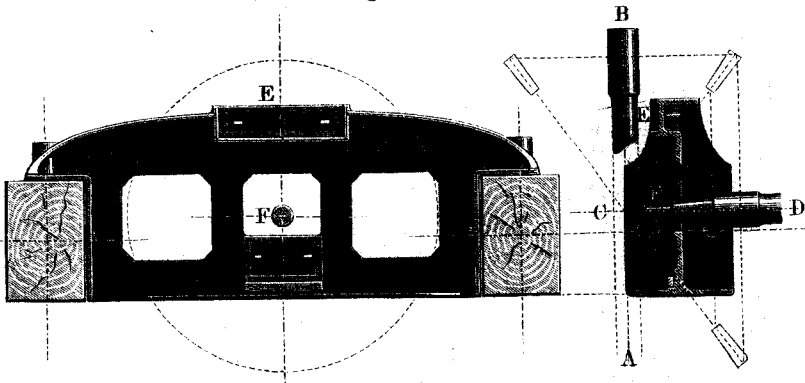


§. 93.

Mehrfache Lagerstühle.

Fig. 116, Brückenlagerstuhl. Die Welle *AB* kommt von unten, z. B. von einer Turbine her, um ihre Bewegung an die horizontale Welle *CD* abzugeben. Der Zapfendruck ist bei

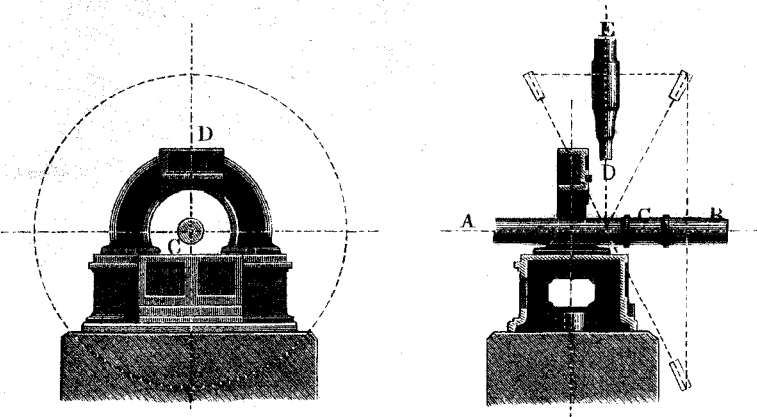
Fig. 116.



E senkrecht zur Ebene der beiden Wellen gerichtet, während er bei *F* schief nach unten geht, indem er sich dort aus dem Zahn-
druck der Räder und dem Gewicht von Rad und Welle zusammensetzt. Diesen Krafrichtungen entsprechend ist bei *E* ein
Gabelhalslager (nach §. 74), bei *F* ein Stirnlager (nach §. 77) mit
untergelegtem Schlüssel angewandt.

Fig. 117, Fusslagerstuhl. Eine liegende Welle *AB*, bei
C in einem Stirnlager laufend, überträgt ihre Kraft auf die

Fig. 117.



stehende Welle *DE*, welche bei *D* von einem Fusslager (nach
§. 86) getragen wird. Letzteres wird ähnlich wie das Wandlager
in Fig. 115 durch einen eingeschobenen Schlüssel in senkrechter
Richtung getragen, so dass es nach dessen Wegnahme leicht
nach unten gezogen werden kann. Der Bock für das Fusslager
ist auf das kastenförmige Untergestell besonders aufgeschraubt.
Die Gründungsanker des Fussgestelles haben ihre Muttern im
Innern des letzteren.

Fig. 118, Wandlagerstuhl für eine stehende Welle *AB*,
welche einen Theil ihrer Triebkraft an eine liegende, zur Wand
rechtwinklig gelagerte Welle *DE* abgibt. Bei *C* wird ein Gabel-
halslager, bei *E* ein Stirnlager angewandt. Das horizontale Kegel-
rad ist von dem halbkreisförmigen Lagerstuhlrahmen umschlos-
sen, was theilweise auch von dem eingreifenden Rade gilt, so dass
die vorliegende Lagerstuhl-Construction auch gleichzeitig als
Räderschirm dient.

Das Wegnehmen der stehenden Wellen ist bei dieser Stuhl-

anlage nicht ganz so bequem, als es sich bei anderer Anordnung erzielen lässt, macht aber immerhin keine bedeutende Schwierigkeiten. In einzelnen Fällen kann es angehen, den Stuhl von unten noch zu schliessen und die stehende Welle mit einer säulenförmig gestalteten Umhüllung zu umgeben.

Fig. 118.

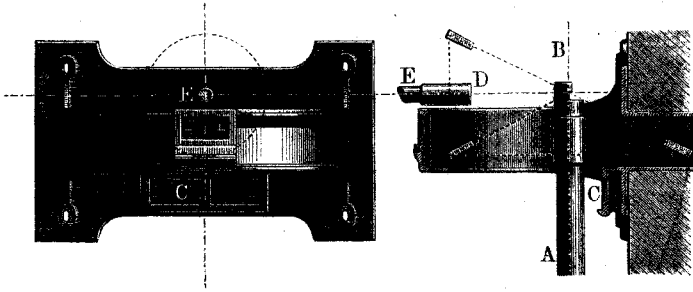
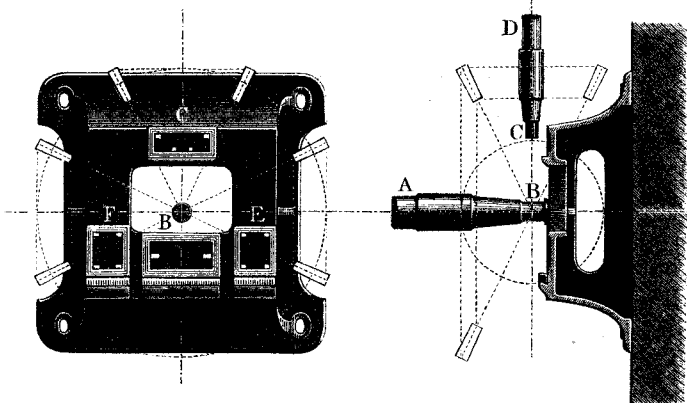


Fig. 119, Wandlagerstuhl für vier Lager. Eine horizontale Welle AB treibt die verticale CD und zwei horizontale E und F mittelst Kegelrädern. Bei B ist ein Stirnlager, bei C

Fig. 119.



ein Gabelfußlager (nach §. 88) angewandt; die Lager bei E und F endlich sind Wandlager (nach §. 76). Alle vier Lagersohlen sind durch passende Wahl der Zapfendurchmesser, welche einen genügenden Spielraum in Fällen wie der vorliegende stets gewähren, in eine und dieselbe Ebene gebracht. Trotz der vielen Lager gestaltet sich dadurch die vorliegende Construction, welche sämtliche Bedingungen von §. 91 erfüllt, so einfach, als man nur wünschen kann.

XII. Riemscheiben oder Rollen.

§. 94.

Regel für die Anordnung der Riemscheiben.

Die Riemscheiben gehören zu den Reibungsrädern, indem sie die zu übertragende Kraft vermöge der Reibung ihrer Umfänge an das umspannende Band abgeben oder von demselben empfangen. Sie werden in mehreren verschiedenen Formen angewandt; hier sollen zunächst nur die sogenannten cylindrischen Rollen behandelt werden. Die gegenseitigen Stellungen der Rollachsen sind viererlei Art:

1. Die Achsen fallen geometrisch zusammen;
2. sie sind parallel;
3. sie schneiden einander;
4. sie gehen an einander vorbei, sind geschränkt.

In diesen verschiedenen Fällen werden die Riemen entweder unmittelbar, oder durch Vermittlung von Leitrollen von der Kraftrolle zur Lastrolle geleitet; immer aber sollen die Scheiben so angeordnet werden, dass der Riemen ohne besondere Riemenführer auf den Rollen bleibt. Die hierauf bezügliche geometrische Anordnung eines Riementriebes heisst dessen Leitung.

Regel: Die Riemenleitung wird richtig vollzogen, wenn man die Scheiben so anordnet, dass bei jeder Rolle die Mittellinie des auflaufenden Riemenstückes in die Mittelebene der Rolle fällt.

§. 95.

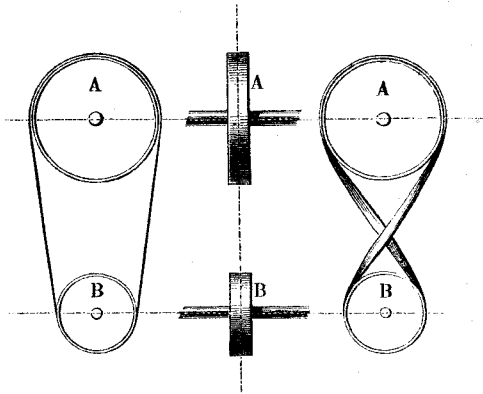
Selbstleitende Riementriebe.

Diejenigen Riementriebe, bei welchen die obige Bedingung ohne Zuhülfenahme von Leitrollen oder anderen Führungen erfüllt wird, heissen selbstleitende Riementriebe. Die einfachsten derselben sind die für parallele Wellen, welche Fig. 120 und Fig. 121 darstellen. Der Riemen in Fig. 120 heisst ein

offener, der in Fig. 121 ein geschränkter oder gekreuzter. Beide können in beiden Drehrichtungen umlaufen.

Fig. 120.

Fig. 121.



Für Rollen mit geometrisch zusammenfallenden Achsen ist kein selbstleitender Riemetrieb ausführbar, ebensowenig für Rollen mit schneidenden Achsen. Dagegen ist der selbstleitende Riemetrieb für die vierte Achsenstellung ausführbar und vielfach angewandt, Fig. 122 und Fig. 123 (a. f. S.).

Dieser Riemetrieb wird selbstleitend, wenn man die Rollen so legt, dass die Durchschnittlinie oder Spur SS der Rollenebenen beide Rollenschnitte an der Ablaufstelle des Riemens berührt. Die Ablaufstellen sind in Fig. 122 a und b_1 , der Riemen muss sich in der Richtung der Pfeile bewegen. Will man die andere Drehrichtung durchführen, so müssen die Rollen so auf ihren Achsen verschoben werden, dass die Rollenebenenspur die Rollen an den gegenüberliegenden Punkten a_1 und b berührt. Dies wird erreicht, wenn man die Rollen ebensoweit jenseits der Kreuzungsstelle K der Wellen schiebt, als sie jetzt diesseits liegen. Vorstehender Riemetrieb ist der allgemeine Fall der selbstleitenden Riemetriebe; er liefert den offenen Riemen, wenn der Winkel β , den die Rollenebenen einschliessen, $= 0$, den gekreuzten oder geschränkten, wenn $\beta = 180^\circ$ wird. In den Zwischenstellungen findet eine theilweise Riemenschränkung statt. Ist $\beta = 90^\circ$, so ist der Riemen halbgeschränkt (sogenannter halber Riemen); ist $\beta = 45^\circ$, so hat der Riemen Viertelschränkung, u. s. f.

Wenn der theilweise geschränkte Riemen verhältnissmässig kurz ist, so wird der Riemen an der Ablaufstelle leicht von der Rolle gezogen. Damit dieses nicht eintrete, ist *) der kleinste zulässige Rollenabstand = dem zweifachen Durchmesser der grös-

Fig. 122.

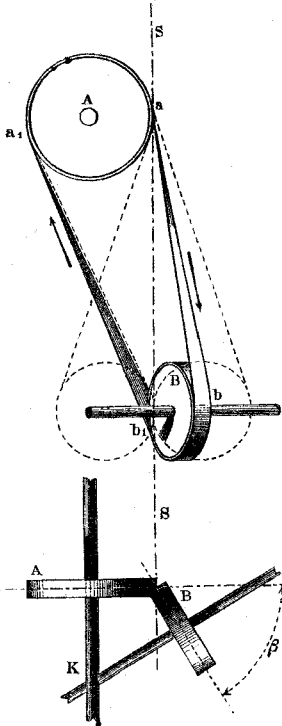
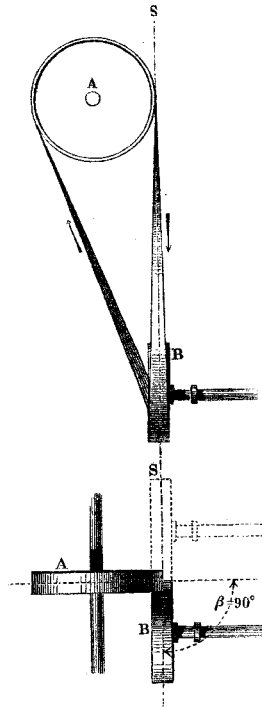


Fig. 123.



seren Rolle zu setzen, d. i., es soll der Ablenkungswinkel des Riemens nicht über 25° betragen. Soll ferner der Riemen nicht zu sehr angegriffen werden, so hat man **) den Rollenabstand auch nicht unter $10\sqrt{bD}$ zu nehmen, wenn b die Riemenbreite, D den Durchmesser der treibenden Rolle bezeichnet. Das grössere der beiden Ergebnisse ist in jedem besonderen Falle beizubehalten.

*) Nach Redtenbacher.

**) Siehe Herrn Völker's Aufsatz in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Bd. IV. (1860) S. 115.

§. 96.

Riementriebe mit Leitrollen.

Regel: Ein Leitrollen-Riementrieb ist richtig, wenn jede Rolle an der Ablaufstelle von der Spur ihrer Ebene mit derjenigen der nächstfolgenden Rolle berührt wird.

Die Figuren 124 bis 126 zeigen Riemenleitungen für parallele Wellen. In Fig. 124 und Fig. 126 sind die Leitrollen in Ebenen

Fig. 124.

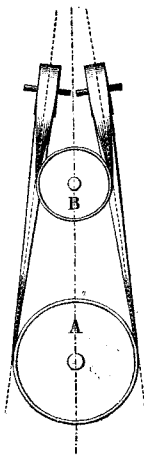


Fig. 125.

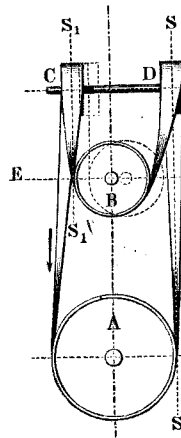
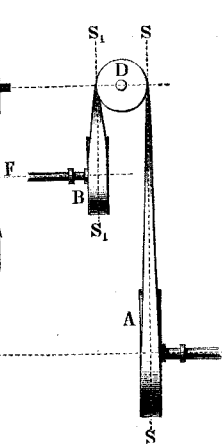


Fig. 126.



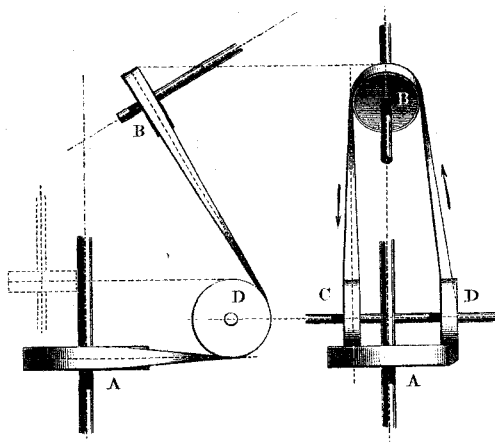
gelegt, welche beide Triebrollen berühren, und erhalten den Abstand der Triebrollen-Mitteebenen zu Durchmesser. Die entstehende Riemenleitung gestattet Bewegung in beiden Drehrichtungen. Gewöhnlich wird nur ein Drehungssinn erfordert. Hierfür genügt die einfachere Anordnung in Fig. 125 und Fig. 126, wo die Achsen der beiden Leitrollen zusammenfallend gemacht sind. *A* und *B* Triebrollen; in den Ablaufpunkten derselben werden an die Rollen berührende parallele Ebenen gelegt und als Mittelebenen der Leitrollen benutzt, die wieder als Durchmesser den Abstand der Rollenebenen erhalten.

Betrachtet man *B* als Leitrolle, in welchem Falle man sie auch lose auf die Achse von *A* stecken kann, so können *C* und *D* als Triebrollen dienen. Eine derartige Verwendung vorliegender Riemenleitung findet sich in Spinnereien und Webereien oft angewandt, um mittelst *C* und *D* zwei getrennte Arbeitmaschinen zu treiben. Die Welle *A* liegt dann an der Saaldecke oder auch unter dem

Fussboden und trägt, verlängert, eine Anzahl von Wiederholungen der vorliegenden Riemenleitung, so dass auf diese Weise eine grosse Doppelreihe von Maschinen derselben Art in sehr praktischer Weise betrieben werden kann. Die zur Leitrolle gewordene Rolle *B* findet sich dabei in der Regel in zwei kleinere Leitrollen zerlegt, deren Achsen parallel zu der von *A* und in deren Nähe angebracht werden.

Fig. 127, Winkelriementrieb oder Riemenleitung für Achsen, welche einander schneiden. Sie lässt sich aus der Anordnung in Fig. 125 und Fig. 126 durch Verlegung

Fig. 127.



der Achse *B* ableiten, und entspricht wie sie nur der Drehung in einer Richtung. Man erhält die Leitrollen, indem man zunächst dieselben berührend an die Mittelebenen der Triebrollen legt, und ferner jeder einzelnen Leitrolle zur Mittelebene eine Ebene giebt, welche parallel zu den Achsen von *A* und *B* ist und die Triebrollen an der zugehörigen Ablaufstelle des

Riemens berührt. Soll der Drehungssinn umgekehrt werden, so können die Leitrollen und deren gemeinschaftliche Achse erhalten bleiben; die Leitrollen sind nur auf der Achse entsprechend zu verschieben.

Hierbei, wie bei der vorigen Anordnung ist nicht zu vergessen, dass die Leitrollen in entgegengesetztem Sinn umlaufen, also nicht beide fest auf der sie tragenden Achse sein dürfen.

Fig. 128. Halbgeschränkter Riemen mit Leitrolle. Die Triebrollen sind so gestellt, dass die Halbschränkung von Fig. 123 möglich wäre, wenn nicht der Rollenabstand zu klein wäre. Um die Riemenleitung zu bewirken, ist hier zunächst eines der Riemenstücke in die Spur *SS* der Rollenebenen gelegt; sodann sind nach einem beliebig gewählten Punkt *c* der Spur *SS*

die Tangenten ca und cb an die Rollenumfänge gezogen, und darauf berührend an ac und bc , und in deren Ebene die Leitrolle C angebracht. Die Drehung kann in beiden Richtungen erfolgen; jedoch hat die Leitrollenachse eine für die Construction unbecqueme Lage, welche namentlich die Aufstellung des Riementriebes sehr erschwert, und dadurch diese Anordnung unpraktisch macht.

Fig. 128.

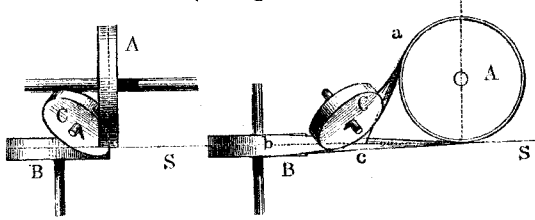
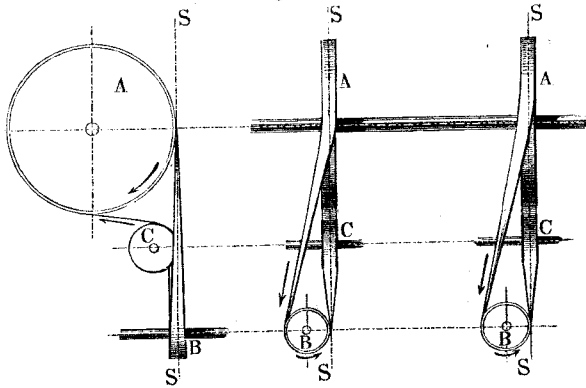


Fig. 129. Andere Anordnung des halbgeschränkten Riementriebes mit Leitrolle. Hier liegen die Triebrollen wie-

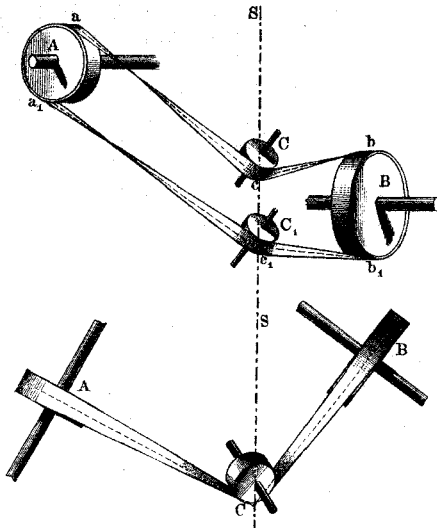
Fig. 129.



der so, dass die Spur SS ihrer Ebenen sie beide berührt; so- dann ist aber die Leitrolle in die Ebene der Triebrolle A gebracht. Das von A ablaufende Riemenstück wird nun wie beim geschränkten Riemen schief nach Rolle B hin abgeleitet, das auflaufende Stück dagegen durch die Leitrolle C geführt, welche die Spur S und eine Tangente an A , welche aus einem beliebigen Punkt von S gezogen ist, berührt. Es ist nur die durch die Pfeile angegebene Drehrichtung zulässig. Sehr geeignet ist diese Riemenleitung für den Betrieb reihenweise geordneter stehender Wellen von einer liegenden Welle aus, und passt deshalb für Getreide-, Farbstoff-, Graphit- mühlen u. s. w.

Allgemeiner Fall für geschränkte Achsen. Können die Rollen nicht so gelegt werden, dass die Spur ihrer Ebenen beide Rollen berührt, so müssen zwei Leitrollen angewandt werden.

Fig. 130.



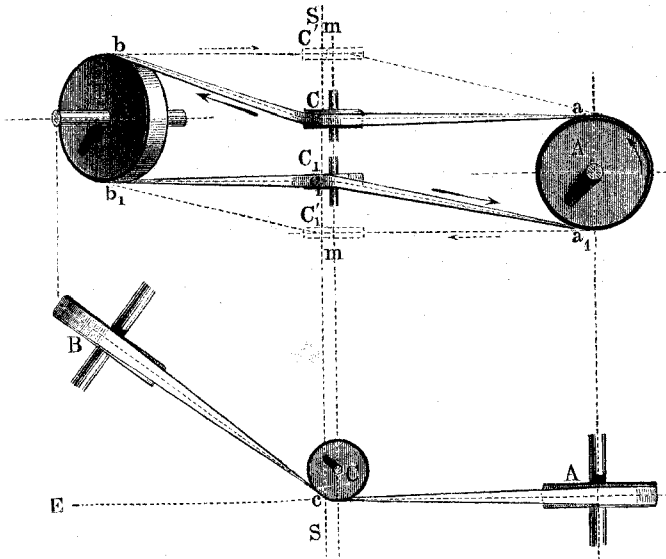
Den allgemeinen Fall dieser Anordnung, welcher überhaupt als allgemeiner Fall der Leitrollenriebe anzusehen ist, zeigt Fig. 130. Man suche zuerst die Spur SS der Rollenebenen auf, wähle in ihr zwei beliebige Punkte c und c_1 und ziehe von denselben aus die Tangenten ca und cb , c_1a_1 und c_1b_1 an die Rollenschnitte, so hat man in den Ebenen cab und $c_1a_1b_1$ die Ebenen zweier richtig wirkenden Leitrollen C und C_1 , welche so zu legen sind, dass sie die zugehörigen Rollentangenten be-

rühren. Der Riementrieb kann nach beiden Richtungen umlaufen

Eine Vereinfachung dieser Riemenleitung erzielt man, indem man die Leitrollen auf dieselbe geometrische Achse mm bringt, welche man parallel den beiden Triebrollen legt, Fig. 131. SS Spur der Rollenebenen, ac und b_1c_1 Normalebenen auf dieselbe, in welche die Leitrollen C und C_1 gelegt werden, berührend die Geraden ac und b_1c_1 . Eine schiefe Ablenkung geschieht nur bei den Leitrollen. Die Pfeile geben die zulässige Drehrichtung an; soll dieselbe den entgegengesetzten Sinn haben, so sind die punktiert angegebenen Leitrollen C' und C'_1 anzuordnen.

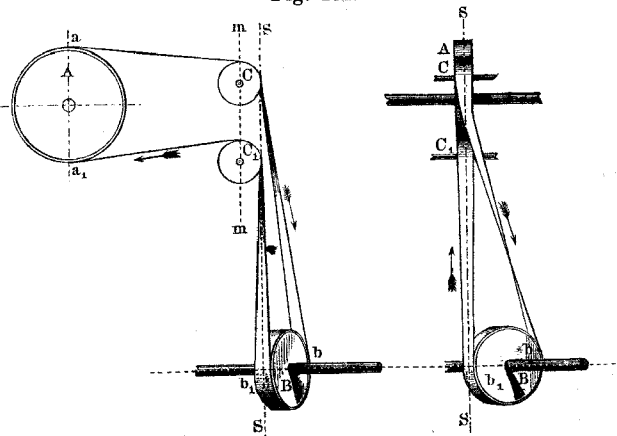
Es verdient, namentlich mit Rücksicht auf Übungsaufgaben, bemerkt zu werden, dass der Riemen statt von c nach a und von c_1 nach a_1 auch von c nach a_1 und von c_1 nach a geleitet werden kann, wodurch ebenfalls Drehung in entgegengesetztem Sinn hervorgebracht wird. Auch lassen sich die Leitrollen senkrecht anstatt wagerecht stellen, d. h. so, dass C in die Ebene der Rolle A , C_1 in diejenige von B fällt, wobei aber Rücksicht auf die Grösse des Ablenkungswinkels BcE zu nehmen ist (§. 95).

Fig. 131.



Wenn die Triebrollen so gelegt werden können, dass die Spur SS der Rollenebenen die eine der Rollen berührt, so lässt sich bei ausreichendem Abstand der parallelen Ebenen, in welchen die Achsen von A und B liegen, die recht praktische Riemenleitung in Fig. 132 anwenden, wo die Leitrollenachsen parallel zur Welle A angebracht sind. Die Rollenebene B kann dabei

Fig. 132.



einen beliebigen Winkel mit der Ebene A einschliessen. Ist der Abstand AC gross gegen die Riemenbreite (nicht kleiner als etwa 40 Mal so gross), so ist es statthaft, die Leitrollen nebeneinander übereinander zu legen, Fig. 133.

Kann wegen Raummangels etwa eine der angegebenen bequemen Anordnungen nicht benutzt werden, so suche man wenigstens

Fig. 133.

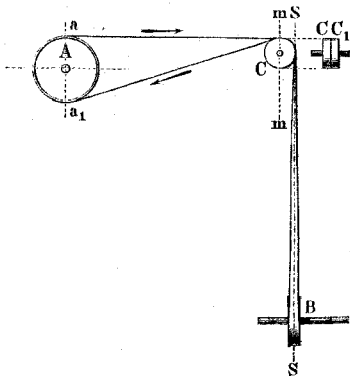
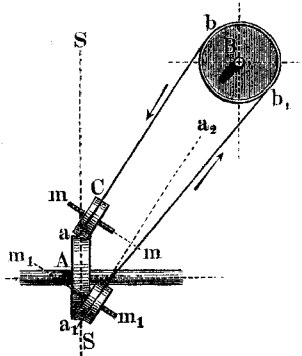


Fig. 134.



die Leitrollen in eine der Hauptebenen der Aufstellung zu bringen und unter sich parallel zu machen, wie es z. B. Fig. 134 zeigt (anwendbar u. a. auf den Regulatorbetrieb bei liegenden Dampfmaschinen). Ziehe die Tangente ab , und lege in die zur Zeichnung senkrechte durch ab geführte Ebene die Leitrolle C derart, dass sie in a die Spur von A und C berührt; ziehe ferner von a_1 aus die Gerade a_1a_2 parallel zu ab , und lege in die dadurch geführte zu C parallele Ebene die zweite Leitrolle C_1 , berührend die Spur von A und C_1 und die Ebene von B , so werden die Achsen mm und m_1m_1 parallel und kommen in eine zur Rolle B parallele Ebene zu liegen.

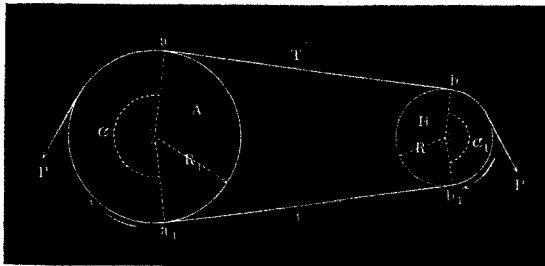
§. 97.

Der Treibriemen und seine Anspannungen.

Die Treibriemen werden gewöhnlich aus Kuhleder, neuerdings auch aus Kautschuck gefertigt und in einer Breite von 50 bis 200^{mm} angewandt; für grosse Kräfte benutzt man doppelte und dreifache Riemen, für kleine Kräfte und sehr rasche Bewegungen häufig runde Treibschnüre aus Hanf, Baumwolle oder Leder.

Soll die Rolle *B*, Fig. 135, die mit einem Umfangswiderstand *P* belastete Rolle *A* umtreiben, so müssen die Riemenanspannungen

Fig. 135.



gen *T* und *t* im führenden und geführten Riemenstück wenigstens so gross sein, dass:

$$\left. \begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{e^{f\alpha} - 1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \frac{T}{P} &= \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} = 1 + \frac{t}{P} \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} (86)$$

Hierfür ist annähernd und einfacher zu setzen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \frac{T}{P} &= 1 + \frac{1}{f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}} \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} (87)$$

wobei bezeichnet:

e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen = 2,718 . . . ,

f den Reibungscoëfficienten für die Gleitung des Riemens auf der Rolle,

α den in Bogenmaass ausgedrückten Umfassungswinkel der in Betracht gezogenen Rolle.

In (86) und (87) ist indessen keine Rücksicht auf Riemensteifigkeit und Achsenreibung genommen; diese mit in Betracht gezogen, ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{e^{f\alpha}(1-u) - (1+u)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \frac{T}{P} &= \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}(1-u) - (1+u)} \cdot \cdot \cdot \end{aligned} \right\} (88)$$

oder angenähert wie oben:

$$\left. \begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{\left(1 + f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}\right)(1-u) - (1+u)} \\ \frac{T}{P} &= \frac{1 + f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}}{\left(1 + f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}\right)(1-u) - (1+u)} \end{aligned} \right\} \dots (89)$$

wofern:

$$u = \frac{2s}{\pi R} b \delta + \frac{f_1 d}{2R} \dots \dots \dots (90)$$

Hierin bezeichnet für die Rolle, an welcher α genommen wird:

- R den Rollenhalmmesser,
- b die Riemenbreite,
- δ die Riemendicke,
- s den Steifigkeitscoëfficienten des Riemens,
- f_1 den Reibungscoëfficienten der Wellzapfen.

Im Durchschnitt ist bei dem einfachen flachen Riemen, der zunächst hier betrachtet wird, $\delta = 4,5\text{mm}$, $\frac{b}{R} = 0,35$, $\frac{d}{R}$ etwa $= 0,25$, $s = 0,009$, $f_1 = 0,08$ zu setzen. Mit diesen Werthen ergibt sich zunächst:

$$1 + u = 1,02, \quad 1 - u = 0,98.$$

Der Coëfficient für die Reibung des Riemens auf der Rolle ist ferner nach Morin für:

Neue Riemen auf Holzrollen	$f = 0,50$
Gewöhnliche fette Riemen auf dergleichen .	0,47
Feuchte Riemen auf abgedrehten Gusseisenrollen	0,38
Gewöhnliche fette Riemen auf dergleichen .	0,28
Stark gefettete Riemen auf dergleichen . .	0,12

Die Coëfficienten für Kautschuck sind noch nicht bekannt.

Der Umspannungswinkel α geht bis zu etwa $0,8\pi$ herab, möchte aber in gewöhnlichen Fällen etwa $0,95\pi$ betragen. Nimmt man nun an, dass f in der Regel $= 0,28$ sei, in Folge der Einfettung der Riemen aber auf $0,24$ herabsinke, so sind die Werthe von T und t zwischen denjenigen, welche sich bei $f\alpha = 0,24 \cdot 0,8\pi$ und $f\alpha = 0,28 \cdot 0,95\pi$ finden, zu suchen.

Der erstere Werth liefert aus (89)

$$\frac{t}{P} = 1,37, \quad \frac{T}{P} = 2,44, \quad \frac{T+t}{P} = 3,81 \dots (91)$$

$$\frac{t}{P} = 0,89, \quad \frac{T}{P} = 1,95, \quad \frac{T+t}{P} = 2,84 \dots (92)$$

§. 98.

Berechnung des einfachen Riemens.

Für die grösseren Riemenbreiten wird meist dickeres Leder gewählt, als für die kleineren, und zwar erhält man eine gute Uebereinstimmung mit der Praxis, wenn man setzt $\delta = 1,5 \sqrt[4]{b}$, woraus bei:

$b = 50$	100	200
$\delta = 3,97$	$4,74$	$5,64$

Gestattet man im Riemen eine Spannung $\mathcal{S} = 1/200 \sqrt[4]{b^3}$, so ist zu nehmen:

1. wenn an der Riemscheibe ein Umfangswiderstand P wirkt:

$$b = 18 \sqrt{P} \dots (93)$$

2. wenn N Pferdestärken bei n Umdrehungen in der Minute übertragen werden sollen:

$$b = 15250 \sqrt{\frac{N}{Rn}} \dots (94)$$

3. oder auch:

$$b = 615 \sqrt[3]{\frac{b}{R} \frac{N}{n}} \dots (95)$$

wobei man die Riemenbreite im Verhältniss zum Rollenhalbmesser nicht grösser nehme, als:

$$\frac{b}{R} = \frac{0,7}{1 + \frac{R}{R_1}} \dots (96)$$

Diese Formel, in welcher R und R_1 die Halbmesser der zusammenarbeitenden Rollen sind, giebt bei

$\frac{R}{R_1} = 1$	1,25	1,5	1,75	2	2,5	3	4	5	6	7	8
$\frac{b}{R} = 0,35$	0,31	0,28	0,25	0,23	0,20	0,18	0,14	0,12	0,10	0,09	0,08
$\frac{b}{R_1} = 0,35$	0,39	0,42	0,45	0,47	0,50	0,52	0,56	0,58	0,60	0,61	0,62

Es ist für die Kraftersparniß nur nützlich, wenn $\frac{b}{R}$ kleiner genommen wird, als es diese Zahlenreihe angiebt.

§. 99.

Tabelle über die Breite des einfachen Riemens.

Nachstehende Tabelle ist nach den Formeln (93), (94) und (95) berechnet, wobei wegen der kleinen Werthe von $\frac{N}{Rn}$ und $\frac{b}{R} \frac{N}{n}$ statt ihrer $1000 \frac{N}{Rn}$ und $1000 \frac{b}{R} \frac{N}{n}$ eingeführt sind.

Riemen- breite b .	P	$1000 \frac{N}{Rn}$	$1000 \frac{b N}{R n}$	Riemen- breite b .	P	$1000 \frac{N}{Rn}$	$1000 \frac{b N}{R n}$
50	7,72	0,011	0,538	150	69,44	0,097	14,513
55	9,34	0,013	0,715	160	79,00	0,110	17,613
60	11,11	0,015	0,929	170	89,19	0,124	21,126
65	13,04	0,018	1,181	180	102,99	0,139	25,078
70	15,12	0,021	1,475	190	110,75	0,155	29,487
75	17,36	0,024	1,814	200	122,72	0,172	34,392
80	19,75	0,027	2,202	210	135,30	0,190	39,813
85	22,30	0,031	2,641	220	143,49	0,208	45,776
90	25,00	0,035	3,135	230	162,30	0,227	52,306
95	27,85	0,039	3,687	240	176,72	0,248	59,429
100	30,86	0,043	4,300	250	191,75	0,269	67,172
110	37,34	0,052	5,732	260	207,40	0,291	75,559
120	44,44	0,062	7,430	270	223,66	0,313	84,620
130	52,15	0,073	9,446	280	240,53	0,337	94,372
140	60,49	0,084	11,790	290	258,02	0,362	104,848

Bemerkung. Formel (93) setzt wie (94) die Annahme von R voraus; beide Formeln liefern nur für die Fälle brauchbare Werthe, wo sich schliesslich $\frac{b}{R}$ nicht grösser herausstellt, als Formel (96) verlangt. Bei Benutzung der Spalten unter P und $\frac{1000 N}{Rn}$ vorstehender Tabelle muss daher eine nachträgliche Probe erst nachweisen, ob $\frac{b}{R}$ klein genug ist, also der voraus angenommene Scheibenhalmmesser angewandt werden darf.

1. *Beispiel.* Ein Riementrieb ist bestimmt, 2 Pferdestärken von einer 60 Mal in der Minute unlaufenden Welle auf eine doppelt so schnell laufende zu übertragen; die Riemenbreite und die Rollenhalbmesser werden gesucht. Hier ist $\frac{N}{n} = \frac{1}{30}$, $\frac{R}{R_1} = 2$. Nach (96) soll nun sein: $\frac{b}{R} < 0,23$.

Dies liefert $1000 \cdot \frac{b}{R} \frac{N}{n} = \frac{1000 \cdot 0,23}{30} = 7,66 \dots$, und mithin laut Spalte 4 Zeile 13: b etwas über 120^{mm}, bei welcher Zahl man stehen bleiben kann. An der anderen Scheibe rechnend hat man $\frac{N}{n_1} = \frac{1}{60}$, $\frac{R_1}{R} = \frac{1}{2}$, also nach (96) $\frac{b}{R_1} = 0,47$, giebt $1000 \frac{b}{R_1} \frac{N}{n_1} = 7,83$, was sehr nahe auf den vorhin ermittelten Werth führt, und streng genommen ganz dieselbe Zahl liefern sollte; der kleine Unterschied rührt von den Abrundungen der Werthe von $\frac{b}{R}$ aus (96) her. — Man hat nun noch $R = \frac{1}{0,23} \cdot 120 = 522^{\text{mm}}$, $R_1 = 261^{\text{mm}}$, wofür wir 520 und 260^{mm} nehmen würden.

2. *Beispiel.* Ein Seilaufzug von 200^k Zuglast, welche durch ein 15^{mm} dickes Seil gehoben werden soll, habe eine Seiltrommel von 90^{mm} Halbmesser (gemessen bis zur Seilmitte), und soll durch eine auf der Trommelwelle sitzende Riemscheibe von 1^m Durchmesser, der eine gleichgrosse gegenübersteht, getrieben werden; gesucht: die Riemenbreite. Hier ist der auf den Riemscheibenumfang zurückgeführte Widerstand $P = \frac{90 \cdot 200}{500} = 36^k$, und demnach gemäss Spalte 2 Zeile 12 die Riemenbreite zu nehmen: $b = 110^{\text{mm}}$. $\frac{b}{R}$ wird $= \frac{110}{500} = 0,22$, dürfte aber nach (96) bis zu 0,35 gehen; der gefundene Werth ist also brauchbar.

3. *Beispiel.* Gäbe man der grösseren Scheibe aus Beispiel 1. von vornherein 600^{mm} Halbmesser, so wäre $\frac{1000 N}{Rn} = \frac{1000}{600 \cdot 30} = 0,055$. Hierfür ist dann nach Spalte 3 Zeile 12 b etwas über 100^{mm} zu nehmen, welcher Werth brauchbar ist; denn nach (96) soll $\frac{b}{R} < 0,23$ sein, während hier wird: $\frac{b}{R} = \frac{110}{600} = 0,183$.

Fällt eine Riemenbreite über 200^{mm} hinaus, so kann die Uebertragung auf zwei Riemen von der halben herauskommen- den Breite vertheilt, oder auch ein Doppelriemen angewandt werden (s. den folgenden Paragraphen).

§. 100.

Doppelriemen. Treibschnüre.

Die Dicke δ_2 des Doppelriemens fällt etwa 1,75 Mal so gross aus, als die des einfachen. Man nehme seine Breite:

$$b_2 = 0,75 b \dots \dots \dots (97)$$

wenn b die Breite des auf dieselbe Aufgabe anzuwendenden ein- fachen Riemens bezeichnet, und mache den Rollenhalbmesser gleich demjenigen, welcher sich für den einfachen Rie- men ergeben hatte.

Beispiel. Für das 1. Beispiel des vorigen Paragraphen ergab sich $b = 120^{mm}$, $R = 520^{mm}$. Bei Anwendung eines Doppelriemens machen wir also $b_2 = 0,75 \cdot 120 = 90^{mm}$ und lassen $R = 520^{mm}$ wie oben.

Die Treibschnüre werden fast immer nach dem Gefühl angenommen; ist die zu übertragende Umfangskraft P bekannt, so gebe man der Treibschnur eine nicht unter $4\sqrt{P}$ betragende Dicke.

§. 101.

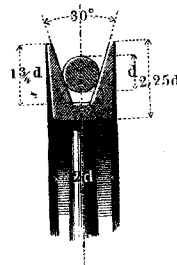
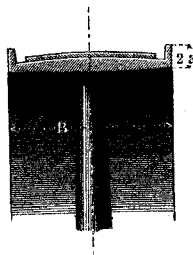
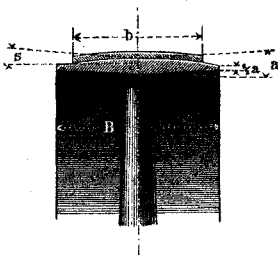
Der Kranz der Riemscheibe.

Bei flachen Riemen erhält der Kranz eine sanfte Wölbung, Fig. 136 und Fig. 137, welche den Riemen stets nach der Kranzmitte

Fig. 136.

Fig. 137.

Fig. 138.



hinführt. Man nehme die Wölbungshöhe $s = \frac{1}{20}$ der Riemenbreite. Die Kranzbreite B wird $= \frac{3}{4}$ der Riemenbreite genommen, die Kranzdicke $= 3 + \frac{B}{15}$. Schnell laufende und stark stossende Riemscheiben erhalten Seitenränder, Fig. 137, die Schnurscheiben eine trapezische eingedrehte Rinne, Fig. 138.

Beispiel. Die grössere Rolle des Beispiels 2. in §. 99. erhält nach dem Obigen eine Kranzbreite $B = \frac{3}{4} \cdot 120 = 150\text{mm}$, und eine Kranzdicke $= 3 + \frac{150}{15} = 13\text{mm}$; die Wölbung wird $\frac{120}{20} = 6\text{mm}$ hoch.

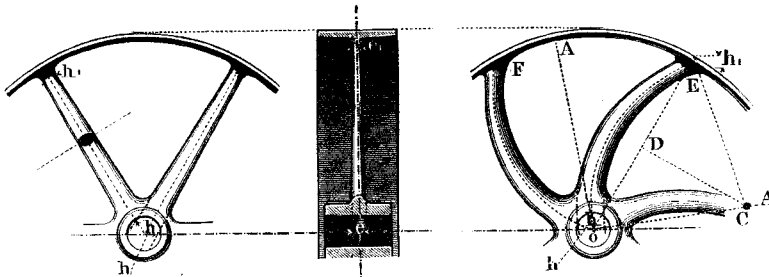
§. 102.

Die Arme der Riemscheibe.

Man giebt den Riemscheibenarmen ovale Querschnitte, deren Breite sich an jeder Stelle zur Höhe (letztere in der Rollenebene gemessen) wie 1 : 2 verhält. Die Armachse wird gerade, Fig. 139, oder einfach gebogen, Fig. 140, oder zweifach (S förmig)

Fig. 139.

Fig. 140.



gebogen gemacht. Die einfach gebogenen Arme erhalten eine gute Krümmung, wenn man, Fig. 140, vom Armradius OA aus den Bogen $AE = \frac{2}{3}$ der Armtheilung EF aufträgt, und E zum Armendpunkt macht, wobei der Krümmungsmittelpunkt C der Armachse auf dem zu OA senkrechten Armradius OA_1 liegt. C wird gefunden, indem man $OD = DE$ und DC senkrecht zu OE macht.

Eine gute Armvertheilung wird erhalten, wenn die Armzahl \mathfrak{A} genommen wird:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \left(5 + \frac{R}{b} \right) \dots \dots \dots (98)$$

Ferner erhält man gute Abmessungen für den Arm, wenn man die Armhöhe h in der Rollenmitte nach folgender Formel nimmt:

$$\frac{h}{b} = 0,40 + \frac{1}{40} \frac{R}{b} \dots \dots \dots (99)$$

und die Armhöhe h_1 am Radkranz $= \frac{2}{3} h$ macht. Die Formeln (98) und (99) liefern bei:

$\frac{R}{b}$	= 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
π	= 3		4		5		6		7		8		9
$\frac{h}{b}$	= 0,43	0,45	0,48	0,50	0,53	0,55	0,58	0,60	0,63	0,65	0,68	0,70	0,73

Beim Doppelriemen ist in (98) und (99) für b die Breite b_2 einzuführen; es ändern sich im Uebrigen die Formeln nicht, d. h. die Arme werden beim einfachen Riemen schon so stark genommen, als es dem Doppelriemen von derselben Breite zukommt.

Beispiel. Für die grössere Rolle in Beispiel 2, §. 99. ergab sich $\frac{b}{R} = 0,23$, $R = 520^{mm}$, $b = 120^{mm}$. Hier würden wir also nach (98) fünf Arme anwenden, welche eine Höhe $h = 0,53 b = 0,53 \cdot 120 = 64^{mm}$ erhielten.

Verzeichnung der Armprofile. a. Gerade Arme, Fig. 141. Ziehe den Durchmesser EOC , mache $ab = cC = Cd = \frac{2}{3} h$ und ziehe die Geraden ac und bd , so liefern diese links und rechts von OE die Armbegrenzungen, welche an Kranz und Nabe weich

Fig. 141.

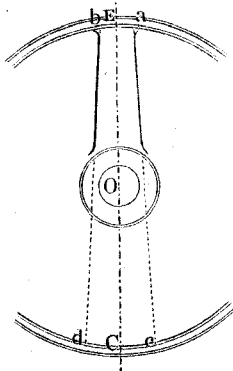
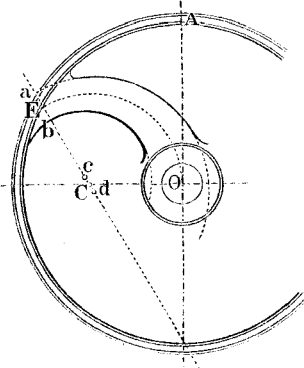


Fig. 142.



überzuführen sind. b. Einfach gebogene Arme, Fig. 142. C sei gefunden, wie oben angegeben wurde, so ziehe man die Gerade

$a d$, mache $a E = E b = \frac{h}{3}$, und $C c = C d = \frac{h}{6}$, so ist c der Mittelpunkt und cb der Halbmesser für die innere Armbegrenzung, während d der Mittelpunkt und da der Halbmesser für die äussere Begrenzung des Armes ist.

§. 103.

Die Nabe der Riemscheibe.

Die Rollen-Nabe wird cylindrisch und mit weicher Ineinanderführung der Armsätze ausgeführt. Man nehme für die Nabenwanddicke:

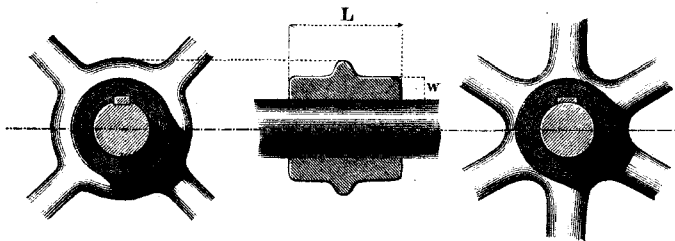
$$w = 10 + 0,3 h \dots \dots \dots (100)$$

und die Nabenlänge $L = 2,5 w$. Der Befestigungskeil erhält die mittlere Dicke $3 + \frac{w}{5}$ und zur Breite das Doppelte dieses Maasses.

Fig. 143.

Fig. 144.

Fig. 145.



Beispiel. Die Rolle in dem Beispiel des vorigen Paragraphen erhielt 64^{mm} Armhöhe. Sie bekommt daher nach (100) eine Nabe von $10 + 19 = 29\text{mm}$ Wanddicke und $2,5 \cdot 29 = 74\text{mm}$ Länge. Der Befestigungskeil wird $3 + 6 = 9\text{mm}$ dick und 18mm breit genommen.

§. 104.

Tabelle über die Gewichte der Riemscheiben.

Die Gewichte der Rollen lassen sich nur annähernd allgemein vorausberechnen, da die Nabenhöhlung von der Welle abhängt, auch die Freiheit in der Wahl gerader oder gebogener Arme kleine Unterschiede bei sonst gleichgrossen Rollen hervorruft. Im
Reuleaux, der Constructeur.

Durchschnitt wird das Gewicht G einer nach den obigen Regeln entworfenen Riemscheibe gut ausgedrückt durch die Formel:

$$G = \left[4,73 \frac{R}{b} + 0,44 \left(\frac{R}{b} \right)^2 + 0,09 \left(\frac{R}{b} \right)^3 \right] b^3. \quad (101)$$

wobei R und b in Decimetern einzusetzen sind. Nach dieser Formel ist die folgende Tabelle berechnet.

$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$
1	5,26	2,5	15,98	5,0	45,90	8,25	119,51
1,1	5,86	2,6	16,85	5,2	49,15	8,50	129,47
1,2	6,47	2,7	17,75	5,4	52,54	8,75	135,37
1,3	7,09	2,8	18,67	5,6	56,09	9,00	143,32
1,4	7,73	2,9	19,61	5,8	59,80	9,25	152,63
1,5	8,39	3,0	20,58	6,0	63,66	9,50	161,31
1,6	9,06	3,2	22,59	6,2	67,69	9,75	171,36
1,7	9,75	3,4	24,71	6,4	71,88	10,00	181,30
1,8	10,46	3,6	26,92	6,6	76,26	10,25	191,63
1,9	11,19	3,8	29,27	6,8	80,81	10,50	202,63
2,0	12,66	4,0	31,72	7,0	85,54	11,0	225,06
2,1	12,71	4,2	34,30	7,25	91,72	11,5	249,46
2,2	13,49	4,4	37,00	7,50	98,19	12,0	275,64
2,3	14,30	4,6	39,83	7,75	104,98	12,5	298,93
2,4	15,13	4,8	42,79	8,00	112,08	13,0	333,58

Beispiel. Für die grössere Rolle aus Beispiel 1, §. 99 fand sich $\frac{R}{b} = \frac{520}{120} = 4,33$, und $b = 120\text{mm} = 1,2$ Decimeter. Nach Spalte 4, Zeile 12 bis 13 wird daher das ungefähre Gewicht der Riemscheibe $G = \frac{34,30 + 37,00}{2} \cdot 1,2^3 = 1,728 \cdot 35,56 = 61,45^k$. Die kleinere Rolle erhielt 260mm Durchmesser; mithin ist für dieselbe $\frac{R}{b} = \frac{260}{120} = 2,17$, und ihr Gewicht nach Spalte 2, Zeile 12 bis 13:

$$G = \frac{12,71 + 13,49}{2} \cdot 1,2^3 = 13,1 \cdot 1,728 = 22,64^k$$

XIII. Der Hirn'sche Drahtseiltrieb.

Anordnung des Drahtseiltriebes.

§. 105.

Der Drahtseiltrieb, erfunden gegen 1850 von den Brüdern Hirn*), bezweckt die Fortleitung von Triebkräften auf grosse Entfernungen, die bis zu 1000^m und darüber gehen können, ohne dass nennenswerthe Kraftverluste stattfinden. Er beruht der Hauptsache nach auf denselben Grundsätzen, wie der Riemetrieb, indem er nichts anderes ist als ein, meist schnelllaufender Rollentrieb, bei welchem statt des Riemens ein schlaff auf den Rollen hängendes, sich durch sein eigenes Gewicht spannendes Drahtseil angewandt wird.

Die beiden Hauptrollen eines Seiltriebes erhalten durchgängig der Einfachheit wegen gleiche Grösse und parallele Achsen, sowie eine gemeinschaftliche Mittelebene, so dass Selbstleitung des Seiles entsteht. Gewöhnlich liegen ausserdem die Rollennachsen des einfachen Seiltriebes auch noch in einer waagerechten Ebene; ist die Ebene der Achsen geneigt gegen die Bodenfläche, so wird der Seiltrieb ein schiefer genannt.

Damit das Treibseil bei nicht ausreichender Höhe über dem Boden diesen nicht streife, müssen demselben bei den grösseren Rollenabständen Tragrollen untergestellt werden, welche bei ganz kleinem Rollenstand auch als Spannrollen dienen können. Die Schiefstellung der Tragrollen ermöglicht auch die Seilleitung für winklig und geschränkt stehende Triebrollen-Achsen, ohne dass indessen hiervon bis jetzt viel Gebrauch gemacht worden wäre. Für bedeutende Ablenkungen dürfte auch die Einschaltung liegender Leitrollen zwischen nahbenachbarte stehende besser geeignet sein.

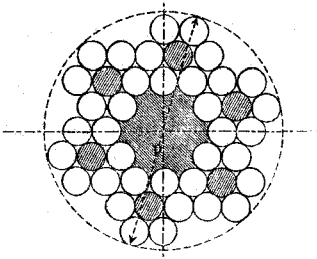
Als untere Grenze für den Triebrollenstand möchte die Grösse von 20 bis 40 Meter anzusehen sein; die Abstände der Tragrollen richten sich nach der Lage des Seiles über dem Boden und der Beschaffenheit des letzteren.

*) Von der Fabrik von Stein in Mühlhausen z. Z. schon in mehr als 400 Ausführungen angewandt.

§. 106.

Das Treibseil und seine Anspannungen.

Die gewöhnlichen Treibseile sind 36 drähtige runde Eisen-
drahtseile, aus 6 Litzen von je 6 Dräthen bestehend, welche um
eine Hanfseele herumgelegt sind, und selbst jede eine dünne Hanf-
seele enthalten, Fig. 146.

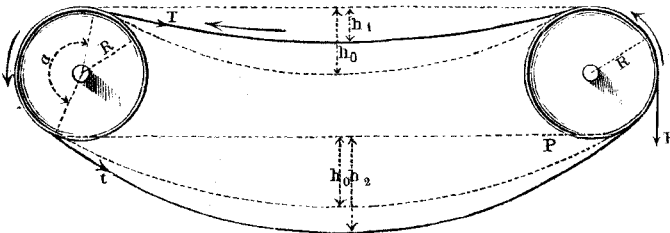


Will man das Seil verstärken, so kann man, wie es scheint ohne Nachtheil, statt der mittleren Hanflitze auch noch eine 6 drähtige Seillitze anbringen. Die Drähte drängen sich so eng als möglich zusammen, so zwar, dass das fertige Seil fast ganz ge-

nau die 8fache*) Drahtdicke zum Durchmesser erhält.

Hinsichtlich der Anspannungen T und t des führenden und

Fig. 147.



geführten Seilstückes, Fig. 147, ist Formel (89) anzuwenden, in welcher zu setzen ist:

$$u = \frac{f_1 D}{2 R} \dots \dots \dots (102)$$

wenn f_1 wieder den Coëfficienten der Zapfenreibung, D den Zapfendurchmesser, R den Rollenhalbmesser bezeichnet. Die Seilsteifigkeit wirkt in u nicht mit, indem sie bei den zu wählenden Ver-

*) Nach vielfachen Messungen und Annahme vollständigen Schlusses der Drähte nicht die 10fache, wie es in der Constructionslehre §. 237 angegeben ist, wo ein lockeres Aufeinanderliegen der Drähte vorausgesetzt wurde. Diese Zifferänderung bringt keine wesentliche Aenderung in den dortigen Angaben hervor, da sich die Angaben für den Rollenhalbmesser doch stets schliesslich auf die Drahtdicke beziehen, für welche dort stets $\frac{d}{10}$ zu nehmen ist.

hältnissen so klein ist, dass sie nur ganz unmerklich auftritt. Im Mittel wird $\frac{D}{R} = \frac{1}{16}$; setzt man noch $f_1 = 0,1$, so wird:

$$u = 0,003.$$

Hiermit bei $f = 0,24$ und $\alpha = \pi$ die Gleichung (89) aufgelöst, giebt:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{P}{t} = 0,97, \quad \frac{T}{P} = 2,02, \quad \frac{T+t}{P} = 2,99. \\ \frac{t}{P} = 1, \quad \frac{T}{P} = 2, \quad \frac{T+t}{P} = 3 \dots \end{array} \right\} (103)$$

§. 107.

Berechnung der Seildicke und Triebrollengröße.

Für das 36drähtige Eisendraht-Treibseil, welches zunächst hier allein betrachtet wird, machen wir nun die durch den Zug T im führenden Seilstück hervorgerufene Dehnungsspannung \mathfrak{S}_1 in den Drähten: $\mathfrak{S}_1 < 18^k$, und haben zu nehmen:

- 1) wenn an der Seilscheibe ein Umfangswiderstand P wirkt, die Seildicke:

$$d = 2,1 \sqrt{\frac{P}{\mathfrak{S}_1}} \dots \dots \dots (104)$$

- 2) wenn N Pferdestärken bei n Umdrehungen in der Minute übertragen werden sollen,

$$d = 1800 \sqrt{\frac{N}{\mathfrak{S}_1 R \cdot n}} \dots \dots \dots (105)$$

oder auch, wenn noch $s = 18 - \mathfrak{S}_1$ die durch das Biegen des Seiles um die Rollen in den Drähten entstehende Biegungsspannung bezeichnet,

$$d = 13,7 \sqrt{\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n}} \dots \dots \dots (106)$$

Hierbei, wie bei Formel (105) und (106) ist der Triebrollen-Halbmesser im Verhältniss zur Seildicke nicht kleiner zu nehmen, als

$$\frac{R}{d} = \frac{1250}{s} \dots \dots \dots (107)$$

Diese Formel giebt bei:

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} \mathfrak{E}_1 = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ \text{also } s = & 17 & 16 & 15 & 14 & 13 & 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{array}$$

$$\frac{R}{d} = 74 \ 78 \ 83 \ 89 \ 96 \ 104 \ 114 \ 125 \ 139 \ 156 \ 179 \ 208 \ 250 \ 313 \ 417 \ 625$$

Den im Zahlenwerth kleinsten Halbmesser bei constanter Summe $s + \mathfrak{E}_1$ erzielt man, wenn man $\frac{s}{\mathfrak{E}_1} = 2$ nimmt.

§. 108.

Tabelle über die Durchmesser der Treibseile.

Die folgende Tabelle ist nach den Formeln (104), (105) und (106) berechnet, wobei, um unbequeme Zahlen zu vermeiden, aus (105) $1000 \frac{N}{\mathfrak{E}_1 R n}$ anstatt $\frac{N}{\mathfrak{E}_1 R n}$ entwickelt ist.

Seildicke d	$\frac{P}{\mathfrak{E}_1}$	$\frac{1000 N}{\mathfrak{E}_1 R n}$	$\frac{s}{\mathfrak{E}_1} \frac{N}{n}$	Seildicke d	$\frac{P}{\mathfrak{E}_1}$	$\frac{1000 N}{\mathfrak{E}_1 R n}$	$\frac{s}{\mathfrak{E}_1} \frac{N}{n}$
4	3,62	0,005	0,025	15	51,04	0,069	1,313
5	5,67	0,008	0,049	16	58,06	0,079	1,593
6	8,16	0,011	0,089	17	65,55	0,089	1,911
7	11,11	0,015	0,133	18	73,48	0,100	2,268
8	14,52	0,020	0,199	19	81,87	0,111	2,667
9	18,37	0,025	0,284	20	90,72	0,123	3,111
10	22,68	0,031	0,389	21	100,00	0,136	3,602
11	27,44	0,037	0,518	22	109,77	0,149	4,141
12	32,66	0,044	0,672	23	119,98	0,163	4,732
13	38,33	0,052	0,814	24	130,64	0,178	5,376
14	44,45	0,057	1,067	25	141,75	0,193	6,077

Bemerkung (vergl. §. 99). In Formel (104) und (105) ist der Rollenhalbmesser R als bekannt vorausgesetzt; die von beiden Formeln gelieferten Werthe von d sind aus diesem Grunde nur dann brauchbar, wenn das sich schliesslich ergebende Verhältniss von $\frac{R}{d}$ nicht solche Werthe für die Spannung s liefert, welche

zu \mathcal{E}_1 hinzugefügt, 18^k übersteigen. In diesem Falle ist die Rechnung mit einem grösseren Werthe von R zu wiederholen. (Siehe übrigens §. 111.) — Um Gebrauch von den gegebenen Formeln und der vorstehenden Tabelle zu machen, hat man zunächst bei gegebenen Kräften die Spannung \mathcal{E}_1 zu wählen. Dieses geschieht unter Berücksichtigung dessen, was im folgenden Paragraphen gesagt ist, und möge in den nachstehenden Beispielen als abgemacht betrachtet werden.

1. *Beispiel.* Ein Seiltrieb soll 30 Pferdestärken bei 100 Umdrehungen in d. M. übertragen, und sei $\mathcal{E}_1 = 6^k$ gewählt, dann wird nach dem Obigen $s = 18 - 6 = 12^k$ und $\frac{s}{\mathcal{E}_1} \frac{N}{n} = \frac{2 \cdot 30}{100} = 0,6$ und daher nach Spalte 4, Zeile 8 und 9 der Seildurchmesser $d =$ nahe 12^{mm} . Für den Rollenhalbmesser hat man dabei nach (107) $R = 12 \cdot 104 = 1248^{mm}$, wofür wir 1250^{mm} nehmen würden.

2. *Beispiel.* Man will mittelst 3^m hohen Seilscheiben 260^k Umfangskraft übertragen; wie dick ist das Seil zu nehmen? Macht man $\mathcal{E}_1 = 7^k$, so ist $\frac{P}{\mathcal{E}_1} = \frac{260}{7} = 37,14$, was nach Spalte 2, Zeile 9 bis 10, ein Seil von 13^{mm} Dicke erheischt. Dies giebt $\frac{R}{d} = \frac{1500}{13} =$ nahe 115 ; nach der aus (107) berechneten Zahlenreihe soll aber bei $\mathcal{E}_1 = 7$, und $s = 11$ $\frac{R}{d} \geq 114$ sein; unsere Annahme ist mithin brauchbar. Hätte man aber $R = 1200^{mm}$ gewählt, so würde man erhalten haben: $\frac{R}{d} = \frac{1200}{13} =$ nahe 92 , was zu wenig ist, und die Annahme als unstatthaft erweist.

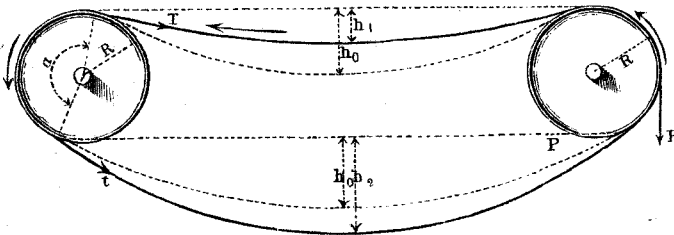
3. *Beispiel.* Wieviel Pferdestärken vermag ein Seil von 15^{mm} Dicke auf 3^m hohen Rollen bei 90 Umdrehungen der Rollen i. d. M. zu übertragen? Hier ist $\frac{R}{d} = \frac{1500}{15} = 100$, was nach (107) $s = \frac{1250}{100} = 12,50^k$, und somit $\mathcal{E}_1 = 5,5^k$ entspricht. Dies liefert, da nach Spalte 7 Zeile 1 für $d = 15^{mm}$ $\frac{1000}{\mathcal{E}_1 R} \frac{N}{n} = 0,069$ ist, $N = \frac{0,069 \cdot n \cdot \mathcal{E}_1 \cdot R}{1000} = \frac{0,069 \cdot 90 \cdot 5,50 \cdot 1500}{1000} = 51,2$ Pferdestärken. Scheiben von $2,5^m$ Durchmesser würden ergeben haben: $\frac{R}{d} = \frac{1250}{15} = 83,33$, oder $s = 15^k$, $\mathcal{E}_1 = 3^k$; mithin $N = \frac{0,069 \cdot 90 \cdot 3 \cdot 1250}{1000} = 23,28$ Pferdestärken. Bei $3,6^m$ Scheibengrösse wäre $\frac{R}{d} = \frac{3600}{15} = 240$, also $s = \frac{1250}{240} = 5,21^k$, und somit $\mathcal{E}_1 = 18 - 5,21 = 12,79$. Dies giebt $N = \frac{0,069 \cdot 90 \cdot 12,79 \cdot 1800}{1000} =$ sehr nahe 143 Pferdestärken.

§. 109.

Die Einsenkungen der Treibseile. Tabelle über dieselben.

Damit das Treibseil in den beiden Stücken die richtigen Anspannungen T und t erhalte (nicht zu kleine, weil sonst das Seil

Fig. 148.



gleitet, nicht zu grosse, damit es nicht überspannt wird), muss die Einsenkung, welche man den Seilstücken im Ruhestand verleiht, von einer bestimmten Grösse sein; auch muss man die Einsenkungen des in Bewegung befindlichen Seiles kennen, um den von dem Seiltrieb beanspruchten Raum ermessen zu können. Die Seilsenkung hängt von der in den Drähten beabsichtigten Dehnungsspannung ab.

Ist A der Rollenstand in Meter gemessen,

h die ebenfalls in Meter gemessene Einsenkung des Seiles (und zwar beim führenden Stück h_1 , beim geführten h_2 , beim ruhenden Seil h_0),

\mathcal{E} die in demselben hervorgerufene Dehnungsspannung auf den Quadratmillimeter (beim führenden Seilstück \mathcal{E}_1 , beim geführten \mathcal{E}_2 , beim ruhenden Seil \mathcal{E}_0),

so ist für das Eisendrahtseil, auch wenn es eine beliebige andere Drahtzahl als 36 hat:

$$\frac{h}{A} = 0,3535 \left(160 \frac{\mathcal{E}}{A} - \sqrt{\left(160 \frac{\mathcal{E}}{A} \right)^2 - 1} \right) \quad (108)$$

und:

$$\frac{\mathcal{E}}{A} = 0,00877 \left(\frac{h}{A} + \frac{A}{8h} \right) \quad (109)$$

Aus letzterer Formel ist die folgende Tabelle berechnet.

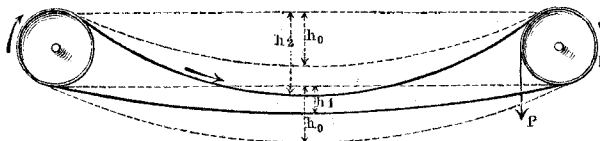
$\frac{h}{A}$	$\frac{A}{\mathcal{E}}$	$\frac{h}{A}$	$\frac{A}{\mathcal{E}}$	$\frac{h}{A}$	$\frac{A}{\mathcal{E}}$
0,0050	4,56	0,030	27,17	0,070	61,44
0,0075	6,84	0,035	31,62	0,075	65,60
0,0100	9,11	0,040	36,03	0,080	69,42
0,0125	11,40	0,045	40,39	0,085	73,30
0,0150	13,66	0,050	44,72	0,090	77,10
0,0175	15,92	0,055	48,99	0,095	80,82
0,0200	18,13	0,060	53,20	0,100	84,46
0,0250	22,69	0,065	57,35	0,105	88,17

Man benutzt diese Tabelle, indem man gemäss den in der Aufgabe gegebenen Grössen den Quotienten $\frac{A}{\mathcal{E}}$ aus dem Rollenstand und der im Seil herrschenden Dehnungsspannung bildet, den nächstliegenden Tabellenwerth aufsucht, und mittelst des zugehörigen Werthes von $\frac{h}{A}$ die Senkhöhe h berechnet. Zu bemerken ist dabei, dass für die Spannungen \mathcal{E}_2 und \mathcal{E}_0 im geführten und im ruhenden Seil gilt:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= \frac{\mathcal{E}_1}{2} \dots \dots \dots \\ \mathcal{E}_0 &= \frac{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}{2} = \frac{3}{4} \mathcal{E}_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (110)$$

Es ist nicht geboten, dem führenden Seilstück die obere Stelle zu geben, wie in Fig. 148 angenommen ist, sondern dasselbe kann auch oft unten hin gelegt werden, siehe Fig. 149, wo

Fig. 149.



durch an Raum für die Seilsenkungen gespart wird. Die Seile streifen einander nicht, so lange $h_2 - h_1 < 2R$. Bei den Aus-

fürungen stelle man an der Stelle der tiefsten Punkte der Seilcurve eine Messstange auf, um jederzeit den Spannungszustand des Seiles beurtheilen zu können.

1. *Beispiel.* Bei dem ersten Beispiel in §. 108 sei der Rollenstand $A = 110$; man wähle $\mathfrak{C}_1 = 6$; welches werden die Einsenkungen des Seiles sein? — a) Führendes Seilstück. Man hat $\mathfrak{C} = 6$, also $\frac{A}{\mathfrak{C}} = \frac{110}{6} = 18,33$, was nach Spalte 2, Zeile 7 sehr nahe dem Werth $\frac{h}{A} = 0,02$ entspricht. Demnach wird $h_1 = 110 \cdot 0,02 = 2,20^m$. b) Geführtes Seilstück. Hier ist nach (110) $\mathfrak{C} = \frac{6}{2} = 3$, also $\frac{A}{\mathfrak{C}} = \frac{110}{3} = 33,67$, was nach Spalte 4, Zeile 2 und 3 dem Werth $\frac{h}{A} = 0,037$ entspricht, und also liefert: $h_2 = 110 \cdot 0,037 = 3,07^m$. c) Das ruhende Seil endlich hat nach (110) eine Dehnungsspannung $\frac{6+3}{2} = 4,5$; es ist demnach für dasselbe $\frac{A}{\mathfrak{C}} = \frac{110}{4,5} = 24,44$, woraus nach Spalte 2, Zeile 8 und Spalte 4, Zeile 1 sich für $\frac{h}{A}$ 0,027 ergibt; hiermit erhält man: $h_0 = 0,027 \cdot 110 = 2,97^m$. Nun ist $h_2 - h_1 = 3,07 - 2,20 = 0,87^m$, während $2R = 2 \cdot 1,25 = 2,5^m$, mithin viel grösser wurde. Somit kann denn die Anordnung, Fig. 149, benutzt werden.

2. *Beispiel.* Wenn der Seiltrieb im 3. Beispiel 3^m verfügbare Höhe unter den Rollen hat, wie gross darf dann sein Rollenstand gewählt werden? — Vorausgesetzt, dass die Anordnung von Fig. 149 angehe, ergibt sich der grösste statthafte Rollenstand aus der Einsenkung des ruhenden Seiles. Die Dehnungsspannung desselben ist nach (110) $= \frac{3}{4} \cdot 5,50 = 3,85^s$. Demnach ist hier $\frac{h}{\mathfrak{C}} = \frac{h}{A} \frac{A}{\mathfrak{C}} = \frac{3}{3,85} = 0,779$. Dieses Verhältniss zwischen $\frac{h}{A}$ und $\frac{A}{\mathfrak{C}}$ tritt sehr nahe ein in Spalte 3 und 4, Zeile 1. Den dort angegebenen Werth von $\frac{A}{\mathfrak{C}}$ benutzt, ergibt sich $A = 27,17 \cdot 3,85 = 104,6^m$; $h_0 = 104,6 \cdot 0,030 = 3,14^m$, was der Aufgabe sehr nahe entsprechen und A mit 100^m als passend ergeben würde. Eine weitere Verfolgung der Rechnung zeigt auch, dass die Anordnung von Fig. 149 sehr wohl anwendbar ist.

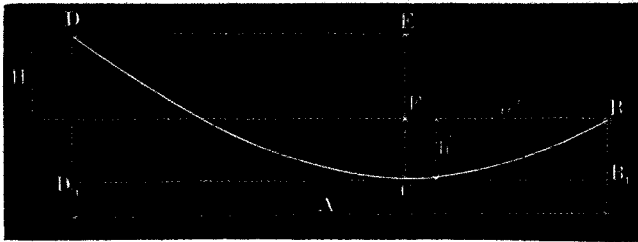
§. 110.

Der schiefe Seiltrieb.

Bei dem Seile BCD , Fig. 150, welches aus einem schiefen Seiltrieb herausgehoben gedacht ist, liegt der Scheitel C der

Seilcurve nicht mitten zwischen den Lothen durch die Aufhängepunkte, auch sind nothwendig die Senkungen anders, als beim

Fig. 150.



waagerechten Seiltrieb. Die Seilsenkungen und Scheitelabstände lassen sich aber, von dem gleichstark angespannten waagerechten Treibseil mit demselben Rollenstand *A* ausgehend, wie folgt bestimmen.

Bezeichnet noch:

- h* die Seilsenkung bei dem waagerechten,
- h'* eine der beiden Seilsenkungen bei dem schiefen Seiltrieb,
- a'* den Abstand des Seilcurvenscheitels von einem der beiden durch die Aufhängepunkte gefällten Lothe,
- H* den senkrechten Abstand der beiden Aufhängepunkte,
- \mathfrak{S} die Dehnungsspannung, welche bei dem Seile des waagerechten wie des schiefen Seiltriebes vorkommen soll,

so ist mit genügender Annäherung:

$$h' = h \pm \frac{H}{2} + 57 \mathfrak{S} \left(\frac{H}{A} \right)^2 \dots \dots \dots (111)$$

und

$$a' = \frac{A}{2} \pm 114 \mathfrak{S} \left(\frac{H}{A} \right) \dots \dots \dots (112)$$

Das Pluszeichen liefert in beiden Formeln den grösseren der beiden zusammengehörigen Werthe (*DD*₁ und *EC*, Fig. 150), das Minuszeichen den zugehörigen kleineren Werth (*BB*₁ und *FC*, Fig. 150). Wenn *a'* negativ wird, so fällt der Seilcurvenscheitel ausserhalb des Raumes zwischen den Rollen.

Beispiel. Ein Seiltrieb von den Ur-Angaben des Beispiels 1 in §. 108 und §. 109 habe verschieden hoch liegende Rollen, und zwar befrage der Höhenunterschied 5m; welches werden seine Seilsenkungen sein, und wo liegen die Scheitel der Seilcurven? — a) Führendes Seilstück. Man hat für dasselbe $\mathfrak{S}_1 = 6$, $h_1 = 2,20m$, $H = 5m$, $A = 110m$, und erhält aus (112), von der niedriger stehenden Rolle ausgehend: $a_1' = 55 -$

$$\frac{114 \cdot 6}{22} = 55 - 31,09 = 23,91^m, \text{ und } h_1' = 2,20 - 2,50 + \frac{57 \cdot 6}{484} = 2,20 + 0,71 - 2,50 = 0,41^m. \text{ b) Geführtes Seilstück. } \mathfrak{S}_1 = 3, h_2 = 3,07^m; \text{ also } a_2' = 55 - \frac{114 \cdot 3}{22} = 55 - 15,45 = 39,55^m; h_2' = 3,07 - 2,50 + \frac{57 \cdot 3}{484} = 3,07 + 0,35 - 2,50 = 0,92^m. \text{ c) Ruhendes Seil. } \mathfrak{S}_0 = 4,5, h_0 = 2,97^m, \text{ mithin: } a_0' = 55 - \frac{114 \cdot 4,5}{22} = 55 - 23,32 = 31,68^m, \text{ und } h_0' = 2,97 - 2,50 + \frac{57 \cdot 4,5}{484} = 2,97 + 0,53 - 2,50 = 1,00^m.$$

§. 111.

Ueberspannung des Treibseiles.

Wenn man das Treibseil so auflegt, dass es im Ruhezustand zu wenig Senkung zeigt, also zu stark angespannt ist, so wird es auch im Bewegungszustand zu straff gespannt, und zwar erhält man die im führenden Seilstück eintretende Dehnungsspannung aus:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{S} &= \frac{P}{2q} + 0,00877 \left(h_0 + \frac{A^2}{8h_0} \right) \\ \text{oder:} \\ \mathfrak{S} &= \frac{\mathfrak{S}_1}{4} + 0,00877 \left(h_0 + \frac{A^2}{8h_0} \right) \end{aligned} \right\} \dots (113)$$

wobei P die zu übertragende Umfangskraft, q den Seilquerschnitt, A wieder den Rollenstand, h_0 die Seilsenkung, welche man für den Ruhezustand angewandt hat, \mathfrak{S}_1 die in der Berechnung angenommene richtige Dehnungsspannung für das führende Seilstück bezeichnet. Bei nicht sehr kleinem Verhältniss zwischen h_0 und A treibt eine zu geringe Senkung des Seiles die Spannung \mathfrak{S} nicht viel über \mathfrak{S}_1 hinaus, so dass man immerhin bei neuen Seilen wegen des Streckens h_0 anfangs etwas zu klein nehmen darf. Doch sehe man darauf, dass die Summe $\mathfrak{S}_1 + s$ (siehe §. 107) nicht über etwa 20^k hinausgehe.

Beispiel. Hätte man dem Seiltrieb aus Beispiel 1, §. 108 und 109 statt $2,97^m$, $2,20^m$ als Seilsenkung für den Ruhezustand gegeben, so würde, da $\mathfrak{S}_1 = 6^k$, im führenden Seilstück während des Ganges: $\mathfrak{S} = \frac{6}{4} + 0,00877 \left(2,2 + \frac{110^2}{8 \cdot 2,2} \right) = 7,53^k$ werden.

§. 112.

Dickes Treibseil bei kleinem Rollenstande.

Wenn der Rollenstand klein ist, so muss vor Allem darauf gesehen werden, dass die Seilsenkungen gross werden, damit das Seil sich gut aufliegen, und ohne Gefahr einer zu bedeutenden Ueberspannung (s. d. §. 111) verkürzen lässt, wenn es sich gestreckt haben sollte. Man wähle hier die Spannung \mathfrak{S}_1 sehr klein, und verfährt am besten so, dass man eine Seilsenkung von gewünschter Grösse annimmt, und daraus mit Hülfe von (109) und der daraus abgeleiteten Tabelle \mathfrak{S}_1 ermittelt, worauf sich d und R wie früher bestimmen lassen. Für nicht zu grosse Umfangkräfte lässt sich auf diese Weise der Seiltrieb für ziemlich kleine Rollenstände noch gut verwirklichen.

Beispiel. Ein Seiltrieb soll 6 Pferdestärken bei 150 Umdr. p. M. 20 Meter weit leiten, und soll im führenden Seilstück noch 1^m Seilsenkung zeigen. Für denselben ist also $\frac{h}{A} = 0,05$, was nach §. 109 $\frac{A}{\mathfrak{S}}$ = 44,72 entspricht, also eine Dehnungsspannung $\mathfrak{S}_1 = \frac{20}{44,72} = 0,447$ oder 0,45 verlangt. Behufs Ermittlung von d aus Tabelle §. 108 hat man nun noch s zu wählen. Soll s zu \mathfrak{S}_1 gezählt, wie bisher 18 liefern, so ist $s = 17,55$ zu setzen; dies liefert: $\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n} = \frac{17,55 \cdot 6}{0,45 \cdot 150} = 1,56$, was (Spalte 8, Zeile 2, Tab. §. 108) $d = 16^{\text{mm}}$ entspricht; nach (107) ist nun zu nehmen: $R = 16 \cdot \frac{1250}{17,55} = \text{nahe } 1140^{\text{mm}}$, was beides annehmbare Abmessungen sind. Wollte man $d = 12^{\text{mm}}$ erhalten, so hätte man nur R grösser zu machen; und zwar müsste nach Tab. §. 108, Spalte 4, Zeile 9 alsdann sein: $\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n} = 0,672$, also $s = 0,672 \cdot \mathfrak{S}_1 \frac{n}{N} = 0,672 \cdot 0,45 \cdot 25 = 7,56$. Dies liefert aus (107) $R = \frac{12 \cdot 1250}{7,56} = 1985^{\text{mm}}$. Rollen von so grossem Halbmesser möchten indessen im vorliegenden Falle wohl nicht passen, und deshalb die erstgefundenen Grössen beizubehalten sein, welche sowohl eine ganz annehmbare Rollengrösse, als auch genügend grosse Senkungen der Seilstücke liefern. Für grosse Kräfte sind indessen so günstige Verhältnisse nur unter der Bedingung zu verwirklichen, dass man die Umdrehungszahlen der Rollen recht gross nimmt. Wegen der in dieser Beziehung zu beachtenden Grenzen siehe Ende von §. 114.

§. 113.

Das 42drähtige Seil.

Wendet man statt der hänfenen Kernschnur noch eine siebenente 6drähtige Litze an, siehe §. 106, so kann das Seil etwas dünner genommen werden als bisher. Man findet die ihm zu gebende Dicke, wenn man den aus den Formeln (105) und (106) (oder aus den danach berechneten Tabellenspalten in §. 108) ermittelten Durchmesser mit 0,926 multiplicirt. Die aus Formel (107) oder den gehörigen Spalten der Tabelle §. 108 erhaltenen Dicken sind dagegen mit 0,95 zu multipliciren, um die hier gesuchte Seildicke zu ermitteln. Diese Verkleinerungen von d sind unter Umständen nicht werthlos wegen ihres Einflusses auf die Rollenhalbmesser.

§. 114.

Der Kranz der Seilscheibe.

Einen hölzernen Rollenkranz mit Lederbeleg zeigt Fig. 151 im Durchschnitt; das Seil ruht in der ziemlich weiten Kranzrinne. Das Leder nutzt sich nach und nach ab und muss dann ersetzt wer-

Fig. 151.

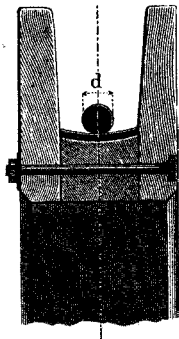
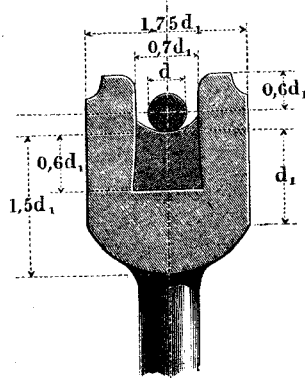


Fig. 152.



den. Eine neue weit vorzüglichere Construction des Riemscheibenkranzes zeigt Fig. 152. Der gusseiserne, trapezisch ausge-

drehte Scheibenring ist mit Gutta pertja ausgelegt, welche als stabförmiger Streifen in die Rinne fest hineingeschlagen wird. Eine solche Besetzung *) erhält das Seil im besten Zustande und ist von sehr langer Dauer. Die hier gegebenen Verhältnisszahlen beziehen sich auf die Einheit:

$$d_1 = 10 + 1,5 d \quad \dots \dots \dots (114)$$

und passen für Seile von 4 bis 24^{mm} Dicke. Damit die Centrifugalkraft dem Radring nicht gefährlich werde, soll man mit der Umfangsgeschwindigkeit desselben nicht über 30 bis 35^m gehen. Seilgeschwindigkeiten bis zu 28^m sind jetzt schon mehrfach angewandt worden, ohne den geringsten Nachtheil zu zeigen.

§. 115.

Arme und Nabe der Seilscheibe.

Eine brauchbare Anzahl \mathfrak{A} der Seilscheibenarme erhält man, wenn man dieselbe nimmt:

$$\mathfrak{A} = 4 + \frac{1}{40} \frac{R}{d} \quad \dots \dots \dots (115)$$

Die Arme erhalten kreuzförmigen oder ovalen Querschnitt, für dessen Höhe h in der Rollenmitte man in beiden Fällen nehme:

$$\frac{h}{d} = 5 + \frac{1}{50} \frac{R}{d} \quad \dots \dots \dots (116)$$

Beim Kreuzquerschnitt wird die Rippendicke $e = \frac{h}{5}$, die Dicke e' der Nebenrippe $= \frac{2}{3} e$ genommen, der ovale Querschnitt erhält wie bei den Riemscheibenarmen an jeder Stelle die halbe Höhe zur Breite. Nach aussen wird die Armhöhe bis auf 0,6 der Höhe in der Radmitte verjüngt.

Die Arme mit Kreuzquerschnitt werden in der Regel gerade ausgeführt (Fig. 153), diejenigen mit ovalem Querschnitt gebogen, und zwar entweder einfach (nach den Regeln in §. 102) oder zweifach, siehe Fig. 154. Zur Auffindung einer guten Armkrümmung bei letzterer Form beschreibe man zuerst mit $OA = \frac{R}{2}$ einen Kreis aus der Rollenmitte, trage auf demselben die Armtheilung AB, BC u. s. w. auf, und verzeichne die Armkrümmung OE gerade

*) Dieselbe ist Herrn F. Hirn in verschiedenen Staaten patentirt.

so, wie es in §. 102 für die einfach gebogenen Arme angegeben wurde. Sodann ziehe man, aus dem Krümmungsmittelpunkt C (welcher

Fig. 153.

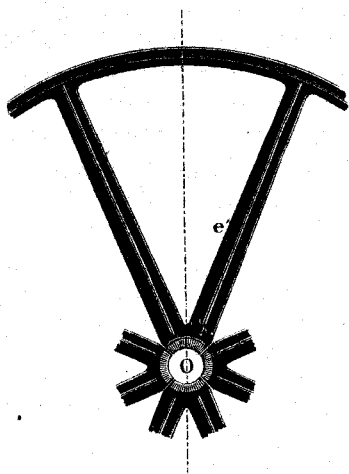
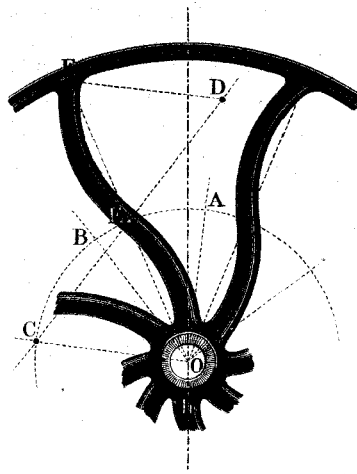


Fig. 154.



bei 8 Armen wie hier gerade in den Kreis ABC fällt) die Centrale CE , und mache $DE = CE$ zum Krümmungshalbmesser für die Fortsetzung EF des Armes. Wie die Mittelpunkte der Armprofil-Linien (auf CDE liegend) bestimmt werden, ist aus dem in §. 102 angegebenen Verfahren leicht abzuleiten.

Die Nabe der Seilscheibe ist bei Anwendung gerader Arme mit Fugen zu giessen, Fig. 153, die durch Füllstücke geschlossen und durch zwei aufgezoogene Ringe fest schliessend gemacht werden. Die Abmessungen der Nabe können wie bei den Riemscheiben genommen werden, siehe §. 103.

Beispiel. Der Seiltrieb aus Beispiel 1 §. 108 erhielt Rollen von 1250^{mm} Halbmesser bei 12^{mm} Seildicke. Nach (115) geben wir denselben $4 + \frac{1}{40} \frac{1250}{12} = 6,6$, abgerundet 7 Arme, deren Höhe in der Radmitte wir nach (116) machen: $h = 12 \left(5 + \frac{1250}{50 \cdot 12} \right) = 7,1 \cdot 12 = 85\text{mm}$. Die Nabe erhält nach Formel (100) eine Wanddicke $w = 10 + 0,3 \cdot 85 = 36\text{mm}$, und eine Länge $L = 2,5 \cdot 36 = 90\text{mm}$.

§. 116.

Die Tragrollen.

Bei sehr grossem Abstand der Kraftrollen und nicht ausreichender Höhe derselben über dem Boden ist das Seil durch Tragrollen zu stützen. Diese erhalten dieselbe Construction wie die Kraftrollen, auch sollen die Tragrollen für das führende Seilstück ebenso gross genommen werden, wie die Kraftrollen; die für das geführte Stück dagegen dürfen kleiner sein, und zwar nehme man für deren Halbmesser R_0 bei:

$\mathfrak{S}_1 =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
also $s =$	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
$\frac{R_0}{d} =$	71	74	76	78	81	83	86	89	93	96	100	104	109	114	119	125

welche Werthe erhalten sind aus der Formel:

$$\frac{R_0}{d} = \frac{1250}{18 - \frac{\mathfrak{S}_1}{2}} \dots \dots \dots (117)$$

und namentlich bei hohem \mathfrak{S}_1 für die Tragrolle des geführten Stückes kleine, also bequeme Grössen für deren Halbmesser liefern.

Der Druck Q , welchen das Seil auf die Tragrolle ausübt, wenn das beiderseits abwärts gehende Seil bei der Rolle um einen Winkel φ von der Horizontalen abweicht, ist:

$$Q = 2 P \sin \varphi \dots \dots \dots (118)$$

wenn P die im Seil herrschende Zugkraft bezeichnet. Dabei ist:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2h}{a^2} \sqrt{h^2 + a^2} \dots \dots \dots (119)$$

wenn h die Senkung des Seiles und a den Abstand des Scheitels desselben von der Tragrolle aus gemessen bezeichnet.

Ausser durch den Druck Q wird die Tragrollenachse auch noch durch das Gewicht G der Rolle belastet. Für dieses hat man annähernd:

$$G = \left[800 \left(\frac{R}{d} \right) + 4,2 \left(\frac{R}{d} \right)^2 + 0,02 \left(\frac{R}{d} \right)^3 + 0,00003 \left(\frac{R}{d} \right)^4 \right] d^3 (120)$$

wobei R und d in Decimetern einzuführen sind.

Beispiel. Die Rolle aus Beispiel 1, §. 108 hatte einen Halbmesser $R = 1250^{mm}$ bei einer Seildicke $d = 12^{mm}$ oder $0,12^{dec}$. Nach Formel (120) erhält daher diese Rolle annähernd ein Gewicht

$G = 0,12^3 (800 \cdot 104 + 4,2 \cdot 104^2 + 0,02 \cdot 104^3 + 0,00003 \cdot 104^4)$,
woraus sich ergibt $G = 267^k$.

Womöglich lege man da, wo Tragrollen vorkommen, das führende Seil unter das geführte, damit an den Tragstellen die kleinere der beiden Tragrollen über die grössere komme. Die Lager der Tragrollenachsen werden am besten auf nebeneinanderstehende gemauerte Pfeiler gelegt, wenn sich nicht in Gebäudetheilen schon Stützpunkte von selbst bieten.

Kommen an einem Gebäude oder an nahe beieinander liegenden Gebäulichkeiten die Kraftrollen eines Seiltriebes in stark verschiedener Höhe vor, so ist es nicht rathsam, den unmittelbaren und schiefen Seiltrieb AB , Fig. 155 und 156, anzuwenden

Fig. 155.

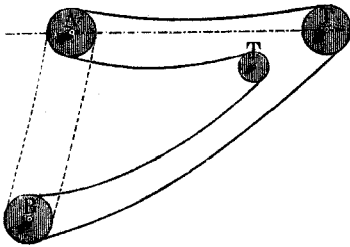
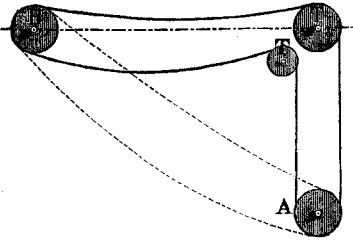


Fig. 156.



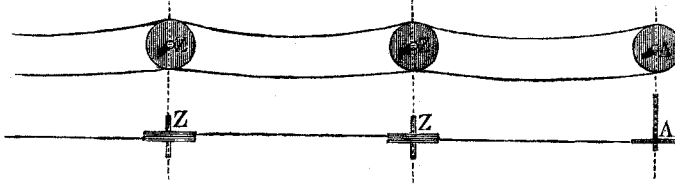
sondern Tragrollen TT so einzuschalten, dass ein Theil TA oder TB des Seiltriebes in horizontale Lage kommt, in welcher dann die nöthigen Anspannungen des Seiles sowohl leicht zu erzielen, als auch nach den obigen Angaben zu ermitteln sind, ohne auf den schiefen Theil Rücksicht nehmen zu müssen.

Nicht unzumuthlich möchte auch in vielen Fällen die Zusammensetzung des Seiltriebes aus mehreren einzelnen sein, (Fig. 157*), indem dabei je zwei Tragrollen durch eine zweispurige Scheibe ersetzt werden, deren Aufstellung sehr viel einfacher zu bewerkstelligen ist, als die der beiden übereinander liegenden Rollen. Man mache nur die Achsen der „Zwischenrollen“ ZZ nicht zu kurz, damit die aus dem Nebeneinanderliegen der Seile hervorgehenden Zapfenpressungen nicht gross werden.

*) Vom Ingenieur Ziegler zuerst angewandt.

Wenn in dem ganzen vorstehenden Kapitel stets angenommen wurde, dass die beiden Kraftrollen gleich gross seien, so ist damit nicht ausgesprochen, dass man sich auf dieses Verhältniss

Fig. 157.



einschränken soll. Manchmal möchte man in der That durch wichtige Gründe zur Anwendung von Uebersetzung im Seiltrieb veranlasst sein. Man ermittle in solchen Fällen nur die Seildicke und Rollengrösse bei der kleineren der beiden Kraftrollen.

XIV. Zahnräder.

§. 117.

Anordnung der Zahnräder.

Die geometrischen Achsen der Zahnräder kommen in denselben vier Hauptstellungen vor, welche bei den Riemscheiben, §. 94, angeführt wurden; auch erhalten die Räder je nach der Achsenstellung verschiedene Grundformen und Anordnungen.

Die Räder für parallele Achsen erhalten eine cylindrische Grundform (Stirnräder), die für schneidende Achsen eine kegelförmige (Kegelräder, Winkelräder), die für geschränkte Achsen eine cylindrische oder konoidische (hyperboloidische). Die Radzähne erhalten entweder gerade in der Ebene der Radachsen liegende Achsen, was der am meisten gebräuchliche Fall ist, oder die Zahnachsen werden schraubenförmig gewunden (Schraubenzahnräder), wobei die Grundform des Rades irgend eine der vorhin angegebenen ist. Soll die Uebertragung der Bewegung ohne Aenderung des Bewegungsgesetzes stattfinden, so werden die Grundformen der Räder Drehungskörper zu ihren geometrischen Achsen, und diese einfachen Räderarten sind es, welche hier behandelt werden sollen.

A. Die Verzahnung der Stirnräder.

§. 118.

Allgemeines über Material und Form der Zähne der Stirnräder.

Die Zähne eines Räderpaares macht man im Maschinenbau gewöhnlich entweder an beiden Rädern aus Eisen, meist Guss-eisen, und nennt solche Räder Eisenräder, oder man gibt in einem Paare dem einen Rad eiserne, dem andern hölzerne Zähne und nennt ein solches Räderpaar ein Paar von Holzeisenrädern.

Bei den Stirnrädern können die Zahnformen so gewählt werden, dass Räder von gleicher Theilung stets richtig miteinander arbeiten. Räder von diesen Zahnform-Eigenschaften heissen Satzräder, diejenigen hingegen, welchen die genannte Eigenschaft fehlt, Einzelräder.

Die Stirnräder, welche als Eisenräder construirt werden, sollten in der Regel gleichzeitig als Satzräder verzahnt werden; bei den Holzeisenrädern kann die Rücksicht auf die Einfachheit der Zahnform (geradflankige Zähne) dahin führen, die Räder als Einzelräder zu verzahnen.

§. 119.

Kunstausrücke für die Theile und Abmessungen der Radzähne.

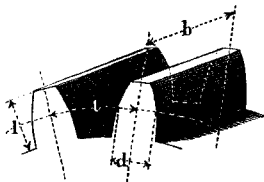
In jedem Räderpaar heissen zwei den verschiedenen Rädern angehörige Kreise, welche in jedem Augenblick gleiche Umfangsgeschwindigkeit haben, Verhältnisskreise. Die berührenden Verhältnisskreise eines cylindrischen Stirnräderpaares heissen dessen Theilkreise. Auf ihnen wird die Zahntheilung, der Abstand der Mittelebenen zweier benachbarten Zähne abgetragen. Die Zahnachse liegt bei den geradzahnigen Stirnrädern, von welchen hier überhaupt nur die Rede sein soll, im Theilkreiscylinder.

Die Stirnradzähne werden prismatisch geformt; die Grundflächen der Zahnprismen heissen die Endflächen der Zähne, der über den Theilkreiscylinder hervorragende Theil des Zahnes der Zahnkopf, der andere Theil der Zahnfuß, die obere Fläche des Zahnkopfes ist der Zahnscheitel, die untere des Zahnfußes

die Sohle des Zahnes; die Zahnsohlen stehen auf dem Radboden auf. Die Flächen, welche die Zahnsohle mit dem Zahnscheitel verbinden, heissen die Zahnflanken; in ihrer Formgebung insbesondere besteht das, was man die Verzahnung der Räder nennt. Der Zwischenraum zwischen zwei benachbarten Zähnen heisst die Zahnücke.

Beim Stirnrad nennt man ferner Zahnlänge, l Fig. 158,

Fig. 158.



den Abstand von Zahnsohle und Scheitel, Zahnbreite, b Fig. 158, den Abstand der Endflächen des Zahnes, Zahndicke, d Fig. 158, die Länge des zwischen die Zahnflanken fallenden Theilkreisbogens, und Lückenweite endlich die Länge des in die Lücke fallenden Bogens des Theilkreises. Indem man die Lückenweite grö-

ser macht als die Zahndicke, und die Kopflänge der Zähne kleiner als die Fusslänge, entstehen die Flanken- und Scheitelspielräume zwischen den Zähnen.

§. 120.

Theilkreishalbmesser. Peripheriemaasstab.

Bei einer Theilung t und einer Zähnezahl z eines Rades hat man für den Theilkreishalbmesser R :

$$\frac{R}{t} = \frac{z}{2\pi} = 0,15915z \dots \dots (121)$$

Der Halbmesser, welchen man mittelst dieser Formel erhält, ist wegen der Zahl π stets irrational, so dass bei abgerundeter Grösse der Theilung R immer einen Bruch bei sich führen wird. Zur Erleichterung der bezüglichlichen Rechnung dient indessen die nach (121) berechnete Tabelle des folgenden Paragraphen. Will man die Irrationalität von R vermeiden, so mache man die Stufen der Theilungen nicht nach einfachen Bruchtheilen oder Vielfachen der Maasseinheit (Millimeter, Linien etc.), sondern nach Vielfachen, oder nach einfachen Bruchtheilen des π fachen der Maasseinheit, ein Verfahren, welches in vielen Maschinenbauanstalten gebräuchlich ist. Geht t durch π Maasseinheiten einfach auf, so liefert die obige Gleichung:

$$R = \frac{z}{2} \left(\frac{t}{\pi} \right) \dots \dots (122)$$

stets einen rationalen Werth für R . Der Quotient $\frac{t}{\pi}$ heisst die Stichzahl des Rades.

Hat z. B. ein 24zähniges Rad eine Theilung von $6 \times 3,14 \dots$ Millimeter, so wird nach (122) sein Theilkreishalbmesser $R = \frac{24}{2} \cdot 6 = 72^{\text{mm}}$; hat ein (nach preussischem Maass construirtes) Rad eine Theilung von $3 \times 3,14 \dots$ Linien oder die Stichzahl 3 bei 30 Zähnen, so wird sein Theilkreishalbmesser $R = \frac{30}{2} \cdot 3 = 45$ Linien.

Für das Auftragen der Theilungen und ihrer Bruchtheile bedient man sich sehr bequem des Peripherie-Maassstabes*). Derselbe wird für Metermaass erhalten, indem man die eine Seite eines (prismatischen, hölzernen oder metallenen) Maassstabes in 314 Millimeter und deren Hälften eintheilt, und auf der gegenüberstehenden Seite diese Länge in 100 Theile und deren Hälften getheilt aufträgt. Gleichnumerirte Längen auf beiden Seiten verhalten sich dann wie $1 : \pi$. Der Maassstab dient auch bequem zur Streckung (Rectification) von Kreisen und deren Bögen.

Im Folgenden werden nun stets beide Methoden berücksichtigt, nämlich die, welche die Theilung nach dem gewöhnlichen Maasssystem und rational, also die Halbmesser irrational ausführt, und die, welche die Theilung rational in Einheiten des Peripherie-maassstabes (Peripheriemillimeter, -Linien u. s. w.), und damit die Halbmesser ebenfalls rational, aber im gewöhnlichen Maasssystem, macht. Die folgende Tabelle ist nicht zu verwechseln mit der Donkin'schen**), nach dem Ausdruck $\frac{r}{t} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{180^\circ}{3}\right)}$,

welche den Halbmesser eines Kreises liefert, der ein regelmässiges Vieleck von 3 Seiten von der Länge t umschreibt. Dieser Kreis ist namentlich bei kleinem 3 verschieden vom Radius R im obigen und gewöhnlichen Sinne. Die Verwechslung beider hat schon viele fehlerhafte Ausführungen hervorgerufen.

*) Derartige Maassstäbe, welche ich vor drei Jahren in den Uebungen im Maschinen-Construiren am Zürcher Polytechnikum einführte, haben auf meine Veranlassung sehr schön gefertigt und halten vorrätzig die Herren Optiker Ernst (Schiffände) und Ulrich (Münsterplatz) in Zürich. Ein solcher Maassstab von 314^{mm} Länge ist gleichzeitig fast ganz genau ein preussischer Fuss, getheilt in Hundertstel und deren Hälften. Rx.

**) Siehe u. a. Salzenberg's Vorträge S. 93.

§. 121.

Tabelle über die Theilkreishalbmesser.

3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,159	0,318	0,477	0,637	0,798	0,955	1,114	1,273	1,432
10	1,59	1,75	1,91	2,07	2,23	2,39	2,55	2,71	2,86	3,02
20	3,18	3,34	3,50	3,66	3,82	3,98	4,14	4,30	4,46	4,62
30	4,77	4,93	5,09	5,25	5,41	5,57	5,73	5,89	6,05	6,21
40	6,37	6,53	6,68	6,84	7,00	7,16	7,32	7,48	7,64	7,80
50	7,96	8,12	8,28	8,43	8,59	8,75	8,91	9,07	9,23	9,39
60	9,55	9,71	9,87	10,03	10,19	10,34	10,50	10,66	10,82	10,98
70	11,14	11,30	11,46	11,62	11,78	11,94	12,10	12,25	12,41	12,57
80	12,73	12,89	13,05	13,21	13,37	13,53	13,69	13,85	14,01	14,16
90	14,32	14,48	14,64	14,80	14,96	15,12	15,28	15,44	15,60	15,76
100	15,92	16,07	16,23	16,39	16,55	16,71	16,87	17,03	17,19	17,35
110	17,51	17,67	17,82	17,98	18,14	18,30	18,46	18,62	18,78	18,94
120	19,10	19,26	19,42	19,58	19,73	19,89	20,05	20,21	20,37	20,53
130	20,69	20,85	21,01	21,17	21,33	21,49	21,64	21,80	21,96	22,12
140	22,28	22,44	22,60	22,76	22,92	23,08	23,24	23,40	23,55	23,71
150	23,87	24,03	24,19	24,35	24,51	24,67	24,83	24,99	25,15	25,30
160	25,46	25,62	25,78	25,94	26,10	26,26	26,42	26,58	26,74	26,90
170	27,06	27,21	27,37	27,53	27,69	27,85	28,01	28,17	28,33	28,49
180	28,65	28,81	28,97	29,12	29,28	29,44	29,60	29,76	29,92	30,08
190	30,24	30,40	30,56	30,72	30,88	31,03	31,19	31,35	31,51	31,67
200	31,85	31,99	32,15	32,31	32,47	32,63	32,78	32,94	33,10	33,26
210	33,42	33,58	33,74	33,90	34,06	34,22	34,38	34,54	34,69	34,85
220	35,01	35,17	35,33	35,49	35,65	35,81	35,97	36,13	36,29	36,45
230	36,60	36,76	36,92	37,08	37,24	37,40	37,56	37,72	37,88	38,04
240	38,20	38,36	38,51	38,67	38,83	38,99	39,15	39,31	39,47	39,63
250	39,79	39,95	40,11	40,26	40,42	40,58	40,74	40,90	41,06	41,22
260	41,38	41,54	41,70	41,86	42,02	42,17	42,33	42,49	42,65	42,81
270	42,97	43,13	43,29	43,45	43,61	43,77	43,93	44,08	44,24	44,40
280	44,56	44,72	44,88	45,04	45,20	45,36	45,52	45,68	45,84	45,99
290	46,15	46,31	46,47	46,63	46,79	46,95	47,11	47,27	47,43	47,59

Erste Benutzungsart dieser Tabelle.

Beispiel. Ein Rad soll 63 Zähne und 30^{mm} Theilung erhalten, welchen Halbmesser erhält sein Theilkreis? — Nach Zeile 7 Spalte 5 ist hier $\frac{R}{t} = 10,03$, also $R = 10,03 \cdot t = 10,03 \cdot 30 = 300,9^{mm}$, abzurunden auf 301^{mm}. Wäre die Theilung 30 Linien gewesen, so würde $R = 301$ Linien geworden sein.

Zweite Benutzungsart der Tabelle. Die Tabelle erleichtert auch das Auffinden der Zähnezah, welche man einem Rad von bekannter (berechneter) Theilung und gegebenem (noch abzurundbarem) Theilkreishalbmesser zu geben hat.

Beispiel. Welche Zähnezah erhält ein Rad von 1000^{mm} Theilkreishalbmesser bei 40^{mm} Theilung? — Es ist hier $\frac{R}{t} = \frac{1000}{40} = 25$. Fast genau entspricht diesem Werth die Zahl 24,99 in Spalte 9 Zeile 16, und erhält demnach das Rad $150 + 7 = 157$ Zähne. Der Halbmesser wäre streng genommen zu verkleinern auf $24,99 \cdot 40 = 999,6^{mm}$, was aber einen zu vernachlässigenden Unterschied liefert.

Dritte Benutzungsart der Tabelle. Bei gegebenem Halbmesser und gegebener Zähnezah die Theilung eines Rades zu suchen.

Beispiel. Gegeben $R = 400$, $z = 50$. Dem Werthe $z = 54$ entspricht nach Spalte 6 Zeile 6 der Quotient $\frac{R}{t} = 8,59$. Man hat demnach hier zu nehmen: $t = \frac{R}{8,59} = \frac{400}{8,59} = 46,56^{mm}$.

Bei der Verzeichnung der Theilung ist es am besten, den Kreis von dem auf die obige Weise sorgfältig ermittelten Halbmesser R recht genau aufzutragen und ihn dann in 3 gleiche Theile zu theilen.

§. 122.

Allgemeine Verzahnung.

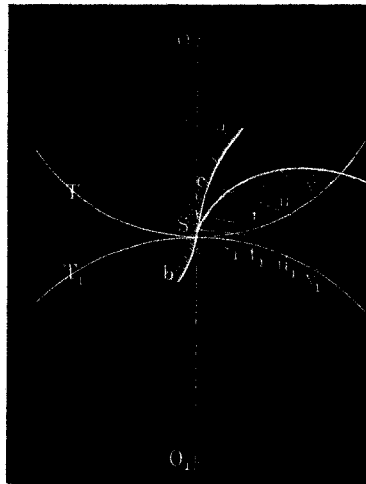
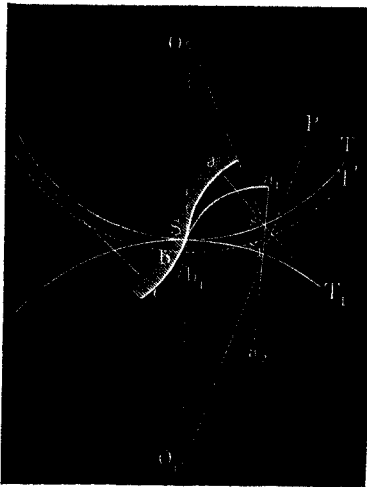
In einem Stirnräderpaare liegen zusammenarbeitende Zahnurrisse in einem Lothschnitt zu den Radachsen, und geschieht deshalb die Verzeichnung und Auftragung der Zahnformen in einem solchen Schnitte (Endfläche). Die sogenannte allgemeine Verzahnung lehrt, wie bei gegebenem Zahnprofil des einen Rades dasjenige für das eingreifende Rad zu bestimmen ist.

I. Genaues Verfahren. Fig. 159. O Mittelpunkt, T Theilkreis, abc Zahncurve des gegebenen Rades, O_1 Mittelpunkt, T_1

Theilkreis des Rades, dessen Zahncurve $a_1 S b_1$ gesucht werden soll. Lege die gegebene Curve so, dass ihr Theilkreispunkt in die Centrale $O O_1$, also in den Berührungspunkt S der Theilkreise fällt, so ist S gleichzeitig ein Punkt des gesuchten Zahnprofils. Um einen zweiten Punkt a_1 zu finden, der mit a zusammentreffen soll, ziehe sa normal zur gegebenen Curve in a , mache $\widehat{S s_1} = \widehat{S s}$, $\angle P s_1 a_1 = \angle O s a$, und $s_1 a_1 = s a$, so ist a_1 der gesuchte Punkt. Profilkpunkte, welche wie c so gelegen sind, dass ihre Normale den zugehörigen Theilkreis nicht trifft, sind für den gegebenen Theilkreis nicht benutzbar; um sie dazu zu machen, müsste man den Theilkreis T verlegen (hier vergrössern). Die gefundene Curve kann Spitzen, Schleifen, überhaupt unausführbare Formen erhalten, ohne deshalb geometrisch unrichtig zu werden.

Fig. 159.

Fig. 160.



II. Abgekürztes Verfahren (Poncelet), Fig. 160. Man suche auf dem Theilkreis T_1 die Punkte $s_1, t_1, u_1, v_1 \dots$ auf, welche mit den Punkten $s, t, u, v \dots$ des gegebenen Kreises T zusammentreffen, beschreibe aus s_1, t_1, u_1 u. s. w. mit den Längen der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben die Curve $a_1 b_1 c_1$, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \dots$ sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrensarten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \dots$ die Länge der

Normalen $va, uc \dots$ rückwärts auf (s_1, α_2, \dots) , Fig. 159), so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad $O_1 T_1$.

Die hier angegebenen Verzeichnungsmethoden lassen sich leicht für solche Fälle umgestalten, wo das getriebene Rad (Hebel, Daumen etc.) ungleichförmig statt gleichförmig wie T gehen soll.

§. 123.

Die cyclischen Curven.

Zur Erzielung der Satzräderverzahnungen, oder überhaupt solcher Verzahnungen, deren geometrische Eigenschaften man allgemein vorausbestimmen will, eignen sich am besten die Kreisrollungs- oder cyclischen Curven*). Wenn ein Kreis auf einem anderen ohne Gleitung rollt, so beschreibt jeder Punkt in einem seiner Radien eine solche Curve, welche eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cycloide heisst, je nachdem der beschreibende Punkt auf dem Umfang des rollenden Kreises liegt, oder durch eine Verlängerung oder durch eine Verkürzung des Halbmessers des rollenden Kreises zu erreichen ist.

Der ruhende Kreis ist der Grundkreis der Curve, sein Halbmesser werde hier mit R bezeichnet; der rollende Kreis heisst der Wälzungskreis oder Radkreis und habe den Halbmesser r ; der dem beschreibenden Punkt diametral gegenüberliegende Punkt des Radkreises werde der Gegenpunkt des Curvenpunktes genannt. Bezeichnet man nun den Halbmesser desjenigen der beiden Kreise, welcher den anderen mit seiner Innenseite berührt, als negativ, den anderen als positiv, so lassen sich zunächst die fünf Arten der cyclischen Curven, welche sich durch Veränderung von R und r ergeben, wie folgt zusammenstellen**).

*) Siehe u. A. Dr. Zehme's elem. u. anal. Behandl. d. versch. Cycloiden, Iserlohn und Elberfeld 1854, und Dr. Weissenborn's cyclische Curven, Eisenach 1856, in welchem sehr empfehlenswerthen Buche soviel mir bekannt zuerst die bis dahin vernachlässigte nothwendige Sonderung der Pericycloide vorgenommen ist.

**) Die Kreisevolvente erscheint hier nicht getrennt von den Cycloiden, sondern ist als nothwendiges Glied in deren Reihe gezogen, was für die Uebersichtlichkeit der Anwendungen vorliegender Curven ebenso vortheilhaft ist, als für das Verständniss derselben an und für sich.

Grundkreis.	Radkreis.	Entstehende Curve.
$+ R$	$+ r$	Aufradlinie oder Epicycloide.
$\pm \infty$	$+ r$	Radlinie schlechthin oder Cycloide.
$- R$	$+ r$	Inradlinie oder Hypocycloide.
$+ R$	$\pm \infty$	Fadenlinie oder Kreisevolvente.
$+ R$	$- r$	Umradlinie oder Pericycloide.

Bei allen fünf Arten gelten sodann von der gemeinen Form die beiden folgenden Sätze:

1. Die Normale zu einem Curvenpunkt geht durch den Berührungspunkt der Erzeugungskreise.

2. Der Krümmungsmittelpunkt zu einem Punkt der Curve ist der Durchschnitt der Normalen mit der Geraden, welche den Gegenpunkt mit dem Mittelpunkt des Grundkreises verbindet.

Auf dem ersteren Satz, welcher auch für die verlängerten und verkürzten Curven gilt, beruht die vorzügliche Anwendbarkeit der cyclischen Curven zur Verzahnung; auf den zweiten lassen sich vortrefflich die Ersetzungen der cycloidischen Zahncurven durch Kreisbögen stützen.

§. 124.

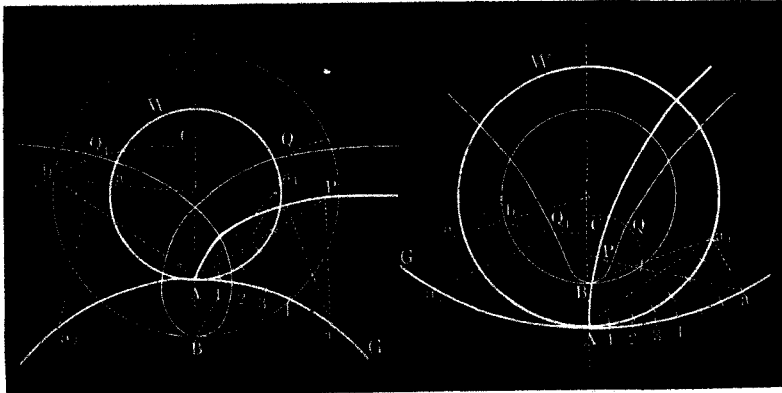
Verzeichnung der cyclischen Curven.

I. Genaues Verfahren. Fig. 161 (a. f. S.). G Grundkreis, W Radkreis, A Anfangspunkt der Curve. Trage von A aus auf G und W nach derselben Seite kleine gleichlange Bogenstücke auf, und es seien nun a und a_1 zwei zusammengehörige Theilpunkte. Beschreibe aus A mit dem Abstand aa_1 einen Bogen, und aus a mit der Sehne Aa_1 ebenfalls einen Bogen, so schneidet letzterer den ersteren in einem Punkte P der gesuchten Curve. Dieses Verfahren, welches in Fig. 161 nur für Auf- und Inradlinie angewandt ist, gilt für alle fünf Arten der cyclischen Curven.

II. Abgekürztes Verfahren. Beschreibe aus den Theilpunkten 1, 2, 3, a , ... mit den zugehörigen, von A aus gemessenen Sehnen des Radkreises Kreisbögen, so berühren diese sämt-

lich die gesuchte Curve und können, bei recht kleiner Theilung, $A - 1, 1 - 2 \dots$ gut zur Verzeichnung derselben dienen.

Fig. 161.



Für die in B anfangende verlängerte oder verkürzte Curve bestimme zuerst P (wobei es nicht nöthig ist, die gemeine Curve selbst zu verzeichnen), beschreibe dann aus a mit $a_1 B$ einen Bogen, und aus P einen solchen mit AB , so schneiden die beiden Bogen einander in einem Punkte Q der gesuchten Curve.

Oder: Ziehe durch a_3 einen Radius $a_3 b$ im Radkreise, und durch b einen Kreisbogen bc concentrisch mit dem Grundkreise, und mache $a_2 Q_1 = Ab$, so ist Q_1 der Curvenpunkt für die Wälzung auf dem Bogen $Aa_2 = Aa_3$.

§. 125.

Radlinienverzahnung für Satzräder.

Das Zahnprofil wird zusammengesetzt aus einem Auf- und einem Inradlinienbogen, oder beide erzeugt durch einen für jede Theilung constanten Radkreis.

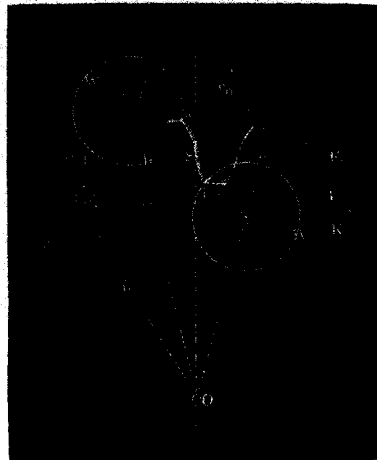
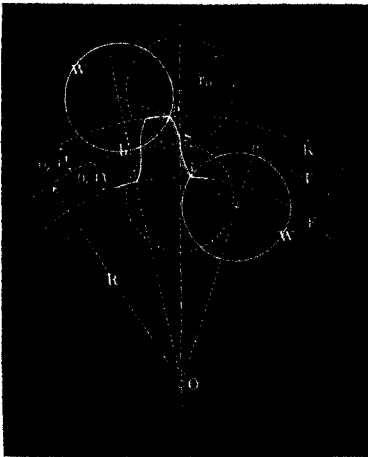
I. Verzahnung eines aussenverzahnten Rades, Fig. 162. Gegeben die Zähnezah 3 und die Theilung t oder die Stichzahl $\frac{t}{\pi}$ des Rades. Dann mache man $OS = R = \frac{3t}{2\pi} = \frac{3}{2} \left(\frac{t}{\pi} \right)$, und den Halbmesser r_0 der Radkreise $W = 0,875t$ oder $= 2,75 \left(\frac{t}{\pi} \right)$; verzeichne den Kopfkreis K um $0,3t$ von T abstehend, sowie der Fusskreis F um $0,4t$ von T entfernt, und

mache die Zahndicke $= \frac{19}{40}t$. $\widehat{Sb} = \widehat{ab}$; $\widehat{Sc} = \widehat{ic}$. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T ; Si Inradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W in T .

Bei dem elfzähligen Rad wird Si gerade und radial. Die Verzahnung kann gut bis zu sieben Zähnen herab benutzt werden; die Inradlinienbögen werden zwar bei $\beta < 11$ unterkrümmt, d. i. nach der Zahnmittelebene hin gebogen. Diese Unterkrümmung der Zahnflanken ist aber dadurch unschädlich zu machen, dass man die Zahnfussflanken stark ausrundet und ausserdem dem Rade eine Seitenscheibe (s. §. 143. S. 215) giebt. Die oben angegebenen Verhältnisse liefern einen Scheitelspielraum von $\frac{1}{10}t$, einen Flankenspielraum von $\frac{1}{20}t$.

Fig. 162.

Fig. 163.



II. Verzahnung eines Hohlrades, Fig. 163. Das Hohlrad ist in den Zahnformen, abgesehen von der Rücksicht auf die Spielräume, die genaue Hohlform des gleichgrossen aussenverzahnten Rades. — O Mittelpunkt, R Theilkreishalbmesser, K Kopfkreis, um $0,3t$ von T nach innen abstehend, F Fusskreis, um $0,4t$ von T nach aussen abstehend. $r_0 = 0,875t = 2,75 \frac{t}{\pi}$, Zahndicke $= \frac{19}{40}t$. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T , Si Inradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W in T .

Bei der Zahnstange ist $R = \infty$. Sa und Si werden dann congruente Bögen der gemeinen Radlinie.

§. 126.

Radlinien - Kreisverzahnung.

Als Ersatzbögen werden zwei Stücke von Krümmungskreisen passend gelegener Elemente der Radlinienbögen benutzt.

Fig. 164.

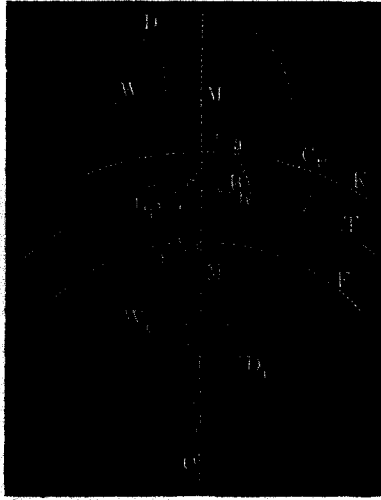


Fig. 164. Verzeichne aus O den Theilkreis T und die Kopf- und Fusskreise K und F in der bekannten Weise, sowie aus den Mittelpunkten M und M_1 die Radkreise W und W_1 , die einander und den Theilkreis in S berühren. Ziehe nun die Durchmesser BMD und $B_1M_1D_1$ so, dass $\angle BMS = \angle B_1M_1S = 30^\circ$; verbinde B mit B_1 durch die verlängerte Gerade C_1BSB_1 , und ziehe durch die Gegenpunkte D und D_1 die Geraden OD und OD_1C_1 , so liefern deren

Schnitte C und C_1 mit der Geraden $B_1CS C_1$ die gesuchten Krümmungsmittelpunkte zu den Ersatzbögen aBb und cB_1i . Durch C und C_1 lege nun aus O beschriebene Mittelpunktkreise, und rücke die Bögen aBb und cB_1i zum Zahnprofil zusammen.

Durch Rechnung findet man die Krümmungshalbmesser ϱ aus den folgenden Formeln:

$$\frac{\varrho}{t} = 0,45 \frac{23 \pm 11}{3 \pm 11} \dots \dots \dots (123)$$

und

$$\left(\frac{\varrho}{\pi}\right) = 1,42 \frac{23 \pm 11}{3 \pm 11} \dots \dots \dots (124)$$

Die Pluszeichen liefern die Krümmungshalbmesser CB für die Aufradlinienbögen, die Minuszeichen die Krümmungshalbmesser C_1B_1 für die Inradlinienbögen.

1. *Beispiel.* Gegeben $z = 63$, $t = 30$, so ist der Krümmungshalbmesser ρ_a für die Ersatzbögen der Aufradlinien: $\rho_a = 30 \cdot 0,45 \cdot \frac{126 + 11}{63 + 11}$
 $= 30 \cdot 0,45 \cdot \frac{137}{74} = 0,833 \cdot 30 = \text{sehr nahe } 25^{\text{mm}}$, und der Krümmungshalbmesser ρ_i für die inneren Bögen: $\rho_i = 30 \cdot 0,45 \cdot \frac{126 - 11}{63 - 11} = 30 \cdot 0,45 \cdot \frac{115}{52}$
 $= 30 \cdot 0,995 = \text{sehr nahe } 30^{\text{mm}}$.

2. *Beispiel.* Gegeben $z = 11$, $\left(\frac{t}{\pi}\right) = 10$. Hier wird: $\rho_a = 10 \cdot 1,42 \cdot \frac{33}{22}$
 $= \frac{42,6}{2} = 21,3$ Millimeter (nicht etwa Theile des Peripheriemaasstabes).
 Sodann hat man $\rho_i = 10 \cdot 1,42 \cdot \frac{11}{0} = \infty$, d. h. die Fussflanke wird geradlinig und radial.

3. *Beispiel.* Gegeben $z = 7$, $t = 50$. Hier wird $\rho_a = 50 \cdot 0,45 \cdot \frac{14 + 11}{7 + 11}$
 $= 50 \cdot 0,45 \cdot \frac{25}{18} = 31,2$ oder abgerundet 31^{mm} . Für den inneren Bogen erhält man: $\rho_a = 50 \cdot 0,45 \cdot \frac{14 - 11}{7 - 11} = -50 \cdot 0,45 \cdot \frac{3}{4} = -50 \cdot 0,3375$
 $= \text{nahe } -17^{\text{mm}}$. Die Fussflanke wird also unterkrümmt. Sie wird mit einer starken Ausrundung, die sich auch theoretisch als Umhüllungscurve des eingreifenden Rades bestimmen lässt, in den Radboden übergeführt.

Bemerkung. Bei den Zähnezahlen unter 15 thut man wohl, statt der Kreisverzahnung die genaue Methode (§. 126) anzuwenden, indem sonst die Vernachlässigungen einen merkbaren Einfluss auf den Gang der ausgeführten Zahnräder üben.

§. 127.

Geradflankenverzahnung.

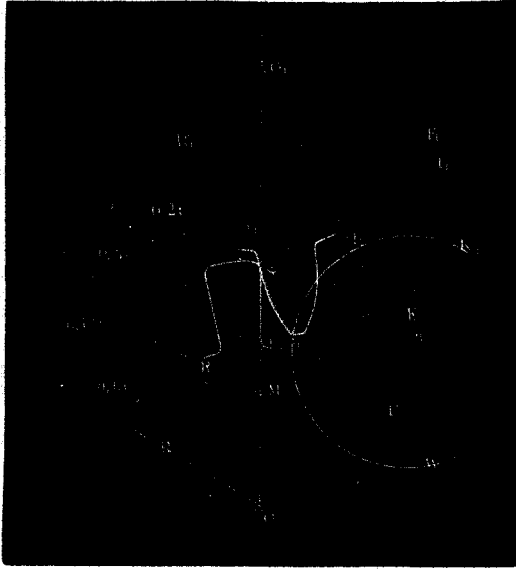
Die Geradflankenverzahnung liefert Einzelräder (s. §. 118) und ist für Holzeisenräder namentlich bei Winkeltrieben deshalb passend, weil sie die Flanken der Holzzähne als ebene Flächen liefert.

I. Räder mit äusserem Eingriff, Fig. 165 (a.f.S.). z Zähnezahl, R Halbmesser des Holzrades, z_1 und R_1 Zähnezahl und Halbmesser des Eisenrades, t die Theilung, k und f Kopf- und Fusslänge beim Holzrad, k_1 und f_1 diese Längen beim Eisenrad. W Radkreis zur Erzeugung der Zahncurven des Rades R_1 . Man mache $R = \frac{3t}{2\pi} = \frac{3}{2} \left(\frac{t}{\pi}\right)$, den Halbmesser von $W = \frac{R}{2}$,

$$R_1 = \frac{3_1 t}{2\pi} = \frac{3_1}{2} \left(\frac{t}{\pi} \right), \quad k = 0,1t, \quad f = 0,6t, \quad k_1 = 0,5t, \quad f_1 = 0,2t,$$

und die Zahndicke bei beiden Rädern $= \frac{19}{40}t$. S_i gerade und

Fig. 165.

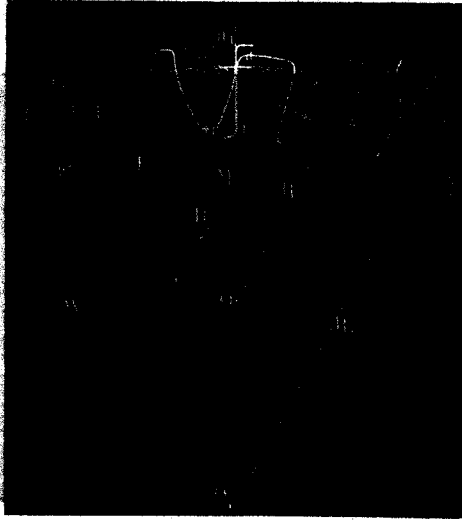


radial, Sa Abrundung vom Halbmesser $\frac{t}{10}$, aSi das Profil des geradflankigen Zahnes. Bogen $\widehat{sb} = \widehat{ba}_1$, Sa_1 Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T_1 . S_i geradlinige Verlängerung der Curve a_1S , mit einer Ausrundung in den Radbogen übergeführt; i_1Sa_1 Profil des krummflankigen Zahnes.

II. Räder mit innerem Eingriff, Fig. 166. Das Hohlrad erhält die eisernen krummflankigen Zähne, den Halbmesser R_1 , die Zahnzahl 3_1 ; das andere Rad die Zahnzahl 3 , den Halbmesser R . W Radkreis vom Halbmesser $\frac{R}{2}$; die Kopf- und Fusslängen werden genommen wie oben. aSi gerades, oben abgerundetes Profil des Holzrades; i_1Sa_1 Profil des Eisenzahnes, zusammengesetzt aus dem Inradlinienbogen Sa_1 und dem Ansatzstück S_i . Sa_1 wird erzeugt durch Rollen von W in T_1 . — Wollte man dem

Hohlrad die geradflankigen Zähne geben, so würden die Zahnprofile des aussenverzahnten Rades nach Umradlinienbögen zu formen sein, erzeugt durch Wälzen eines Radkreises von dem halben Halbmesser des Hohlrades um den Theilkreis des aussenverzahnten.

Fig. 166.



§. 128.

Geradflanken - Kreisverzahnung.

Der Radlinienbogen wird durch ein Stück eines Krümmungskreises, das einem passend gelegenen Curvenelemente angehört, ersetzt.

Räder mit äusserem und Räder mit innerem Eingriff, Fig. 167 und 168 (a. f. S.). Verzeichne aus O_1 den Theilkreis T_1 und die Kopf- und Fusskreise K_1 und F_1 , sowie in S berührend aus M den Radkreis W mit dem Halbmesser $\frac{R}{2}$, wobei R den Halbmesser des eingreifenden (Holz-) Rades bezeichnet. Mache die Sehne SB des Radkreises $= 0,8t$, ziehe den Durchmesser BMD , und verbinde den Gegenpunkt D mit O_1 , so ist der Durchschnitt C von DO_1 mit der Verlängerten BS der gesuchte Krümmungsmittelpunkt, und CB der Halbmesser ρ des Ersatzbogens $a_1 B i_1$.

Reuleaux, der Constructeur.

13

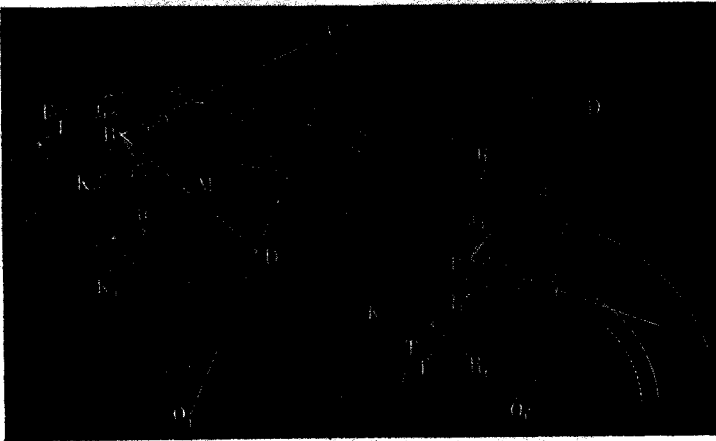
Auch bestimmt sich ϱ aus folgenden Formeln:

$$\frac{\varrho}{t} = 0,8 \frac{2z_1 \pm z}{z_1 \pm z} \dots \dots \dots (125)$$

$$\frac{\varrho}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = 2,5 \frac{2z_1 \pm z}{z_1 \pm z} \dots \dots \dots (126)$$

Fig. 167.

Fig. 168.



wobei die Pluszeichen für die aussenverzahnten, die Minuszeichen für die innenverzahnten Räder gelten. Wenn die beiden Zahnflankenbögen einander vor Erreichung des Kopfkreises schneiden, so ist eine oder sind beide Zähnezahlen zu klein für Anwendung der Geradflankenverzahnung.

§. 129.

Fadenlinienverzahnung für Satzräder.

Das Zahnprofil wird durch einen Fadenlinien- oder Kreisevolventenbogen gebildet, welcher durch Abwicklung eines Verhältnisskreises erzeugt wird.

Aeussere und innere Verzahnung, Fig. 169 und 170. Gegeben die Zähnezahl z und die Theilung t , oder die Stichzahl $\frac{t}{\pi}$ des zu verzahnenden Rades. Mache $OS = R = \frac{zt}{2\pi} = \frac{z}{2} \left(\frac{t}{\pi}\right)$,

und verzeichne die Kopf- und Fusskreise K und F in den Abständen $f = 0,4t$, $k = 0,3t$ vom Theilkreis, sowie die Zahndicke mit $\frac{19}{40}t$. Ziehe hierauf die Gerade NSN_1 unter 75° gegen OS

Fig. 169.

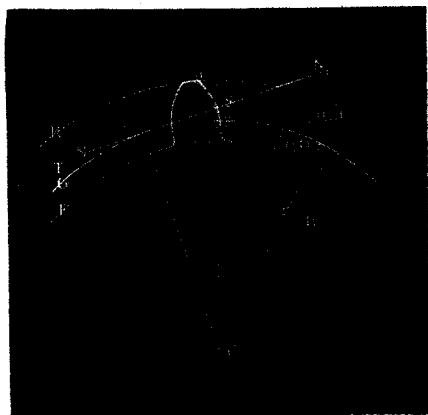
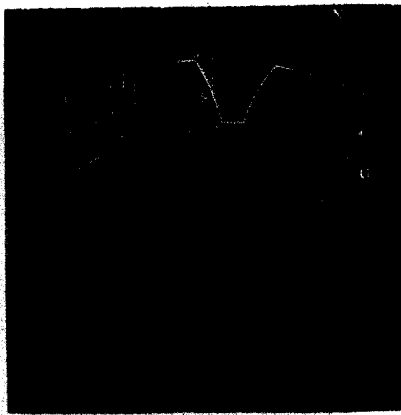
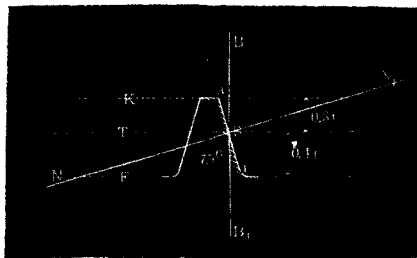


Fig. 170.



geneigt, so wird dieselbe den Grundkreis G vom Halbmesser $r = 0,966 R = 0,154 \text{ } 3t = 0,483 \text{ } 3\left(\frac{t}{\pi}\right)$ berühren. Wickle nun die NS von S nach a vom Kreise G ab, und von S nach g auf den Kreis G auf, so ist die Bahn aSg des Punktes S der gesuchte Zahnumriss, welcher bei äusserer Verzahnung für die Zähnezahlen unter 55 durch ein radiales Stück gi zu verlängern und mit dem Radboden zu verbinden ist.

Fig. 171.

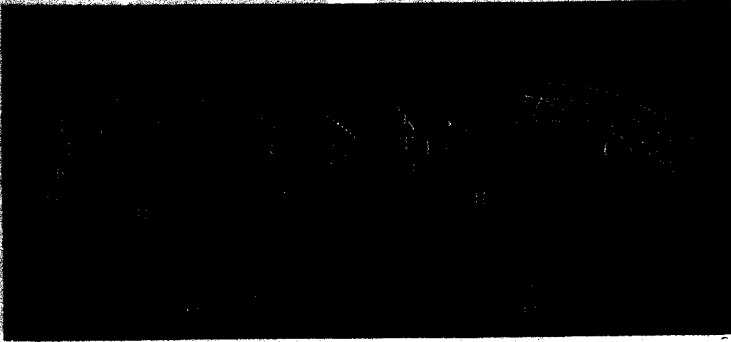


Zahnstange, Fig. 171. aSi gerade, unter 75° gegen den Theilkreis T geneigte Linie als Zahnprofil. Der Winkel von 75° ist durch Zusammenlegen der gebräuchlichen Winkelbrettchen von 45° und 30° leicht zu erhalten.

Man übersehe bei Benutzung dieser Zahnstangenform nicht die Bemerkungen in §. 131.

Fadenlinien - Kreisverzahnung.

I. Zähnezahlen über 55, Fig. 172 und 173. T Theilkreis, G Grundkreis, K und F Kopf- und Fusskreise, alle aus O beschrieben. Fig. 172. Fig. 173.



schrieben und so bestimmt, wie es in §. 129 angegeben wurde. Beschreibe über OS einen Halbkreis, so ist dessen Schnitt C mit dem Kreise G der Krümmungsmittelpunkt für das in S gelegene Evolventenelement, und der damit durch S beschriebene Kreisbogen ein brauchbarer Ersatzbogen. Der Halbmesser $CS = \rho$ wird auch erhalten aus:

$$\frac{\rho}{t} = 0,04123 \dots \dots \dots (127)$$

$$\frac{\rho}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = 0,12943 \dots \dots \dots (128)$$

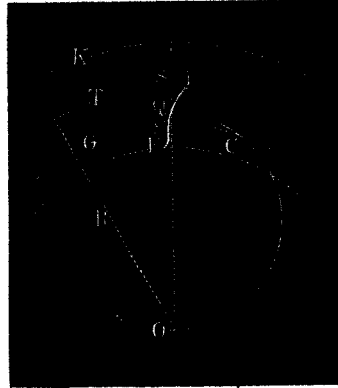
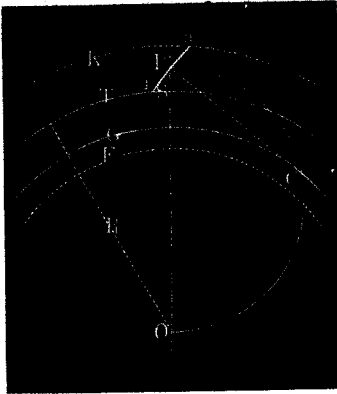
II. Zähnezahlen unter 55. Für diese werden die Zahnprofile aus zwei Kreisbögen zusammengesetzt, von welchen der eine, ρ_a , das Fadenlinienstück ausserhalb des Theilkreises, der andere, ρ_i , das Fadenlinienstück innerhalb des Theilkreises annähert.

a. Bogen ausserhalb des Theilkreises, Fig. 174. T , G , F , K Kreise wie unter (I). Mache $SP =$ der halben Zahnkopflänge, und beschreibe über OP einen Halbkreis. Der Durchschnit C desselben mit dem Kreise G ist dann der Mittelpunkt und CP der Halbmesser ρ_a des Ersatzbogens aPi , für welchen man auch hat:

$$\frac{q_a}{t} = 0,0412 \sqrt{3^2 + 31 \cdot 3 + 17} \dots \dots (129)$$

$$\left(\frac{q_a}{\pi}\right) = 0,1294 \sqrt{3^2 + 31 \cdot 3 + 17} \dots \dots (130)$$

b. Bogen innerhalb des Theilkreises, Fig. 175. T, G, F, K Kreise wie unter (I.) Theile Sg in Q so, dass $Qg = \frac{1}{3} Sg$;
 Fig. 174. Fig. 175.



beschreibe über QO einen Halbkreis, so schneidet dieser den Grundkreis G in dem Mittelpunkt C des Ersatzbogens iQg , welchen man nun mit aPi (Fig. 174) zusammenzurücken hat. gF radialer Anschluss. Der Halbmesser $CQ = q_i$ bestimmt sich auch aus:

$$\frac{q_i}{t} = 0,0236 \cdot 3 \dots \dots (131)$$

$$\left(\frac{q_i}{\pi}\right) = 0,0743 \cdot 3 \dots \dots (132)$$

1. Beispiel. Für ein (aussen- oder innenverzahntes) Rad von 200 Zähnen mit Fadenlinienverzahnung hat man bei 50^{mm} Theilung als Krümmungshalbmesser für die Zahnbögen nach (107): $q = 0,0412 \cdot 200 \cdot 50 = 412^{mm}$. Wäre die Theilung 10^{mm} statt 50^{mm} , so würde nach (128) zu nehmen sein: $q = 0,1294 \cdot 200 \cdot 10 = 259^{mm}$.

2. Beispiel. Rad von 36 Zähnen und 60^{mm} Theilung. Der Zahnbogen ausser dem Theilkreis erhält nach Formel (129) einen Halbmesser $q_a = 0,0412 \cdot 60 \cdot \sqrt{36^2 + 31 \cdot 36 + 17} = 2,472 \sqrt{2429} = 2,472 \cdot 29,28 = 72^{mm}$. Der Zahnbogen innerhalb des Theilkreises erhält nach (131) einen Halbmesser: $q_i = 0,0236 \cdot 36 \cdot 60 = 51^{mm}$.

§. 131.

Vor- und Nachteile der drei behandelten Verzahnungsmethoden.

Jede von den beiden Satzräderverzahnungen hat ihre Vorzüge und ihre Nachteile.

Radlinienverzahnung. Sie gewährt den grossen Vortheil, dass man bei ihr mit der Zähnezahln bis auf 7 für gleichgrosse Räder herabgehen kann, während bei der Fadenlinienverzahnung die kleinsten gleichgrossen Räder 14 Zähne haben müssen, man auch die Zähnezahln bei der Fadenlinienverzahnung nicht wohl unter 11 nehmen darf. Als Nachtheil ist zu betrachten, dass die Zahnprofile eine S-förmige Krümmung haben, was die Anfertigung erschwert; auch können zusammenarbeitende Räder nicht viel auseinandergerückt werden, ohne den genügend richtigen Eingriff einzubüssen.

Fadenlinienverzahnung. Vortheile sind: vor Allem die einfache Form der Zähne und sodann die Eigenschaft, dass man die Räder auseinander rücken darf, ohne die Richtigkeit des Eingriffes zu beeinträchtigen. Ausser dem obigen Nachtheil stellt sich aber diesen Vorzügen ein eigenthümlicher (bisher übersehener) anderer Nachtheil entgegen. Dieser besteht darin, dass bei kleinen Zähnezahlen der Zahnkopf nach Beendigung des richtigen Eingriffstückes eine solche Bahn gegen den ihn angreifenden Zahn oder genauer gegen dessen radialen Fuss beschreibt, dass er ihm eine unrichtige Geschwindigkeit ertheilt. Der Uebelstand wird gehoben, wenn man die betreffenden Räder auseinanderrückt, und zwar so weit, dass bei beiden Rädern die Zähne wenigstens gleichzeitig aus der Eingrifflinie treten. Somit trägt die Verzahnung das Heilmittel für ihren Fehler in sich selbst; allein für starke Kraftübertragung möchten doch, namentlich wo Stösse häufig sind, so gesperrt gehende Räder nicht geeignet, beziehlich die Kleinheit der Zähnezahlen zu vermeiden sein.

So wird also für die Satzräder die Fadenlinienverzahnung vorwiegend bei grösseren Zähnezahlen (wo etwa das kleinere Rad im Paare nicht unter 30 Zähne hat) zu empfehlen sein, wo ihre guten Eigenschaften sich dann vortrefflich verwerthen lassen, während für Räder mit kleinen, unter Umständen möglichst kleinen

Getrieben die Radlinienverzahnung den entschiedenem Vorzug verdient.

Bei der Geradflankenverzahnung, deren einfache Zahnform namentlich für die Kegelräder von hohem Werth ist, wird das am Holzzahn angegriffene Stück in radialer Richtung manchmal ziemlich klein (und zwar um so kleiner, je grösser die Zähnezahl des geradflankigen Rades ist), und leidet deshalb nicht unbedeutend durch die Abnutzung, wenn man nicht sich durch das einfache Mittel vorsieht, den Zähnen eine recht grosse Breite zu geben.

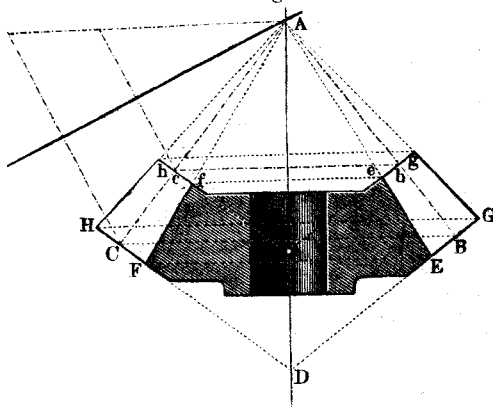
B. Verzahnung der Kegelräder.

§. 132.

Allgemeines über die Kegelradzähne.

Bei den Kegel- oder Winkelrädern liegen die berührenden Verhältnisskreise zusammenarbeitender Räder in Normalkegeln, den Grundkegeln, deren Spitzen im Schnittpunkt der geometrischen Achsen der Räder zusammentreffen. Unter den Theilkreisen verstehen wir die an den Grundflächen der Grundkegel liegenden berührenden Verhältnisskreise BC (Fig. 176). Die Zahnlänge wird auf dem Ergänzungskegel des Grundkegels gemessen; BDC ist der Ergänzungskegel ($\angle DBA = 90^\circ$) und es

Fig. 176.



ist $EG = FH$ die Zahnlänge; die Zahnbreite Bb , Cc wird auf der Erzeugungslinie des Grundkegels gemessen, die Zahn-

dicke auf dem Theilkreis; die Zähne sind Pyramiden, deren Spitzen in A liegen.

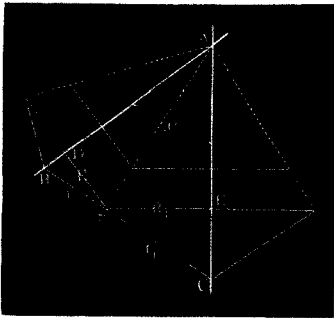
Wenn Kegelräder Satzräder werden sollen (vergl. §. 118), so müssen sie ausser gleicher Theilung auch noch gleichlange Berührungslinien (AB , Fig. 176) haben. Da diese Bedingung oft nicht erfüllt werden kann, so sind Kegelräder von gleicher Theilung und Verzahnungsart doch häufig Einzelräder. In der Praxis findet man übrigens Abweichungen bis zu 5 Procent in der Länge der Berührungslinie noch als statthaft betrachtet. Man nennt solche mit einem kleinen Fehler behaftete zu einem vorhandenen Kegelräderpaar für denselben Achsenwinkel hinzu construirte Räder Bastardräder. Bei einem vorhandenen rechtwinkligen Kegelräderpaar von 80 auf 45 Zähne gestattet also z. B. die Praxis noch Bastardräder bis zu 80 ($1 \pm 0,05$), d. i. bis zu 84 und 76 Zähnen, mit dem 45zähligen rechtwinklig arbeiten zu lassen.

§. 133.

Hülfräder der Kegelräder.

Die Kegelräder erhalten brauchbare Zahnformen, wenn man ihre als Stirnräder verzahnten Hülfräder auf die durch die Ergänzungskegel gegebenen Endflächen der Zähne aufwickelt. Hülfräder zweier Kegelräder R und R_1 (Fig. 177) heissen die Stirnräder von derselben Theilung,

Fig. 177.



welche zu Halbmessern r und r_1 die Erzeugenden BS und CS ihrer Ergänzungskegel haben.

Bei gegebenem Achsenwinkel α bestimmen sich der Halbmesser r und die Zähnezah z eines Hülfrades aus den bekannten Zähnezahlen z und z_1 der Kegelräder mittelst der Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2 + 2RR_1 \cos. \alpha}}{R_1 + R \cos. \alpha} \\ \frac{z}{z} &= \frac{\sqrt{z^2 + z_1^2 + 2zz_1 \cos. \alpha}}{z_1 + z \cos. \alpha} \end{aligned} \right\} \dots \dots (133)$$

Ist der Achsenwinkel ein Rechter, so wird:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2}}{R_1} \\ \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_1} &= \frac{\sqrt{\mathfrak{z}^2 + \mathfrak{z}_1^2}}{\mathfrak{z}_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (134)$$

Beispiel. Ein Kegelröderpaar habe die Zähnezahlen 30 und 50 und einen Achsenwinkel $\alpha = 60^\circ$, so ist $\cos. \alpha = 1/2$, und es findet sich für das Hülfrad zu dem 30zähligen Rade: $\mathfrak{z} = \frac{30 \cdot \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0,5}}{50 + 30 \cdot 0,5} = \frac{6 \cdot \sqrt{4900}}{13} = 32,3$, wofür man 32 nehmen würde. Für das 50zählige Rad erhält man ferner: $\mathfrak{z}_1 = \frac{50 \cdot \sqrt{4900}}{30 + 50 \cdot 0,5} = \frac{50 \cdot 70}{55} = \text{nahe } 64$. Mit diesen Zähnezahlen und der gegebenen Theilung sind die Hülfräder zu verzahnen.

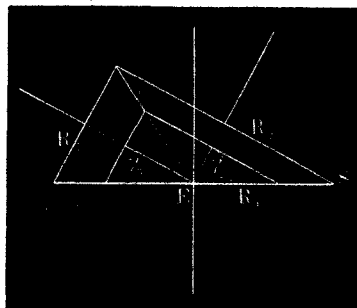
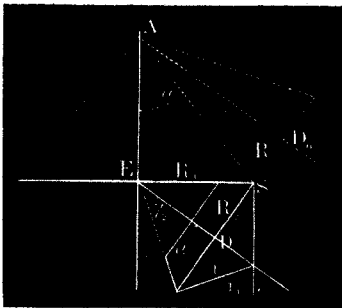
§. 134.

Das Planrad.

Verändert man in dem Räderpaar DE , Fig. 178, unter Beibehaltung des Winkels α und des Halbmessers R_1 den anderen

Fig. 178.

Fig. 179.



Halbmesser R so, dass der Achsenmittelpunkt in den Mittelpunkt E des Rades R_1 fällt (Fig. 178), so geht der Grundkegel von E in eine ebene Scheibe über. Ein Winkelrad mit einem solchen Grundkegel nennen wir ein Planrad. Der Ergänzungskegel desselben geht in einen Cylinder über; der Halbmesser des Hülfrades zum Planrad wird also unendlich gross, d. h. das Rad erhält die Zahnformen der Zahnstange. Diese sind bei der Faden-

linienverzahnung besonders einfach (§. 129) und machen dadurch das Planrad zu einer empfehlenswerthen Construction.

Für das Uebersetzungsverhältniss hat man:

$$\frac{R_2}{R_1} = \cos. \alpha \quad (135)$$

woraus z. B. bei $\alpha = 60^\circ$, $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{2}$ folgt. Das Planrad erlaubt also bei festgesetztem Achsenwinkel nur ein bestimmtes Uebersetzungsverhältniss. Dieses lässt sich auch ausdrücken durch den halben Spitzenwinkel γ_2 des Kegelrades R_2 , indem man auch hat:

$$\frac{R_2}{R_1} = \sin. \gamma_2 \quad (136)$$

Es verdient beachtet zu werden, dass beide Räder aus einem Winkelräderpaar mit demselben Planrad arbeiten können. Hat ein solches Paar R_2, R_3 (Fig. 179 a. v. S.) die Spitzenwinkel γ_2 und γ_3 und ist ausserdem rechtwinklig, so ist zunächst dessen Uebersetzungszahl:

$$\frac{R_2}{R_3} = \text{tg. } \gamma_2 = \text{cotg. } \gamma_3,$$

und man hat bei:

$\frac{R_2}{R_3} = \text{tg. } \gamma_2 =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{3}$	2	3	4
$\gamma_2 =$	14°	$18^\circ 30'$	$26^\circ 40'$	$36^\circ 50'$	45°	$53^\circ 10'$	$63^\circ 20'$	$71^\circ 30'$	76°
$\frac{R_2}{R_1} = \sin. \gamma_2 =$	0,242	0,317	0,449	0,60	0,707	0,800	0,894	0,948	0,970.

Obgleich in seiner Anwendung beschränkt, ist doch das Planrad hiernach manchmal benutzbar, indem es schiefwinklige Uebersetzungen sehr leicht ausführbar macht.

C. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 135.

Eintheilung der Räder.

Die Abmessungen der Zahnräder müssen bei gleichem Zahn-
druck wegen der Stösse um so grösser genommen werden, je
grösser ihre Umfangsgeschwindigkeit ist; auch muss mit letzterer
die Zahnbreite zunehmen, um die Abnutzung der Zahnflanken ein-
zuschränken. Unterhalb einer gewissen Geschwindigkeit können
indessen diese Einflüsse vernachlässigt werden. Wir theilen des-
halb die Räder in zwei Classen ein, nämlich:

1) Krahnräder, 2) Triebwerkräder;
und zwar sind Krahnräder solche, die bis zu $\frac{1}{2}$ Meter Theil-
kreisgeschwindigkeit haben, Triebwerkräder, die von grösse-
rer Geschwindigkeit. Indem wir deren Theilung und Breite be-
stimmen, und später auf diese Maasse die des Radkörpers bezie-
hen, werden die Räder passende Abmessungen erhalten können.
Die zu gebenden Regeln beziehen sich auf Gusseisen, Holz,
Schmiedeisen und Bronze als Material der Zähne.

§. 136.

Der Zahnquerschnitt.

Bei der Zahntheilung t , der Zahnbreite b , dem Zahndruck P
und der im Zahne eintretenden Biegungsspannung \mathfrak{S} gilt für die
oben angenommenen Verhältnisse zwischen Zahnlänge und -Dicke
die Formel:

$$bt = 16,8 \frac{P}{\mathfrak{S}}^* \dots \dots \dots (137)$$

Dies bedeutet, dass die Festigkeit des Zahnes seinem
Querschnitt proportional ist, dass es also für dieselbe gleich-
gültig ist, welches Verhältniss b und t zu einander haben, ein
Umstand, aus welchem sich beim Construiren oft Nutzen ziehen
lässt. (Vergl. §. 142.)

§. 137.

Theilung und Zahnbreite der Krahnräder.

Bezeichnet bei einem gusseisernen Krahnrad:

- (PR) das statische Moment der angreifenden Kraft,
- \mathfrak{z} die dem Rad bestimmte Zähnezahl,
- R seinen vorläufig festgesetzten Theilkreishalbmesser,
- t seine Theilung,

so nehme man je nach den gegebenen Grössen:

*) Wenn die Zahnlänge statt zu $0,7t$ zu $0,75t$ angenommen wird, wie
es in der „Constructionslehre f. d. Masch.-Bau“ geschah, so wird bt
 $= 18 \frac{P}{\mathfrak{S}}$. Trotz diesem Unterschiede dürfen die nachfolgenden Formeln
doch ohne weiteres auch auf $\frac{3}{4}t$ lange Zähne angewandt werden.

$$\left. \begin{aligned} t &= 2,11 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{3}} \\ \frac{t}{\pi} &= 0,67 \sqrt[3]{\frac{(PR)}{3}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (138)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} t &= 1,23 \sqrt{\frac{(PR)}{R}} \\ \frac{t}{\pi} &= 0,39 \sqrt{\frac{(PR)}{R}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (139)$$

und gleichzeitig die Zahnbreite b :

$$b = 2t \dots \dots \dots (140)$$

Ist statt (PR) die Zahl N der zu übertragenden Pferdestärken und die Umdrehungszahl n gegeben, so nehme man:

$$\left. \begin{aligned} t &= 188 \sqrt[3]{\frac{N}{n3}} \\ \frac{t}{\pi} &= 60 \sqrt[3]{\frac{N}{n3}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (141)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} t &= 1040 \sqrt{\frac{N}{nR}} \\ \frac{t}{\pi} &= 331 \sqrt{\frac{N}{nR}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (142)$$

Da der Werth $\frac{(PR)}{R}$ gleich der Umfangskraft P ist, so gilt (139) auch für die Fälle, wo P unmittelbar gegeben ist, wie bei der Zahnstange.

Hat man mit Hülfe der gegebenen Formeln oder der Tabelle des folgenden Paragraphen die Abmessungen des gusseisernen Zahnes ermittelt, so findet man die des schmiedeisernen, hölzernen, bronzenen Zahnes durch Multiplication der Ergebnisse mit folgenden Coëfficienten:

		für	für	für	
	Man multiplicire die:	Schmiedeisen	Holz	Bronze	
Ergebnisse von (138) und (141) mit:	0,79	1,43	1,23	} (143)	
„ „ (139) und (142) „	0,71	1,72	1,37		

Dabei ist zu bemerken, dass bei den Rädern mit schmiedeisernen, hölzernen, bronzenen Zähnen auch die Zahnbreite geändert werden, d. h. immer gleich zwei Theilungen gemacht werden soll.

§. 138.

Tabelle über die Theilung der Krahnräder.

t	$\frac{(PR)}{3}$	$\frac{(PR)}{R}$	$\frac{N}{3n}$	$\frac{N}{Rn}$	$\frac{t}{\pi}$	$\frac{(PR)}{3}$	$\frac{(PR)}{R}$	$\frac{N}{3n}$	$\frac{N}{Rn}$
10	106	66	0,00015	0,00009	3	90	59	0,00013	0,00008
12	184	95	0,00026	0,00013	4	212	105	0,00030	0,00015
15	359	149	0,00051	0,00021	5	416	164	0,00058	0,00023
18	621	214	0,00088	0,00030	6	718	237	0,00100	0,00031
22	1133	320	0,00160	0,00045	7	860	322	0,00159	0,00043
26	1633	447	0,0026	0,0006	8	1702	420	0,0024	0,0006
30	2874	595	0,0041	0,0008	9	2424	533	0,0034	0,0008
35	4564	810	0,0065	0,0011	10	3325	657	0,0046	0,0009
40	6813	1058	0,0096	0,0015	11	4425	796	0,0062	0,0011
45	9461	1338	0,0137	0,0019	12	5745	947	0,0080	0,0013
50	13307	1652	0,019	0,0023	13	7215	1111	0,010	0,0015
55	17711	1999	0,025	0,0028	14	9123	1289	0,013	0,0018
60	22994	2380	0,033	0,0033	16	13619	1633	0,019	0,0023
65	29234	2793	0,041	0,0039	18	19391	2130	0,026	0,0030
70	36513	3239	0,052	0,0045	20	26599	2630	0,037	0,0037
75	44909	3718	0,063	0,0052	22	35403	3182	0,049	0,0044
80	54503	4230	0,077	0,0059	24	45963	3787	0,064	0,0053
90	77603	5354	0,109	0,0075	28	72988	5155	0,102	0,0072
100	106452	6610	0,150	0,0092	32	108949	6732	0,152	0,0093
110	141688	7998	0,200	0,0112	36	155125	8520	0,216	0,0115

1. *Beispiel.* Auf eine Handkurbel von 400^{mm} Länge finde ein Druck von 50^k statt; welche Theilung und Zahnbreite ist dem die Kraft weiter leitenden 10 zähligen Getriebe zu geben? Hier ist $\frac{PR}{3} = \frac{50 \cdot 400}{10} = 2000$, und daher nach Spalte 2 Zeile 6 bis 7 zu nehmen t zwischen 26 und 30^{mm} oder nach Spalte 7 Zeile 6 bis 7, $\frac{t}{\pi} = 8$ bis 9. Die Zahnbreite wird = $2t$ genommen.

2. *Beispiel.* Eine Zahnstange soll 2000^k Zug ausüben. Sie erhält dafür nach Spalte 3 Zeile 12 eine Theilung von 55^{mm}, oder nach Spalte 8 Zeile 14 eine Theilung $t = 18n^{\text{mm}}$, und eine doppelt so grosse Zahnbreite. —

Soll diese Zahnstange aus Schmiedeisen gemacht werden, so ist nach (143) zu nehmen: $t = 0,71 \cdot 55 = 39\text{mm}$, die Zahnbreite $2 \cdot 39$ oder $0,71 \cdot 110 = 78\text{mm}$.

Ueber die Benutzung der Spalten $\frac{N}{3n}$ und $\frac{N}{Rn}$ siehe §. 142, S. 212.

§. 139.

Theilung und Zahnbreite der Triebwerkkräder.

Unter Beibehaltung der Bezeichnungen, welche in §. 137 angewandt wurden, sind für die Triebwerkkräder mit Gusseisenzähnen die Theilung t oder $\frac{t}{\pi}$ und das sog. Breitenverhältniss $\frac{b}{t}$ aus folgender Formelreihe zu entnehmen:

Gegeben.	Gesucht.	Formel.	
N, n	$t = 60$	$\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$	} . (144)
N, n	$\frac{t}{\pi} = 19,3$	$\sqrt[4]{\frac{N}{n}}$	

(PR)	$t = 2,1$	$\sqrt[4]{(PR)}$	} . (145)
(PR)	$\frac{t}{\pi} = 0,66$	$\sqrt[4]{(PR)}$	

$P, 3$	$t = 1,42$	$\sqrt[4]{P3}$	} . (146)
$P, 3$	$\frac{t}{\pi} = 0,45$	$\sqrt[4]{P3}$	

P, n	$\frac{b}{t} = 0,01$	\sqrt{Pn} (147)
------------------	----------------------	-----------------------	---------

N, R	$\frac{b}{t} = 8,5$	$\sqrt{\frac{N}{R}}$ (148)
------------------	---------------------	--------------------------------	---------

$N, 3, t$	$\frac{b}{t} = 21,2$	$\sqrt{\frac{N}{3t}}$	} . (149)
$N, 3, \frac{t}{\pi}$	$\frac{b}{t} = 12$	$\sqrt{\frac{N}{3\left(\frac{t}{\pi}\right)}}$	

$(PR), n, Z, t$	$\frac{b}{t} = 0,025$	$\sqrt{\frac{(PR)n}{3t}}$	} . (150)
$(PR), n, Z, \frac{t}{\pi}$	$\frac{b}{t} = 0,014$	$\sqrt{\frac{(PR)n}{3\frac{t}{\pi}}}$	

Hierbei ist stets das kleinere Rad im Paare in die Rechnung einzuführen. Führt man statt seiner das grössere der beiden Räder ein, so liefert die Rechnung Zahnabmessungen, welche hinsichtlich der Festigkeit vollkommen brauchbar, dagegen hinsichtlich der Zahnabnutzung nicht so gut sind, als jene, weil die Zähne schmaler ausfallen.

Aus Theilung und Breitenverhältniss des gusseisernen Zahnes findet man diejenigen für den hölzernen Zahn durch Anwendung folgender Coëfficienten:

Man multiplicire die Ergebnisse für:	für Holzzähne mit:	
t oder $\frac{t}{\pi}$ aus (144) bis (145)	1,54	}
t oder $\frac{t}{\pi}$ (146)	1,77	
$\frac{b}{t}$ aus (147) bis (150)	1,25	
		. . . (151)

Die Formeln (144) bis (151) wurden aus (137) entwickelt, indem man darin \mathcal{C} nicht constant, sondern bei einer Theilkreisgeschwindigkeit v gleich $\frac{Const.}{\sqrt{v}}$ setzte, und ausserdem $\frac{b}{t} = Const.$

\sqrt{Pn} einführte. Wegen der Gründe zu diesen Annahmen verweise ich auf den Anfang von §. 142. Bei den Krahrädern konnte einfacher verfahren werden; dagegen möchte es bei den Triebwerkkrädern wohl unerlässlich sein, genaue Rücksicht auf die Umstände zu nehmen, unter welchen die Zahnräder in den Maschinen von verschiedener Stärke und Geschwindigkeit arbeiten; es können demnach die mathematischen Hilfsmittel hier nicht ganz und gar einfach ausfallen. Dieser Bemerkung wird jeder beipflichten, der es versucht hat, die Berechnung der Zahnräder unter Rücksicht auf die verschiedenen Zustände, in welchen dieselben arbeiten sollen, in Formeln zu bringen. Uebrigens wird man finden, dass man mit den obigen Formeln, welche für alle Hauptfälle den nöthigen Aufschluss enthalten, nach einiger Uebung sehr rasch arbeiten kann, wozu die umstehenden Tabellen noch wesentlich beitragen. Auch erscheint die Zahl der Formeln nur deshalb gross, weil dieselben in einer Reihe von praktisch wichtigen Umformungen vorgeführt werden; hätte man diese weggelassen, so wären nur zwei Ausdrücke, der erste und der siebente, anzugeben gewesen.

§. 140.

Tabelle über die Theilung der Triebwerkräder.

t	$\frac{N}{n}$	(PR)	P3	$\frac{t}{\pi}$	$\frac{N}{n}$	(PR)	P3
12	0,0016	1 066	604	4	0,0018	1 349	702
15	0,0040	2 603	1179	5	0,0045	3 293	1372
18	0,0081	5 398	2034	6	0,0093	6 830	2469
22	0,0181	12 045	3719	7	0,0173	12 654	3764
26	0,0256	23 497	6138	8	0,0295	21 587	5619
30	0,068	41 649	9430	9	0,047	34 578	8000
35	0,158	77 161	14974	10	0,072	52 702	10974
40	0,197	131 632	22351	11	0,106	77 161	14606
45	0,316	210 850	31825	12	0,149	109 282	18963
50	0,482	321 375	43656	13	0,206	150 522	24110
55	0,71	470 525	58106	14	0,280	202 459	30112
60	1,00	666 303	75438	16	0,472	345 387	44949
65	1,38	917 879	95913	18	0,757	553 242	64000
70	1,85	1234 594	119792	20	1,153	843 229	87791
75	2,44	1626 961	147339	22	1,688	1234 571	116850
80	3,16	2106 000	178815	24	2,39	1748 000	151703
90	5,02	3374 000	254603	28	4,43	3239 000	240899
100	7,72	5142 000	349249	32	7,55	5526 000	359593
110	11,30	7528 000	464350	36	12,11	7486 000	511998
120	16,00	10662 000	603502	40	18,45	13491 000	702330
130	22,04	14686 000	767300	44	27,01	19752 000	934800
140	29,64	13754 000	958339	48	33,78	27975 000	1213628
150	39,06	26031 000	1178715	52	52,70	38509 000	1543018

Bemerkung. Werden in den Spalten für (PR) in dieser und der folgenden Tabelle die drei abgetrennten Stellen weggelassen, so bleibt die Zahl übrig, welche R in Meter ausgedrückt, entspricht.

§. 141.

Tabelle über die Breite der Triebwerkräder.

$\frac{b}{t}$	$\frac{Pn}{1000}$	$\frac{N}{R}$	$\frac{N}{3t}$	$\frac{N}{3\left(\frac{t}{\pi}\right)}$	$\frac{(PR)n}{3t}$	$\frac{(PR)n}{3\left(\frac{t}{\pi}\right)}$
1	10,0	0,014	0,0022	0,007	1 600	5 102
1,25	15,6	0,022	0,0035	0,011	2 500	7 973
1,5	22,5	0,031	0,0050	0,016	3 600	11 480
1,75	30,6	0,042	0,0068	0,021	4 900	15 626
2	40,0	0,055	0,0089	0,028	6 400	20 420
2,25	50,6	0,070	0,0113	0,035	8 100	25 831
2,5	62,5	0,089	0,0139	0,043	10 000	31 890
3,0	90,0	0,125	0,0200	0,062	14 400	45 922
3,5	122,5	0,170	0,0273	0,085	19 600	62 505
4	160,0	0,221	0,0356	0,111	25 600	81 639
4,5	202,5	0,28	0,045	0,14	32 400	103 000
5,0	250,0	0,35	0,056	0,17	40 000	128 000
5,5	302,5	0,42	0,067	0,21	48 400	154 000
6,0	360,0	0,50	0,080	0,25	57 600	184 000
6,5	422,5	0,58	0,094	0,29	67 600	216 000
7,0	490,0	0,68	0,109	0,34	78 400	250 000
7,5	562,5	0,78	0,125	0,39	90 000	287 000
8,0	640,0	0,89	0,142	0,44	102 400	327 000
8,5	722,5	1,00	0,161	0,50	115 600	369 000
9,0	810,0	1,12	0,180	0,56	129 600	413 000
9,5	902,5	1,25	0,201	0,63	144 400	463 000
10	1000,0	1,38	0,223	0,69	160 000	501 000
11	1210,0	1,67	0,269	0,89	177 600	617 000
12	1440,0	1,99	0,320	1,00	214 400	735 000

Bemerkung. Wenn die Breite eines Rades sehr hoch ausfällt, so wird es in zwei oder mehrere Räder (Etagenräder) zerlegt, deren Gesamtbreite etwas grösser zu nehmen ist, als die ermittelte Radbreite.

Reuleaux, der Constructeur.

§. 142.

Anwendung der vorstehenden Tabellen auf Beispiele.

Die Formeln der vorangehenden Paragraphen sind auf zwei Grundlagen gestützt und zwar in ganz ähnlicher Weise wie die für die „Tragzapfen“, vergl. §. 34. Sie berücksichtigen einerseits die Festigkeit der Zähne, welche bei wachsender Umfangsgeschwindigkeit der Räder wegen der damit zunehmenden Stösse bei gleichem Druck grösser und grösser genommen werden muss. Andererseits berücksichtigen sie die Abnutzung der Zähne, welche bei dem kleineren Rad im Paare bedeutender ist, als bei dem grösseren, und mit der Umdrehungszahl wächst. Aus diesem Grunde muss, wie oben bemerkt, die Zahnberechnung bei dem kleineren Rad im Paare vorgenommen werden. Bei den auf solche Weise erhaltenen Zahnabmessungen, welche natürlich manchmal passend abgerundet werden müssen, ist die Abnutzung in zweckentsprechende Grenzen eingeschlossen. Will man aus irgend welchen Gründen ein Rad schmaler oder breiter machen, als es die Formeln liefern, so beachte man, dass nach Formel (137) der Zahn eine unveränderte Festigkeit behält, wenn man nur seinen Querschnitt nicht ändert.

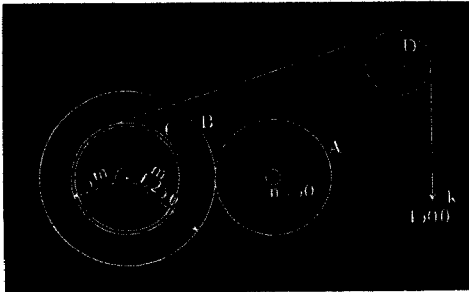
Wo es angeht, gehe man von der Zähnezahl der zu konstruirenden Räder aus; man wird stets finden, dass man dann am raschesten und natürlichsten zu guten Ergebnissen geführt wird. In dieser Beziehung ist zu merken, dass man bei Triebwerkrädern mit 3 beim getriebenen Rad nicht unter 30, beim treibenden nicht unter 20 gehen soll, und dass grössere Zähnezahlen in allen Beziehungen den Eingriff nur vortheilhafter machen. So zeigen die Räder rasch laufender Turbinen selten weniger als 40, oft bis 60 Zähne im getriebenen Rade. Bei Krahnradern kann mit 3 so tief herabgegangen werden, als es die Verzahnung zulässt. Bei vorgeschriebenem Halbmesser lässt sich die etwa zu klein ausfallende Zähnezahl durch eine (die Abnutzung nur verkleinernde) Vergrösserung der Radbreite erhöhen (§. 136).

In Paaren von Holz-Eisenrädern ist es günstig für geringe Abnutzung, das Holzrad zum treibenden Rade zu wählen. Doch soll seine Zähnezahl nicht gleichzeitig sehr klein gegen die des Eisenrades sein.

1. *Beispiel.* Von einer Welle A mit 40 Umdrehungen soll eine Welle B mit 60 Umdrehungen p. M. unter Uebertragung von 20 Pferdestärken mittelst eines Eisenräderpaares ungetrieben werden. Hier ist für das kleinere Rad im Paare $\frac{N}{n} = \frac{20}{60} = 0,333\dots$, und daher nach Tabelle §. 140, Spalte 2, Zeile 9, die Theilung $t = 45^{mm}$ zu nehmen. Geben wir nun diesem Rade 40 Zähne, so kennen wir den Quotienten $\frac{N}{3t} = \frac{20}{40 \cdot 45} = 0,011$. Demselben entspricht nach Tabelle §. 141, Spalte 4, Zeile 6 das Breitenverhältniss $\frac{b}{t} = 2,25$, wonach also die Zahnbreite $b = 2,25 \cdot 45 = \text{nahe } 100^{mm}$ zu nehmen ist. Der Theilkreishalbmesser wird nach Tabelle §. 121, Spalte 2, Zeile 5: $R = 6,37 \cdot 45 = 286,7$, abgerundet 287^{mm} . Das eingreifende Rad erhält 60 Zähne, und einen Halbmesser $R_1 = 9,55 \cdot 45 = 427,75$, abgerundet 428^{mm} . — Sollen die Räder als Holzisenräder ausgeführt werden, so ist nach (151) zu nehmen: die Theilung $t = 1,54 \cdot 45 = 70^{mm}$, das Breitenverhältniss $\frac{b}{t} = \frac{5}{4}$ mal dem Werth aus (149). Dieser ist wegen $\frac{N}{3t} = \frac{20}{40 \cdot 70} = 0,00714$ gemäss Sp. 4, Z. 4 = 1,75; wir erhalten also die Radbreite $b = \frac{5}{4} \cdot 1,75 \cdot 70 = 153^{mm}$.

2. *Beispiel.* Das auf der Kurbelwelle einer Dampfmaschine sitzende Stirnrad A, Fig. 180, mache 50 Umdrehungen p. M. und treibe mittelst

Fig. 180.



des Rades B den Seilkorb C um. Dieser habe 1^{m} Halbmesser und werde durch das Förderseil mit einer Umfangskraft von 1500^k angegriffen, schreibe aber durch seine Grösse dem Rad B einen vorläufigen Halbmesser von 1250^{mm} vor; sodann soll zwischen A und B eine Uebersetzung ins Langsame wie 1:2,5 stattfinden, wonach A einen vorläufigen Halbmesser von $\frac{1250}{2,5} = 500^{mm}$ erhält. — Hier ist für A als das kleinere Rad das Dre-

hungsmoment $(PR) = \frac{1500 \cdot 1000}{2,5} = 600000$; dasselbe erhält daher nach

Tabelle §. 140, Spalte 7, Zeile 13 eine Stichzahl $\frac{t}{n} = \text{nahe } 18$. Behufs Aufsuchung des Breitenverhältnisses benutzen wir Spalte 2, §. 141 und

haben dafür $\frac{P n}{1000} = \frac{600000 \cdot 50}{500 \cdot 1000} = 60$, und daher nach Zeile 7, §. 141

$\frac{b}{t} = 2,5$ zu nehmen. Dies giebt eine Zahnweite $b = 2,5 \cdot 18 \cdot \pi =$

141^{mm}. Die Zähnezahzahl des Rades A wird nun $z = \frac{2 \cdot R \cdot \pi}{t} = \frac{2 R}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} =$

$\frac{1000}{18} = 55,5$, abgerundet 55, was nun den Halbmesser abzurunden nöthigt

auf $R = \frac{z}{2} \left(\frac{t}{\pi}\right) = \frac{55 \cdot 18}{2} = 495^{\text{mm}}$.

3. Beispiel. Ein Wasserrad hat 44 Pferdestärken bei 6,5 Umdrehungen p. M. mittelst eines Zahnkranzes auf eine 32,5 mal umlaufende Triebwelle zu übertragen. Der Zahnkranz muss der Radconstruction wegen einen Theilkreishalbmesser von etwa 2200^{mm} erhalten; der vorläufige

Halbmesser des eingreifenden Rades ist daher: $R = \frac{6,5 \cdot 2200}{32,5} = 440^{\text{mm}}$;

die Räder sollen Eisenräder sein. — Für die Bestimmung der Theilung

hat man $\frac{N}{n} = \frac{44}{32,5} = 1,35$, wofür Tabelle §. 140, Spalte 2, Zeile 18

$t = 65^{\text{mm}}$ liefert. Für die Zahnweite ist gegeben $\frac{N}{R} = \frac{44}{440} = 0,1$, was

nach Tabelle §. 141, Spalte 3, Zeile 7 bis 8 ein Breitenverhältniss $\frac{b}{t} =$

2,5 bis 3 giebt. Wir nehmen 2,7; und haben $b = 2,7 \cdot 65 = 175^{\text{mm}}$.

Räder, deren Umfangsgeschwindigkeit unter $\frac{1}{2}^{\text{m}}$ fällt, gehören nach §. 135 unter die Krahnräder. Manchmal ist es aber unbequem, vor Berechnung des Zahnrades dessen Umfangsgeschwindigkeit zu bestimmen, so dass man zweifelhaft bleiben kann, ob ein Rad als Triebwerk- oder Krahnrad zu betrachten ist. In solchen Fällen berechnet man das Rad einmal als Triebwerkrad, einmal als Krahnrad, und behalte das Ergebniss bei, welches den grösseren Zahnquerschnitt ergiebt. In

Rücksicht hierauf wurden in Tabelle §. 138 die Spalten $\frac{N}{3n}$ und

$\frac{N}{Rn}$ aufgenommen.

4. Beispiel. An einem Pumpwerk werden 10 Pferdestärken in eine 6 mal umlaufende Welle von einer 20 mal umlaufenden mittelst Eisen-Stirnrädern übertragen, von denen das kleinere 20 Zähne erhalten soll. Die Räder sind zu berechnen. a) Berechnung der Räder als Trieb-

werkkräder. $\frac{N}{n} = \frac{10}{20}$, liefert nach Tabelle §. 140 $t = 50^{\text{mm}}$; sodann ist

$\frac{N}{3t} = \frac{10}{3 \cdot 50} = 0,01$, woraus nach Tabelle §. 141 $\frac{b}{t} = 2,25$ folgt. Dies

gibt $b = 2,25 \cdot 50 = 112^{\text{mm}}$, und einen Zahnquerschnitt $\frac{bt}{2} = \frac{50 \cdot 112}{2}$
 $= 2800 \square \text{mm}$. b) Berechnung der Räder als Krahnräder. $\frac{N}{3n}$
 $= \frac{10}{20 \cdot 20} = 0,025$. Hierfür gibt Tabelle §. 138 $t = 55^{\text{mm}}$; dabei erhält
das Rad als Krahnrad eine Breite $b = 2t = 2 \cdot 55 = 110^{\text{mm}}$, d. i. einen
Zahnquerschnitt $\frac{bt}{2} = \frac{55 \cdot 110}{2} = 3025 \square \text{mm}$. Dies überragt die obenge-
fundene Zahl nicht unbedeutend; das Rad ist also mit den zuletzt gefun-
denen Abmessungen auszuführen.

Sehr grosse Umdrehungszahlen in Verbindung mit grossen zu übertragenden Kräften liefern bedeutende Zahnbreiten, was auch die Praxis vielfach als nothwendig nachgewiesen hat.

5. Beispiel. Ein Schraubenschiff von 800 Pferdestärken habe eine Tribschraube von 300 Umdrehungen p. M., welcher die Umtriebkraft durch Vermittlung eines Holzräderpaares mitgetheilt wird; man will dem (kleineren) auf der Schraubewelle sitzenden Rade 30 Zähne geben; die Räder sind zu berechnen. $\frac{N}{n} = \frac{800}{300} = 2,67$ gibt für Eisenräder nach Tabelle §. 140 eine Stichzahl $\frac{t_0}{\pi} = \text{nake } 25$, woraus nach (151) für Holzräder $\frac{t}{\pi} = 1,54 \cdot 25 = 39$ folgt. Ferner ist nun $\frac{N}{3 \left(\frac{t}{\pi}\right)} = \frac{800}{30 \cdot 39} = 0,68$,

wofür Tabelle §. 141 $\frac{b}{t} = 10$ liefert, welche Zahl für die Umwandlung in Holzräder noch mit $\frac{5}{4}$ zu multipliciren ist, also in 12,5 übergeht. Dies giebt eine Radbreite $b = 12,5 \cdot 39 \cdot \pi = 1532^{\text{mm}}$, eine Breite, wie sie bei den Rädern der Schraubenschiffe in der That gefunden wird, die übrigens die Zerlegung des Rades in etwa 4 Etagenräder von je 380 bis 400^{mm} Breite erfordern würde.

Die Gruppenräder, d. h. solche, bei denen mehrere Räder mit einem zusammenwirken, sind, wenn die Seitenräder ungleich sind, in Paare zu zerlegen, deren Zahnabmessungen man einzeln bestimmt, und von denen darauf die vom grössten Zahnquerschnitt beibehalten werden. In der Regel sind die Seitenräder untereinander gleich.

Räder für Walzwerke und stark stossende Maschinen überhaupt sind mit etwas (etwa bis $\frac{5}{4}$ mal) grösseren Abmessungen auszuführen, als sie aus den obigen Berechnungen erhalten werden.

D. Abmessungen des Radkörpers.

§. 143.

Der Radkranz.

Bei den gusseisernen Stirnrädern nehme man die Kranzdicke:

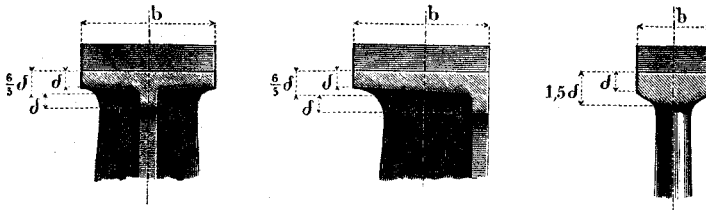
$$\delta = 3 + 0,4t \dots \dots \dots (152)$$

(Fig. 181 bis 183). Nach der Mitte oder nach der einen Seite zu wird der Kranz auf $\frac{6}{5}\delta$ verstärkt und durch die Kranzrippe aus-

Fig. 181.

Fig. 182.

Fig. 183.



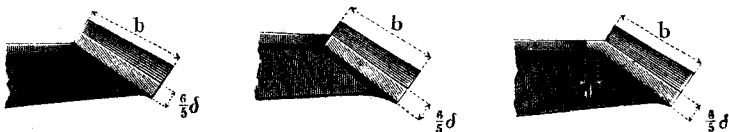
gesteift, bei kleineren Theilungen auch wohl bogenförmig profilirt, Fig. 183, wozu aber nur Arme von ovalem Querschnitt passen. Eine Theilung von 20mm erfordert nach (152) eine Kranzdicke $\delta = 3 + 8 = 11\text{mm}$; bei $t = 10\text{mm}$ wird $\delta = 7\text{mm}$.

Bei den gusseisernen Kegelrädern, Fig. 184 bis 186, wird

Fig. 184.

Fig. 185.

Fig. 186.



der Kranz aussen $\frac{6}{5}\delta$ dick gemacht und erhält einen der hier skizzirten Armanschlüsse.

Räder mit Holzzähnen oder Holzkammen bekommen einen höheren und seitlich verstärkten Kranz; die Verhältnisse

für Stirnräder sind aus Fig. 187 bis 189, die für Kegelräder

Fig. 187.

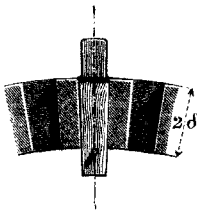


Fig. 188.

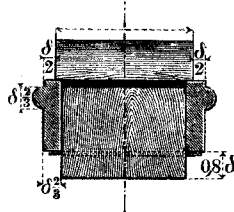
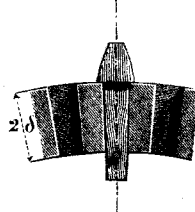


Fig. 189.



aus Fig. 190 und 191 ersichtlich. Sehr breite Holzkommen wer-

Fig. 190.

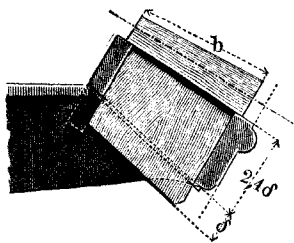
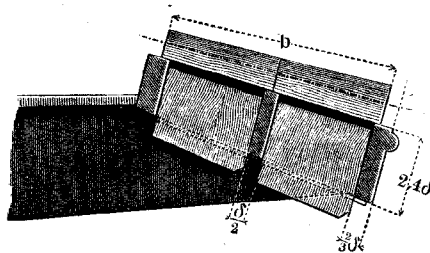


Fig. 191.



den aus zwei Stücken gebildet, Fig. 191, deren Stiele durch einen Steg getrennt sind.

Ganz kleine Stirnräder (Blockräder) erhalten, wenn bei ihnen die Kraftübertragung wesentlich ist, eine oder zwei verstärkende Seitenscheiben, Fig. 192 und 193, welche zweckmässig auf

Fig. 192.

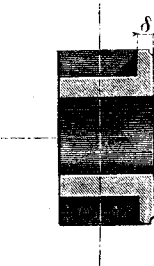


Fig. 193.

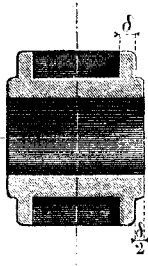
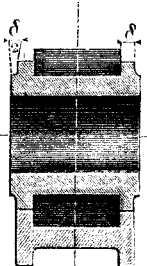


Fig. 194.



Teilkreisdurchmessern abgedreht werden, wenn das Rädchen in

eine Zahnstange greift, Fig. 194; diese bekommt dann bearbeitete Seitenleisten, auf welchen die Ränder des Getriebes rollen.

§. 144.

Die Radarme. Zahl derselben.

Der Armquerschnitt wird, entsprechend den oben angegebenen Kranzformen, nach einer der folgenden Figuren gebildet.

Fig. 195 und 196. Rippenquerschnitte, bei denen Haupt- und Nebenrippe zu unterscheiden sind; Fig. 197, ovaler Querschnitt,

Fig. 195.

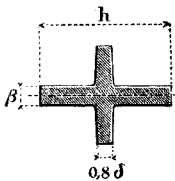


Fig. 196.

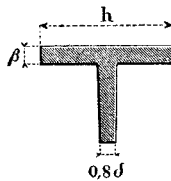
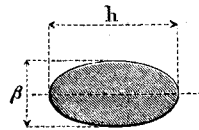


Fig. 197.



welcher an allen Stellen die halbe Höhe zur Breite β hat. Man erzielt gute Verhältnisse für die Räder, wenn man die Anzahl \mathfrak{A} der Arme nimmt:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A} &= \frac{1}{4} \sqrt{3} \sqrt[3]{\frac{t}{\pi}} \\ \text{oder} \quad \mathfrak{A} &= \frac{1}{3} \sqrt{3} \sqrt[4]{\frac{t}{\pi}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (153)$$

Hiernach ist folgende kleine Tabelle berechnet:

\mathfrak{A}	= 3	4	5	6	7	8	10	12
$3 \sqrt{t}$	= 144	256	400	576	784	1024	1600	2304
$3 \sqrt[4]{\frac{t}{\pi}}$	= 81	144	225	324	441	576	900	1296.

Beispiel. Ein 50zähniiges Rad von 50^{mm} Theilung hat für $3 \sqrt{t}$ den Werth $50.7 = 350$, was nahe an 400 liegt; das Rad erhält also fünf Arme. Hätte das Rad 16^{mm} Theilung, so würde man haben $3 \sqrt{t} = 50.4 = 200$, was mitten zwischen 256 und 144 liegt, also die Wahl zwischen 3 und 4 Armen lässt.

Beim Rippenquerschnitt wählt man die Armhöhe h in der Radmitte nach dem Gefühl, wobei zu bemerken ist, dass das Verhältniss $h = 2$ bis $2,5t$ meistens recht gut passt, und ermittelt darauf die constante Rippenstärke β nach folgender Formel:

$$\frac{\beta}{b} = 0,07 \frac{3}{2} \left(\frac{t}{h}\right)^2 \dots \dots \dots (154)$$

Ergibt sich dabei eine für das Aussehen oder die Rücksicht auf das Giessen zu grosse oder zu kleine Rippendicke, so ändere man $\frac{h}{t}$ entsprechend ab, und rechne aufs neue. Die nachfolgende Tabelle erleichtert dieses Verfahren.

Armverjüngung wie vorhin. Höhe der Nebenrippe am Kranz etwas kleiner als b , an der Nabe gleich oder etwas grösser als b .

Die Armhöhe h in der Radmitte wird bei den Rädern mit ovalem Armquerschnitt = $2t$ genommen, und die Höhe nach aussen bis auf $\frac{2}{3}$ verjüngt.

§. 145.

Tabelle über die Abmessungen der Radarme.

$\frac{h}{t}$	Werthe von $\frac{\beta}{b}$, wenn:								
	$\frac{3}{2} = 7$	9	12	16	20	25	30	35	40
1,50	0,20	0,28	0,37	0,50	0,62	0,78	0,93	1,08	1,24
1,75	0,16	0,21	0,27	0,37	0,46	0,57	0,69	0,80	0,91
2,00	0,12	0,16	0,21	0,28	0,35	0,44	0,53	0,61	0,70
2,25	0,10	0,12	0,17	0,22	0,28	0,35	0,41	0,48	0,55
2,50	0,08	0,10	0,13	0,18	0,22	0,28	0,34	0,39	0,45
2,75	0,06	0,08	0,11	0,15	0,18	0,23	0,28	0,32	0,37
3,00	0,05	0,07	0,09	0,12	0,16	0,19	0,23	0,27	0,31

1. Beispiel. Hat das obige 50zählige Rad von 50^{mm} Theilung eine Zahnbreite von 100^{mm}, und wählt man die Armhöhe h in der Radmitte = $2t = 100$ ^{mm}, also $\frac{h}{t} = 2$, so hat man nach Spalte 6, Zeile 3, zu nehmen: $\beta = 0,35 \cdot 100 = 35$ ^{mm}. Fände man dies nicht bequem, und zöge eine kleinere Rippendicke vor, so könnte man z. B. $h = 2,25t = 2,25 \cdot 100 = 225$ ^{mm} wählen, und erhielte dann nach Spalte 6, Zeile 4: $\beta = 0,28 \cdot 100 = 28$ ^{mm}.

Die Armkreuze der Räder mit Holzzähnen und der in sie eingreifenden Eisenräder dürfen bei denselben Arm-Höhenabmessungen, welche man den Rädern für Eisen auf Eisen giebt, die 0,8fache Armdicke erhalten. Will man genauer verfahren, so ermittelte man die Maasse der den Holzzähnen gleichwerthigen Eisenzähne, und suche aus deren Theilung, Breite und Zahl die zugehörigen Armdimensionen.

2. *Beispiel.* In dem ersten Beispiel §. 142 berechneten wir für ein Rad mit 40 Holzzähnen $t = 70^{\text{mm}}$, $b = 153^{\text{mm}}$, während $N = 20$ war. Wir erhalten nun zunächst aus Tab. §. 121, $R = 6,37 \cdot 70 = 445,9$ oder 446^{mm} ; dies ergibt $\frac{N}{R} = \frac{20}{446} = 0,0448$, woraus nach §. 141 $\frac{b}{t} = 1,8$ folgt. Oben hatten wir für das gleichstarke Eisenrad schon $t = 45^{\text{mm}}$ gefunden, b wird also $= 1,8 \cdot 45 = 81^{\text{mm}}$. Endlich ist $\frac{R}{t}$ für das ideale Eisenrad $\frac{446}{45} = 9,91$, woraus sich seine Zähnezahl 3 nach Spalte 4, Zeile 7, §. 121, zu 62 ergibt. Formel (153) liefert dafür 5 Arme, also $\frac{3}{4} = \frac{62}{5} = \text{nahe } 12$. Wählt man nun $\frac{h}{t} = 2,5$, also $h = 2,5 \cdot 45 = 112^{\text{mm}}$, so ist nach Spalte 4, Zeile 4, §. 145: $\beta = 0,17$ $b = 0,17 \cdot 81 = 14^{\text{mm}}$ zu nehmen, was etwas unschöne Verhältnisse liefert. Machen wir aber $\frac{h}{t} = 2$, also $h = 2 \cdot 45 = 90^{\text{mm}}$, so wird passend nach Spalte 4, Zeile 3 dieses Paragraphen: $\beta = 0,21$ $b = 0,21 \cdot 81 = 17^{\text{mm}}$.

§. 146.

Die Radnabe.

Die Nabe des Zahnrades wird je nach dem gewählten Armquerschnitt nach einer oder nach beiden Seiten schwach konisch geformt, bei grösseren Abmessungen überdies mit viertelelliptischen Stäbchen abgerundet; sie erhält eine Länge $L = \frac{5}{4}b$ und eine Wanddicke $w = 10 + 0,3h$ (vergl. §. 103), wobei h die Armhöhe bezeichnet.

§. 147.

Gewichte der Zahnräder.

Das Gewicht G eines nach den vorstehenden Regeln konstruirten Stirnrades wird annähernd aus folgendem Ausdruck erhalten:

$$G = bt^2 (6,25z + 0,04z^2) \dots (155)$$

wobei die obigen Bezeichnungen gelten, b und t aber in **Decimetern** auszudrücken sind. Folgende Tabelle erleichtert die Benutzung der gegebenen Formel, indem sie die Werthe von $\frac{G}{bt^2}$ für eine Reihe von Zähnezahlen enthält. Die Tabellenwerthe entsprechen derjenigen Zähnezahl, welche gleich der Summe von Spalten- und Zeileneingang ist.

3	0	2	4	6	8
20	141,0	156,9	173,0	189,5	206,4
30	223,5	241,0	258,7	276,8	295,3
40	314,0	333,0	352,4	372,1	392,2
50	412,5	433,2	454,1	475,4	497,1
60	519,0	541,3	563,8	586,7	610,0
70	633,5	657,4	681,5	706,0	730,7
80	756,0	781,5	807,2	833,3	859,8
90	886,5	913,6	940,9	968,6	996,7
100	1025,0	1053,7	1082,6	1111,9	1141,6
120	1326,0	1357,9	1390,0	1422,5	1455,4
140	1659,0	1694,1	1729,4	1765,1	1801,2
160	2024,0	2062,3	2100,8	2139,7	2179,0
180	2421,0	2462,5	2504,2	2546,3	2588,8
200	2850,0	2894,7	2939,6	2984,9	3030,6
220	3311,0	3358,9	3407,0	3455,5	3504,4

Beispiel. Das in §. 142 als Beispiel benutzte Rad hat 50 Zähne, $0,5^{\text{cm}}$ Theilung und 1^{cm} Zahnbreite; bei ihm ist also $bt^2 = 0,25$ und somit sein Gewicht nach Spalte 2, Zeile 4: $G = 0,25 \cdot 412,5 = 103,1^{\text{k}}$. Hätte dieses Rad 30^{mm} Theilung und 60^{mm} Breite, so würde sein Gewicht sein: $G = 0,6 \cdot 0,3^2 \cdot 412,5 = 0,054 \cdot 412,5 = 22,28^{\text{k}}$.

Kegelräder und Holzeisenräder mit leichtem Armkreuz (siehe Ende, §. 145) werden etwas leichter, als es die Tabelle angiebt.

XV. Einfache Hebel.

§. 148.

Hebelzapfen.

Ein einfacher Hebel wird im Maschinenbau die constructive Ausführung eines Hebelarmes genannt, welcher an seinem Ende einen Zapfen trägt. Der letztere wird vorwiegend in einer der folgenden drei Formen ausgeführt.

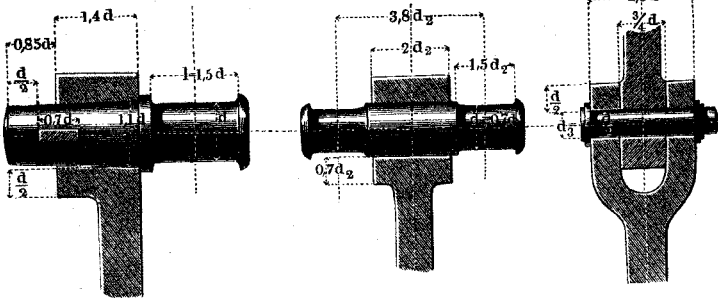
Fig. 198, Stirnzapfen. Fig. 199, Doppel- oder Achszapfen. Fig. 200, Gabel- oder Bolzenzapfen. Es seien:

- d und l die Dicke und Länge des Stirnzapfens,
- d_2 „ l_2 „ „ „ „ „ Achszapfens,
- d_3 „ l_3 „ „ „ „ „ Gabelzapfens.

Fig. 198.

Fig. 199.

Fig. 200.



Macht man nun $\frac{l}{d} = \frac{l_2}{d_2} = \frac{l_3}{d_3} = 1,5$, wie es in Capitel V. für die schmiedeisernen Zapfen unter 200 Umdrehungen angenommen wurde, so ist zunächst bei bekanntem Zapfendruck d zu berechnen, wie es Capitel V. gezeigt wurde, und sodann zu machen:

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= 0,7 d \\ d_3 &= 0,5 d \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (156)$$

Will man d_3 stärker als $0,5d$ nehmen, so darf genommen werden:

$$\frac{l_3}{d_3} = 6 \left(\frac{d_3}{d} \right)^2 \dots \dots \dots (157)$$

Beispiel. Für einen Zapfendruck von 2000^k liefert Tabelle §. 35 die Stirnzapfendicke $d = 50^{mm}$. Es wird daher der Achszapfen für denselben Druck eine Dicke $d_2 = 0,7 \cdot 50 = 35^{mm}$, der Gabelzapfen eine

Dicke $d_3 = 0,5 \cdot 50 = 25^{mm}$ erhalten. Will man d_3 statt dessen 35^{mm} dick nehmen, so darf nach (157) $\frac{l_3}{d_3} = 6 \cdot 0,7^2 = 3$, also $l_3 = 3 \cdot 35 = 105^{mm}$ gemacht werden.

§. 149.

Zapfenverbindungen der Hebel.

Die Hebel werden vorzugsweise aus Schmiedeisen oder aus Gusseisen hergestellt. Für die schmiedeiserne Zapfenhülse sind in den obigen Figuren die Verhältnisse angegeben. Die guss-

Fig. 201.

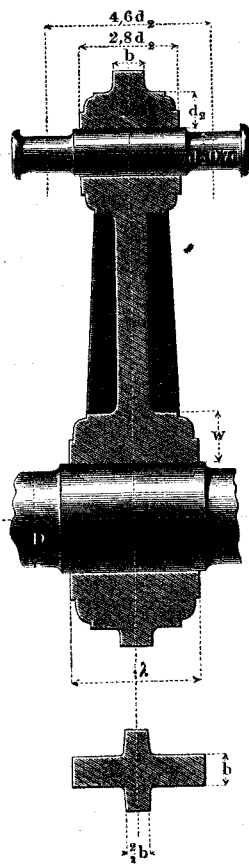


Fig. 202.

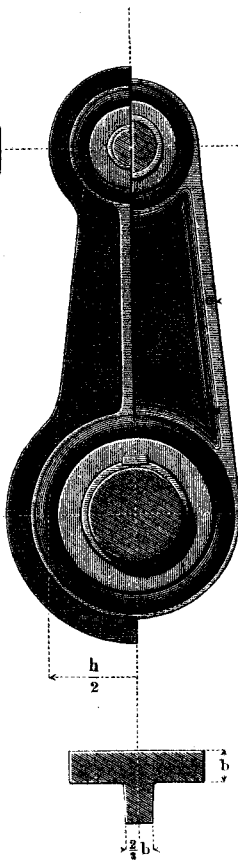
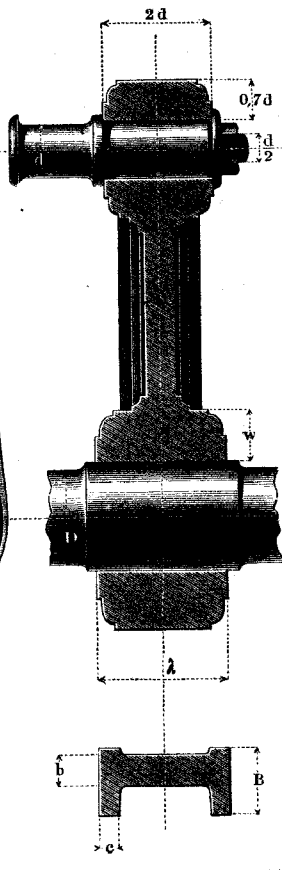


Fig. 203.



eiserne Zapfenhülse erhält für Stirn- und Achszapfen je nach dem zu wählenden Querschnitt des Hebelarmes eine der beiden in den vorstehenden Figuren angegebenen Formen und die beigeschriebenen Verhältnisse. Die Hülse für den Gabelzapfen beim gusseisernen Hebel siehe beim Balancier (§. 168). Genaues Einpassen des nur ganz schwach konischen Zapfenstieles in die Hülse ist die Hauptbedingung für die Haltbarkeit der Verbindung.

§. 150.

Die Hebelachse auf Drehung beansprucht.

Eine auf blosse Drehung beanspruchte Hebelachse ist wie eine Welle zu betrachten, kann also aus dem Zapfendruck P und der Hebelarmlänge R nach Capitel VIII. bestimmt werden. Doch ist zu berücksichtigen, dass das Moment PR beim Hebel veränderlich ist. Nimmt man als Mittelwerth desselben $\frac{2}{\pi} PR$ an, so nehmen die in §. 57 gegebenen Formeln die folgenden Werthe an:

Bezeichnet: d den Durchmesser des schmiedeisernen Stirnzapfens eines Hebels, l die Länge des Zapfens, D die zugehörige Wellendicke, so hat man, von den Formeln (78) bis (81) ausgehend: für die schmiedeiserne Welle von über 285^{mm} *) Durchmesser:

$$\frac{D}{d} = 0,8 \sqrt[3]{\frac{R}{d}} \dots \dots \dots (158)$$

und für die schmiedeiserne Welle von weniger als 285^{mm} Dicke:

$$\frac{D}{d} = 3,85 \sqrt[3]{\frac{R}{ld}} \dots \dots \dots (159)$$

Ferner für die gusseiserne Welle von über 285^{mm} Dicke:

$$\frac{D}{d} = \sqrt[3]{\frac{R}{d}} \dots \dots \dots (160)$$

und für die gusseiserne Welle von weniger als 285^{mm} Dicke:

$$\frac{D}{d} = 4,56 \sqrt[3]{\frac{R}{ld}} \dots \dots \dots (161)$$

Die Benutzung dieser Formeln wird durch die folgende Tabelle erleichtert.

*) Auf Seite 107 ist statt 285^{mm} irrthümlich 275^{mm} als Grenze der Formeln angegeben.

§. 151.

Tabelle über die Wellendurchmesser für einfache Hebel (Kurbeln).

$\frac{R}{d}$	Wenn $D > 285\text{mm}$ $\frac{D}{d}$		$\frac{R}{1d}$	Wenn $D < 285\text{mm}$ $\frac{D}{d}$	
	für Schmied- eisen	für Gusseisen		für Schmied- eisen	für Gusseisen
2,50	1,09	1,36	0,010	1,22	1,44
2,75	1,12	1,40	0,012	1,27	1,51
3,00	1,15	1,44	0,014	1,32	1,57
3,25	1,18	1,48	0,016	1,37	1,62
3,50	1,21	1,52	0,018	1,41	1,67
4,0	1,27	1,59	0,020	1,45	1,71
4,5	1,32	1,65	0,025	1,53	1,81
5,0	1,36	1,71	0,030	1,60	1,90
5,5	1,40	1,77	0,035	1,67	1,97
6,0	1,45	1,82	0,040	1,72	2,04
6,5	1,49	1,87	0,05	1,82	2,16
7	1,53	1,91	0,06	1,90	2,26
8	1,60	2,00	0,07	1,98	2,35
9	1,66	2,08	0,08	2,05	2,42
10	1,72	2,15	0,09	2,11	2,49
12	1,82	2,29	0,10	2,16	2,56
14	1,92	2,41	0,12	2,27	2,68
16	2,01	2,52	0,14	2,36	2,79
18	2,10	2,62	0,16	2,43	2,88
20	2,17	2,71	0,18	2,51	2,97
22	2,24	2,80	0,20	2,57	3,05
24	2,31	2,88	0,22	2,64	3,12
26	2,37	2,92	0,24	2,69	3,19
28	2,43	3,04	0,26	2,75	3,26

Der Gebrauch dieser Tabelle ist einfach. Wenn die aus der ersten Hälfte hervorgehende Wellendicke kleiner als 285^{mm} ausfällt (was man meistens im voraus beurtheilen kann), so ist D aus der zweiten Hälfte zu entnehmen; giebt dagegen diese grössere Werthe als 285^{mm}, so ist die erste Hälfte zu benutzen.

Beispiel. Für einen Hebel von 600^{mm} Armlänge mit einem 60^{mm} dicken Stirnzapfen ist $\frac{R}{d} = 10$; dies giebt für die schmiedeiserne Welle aus Spalte 2, Zeile 15, $D = 1,72 \cdot 60 = 103^{\text{mm}}$, was < 285 ist, also in die zweite Tabellenhälfte verweist. Hierfür hat man $\frac{R}{l \cdot d} = \frac{600}{60 \cdot 90} = 0,111$, wofür nach Spalte 5, Zeile 16 bis 17: $D = \frac{2,16 + 2,27}{2} \cdot 60 = 133^{\text{mm}}$.

Hat ein Hebel statt eines Stirnzapfens einen Achszapfen oder einen Gabelzapfen, so verwandle man diesen zuerst durch Multiplication mit 1,41 bezüglich 2 in den gleichwerthigen Stirnzapfen, und verfare wie vorhin. Aehnliches gilt, wenn der Stirnzapfen aus Stahl statt aus Schmiedeisen genommen ist (siehe §. 34b). Die Verwandlung geschieht im letzteren Falle durch Multiplication mit 1,25.

§. 152.

Die Hebelachse auf Biegung beansprucht.

Wenn die Hebelachse nur biegender Kräfte ausgesetzt ist, so wird sie ganz wie eine Tragachse behandelt, siehe Kapitel VII. Erleidet sie gleichzeitig Biegung und Drehung, so verfare man nach §. 64 und §. 164.

§. 153.

Die Nabe des Hebels.

Die Hebelnabe muss verschieden stark gemacht werden, je nachdem sie die Welle auf Verdrehung zu beanspruchen hat, (§. 150 und 151) oder sie bloss biegender belastet (§. 152). Im ersteren Falle nehme man beim schmiedeisernen Hebel mit schmiedeiserner Welle, und beim gusseisernen Hebel mit gusseiserner Welle, wenn

w die Nabenwanddicke,
 λ die Nabenlänge,
 D die nach §. 151 bestimmte Wellendicke bezeichnet,

$$\left. \begin{aligned} \text{bei } \frac{\lambda}{w} &= \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2,5} \quad \frac{1}{3} \\ \frac{w}{D} &= 0,45 \quad 0,42 \quad 0,40 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (162)$$

Befindet sich der Hebel auf einer Welle, welche einen grösseren Durchmesser als D hat, so bestimme man vorerst den ideellen Wellendurchmesser D , und verfähre mit ihm nach Formel (162). Ebenso verfähre man, wenn die Nabe aus Gusseisen, die Welle aber aus Schmiedeisen besteht, und umgekehrt. Die Formen der gusseisernen Nabe zeigen die obigen Figuren 201 bis 203.

Beispiel. Ist der in Paragraph 151 berechnete Hebel aus Schmiedeisen zu construiren, und nehmen wir $\frac{\lambda}{w} = \frac{1}{2,5}$, so ist nach (162) zu nehmen: $w = 133 \cdot 0,42 = 56\text{mm}$, $\lambda = 2,5 \cdot 56 = 140\text{mm}$. Dieselben Querschnitt-Abmessungen würde aber die Nabe erhalten, wenn sie statt auf einer schmiedeisernen, auf einer gusseisernen Welle sitzen sollte.

Die Tragnabe, d. h. die Nabe, welche die Achse nur auf Biegung belastet, kommt nur bei zusammengesetzten Hebeln vor, siehe daher §. 169.

§. 154.

Der Hebelarm mit rechteckigem Querschnitt.

A. Schmiedeisen. Soll der Arm eines Stirnzapfenhebels in der Nabenmitte die Höhe h und die Breite b erhalten, so nehme man bei Annahme des Verhältnisses $\frac{h}{b}$:

$$\frac{h}{d} = \sqrt[3]{\frac{h}{b} \frac{R}{d}} \dots \dots \dots (163)$$

Der Hebel mit Doppelzapfen kann bei gleichem Zapfendruck schwächere Armabmessungen erhalten, da er nicht, wie der Stirnzapfenhebel ausser der Biegung auch eine Verdrehung erfährt. Man nehme bei Vorausannahme von $\frac{h}{b}$:

$$\frac{h}{d_2} = 1,16 \sqrt[3]{\frac{h}{b} \frac{R}{d_2}} \dots \dots \dots (164)$$

Den Gabel- oder Bolzenzapfen verwandle man für die Rechnung in den ihm gleichwerthigen Doppelzapfen, und rechne nach (164).

Die Armverjüngung von der Achse nach aussen hin geschieht nach den Angaben in Tabelle §. 10, Nr. VII bei Breite und Höhe bis auf $\frac{2}{3}$, wenn die Höhe des Querschnittes an jeder Stelle dasselbe Verhältniss $\left(\frac{h}{b}\right)$ zur Breite haben soll, dagegen nach §. 10, Nr. III bis auf $\frac{h}{2}$ in der Höhenrichtung, wenn b constant genommen werden soll.

Meistens ist es bei gewöhnlichen Hebeln sehr bequem, die Armhöhe h voraus anzunehmen. Man mache dann beim Stirnzapfenhebel:

$$\frac{b}{d} = 1,05 \frac{d}{h} \frac{R}{h} \dots \dots \dots (165)$$

beim Hebel mit Doppelzapfen:

$$\frac{b}{d_2} = 1,57 \frac{d_2}{h} \frac{R}{h} \dots \dots \dots (166)$$

B. Gusseisen. Bei dem kreuzförmigen sowie dem T-förmigen Armquerschnitt, Fig. 201 und 202 kann die Nebenrippe für die Berechnung vernachlässigt werden. Wird das Verhältniss $\frac{h}{b}$ angenommen, so nehme man beim Stirnzapfenhebel:

$$\frac{h}{d} = 1,25 \sqrt[3]{\frac{h}{b} \frac{R}{d}} \dots \dots \dots (167)$$

und beim Hebel mit Doppelzapfen:

$$\frac{h}{d_2} = 1,45 \sqrt[3]{\frac{h}{b} \frac{R}{d_2}} \dots \dots \dots (168)$$

Wird aber das Hebelprofil, d. i. die Armhöhe h angenommen, so mache man $b =$ dem Doppelten des Werthes, welches sich für Schmiedeeisen, Formel (165) und (166) ergibt.

Die Armverjüngung wird wie oben gemacht. Ueber den I-förmigen Querschnitt siehe unten §. 159. Der Gebrauch der hier gegebenen Formeln wird durch die nachstehenden Tabellen erleichtert. Dieselben gelten für alle Maasssysteme, und wurden mit einiger Ausführlichkeit gegeben, weil der Hebel in den wichtigen Formen der Kurbel und des Balanciers ein genaueres Eingehen auf seine Dimensionenbestimmung wohl verdient. Man hätte die Tabellen auch in mehr zusammengezogener Form geben können, sie würden aber dann wieder mehr Einübung erfordert haben.

§. 155.

**Tabelle über die Armhöhe der schmiedeisernen Hebel.
(Querschnitt rechteckig.)**

$\frac{R}{d}$	Stirnzapfen					$\frac{R}{d}$	Doppelzapfen				
	$\frac{h}{b} = 1,5$	2	2,5	3	4		$\frac{h}{b} = 1,5$	2	2,5	3	4
	Werthe von $\frac{h}{d}$						Werthe von $\frac{h}{d_2}$				
2	1,44	1,59	1,71	1,82	2,00	3	1,91	2,11	2,27	2,41	2,66
2,5	1,55	1,71	1,84	1,96	2,15	4	2,11	2,32	2,50	2,66	2,93
3	1,65	1,82	1,96	2,08	2,29	5	2,27	2,50	2,69	2,87	3,15
4	1,82	2,00	2,15	2,29	2,52	6	2,41	2,66	2,87	3,05	3,35
5	1,96	2,15	2,32	2,47	2,71	7	2,54	2,80	3,01	3,20	3,53
6	2,08	2,29	2,47	2,62	2,88	8	2,66	2,93	3,15	3,35	3,69
7	2,19	2,41	2,60	2,76	3,04	9	2,67	3,04	3,28	3,49	3,83
8	2,29	2,52	2,71	2,88	3,17	10	2,87	3,15	3,40	3,61	3,97
9	2,38	2,62	2,82	3,00	3,30	12	3,05	3,34	3,61	3,84	4,21
10	2,47	2,71	2,92	3,11	3,42	14	3,20	3,53	3,80	4,04	4,44
12	2,62	2,88	3,11	3,30	3,63	16	3,35	3,68	3,98	4,22	4,65
14	2,76	3,04	3,27	3,48	3,83	18	3,49	3,84	4,13	4,39	4,84
16	2,88	3,17	3,42	3,63	4,00	20	3,61	3,98	4,28	4,55	5,01
18	3,00	3,30	3,56	3,78	4,16	25	3,89	4,18	4,61	4,90	5,39
20	3,11	3,42	3,68	3,91	4,31	30	4,13	4,55	4,90	5,21	5,73
25	3,33	3,68	3,97	4,22	4,64	35	4,34	4,79	5,16	5,48	6,03
30	3,56	3,91	4,22	4,48	4,93	40	4,55	5,01	5,39	5,73	6,34
35	3,75	4,12	4,44	4,72	5,19	45	4,72	5,20	5,61	5,96	6,56
40	3,91	4,31	4,64	4,93	5,43	50	4,90	5,39	5,80	6,17	6,79

Beispiel. Ein einfacher schmiedeiserner Hebel habe eine Länge $R = 245^{mm}$, und sei den ihn beanspruchenden Kräften gemäss mit einem Stirnzapfen von 30^{mm} Dicke zu versehen; soll nun sein Armquerschnitt das Verhältniss $\frac{h}{b} = 3$ zwischen Höhe und Breite haben, so ist, da $\frac{R}{d}$ sehr nahe 8 beträgt, nach Spalte 5, Zeile 8, der Werth von $\frac{h}{d} = 2,88$ zu nehmen; man erhält $2,88 \cdot 30 = 86,4^{mm}$, wofür wir nehmen 87^{mm} .

§. 156.

**Tabelle über die Armhöhe der gusseisernen Hebel.
Querschnitt rechteckig, kreuz- oder T-förmig.**

$\frac{R}{d}$	Stirnzapfen					$\frac{R}{d_2}$	Doppelzapfen				
	$\frac{h}{b} = 1,5$	2	2,5	3	4		$\frac{h}{b} = 1,5$	2	2,5	3	4
	Werthe von $\frac{h}{d}$						Werthe von $\frac{h}{d_2}$				
2	1,80	1,98	2,14	2,27	2,50	3	2,39	2,63	2,84	3,02	3,35
2,5	1,93	2,14	2,30	2,45	2,69	4	2,63	2,90	3,12	3,35	3,69
3	2,06	2,27	2,45	2,60	2,86	5	2,84	3,12	3,36	3,68	3,97
4	2,27	2,50	2,68	2,86	3,15	6	3,02	3,35	3,62	3,84	4,22
5	2,45	2,69	2,92	3,08	3,39	7	3,18	3,53	3,79	4,03	4,45
6	2,60	2,86	3,11	3,28	3,61	8	3,35	3,69	3,97	4,22	4,65
7	2,73	3,01	3,27	3,45	3,80	9	3,45	3,83	4,13	4,40	4,84
8	2,86	3,15	3,42	3,61	3,97	10	3,68	3,97	4,28	4,55	5,01
9	2,97	3,28	3,56	3,75	4,13	12	3,84	4,21	4,55	4,84	5,31
10	3,08	3,39	3,68	3,89	4,28	14	4,03	4,44	4,79	5,09	5,59
12	3,28	3,61	3,91	4,28	4,54	16	4,22	4,64	5,00	5,32	5,86
14	3,45	3,80	4,12	4,35	4,79	18	4,40	4,84	5,20	5,52	6,10
16	3,61	3,97	4,31	4,54	5,00	20	4,55	5,01	5,39	5,73	6,31
18	3,75	4,13	4,48	4,72	5,20	25	4,86	5,39	5,81	6,17	6,79
20	3,89	4,28	4,64	4,89	5,39	30	5,20	5,73	6,17	6,56	7,22
25	4,16	4,61	5,00	5,27	5,80	35	5,43	6,04	6,50	6,90	7,60
30	4,45	4,89	5,31	5,60	6,16	40	5,73	6,31	6,77	7,22	7,98
35	4,64	5,15	5,59	5,90	6,48	45	5,91	6,55	7,07	7,51	8,26
40	4,89	5,39	5,85	6,16	6,79	50	6,17	6,79	7,31	7,77	8,55

Beispiel. Für einen einfachen gusseisernen Hebel sei die Doppelzapfendicke $d_2 = 1\frac{1}{2}$ Zoll gefunden, und soll bei einer Hebellänge von 15 Zoll die Armbreite zur Armhöhe sich verhalten wie 1 : 3. Dann ist wegen $\frac{R}{d_2} = \frac{15}{1,5} = 10$ nach Spalte 11, Zeile 8 zu nehmen: $h = 4,55 \cdot 1,5 = 6,82$ Zoll. Der mit dem Doppelzapfen gleichstarke Stirnzapfen würde eine Dicke $d = 1,4 \cdot 1,5 = 2,1$ Zoll erhalten, also $\frac{R}{d} = \frac{15}{2,1} =$ sehr nahe 7 zeigen; für ihn wird bei $\frac{h}{b} = 3$ (Spalte 5) $h = 3,45 \cdot 2,1 = 7,25$ Zoll. (Z. 7).

§. 157.

Tabelle über die Armbreite der schmiedeisernen Stirnzapfenhebel. (Querschnitt rechteckig.)

$\frac{R}{h}$	$\frac{h}{d} = 2$										
	2,25	2,5	2,75	3	3,5	4	5	6	7	8	
Werthe von $\frac{b}{d}$											
1,25	0,66	0,58	0,53	0,48	0,44	0,37	0,33	0,26	0,22	0,19	0,16
1,5	0,79	0,70	0,63	0,57	0,53	0,45	0,39	0,32	0,26	0,23	0,20
1,75	0,92	0,82	0,74	0,67	0,61	0,53	0,46	0,37	0,31	0,27	0,23
2	1,05	0,93	0,84	0,70	0,70	0,60	0,52	0,42	0,35	0,30	0,26
2,25	1,18	1,05	0,95	0,86	0,79	0,68	0,59	0,47	0,39	0,34	0,29
2,5	1,31	1,17	1,05	0,95	0,88	0,75	0,66	0,53	0,44	0,38	0,33
3	1,58	1,40	1,26	1,14	1,05	0,90	0,79	0,63	0,53	0,45	0,40
3,5	1,84	1,63	1,47	1,34	1,23	1,05	0,92	0,74	0,67	0,53	0,46
4	2,10	1,87	1,68	1,53	1,40	1,20	1,05	0,84	0,70	0,60	0,53
4,5	2,36	2,10	1,89	1,72	1,57	1,35	1,18	0,95	0,78	0,67	0,59
5	2,63	2,33	2,10	1,91	1,75	1,50	1,31	1,05	0,87	0,75	0,65
5,5	2,89	2,57	2,31	2,10	1,92	1,65	1,44	1,15	0,91	0,83	0,72
6	3,15	2,80	2,52	2,29	2,10	1,80	1,57	1,26	1,05	0,91	0,79
6,5	3,41	3,03	2,73	2,48	2,27	1,95	1,71	1,37	1,19	0,98	0,86
7	3,68	3,27	2,94	2,67	2,45	2,10	1,84	1,47	1,23	1,05	0,92
7,5	3,94	3,50	3,15	2,86	2,62	2,25	1,97	1,58	1,31	1,13	0,99
8	4,20	3,73	3,36	3,05	2,80	2,40	2,10	1,63	1,40	1,20	1,05
9	4,73	4,20	3,78	3,44	3,15	2,70	2,36	1,89	1,58	1,35	1,08
10	5,25	4,67	4,20	3,82	3,50	3,00	2,62	2,10	1,75	1,50	1,31

Für die gusseisernen Hebel mit einfach rechteckigem oder kreuz- und T-förmigem Armquerschnitt nehme man für b das Doppelte des Tabellenwerthes.

Beispiel. Sollte der Hebel des Beispiels im vorigen Paragraphen eine Armhöhe $h = 5$ Zoll erhalten, so wäre ihm, wenn er aus Schmied-eisen bestünde, nach dieser Tabelle Zeile 7 (wegen $\frac{R}{h} = \frac{15}{5}$) Spalte 6 bis 7 (wegen $\frac{h}{d} = \frac{5}{1,5}$) eine Armbreite $b = 0,96 \cdot 1,5 = 1,44$ Zoll zu geben; für Gusseisen wäre b also $= 2,88$ Zoll zu nehmen, wofür wir setzen 2,9 Zoll.

§. 158.

Tabelle über die Armbreite der schmiedeisernen Doppelzapfenhebel. (Querschnitt rechteckig.)

$\frac{R}{h}$	$\frac{h}{d_2} = 2,75$	3	3,25	3,5	4	5	6	7	8	10	12
	Werthe von $\frac{b}{d_2}$										
1,25	0,72	0,66	0,60	0,56	0,49	0,39	0,33	0,28	0,25	0,20	0,16
1,5	0,86	0,79	0,73	0,67	0,59	0,47	0,39	0,33	0,30	0,24	0,20
1,75	1,00	0,91	0,85	0,79	0,69	0,55	0,46	0,39	0,34	0,27	0,23
2	1,14	1,05	0,97	0,89	0,79	0,62	0,52	0,45	0,39	0,31	0,26
2,25	1,28	1,18	1,07	1,01	0,88	0,71	0,59	0,51	0,44	0,35	0,30
2,5	1,43	1,31	1,21	1,12	0,98	0,78	0,65	0,56	0,49	0,39	0,33
3	1,71	1,57	1,45	1,34	1,18	0,94	0,78	0,67	0,59	0,47	0,39
3,5	2,00	1,83	1,72	1,57	1,37	1,10	0,91	0,78	0,68	0,55	0,46
4	2,28	2,10	1,93	1,79	1,57	1,26	1,06	0,89	0,78	0,63	0,53
4,5	2,57	2,36	2,17	2,02	1,77	1,42	1,18	1,01	0,89	0,71	0,59
5	2,86	2,62	2,42	2,24	1,96	1,57	1,31	1,12	0,98	0,78	0,65
5,5	3,14	2,88	2,66	2,47	2,16	1,73	1,44	1,23	1,08	0,86	0,72
6	3,42	3,14	2,91	2,66	2,35	1,88	1,57	1,33	1,18	0,94	0,78
6,5	3,64	3,39	3,14	2,92	2,55	2,04	1,70	1,46	1,28	1,02	0,85
7	3,96	3,68	3,39	3,14	2,74	2,19	1,83	1,57	1,37	1,09	0,91
7,5	4,27	3,93	3,64	3,36	2,94	2,35	1,96	1,68	1,47	1,18	0,98
8	4,55	4,18	3,86	3,59	3,14	2,52	2,10	1,79	1,57	1,26	1,05
9	5,12	4,71	4,37	4,04	3,53	2,82	2,35	2,02	1,77	1,41	1,18
10	5,72	5,25	4,84	4,49	3,92	3,14	2,62	2,24	1,96	1,57	1,31

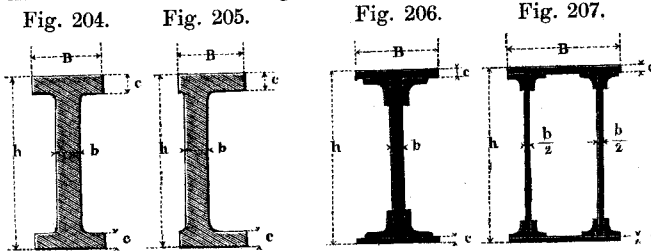
Für den gusseisernen Hebel erhält man wieder sofort dadurch den richtigen Werth, dass man den Tabellenwerth verdoppelt.

Beispiel. Ein gusseiserner Hebel mit Doppelzapfen von 20^{mm} Dicke bei einer Armlänge $R = 300^{\text{mm}}$ soll an der Achse die Armhöhe $h = 90^{\text{mm}}$ erhalten. Hier ist also $\frac{R}{h} = \frac{300}{90} = 3,33$, $\frac{h}{d_2} = \frac{90}{20} = 4,5$. Es fällt somit $\frac{b}{d_2}$ nach Zeile 7 bis 8, Spalte 6 bis 7 etwa auf 1,19; und ist sonach für Schmiedeisen zu nehmen $b = 20 \cdot 1,19 = 23,8^{\text{mm}}$, für Gusseisen doppelt so gross, d. i. $b = 2 \cdot 23,8 = 47,6$, wofür wir nehmen 48^{mm}.

§. 159.

Zusammengesetzte Hebelarm-Querschnitte.

Die nachstehenden Hebelarmquerschnitte eignen sich für grosse Kräfte sehr gut, indem sie eine günstige Materialvertheilung haben. Ihre Abmessungen lassen sich bequem finden, wenn



man zuerst den einfach rechteckigen Querschnitt bestimmt, und diesen darauf in den I-förmigen verwandelt.

Bei den in den Figuren angegebenen Bezeichnungen, und wenn man noch nennt: h_0 die Höhe, b_0 die Breite des Hebelarmes mit rechteckigem Querschnitt, von dem Material des zu konstruirenden, welcher den gegebenen Kräften (Zapfen) entspricht, kann die Verwandlung wie folgt geschehen.

Man bestimmt unter Annahme des Hebelprofils, d. i. der Armhöhe h_0 , welcher h gleich werden soll, die h_0 zukommende Armbreite b_0 des Rechteckquerschnittes für das betreffende Material; sodann mache man:

$$\frac{b}{b_0} = \frac{1}{1 + \alpha} \dots \dots \dots (169)$$

wobei

$$\alpha = \left(\frac{B}{b} - 1 \right) \left(6 \frac{c}{h} - 12 \left(\frac{c}{h} \right)^2 \right). \quad (170)$$

Diese Formel setzt die Wahl von $\frac{B}{b}$ und von $\frac{c}{h}$ voraus, welche immer leicht nach dem Geschmack des Construierenden geschehen kann. In (170) sind die Winkeleisen der Querschnitte Fig. 206 und 207 vernachlässigt, wodurch zugleich die Schwächung durch die Niethlöcher ausgeglichen wird. Folgende Tabelle giebt eine Reihe von Werthen für (169), mit Hülfe deren die vorliegende Rechnung bequem vollzogen werden kann. Das Verfahren lässt sich auch sehr gut für die Berechnung anderer Stücke gebrauchen, z. B. für Träger aller Art, gusseiserne Krahnshilde, Blechkrahn-Auslader u. s. w.

§. 160.

**Tabelle zur Umformung der rechteckigen
Armquerschnitte.**

$\frac{h}{c}$	Werthe von $\frac{1}{1 + \alpha}$								
	für $\frac{B}{b} = 2,5$	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8
6	0,50	0,43	0,38	0,33	0,30	0,27	0,23	0,20	0,18
7	0,52	0,45	0,40	0,35	0,32	0,29	0,25	0,21	0,19
8	0,54	0,47	0,42	0,37	0,34	0,31	0,26	0,23	0,20
9	0,56	0,49	0,44	0,39	0,36	0,33	0,28	0,24	0,22
10	0,58	0,51	0,46	0,41	0,37	0,34	0,29	0,26	0,23
11	0,60	0,53	0,48	0,43	0,39	0,36	0,31	0,27	0,24
12	0,62	0,55	0,50	0,44	0,41	0,37	0,32	0,29	0,26
14	0,64	0,58	0,52	0,47	0,44	0,40	0,35	0,31	0,28
16	0,67	0,60	0,55	0,50	0,47	0,43	0,38	0,34	0,30
18	0,69	0,63	0,57	0,52	0,49	0,46	0,40	0,36	0,33
20	0,71	0,65	0,60	0,55	0,52	0,48	0,42	0,38	0,34
22	0,73	0,67	0,62	0,57	0,53	0,50	0,45	0,40	0,37
24	0,75	0,68	0,64	0,59	0,56	0,52	0,47	0,42	0,38
27	0,76	0,71	0,66	0,62	0,58	0,55	0,50	0,45	0,41
30	0,78	0,73	0,68	0,64	0,61	0,57	0,52	0,47	0,43
33	0,79	0,75	0,70	0,66	0,63	0,60	0,54	0,50	0,45
36	0,81	0,76	0,72	0,68	0,65	0,61	0,56	0,52	0,48
40	0,83	0,78	0,74	0,70	0,67	0,64	0,58	0,54	0,50
45	0,84	0,80	0,76	0,72	0,69	0,66	0,61	0,57	0,53
50	0,85	0,81	0,78	0,74	0,71	0,68	0,63	0,59	0,56

Beispiel. Es sei die Länge B eines zu konstruirenden einfachen Hebels = 2000^{mm}, die Dicke d_2 des daran anzubringenden Doppelzapfens = 40^{mm}; der Arm soll aus Gusseisen mit Iförmigem Querschnitt konstruirt werden und eine Höhe $h_0 = 320^{\text{mm}}$ erhalten. Danach würde nach (166) für Schmiedeeisen zu machen sein: $b_0 = 40 \cdot 1,57 \cdot \frac{40}{320} \cdot \frac{2000}{320} = 49^{\text{mm}}$, für Gusseisen aber nach §. 157 doppelt so stark, also $b_0 = 98^{\text{mm}}$. Dies ist so

viel, dass wir unbedingt nicht dabei stehen bleiben können, sondern behufs Verkleinerung der Breite, unter Beibehaltung der Höhe h_0 , einen Iförmigen Querschnitt anwenden wollen. Es werde nun gemacht $\frac{c}{h} = \frac{1}{12}$, $\frac{B}{b} = 4$, so wird nach Spalte 5, Zeile 7: $\frac{1}{1+\alpha} = 0,44$; mithin die Rippenbreite $b = 0,44 \cdot b_0 = 0,44 \cdot 98 = 43^{mm}$, die Saumnervenbreite $B = 4 \cdot 44 = 176^{mm}$, die Nervendicke $c = \frac{h}{12} = \frac{320}{12} = 27^{mm}$, was alles ganz brauchbare Abmessungen sind. Man könnte das Verlangen stellen, $c = b$ herauszubringen; hierfür liesse sich eine Formel entwickeln; jedoch kann man auch leicht durch versuchsweises Einsetzen verschiedener Werthe von $\frac{B}{b}$ und $\frac{c}{h}$ das Gewünschte erzielen. Setzt man $\frac{B}{b} = 5$, $\frac{c}{h} = \frac{1}{10}$, so ergibt sich nach Spalte 7, Zeile 5: $\frac{1}{1+\alpha} = 0,34$, also $b = 0,34 \cdot 98 = 33^{mm}$, während $c = \frac{320}{10} = 32^{mm}$ wird, also schon genügend genau mit b übereinstimmt.

XVI. Kurbeln.

§. 161.

Verschiedene Arten von Kurbeln.

Die Kurbeln sind einfache Hebel, welche so eingerichtet sind, dass sie im Zusammenhang mit ihren Schubstangen ganze Kreise und Vielfache derselben durchlaufen können. Sie lassen sich in folgende vier Classen theilen.

- 1) Stirnkurbeln,
- 2) Gegenkurbeln,
- 3) Wellenkröpfungen oder Kurbelachsen,
- 4) Excentrische Scheiben.

Dieselben sollen hier in Kürze nacheinander behandelt werden.

§. 162.

Die schmiedeiserne Stirnkurbel.

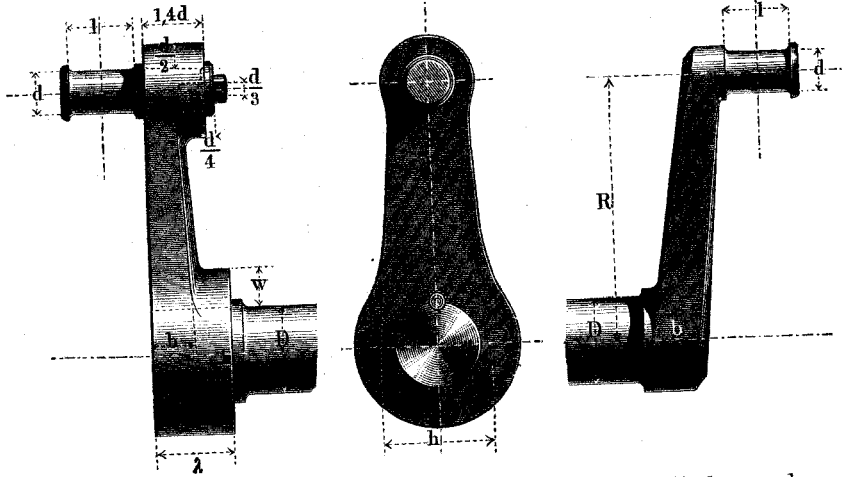
Dieselbe wird ganz nach den Regeln für einfache Hebel mit Stirnzapfen (§. 149 ff.) construirt. Fig. 208 und 209 gebräuchliche

Form; der Arm, welcher hier in beiden Abmessungen auf $\frac{2}{3}$ verjüngt angenommen ist, hat auf der Rückseite eine Wölbung. Der Zapfenstiel ist eingeschliffen und mit einer Kopfschraube gesichert. Fig. 210 zeigt eine aus einem Stück hergestellte (oder

Fig. 208.

Fig. 209.

Fig. 210.



eintrummige) Kurbel. Hier schreibt die gewählte Anlaufhöhe an der Welle die Armhöhe h vor; b wird deshalb nach §. 157 bestimmt.

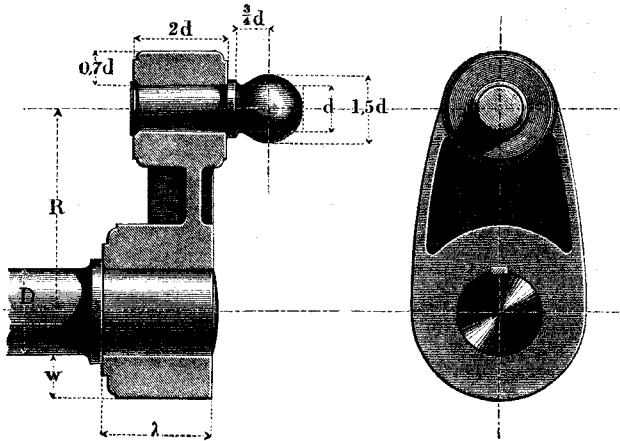
§. 163.

Die gusseiserne Stirnkurbel.

Statt der cylindrischen Zapfen giebt man oft den Kurbeln kugelförmige; ein solcher ist bei der gusseisernen Kurbel Fig. 211 gewählt. Die Kugel erhält eine passende Dicke, wenn man sie 1,5mal so dick als den gleichbelasteten Stirnzapfen macht. Auf letzteren (vom Durchmesser d) werden denn nach wie vor die Abmessungen bezogen, gerade wie es oben (§. 149 ff.) gezeigt wurde. Als Zapfenbefestigung ist hier die (kalte) Verniethung des eingeschliffenen Zapfenstieles angenommen, eine sehr haltbare, neuerdings oft gebrauchte Verbindung. Der I-förmige Armquerschnitt kann mit Hülfe von Tabelle §. 160 bestimmt werden; wählt man indessen wie hier für h den äusseren Nabendurchmesser, so fallen

in der Regel die Querschnittabmessungen des Kurbelarmes bei der Rechnung so klein aus, dass sie für die Ausführung im Gusse nicht passen, und man sie des guten Aussehens halber durch grössere, nach dem Gefühl gewählte ersetzen muss.

Fig. 211.



Häufig wird der gusseiserne Kurbelarm auch geradezu als massives die Nabe mit der Zapfenhülse verbindendes Stück von rechteckigem Querschnitt ausgeführt.

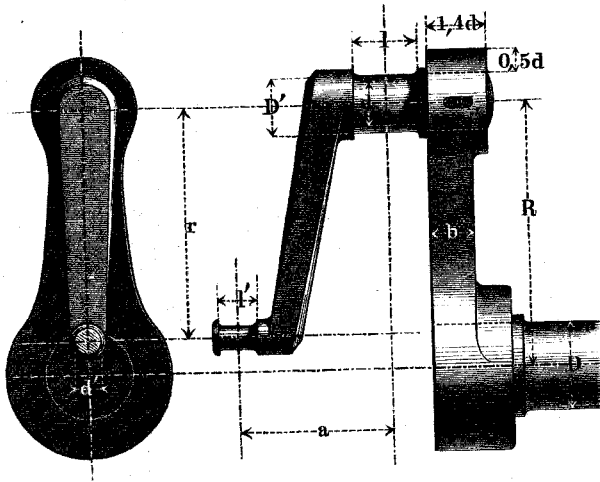
§. 164.

Die Gegenkurbel.

Eine Gegenkurbel heisst ein von dem Zapfen einer Stirnkurbel ausgehender Krummzapfen, welcher mit jener, der Hauptkurbel, die Drehachse gemeinschaftlich hat. Fig. 212 zeigt eine schmiedeiserne Gegenkurbel, welche ähnlich der Construction in Fig. 210 eintheilig (einrumig) ausgeführt ist. Gewöhnlich ist wie hier der Gegenarm dem Hauptarm entgegengerichtet, manchmal aber auch anders gestellt. Zapfen und Arm der Gegenkurbel werden wie bei einer gewöhnlichen Stirnkurbel construirt. Dasselbe gilt vom Hauptarme, wenn wie gewöhnlich das Moment des Gegenzapfendruckes unbedeutend ist. Der Hauptzapfen dagegen muss besonders berechnet werden. Er wird gleichzeitig

auf Drehung und Biegung beansprucht. Um die verwickelten

Fig. 212.



Rechnungen zu umgehen, verfähre man entsprechend den Angaben in §. 64, wie folgt.

Es sei:

- d' die Dicke des Gegenzapfens, welche dem dort wirkenden Drucke entsprechend gewählt ist,
- l dessen Länge,
- r die vom Hauptzapfen aus gemessene Armlänge der Gegenkurbel,
- a der Abstand der Mittelebenen der beiden Zapfen,
- D' der Durchmesser,
- l die Länge des Hauptzapfens,
- d der Durchmesser des dem Hauptzapfendruck entsprechenden Stirnzapfens,

so mache man zunächst (Schmiedeeisen oder Stahl als Material vorausgesetzt) $l = l = 1,5 d$ (§. 37), berechne sodann zuerst D' aus der Formel:

$$\frac{D'}{d'} = \sqrt[3]{\frac{a}{\frac{l}{2}}} \dots \dots \dots (171)$$

(welche mit (61) übereinstimmt) und darauf aus der Formel:

$$\frac{D'}{d'} = 0,94 \sqrt[3]{\frac{r}{d'}} \dots \dots \dots (172)$$

welche den 1,17fachen Werth der zweiten Spalte der Tabelle §. 152 liefert, und behalte den grösseren der beiden gefundenen Werthe bei.

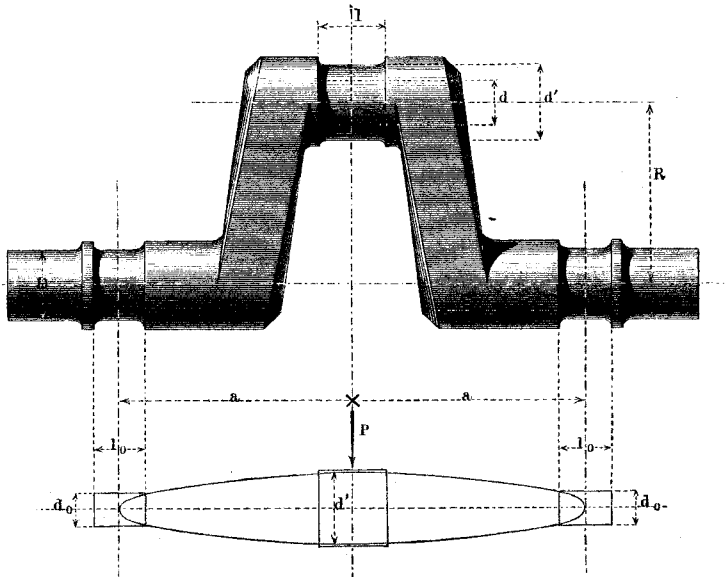
Beispiel. Gegeben $d = 60\text{mm}$, $l = 90\text{mm}$, $d' = 30\text{mm}$, $l' = 45\text{mm}$,
 $r = 330\text{mm}$, $a = 180\text{mm}$, so ist D' nach (171) $= 30 \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 180}{45}} = 30 \cdot 2,0$
 $= 60\text{mm}$ und nach (172) $D' = 0,94 \cdot 30 \sqrt[3]{\frac{330}{30}} = 28,2 \cdot 2,2 = 63\text{mm}$. Der
 letztere, hier nur wenig höhere Werth wird beibehalten.

§. 165.

Die Kurbelachse oder Wellenkröpfung.

Man unterscheidet einfache und mehrfache Wellenkröpfungen. Eine einfache Kurbel- oder Krummachse zeigt Fig. 213. Die Wellendicke D wird gemäss den ein- und ausgeleiteten Dre-

Fig. 213.



hungsmomenten wie gewöhnlich berechnet, die Zapfenlänge l ist dieselbe (oder wenigstens nicht kleiner als die), welche dem Stirnzapfen für den Kurbeldruck P entspricht; auch werden die Kur-

belarme wie gewöhnlich behandelt, abgesehen von etwa nöthigen Abänderungen behufs Anschluss der Formen. Die Zapfendicke d' aber bestimmt sich auf folgende Weise.

Construire unter Berücksichtigung der Abstände a der Wellenzapfenmittel von der Kurbelebene die dem Druck P entsprechende Hülfsachse (siehe §. 45 und 46) von den Schenkellängen a' , a'' , welche die, in unserer Figur gleich ausfallenden Zapfendicken d_0' , d_0'' und die Zapfenlängen l_0' , l_0'' , und die Achsenkopfdicke d' erhält. Letztere dient dann als Durchmesser des Kurbelzapfens, und l_0' und l_0'' als kleinste zulässige Werthe für die Längen der zugehörigen Wellenzapfen.

Beispiel. Bei der in Fig. 213 dargestellten Kurbelachse ist angenommen, dass die verdrehende Kraft abwechselnd von einer und der anderen Seite der Kurbel zugeführt oder von ihr weggeleitet werde, und dass $a' = a''$. Demnach werden die beiden Wellenstücke gleich dick, die Zapfen der Hülfsachse gleich gross und $d_0 = d \sqrt{\frac{1}{2}}$, d. i. bei $d = 60^{mm}$, $d_0 = 0,7 \cdot 60 = 42^{mm}$. Nun ist $a = 420^{mm}$ genommen; dies giebt $d' = d_0 \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 420}{1,5 \cdot 42}} = 42 \cdot 2,37 = \text{nahe } 100^{mm}$. Die Länge des Kurbelzapfens wird: $l = 1,5 \cdot 60 = 90$, die der beiden Wellenzapfen $l_0 = 1,5$, $d_0 = 1,5 \cdot 42 = 63^{mm}$.

Bei den mehrfachen Wellenkröpfungen werden die Aufgaben etwas verwickelter, können aber ähnlich behandelt werden, wie die obige, nämlich unter Hinzuziehung von (mehrfach tragenden) Hülfsachsen und dem bei der Gegenkurbel angegebenen Verfahren. Interessante Beispiele liefern die Locomotiv-Kurbelachsen.

§. 166.

Die excentrische Scheibe.

Ist bei einer Kurbel von der Armlänge R und der Wellendicke D die Zapfendicke $d' > D + 2R$, so kann die Welle durch den Zapfen gesteckt werden und dieser heisst eine excentrische Scheibe. Die einfacheren Constructionen derselben zeigen die folgenden Figuren. Am praktischsten für die gewöhnlichen Verhältnisse ist in Hinsicht auf das Einpassen des Gurtes die Form in Fig. 216, indem bei derselben die beiden Zargen des

Ringes eine Art von Oelbehälter bilden, welcher die Scheibe vor-
trefflich in der Oelung erhält und somit vor Abnutzung schützt.

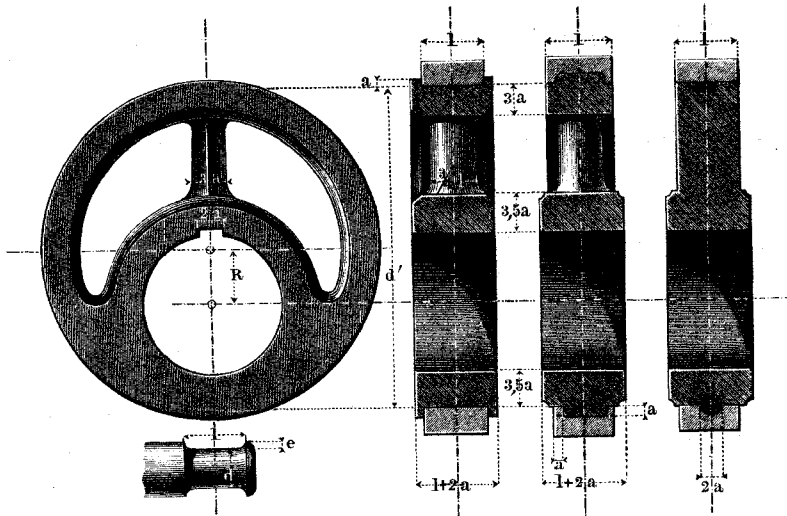
Die Scheibenbreite oder Zapfenlänge nehme man gleich
der Länge l des (beigezeichneten) schmiedeisernen Stirnzapfens

Fig. 214.

Fig. 215.

Fig. 216.

Fig. 217.



welcher dem Zapfendruck entspricht; aus der Anlaufhöhe e des-
selben leitet sich diejenige für die Scheibe ab aus:

$$a = 1,5e = 5 + \frac{7}{100}l \dots \dots (173)$$

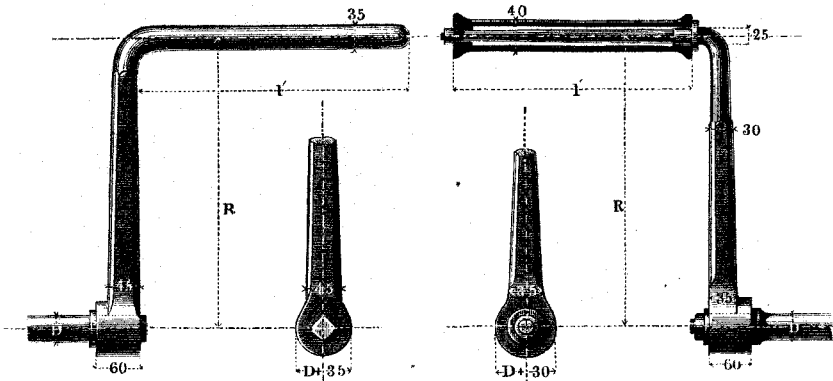
auf welche Zahl die noch übrigen Abmessungen grösstentheils be-
zogen sind.

Bei Wellen mit Kurbelkröpfungen oder anderen vorspringen-
den festen Theilen können die excentrischen Scheiben oft nicht
aufgestreift werden, wenn sie wie oben angegeben construiert sind;
man fertigt sie dann aus zwei Theilen, die man durch Schrauben
verbindet. (Näheres findet man in der „Constructionslehre für
den Maschinenbau“). Soll ein Excentrik besonders wenig über
die Welle vorspringen, so legt man seine Befestigungsnahe neben
die eigentliche Kurbelscheibe, wobei man ihr die nöthige Wand-
dicke $3,5a$ ungehindert geben kann.

§. 167.

Handkurbeln.

Bei den Handkurbeln ist der Stirnzapfen als Handgriff geformt. Die folgenden Figuren zeigen zwei gebräuchliche Handkurbeln.



kurbelconstructionen; Fig. 218 zweimännische, Fig. 219 einmännische Kurbel. Man nehme für die in Buchstaben beigeschriebenen Abmessungen:

für 2 Mann:	für 1 Mann:
$R = 360$ bis 450mm	300 bis 400mm
$l' = 400$ „ 480mm	300 „ 330mm
$D = 30$ „ 35mm	40 „ 45mm

Handkurbeln, die an entgegengesetzten Enden einer Welle stehen sollen, werden am besten unter einem Winkel von 120° gegeneinander gestellt.

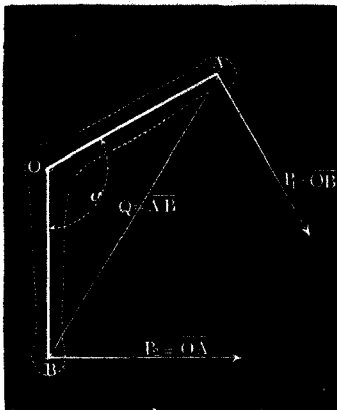
XVII. Zusammengesetzte Hebel.

§. 168.

Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel.
Achsendruck.

Zwei einfache Hebel mit gemeinschaftlicher Nabe bilden einen zusammengesetzten Hebel. Derselbe heisst (namentlich bei grossen Abmessungen) ein Balancier, wenn die beiden Hebelarme zwei Rechte einschliessen; ein Winkelhebel und bei grossen Abmessungen Kunstkreuz, wenn ein anderer Winkel von den Armen

Fig. 219.



eingeschlossen wird, und eine Schwinge oder ein Lenker, wenn die beiden Hebelarme zusammenfallen und gleich lang sind.

Der Achsendruck Q eines Winkelhebels AOB , Fig. 219, bestimmt sich aus der Formel:

$$Q = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2 \cos \alpha} \quad (174)$$

wenn bei A die Kraft P_1 , bei B die Kraft Q_1 rechtwinklig zum Arm angreift, und der Armwinkel $= \alpha$ ist. Man kann aber graphisch P_1 durch OB und P_2 durch OA darstellen, und hat dann $Q =$ der dritten Seite AB des Dreiecks AOB .

§. 169.

Balancierköpfe.

Die wichtigste Stelle unter den zusammengesetzten Hebeln nimmt namentlich wegen seiner wichtigen Verwendung bei den Dampfmaschinen der Balancier ein. Derselbe wird gewöhnlich aus Gusseisen construiert, und seine Endzapfen dann häufig nach der

Reuleaux, der Constructeur.

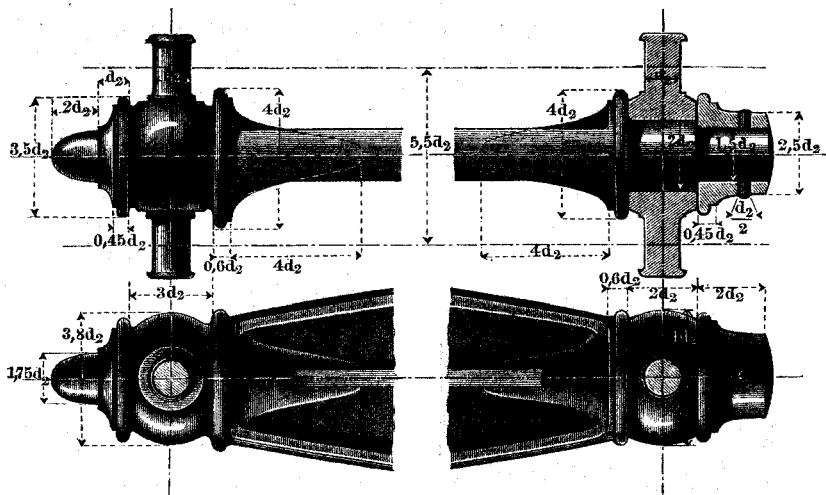
16

in Fig. 203 angegebenen Weise ausgeführt, wovon weiter unten, §. 171, ein Beispiel; andere hier benutzte Endzapfenverbindungen zeigen folgende Figuren.

Fig. 220. Verzierter und abgedrehter Doppelzapfenkopf mit fest eingekeilten Zapfen. Fig. 221. Balancierkopf mit dreh-

Fig. 220.

Fig. 221.

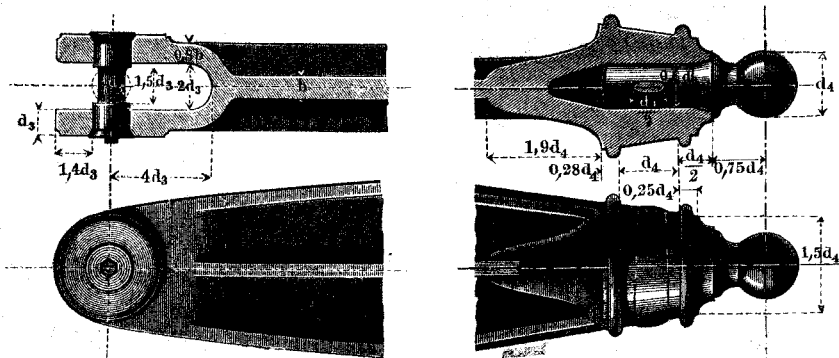


barem Zapfenkreuz aus Schmiedeeisen, auf einen abgedrehten Kopfzapfen fest aufgepasst und durch den vorgesteckten Ring gehalten.

Fig. 222. Gabelzapfen; derselbe ist auf den Anlaufvor-

Fig. 222.

Fig. 223.



springen ganz schwach konisch gedreht und eingeschliffen, und wird durch eine Kopfschraube mit eingelassener Unterlegscheibe festgehalten. Der Kopf an der anderen Seite erhält einen vorspringenden Zahn zur Verhinderung der Drehung. Leicht kann man dem Zapfen zur Erhöhung der Beweglichkeit auch die punktirte Kugelform geben.— Fig. 223. Kugelförmiger Kopfzapfen, in das Balancierende mit seinem Stiel eingeschliffen und festgekeilt; er giebt der Schubstange eine grosse Beweglichkeit und eine einfache Form, ähnlich wie Fig. 222 mit Kugelzapfen.

Die Berechnung der Zapfendicken geschieht wie es in den §§. 148 und 163 angegeben wurde. Ist nämlich d der Durchmesser des der Kraft P am Balancierende entsprechenden schmiedeiserenen Stirnzapfens, so nehme man für die sämmtlich aus Schmiedeisen angenommenen vorliegenden Zapfen:

Beim Doppelzapfen	$d_2 = 0,7 d$
„ Gabelzapfen	$d_3 = 0,5 d$
„ Kugelzapfen	$d_4 = 1,5 d$

§. 170.

Achse und Nabe des Balanciers.

Die Balancierachse ist als einfache gleichschenklige Achse zu behandeln, siehe Kap. VII. Sie wird gewöhnlich aus Schmiedeisen gemacht. Ist der Balancier gleicharmig und überträgt die an einem Ende eingeleitete Kraft ganz auf die Kurbel, so nehme man die Zapfendicke seiner Achse = dem Durchmesser d des Stirnzapfens der Kurbel. Beim ungleicharmigen Balancier, der nur an den Enden Kraft aufnimmt und abgiebt, verfare nach §. 36, von den Doppelzapfen an den Enden ausgehend. Sind endlich die Kräfte noch anders vertheilt, so benutze man das allgemeine Verfahren, indem man die algebraische Summe der auf den Balancier wirkenden Kräfte bestimmt und deren Maximum als Achsendruck einführt.

Die Länge der Balancierachse wird mit guten Ausführungen übereinstimmend, wenn man den Abstand der Zapfenmittel $= 6 d + \frac{A}{10}$ nimmt.

Die Nabe erhält die Länge $3,5 d$ und die Wanddicke $0,7 d$, siehe Fig. 224 auf folg. S. — Soll die Balancierachse aus Guss-

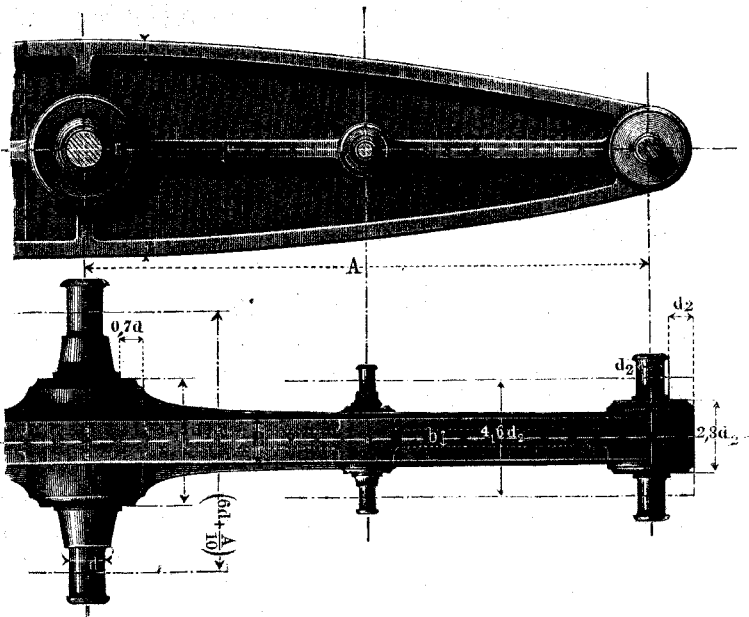
eisen gemacht werden, so gebe man ihr die Länge der schmiedeisernen, und verfähre im Uebrigen nach Kap. VII. Die Nabenabmessungen werden aber nach wie vor auf den ideellen schmiedeisernen Zapfen bezogen.

§. 171.

Der Balancierarm.

Einen Balancierarm in gebräuchlicher Form zeigt Fig. 224. Nach festgestellter Endzapfen- und Achsenhülse wird die Höhe h

Fig. 224.



des Armes an der Nabe angenommen, und darauf nach den §§. 160 und 161 verfahren.

Die Armhöhe h nehme man:

$$h = 4d + \frac{A}{8} \dots \dots \dots (175)$$

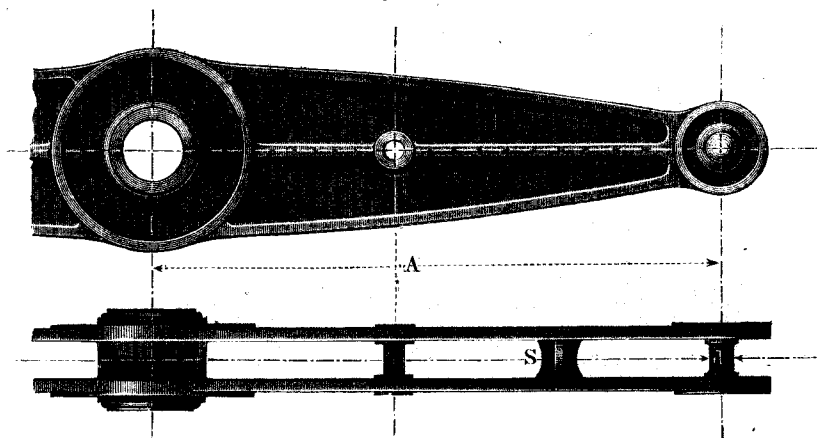
wobei d die Zapfendicke der schmiedeisernen Balancierachse, A die Armlänge bezeichnet. Ist der Balancier ungleicharmig, so wird für A der mittlere Werth aus den beiden Armlängen genommen.

Die Begrenzungcurve des Armes wird nach einer der in §. 54

angegebenen Methoden von dem Scheitel des Balanciers bis zur Ansatzstelle des Zapfenkopfes gezogen. Die Versteifungsrippe in der Mitte des Armes erhält die Dicke c des Saumnerven; ihre Profilierung zeigt Fig. 224.

Eine andere Formgebung des Balancierarmes zeigt Fig. 225. Der Balancier ist hier zweiseildig genommen. Bei der Berech-

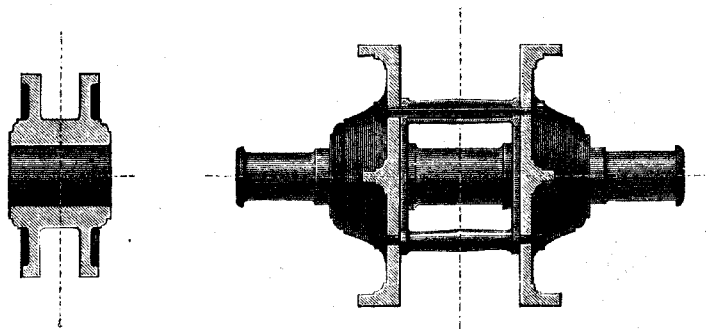
Fig. 225.



nung eines solchen behandelte man jeden der Schilde bei der Dimensionenbestimmung wie einen einzelnen Balancier. Ist wie hier der Gabelzapfen angewandt, so ist die ideelle Doppelzapfendicke d_2' für den einzelnen Schild = dem Durchmesser d_3 des Gabelzapfens.

Den Querschnitt zu Fig. 225 zeigt Fig. 226, den eines grossen Fig. 226.

Fig. 227.

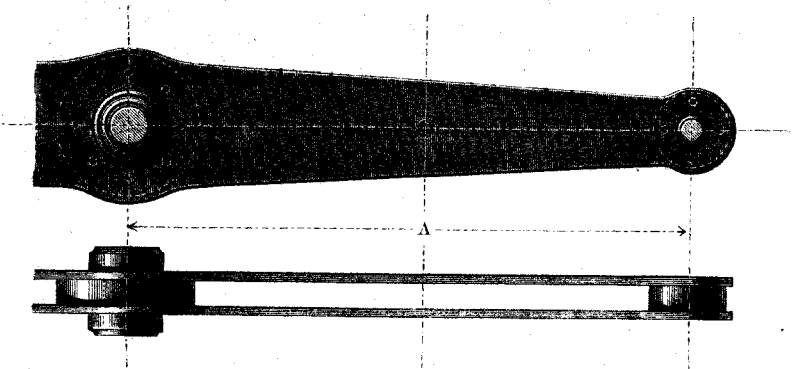


zweischildigen Balanciers mit ganz getrennten Schilden Fig. 227. Die Schilde sind durch Stehbolzen gegeneinander versteift; sie gestatten, die Parallelogrammtheile an den inneren Seiten der Schilde aufzuhängen. Die Achsen der letzteren sind ebenso wie die Hauptachse solche mit zwei Tragpunkten, siehe §. 48.

§. 172.

Schmiedeiserner Balancier.

Bei nicht sehr grossen Kräften und Armlängen passt für den schmiedeisernen Balancier sehr gut die zweischildige Construction in Fig. 228. Die Armhöhe h des einzelnen Schildes nehme man, Fig. 228.



indem man wieder jeden Schild für sich berechnet, 0,8mal so gross, als es Formel (175) angiebt. Für sehr grosse Abmessungen wählt man statt der obigen Construction eine solche, bei welcher der Querschnitt Fig. 207 benutzt wird.

XVIII. Pleuelstangen.

§. 173.

Theile der Schubstangen.

Die Pleuelstangen, auch Treib- oder Schubstangen genannt, vermitteln die Einwirkung der Hebelzapfen auf die von denselben zu verschiebenden Theile, welche entweder selbst wie-

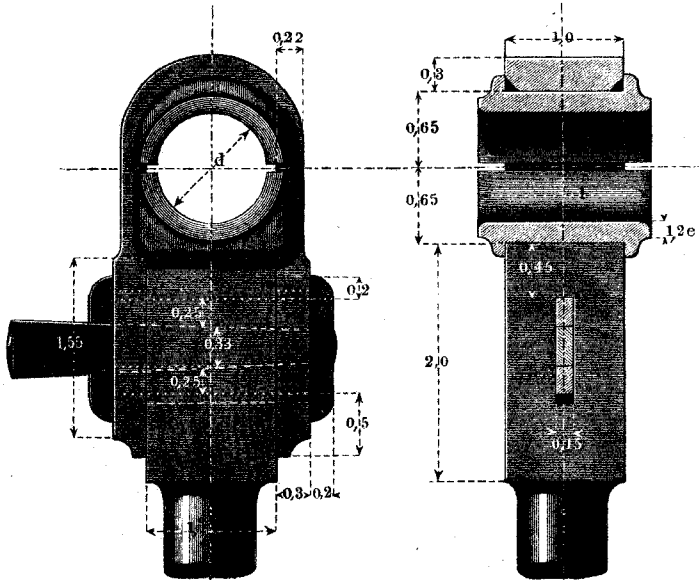
der Hebel sind (Balancier und Kurbel), oder andere meist geradlinig hin- und hergehende Theile (Kolbenstangen, Schlitten, Stempel u. s. w.). Letztere werden dann mit Zapfen für den Anschluss der Treibstange versehen. — An der Schubstange unterscheiden sich vermöge ihres Zweckes deutlich die Lager oder Köpfe, welche die zu verknüpfenden Zapfen umschliessen, von dem die Köpfe verbindenden und tragenden Pleuelstangenkörper oder -Schaft, weshalb wir diese Theile getrennt behandeln. Es werden ferner die Abmessungen der Köpfe in einer Beziehung zu der Dicke des umschlossenen Zapfens stehen, aber in verschiedener Weise, je nachdem der Zapfen Stirnzapfen, Gabel- oder Halszapfen ist, da in jedem dieser Fälle die Zapfendicke einen andern Bezug zum Zapfendruck hat. Die Schubstangen- oder Pleuelköpfe für diese drei Zapfenarten müssen deshalb getrennt behandelt werden.

§. 174.

Pleuelköpfe für Stirnzapfen.

Sehr gebräuchlich ist der in Fig. 229 dargestellte schmied-

Fig. 229.



eiserne Schubstangenkopf mit Bügel oder Kappe. Die Schalen werden durch den übergeschobenen Bügel zusammengehalten und vermittelst des Treibkeiles nachgestellt, wenn sie sich abgenutzt haben. In der Dimensionengebung sind die Schale und die umgebenden Theile von einander zu trennen, wie bei den Lagern. Die Einheit, auf welche die Wanddicken, Randbreiten und Vorsprünge der Schale bezogen werden, ist wie dort:

$$e = 3 + \frac{7}{100} d \dots \dots \dots (176)$$

wobei wieder d den Zapfendurchmesser bezeichnet. Fig. 230 zeigt

Fig. 230.

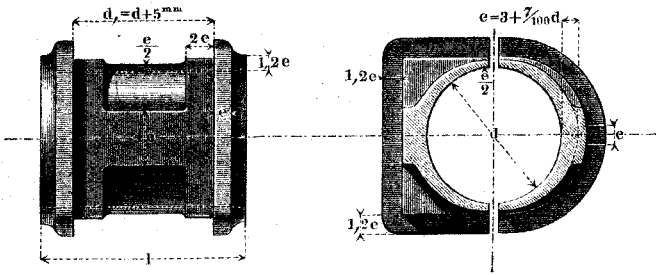
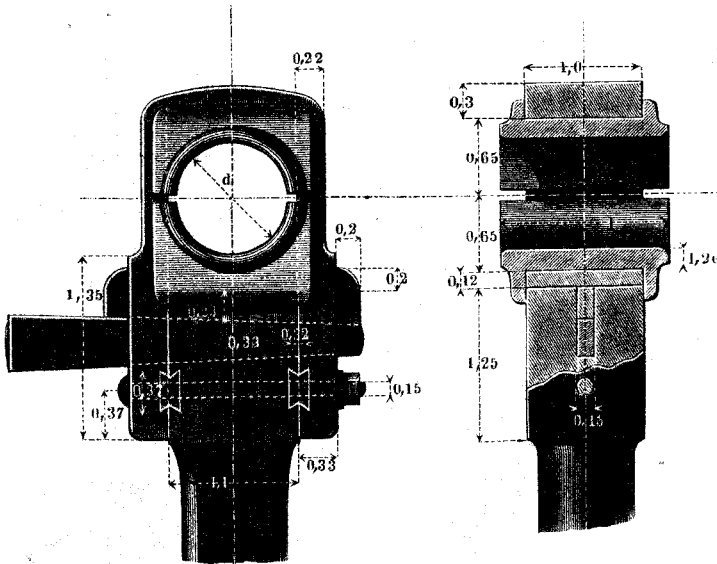


Fig. 231.



die Schale in zwei Hauptansichten mit ihren Arbeitleisten und anderen Nebenformen.

Die übrigen Abmessungen der Köpfe werden bezogen auf die Einheit:

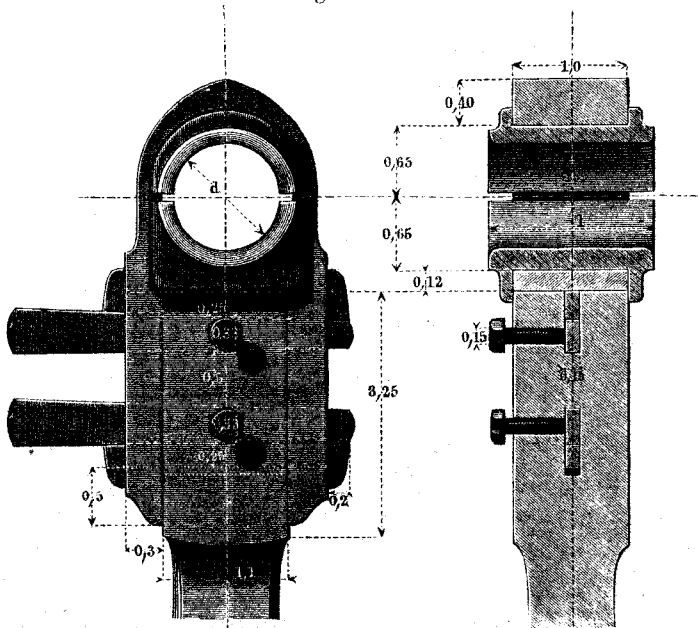
$$d_1 = d + 5 \dots \dots \dots (177)$$

Der Keil erhält einen schwächeren Anzug, wenn er wie hier frei zwischen den Treibflächen liegt, als wenn er durch Klemmschrauben oder ähnliche Vorrichtungen festgehalten wird. Im ersteren Falle gebe man ihm an jeder schrägen Seite $\frac{1}{24}$, im zweiten Falle $\frac{1}{12}$ Anzug.

Der obige Schubstangenkopf hat die Eigenthümlichkeit, dass bei eingetretener Abnutzung und Nachstellung der Schalen das Zapfenmittel der Stange genähert wird. Das Umgekehrte findet statt bei dem Sharp'schen Pleuelkopf, Fig. 231, wo der Keil mittelst einer Druckplatte die Unterschale nach oben treibt.

Bei dem Bury'schen Pleuelkopf, Fig. 232, kann man nach Belieben das Zapfenmittel weiter ablegen oder der Stange nähern,

Fig. 232.



je nachdem man den oberen oder den unteren Keil anzieht. Er vereinigt also die Eigenschaften der beiden vorigen Einrichtungen und ist für solche Fälle sehr zu empfehlen, wo es von Wichtigkeit ist, die Stangenlänge trotz der Abnutzung unverändert zu erhalten.

Bei dem Kopf in Fig. 233 ist der Bügel in umgekehrter Stellung angebracht und mit dem Schaft aus einem Stück hergestellt.

Fig. 233.

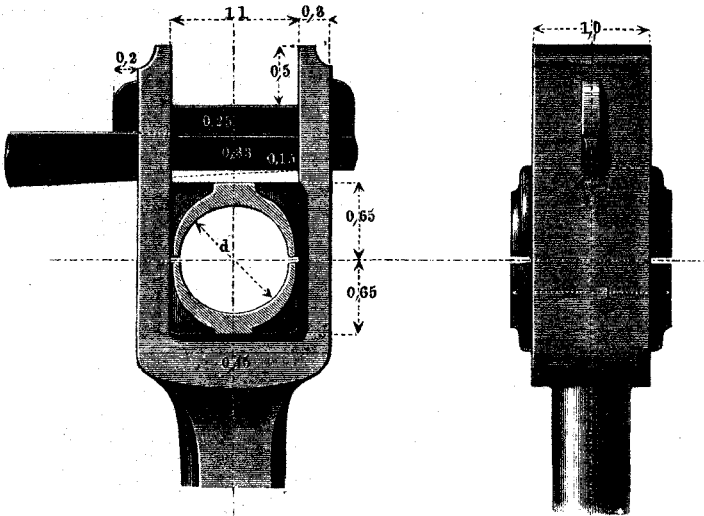


Fig. 234. Lagerartiger Pleuelkopf, aus Bronze gefertigt. Die Lagerhälften schliessen fest aufeinander; sie müssen an der Fuge nachgefeilt werden, wenn man sie zusammendrücken will. Die Muttern der Deckelschrauben sind mit einem cylindrischen Ansatz eingelassen, welchen man mit einem hier wegen der Kleinheit der Zeichnung weggelassenen Druckschraubchen feststellt, um die Mutter am Loswerden zu hindern. Dieser Schubstangenkopf wird für Dampfmaschinen mit schwingendem Cylinder häufig benutzt.

Fig. 235. Gusseiserner Pleuelkopf. Derselbe ist ganz geschlossen und treibt bei seiner Abnutzung und Nachstellung

das Zapfenmittel nach aussen, wie bei der Construction von Sharp, Fig. 231.

Fig. 234.

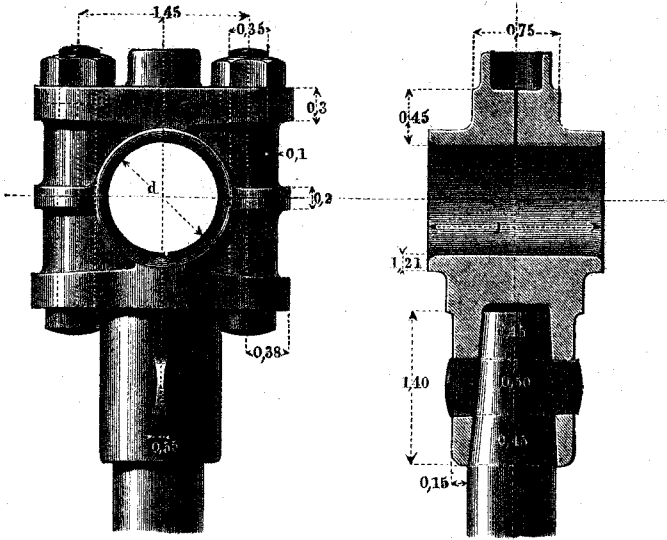
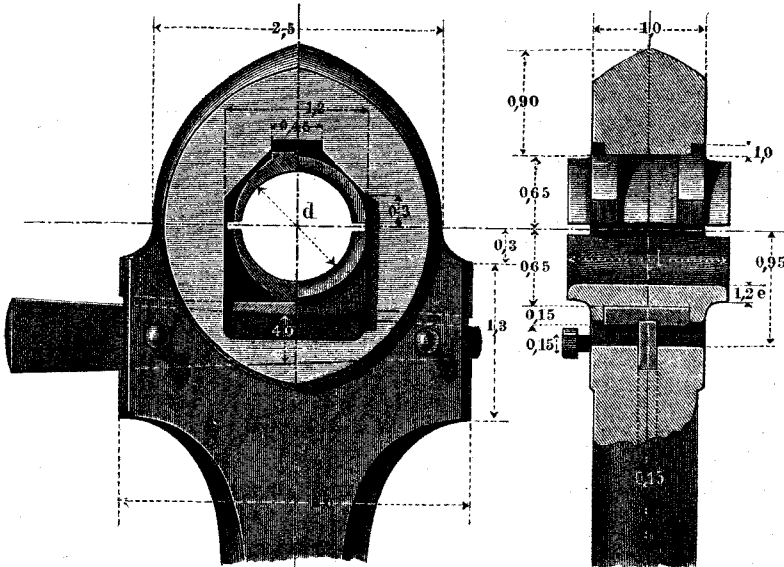


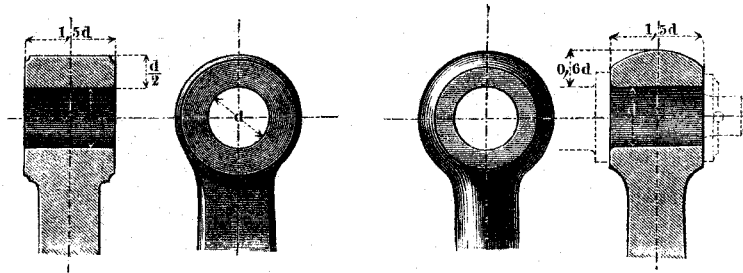
Fig. 235.



In Fig. 236 und 237 sind zwei Formen des runden schmiedeisernen Auges, das als Schubstangenkopf dienen soll, dargestellt.

Fig. 236.

Fig. 237.



Soll das Auge für einen Gabelzapfen dienen, wie bei Fig. 200 angegeben ist, so bleibt die Wanddicke nach wie vor auf die Dicke d des gleichwerthigen Stirnzapfens bezogen.

§. 175.

Pleuelköpfe für Gabelzapfen.

Ein Gabelzapfen erhält, siehe §. 149, wenn man seine Abmessungen möglichst herabziehen will, die Dicke $\vartheta = 0,5 d$, wenn d den Durchmesser des gleichwerthigen Stirnzapfens bezeichnet; dabei wird seine Länge $= 3/4 d$. Will man aber ϑ grösser lassen, so darf man gleichzeitig die Länge gemäss Formel (157) vergrössern. Dieser Veränderlichkeit gemäss ist die Breite β des Pleuelkopfes nicht wie bei den Köpfen für Stirnzapfen in einem bestimmten Verhältniss zu d oder d_1 , sondern dieses wird unter verschiedenen Umständen verschieden gewählt werden. Um dieser Willkürlichkeit Rechnung zu tragen, nehmen wir für die Gabelzapfenköpfe die Bezugeinheit statt nach (177) nach der Formel:

$$\frac{\vartheta_1}{d_1} = \sqrt{\frac{b}{\beta}} \sqrt{\frac{\vartheta}{d}} \dots \dots \dots (178)$$

wobei d den Durchmesser des dem Gabelzapfen ϑ gleichwerthigen Stirnzapfens, b die bei demselben anzuwendende Bügelbreite und d_1 dessen Bezugeinheit nach (177) bezeichnet. Es können dann alle oben für Stirnzapfenköpfe gegebenen Verhältnisse sofort für die Halszapfenköpfe benutzt werden. Die

Schalenwanddicke e wird dabei aber nach wie vor auf den wirklichen Zapfendurchmesser \varnothing bezogen.

Beispiel. Gegeben der Zapfendruck 2900^t für einen Gabelzapfen, dessen Schubstangenkopf nach Fig. 229 konstruiert werden soll. Nach Tabelle §. 35 Zeile 9 erhält der gleichwerthige Stirnzapfen die Dicke $d = 60\text{mm}$, sein Schubstangenkopf also nach (177) die Einheit 65mm . Machen wir nun nach §. 149 $\varnothing = \frac{1}{2} d = 30\text{mm}$, und die Zapfenlänge $= 1,5 \varnothing = 45\text{mm}$, so können wir nicht wohl Schalenränder vorstehen lassen, sondern müssen dieselben versenken, wie unten bei Fig. 238, und machen $\beta = 1,5 \varnothing = 45\text{mm}$. Bei dem Stirnzapfenkopf nach Fig. 239 aber wäre die Bügelbreite $b = d_1 = 65\text{mm}$ geworden. Für uns wird also die Bezugeinheit: $\varnothing_1 = 65$.

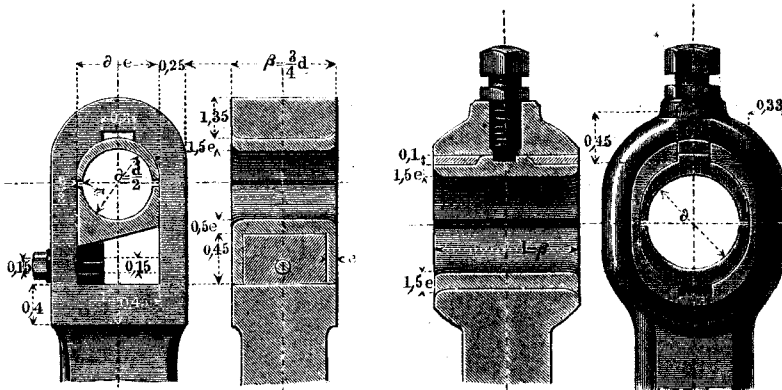
$\sqrt{\frac{65}{45}} \sqrt{\frac{30}{60}} = 65 \sqrt{\frac{65}{90}} = 65 \cdot 0,85 = 55\text{mm}$. Für die Schale hat man aber $e = 3 + \frac{7}{100} \cdot 30 = 5\text{mm}$.

Bei Benutzung der Verhältnisse, welche oben angegeben wurden, ist nur darauf zu achten, dass man die Abmessungen von der Schalenwand aus, nicht die aus der Mitte gemessenen Abstände in Betracht zu ziehen hat.

Fig. 238 und 239 zeigen zwei geschlossene schmiedeiserne Schubstangenköpfe, welche sich gut für Gabelzapfen eignen. Er-

Fig. 238.

Fig. 239.



sterer dient häufig als Construction für das schwingende Ende der Dampfmaschinenschubstangen. Beide sind, wenn $\varnothing = d$, $\beta = b$ gesetzt wird, auch für Stirnzapfen brauchbar; namentlich findet sich die Construction in Fig. 239 oftmals so angewandt, unter anderen bei vielen Maschinen von Seraing.

§. 176.

Schubstangenköpfe für Halszapfen.

Bei den Halszapfen ist, wie aus §. 37 bekannt, die Zapfendicke δ in keinem theoretischen Zusammenhang mit der Dicke d des gleichwerthigen Stirnzapfens; dagegen soll man mit dessen Länge nicht unter die Länge l jenes Stirnzapfens gehen, welche Regel wir bei Gelegenheit der Gegenkurbeln, Krummachsen und excentrischen Scheiben benutzt haben. Für diese so häufig vorkommenden Constructionen aber müssen nun auch die Schubstangenköpfe construirt werden. Hierzu benutzen wir aber wieder dieselben Verhältnisse wie für die Stirnzapfenköpfe, mit Zugrundelegung der Einheit, welche aus Formel (178) hervorgeht. Dabei wird wieder wie dort die Bezeuginheit e der Schalenabmessungen nach wie vor auf den wirklichen Zapfendurchmesser δ bezogen. Demnach können alle oben für Stirnzapfenköpfe angegebenen Verhältnisszahlen auch wieder für die Köpfe von Halszapfen benutzt werden.

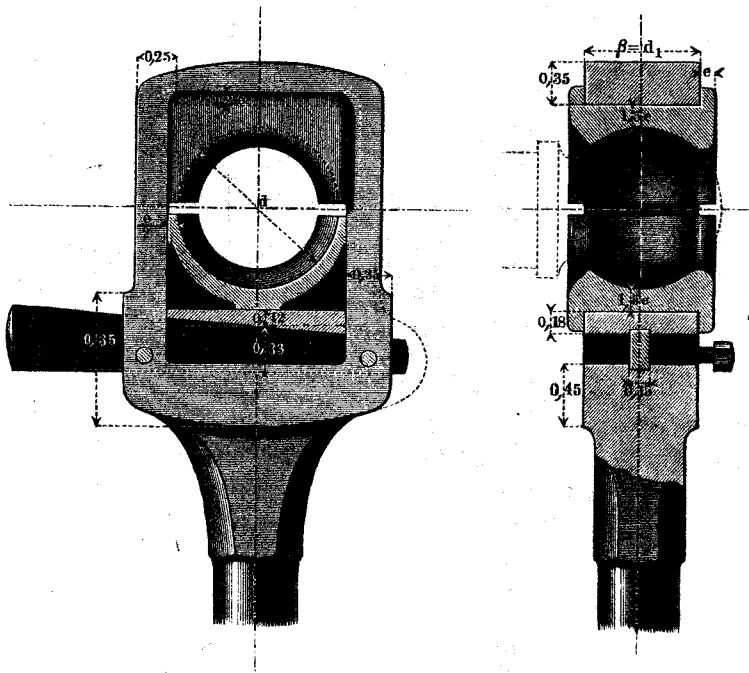
Beispiel. Soll statt des Gabelzapfens in dem Beispiel des vorigen Paragraphen ein Halszapfen von der Dicke $\delta = 120^{\text{mm}}$ und der Länge $l = 90^{\text{mm}}$ mit dem Schubstangenkopf nach Fig. 229 versehen werden, so hat man, da wieder $d = 60^{\text{mm}}$, $d_1 = b = 65^{\text{mm}}$, diese Werthe in (178) einzusetzen, um δ_1 zu bestimmen. Die Bügelbreite β können wir noch annehmen. Sie möge, was bei vielen Schubstangenköpfen für Halszapfen angeht, = der Breite $b = d_1 =$ des Bügels für den gleichwerthigen Stirnzapfen gemacht werden, und wir haben also $\delta_1 = d_1 \sqrt{\frac{120}{60}} = 65 \cdot 1,414 = 92^{\text{mm}}$ zu nehmen. Für die Schale wird $e = 3 + \frac{7}{100} \cdot 120 = 11^{\text{mm}}$.

Mehrere Beispiele für Halszapfenköpfe geben die folgenden Constructionen, bei welchen absichtlich andere Formen ausgewählt sind, als bei den Stirnzapfenköpfen gegeben wurden, indem wir damit gleichzeitig wieder ebenso viele Muster von Schubstangenköpfen für Stirnzapfen erhalten.

Fig. 240. Schubstangenkopf mit geschlossenem Rahmen auf einen Kugelzapfen angewandt. Der kugelförmige Stirnzapfen erhält nach §. 164 die 1,5fache Dicke des gleichwerthigen cylindri-

sehen Stirnzapfens; ein solcher Kugelzapfen, z. B. einem Balancierkopf nach Fig. 223 angehörig, ist hier angewandt gedacht, und

Fig. 240.



wir haben also für denselben $\frac{\partial}{d} = 1,5$; indem wir wieder wie in obigem Beispiel $\beta = b = d_1$ setzen, wird $\partial_1 = d_1 \sqrt{1,5} = 1,225 d_1$. Wäre also $d = 60\text{mm}$, so würde $\partial = 90\text{mm}$, $d_1 = 65\text{mm}$, $\partial_1 = 1,225 \cdot 65 = 80\text{mm}$. Die Schalen haben nur an der Vorderfläche Seitenränder, so dass sie nach Wegnahme des Keiles durch den Rahmen nach vorn gezogen werden können. Der Keil kann auch über statt unter die Schale gelegt werden, in welchem Falle das Nachtreibende Schubstange verkürzt, statt sie wie hier zu verlängern. Bei den Kuppelstangen der Locomotiven ist diese Construction des Kopfes, häufig mit der rechts punktirtten Verstärkung, vielfach in Gebrauch.

Fig. 241 (a. f. S.). Anderer geschlossener Schubstangenkopf, beim Watt'schen Parallelogramm und anderen Lenkermechanismen

sehr häufig gebraucht. Der gleichwerthige Stirnzapfen d ist punktirt angegeben.

Fig. 241.

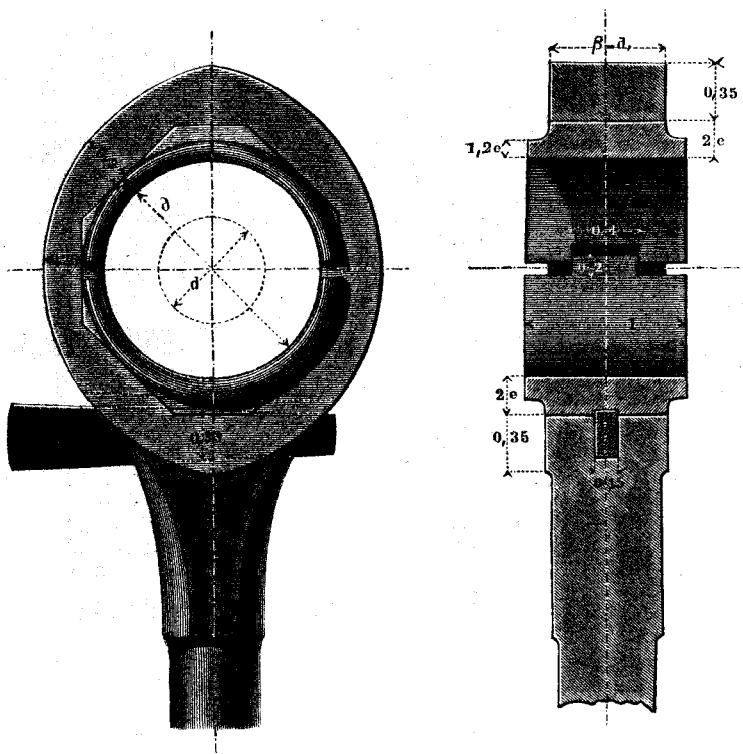


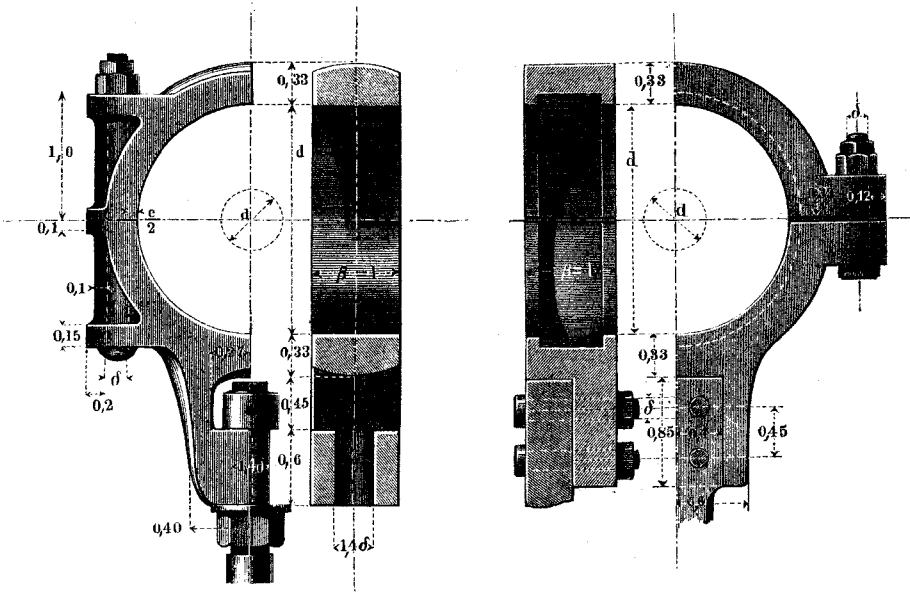
Fig. 242 und 243 sind Excentrikbügel, hier aus Bronze construirt gedacht. Sie erhalten die Breite $\beta = l = 1,5 d$, wenn d die Dicke des schmiedeisernen Stirnzapfens ist, welcher dem Zapfendruck des Ecentriks entspricht, siehe §. 167. Ist $d = 40\text{mm}$, also $d_1 = 45\text{mm}$, $l = b = 60\text{mm}$, so wird bei $\varnothing = 400\text{mm}$, $\beta = l = 60\text{mm}$; $\varnothing_1 = 45 \cdot \sqrt{\frac{400}{40}} = 45 \cdot 3,16 = 142\text{mm}$. Macht man $\varnothing = d$, so liefern die hier gegebenen Verhältnisszahlen wieder zwei lagerartige Schubstangenköpfe für Stirnzapfen. Eine einzige Abweichung von der Regelmässigkeit in der Uebertragung der Verhältnisszahlen nach Formel (178) machen

die beiden Deckelschrauben bei den lagerartigen Köpfen. Man nehme ihre Dicke δ nach folgender Formel:

$$\delta = 0,3 d_1 + 0,05 \varnothing_1 \dots \dots \dots (179)$$

Fig. 242.

Fig. 243.



wobei \varnothing_1 die Bezugsinheit für den Halszapfen, d_1 die für den gleichwerthigen Stirnzapfen bezeichnet. Für das Beispiel mit $\varnothing = 400\text{mm}$ hatten wir $\varnothing_1 = 142\text{mm}$, $d_1 = 45\text{mm}$. Wir nehmen also: $\delta = 0,3 \cdot 45 + 0,05 \cdot 142 = 13,5 + 7,1 = 21\text{mm}$. Wird $\varnothing = d$, also $\varnothing_1 = d_1$, so giebt (179) die bei den Stirnzapfenköpfen eingeschriebene Abmessung $0,35 d_1$.

§. 177.

Der runde Pleuelschaft.

Der Schaft der Pleuelstange wird aus Schmiedeeisen, Guss-eisen, Stahl (Gussstahl) oder aus Holz (Eichenholz) gefertigt. Seine Beanspruchung ist manchmal bloss eine solche auf Zug. Bezeichnet in diesem Falle, unter Voraussetzung eines kreisförmigen Schaftquerschnittes, D den Schaftdurchmesser, d die Dicke

Reuleaux, der Constructeur.

des schmiedeisernen Stirnzapfens, an welchem die Stange angreift, so gehe man mit D nicht unter die folgenden Werthe herab:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für Schmiedeisen} \quad \frac{D}{d} = 0,41 \\ \text{„ Gusseisen} \quad \frac{D}{d} = 0,58 \\ \text{„ Gussstahl} \quad \frac{D}{d} = 0,20 \\ \text{„ Eichenholz} \quad \frac{D}{d} = 1,12 \end{array} \right\} \dots \dots (180)$$

Beansprucht dagegen der Zapfendruck den Schaft auf rückwirkende Festigkeit, so nehme man bei dem Abstand L der Zapfenmittel für die Dicke D in der Stangenmitte:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für Schmiedeisen} \quad \frac{D}{d} = 0,21 \sqrt{\frac{L}{d}} \\ \text{„ Gusseisen} \quad \frac{D}{d} = 0,25 \sqrt{\frac{L}{d}} \\ \text{„ Gussstahl} \quad \frac{D}{d} = 0,19 \sqrt{\frac{L}{d}} \\ \text{„ Eichenholz} \quad \frac{D}{d} = 0,44 \sqrt{\frac{L}{d}} \end{array} \right\} \dots (181)$$

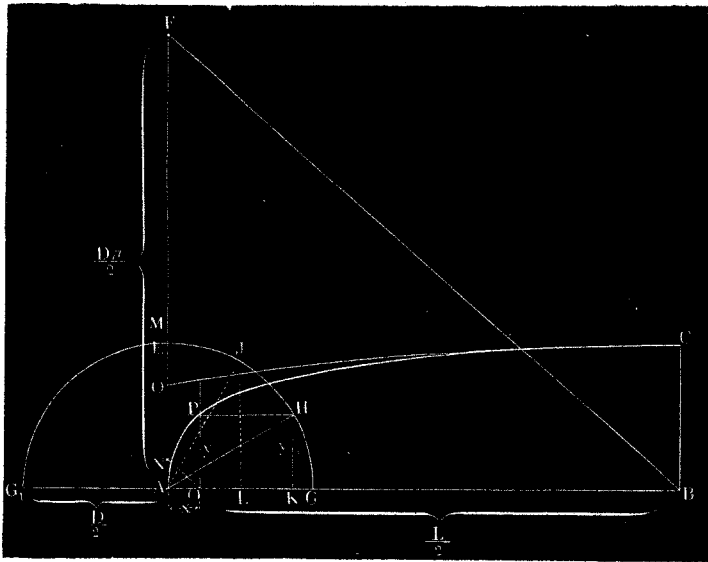
welche Werthe für eine Reihe von Verhältnissen von L zu d in der folgenden kleinen Tabelle zusammengestellt sind.

Material.	Werthe von $\frac{D}{d}$ wenn $\frac{L}{d}$:										
	10	12	16	18	20	24	28	32	36	40	45
Schmiedeisen	0,66	0,73	0,84	0,89	0,94	1,03	1,11	1,19	1,26	1,33	1,41
Gusseisen	0,79	0,87	1,00	1,06	1,12	1,22	1,32	1,41	1,50	1,58	1,67
Gussstahl	0,60	0,66	0,76	0,81	0,85	0,93	1,01	1,07	1,14	1,20	1,27
Eichenholz	1,39	1,52	1,76	1,87	1,97	2,16	2,33	2,49	2,64	2,78	2,95

Der Schaft kann nach den beiden Enden hin verjüngt werden, und zwar gemäss Fig. 1 entweder so, dass man an den Enden die

Dicke $0,7 D$ anwendet und das Profil nach einer beliebigen, schwach gekrümmten Linie bildet, oder, wenn man genauer verfahren will, nach Formel (22) und (23). Die in diesen Ausdrücken dargestellte cykloidische Sinoide kann mittelst des folgenden Verfahrens verzeichnet werden, siehe Fig. 244.

Fig. 244.



$AB = 0,5 L$, $BC = AE = 0,5 D$. Beschreibe mit AE aus A den Halbkreis GEG_1 , und mache das Loth $FA = 0,5 \pi D$, d. i. = dem Halbkreis GEG_1 , was mit Hülfe des Peripheriemaasstabes sehr leicht geschehen kann. Mache sodann $\angle GAH = \angle HAI =$ einem beliebigen Winkel φ unter 90° , so ist zunächst das Loth $HK = 0,5 D \sin \varphi = y$ eine Ordinate der Curve. Um die zugehörige Abscisse x zu finden, mache mit Hülfe des Peripheriemaasstabes $AM =$ dem Bogen GHI , und $MN =$ dem Loth $IL = 0,5 D \sin 2 \varphi$; ziehe $NO \parallel FB$, so ist $AO = x$ und der Schnittpunkt P der Senkrechten OP mit der durch H gelegten Parallelen zu AB ein Punkt der gesuchten Curve.

§. 178.

Der vierkantige Pleuelschaft.

Soll der Schaftquerschnitt rechteckig gemacht werden, so bestimmen wir zuerst nach den Regeln des vorigen Paragraphen das Conoid, welches dem Kreisquerschnitt entsprechen würde, und verwandeln dessen Querschnitte in Rechtecke. Bezeichnet

h die grössere,

b die kleinere Seite irgend eines der zu suchenden Rechtecke,

\varnothing den Durchmesser des Kreisquerschnittes für dieselbe Schaftstelle, so nehme man, bei gegebener Höhe h :

$$\frac{b}{\varnothing} = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{16} \frac{\varnothing}{h}} = 0,84 \sqrt[3]{\frac{\varnothing}{h}} \dots \dots \dots (182)$$

bei gegebener Breite b :

$$\frac{h}{\varnothing} = \frac{3\pi}{16} \left(\frac{\varnothing}{b}\right)^3 = 0,59 \left(\frac{\varnothing}{b}\right)^3 \dots \dots \dots (183)$$

und bei gegebenem Verhältniss $\frac{b}{h}$:

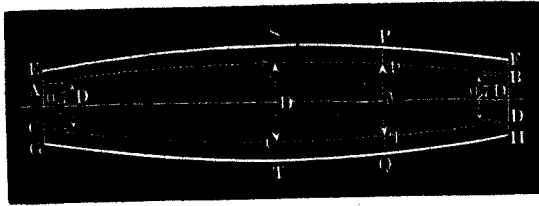
$$\frac{b}{\varnothing} = \sqrt[4]{\frac{3\pi}{16} \frac{b}{h}} = 0,88 \sqrt[4]{\frac{b}{h}} \dots \dots \dots (184)$$

Eine Reihe von Werthen, welche diese Formeln liefern, giebt folgende kleine Tabelle.

$\frac{h}{\varnothing}$	$\frac{b}{\varnothing}$	$\frac{b}{\varnothing}$	$\frac{h}{\varnothing}$	$\frac{h}{b}$	$\frac{b}{\varnothing}$
1,0	0,84	0,50	4,72	1,0	0,88
1,1	0,81	0,53	3,98	1,25	0,83
1,2	0,79	0,56	3,38	1,50	0,79
1,3	0,77	0,60	2,75	1,75	0,76
1,4	0,75	0,63	2,37	2,00	0,74
1,5	0,73	0,66	2,07	2,5	0,70
1,6	0,72	0,70	1,73	3,0	0,67
1,7	0,70	0,75	1,39	3,5	0,64
1,8	0,69	0,80	1,15	4,0	0,62
2,0	0,67	0,84	1,00	4,5	0,60

Beispiel. Am bequemsten ist es, das Höhenprofil $EFGH$ der Stange anzunehmen, Fig. 245, und das Breitenprofil nach Spalte 1 und 2 zu

Fig. 245.



suchen. Nach Verzeichnung des ideellen runden Schaftes $ABCD$ wird $EFGH$ nach dem Geschmack gewählt, doch stets so, dass die Höhen ST , PQ u. s. w. grösser sind als die Durchmesser st und pq des ideellen Schaftes an denselben Stellen. Ist dann z. B. $\overline{ST} = 1,6 \overline{st}$, so ist dort nach Zeile 7 Spalte 2 die Breite $b = 0,72 \overline{st}$ zu nehmen; ist $\overline{PQ} = 1,5 \overline{pq}$, so hat man dort die Breite $= 0,73 \overline{pq}$ zu setzen. — Soll $b = 0,7 D$ sein, so wird die Höhe \overline{ST} nach Spalte 3 und 4, Zeile 7 $= 2,07 D$. Will man durchgängig die Höhe gleich der doppelten Breite erhalten, so ist gemäss Spalte 5 und 6, Zeile 5 die Breite b an jeder Stelle $= 0,74$ der dort gültigen Schaftdicke d zu machen.

§. 179.

Der geflügelte Pleuelschaft.

Der schon bei den Achsen angewandte kreuzförmige Querschnitt ist für den gusseisernen Schubstangenschaft besonders gut geeignet. Auch hier wird zuerst der ideelle runde Schaft (für Gusseisen berechnet) in der oben angegebenen Form verzeichnet, das Höhenprofil angenommen und darauf das Breitenprofil aufgesucht. Ist an irgend einer Stelle wieder

\varnothing der Durchmesser des runden ideellen Schaftes,

h die Rippenhöhe,

b die Rippenbreite oder Rippendicke,

so wähle man b derart, dass:

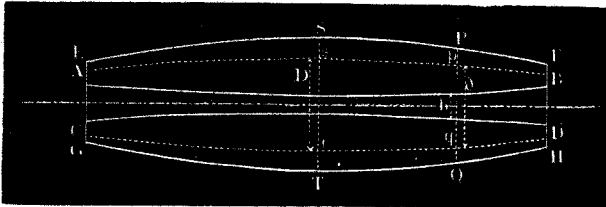
$$\frac{\varnothing}{h} = \frac{b}{h} \sqrt[4]{\frac{16}{3\pi}} \sqrt[4]{\left(\frac{h}{b}\right)^3 + \frac{h}{b} - 1} \dots (185)$$

Die Benutzung dieser Formel wird durch folgende Tabelle leicht gemacht.

$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{\delta}{h}$	$\frac{b}{h}$
0,643	0,10	0,700	0,14	0,748	0,18	0,816	0,25	0,901	0,36
0,653	0,11	0,714	0,15	0,758	0,19	0,831	0,27	0,928	0,40
0,673	0,12	0,724	0,16	0,768	0,20	0,855	0,30	0,958	0,45
0,690	0,13	0,736	0,17	0,789	0,22	0,872	0,33	0,987	0,50

Will man das Schaftgewicht bestimmen, so lässt sich die Tabelle in §. 52 wieder verwerthen.

Beispiel. Zu Fig. 246 bedeutet *ABCD* wieder den ideellen runden Fig. 246.



Schaft für die zu konstruierende gusseiserne Schubstange; *EF GH* ist das nach dem Geschmack gewählte Höhenprofil, und es verhalte sich nun z. B. $ST : \overline{st}$ wie 1,5:1, so ist hier $\frac{\delta}{h} = 0,667$, und daher nach Spalte 1 und 2, Zeile 3 die Rippendicke $b = 0,12$ $h = 0,12$ ST zu machen. Ist $\overline{PQ} = 1,4 \overline{pq}$, also bei der Stelle *P* das Verhältniss $\frac{\delta}{h} = \frac{1}{1,4} = 0,7$, so hat man dort die Flügelstärke *b* nach Spalte 3 und 4, Zeile 1: = 0,14 \overline{pq} zu nehmen.

§. 180.

Schmiedeeiserne und gusseiserne Pleuelstangen.

Die nachfolgenden Figuren führen eine schmiedeeiserne Pleuelstange mit rundem Schaft und eine gusseiserne Flügelstange vor Augen. Die erstere hat an dem gabelförmig gestalteten, also für einen Achszapfen bestimmten oberen Kopfe eingefalzte

Fig. 247.

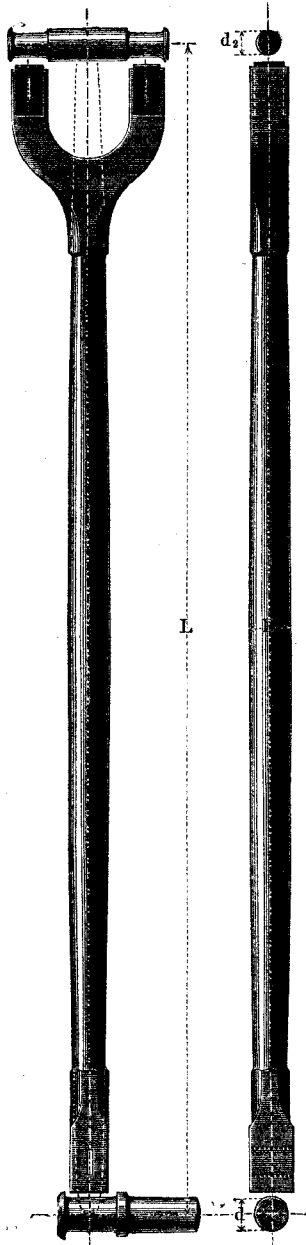
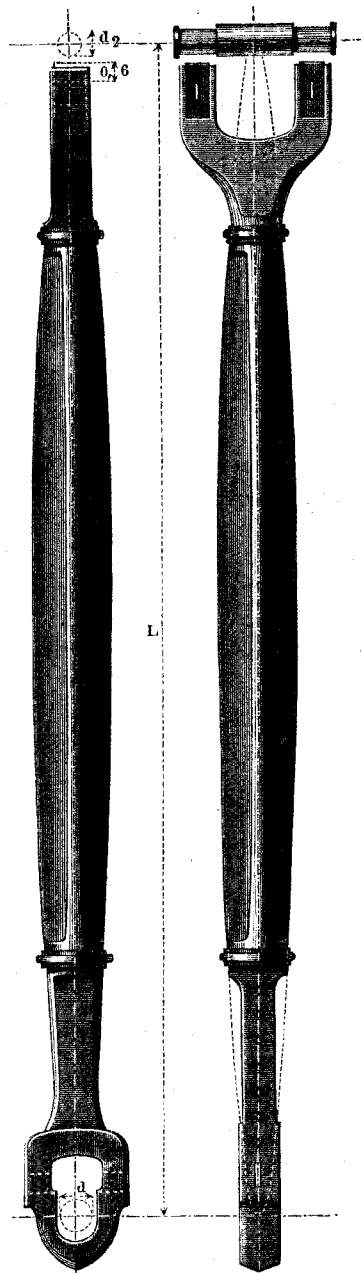


Fig. 248.



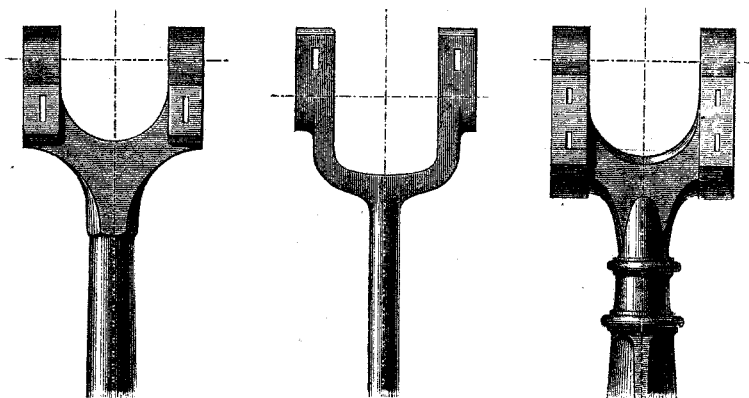
Kappenschenkel, während diese am anderen Ende wie gewöhnlich geformt sind. Bei der gusseisernen Stange liebt man es mit Recht, den geflügelten Theil des Schäftes durch Bundringe von den Kopfenden zu trennen. Der untere, der Kurbel zugewandte Kopf erhält einen vierkantigen Hals, welcher mit seiner flachen Seite der Kurbel zugewendet und etwas länger ist, als der Kurbelarm vermehrt um die halbe Nabendicke. Er verstatet die Pleuelstange recht nahe an die Kurbel zu bringen.

Einige besondere Formen für die gabelförmige Endung der Pleuelstangen zeigen die folgenden drei Figuren. Fig. 249 liefert

Fig. 249.

Fig. 250.

Fig. 251.



eine weit kürzere Gabel, als die in Fig. 247 ist; Fig. 250 passt für den rechteckigen, an den schmalen Seiten abgerundeten Schaftquerschnitt; Fig. 251 ist für sehr lange gusseiserne Pleuelstangen geeignet. Die Kappen der Lagerschalen sind hier an beiden Enden geschlossen, und es findet das Nachtreiben der Schalen wie beim Sharp'schen Pleuelkopf mit Hülfe einer Druckplatte statt. Manchmal ist eine Pleuelstange in Form eines Rahmens auszuführen, welcher rechteckig oder trapezförmig zu machen ist. Die Schenkel dieses Rahmens sind ähnlich wie einzelne Pleuelstangen, Kopf- und Fusstheil wie Querhäupter zu behandeln, über welche das nächste Kapitel den nöthigen Anschluss giebt.

XIX. Querhäupter.

§. 181.

Verschiedene Arten von Querhäuptern.

Querhäupter oder Kreuzköpfe sind die Zapfenverbindungen, welche den Gelenkzusammenhang zwischen den Pleuelstangen und den durch sie zu schiebenden Kolbenstangen, Schlitten, Pumpenkolben u. s. w. zu vermitteln haben. Sie werden mit Stirn-, Doppel- und Gabelzapfen, vorwiegend aber mit den beiden letzten Zapfenarten ausgeführt, und können als die losgetrennten Köpfe von Hebeln angesehen werden, welchen man in Ersetzung der führenden Hebelarme durch andere Führungstheile eine bestimmte Bahn vorschreibt. Die Führung geschieht in der Regel entweder mittelst Gelenkführungen (Parallelogramm u. s. w.) oder mittelst Linealführungen, oder auch endlich man überlässt die Führung des Querhauptes den Stangen (Kolbenstangen, Schieberstangen), an welche sie angreifen, und giebt ihm deshalb keine neuen führenden Theile. Hiernach unterscheiden wir:

1. Freigehende Querhäupter,
2. Querhäupter mit Lenkzapfen,
3. Querhäupter mit Linealführung,

bei welcher Eintheilung wir auf die Art des angewandten Zapfens keine besondere Rücksicht nehmen. Einige wichtige Beispiele von Querhäuptern sind in dem Folgenden zusammengestellt.

§. 182.

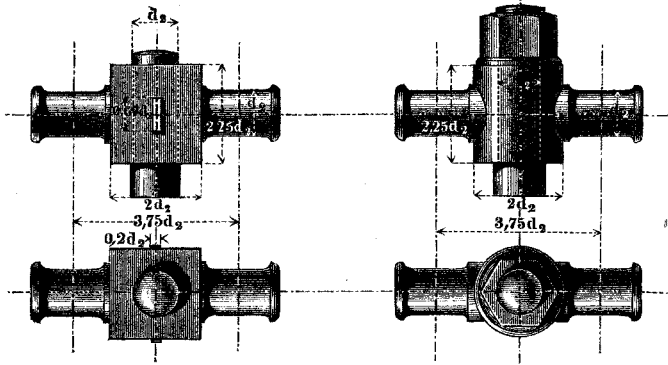
Freigehende Querhäupter.

Zwei kleine freigehende Querhäupter aus Schmiedeisen zeigen Fig. 252 und 253 (a. f. S.). Sie haben (schmiedeiserne) Doppelzapfen von der Dicke $d_2 = 0,7 d$, wenn d den Durchmesser des schmiedeisernen Stirnzapfens bezeichnet, welcher dem das Querhaupt

belastenden Druck P entspricht. Die Kolbenstange nehme man im Querhaupt nicht dünner als d_2 .

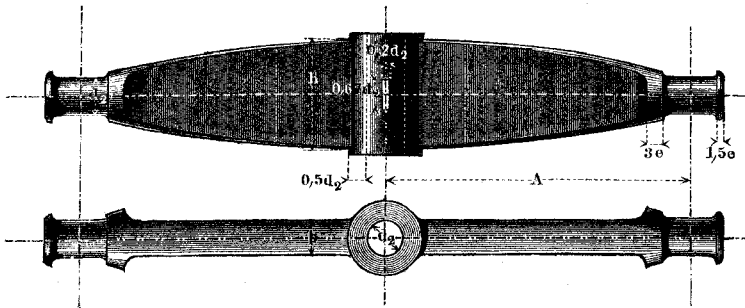
Fig. 252.

Fig. 253.



Eine Ausdehnung der vorigen Constructionen zeigt Fig. 254.

Fig. 254.



Dieses Querhaupt erhält gute Verhältnisse, wenn man seine Höhe h in der Mitte nimmt:

$$h = 2,25 d_2 + \frac{A}{14} \dots \dots \dots (186)$$

wobei A noch die Armlänge bezeichnet; ferner nehme man so-
dann für die constante Armbreite b :

$$\frac{b}{d_2} = 0,785 \frac{d_2 A}{h h} \dots \dots \dots (187)$$

Die Profileurve verzeichne man, den Curvenscheitel in die Mitte

des Querhauptes legend, nach einer der Verfahrungsweisen in §. 54.

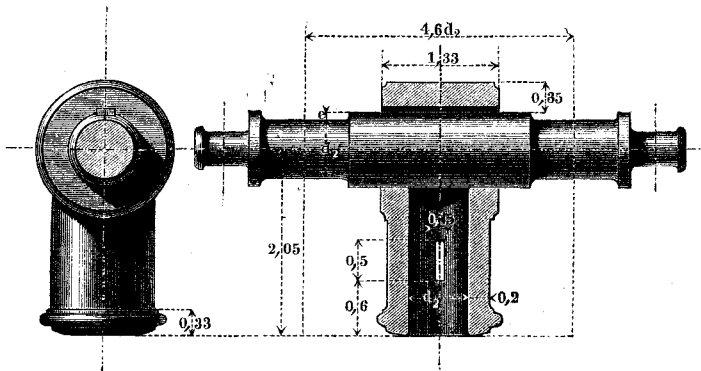
Beispiel. Gegeben die Belastung $P=4000^k$ und die Armlänge $A=400^{mm}$ eines Querhauptes nach Fig. 254. Wir haben zu machen nach §. 35: $d_2=0,7 \cdot 70$ oder $=50^{mm}$, und wählen nach (186) $h=2,25 \cdot 50 + \frac{400}{14} = 112,5 + 28,6$ oder $141,1^{mm}$, wofür wir 140^{mm} nehmen, und nach (187) zu machen haben: $b=50 \cdot 0,785 \cdot \frac{50}{140} \cdot \frac{400}{140} = 40^{mm}$. Wanddicke der Nabe $=0,5 \cdot d_2 = \frac{50}{2} = 25^{mm}$, Keilhöhe $=0,67 \cdot 50 = 34^{mm}$, Keildicke $=0,2 \cdot 50 = 10^{mm}$.

§. 183.

Querhäupter mit Gelenkführung.

Die Querhäupter, welche durch Gelenkführungen geleitet werden sollen, erhalten ausser den Tragzapfen noch zwei Lenkzapfen, welche als Fortsätze der Tragzapfen ausgeführt werden. Ein schmiedeisernes Querhaupt mit Lenkzapfen zeigt Fig. 255,

Fig. 255.



sehr geeignet für die Kolbenstangen von Balancierdampfmaschinen. Als Bezugsinheit für die beigeschriebenen reinen Verhältnisszahlen dient wie bei den Pleuelköpfen die Einheit:

$$d_1 = d + 5^{mm} = 1,4 d_2 + 5^{mm} (188)$$

Dasselbe gilt von den reinen Verhältnisszahlen der übrigen nun noch folgenden Querhäupter. Es bezeichnet übrigens d die Dicke des schmiedeisernen Stirnzapfens für den das Querhaupt belasten-

den Druck P und ist wieder $d_2 = 0,7d$. Die Dicke d_3 der Lenkzapfen kann durch folgende Formel bestimmt werden:

$$\frac{d_3}{d_2} = \sqrt{\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}} \dots \dots \dots (189)$$

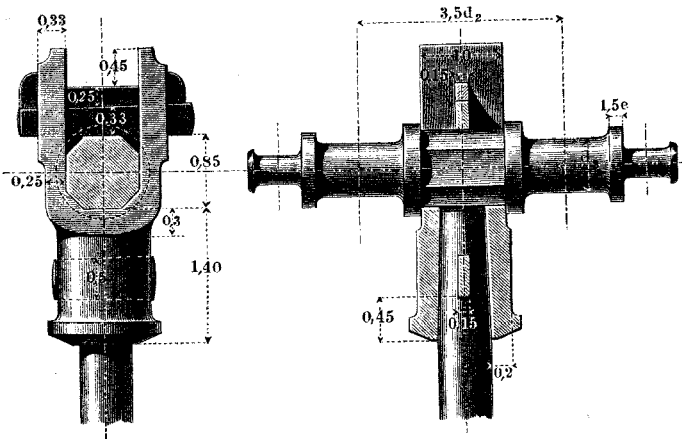
wenn α den grössten Winkel bezeichnet, um welchen die an d_2 angreifende Pleuelstange von der Schubrichtung des Querhauptes abweicht, und β den Winkel, welchen der an d_3 angreifende Gegenlenker mit der Normalen zu jener Schubrichtung einschliesst, wenn α ein Maximum ist; dabei sind die Längenverhältnisse der beiden Zapfen als gleich vorausgesetzt.

Beispiel. Der Winkel α sei im Maximum 20° , und gleichzeitig $\beta = 15^\circ$, so hat man $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{0,3420}{0,9659} = 0,35$; es ist also nach (189) zu nehmen $d_3 = d_2 \sqrt{0,35} = 0,59 \cdot d_2$.

Der Winkel α steigt gewöhnlich nur dann bis auf 20° oder mehr, wenn die Pleuelstange auf eine Kurbel wirkt, wie es bei direkt wirkenden Dampfmaschinen der Fall ist; steht sie dagegen mit einem Balancier im Zusammenhang, so übersteigt α selten 10° .

Ein zweites schmiedeisernes Lenkzapfen-Querhaupt

Fig. 256.



zeigt Fig. 256. Es bietet die Bequemlichkeit, dass man die Kolbenstange leicht von der Querhauptachse ablösen kann, und eignet sich sehr gut für direct wirkende Dampfmaschinen.

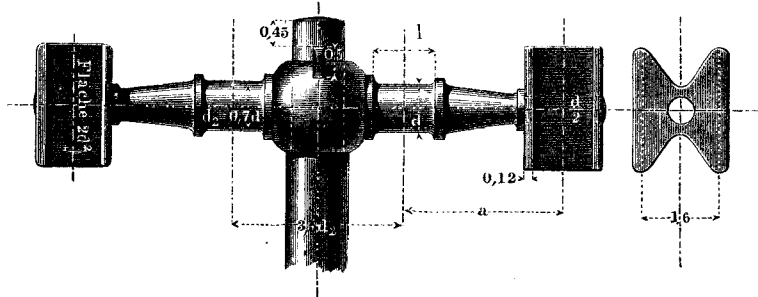
§. 184.

Querhäupter mit Linealführung.

Die Querhäupter mit Linealführung kommen vorzugsweise bei den Dampfmaschinen zur Anwendung und werden in zahlreichen Abänderungen ausgeführt. Diese unterscheiden sich wesentlich in der Zahl und Anbringungsweise der Führungsliniale.

Fig. 257 zeigt ein viel gebräuchliches Querhaupt mit vier

Fig. 257.



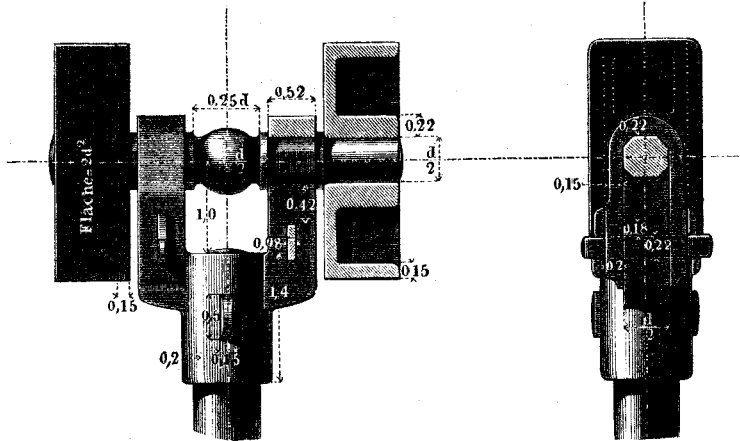
Linealen. Geht die Maschine stets in demselben Sinne herum, so werden bloss die Lineale auf einer Seite des Querhauptes gepresst, die beiden anderen dienen dann nur dazu, den zufällig auf Abheben der Gleitpfannen von den Linealen wirkenden Kräften zu begegnen. Die Pfannen sollen womöglich aus einem weicheren Material bestehen, als die Lineale, damit letztere möglichst wenig abgenutzt werden. Aus demselben Grunde ist es gut, die Gleitflächen der einzelnen Pfannen nicht unter $2d^2$ oder $4d_2^2$ zu nehmen. Hier sind die Gleitpfannen auf Zapfen der Querhauptachse gesteckt. Diesen Zapfen darf man das Längenverhältniss 3 geben, wenn man, wie hier beigeschrieben ist, ihre Dicke $= \frac{d}{2}$ nimmt.

Die Dicke ϑ der Zapfen kann bei grosser Armlänge dieses Querhauptes grösser erfordert werden, als d_2 ; man behandle, um hierin sicher zu gehen, den Querhauptarm wie einen Achsenschkel von der Länge a (siehe §. 45). Die Länge der beiden Kraftzapfen wird aber gemäss §. 37 nach wie vor $= 1,5d_2$.

Bei dem Querhaupt in Fig. 258 (a. f. S.) ist der Kraftzapfen ein Gabelzapfen, welcher hier ausserdem kugelförmig gestaltet ist; das

auf der Kolbenstange befestigte Gabelstück ist aus Schmiedeisen angenommen; soll es aus Gusseisen gemacht werden, so ist die

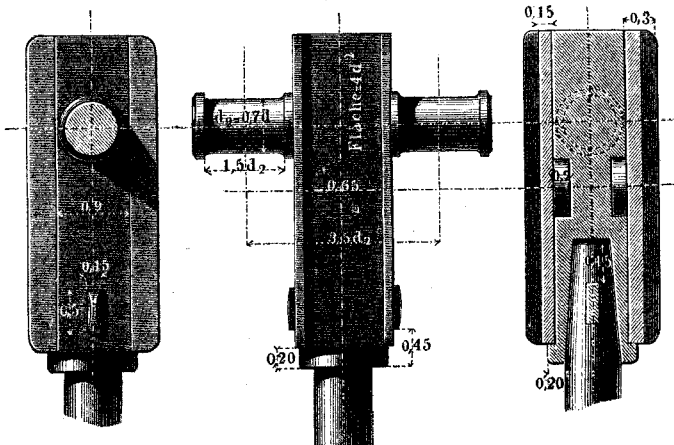
Fig. 258.



Wanddicke seiner Hülse auf $0,28 d_1$, deren Länge auf $1,75 d_1$ zu erhöhen. Die Lineale sind hier der Kolbenstange bedeutend näher gerückt, als im vorigen Falle.

Fig 259. Stephenson'sches Querhaupt. Die Lineale sind

Fig. 259.

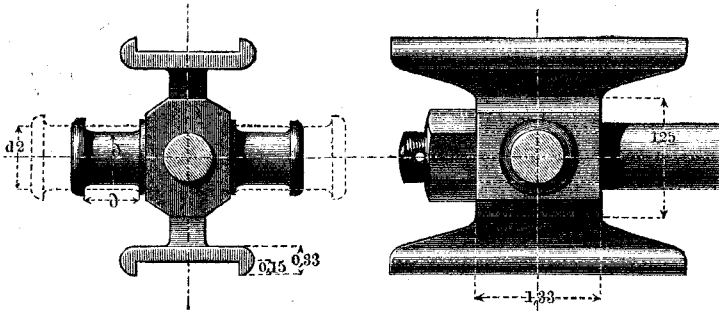


so nahe zusammengedrückt, dass je zwei ineinander übergegangen sind. Die beiden Zapfen des schmiedeisernen Mittelstückes wer-

den von dem Gabelkopf einer langgeschlitzten Pleuelstange ergriffen. Als Material der Pfannen kann sehr gut Bronze genommen werden, die Gleitfläche derselben ist, um bei den obigen Annahmen zu bleiben, $= 4 d^2 = 8 d_2^2$ zu machen.

Fig. 260. Borsig'sches, ganz aus Schmiedeeisen bestehendes

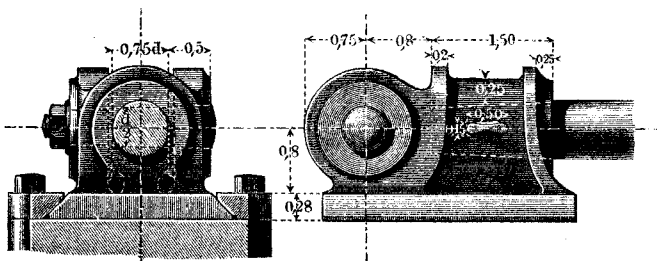
Fig. 260.



Querhaupt mit zwei Linealen. Diese werden so weit auseinander gelegt, dass die mit einer kurzen Gabel versehene Pleuelstange zwischen ihnen genügenden Spielraum findet. Die Zapfen sind hier beispielsweise mit dem Längenverhältniss 1 ausgeführt, was nach §. 34 e) gestattet, ihre Dicke $\varnothing = 0,92 \sqrt{\frac{P}{2}} = 0,83 d_2$ zu machen. Dieselbe Verminderung der Zapfendicke kann man auch, wenn es passt, bei der vorigen Construction anbringen*).

Fig. 261 zeigt endlich ein Querhaupt, bei welchem nur ein

Fig. 261.



Lineal angewandt ist. Dasselbe dient für solche Fälle, wo die

*) Mehrere andere Querhauptconstructions mit zwei Linealen, welche die Pleuelstange zwischen sich halten, findet man in der „Constructionslehre f. d. Maschinenbau“ §. 423 angegeben.

Umdrehungsrichtung immer in einem und demselben Sinne stattfindet, der Linealdruck also auch stets einseitig wirkt. Für die zufälligen Hebekräfte sind die schrägen Schutzschienen angebracht. Die Gleitfläche des (gusseisernen) Querhauptkörpers ist $= 4 d^2 = 8 d_2^2$ zu nehmen.

§. 185.

Die Führungsliniale.

Man macht die Führungsliniale aus Schmiedeeisen oder Gusseisen. Liegt der ganze Druck auf einem Lineal, wie bei den drei letzten Constructionen, und ist dasselbe nur an seinen, um die Hublänge $2 R$ auseinanderstehenden Enden gestützt, so nehme man, Schmiedeeisen als Material vorausgesetzt:

$$\frac{h}{d} = 0,4 \sqrt{\frac{R}{b}} \dots \dots \dots (190)$$

wobei b die Breite, h die Höhe des Lineales in dessen Mitte, und d nach wie vor die Dicke des der Schubkraft P entsprechenden schmiedeeisernen Stirnzapfens bezeichnet.

Nehmen zwei Lineale statt eines den Druck auf, so multiplicire man das Ergebniss von (190) mit 0,7.

Beispiel. Gegeben $R = 400$, $d = 55^{\text{mm}}$, $b = 80^{\text{mm}}$; dann ist, wenn vier schmiedeeiserne Lineale angewandt sind (wie in Fig. 257) nach (190) zu nehmen: $h = 0,7 \cdot 55 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{\frac{400}{80}} = 0,7 \frac{440}{7,42} = \text{nahe } 42^{\text{mm}}$.

Gusseiserne Lineale erhalten meistens keinen einfach rechteckigen, sondern einen mehr zusammengesetzten Querschnitt. Man kann aber nach Annahme von dessen Form die Abmessungen leicht aus denen des ermittelten schmiedeeisernen Lineals ableiten.

Der Druck auf die Lineale ist in deren Mitte stärker als an den Enden; um die daraus hervorgehende ungleichförmige Abnutzung der Linealflächen zu vermeiden, bringe man in denselben Oelrinnen an, welche von der Mitte nach den Enden zu an Breite fort und fort zunehmen, so zwar, dass sie an den Enden des Lineals dessen Fläche fast ganz in Anspruch genommen haben.

Bei den gusseisernen Linealen sind ausserdem seitliche Randleisten an den Linealen zum Zusammenhalten des Oels sehr empfehlenswerth.

XX. Röhren und Röhrenverbindungen.

§. 186.

Empirische Formeln für die Wanddicke der Röhren.

Man bedient sich im Maschinenbau vorwiegend der Röhren aus Gusseisen und Schmiedeisen; in geringerem Maasse kommen Röhren aus Gussstahl, Bronze, Kupfer, Blei und Holz zur Verwendung. Bei allen diesen Röhren spielt die Anfertigung eine so wichtige Rolle, dass bei nicht sehr grossen inneren Pressungen auf diese bei Bestimmung der Wanddicke keine Rücksicht genommen zu werden braucht, und rein empirische Formeln am besten geeignet sind. Solche Formeln sind zunächst hier zusammengestellt.

Ist, in Millimeter gemessen, die lichte Weite eines zu konstruierenden Rohres = D , die Wanddicke = δ , so nehme man:

für gusseiserne Wasser- und Gasleitungsröhren:

$$\delta = 8 + \frac{D}{80} \dots \dots \dots (191)$$

für gusseiserne Dampfrohren:

$$\delta = 12 + \frac{D}{50} \dots \dots \dots (192)$$

für gusseiserne Dampfzylinder und ausgebohrte Pumpentiefel:

$$\delta = 20 + \frac{D}{100} \dots \dots \dots (193)$$

welche Dicke nach vollzogener Bohrung bleiben soll.

Beispiele. Ein Pumpenrohr von 300^{mm} Weite erhält nach (191) eine Wanddicke $\delta = 8 + \frac{300}{80} = 11,75$ oder 12^{mm}; ein eben so weites Dampf-

rohr soll nach (192) eine Wanddicke $\delta = 12 + \frac{300}{50} = 18$ ^{mm} erhalten. —

Die 200^{mm} weiten Luftleitungsröhren des Bohr- und Lüftungsapparates am Mont-Céris-Tunnel, welche eine innere Spannung von 5 Atm. Ueberdruck erleiden, und 600 bis 800 Meter weit den stärksten natürlichen Temperaturschwankungen ausgesetzt sind, würden nach (191) eine

Wanddicke $\delta = 8 + \frac{200}{80} = 10,5^{\text{mm}}$ bekommen; man hat ihnen 10^{mm} dicke Wände gegeben. — Ein Dampfeylinder von 400^{mm} Weite erhält nach (193) eine Wandstärke $\delta = 20 + \frac{400}{100} = 24^{\text{mm}}$.

Schmiedeiserne gezogene Wasser- und Gasröhren kommen bis zu 150^{mm} lichter Weite zur Anwendung; sie erhalten eine mit der praktischen Uebung stimmende Wandstärke, wenn man nimmt:

$$\delta = 2 + \frac{D}{12} \quad (194)$$

Wegen der genieteten schmiedeisernen Röhren siehe §. 190. Kupfer- und Messingröhren findet man mit etwa der halben aus (194) hervorgehenden Wanddicke ausgeführt.

Die Bleiröhren werden fabrikmässig angefertigt und zeigen Wanddicken von 3 bis 6^{mm} . — Die Herzog'schen fassartig zusammengesetzten Röhren aus Fichtenholz*) zeigen eine Wanddicke von 80 bis 120^{mm} .

§. 187.

Berechnung der Röhren mit hohem inneren Druck.

Die Brix'sche Formel für die Wanddicke von Röhren mit starker innerer Pressung lautet:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{p}{\mathfrak{S}}} - 1 \right) \quad (195)$$

wobei noch e die Grundzahl 2,718 . . . der natürlichen Logarithmen, p den inneren Flächendruck, \mathfrak{S} die grösste Materialspannung in der Rohrwand bezeichnet. Für alle praktischen Fälle wird diese Formel genügend angenähert durch die folgende:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{p}{2\mathfrak{S}} \left(1 + \frac{p}{2\mathfrak{S}} \right) \quad (196)$$

Ist die Spannung im Gefäss n Atmosphären über den äusseren Druck auf die Rohrwand, so kann man auch für (196) schreiben:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{n}{200\mathfrak{S}} \left(1 + \frac{n}{200\mathfrak{S}} \right) \quad (197)$$

*) Siehe „Constructionslehre f. d. Maschinenbau“ §. 427.

Hiernach lassen sich die Wandstärken für die cylindrischen Gefässe der hydraulischen Pressen leicht berechnen, und zwar nehme man für ϵ bei:

Gusseisen	4 bis 5 ^k p. □ ^{mm} .
Schmiedeisen	8 „ 10 „
Gussstahl	30 „ 40 „
Bronze	2 „ 3,5 „
Kupfer	2 „ 2,5 „

§. 188.

Tabelle über die Wanddicke cylindrischer Gefässe mit hohem inneren Druck.

Innerer Druck.		Werthe von $\frac{\delta}{D}$, wenn die Spannung im Material, Kil. p. □ ^{mm} .							
<i>n</i> Atm.	<i>p</i> Kil. p. □ ^{mm} .	$\epsilon = 2$	3	4	5	6	8	10	30
50	0,5	0,14	0,09	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,01
100	1,0	0,31	0,19	0,14	0,11	0,09	0,07	0,05	0,02
150	1,5	0,52	0,31	0,22	0,17	0,14	0,11	0,08	0,03
200	2,0	0,75	0,44	0,31	0,24	0,19	0,14	0,11	0,03
250	2,5	1,02	0,59	0,41	0,31	0,25	0,18	0,14	0,05
300	3,0	1,31	0,75	0,52	0,39	0,31	0,22	0,17	0,05
350	3,5	1,64	0,92	0,62	0,47	0,38	0,27	0,21	0,06
400	4,0	2,00	1,11	0,75	0,56	0,44	0,31	0,24	0,07
450	4,5	—	1,31	0,88	0,65	0,52	0,36	0,28	0,08
500	5,0	—	1,53	1,02	0,75	0,59	0,41	0,31	0,09
600	6	—	2,00	1,31	0,96	0,75	0,52	0,39	0,11
700	7	—	—	1,64	1,19	0,92	0,62	0,47	0,13
800	8	—	—	2,00	1,44	1,11	0,75	0,56	0,15
900	9	—	—	—	1,71	1,31	0,88	0,65	0,17
1000	10	—	—	—	2,00	1,55	1,02	0,75	0,19

Beispiel. Zur Hebung der Britanniabrücke benutzte man u. a. eine hydraulische Presse von 533^{mm} Cylinderweite und 280^{mm} Wanddicke des

gusseisernen Presscylinders; der Kolben hatte 507^{mm} Durchmesser und erfuhr eine Belastung von nahezu 900000^k, woraus sich die im Cylinder herrschende Spannung im Wasser auf nahezu 450 Atmosphären berechnet. Lassen wir 5^k Materialspannung zu, so erhalten wir laut Spalte 6 Zeile 9:

$\frac{\delta}{D} = 0,65$, also $\delta = 0,65 \cdot 533 = 346^{\text{mm}}$. Man wandte nur $\frac{\delta}{D} = \frac{280}{533} = 0,53$ an, was nach Spalte 7 einer Materialspannung von 6^k pro \square^{mm} entspricht, und wenn auch nicht ohne Weiteres gefährlich, doch wohl schon etwas zu nahe der Grenze 7,5^k sein möchte. Eine bronzene Presspumpe zu obiger Presse hätte bei $\mathfrak{S} = 3$ nach Spalte 4 das Verhältniss $\frac{\delta}{D} = 1,31$ zu erhalten. Für schmiedeiserne Leitungsröhren ergäbe sich bei $\mathfrak{S} = 8$ aus Spalte 8 $\frac{\delta}{D} = 0,36$, für kupferne Leitungsröhren dagegen nach Spalte 3 das Verhältniss $\frac{\delta}{D}$ über 2 hinaus. Grössere Werthe als $\frac{\delta}{D} = 2$ wurden in die Tabelle nicht aufgenommen, da von diesem Werth an wahrscheinlich die Brix'sche Formel nicht mehr ganz sicher ist, indem bei so grossen Wanddicken die radiale Zusammenpressung der Wände auch eine merkbare Einwirkung auszuüben im Stande sein muss.

§. 189.

Kugelförmige Gefässe mit hohem inneren Druck.

Für das kugelförmige Gefäss von der Lichtweite D_1 geht die Brix'sche Formel über in:

$$\frac{\delta_1}{D_1} = \frac{p}{4\mathfrak{S}} = \frac{n}{400\mathfrak{S}} \dots \dots \dots (198)$$

was eine weit geringere Wanddicke ergibt, als ein cylindrisches Rohr von derselben Weite erfordern würde. Für gleiche Wanddicke von Kugel- und Cylindergefäss hat man bei gleicher Sicherheit in beiden:

$$\frac{D_1}{D} = \frac{r_1}{r} = 2 \left(1 + \frac{n}{200\mathfrak{S}} \right) \dots \dots \dots (199)$$

wenn noch r_1 und r die lichten Halbmesser beider Gefässe bezeichnen.

Beispiel. Bei der obigen hydraulischen Presse wäre nach (199) der Cylinder mit einer Kugelcalotte von dem Halbmesser $r_1 = 533$. $\left(1 + \frac{450}{200 \cdot 5} \right) = 1,45 \cdot 533 = 773^{\text{mm}}$ abzuschliessen, wenn man diesem Abschluss die Wanddicke des Cylinders $\delta_1 = \delta = 346^{\text{mm}}$ geben wollte. Für die englische Annahme $\delta = 280$ galt $\mathfrak{S} = 6$, also wäre zu machen ge-

wesen nach (199): $r_1 = 533 \cdot \left(1 + \frac{450}{200 \cdot 6}\right) = 1,375 \cdot 533 = 733^{\text{mm}}$. — Wenn $\frac{p}{2 \sigma}$ klein ist, so wird sehr annähernd $r_1 = 2 r$.

§. 190.

Wandstärken der Dampfkessel mit innerem Druck.

Die preussische Dampfkesselverordnung schreibt für Dampfkessel mit innerem Druck folgende auf die Brix'sche Entwickelung gestützte Formel vor:

$$\delta = \frac{D}{2} \left(e^{0,003n} - 1 \right) + 0,1 \quad . \quad . \quad . \quad (200)$$

worin δ und D in preuss. Zoll ausgedrückt sind. Diese Formel wird sehr genau angenähert durch die einfachere:

$$\delta = 1,54 n D + 2,6^{\text{mm}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (201)$$

wobei δ in Millimeter, D aber in Meter zu verstehen ist. Die französische Formel verlangt etwas grössere Wanddicken nach der Formel:

$$\delta = 1,8 n D + 3^{\text{mm}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (202)$$

Alle drei Formeln sind wegen der grossen Additionalconstante als grossentheils empirisch zu bezeichnen, weshalb Formel (201) ihrer Einfachheit halber der vorhergehenden vorzuziehen ist.

Beispiel. Ein cylindrischer Dampfkessel von 1,2^m Durchmesser, welcher einer inneren Ueberdruckspannung von 4 Atmosphären ausgesetzt werden soll, erhält nach (201) eine Wanddicke $\delta = 1,54 \cdot 4 \cdot 1,2 + 2,6 = 10^{\text{mm}}$. Die französische Verordnung würde fordern: $\delta = 1,8 \cdot 4 \cdot 1,2 + 3 = 11,66^{\text{mm}}$.

Dem sphärischen Abschluss eines cylindrischen Kessels gebe man, wenn er nach einem Krümmungshalbmesser r_1 Meter gebogen ist, die Wandstärke:

$$\delta_1 = 1,54 n r_1 + 2,6^{\text{mm}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (203)$$

eine Formel, welche deshalb brauchbar erscheint, weil gewöhnlich r_1 in den Kesselfabriken durch vorhandene Schablon-Mulden vorgeschrieben ist.

Beispiel. Soll der obige Dampfkessel durch Kugelcalotten von 2^m Krümmungshalbmesser abgeschlossen werden, so erhalten dieselben nach (203) eine Wanddicke $\delta_1 = 1,54 \cdot 4 \cdot 2 + 2,6^{\text{mm}} =$ sehr nahe 15^{mm} .

§. 191.

Dampfkesselröhren mit äusserem Druck.

Nach der preussischen Dampfkesselverordnung sind für schmiedeiserne Dampfkesselröhren, welche durch den Dampf von aussen gepresst werden, die Wanddicken nach folgender Formel zu nehmen:

$$\delta = 6,7 D \sqrt[3]{n} + 1,3 \quad (204)$$

und für messingene Röhren:

$$\delta = 10 D \sqrt[3]{n} + 1,8 \quad (205)$$

wobei die bisherigen Bezeichnungen gelten.

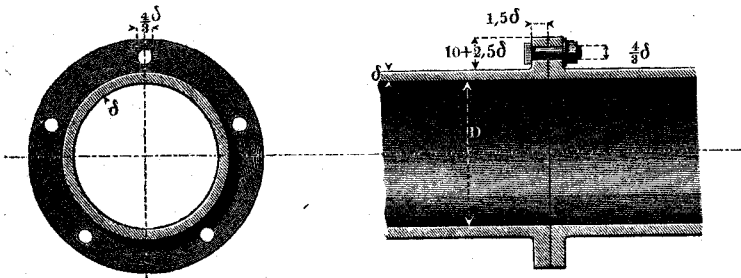
Beispiel. An einem Cornwallkessel von 5 Atmosphären Ueberdruck soll das Rauchrohr 0,7^m weit werden; dann ist ihm nach (204) die Wanddicke $\delta = 6,7 \cdot 0,7 \sqrt[3]{5} + 1,3 = 4,69 \cdot 1,71 + 1,3 = 9,3^{mm}$ zu geben. Ein messingenes Locomotiveheizrohr von 70^{mm} Weite und 10 Atmosphären äusserer Ueberdruck-Dampfspannung erhalte nach (205) eine Wanddicke $\delta = 10 \cdot 0,07 \cdot \sqrt[3]{10} + 1,8 = 0,7 \cdot 2,154 + 1,8 = 3,3^{mm}$.

§. 192.

Verbindungen gusseiserner Röhren.

Die am meisten gebräuchliche Verbindung gusseiserner Röhren ist die Flantschenverbindung, Fig. 262. Die anzuwendenden Verhältnisszahlen sind in der Figur angegeben. Bei gewöhnlichen

Fig. 262.



Röhren von nicht zu hoher Spannung kann man die Anzahl \mathfrak{N} der Flantschschrauben nehmen:

$$\mathfrak{N} = 2 + \frac{D}{50} \dots \dots \dots (206)$$

wobei D in Millimeter angegeben ist.

Hiernach erhält ein Rohr von 100^{mm} Weite vier Schrauben, eines von 200^{mm} Weite deren sechs. Ein Luftpumpencylinder von 1500^{mm} Weite erhält nach (206) $2 + \frac{1500}{50} = 32$ Schrauben.

Bei einigermaassen starkem inneren Druck ist es aber besser, \mathfrak{N} nach folgender Formel zu nehmen:

$$\mathfrak{N} = \frac{n}{180} \left(\frac{D}{d} \right)^2 \dots \dots \dots (207)$$

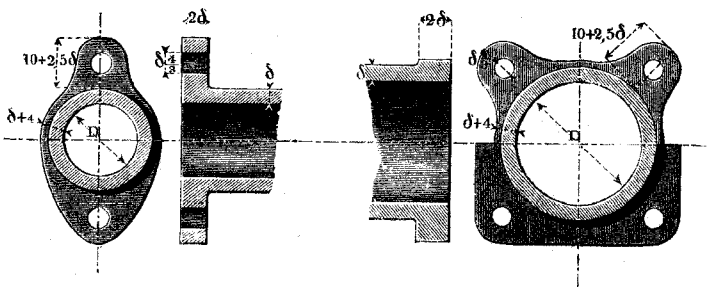
wobei d die Schraubendicke, D die Rohrweite, n die Anzahl der Atmosphären der im Rohr herrschenden Spannung bezeichnet.

Beispiel. Ein Dampfcylinder von 1000^{mm} Weite und 4 Atmosphären innerem Ueberdruck erhält nach (193) eine Wanddicke $\delta = 20 + \frac{1000}{100} = 30^{\text{mm}}$, also nach obiger Figur eine Deckelschraubendicke $d = \frac{4}{3} \cdot 30 = 40^{\text{mm}}$, wobei die Schraubenanzahl nach (207) zu nehmen ist: $\mathfrak{N} = \frac{4}{180} \left(\frac{1000}{40} \right)^2 = \frac{625}{45} = 14$.

Die Ohrflantsche, Fig. 263 und 264, ist eine oft gebrauchte

Fig. 263.

Fig. 264.



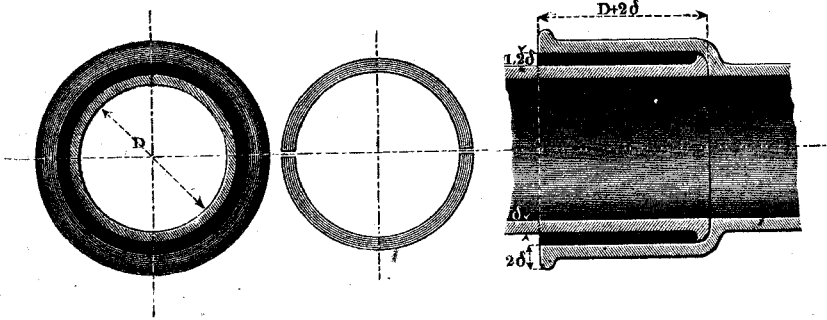
Abänderung der Kreisflantsche; ihre Dicke wird wegen der geringeren Ansatzfläche = 2δ statt $\frac{4}{3}\delta$ gemacht.

Die Muffenverbindung oder Rohrmuffe, Fig. 265 bis 267, wird bei Gas- und Wasserleitungsröhren vielfach angewandt. Als

Fig. 265.

Fig. 266.

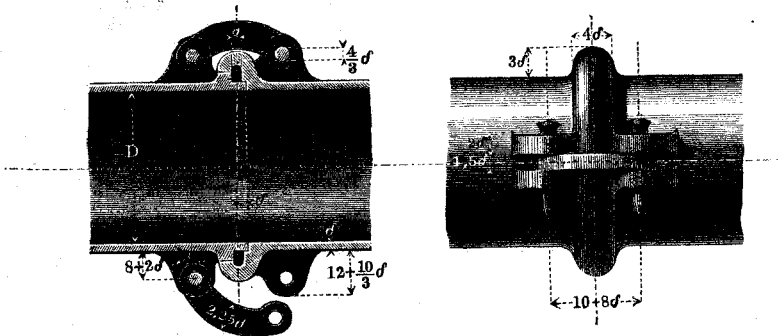
Fig. 267.



Dichtungsmaterial dient Blei, welches man neuerdings sehr zweckmässig in der Form von fertigen Halbringen, Fig. 266, einsetzt und feststemmt, nachdem eine Wergunterlage in die Muffe geschoben worden. Für ganz festgelagerte Muffenröhren zur Wasserleitung eignet sich nach Scholl statt der Bleiverdichtung die weit billigere Verkittung mit einer erwärmten Mischung von Pech und Ziegelmehl, mit welcher Hanfzöpfe, die in die Muffe zu treiben sind, getränkt werden.

Fig. 268 stellt die Petit'sche Röhrenverbindung dar. Ein in die kurze Muffe gelegter Kautschukring wird, indem man

Fig. 268.



die Röhren selbst als Hebel benutzt, stark zusammengedrückt; zwei Klauen mit schmiedeisernen Stiften halten das Rohrschloss

zusammen. Vorstehende Röhrenverbindung, welche u. a. bei der grossen Wasserleitung im Lager zu Châlons angewandt wurde, stellt sich namentlich bei Wasserröhren erstlich sehr billig, gestattet sodann eine grosse Schnelligkeit im Legen langer Rohrstränge, und bietet endlich eine gewisse Beweglichkeit dar, welche in unregelmässigem Boden von ganz besonderem Werthe ist.

Zwei Verbindungen mit loser Flantsche zeigen Fig. 269 und 270, die erstere für ein Kupferrohr mit schmiedeiserner Flantsche, die zweite für ein bronzenes Rohr bestimmt. Letztere Verbindung kann als eine Rohrflantsche mit einer einzigen Schraube angesehen werden, welche, um den Druck in der Rohrachse auszuüben, hohl gemacht werden muss.

Fig. 269.

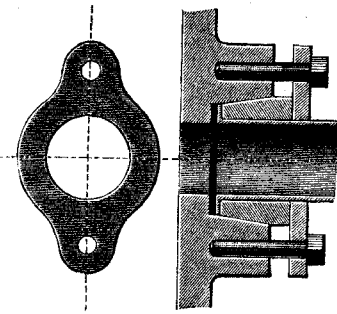
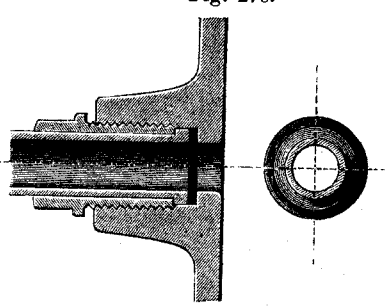


Fig: 270.



Solche und ähnliche Verbindungen kommen bei den Leitungsröhren der hydraulischen Pressen, überhaupt bei dünnen Metallröhren, und sodann bekanntlich bei den Feuerspritzen als Schlauchschlösser zur Verwendung.

§. 193.

Tabellen über die Gewichte der gusseisernen Röhren.

Rohrweite <i>D.</i>	Laufende Gewichte der Röhren bei der Wanddicke δ :						
	8	10	12	14	16	18	20
60	12,40	15,93	19,39	23,57	27,67	31,94	36,41
70	14,19	18,20	22,39	26,76	31,31	36,04	40,96
80	15,99	20,48	25,12	29,94	34,95	40,14	45,51
90	17,85	22,75	27,85	33,13	38,59	44,23	50,06
100	19,64	25,79	30,59	36,32	42,23	48,33	54,61
110	21,44	27,30	33,33	39,50	45,87	52,42	59,16
120	23,06	29,58	36,05	42,69	49,52	56,51	63,71
130	25,15	31,85	38,78	45,87	53,16	60,62	68,26
140	26,94	34,13	41,50	49,06	56,79	64,72	72,81
150	28,74	36,41	44,24	52,24	60,44	67,99	77,37
160	30,59	38,68	46,97	55,43	64,08	72,90	81,92
180	34,18	43,24	52,43	61,80	71,37	81,10	91,02
200	37,83	47,78	57,89	68,17	78,64	89,15	100,12
220	41,49	52,34	63,35	74,54	85,92	97,48	109,22
240	45,14	56,86	68,81	80,92	93,20	105,66	118,32
260	48,79	61,44	74,27	87,29	100,48	113,86	127,42
300	56,09	70,55	69,69	100,03	115,04	130,24	145,63
350	65,12	81,92	98,85	115,95	133,25	150,72	168,39
400	74,17	93,29	112,47	131,88	151,46	171,20	191,14
500	92,41	116,05	139,51	163,74	187,86	211,33	236,64
600	110,67	138,78	167,11	194,00	224,27	253,11	282,16
700	128,86	161,56	194,42	225,82	260,68	294,08	327,66
800	147,05	184,31	221,73	257,72	297,08	335,02	373,16
900	165,30	207,06	249,02	289,57	333,50	375,86	418,69
1000	180,19	229,82	276,34	323,03	369,90	416,93	464,19

Die vorstehende Tabelle giebt die Gewichte der Röhren pro laufenden Meter ohne Flantschen. Um das Gewicht der letzteren zu bestimmen, verwandele man sie in Hohlcyliner von der Weite D , der Wanddicke δ und der Länge l , worauf man das Gewicht nach der Tabelle bestimmen kann. Die Länge l findet sich mit genügender Annäherung aus folgender Formel:

$$\frac{l}{\delta} = 9 \cdot \frac{1 + 3,25 \frac{\delta}{D}}{1 + \frac{\delta}{D}} \dots \dots \dots (208)$$

wobei die in Fig. 262 eingeschriebenen Verhältnisszahlen an der Flantsche vorausgesetzt sind. Einige Ergebnisse von (208) giebt folgende Zahlenreihe:

$\frac{\delta}{D} = 0,02$	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16
$\frac{l}{\delta} = 9,48$	9,59	9,78	10,15	10,50	10,84	11,17	11,39	11,82

welche zeigt, dass im Mittel 10δ für l genommen werden kann.

Beispiel. Eine Röhrenfahrt von 120^m Länge aus gusseisernen 3^m langen Röhren von 300^{mm} Weite und 12^{mm} Wanddicke erhält 40 Röhren. Jede derselben wiegt ohne Flantschen nach Spalte 4 Zeile 17 der obigen Tabelle: $3 \cdot 69,69 = 209,07^k$. Für die Bestimmung des Flantschengewichtes hat man $\frac{\delta}{D} = \frac{12}{300} = 0,04$, woraus sich $l = 9,78 \delta$, = also die Rohrlänge ausschliesslich der Flantschen zu $(3000 + 2 \cdot 12 \cdot 9,78^{mm}) = 3,235^m$ ergibt. Mit den Flantschen also wiegt das einzelne Rohr $3,235 \cdot 69,69 = 225,45^k$, und die ganze Röhrenfahrt: $40 \cdot 225,45 = 9018^k$.

XXI. V e n t i l e .

§. 194.

Eintheilung der Ventile.

Ventile heissen solche Vorrichtungen in Rohrleitungen und Gefässen, welche dieselben leicht abzuschliessen und wieder zu öffnen gestatten, so dass zeitweise der Durchfluss gehemmt, zeit-

weise wieder zugelassen werden kann. Die in ausserordentlicher Menge von Formen angewandten Ventile lassen sich in zwei Hauptklassen eintheilen; diese sind:

1. Gleitungsventile,
2. Hebungsventile.

Zu den Gleitungsventilen gehören u. a. die Hähne und Schieber, überhaupt aber alle diejenigen Ventile, bei welchen der abschliessende Körper über seine Gegenform hinzugleiten hat, um die darin angebrachten Oeffnungen freizulassen oder abzusperren; zu den Hebungsventilen zählen alle diejenigen Ventilconstructionsarten, bei welchen das Schlusstück von der Durchlassöffnung abgehoben, gelüftet werden muss, wie es bei den Klappen, den Kegelventilen, Kugelventilen u. s. w. geschieht.

Jede der beiden genannten Hauptklassen zerfällt wieder in zwei Unterabtheilungen, wenn man die Bewegung des abschliessenden Theiles als eine Achsendrehung auffasst. Dieselbe findet entweder statt um eine in endlicher Ferne gelegene, oder um eine unendlich entfernte Achse; hiernach zerfallen die Gleitungsventile in:

- a. Hähne und Drehschieber,
- b. geradlinig bewegte Schieber;

und die Hebungsventile in:

- a. Klappen oder Gelenkventile,
- b. geradlinig gehobene Ventile.

Nach dieser Eintheilung werden im Folgenden die wichtigsten und gebräuchlichsten Ventilarten behandelt.

A. G l e i t u n g s v e n t i l e .

§. 195.

Der konische Hahn.

Beim konischen Hahn ist der Ventilspiegel ein Kegelstumpf. Die Figuren 271 und 272 zeigen in zwei Formen den gebräuchlichen konischen Hahn. Die Durchlassöffnung wird länglich ge-

macht, um die Schlüsseldicke klein zu erhalten; den Anzug des Schlüssels nehme man auf jeder Seite zu $\frac{1}{9}$, so dass z. B. ein

Fig. 271.

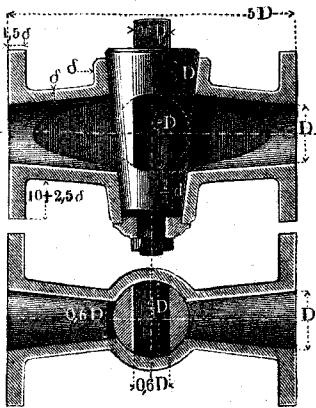
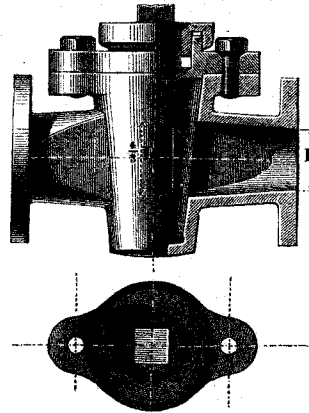


Fig. 272.



Hahnschlüssel von 60^{mm} Länge oben $2 \cdot \frac{60}{9} = 13,33$ oder 13^{mm} mehr Durchmesser erhält, als unten. Für die Wanddicke δ benutzt man, wenn das Gehäuse von Gusseisen ist, Formel (192), wonach $\delta = 12 + \frac{D}{50}$ wird. Bronzene Hahngehäuse erhalten Flanschen wie gusseiserne, dagegen nur $\frac{2}{3}$ von deren Wanddicke.

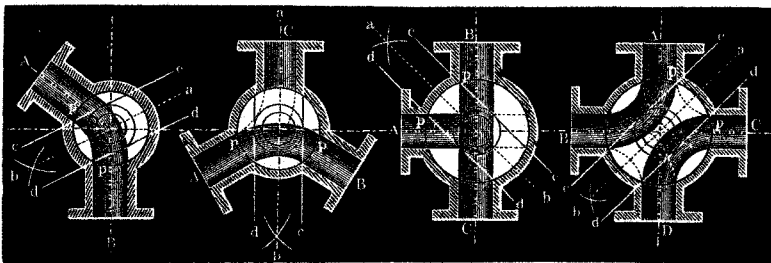
Fig. 273 bis 276 zeigen vier Abänderungen des konischen Hahnes. Fig. 273 Winkelhahn, Fig. 274 und 275 zwei Drei-

Fig. 273.

Fig. 274.

Fig. 275.

Fig. 276.



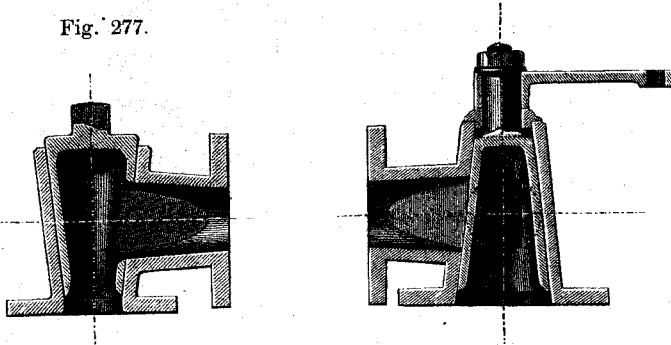
weghähne, Fig. 276 einen Vierweghahn. Bei gegebener Kanalbreite und angenommener Ueberdeckung findet man den mittleren Schlüsseldurchmesser wie folgt. Beschreibe aus der Schlüsselmitte in vorstehenden Figuren einen Kreis mit der halben Kanal-

breite und einen solchen mit der halben gewünschten Stegbreite cd ; ziehe sodann berührend an den ersteren Kreis die Kanalgrenzen; halbire durch ab den kleinsten Winkel zwischen zwei benachbarten Kanälen, und mache die cc und dd parallel ab , so schneiden diese die Kanalgrenzen in den Punkten pp , durch welche der mittlere Durchschnittskreis des Schlüssels zu legen ist.

Fig. 277 und 278 zeigen zwei Hähne mit Hohl Schlüssel, sehr anwendbar als Einspritzhähne für Condensatoren.

Fig. 278.

Fig. 277.



Macht man den Spitzenwinkel des Hahnkegels $= 180^\circ$, so geht der Hahn in den ebenen Drehschieber über; wird dagegen der Spitzenwinkel $= 0$, also der Schlüssel cylindrisch und von unendlich grossem Halbmesser gemacht, so geht der Hahn in den ebenen, geradlinig bewegten Schieber über; eine sehr praktische und werthvolle Form des konischen Hahnes ist der Wilson'sche Drehschieber*). Alle diese Schieberconstructions gehören fast allein der Dampfmaschine an, weshalb hier auf dieselben nicht näher eingegangen wird.

B. He b u n g s v e n t i l e .

§. 196.

Klappen.

Während bei den Gleitungsventilen der Flüssigkeitsdruck das Ventil selbst nicht verschieben kann, werden die Hebungsv-

*) Siehe Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1858.

ventile durch ihn vom Spiegel gehoben, wenn derselbe von der Seite der Sitz- oder Spiegelfläche kommt. Demzufolge können die Hebungventile selbstthätig wirkend gemacht werden, wie es bei den Pumpen meistens der Fall ist. Selbstthätige Gelenkventile sind die gewöhnlichen Klappen.

Eine Doppelklappe in ihrem Gehäuse stellen die Figuren 279 und 280 dar. Als Dichtungsmaterial dient Leder oder Kautschuk

Fig. 279.

Fig. 281.

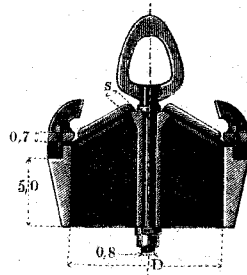
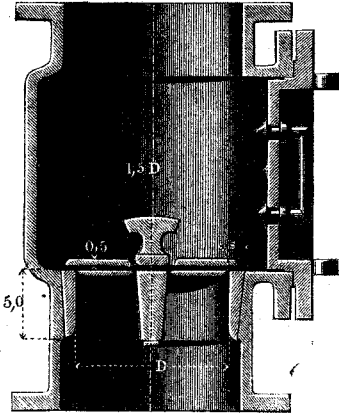


Fig. 280.

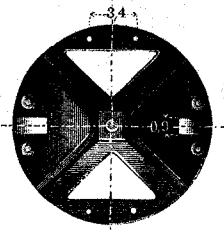
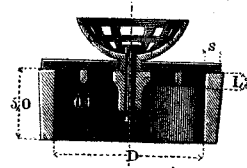
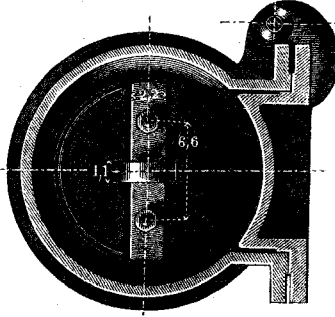


Fig. 282.



(mit Leinwandeinlage). Die Sitzbreite s nehme man bei gegebener Lichtweite D des Ventiles:

$$s = 4 + \sqrt{D} \dots \dots \dots (209)$$

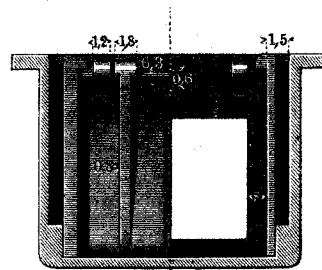
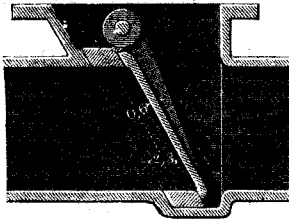
also z. B. bei 100^{mm} Ventildurchmesser: $s = 4 + \sqrt{100} = 4 + 10$

= 14^{mm}. Die reinen Verhältnisszahlen in den beistehenden Figuren beziehen sich auf die Einheit *s*. Der Ventilkasten ist durch eine Thür verschlossen, welche sich um seitlich angebrachte Gelenke dreht. Fig. 281, a. v. S., zeigt eine vierfache Klappe. Bei dieser wie bei der vorigen Construction dienen schmiedeiserne zusammengeethete Deckplatten zur Versteifung der Leder- oder Kautschukplatte. Fig. 282. Runde Kautschukklappe, dieselbe darf keine Versteifungsplatten haben, damit sie sich nach oben biegen und an den Fangtrichter anlegen kann; dafür aber muss sie nach unten durch ein Gitter gestützt werden.

Eine Klappe aus Bronze, bei den Luftpumpen der Dampfmaschinen und Zuckerküchen oft gebraucht, zeigen Fig. 283 und 284. Der Ventil Sitz wird durch zwei schmiedeiserne Keile fest-

Fig. 283.

Fig. 284.



gehalten, und das Gehäuse durch einen hierweggelassenen Deckel verschlossen. Zur Bestimmung der Sitzbreite dient auch hier Formel (209), wobei für *D* die kleinere der Rechteckseiten des Kanalquerschnittes benutzt wird. Bei allen hier dargestellten Klappen sind Hubbegrenzungen angegeben; man mache den Eröffnungswinkel = 28 bis 35°.

§. 197.

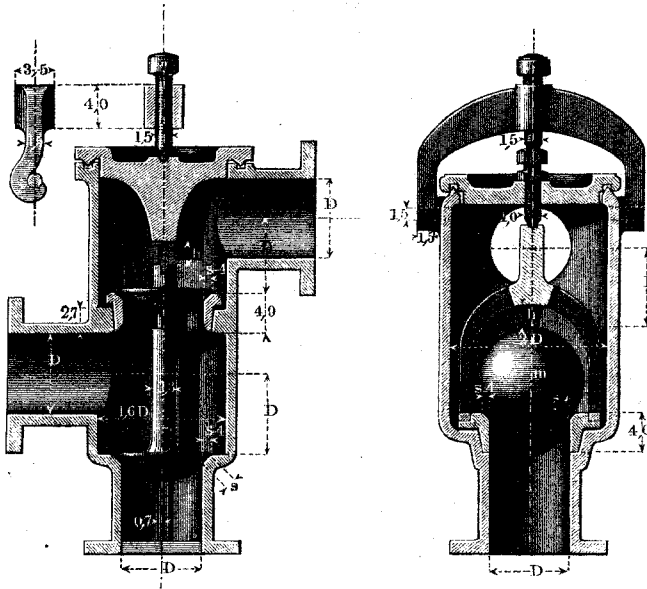
Einfache Rundventile.

Unter den geradlinig gehobenen Ventilen sind am allermeisten die Kegelventile angewandt, welche ebenfalls selbstthätig wirken können. Zwei solche zeigt Fig. 285 in einer für Speisepumpen zweckmässigen Zusammenstellung. Als Material dieser Ventile dient in der Regel Bronze. Die Sitzbreite *s* wird nach (209) ge-

macht; auch beziehen sich auf diese Zahl wieder die reinen Verhältnisszahlen in den Figuren. Die Projection des Spiegelringes erhält eine Breite $= s - 4\text{mm}$; in Folge dessen werden die klei-

Fig. 285.

Fig. 286.



nen Ventile schärfer konisch als die grösseren. Bei der Construction des Ventilkastens ist darauf zu achten, dass der Abfluss oberhalb jedes Ventiles genügend hoch über den Ventilscheitel gelegt werde, damit nicht der Rückstrom das Ventil offen hält, welcher Fehler sehr häufig vorkommt. Der hier gezeichnete Verschluss des Ventilkastens wird ohne Dichtungsmittel angewandt.

Fig. 286. Kugelventil. Die Sitzbreite s und ihre Projection werden wie vorhin gemacht. Behufs Auffindung des passenden Kugeldurchmessers errichte man auf der Mitte der gegenüberliegenden Spiegelschnitte Senkrechten; ihr Schnittpunkt m ist der Kugelmittelpunkt. Der Abflusskanal muss wegen der grossen Höhe des Ventiles hier besonders hoch über dem Ventilspiegel angebracht werden.

Die Hubhöhe h der Kegel- und Kugelventile nehme man gleich oder nur wenig grösser als $\frac{D}{4}$.

§. 198.

Doppelsitzventile.

Wenn ein gewöhnliches Kegelventil den Flüssigkeitsdruck von oben statt von unten erfährt, so erfordert seine Hebung eine äussere und zwar nicht unbedeutende Kraft, welche proportional der ganzen Ventilprojection ist. Die doppelsitzigen Kegelventile nach den folgenden drei Formen bedürfen dagegen im gleichen Falle einer weit geringeren Hebekraft, indem diese nur proportional ihrer Spiegelprojection wird. Aus diesem Grunde werden die Doppelsitzventile bei Dampfmaschinensteuerungen vielfach benutzt.

Fig. 287. Hornblower - Ventil, auch Puppen- oder Dockenventil genannt. Dasselbe ist hier so angeordnet, als solle die Flüssigkeit von unten in den Ventilkasten eingeleitet und nach beiden Seiten je zur Hälfte weggeführt werden. Will man die Ableitung ganz nach einer Seite hin haben, so hat man den Kanal etwa doppelt so gross von Querschnitt zu machen, als er hier angegeben ist. Der mittlere Durchmesser D' des Ventiles ist $\geq 0,8 D$ zu nehmen, wenn D den Durchmesser des Zuleitungsrohres bezeichnet. Wird D' grösser als $0,8 D$ gemacht, so darf der Ventilhub h kleiner sein, als im ersteren Falle, und zwar nehme man für h als Minimum:

$$\text{oder } \left. \begin{aligned} \frac{h}{D'} &= \frac{1}{8} \left(\frac{D}{D'} \right)^2 \\ \frac{h}{D} &= \frac{1}{8} \left(\frac{D}{D'} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (210)$$

Beispiel. Will man das Ventil möglichst klein erhalten, macht also $D' = 0,8 D$, so ist zu nehmen: $\frac{h}{D'} = \frac{1}{8} \cdot 1,25^2 = 0,195$ oder $\frac{h}{D} = \frac{1,25}{8} = 0,156$. Bei $D' = D$ wird $\frac{h}{D'} = \frac{h}{D} = \frac{1}{8} = 0,125$; bei $D' = \frac{5}{4} D$: $\frac{h}{D'} = \frac{1}{8} (0,8)^2 = 0,08$ oder $\frac{h}{D} = 0,10$.

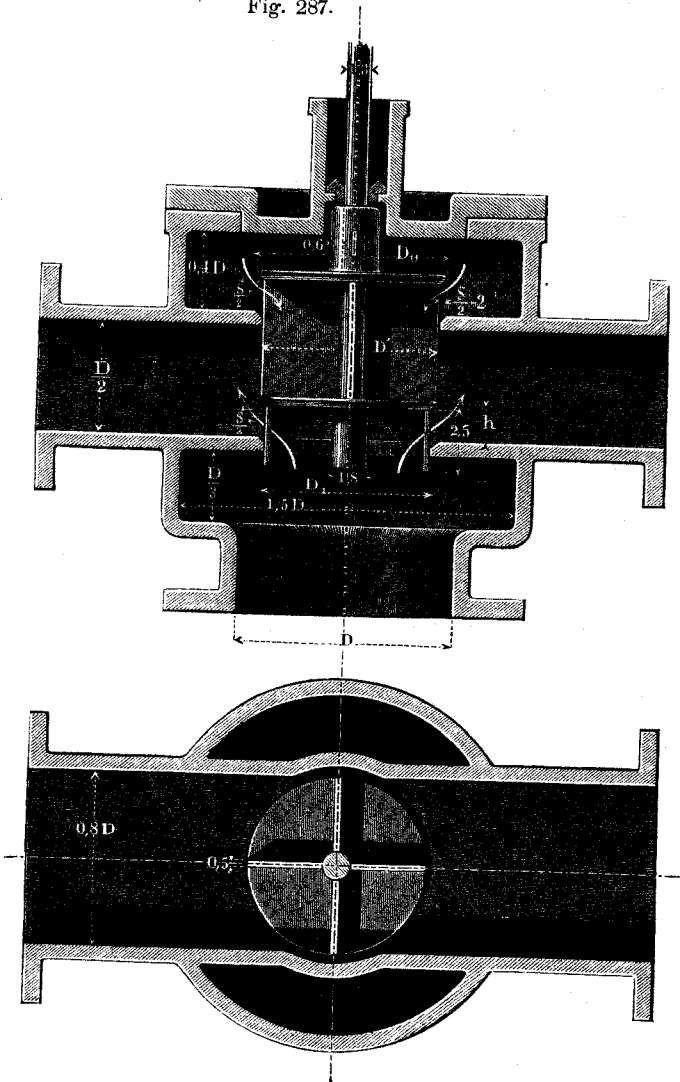
Die Breite des einzelnen Ventilsitzes wird = der Hälfte des aus (209) hervorgehenden Werthes genommen, indem nämlich zu machen ist:

$$s = 4 + \sqrt{D'} \dots \dots \dots (211)$$

wobei die Gesamtprojection des Spiegelringes auch wie früher

= $s = 4\text{mm}$ gemacht wird. Einzelne nehmen neuerdings bei den Doppelsitzventilen s noch kleiner, nämlich bis zur Hälfte des Werthes aus (211).

Fig. 287.

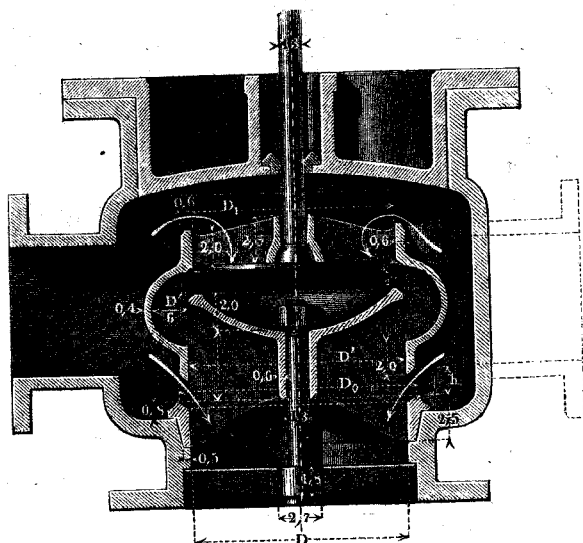


Beispiel. Für eine Rohrweite von 300mm sei der Ventildurchmesser $D' = 0,8 \cdot D = 0,8 \cdot 300 = 240\text{mm}$ gewählt worden. Dann erhält jeder

einzelne Spiegelring die Breite $\frac{s}{2} = \frac{1}{2} (4 + \sqrt{240}) = \frac{1}{2} (4 + 15,5)$, abgerundet 10mm, und die Projection $\frac{1}{2} (s - 4) = 8\text{mm}$.

Das Gros'sche oder Glockenventil, Fig. 288, dient sehr gut, wenn die Flüssigkeit seitlich in den Ventilkasten eingeführt

Fig. 288.

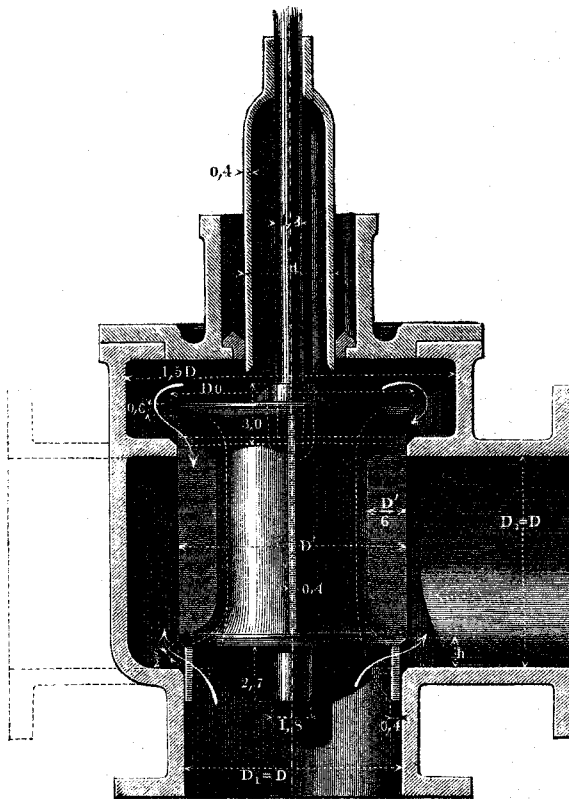


und nach unten abgeleitet werden soll. Der mittlere Ventildurchmesser D' ist \geq der Rohrweite D zu nehmen. Für h und s gelten die Formeln (210) und (211). Es ist wie die Punktirung andeutet leicht, auch hier die Leitung der Flüssigkeit an beiden Seiten des Kastens anzubringen. Als sehr zweckmässig wird neuerdings empfohlen, den unteren Ventilspiegel umgekehrt konisch, also in derselben Weise wie den oberen zu formen, indem dadurch Verlegungen dieses Sitzringes verhütet werden.

Das ebenfalls von Hornblower herrührende Rohrventil zeigt Fig. 289. Einleitung der Flüssigkeit von unten, Ableitung zur Seite. Der mittlere Ventildurchmesser D' ist gleich $D + s$, also der untere Durchmesser $D_1 =$ der Rohrweite D zu nehmen. Für Hubhöhe und Sitzbreite gelten die obigen Formeln. Bei diesem Ventil ist noch eine Entlastungshülse an der Ventilstange angebracht. Sie ist bei den vorigen zwei Constructionen

ebenso leicht wie hier zu gebrauchen und für Ventile von grossem Durchmesser sehr empfehlenswerth, indem bei diesen die Hebekraft trotz der Kleinheit der Druckfläche oft noch sehr bedeutend ausfällt. Durch passende Annahme des Durchmessers \varnothing der Hülse

Fig. 289.



lässt sich die Hebekraft auf jede wünschbare Kleinheit herabziehen. Das punktirte zweite Ableitungsrohr ist leicht anzubringen, wenn es erforderlich ist. Giebt man dem Abflussrohr statt des kreisförmigen einen rechteckigen Querschnitt wie bei Fig. 288, so lässt sich der Abstand der Spiegel, also die Höhe des Ventiles, noch bedeutend herabziehen.

Bei allen Doppelsitzventilen ist grosse Sorgfalt auf die Anfertigung zu legen, damit die Schlussflächen stets gleichzeitig

aufliegen. Das Docken-Ventil, Fig. 287, erfordert die kleinsten Abmessungen unter den drei Constructionen.

XXII. Stopfbüchsen und Kolben.

§. 199.

Stopfbüchsen.

Die Stopfbüchsen und Kolben haben den Zweck, das dichte Umschliessen prismatischer, und zwar gewöhnlich cylindrischer Körper durch deren Hohlform zu vermitteln. Der Unterschied zwischen ihnen ist nur ein constructiver; bei der Stopfbüchsen-Dichtung wird das Liderungsmaterial (Hanf, Leder, Gummi, Filz, Sägespähne, Metall-Segmente) auf der concaven Wandfläche des umschliessenden Körpers angebracht, während es bei der Kolben-Dichtung auf der convexen Seite des umschlossenen Körpers gelagert wird.

Die folgenden Figuren zeigen zwei vollständige cylindrische

Fig. 290.

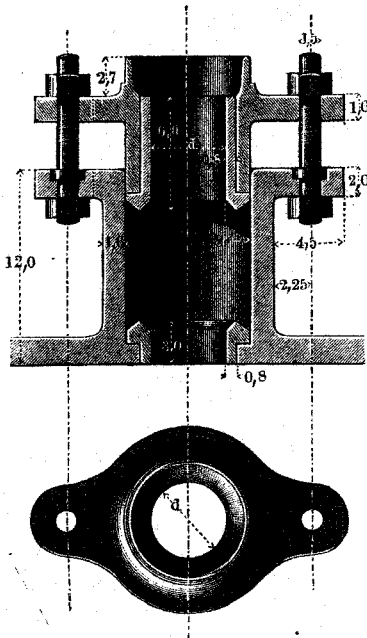
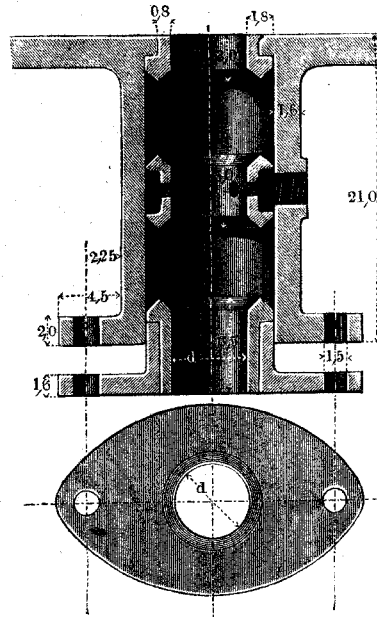


Fig. 291.



Stopfbüchsen für Hanfliderung bestimmt. Fig. 290 stehende Stopfbüchse, Fig. 291 hängende Stopfbüchse.

Die Einlagen in Brille und Topf werden aus Bronze gemacht. Als Bezugsinheit für die den Figuren eingeschriebenen Verhältnisszahlen gilt der Werth:

$$s = 4 + \sqrt{d} \dots \dots \dots (212)$$

wobei d die lichte Weite der Stopfbüchse bezeichnet. Die Anzahl \mathfrak{A} der Schrauben wird von Vielen stets = 2 genommen; will man für grössere Weiten mehr Schrauben anwenden, so nehme man:

$$\mathfrak{A} = 2 + \frac{d}{50} \dots \dots \dots (213)$$

Beispiel. Eine Stopfbüchse von 80^{mm} Lichtweite ist nach (212) mit einer Bezugsinheit $s = 4 + \sqrt{80} = 13^{\text{mm}}$ zu construiren, und erhalte nach (213) 4 Deckelschrauben. Die Packungsdicke wird: $1,8 \cdot s = 1,8 \cdot 13 = 23^{\text{mm}}$, die Topfhöhe bei der stehenden Stopfbüchse: $12 \cdot s = 12 \cdot 13 = 156^{\text{mm}}$, bei der hängenden: $21 \cdot s = 21 \cdot 13 = 273^{\text{mm}}$, u. s. w.

Wenn eine Stopfbüchse liegend anzubringen ist, so thut man gut, die Bodeneinlage 6 bis 8 s lang zu machen, damit sie nicht zu stark abgenutzt wird.

§. 200.

Dampfkolben.

Unter den Kolben sind am wichtigsten diejenigen der Dampfmaschinen. Sie werden bei niederem Dampfdruck oft noch mit Hanfliderung versehen; bei höheren Spannungen wendet man aber durchgehends Metall-Liderung, bei welcher Metallringe durch Federn gegen die Cylinderwand gepresst werden, an; in manchen Fällen zeigt sich übrigens die gemischte Liderung sehr zweckmässig, eine Liderung, bei welcher die Metallringe durch eine hintergelegte Hanfpackung statt durch Federn angepresst werden.

Als Bezugsinheit für die Kolbenabmessungen benutzen wir wieder die Zahl:

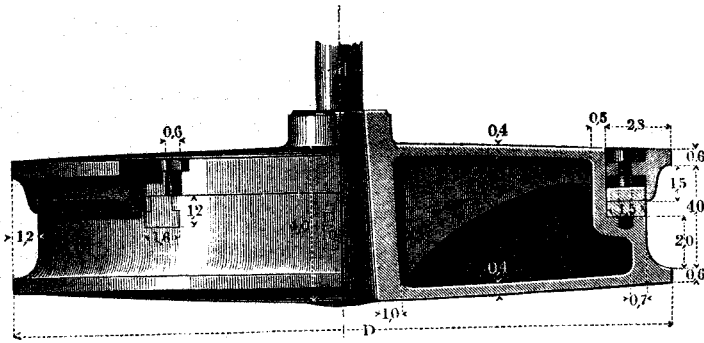
$$s = 4 + \sqrt{D} \dots \dots \dots (214)$$

wobei D den Kolbendurchmesser bezeichnet.

Fig. 292 (a. f. Seite). Hanfkolben, nach der Penn'schen Constructionsart als hohle Dose gegossen; durch einen Ringdeckel wird die Hanfpackung nachgepresst; die Schrauben, welche

hierzu dienen, haben eingelassene bronzene Muttern. Bei den grösseren Durchmessern erhält der Kolbenkörper eine Wölbung

Fig. 292.

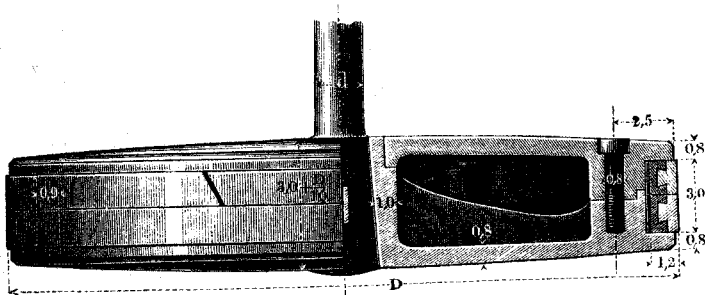


in der Mitte; man gebe, um diese in angemessener Weise zu erhalten, dem Kolben in der Mitte die Höhe $4s + \frac{D}{10}$, behalte dagegen die Randhöhe $5,2s$ bei, wenn letztere grösser ausfällt als erstere.

Beispiel. Es sei für einen zu konstruierenden Hanfkolben $D = 600^{mm}$, so ist $s = 4 + \sqrt{600} = 28^{mm}$. Danach wird: die Dicke der Packung $1,2 \cdot 28 = 34^{mm}$, die Höhe derselben $4 \cdot 28 = 112^{mm}$, die Höhe des Kolbenrandes $5,2 \cdot 28 = 146^{mm}$, die Höhe des Kolbens an der Nabe $4 \cdot 28 + \frac{600}{10} = 172^{mm}$, was bedeutend mehr ist, als die Randhöhe. Bei $D = 256^{mm}$ fallen Rand und Mitte gleichhoch aus; unterhalb dieses Durchmessers wäre also der Kolben stets auf beiden Flächen eben zu halten.

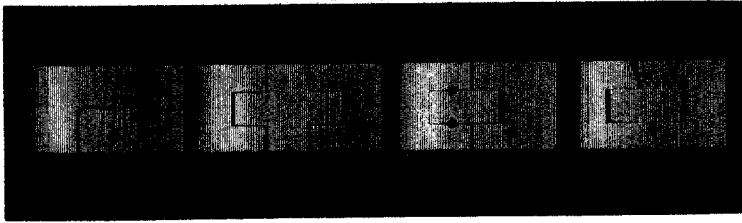
Einen sehr guten Metallkolben (Krauss) zeigt Fig. 293.

Fig. 293.



Zwei schräg aufgeschnittene Ringe aus Stahl mit Weissmetall umgossen bilden die Liderung. Will man jeden einzelnen Kolbenring an der Schnittfuge dicht machen, so kann man eine der in folgender Figur 294 angedeuteten Ringschlüsse anwenden.

Fig. 294.

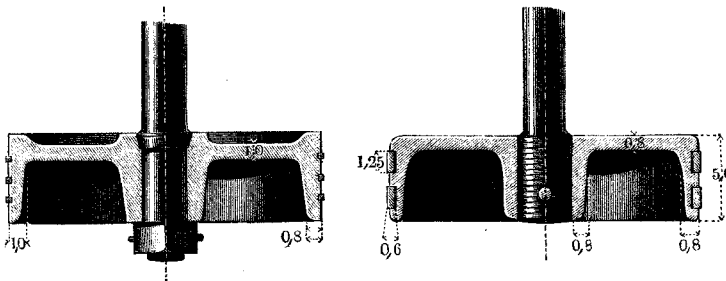


Die eingesetzten Stücke sind dicht einzuschleifen; dasselbe gilt von der Ueberblattung bei der ersten Abschlussart.

Fig. 295. Ramsbotton'scher Kolben. Drei Stahl- oder besser Messingringe von 6^{mm} Breite und Höhe im Querschnitt bilden die Liderung dieses vielfach bewährt gefundenen Kolbens. Fig. 296 zeigt den sogenannten schwedischen Kolben. Seine Ringe,

Fig. 295.

Fig. 296.

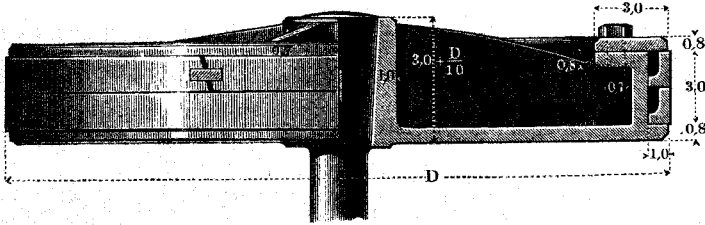


aus einer elastischen Bronze oder (was weniger gut ist) aus Schmiedeisen bestehend und nach Fig. 239, I. gestossen, werden so weit auseinandergebogen, dass sie über die Ränder des Kolbenkörpers gehen. Letzterer wird auf den schwedischen (Karlsunder) Schiffmaschinen und danach auf französischen Bahnen in Schmiedeisen ausgeführt gefunden, wodurch er sehr leicht ausfällt.

Einen Kolben mit gemischter Liderung, hier für eine

einfach wirkende Maschine bestimmt gedacht, zeigt Fig. 297. Die hinter die Metallringe getriebene Hanfpackung bringt einen guten

Fig. 297.



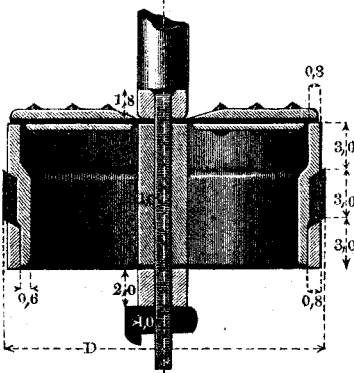
Schluss hervor, wobei sie bei genügender Elasticität doch eine grosse Festigkeit hat. Diese bei Grubenmaschinen vortrefflich bewährte Kolbenliderung ist daher auch bei Schiffmaschinen mit bestem Erfolg statt der reinen Metall-Liderung angewandt worden, indem letztere durch das Hin- und Herschleudern des Kolbens bei heftigen Schwankungen der Schiffe leicht beschädigt wird.

§. 201.

Pumpenkolben.

Als Liderungsmaterial für die Pumpenkolben eignet sich das Leder sehr gut, so lange die zu pumpende Flüssigkeit nicht über 30° Temperatur hat; bei höheren Temperaturen wählt man gewöhnlich Hanfliderung, so z. B. für die Speisepumpen der Dampfkessel und die Luftpumpen der Dampfmaschinen und Zuckerküchen. Einen mit Ventilen versehenen Lederkolben, wie er für Schachtpumpen gebräuchlich ist und sehr zweckmässig befunden wurde, zeigt Fig. 298. Die Packung besteht aus konischen Leder- und Leinwandringen, von denen je drei aufeinandergeñät sind. Be-

Fig. 298.



Die Packung besteht aus konischen Leder- und Leinwandringen, von denen je drei aufeinandergeñät sind. Be-

zugeinheit für die Verhältnisszahlen ist die Einheit s aus Formel (214). Die Tauchkolben der Schachtpumpen erhalten Stopfbüchsen-Dichtung mit Hanfliderung.

§. 202.

Berechnung der Kolbenstange aus dem Kolbendurchmesser.

Die Kolbenstange wird aus Schmiedeisen oder aus Gussstahl gefertigt; sie ist entweder bloss oder ganz vorwiegend auf Zug beansprucht und dann auf Zugfestigkeit zu berechnen, oder sie wird auch zusammengepresst, und muss dann auf Strebfestigkeit berechnet werden, wenn ihre Länge einigermaßen bedeutend ist. Bei geringer Länge tritt die Berechnung auf Druckfestigkeit ein, welche dieselben Abmessungen erfordert wie die Zugfestigkeit. Einer auf Strebfestigkeit zu berechnenden Stange darf also keine kleinere Dicke gegeben werden, als sie die Berechnung auf Zugfestigkeit erfordert.

a. Berechnung der Stange auf Zugfestigkeit.

Bezeichnet D den Kolbendurchmesser,

\varnothing die Dicke der Kolbenstange,

n den in Atmosphären angegebenen nützlichen Druck auf den Kolben,

so nehme man für die schmiedeiserne, bloss auf Zug beanspruchte Kolbenstange:

$$\frac{\varnothing}{D} = 0,0408 \sqrt{n} \dots \dots \dots (215)$$

oder mit genügender Annäherung:

$$\frac{\varnothing}{D} = \frac{57 + 7n}{1000} \dots \dots \dots (216)$$

Beispiel. Ist $n = 4$, so erhält man aus (215): $\frac{\varnothing}{D} = 0,0816$, also bei einem Kolbendurchmesser von 500^{mm} , $\varnothing = 500 \cdot 0,0816 = 40,8$ oder 41^{mm} . Die Annäherungsformel (216) liefert: $\frac{\varnothing}{D} = \frac{57 + 28}{1000} = 0,085$, oder bei $D = 500^{mm}$, $\varnothing = 42,5$ oder 43^{mm} .

Die gussstählerne, bloss auf Zug gebrauchte Kolbenstange darf halb so dick genommen werden, als die schmiedeiserne.

b. Berechnung der Stange auf Strebefestigkeit.

Unter Beibehaltung der gleichen Bezeichnungen, wenn noch L die Schublänge bedeutet, nehme man:

$$\frac{\delta}{D} = 0,0573 \sqrt{\frac{L}{D}} \sqrt[n]{\dots} \dots \dots (217)$$

nach welcher Formel folgende kleine Tabelle berechnet ist:

$\frac{L}{D}$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$	$n=7$	$n=8$
1,5	0,070	0,083	0,093	0,099	0,105	0,110	0,114	0,118
2,0	0,081	0,096	0,107	0,115	0,121	0,127	0,132	0,136
2,5	0,091	0,108	0,120	0,128	0,136	0,142	0,148	0,153

Diese Werthe gelten für die schmiedeiserne Stange; ist ihr Material Gussstahl, so mache man die Stangendicke 0,9 mal so gross, als (217) ergibt.

Beispiel. Ein Dampfcylinder von 400^{mm} Weite und 1000^{mm} Schublänge habe 4 Atmosphären nützlichen Druck auf den Kolben; dann ist nach Spalte 5 Zeile 3 (wegen $\frac{L}{D} = \frac{1000}{400} = 2,5$) zu nehmen: $\frac{\delta}{D} = 0,128$, oder $\delta = 0,128 \cdot 400 = 51\text{mm}$. Aus Gussstahl gemacht, erhalte die Stange eine Dicke $\delta = 0,9 \cdot 51 = 46\text{mm}$.

§. 203.

Berechnung der Kolbenstange aus der Pleuelzapfendicke.

Bei den Kurbeldampfmaschinen muss stets die Dicke des Kurbel- oder Pleuelzapfens ermittelt werden; es ist dann bequem aus dessen Durchmesser d die Dicke der Kolbenstange abzuleiten.

a. Berechnung der Pleuelzapfendicke aus dem Kolbendurchmesser.

Man nehme unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen:

$$\frac{d}{D} = 0,1 \sqrt[n]{\dots} \dots \dots (218)$$

Hieraus ergibt sich für:

$n =$	1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{d}{D} =$	0,10	0,14	0,17	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28

wobei der Pleuelzapfen als aus Schmiedeisen gefertigt vorausgesetzt ist.

Beispiel. In einer Condensations-Dampfmaschine von 400^{mm} Cylinderweite habe der Dampf 3¼ Atmosphären Ueberdruck oder 4¼ Atm. wirklichen Druck; im Condensator herrsche ein Gegendruck von ¼ Atm.; es ist dann $n = 4\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 4$, und also zu nehmen: $\frac{d}{D} = 0,20$, mithin: $d = 0,2 \cdot 400 = 80\text{mm}$.

b. Berechnung der Kolbenstange auf Zugfestigkeit.

Für die schmiedeiserne Kolbenstange nehme man nun:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\vartheta}{d} = 0,41 \\ \text{für die gussstählerne:} \\ \frac{\vartheta}{d} = 0,20 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (219)$$

Beispiel. Für obige Dampfmaschine liefert (219) für die schmiedeiserne Kolbenstange die Dicke $\vartheta = 0,41 \cdot d = 0,41 \cdot 80 = 32\text{mm}$.

c. Berechnung der Kolbenstange auf Strebfestigkeit.

Hat die Kurbel eine Armlänge R , so mache man bei der schmiedeisernen Kolbenstange:

$$\frac{\vartheta}{d} = 0,25 \sqrt{\frac{R}{d}} \dots \dots \dots (220)$$

oder genügend angenähert:

$$\vartheta = \frac{d}{2} + \frac{R}{32} \dots \dots \dots (221)$$

Ist das Material der Stange dagegen Gussstahl, so nehme man:

$$\frac{\vartheta}{d} = 0,22 \sqrt{\frac{R}{d}} \dots \dots \dots (222)$$

oder mit genügender Annäherung:

$$\vartheta = 0,44 d + \frac{R}{40} \dots \dots \dots (223)$$

Beispiel. Bei unserer obigen Dampfmaschine wird in der Regel die Kolbenstange abwechselnd auf Zug- und Strebfestigkeit beansprucht werden, wobei denn die letztere zu berücksichtigen ist. Wir erhalten dafür wegen $R = \frac{1000}{2} = 500\text{mm}$, wenn die Stange aus Schmiedeseisen:

$$\frac{\delta}{d} = 0,25 \sqrt{\frac{500}{80}} = 0,25 \cdot \sqrt{6,25} = 0,25 \cdot 2,5 = 0,625, \text{ oder } \delta = 0,625$$

$\cdot 80 = 50\text{mm}$. Die Annäherungsformel (221) ergibt: $\delta = \frac{80}{2} + \frac{400}{32}$

$= 40 + 13 = 53\text{mm}$. — Für Gussstahl wird: $\frac{\delta}{d} = 0,22 \cdot 2,5 = 0,55$,

oder $\delta = 0,55 \cdot 80 = 44\text{mm}$; und nach dem Annäherungsausdruck: $\delta = 0,44$

$\cdot 80 + \frac{500}{40} = 35 + 13 = 48\text{mm}$.

Die Abmessungen des Kolbenkeiles bestimmen sich aus der Kurbelzapfendicke d wie bei den Querhäuptern, indem man seine Dicke $= 0,15 (d + 5)$, seine Höhe in der Mitte $= 0,5 (d + 5)$ nimmt. Für das obige Beispiel erhielte man also eine Keildicke: $0,15 \cdot (40 + 5) = 6,8$ oder 9mm , und eine mittlere Keilhöhe: $0,5 \cdot 45 = 23\text{mm}$.

XXIII. Seile und Ketten.

§. 204.

Verschiedene Arten von Seilen und Ketten.

Im Allgemeinen werden die Seile und Ketten zur Ausübung von Zugkräften benutzt; man unterscheidet bei ihnen zwei Hauptarten, nämlich:

1. die stehenden Seile und Ketten,
2. die laufenden Seile und Ketten.

Erstere dienen zum blossen Tragen von Lasten, zum Verspannen von Bauwerken und kommen z. B. bei den Hängebrücken, beim Takelwerk der Schiffe, beim Verspannen von eisernen Kaminen u. s. w. vor. Die laufenden Seile finden ihre Anwendung bei den Flaschenzügen, den Haspeln, Seilwinden, Krahen, überhaupt den Aufzugmaschinen, ausserdem auch bei den Schmur- und Kettentriebwerken.

Die Materialien der Seile sind Pflanzenfaser, namentlich Hanf, und Metall, insbesondere Eisendraht; die Ketten werden kaum anders als aus Eisen gefertigt. Es sollen nun die Hanfseile, Drahtseile und Ketten getrennt besprochen werden.

A. Hanfseile.

§. 205.

Runde Seile.

Am meisten gebräuchlich sind die runden dreilitzigen Seile. Sie werden fest oder lose geschlagen, je nachdem sie mehr als stehende oder als laufende Seile dienen sollen, und sind entsprechend stärker oder schwächer zu belasten. Bezeichnet

P die Belastung des Seiles,

d den Durchmesser des um die drei Litzen beschriebenen Kreises,

u den Seilumfang (d. i. die Länge eines das Seil umspannenden Fadens),

δ die Dicke jeder der drei Litzen,

so ist zunächst:

$$\left. \begin{aligned} d &= 2,15 \delta \\ u &= 6,14 \delta = 2,85 d \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (224)$$

und kann genommen werden:

für lose geschlagene Seile:

$$\left. \begin{aligned} d &= 1,2 \sqrt{P} \\ u &= 3,42 \sqrt{P} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (225)$$

$$P = 0,7 d^2 = 0,085 u^2 \dots \dots \dots (226)$$

für fest geschlagene Seile:

$$\left. \begin{aligned} d &= \sqrt{P} \\ u &= 2,85 \sqrt{P} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (227)$$

$$P = d^2 = 0,125 u^2 \dots \dots \dots (228)$$

Eine Reihe von Werthen nach diesen Formeln giebt die unten folgende Tabelle.

Der Halbmesser R der Rollen und Trommeln, um welche die Seile geschlungen werden, wenn sie laufende Seile sind, soll bei den losen Seilen nicht weniger als 3 bis 4 d , bei den festen nicht weniger als 6 bis 8 d , gemessen bis zur Seilmitte, betragen. Bei ganz starkem Gebrauch wie bei den Fördermaschinen der Gruben geht man mit R nicht unter 25 d .

Flache Hanfseile werden aus 4 bis 6 runden Seilen zusam-

mengenäht, deren jedes auf beziehlich $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ der Last zu berechnen ist, wobei jedoch eine sorgfältige Anfertigung vorausgesetzt ist.

§. 206.

Gewicht der Hanfseile und Einfluss desselben.

Das Gewicht G_0 auf den laufenden Meter ist im Durchschnitt:
bei den lose geschlagenen Seilen:

$$G_0 = 0,00071 d^2. \dots \dots \dots (229)$$

bei den festen Seilen:

$$G_0 = 0,00106 d^2. \dots \dots \dots (230)$$

oder auch bei losen und festen (und ausserdem runden oder flachen, drei- oder vierlitzigen) Seilen:

$$G_0 = \frac{P}{1000} \dots \dots \dots (231)$$

woraus

$$P = 1000 G_0 \dots \dots \dots (232)$$

Die beiden letzten Formeln zeigen, dass man die Tragkraft eines Seiles von übrigens bekannter Material- und Anfertigungsgüte aus seinem Gewicht bestimmen kann. Nach (231) trägt nämlich ein Seil bei Vernachlässigung der Wirkung seines Eigengewichtes 1000mal so viel als es pro laufenden Meter wiegt.

Will man das Eigengewicht des senkrecht herabhängenden Seiles berücksichtigen, was in der Regel unnötig ist, so hat man in den Formeln (225 bis 232) für P den Werth $\frac{P}{1 - \frac{L}{1000}}$ zu

setzen, wobei L die Seillänge in Meter angiebt. Für $L = 1000^m$ wird dann d unendlich gross, d. h. das Seil wird dann schon durch sein Eigengewicht auf seine ganze Tragkraft beansprucht. Die Länge von 1000^m kann die Traglänge des Seiles genannt werden.

Hat das Seil eine grössere Länge als die Traglänge, so beansprucht sein eigenes Gewicht es über die statthafte Grenze hinaus. Bei einer Länge von 5000 bis 6000^m wird das Seil durch sein eigenes Gewicht zerrissen, weshalb man diese Länge die ZerreiSSLänge nennen kann.

Bei einem ganz in Wasser getauchten Seil (Ankertau, Senkbleischnur) steigen Trag- und ZerreiSSLänge auf und über das Doppelte der obigen Zahlen.

§. 207.

Tabelle über die dreilitzigen Hanfseile.

Seil		Lose Seile			Feste Seile			
d	u	P	R	G ₀	P	R		G ₀
						Haspel.	Förderung	
10	28,5	70	30	0,071	100	60	250	0,106
12	34	101	36	0,102	144	72	300	0,153
15	43	158	45	0,160	225	90	375	0,239
20	57	280	60	0,284	400	120	500	0,424
25	71	438	75	0,444	625	150	625	0,663
30	85	630	90	0,64	900	180	750	0,95
35	100	858	105	0,87	1225	210	875	1,30
40	114	1120	120	1,14	1600	240	1000	1,70
45	128	1418	135	1,44	2025	270	1125	2,15
50	145	1750	150	1,78	2500	300	1250	2,65
55	160	2118	165	2,15	3025	330	1375	3,21
60	171	2520	180	2,56	3600	360	1500	3,82
65	185	2958	195	3,00	4225	390	1625	4,48
70	200	3430	210	3,48	4900	420	1750	5,19
75	214	3938	225	4,00	5625	450	1875	5,96
80	228	4480	240	4,54	6400	480	2000	6,78
90	257	5670	270	5,75	8100	540	2250	8,59
100	285	7000	300	7,10	10000	600	2500	10,60

Beispiele. Ein Flaschenzugseil für 450^k Zuglast ist als lose-geschlagenes Seil auszuführen und erhält nach Spalte 3, Zeile 5 eine Dicke $d = 25^{\text{mm}}$, ferner einen Rollenhalbmesser von wenigstens 75^{mm}, und bei 150^m Länge ein Gewicht von $150 \cdot 0,444 = 66,6^{\text{k}}$. — Ein festgeschlagenes Seil von 50^{mm} Durchmesser kann nach Spalte 6, Zeile 10 mit 2500^k belastet werden und wiegt pro laufenden Meter 2,65^k. Besässe dasselbe Seil 400^m herabhängende Länge, so wäre die anzuhängende Last zu vermindern auf $\left(1 - \frac{400}{1000}\right) 2500 = 0,6 \cdot 2500 = 1500^{\text{k}}$.

Reuleaux, der Constructeur.

B. Drahtseile.

§. 208.

Runde Eisendrahtseile.

Die Eisendrahtseile werden am häufigsten 36drähtig gemacht, und dabei aus 6 Litzen von je 6 Drähten zusammengesetzt. Nennt man:

- δ die Drahtdicke,
 d den Seildurchmesser,
 i die Drahtzahl,
 P die dem Seile anzuhängende Last,
 R den Halbmesser der Seiltrommel,

so nehme man:

$$\delta = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{P}{i}} \dots \dots \dots (233)$$

$$\frac{P}{i} = 7,11 \delta^2 \dots \dots \dots (234)$$

woraus bei $i = 36$ wird:

$$\delta = \frac{1}{16} \sqrt{P} \dots \dots \dots (235)$$

$$P = 256 \delta^2 \dots \dots \dots (236)$$

und gleichzeitig $d = 8 \delta$ ist. Dabei nehme man gleichzeitig den Rollenhalbmesser nicht kleiner als folgende Formel angiebt:

$$\frac{R}{\delta} = 555 \dots \dots \dots (237)$$

was bei 36drähtigen Seilen $\frac{R}{d} =$ nahe 70 liefert*).

Beispiel. Ein Förderseil von 42 Drähten erhält bei 2100^k Last nach (233) eine Drahtdicke $\delta = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{2100}{42}} = \frac{3}{8} \sqrt{50} = 2,65^{\text{mm}}$. Das 36drähtige Seil erhalte nach (235) die Drahtdicke $\delta = \frac{\sqrt{2100}}{16} = 2,86^{\text{mm}}$. Im ersteren Falle wäre der Seiltrommel ein Halbmesser von wenigstens $555 \cdot 2,65 = 1470^{\text{mm}}$ zu geben; im zweiten Falle würde R nicht kleiner als $555 \cdot 2,86 = 1587^{\text{mm}}$ genommen werden dürfen.

*) In der Praxis der Grubenfördermaschinen findet man nur zu häufig R kleiner genommen.

§. 209.

Flache oder Banddrahtseile.

Für grosse Lasten eignen sich die flachen oder Bandseile darum sehr gut, weil sie verhältnissmässig kleinere Trommeln erhalten dürfen, als die runden. Am gebräuchlichsten sind die aus 6 Strähnen von je 24 Drähten gebildeten Bandseile, bei denen somit $i = 144$ ist, und welche entweder zusammengenäht oder durch flache Stifte zusammengehalten werden. Zur Berechnung dienen die obigen Formeln (233) bis (237).

Beispiel. Obige 2100^k Last würden bei einem 144drähtigen Bandseil nach (233) eine Drahtdicke $\delta = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{2100}{144}} = 1,43^{mm}$, und nach (237) einen Rollenhalmmesser $R = 555 \cdot 1,43 = 794^{mm}$ verlangen.

Die Treibseile wurden in Kap. XIII behandelt, weshalb sie hier übergangen werden.

§. 210.

Gewicht der Drahtseile und Einfluss desselben.

Ein Eisendrahtseil von i Drähten von der Dicke δ hat pro laufenden Meter ein Gewicht G_0 :

$$G_0 = 0,007 i \delta^2 \dots \dots \dots (238)$$

woraus für $i = 36$ hervorgeht:

$$G_0 = \frac{\delta^2}{4} \dots \dots \dots (239)$$

Beispiel. Demnach wiegt das obige 36drähtige Seil von 2,86^{mm} Drahtdicke pro laufenden Meter $\frac{2,86^2}{4} = 2,04^k$.

Aehnlich wie bei den Hanfseilen ist auch hier das laufende Gewicht der zulässigen Belastung proportional, und zwar ergibt sich auch hier:

$$\left. \begin{aligned} G_0 &= \frac{P}{1000} \\ P &= 1000 G_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (240)$$

Ein Drahtseil wiegt also bei gleicher Länge und Belastung (ungefähr) ebensoviel als ein Hanfseil, welches nach unseren obigen Formeln berechnet ist; auch kann man hier wie dort aus dem Gewicht des Seiles (gutes Material vorausgesetzt) auf seine Tragkraft direct schliessen.

Die Traglänge eines Drahtseiles ist nach (240) $= 1000^{mm}$; die Zerreißlänge liegt bei 5000 bis 6500^m. Will man das Eigengewicht eines herabhängenden Seiles bei Bestimmung von dessen Dicke berücksichtigen, so hat man wieder statt P den
$$\frac{1}{1 - \frac{L}{1000}}$$

fachen Werth einzuführen. — Bei einem in Wasser gesenkten Seile werden Trag- und Zerreißlänge etwa auf das $\frac{1}{9}$ fache erhöht.

Beispiel. Hätte der Schacht für das oben berechnete Grubenseil von 2100^k Tragkraft eine Tiefe von 400^m, so würde man statt 2100^k eine Last von $\frac{2100}{1 - 0,4} = \frac{2100}{0,6} = 3500^k$ einzuführen haben, wofür die Drahtdicke wesentlich gesteigert werden muss. — Ein eiserner Senkbleidraht oder ein Telegraphentau würde durch sein eigenes Gewicht zerrissen, wenn er $\frac{1}{9} \cdot 6500^m = \text{circa } 7200^m$ tief ins Meer gesenkt würde.

§. 211.

Tabelle über die Eisendrahtseile.

Draht-		Runde 36er Seile			Flache 6mal 24er Seile				R (Minim.) m m.
Dicke	Nr.	d	P	G ₀	d	b	P	G ₀	
δ ^{mm}	engl.	m m.	Kil.	Kil.	m m.	m m.	Kil.	Kil.	m m.
1	20	8,0	256	0,25	6,0	36,0	1024	1,00	555
1,2	19	9,6	369	0,36	7,2	43,2	1474	1,45	666
1,4	18	11,2	502	0,49	8,4	50,4	2007	1,98	777
1,6	17	12,8	655	0,64	9,6	63,6	2621	2,58	888
1,8	16	14,4	829	0,81	10,8	64,8	3317	3,27	999
2,00	15	16,0	1024	1,00	12,0	72,0	4095	4,03	1110
2,25	14	18,0	1296	1,26	13,5	81,0	5183	5,10	1249
2,50	13	20,0	1600	1,56	15,0	90,0	6399	6,30	1388
2,75	12	22,0	1936	1,99	16,5	99,0	7743	7,62	1526
3,00	11	24,0	2304	2,25	18,0	108,0	9215	9,07	1665

Beispiel. Eine Fördermaschine soll Lasten von 600^k in 950^k schweren Fördergerippen aus 150^m Tiefe heben; für das 144drähtige Bandseil, vermittelt dessen dies geschehen soll, haben wir als Zugkraft P einzuführen:

$$\frac{950 + 600}{1 - 0,150} = \frac{1550}{0,85} = 1820^k, \text{ was nach Spalte 8, Zeile 3 auf eine Draht-}$$

dicke von 1,4^{mm}, also eine Seilbreite von 50,4^{mm} und einen Trommelhalb-}
messer von wenigstens 777^{mm} führt. Dabei wiegt das Seil pro Meter 1,98^k.

C. K e t t e n.

§. 212.

Lastketten.

Die Ketten, deren sich der Maschinenbauer bedient, zerfallen in die Lastketten und Treibketten; erstere werden gewöhnlich aus ovalen Gliedern gebildet (Gliedketten), während letztere aus vollständigen Gelenken zusammengesetzt werden (Gelenkketten). Wir besprechen hier nur die Lastketten, und insbesondere die Gliedketten.

Man unterscheidet bei denselben:

1. die enge Gliedkette (englische Kette), Fig. 299;
2. die weite Gliedkette (deutsche Kette);
3. die Stegkette, Fig. 300.

Fig. 299.

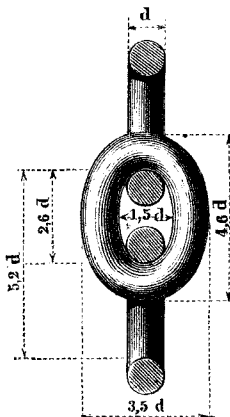
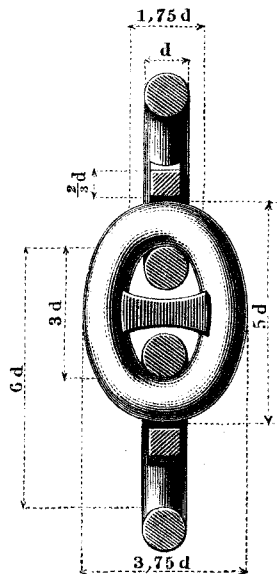


Fig. 300.



Die weite Gliedkette unterscheidet sich von der engen nur durch eine grössere Gliedlänge, welche nämlich $3,5 d$ statt $2,6 d$ genommen wird. Diese Vergrößerung gestattet aber, ein Kettenglied zu schweissen, wenn zwei andere in dasselbe eingehängt sind, was bei der ersten Art nicht angeht; ausserdem macht die Gliedverlängerung die Kette etwas leichter. Die Ketten unter 1. und 2. heissen auch offene Ketten, im Gegensatz zu den Stegketten, bei welchen der Quersteg die Oeffnung des Gliedes verschliesst. Letzterer verstärkt nicht allein die Kette, sondern er schützt sie auch davor, sich zu verwirren, weshalb die Stegkette als Ankerkette vortrefflich ist.

Bezeichnet d die Ketteneisendicke,
 P die Belastung der Kette,

so nehme man:

für die offenen Ketten:

$$\left. \begin{aligned} d &= 0,326 \sqrt{P} \\ P &= 9,42 d^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (241)$$

und für die Stegkette:

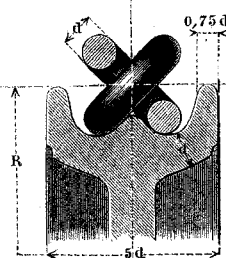
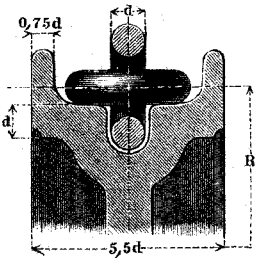
$$\left. \begin{aligned} d &= 0,27 \sqrt{P} \\ P &= 14,14 d^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (242)$$

Eine Reihe von Ergebnissen dieser Formeln giebt die unten folgende Tabelle.

Den Rollen und Trommeln, um welche die Ketten geschlungen werden, gebe man einen Halbmesser $R = 10 - 12 d$, gemessen bis zur Kettenmitte. Behufs guter Lagerung der Glieder wird der Rand eingedreht, entweder mit einfacher Rinne, Fig. 301, wobei immer je ein Glied in die Rollenebene, eines normal dazu kommt, oder nach der neuesten Weise mit einer Doppelrinne, Fig. 302, wobei die Glieder unter 45° gegen die Rollennachse ge-

Fig. 301.

Fig. 302.



neigt erscheinen. Diese neuere Riemenart soll die Kette weit sicherer leiten, als die ältere.

§. 213.

Eisenlänge und Gewicht der Ketten.

Die Länge S des Stabes, aus welchem eine Kette von der Länge L gebildet gedacht werden kann, verhält sich zu L , wie die Länge s des gestreckten Kettengliedes zu der wirklichen inneren Länge l desselben, oder:

$$\frac{S}{L} = \frac{s}{l} \dots \dots \dots (243)$$

Für den Abbrand beim Schmieden ist für jedes Glied ein Stück von der Länge $\frac{d}{2}$ hinzuzurechnen, so dass mit dem Abbrand die Länge S übergeht in S_1 , wofür gilt:

$$\frac{S_1}{L} = \frac{s + \frac{d}{2}}{l} \dots \dots \dots (244)$$

Für die obigen drei Kettenarten hat man Folgendes:

Art der Kette.	$\frac{s}{d}$	$\frac{s + \frac{d}{2}}{d}$	$\frac{l}{d}$	$\frac{s}{l} = \frac{S}{L}$	$\frac{s + \frac{d}{2}}{l} = \frac{S_1}{L}$
1) Enge offene Kette	9,6	10,1	2,6	3,68	3,89
2) Weite „ „	11,0	11,5	3,5	3,14	3,28
3) Stegkette	10,6	11,1	3,0	3,53	3,70

Man sieht hieraus, dass langgliedrige Ketten leichter sind als kurzgliedrige, weshalb für stehende (Spann-) Ketten sehr lange Glieder zu empfehlen sind, und auch gebraucht werden.

Das laufende Gewicht G_0 ergibt sich $\frac{s}{l}$ mal so gross als das einer einfachen Eisenstange von der Dicke d . Man erhält für die enge offene Kette:

$$G_0 = 0,0226 d^2 \dots \dots \dots (245)$$

für die weite offene Kette:

$$G_0 = 0,0190 d^2 \dots \dots \dots (246)$$

für die Stegkette:

$$G_0 = 0,0235 d^2 \dots \dots \dots (247)$$

Bei der letzteren ist für den gusseisernen Quersteg bei jedem Glied noch ein Cylinder von der Dicke und Länge d , als an Gewicht dem Stege sehr nahe gleich, hinzugerechnet. Die auf nächster Seite folgende Tabelle enthält nach diesen Formeln ermittelte Werthe.

Auch hier besteht wie bei den Seilen ein festes Verhältniss zwischen dem laufenden Gewicht und der Tragkraft, und zwar erhält man folgende (abgerundete) Werthe:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Enge offene Kette: } G_0 = \frac{P}{400} \\ \text{Weite " " } G_0 = \frac{P}{500} \\ \text{Stegkette } G_0 = \frac{P}{600} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (248)$$

Hieran anschliessend und mit Zuziehung der Bruchfestigkeit der drei verschiedenen Kettenarten ergibt sich endlich noch:

Für die

enge offene Kette die Traglänge 400^m, die Zerreisslänge 1700^m,
 weite " " " " 500^m, " " 2000^m,
 Stegkette die Traglänge . . . 600^m, " " 2100^m.

Ankerketten z. B. werden also in den grössten Tiefen des atlantischen Oceans (2000 bis 4000^m) leicht durch ihr eigenes Gewicht beschädigt, oder gar zerrissen, da ihre Zerreisslänge im Wasser nur etwa $\frac{1}{8}$ mal so gross ist, als die obigen Zahlen angeben.

Die neuerdings aufgekommene Weissenborn'sche Kette*), welche man passend Schleifenkette nennen kann, ist wie die Stegkette unverwirrbar, und hat eine noch höhere Traglänge als diese, nämlich 700^m bei Anwendung von 8,25^k Zugspannung in den Querschnitten, dürfte also sehr brauchbar sein. Die Vaucanson'sche oder Hakenkette ist sehr schwach; ihre Traglänge geht nicht über 200^m.

Neuerdings kommt die Galle'sche oder Gelenkkette als Lastkette zu nützlicher Verwendung (bei dem Krahn des Ing. Neustadt). Ihre Traglänge ist klein, indem sie nämlich bei gut

*) S. Armengaud, Publ. ind. Bd. XII.

gewählten Verhältnissen und $8,25^k$ Zugspannung in den Querschnitten nur etwa 300^m wird; sie ist aber dennoch sehr praktisch für einzelne Fälle. Im Allgemeinen hat eine Kette, wie aus (243) hervorgeht, eine um so günstigere Beziehung zwischen Tragkraft und Eigengewicht, je länger die Glieder im Verhältniss zur Eisendicke sind, sodass stehende Ketten sehr zweckmässig aus Stangen mit angeschmiedeten Oehren, oder überhaupt sehr langgliedrig gemacht werden.

§. 214.

Tabelle über die Gliedketten.

Offene Ketten				Stegketten		
d	P	G_0 enge	G_0 weit	d	P	G_0
5	235	0,57	0,48	13	2397	3,97
6	339	0,81	0,66	14	2771	4,61
7	462	1,11	0,93	15	3182	5,29
8	603	1,45	1,21	16	3620	6,02
9	763	1,83	1,54	17	4086	6,79
10	942	2,26	1,90	18	4581	7,61
11	1140	2,73	2,30	19	5105	8,48
12	1356	3,25	2,74	20	5656	9,40
13	1592	3,82	3,21	22	6236	11,37
14	1846	4,43	3,72	24	8145	13,54
15	2120	5,09	4,28	26	9559	15,89
16	2412	5,79	4,86	28	11086	18,42
17	2722	6,53	5,49	30	12726	21,15
18	3052	7,32	6,16	32	14379	24,06
19	3401	8,16	6,86	34	16346	27,16
20	3768	9,04	7,60	36	18325	30,46
21	4154	9,97	8,38	38	20418	33,93
22	4559	10,94	9,20	40	22624	37,60
23	4983	11,96	10,05	42	24943	39,50

Beispiel. Eine Kette für 2700^k Tragkraft enthält als offene Kette eine Eisendicke von 17^m (Spalte 2 Zeile 13), als Stegkette eine solche von

14^{mm} (Spalte 6 Zeile 2); sie wiegt sodann pro laufenden Meter als enge offene Kette 6,56^k, als weite offene Kette 5,55^k, als Stegkette 4,66^k.

XXIV. Seil- und Kettenverbindungen.

§. 215.

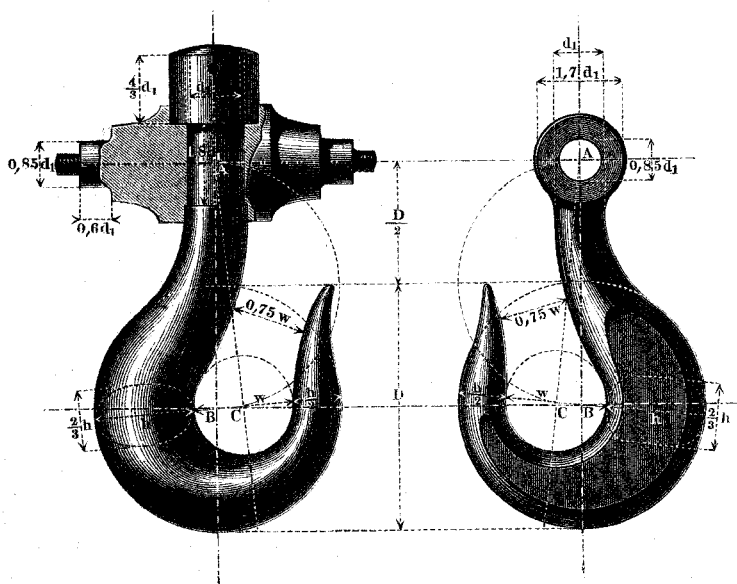
Die einfachen Haken.

Zur Verbindung der Seile und Ketten mit den zu hebenden Lasten dienen die schmiedeeisernen Haken, Schleifen, Oehre und Ringe. Die ersteren verdienen namentlich einer besonderen Beachtung, weil sie, um haltbar zu sein, grössere Abmessungen erhalten müssen, als man auf den ersten Blick zu glauben geneigt ist. Dabei ist ihre Formgebung auch wieder grossentheils Sache des praktischen Gefühls, so dass Muster immer nützlich sind.

In den beiden folgenden Figuren sind zwei einfache Haken dargestellt. In Figur 303 ist der Haken und somit die Last an

Fig. 303.

Fig. 304.



eine Schraube gehängt; der Kerndurchmesser d_1 derselben kann daher nach Formel (28) genommen werden:

$$d_1 = 0,67 \sqrt{P} \dots \dots \dots (249)$$

wenn P die an den Haken gehängte Last bezeichnet. Auf die Einheit d_1 , wie sie sich aus (249) ergibt, sind die übrigen Abmessungen bezogen. Ist noch w die Weite des Hakens, h die Höhe des Hakenrumpfes, so nehme man die Breite des Hakenrumpfes = $\frac{2}{3} h$, und dann:

$$\frac{h}{d_1} = 1,37 \sqrt{\frac{w}{h} + 1} \dots \dots \dots (250)$$

Die dem Hakenrücken gegenüberliegende Stelle erhält eine Eisendicke = $\frac{h}{2}$, worauf der den Hauptkörper des Hakens einschließende Kreis den Durchmesser $D = w + 1,5 h$ erhält.

Man erhält für:

$\frac{w}{h} = 0,6$	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\frac{h}{d_1} = 1,73$	1,79	1,84	1,89	1,94	1,99	2,03	2,08	2,12	2,17
$\frac{w}{d_1} = 1,04$	1,25	1,47	1,70	1,94	2,19	2,44	2,70	2,97	3,25
$\frac{D}{d_1} = 3,51$	3,93	4,23	4,53	4,85	5,17	5,48	5,82	6,15	7,50

Am gebräuchlichsten ist das Verhältniss $\frac{w}{h} = 1$. Behufs Erzielung einer hübschen Form beschreibe man mit $\frac{D}{2}$ aus dem Punkte B , der um D von A absteht, einen Kreis, und über AB einen Halbkreis, und lege auf letzteren den Mittelpunkt C der Hakenhöhlung. Das Ohr an dem Haken Fig. 304 ist die Hülse eines Gabelzapfens nach §. 148 und hat zur Länge seinen 1,5fachen inneren Durchmesser.

§. 216.

Doppelhaken, Oehre, Ringe.

Der Doppelhaken, Fig. 305 (a. f. S.), ist als aus zwei einfachen Haken bestehend zu betrachten; indem dieselben Rücken

gegen Rücken liegen, fällt die grosse Rumpfdicke des einfachen Hakens weg. Man beziehe die Abmessungen w , h und D auf eine Einheit $= 0,7 d_1$, und verfähre im Uebrigen nach den Angaben der Figur.

Die Schleife oder Oese, Fig. 306, lässt sich als die Verbindung zweier Vordertheile von einfachen Haken betrach-

Fig. 305.

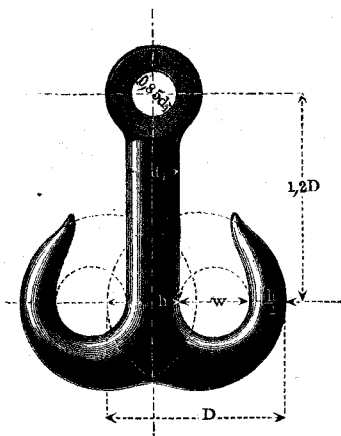
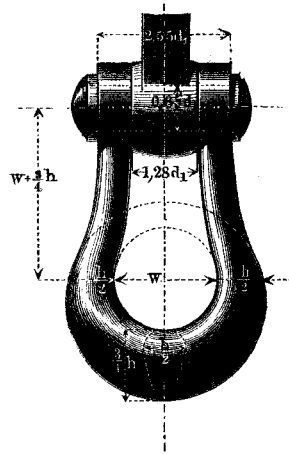


Fig. 306.



ten, wonach sich die Abmessungen w und h auf die Einheit d_1 beziehen.

Beispiel. Die Belastung eines Hakens betrage 2000^k , so ist ihm nach Formel (249) die Schraubenkerndicke $d_1 = 0,67 \cdot 4,47 = 30^{mm}$ zu geben. Wählen wir ausserdem $\frac{w}{h} = 1$, so wird beim einfachen Haken nach dem vorigen Paragraphen $h = w = 1,94 \cdot 30 = 58^{mm}$, $D = 4,85 \cdot 30 = 146^{mm}$, $\frac{h}{2} = 29^{mm}$. Beim Doppelhaken wird die Einheit $= 0,7 \cdot 30 = 21^{mm}$, und sodann, wenn man wieder $h = w$ annimmt, $h = w = 1,94 \cdot 21 = 41^{mm}$, $D = 4,85 \cdot 21 = 102^{mm}$, $\frac{h}{2} = 20^{mm}$, $1,2 D = 122^{mm}$. Für die Schleife oder Oese ist die Einheit wieder 30^{mm} , und wird, bei $h = w$ bleibend, die Weite $w = 58$, die Schenkelstärke $\frac{h}{2} = 29$, die Rumpfhöhe $\frac{3}{4} h = 44^{mm}$; endlich wird die Dicke des Zapfens im Gelenk: $0,85 d_1 = 0,85 \cdot 30 = 26^{mm}$.

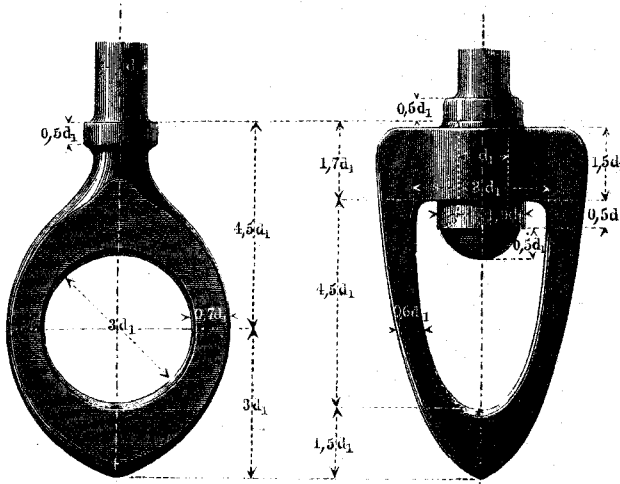
Fig. 307 und 308 stellen einen runden und einen halbelliptischen Ring dar, bei welchem die Verhältnisszahlen ohne Weiteres

Tragringe.

fest angegeben und auf d_1 bezogen sind; grössere Schwankungen

Fig. 307.

Fig. 308.



in den Weiten und Abständen sind hier nicht vorzusehen, oder können nach dem Gefühl berücksichtigt werden.

DRITTER ABSCHNITT.

MATHEMATISCHE TAFELN.

§. 217.

Curven-, Flächen- und Körpertafeln.

Die folgenden Tafeln enthalten in übersichtlicher Zusammenstellung die für uns wichtigsten geometrischen und mechanischen Eigenschaften einer Reihe von gebräuchlichen Curven, der von ihnen umschlossenen Flächen und einfachen Körper. Die den Figuren beige-schriebenen Bezeichnungen erklären die Buchstaben der Formeln. Zu bemerken möchte indessen Folgendes sein.

Bei der Streckung (Rectification) der Curven ist die Länge des Curvenstückes vom Anfang bis zum Punkte xy , beziehlich φ , S die ganze Länge der Curve.

Bei den Trägheitsmomenten wurde die Massendichtigkeit $= 1$ gesetzt, um nutzlose Häufung der Buchstaben zu vermeiden. Um eine grössere Uebersichtlichkeit der Sätze aus der so wichtigen Trägheitsmomentenlehre zu ermöglichen, wurden einige vereinfachende Anschauungen durchgeföhrt. Die aufgeföhrteten Trägheitsmomente der Flächen zerfallen in äquatoriale und polare, jenachdem die Momenten-Achse gelegen ist. Diese heisst nämlich eine äquatoriale Achse, wenn sie in der Ebene der Fläche gelegen ist, und eine polare, wenn sie zu derselben senkrecht steht. Jede äquatoriale Achse, welche durch den Schwerpunkt der Fläche geht, heisst insbesondere eine Äquatorachse, während die durch den Schwerpunkt gehende polare Achse insbesondere Polachse heisst. Eine Fläche hat nur eine

Polachse, dagegen unendlich viele Aequatorachsen. Entsprechend ihren Achsen sind nun die Trägheitsmomente in äquatoriale und polare getheilt.

Man findet das Trägheitsmoment J_p einer Fläche zu irgend einer polaren Achse durch Addition der beiden äquatorialen Trägheitsmomente J_{q_1} und J_{q_2} , deren Achsen sich in der polaren Achse rechtwinklig schneiden:

$$J_p = J_{q_1} + J_{q_2} \dots \dots \dots (251)$$

Ferner findet sich das Trägheitsmoment J' einer Fläche zu irgend einer Achse, welche vom Schwerpunkt S der Fläche um a absteht, aus dem Trägheitsmoment J zu der parallelen durch S gehenden Achse mittelst des Ausdruckes:

$$J' = J + a^2 F \dots \dots \dots (252)$$

wenn F noch den Inhalt der Fläche bezeichnet. Dieser Satz gilt auch für Körper, wenn man statt F die Masse des Körpers einführt.

Bei den Körpern wurde eine der vorstehenden entsprechende Eintheilung eingehalten. In jedem der behandelten Körpergebilde ist eine der Hauptachsen, welche durch die Schwerpunkte aller zu ihr normalen Querschnitte geht, als Polachse, und der darauf rechtwinklige Schnitt durch den Schwerpunkt als Aequatorschnitt aufgefasst, wonach sich die äquatorialen und polaren Trägheitsmomente wieder je nach der Lage ihrer Achsen zum Aequatorschnitt unterscheiden. In allen hier angegebenen Beispielen für die Körper sind die Achsen stets wirkliche Aequator- und Polachsen.


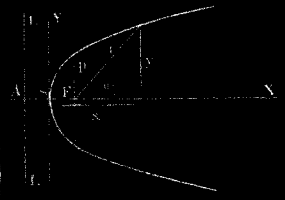
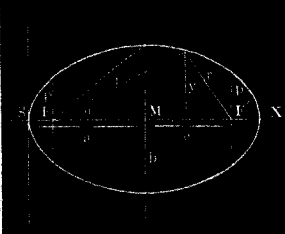
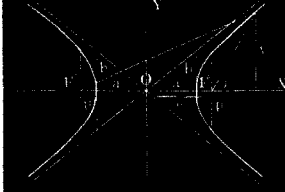

Für ein gerades Prisma mit beliebiger Grundfläche, deren polares Trägheitsmoment i_p und dessen halbe Höhe $= l$ ist, ist das polare Trägheitsmoment:

$$J_p = 2 l i_p \dots \dots \dots (253)$$

und das Trägheitsmoment zu einer Aequatorachse:

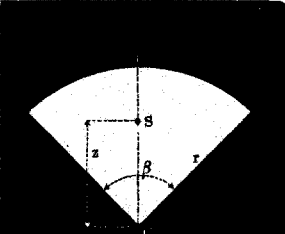
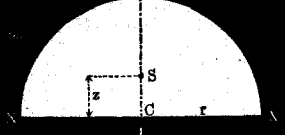
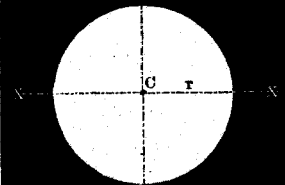
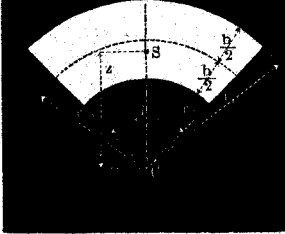
$$J_q = \frac{2}{3} f l^3 + 2 l i_q \dots \dots \dots (254)$$

wenn noch f den Flächeninhalt des Querschnittes, und i_q dessen äquatoriales Trägheitsmoment zu derselben Achse bezeichnet, für welche J_q gilt.

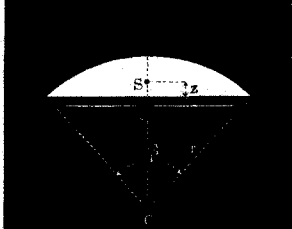
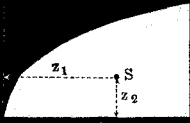
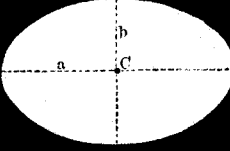
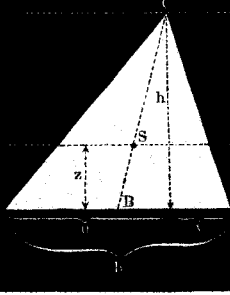
Nro.	Curve.	Parallelgleichung.	Verschiedene Eigenschaften.
I. Kreis.		<p>Allgemein (aus O): $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2rx - x^2$. Mittelpunktsgleichung (aus M): $x^2 + y^2 = r^2$.</p>	<p>Annähernd, wenn $\frac{x}{y}$ klein: $\frac{r}{y} = \frac{y}{2x}$.</p>
II. Parabel.		<p>Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2px$.</p>	<p>Halbparameter $= p$ $AS = SF = \frac{p}{2}$. LL Leitlinie. F Brennpunkt.</p>
III. Ellipse.		<p>Mittelpunktsgleichung (aus M): $y^2 a^2 + x^2 b^2 = a^2 b^2$. Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2 (2ax - x^2)$ $y^2 = 2px - \frac{p}{a} x^2$.</p>	<p>Excentricität: lineare $= e$ $= \sqrt{a^2 - b^2}$ numerische $\epsilon = \frac{e}{a}$ Halbparameter: $p = a(1 - \epsilon^2) = \frac{b^2}{a}$.</p>
IV. Hyperbel.		<p>Mittelpunktsgleichung (aus O): $y^2 a^2 - x^2 b^2 = a^2 b^2$.</p>	<p>Excentricität: lineare $= OF = e$ $= \sqrt{a^2 + b^2}$ numerische $\epsilon = \frac{e}{a}$ Achse $b = a\sqrt{\epsilon^2 - 1}$ Halbparameter: $p = a(\epsilon^2 - 1) = \frac{b^2}{a}$.</p>
V. Kettenlinie.		<p>Aus O: $y = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} + e^{-\frac{x}{c}} \right)$</p>	<p>$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{c} = \sqrt{\frac{h^2 + 2hc}{c^2}}$. LL Leitlinie.</p>

Polargleichung.	Krümmungshalbmesser.	Streckung (Rectification).
<p>Allgemein (aus O): $e^2 + f^2 - 2ef \cos \varphi = r^2$. Aus dem Scheitel S: $e = 2r \cos \varphi$.</p>	<p>$e = r$.</p>	<p>$s = r\varphi$ $S = 2r\pi$.</p>
<p>Aus F: $r = \frac{p}{2} + x$ $r = \frac{p}{2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$.</p>	<p>$e = \sqrt{\frac{(p+2x)^3}{p}}$.</p>	<p>$s = \frac{p}{2} \left[\sqrt{\frac{2x}{p} \left(1 + \frac{2x}{p}\right)} + \log. \text{ nat.} \left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1 + \frac{2x}{p}} \right) \right]$ Annähernd bei kleinem $\frac{x}{p}$: $s = y \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{x}{y}\right)^4 \right]$.</p>
<p>Aus F: $r = p + \varepsilon x = \frac{a^2 - c^2}{a - e \cos \varphi}$ $= \frac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$. Fahrstrahlen: $r = a + \varepsilon x, r' = a - \varepsilon x$.</p>	<p>$e = \frac{(r r_1)^{3/2}}{a b}$. Für S ist: $e = \frac{b^2}{a}$, für A: $e = \frac{a^2}{b}$.</p>	<p>$S = (a+b) \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} + \frac{n^6}{256} + \dots \right)$, wobei $n = \frac{a-b}{a+b}$.</p>
<p>Aus F: $r = p + \varepsilon x = \frac{e^2 - a^2}{a - e \cos \varphi}$ $= \frac{p}{1 - \varepsilon \cos \varphi}$. Fahrstrahlen: $r = \varepsilon x - a, r' = \varepsilon x + a$.</p>	<p>$e = \frac{(a^4 y^2 + b^4 x^2)^{3/2}}{a^4 b^4}$.</p>	<p>Sehr verwickelt.</p>
<p>—</p>	<p>$e = \frac{y^2}{c}$.</p>	<p>$s = \frac{c}{2} \left(e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}} \right)$ $= \sqrt{y^2 - c^2}, l = \sqrt{h^2 + 2hc}$.</p>

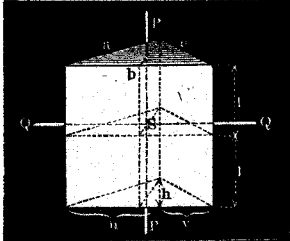
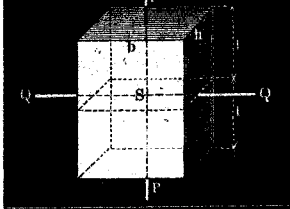
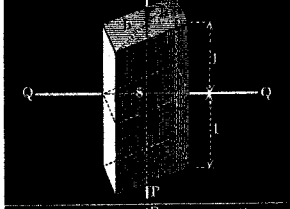
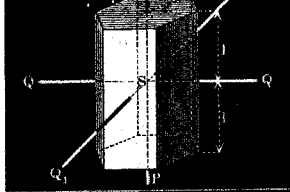
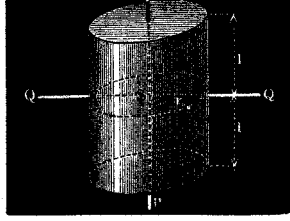
Streckung (Rectification).	Krümmungshalbmesser.	Bemerkungen.
$s = 4r \left(1 - \cos \frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r.$	$\rho = 4r \sin \frac{\omega}{2}.$	<p>r' ist der Halbmesser zum beschreibenden Punkt. Wenn $r' = r$ ist, wie hier bei den Streckungs- und Krümmungsformeln angenommen ist, gelten die Gleichungen für die gemeine Cycloide, Epicycloide, Hypocycloide, Pericycloide. Aehnlich ist bei den Kreisevolventengleichungen R' die Entfernung des beschreibenden Punktes vom Mittelpunkt O des ruhenden Kreises bei $\vartheta = 0$; ist $R' = R$, so ist die Curve die gemeine Kreisevolvente.</p>
$s = 4r \frac{R+r}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r \frac{R+r}{R}.$	$\rho = 4r \frac{R+r}{R+2r} \sin \frac{\omega}{2}.$	
$s = 4r \frac{R-r}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r \frac{R-r}{R}.$	$\rho = 4r \frac{R-r}{R-2r} \sin \frac{\omega}{2}.$	
$s = 4r \frac{r-R}{R} \left(1 - \cos \frac{\omega}{2}\right)$ $S = 8r \frac{r-R}{R}.$	$\rho = 4r \frac{r-R}{2r-R} \sin \frac{\omega}{2}.$	
$s = \frac{R\vartheta}{2}.$	$\rho = R\vartheta.$	
$s = \frac{\omega}{4\pi} \sqrt{1+\omega^2}$ $+ \frac{1}{2} \log. \text{nat.} (\omega + \sqrt{1+\omega^2}).$	$\rho = \frac{(r^2 + a^2)^{3/2}}{2(r^2 + 2a^2)}.$	<p>Bei der logarithmischen Spirale schliesst die Tangente an einen beliebigen Punkt P mit OP den constanten Winkel α ein, für welchen gilt: $\text{cotg. } \alpha = \log. \text{nat. } a.$</p>
$s = r \frac{\sqrt{1 + (\log. \text{nat. } a)^2}}{\log. \text{nat. } a}$	$\rho = r \sqrt{1 + (\log. \text{nat. } a)^2}$ $= \frac{r}{\sin \alpha},$ <p>wobei $\text{cotg. } \alpha = \log. \text{nat. } a.$</p>	

Nro.	Form.	Flächeninhalt.
XIII. Kreisabschnitt.		$F = r^2 \frac{\beta}{2}.$
XIV. Halbkreis.		$F = \frac{r^2 \pi}{2}.$
XV. Kreis.		$F = r^2 \pi.$
XVI. Kreisringstück.		$F = (r_1^2 - r_2^2) \frac{\beta}{2}$ $= b r \beta.$

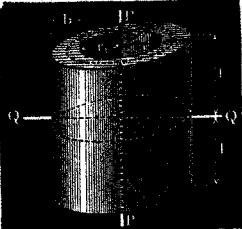
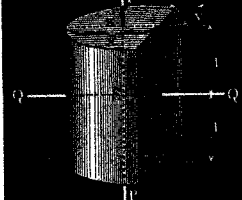

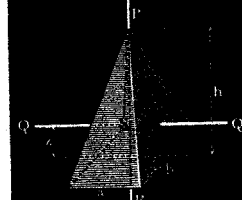
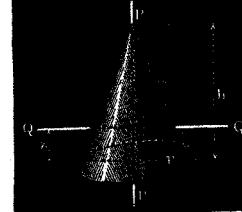
Schwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$z = \frac{4}{3} r \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta}.$	<p>Zur polaren Achse im Mittelpunkte C:</p> $J_c = \frac{\mu}{\beta} r^2 = \frac{r^4 \beta}{4}.$ <p>Zur Polachse im Schwerpunkte S:</p> $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{1 - \cos \beta}{\beta^2}\right) = \frac{r^4}{4} \left(\beta - \frac{1 - \cos \beta}{\beta}\right).$
$z = \frac{4}{3\pi} r.$	<p>Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4.$</p> <p>Zur Polachse S: $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{2}{\pi^2}\right) = 0,398 \mu r^2$ $= \frac{r^4}{4} \left(\pi - \frac{2}{\pi}\right) = 0,626 r^4.$</p> <p>Zu den äquatorialen Achsen XX und YY:</p> $J_x = J_y = \frac{\mu r^2}{4} = \frac{\pi}{8} r^4.$
$z = 0.$	<p>Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{2} r^4.$</p> <p>Zur Äquatorachse XX: $J_x = \frac{\mu}{4} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4.$</p>
$z = \frac{4 \sin \beta}{3 \beta} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$ $= \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta} r \left(2 + \frac{1}{6} \frac{b^2}{r^2}\right).$	<p>Zur polaren Achse C:</p> $J_c = \frac{\mu}{2} (r_1^2 + r_2^2) = \mu \left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right)$ $= \frac{\beta}{4} (r_1^4 - r_2^4) = \frac{\beta}{4} (4 b r^3 + r b^3).$

Nro.	Form.	Flächeninhalt.
XVII. Kreisabschnitt.		$F = \frac{r^2}{2} (\beta - \sin \beta).$
XVIII. Parabel.		$F = \frac{2}{3} x y.$
XIX. Ellipse.		$F = a b \pi.$
XX. Dreieck.		$F = \frac{bh}{2}.$

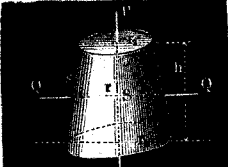
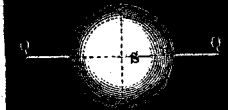
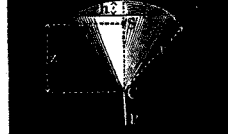
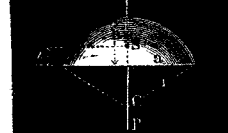
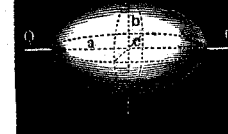
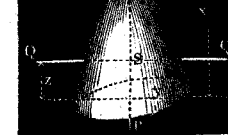
Schwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$z = \frac{s^3}{12 F}$ $= \frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \frac{\beta}{2}}{\beta - \sin \beta}$	<p style="text-align: center;">Zur polaren Achse C:</p> $J_c = \frac{r^4 \beta}{4} - \frac{1}{4} \left[s r^3 \cos^3 \beta + \frac{r s^3 \cos \beta}{12} \right]$ $= \frac{r^4}{4} \left[\beta - 2 \sin \beta \cos^3 \beta - \frac{2}{3} \cos \beta \sin^3 \beta \right].$
$z_1 = \frac{3}{5} x$ $z_2 = \frac{3}{8} y.$	<p style="text-align: center;">Zu den äquatorialen Achsen XX und YY:</p> $J_x = \mu \frac{y^2}{5} = \frac{8}{15} x y^3$ $J_y = \frac{8}{35} \mu x^2 = \frac{32}{105} y x^3.$
$z = 0.$	<p style="text-align: center;">Zur Aequatorachse XX: $J_x = \frac{\pi}{4} b a^3.$</p> <p style="text-align: center;">Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{4} (a^2 + b^2) = \frac{\pi}{4} a b^3 \left(1 + \frac{b^2}{a^2} \right).$</p>
$z = \frac{h}{3}.$	$J_x = \mu \frac{h^2}{6} = \frac{b h^3}{12}$ $J_z = \mu \frac{h^2}{18} = \frac{b h^3}{36}$ $J_y = \mu \frac{h^2}{2} = \frac{b h^3}{4}$ $J_c = \frac{b h^3}{4} + \frac{h}{12} (u^3 + v^3)$ $J_b = \frac{b h^3}{12} + \frac{h}{4} (u^3 + v^3) - \frac{b h}{24} [8(u^2 + v^2) - 3b^2]$ $J_s = \frac{b h^3}{36} + \frac{h}{12} (u^3 + v^3) - \frac{b h}{18} [2(u^2 + v^2) - b^2].$

Nro	Form.	Oberfläche.
XXI. Dreiseitiges Prisma.		<p>Umfläche: $F_1 = 2l(a + b + c)$.</p> <p>Eine Endfläche: $F_2 = \frac{bh}{2}$.</p>
XXII. Rechteckiges Prisma.		<p>Umfläche: $F_1 = 4l(b + h)$.</p> <p>Eine Endfläche: $F_2 = bh$.</p>
XXIII. Rhombisches Prisma.		<p>Umfläche: $F_1 = 8l \sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$.</p> <p>Eine Endfläche: $F_2 = bh$.</p>
XXIV. Sechseit. Prisma.		<p>Umfläche: $F_1 = 12lr$.</p> <p>Eine Endfläche: $F_2 = \frac{3}{2}r^2\sqrt{3} = 2,598r^2$.</p>
XXV. Cylinder.		<p>Umfläche: $F_1 = 4lr\pi$.</p> <p>Eine Endfläche: $F_2 = r^2\pi$.</p>

Inhalt.	Trägheitsmomente.
$V = bhl.$	<p>Zur Aequatorachse QQ:</p> $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{18} \right] = \frac{bhl^3}{3} + \frac{blh^3}{81}.$ <p>Zur Polachse PP:</p> $J_p = l \left[\frac{bh^3}{18} + \frac{h}{6} (u^2 + v^2) - \frac{bh}{9} (2[u^2 + v^2] - b^2) \right].$
$V = 2 bhl.$	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{12} \right).$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{12} (h^2 + b^2).$</p>
$V = 2 bhl.$	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{h^2}{6} \right).$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = m \left(\frac{h^2}{6} + \frac{b^2}{24} \right).$</p>
$V = 3lr^2\sqrt{3} = 5,196lr^2.$	<p>Zu den Aequatorachsen QQ und Q_1Q_1:</p> $J_q = J_{q_1} = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{5}{24} r^2 \right).$ <p>Zur Polachse PP: $J_p = \frac{5}{12} m r^2.$</p>
$V = 2\pi lr^2.$	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = \frac{1}{2} m r^2.$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = m \left(\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{4} \right).$</p>

Nro.	Form.	Oberfläche.	Inhalt.
XXVI. Hohlzylinder.		<p>Umfläche: $F_1 = 4\pi l(r_1 + r_2) = 8\pi l r.$ Eine Endfläche: $F_2 = \pi(r_1^2 - r_2^2) = 2\pi r b.$</p>	$V = 2\pi l(r_1^2 - r_2^2) = 4\pi r b l.$
XXVII. Parabolisches Prisma.		<p>Eine Endfläche: $F_2 = \frac{4}{3} x y.$</p>	$V = \frac{8}{3} l x y.$
XXVIII. Cylindrischer Ring.		$F = 4\pi^2 R r.$	$V = 2\pi^2 R r^2.$
XXIX. Rechteckige Pyramide.		<p>Umfläche: $F_1 = a\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}} + b\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}.$ Endfläche: $F_2 = a b.$</p>	$V = F_2 \frac{h}{3} = \frac{a b h}{3}.$
XXX. Normalkegel.		<p>Umfläche: $F_1 = r\pi\sqrt{h^2 + r^2} = s r \pi.$ Endfläche: $F_2 = r^2 \pi.$</p>	$V = \frac{\pi r^3 h}{3}.$

Schwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
Mitte der Figur.	<p>Zur Aequatorachse QQ:</p> $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{r_1^2 + r_2^2}{4} \right] = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{r^2}{2} + \frac{b^2}{8} \right].$ <p>Zur Polachse PP:</p> $J_p = \frac{m}{2} [r_1^2 + r_2^2] = m \left[\frac{r^2}{2} + \frac{b^2}{8} \right].$
$z = \frac{3}{5} x.$	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left[\frac{l^2}{3} + \frac{8}{35} x^2 \right].$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = m \left[\frac{y^2}{5} + \frac{8}{35} x^2 \right].$</p>
Mitte der Figur.	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left[\frac{R^2}{2} + \frac{5}{8} r^2 \right].$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = m \left[\frac{R^2}{2} + \frac{3}{4} r^2 \right].$</p>
$z = \frac{h}{4}.$	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m \left[\frac{3}{80} h^2 + \frac{b^2}{20} \right].$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{20} [a^2 + b^2].$</p>
<p>$z = \frac{h}{4}.$ Für den Mantel allein ist: $z' = \frac{h}{3}.$</p>	<p>Zur Aequatorachse QQ: $J_q = \frac{3}{20} m \left[r^2 + \frac{h^2}{4} \right].$</p> <p>Zur Polachse PP: $J_p = \frac{3}{10} m r^2.$</p>

Nro.	Form.	Oberfläche.	Inhalt.
XXXXI. Kegelstumpf.		Umfläche: $F_1 = \pi(r_1+r_2)\sqrt{h^2-(r_1-r_2)^2}$ $= 2\pi r s.$ Endflächen: $F_2' = r_1^2\pi, F_2'' = r_2^2\pi.$	$V = \frac{\pi}{3} h [r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2].$
XXXII. Kugel.		$F = 4r^2\pi.$	$V = \frac{4\pi}{3} r^3.$
XXXIII. Kugelabschnitt.		Umfläche: $F_1 = 2\pi r h = \pi(a^2 + h^2).$ Endfläche: $F_2 = a^2\pi, r = \frac{a^2 + h^2}{2h}.$	$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3} \right)$ $= \frac{\pi}{6} h (3a^2 + h^2).$
XXXIV. Kugelausschnitt.		Kugelmantel: $F_1 = a\pi r$ $= \pi r \sqrt{2rh - h^2}.$	$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h.$
XXXV. Ellipsoid.		—	$V = \frac{4}{3} \pi a b c.$
XXXVI. Drehungsparaboloid.		Endfläche: $F_2 = y^2\pi.$	$V = \frac{\pi}{2} x y^2.$

Schwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$z = \frac{h}{4} \left(\frac{r_1^3 + 2r_1r_2 + 3r_2^3}{r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2} \right).$	<p>Zur Polachse <i>PP</i>:</p> $J_p = \frac{3}{10} m \frac{r_1^5 - r_2^5}{r_1^2 - r_2^2}.$
<p>Mitte der Figur.</p>	<p>Zur Aequatorachse <i>QQ</i>:</p> $J_q = \frac{2}{5} m r^2.$
$z = \frac{3}{4} \frac{(2r - h)^2}{3r - h}.$ <p>Für den Mantel allein: $z = \frac{h}{2}.$</p>	<p>Zur Polachse <i>PP</i>:</p> $J_p = m \left[r^2 - \frac{3}{4} r h + \frac{3}{20} h^2 \right] \frac{2h}{3r - h}.$
$z = \frac{3}{4} \left(r - \frac{h}{2} \right).$	<p>Zur Polachse <i>PP</i>:</p> $J_p = \frac{m}{5} (3rh - h^2).$
<p>Mitte der Figur.</p>	<p>Zur Aequatorachse <i>QQ</i>, welche mit <i>a</i> zusammenfällt:</p> $J_a = \frac{m}{5} (b^3 + c^3).$
$z = \frac{x}{3}.$	<p>Zur Aequatorachse <i>QQ</i>:</p> $J_q = m \left(\frac{y^2}{6} + \frac{x^2}{18} \right).$ <p>Zur Polachse <i>PP</i>: $J_p = \frac{m}{3} y^2.$</p>

§. 218.

Trigonometrische Tafel.

Die folgende Tafel enthält in der gebräuchlichen Form zusammengestellt die Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten der Winkel von 1 bis 90°, von 10 zu 10 Minuten fortschreitend; abweichend von der gebräuchlichen Weise sind ausserdem noch die Bogenlängen (für den Halbmesser 1) hinzugefügt. Zur Erleichterung für die Bestimmung der Bogenlängen grösserer Winkel sind auf jeder Seite unten noch mehrere oft gebrauchte Bogenlängen von ganz kleinen Winkeln und von solchen über 90° angegeben. — Die eingeschalteten Ziffern sind die Differenzen, welche in den betreffenden Gegenden der Tabelle herrschen.

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
0	0	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	∞	1,5708	90	0
	10	0,0029	0,0029	1,0000	0,0029	343,77	1,5679		50
	20	0,0058	0,0058	1,0000	0,0058	171,89	1,5650		40
	30	0,0087	0,0087	1,0000	0,0087	114,59	1,5621		30
	40	0,0116	0,0116	0,9999	0,0116	85,940	1,5592		20
	50	0,0145	0,0145	0,9999	0,0145	68,750	1,5563		10
			29	1	29	11,460			
1	0	0,0175	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1,5533	89	0
	10	0,0204	0,0204	0,9998	0,0204	49,104	1,5504		50
	20	0,0233	0,0233	0,9997	0,0233	42,964	1,5475		40
	30	0,0262	0,0262	0,9997	0,0262	38,188	1,5446		30
	40	0,0291	0,0291	0,9996	0,0291	34,368	1,5417		20
	50	0,0320	0,0320	0,9995	0,0320	31,242	1,5388		10
			29	1	29	2,606			
2	0	0,0349	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	1,5359	88	0
	10	0,0378	0,0378	0,9993	0,0378	26,432	1,5330		50
	20	0,0407	0,0407	0,9992	0,0407	24,542	1,5301		40
	30	0,0436	0,0436	0,9990	0,0437	22,904	1,5271		30
	40	0,0465	0,0465	0,9989	0,0466	21,470	1,5243		20
	50	0,0495	0,0494	0,9988	0,0495	20,206	1,5213		10
			29	1	29	1,125			
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
	Gr.	Min.							Gr.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
<i>ang.</i> = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
<i>arc.</i> = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
	10	0,0553	0,0552	0,9985	0,0553	18,075	1,5155		50
	20	0,0582	0,0581	0,9983	0,0582	17,169	1,5126		40
	30	0,0611	0,0610	0,9981	0,0612	16,350	1,5097		30
	40	0,0640	0,0640	0,9980	0,0641	15,605	1,5068		20
	50	0,0669	0,0669	0,9978	0,0670	14,924	1,5039		10
			29	2	29	623			
4	0	0,0698	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	1,5010	86	0
	10	0,0727	0,0727	0,9974	0,0729	13,727	1,4981		50
	20	0,0756	0,0756	0,9971	0,0758	13,197	1,4951		40
	30	0,0785	0,0785	0,9969	0,0787	12,706	1,4923		30
	40	0,0814	0,0814	0,9967	0,0816	12,251	1,4893		20
	50	0,0844	0,0843	0,9964	0,0846	11,826	1,4864		10
			29	2	29	396			
5	0	0,0873	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	1,4835	85	0
	10	0,0902	0,0901	0,9959	0,0904	11,059	1,4806		50
	20	0,0931	0,0929	0,9957	0,0934	10,712	1,4777		40
	30	0,0960	0,0958	0,9954	0,0963	10,385	1,4748		30
	40	0,0989	0,0987	0,9951	0,0992	10,078	1,4719		20
	50	0,1018	0,1016	0,9948	0,1022	9,7882	1,4690		10
			29	3	29	2738			
6	0	0,1047	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	1,4661	84	0
	10	0,1076	0,1074	0,9942	0,1080	9,2553	1,4632		50
	20	0,1105	0,1103	0,9939	0,1110	9,0098	1,4603		40
	30	0,1134	0,1132	0,9936	0,1139	8,7769	1,4573		30
	40	0,1164	0,1161	0,9932	0,1169	8,5555	1,4544		20
	50	0,1193	0,1190	0,9929	0,1198	8,3450	1,4515		10
			29	4	29	2007			
7	0	0,1222	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	1,4486	83	0
	10	0,1251	0,1248	0,9922	0,1257	7,9530	1,4457		50
	20	0,1280	0,1276	0,9918	0,1287	7,7704	1,4428		40
	30	0,1309	0,1305	0,9914	0,1317	7,5958	1,4399		30
	40	0,1338	0,1334	0,9911	0,1346	7,4287	1,4370		20
	50	0,1367	0,1363	0,9907	0,1376	7,2687	1,4341		10
			29	4	29	1533			
8	0	0,1396	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	1,4312	82	0
	10	0,1425	0,1421	0,9899	0,1435	6,9682	1,4283		50
	20	0,1454	0,1449	0,9894	0,1465	6,8269	1,4254		40
	30	0,1484	0,1478	0,9890	0,1495	6,6912	1,4224		30
	40	0,1526	0,1507	0,9886	0,1524	6,5606	1,4195		20
	50	0,1542	0,1536	0,9881	0,1554	6,4348	1,4166		10
			28	4	30	1210			
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3183	1,4137	81	0
	Gr.	Min.							Gr.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
<i>ang.</i> = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
<i>arc.</i> = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	1,4137	81	0
	10	0,1600	0,1593	0,9872	0,1614	6,1970	1,4108		50
	20	0,1629	0,1622	0,9868	0,1644	6,0844	1,4079		40
	30	0,1658	0,1650	0,9863	0,1673	5,9758	1,4050		30
	40	0,1687	0,1679	0,9858	0,1703	5,8708	1,4021		20
	50	0,1716	0,1708	0,9853	0,1733	5,7694	1,3992		10
			28	5	30	981			
10	0	0,1745	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	1,3963	80	0
	10	0,1774	0,1765	0,9843	0,1793	5,5764	1,3934		50
	20	0,1804	0,1794	0,9838	0,1823	5,4845	1,3904		40
	30	0,1833	0,1822	0,9833	0,1853	5,3955	1,3875		30
	40	0,1862	0,1851	0,9827	0,1883	5,3093	1,3846		20
	50	0,1891	0,1880	0,9822	0,1914	5,2257	1,3817		10
			28	6	30	811			
11	0	0,1920	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	1,3788	79	0
	10	0,1949	0,1937	0,9811	0,1974	5,0658	1,3759		50
	20	0,1978	0,1965	0,9805	0,2004	4,9894	1,3730		40
	30	0,2007	0,1994	0,9799	0,2035	4,9152	1,3701		30
	40	0,2036	0,2022	0,9793	0,2065	4,8430	1,3672		20
	50	0,2065	0,2051	0,9787	0,2095	4,7729	1,3643		10
			28	6	31	683			
12	0	0,2094	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	1,3614	78	0
	10	0,2123	0,2108	0,9775	0,2156	4,6382	1,3584		50
	20	0,2153	0,2136	0,9769	0,2186	4,5736	1,3555		40
	30	0,2182	0,2164	0,9763	0,2217	4,5107	1,3526		30
	40	0,2211	0,2193	0,9757	0,2247	4,4494	1,3497		20
	50	0,2240	0,2221	0,9750	0,2278	4,3897	1,3468		10
			28	6	31	582			
13	0	0,2269	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	1,3439	77	0
	10	0,2298	0,2278	0,9737	0,2339	4,2747	1,3410		50
	20	0,2327	0,2306	0,9730	0,2370	4,2193	1,3381		40
	30	0,2356	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653	1,3352		30
	40	0,2385	0,2363	0,9717	0,2432	4,1126	1,3323		20
	50	0,2414	0,2391	0,9710	0,2462	4,0611	1,3294		10
			28	7	31	503			
14	0	0,2443	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	1,3264	76	0
	10	0,2473	0,2447	0,9696	0,2524	3,9617	1,3235		50
	20	0,2502	0,2476	0,9689	0,2555	3,9136	1,3206		40
	30	0,2531	0,2504	0,9681	0,2586	3,8667	1,3177		30
	40	0,2560	0,2532	0,9674	0,2617	3,8208	1,3148		20
	50	0,2589	0,2560	0,9667	0,2648	3,7760	1,3119		10
			28	7	31	439			
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
<i>ang.</i> = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
<i>arc.</i> = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
	10	0,2647	0,2616	0,9652	0,2711	3,6891	1,3061		50
	20	0,2667	0,2644	0,9644	0,2742	3,6470	1,3032		40
	30	0,2705	0,2672	0,9636	0,2773	3,6059	1,3003		30
	40	0,2734	0,2700	0,9628	0,2805	3,5656	1,2974		20
	50	0,2763	0,2728	0,9621	0,2836	3,5261	1,2945		10
			28	8	31	387			
16	0	0,2793	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	1,2915	74	0
	10	0,2822	0,2784	0,9605	0,2899	3,4495	1,2886		50
	20	0,2851	0,2812	0,9596	0,2931	3,4124	1,2857		40
	30	0,2880	0,2840	0,9588	0,2962	3,3759	1,2828		30
	40	0,2909	0,2868	0,9580	0,2994	3,3402	1,2799		20
	50	0,2938	0,2896	0,9572	0,3026	3,3052	1,2770		10
			28	9	31	343			
17	0	0,2967	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	1,2741	73	0
	10	0,2996	0,2952	0,9555	0,3089	3,2371	1,2712		50
	20	0,3025	0,2979	0,9546	0,3121	3,2041	1,2683		40
	30	0,3054	0,3007	0,9537	0,3153	3,1716	1,2654		30
	40	0,3083	0,3035	0,9528	0,3185	3,1397	1,2625		20
	50	0,3113	0,3062	0,9520	0,3217	3,1084	1,2595		10
			28	9	32	307			
18	0	0,3142	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	1,2566	72	0
	10	0,3171	0,3118	0,9502	0,3281	3,0475	1,2537		50
	20	0,3200	0,3145	0,9492	0,3314	3,0178	1,2508		40
	30	0,3229	0,3173	0,9483	0,3346	2,9887	1,2479		30
	40	0,3258	0,3201	0,9474	0,3378	2,9600	1,2450		20
	50	0,3287	0,3228	0,9465	0,3411	2,9319	1,2421		10
			27	10	32	277			
19	0	0,3316	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	1,2392	71	0
	10	0,3345	0,3283	0,9446	0,3476	2,8770	1,2363		50
	20	0,3374	0,3311	0,9436	0,3508	2,8502	1,2334		40
	30	0,3403	0,3338	0,9426	0,3541	2,8239	1,2305		30
	40	0,3432	0,3365	0,9417	0,3574	2,7980	1,2275		20
	50	0,3462	0,3393	0,9407	0,3607	2,7725	1,2246		10
			27	10	33	250			
20	0	0,3491	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	1,2217	70	0
	10	0,3520	0,3448	0,9387	0,3673	2,7228	1,2188		50
	20	0,3549	0,3475	0,9377	0,3706	2,6985	1,2159		40
	30	0,3578	0,3502	0,9367	0,3739	2,6746	1,2130		30
	40	0,3607	0,3529	0,9356	0,3772	2,6511	1,2101		20
	50	0,3636	0,3557	0,9346	0,3805	2,6279	1,2072		10
			27	10	34	228			
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang. = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc. = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69	0
	10	0,3694	0,3611	0,9325	0,3872	2,5826	1,2014		50
	20	0,3723	0,3638	0,9315	0,3906	2,5605	1,1985		40
	30	0,3752	0,3665	0,9304	0,3939	2,5386	1,1955		30
	40	0,3782	0,3692	0,9293	0,3973	2,5172	1,1926		20
	50	0,3811	0,3719	0,9283	0,4006	2,4960	1,1897		10
			27	11	34	209			
22	0	0,3840	0,3746	0,9272	0,4040	2,4751	1,1868	68	0
	10	0,3869	0,3773	0,9261	0,4074	2,4545	1,1839		50
	20	0,3898	0,3800	0,9250	0,4108	2,4342	1,1810		40
	30	0,3927	0,3827	0,9239	0,4142	2,4142	1,1781		30
	40	0,3956	0,3854	0,9228	0,4176	2,3945	1,1752		20
	50	0,3985	0,3881	0,9216	0,4210	2,3750	1,1723		10
			27	11	35	191			
23	0	0,4014	0,3907	0,9205	0,4245	2,3559	1,1694	67	0
	10	0,4043	0,3934	0,9194	0,4279	2,3369	1,1664		50
	20	0,4072	0,3961	0,9182	0,4314	2,3183	1,1636		40
	30	0,4102	0,3987	0,9171	0,4348	2,2998	1,1606		30
	40	0,4131	0,4014	0,9159	0,4383	2,2817	1,1577		20
	50	0,4160	0,4041	0,9147	0,4417	2,2637	1,1548		10
			26	12	35	177			
24	0	0,4189	0,4067	0,9135	0,4452	2,2460	1,1519	66	0
	10	0,4218	0,4094	0,9124	0,4487	2,2286	1,1490		50
	20	0,4247	0,4120	0,9112	0,4522	2,2113	1,1461		40
	30	0,4276	0,4147	0,9100	0,4557	2,1943	1,1432		30
	40	0,4305	0,4173	0,9088	0,4592	2,1775	1,1403		20
	50	0,4334	0,4200	0,9075	0,4628	2,1609	1,1374		10
			26	12	35	164			
25	0	0,4363	0,4226	0,9063	0,4663	2,1445	1,1345	65	0
	10	0,4392	0,4253	0,9051	0,4699	2,1283	1,1316		50
	20	0,4421	0,4279	0,9038	0,4734	2,1123	1,1286		40
	30	0,4451	0,4305	0,9026	0,4770	2,0965	1,1257		30
	40	0,4480	0,4331	0,9013	0,4806	2,0809	1,1228		20
	50	0,4509	0,4358	0,9001	0,4841	2,0655	1,1199		10
			26	13	36	152			
26	0	0,4538	0,4384	0,8988	0,4877	2,0503	1,1170	64	0
	10	0,4567	0,4410	0,8975	0,4913	2,0353	1,1141		50
	20	0,4596	0,4436	0,8962	0,4950	2,0204	1,1112		40
	30	0,4625	0,4462	0,8949	0,4986	2,0057	1,1082		30
	40	0,4654	0,4488	0,8936	0,5022	1,9912	1,1054		20
	50	0,4683	0,4514	0,8923	0,5059	1,9768	1,1025		10
			26	13	36	142			
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
<i>ang.</i> = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
<i>arc.</i> = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2823	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
	10	0,4741	0,4566	0,8897	0,5132	1,9486	1,0966		50
	20	0,4771	0,4592	0,8884	0,5169	1,9347	1,0937		40
	30	0,4800	0,4617	0,8870	0,5206	1,9210	1,0908		30
	40	0,4829	0,4643	0,8857	0,5243	1,9074	1,0879		20
	50	0,4858	0,4669	0,8843	0,5280	1,8940	1,0850		10
			26	14	37	133			
28	0	0,4887	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	1,0821	62	0
	10	0,4916	0,4720	0,8816	0,5354	1,8676	1,0792		50
	20	0,4945	0,4746	0,8802	0,5392	1,8546	1,0763		40
	30	0,4974	0,4772	0,8788	0,5430	1,8418	1,0734		30
	40	0,5003	0,4797	0,8774	0,5467	1,8291	1,0705		20
	50	0,5032	0,4823	0,8760	0,5505	1,8165	1,0676		10
			25	14	38	125			
29	0	0,5061	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	1,0647	61	0
	10	0,5091	0,4874	0,8732	0,5581	1,7917	1,0617		50
	20	0,5120	0,4899	0,8718	0,5619	1,7796	1,0588		40
	30	0,5149	0,4924	0,8704	0,5658	1,7675	1,0559		30
	40	0,5178	0,4950	0,8689	0,5696	1,7556	1,0530		20
	50	0,5207	0,4975	0,8675	0,5735	1,7437	1,0501		10
			25	15	39	116			
30	0	0,5236	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	1,0472	60	0
	10	0,5265	0,5025	0,8646	0,5812	1,7205	1,0443		50
	20	0,5294	0,5050	0,8631	0,5851	1,7090	1,0414		40
	30	0,5323	0,5075	0,8616	0,5890	1,6977	1,0385		30
	40	0,5352	0,5100	0,8601	0,5930	1,6864	1,0356		20
	50	0,5381	0,5125	0,8587	0,5969	1,6753	1,0326		10
			25	15	40	110			
31	0	0,5411	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	1,0297	59	0
	10	0,5440	0,5175	0,8557	0,6048	1,6534	1,0268		50
	20	0,5469	0,5200	0,8542	0,6088	1,6426	1,0239		40
	30	0,5498	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319	1,0210		30
	40	0,5527	0,5250	0,8511	0,6168	1,6212	1,0181		20
	50	0,5556	0,5275	0,8496	0,6208	1,6107	1,0152		10
			25	16	41	104			
32	0	0,5585	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	1,0123	58	0
	10	0,5614	0,5324	0,8465	0,6289	1,5900	1,0094		50
	20	0,5643	0,5348	0,8450	0,6330	1,5798	1,0065		40
	30	0,5672	0,5373	0,8434	0,6371	1,5697	1,0036		30
	40	0,5701	0,5398	0,8418	0,6412	1,5597	1,0007		20
	50	0,5730	0,5422	0,8403	0,6453	1,5497	0,9977		10
			24	16	41	98			
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang. = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc. = 0,0008		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
	10	0,5787	0,5471	0,8371	0,6536	1,5301	0,9919		50
	20	0,5818	0,5495	0,8355	0,6577	1,5204	0,9890		40
	30	0,5847	0,5519	0,8339	0,6619	1,5108	0,9861		30
	40	0,5876	0,5544	0,8323	0,6661	1,5013	0,9832		20
	50	0,5905	0,5568	0,8307	0,6703	1,4919	0,9803		10
			24	17	42	93			
34	0	0,5934	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	0,9774	56	0
	10	0,5963	0,5616	0,8274	0,6787	1,4733	0,9745		50
	20	0,5992	0,5640	0,8258	0,6830	1,4641	0,9716		40
	30	0,6021	0,5664	0,8241	0,6873	1,4550	0,9687		30
	40	0,6050	0,5688	0,8225	0,6916	1,4460	0,9657		20
	50	0,6080	0,5712	0,8208	0,6959	1,4370	0,9628		10
			24	17	43	89			
35	0	0,6109	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	0,9599	55	0
	10	0,6138	0,5760	0,8175	0,7046	1,4193	0,9570		50
	20	0,6167	0,5783	0,8158	0,7089	1,4106	0,9541		40
	30	0,6196	0,5807	0,8141	0,7133	1,4019	0,9512		30
	40	0,6225	0,5831	0,8124	0,7177	1,3934	0,9483		20
	50	0,6254	0,5854	0,8107	0,7221	1,3848	0,9454		10
			24	17	44	84			
36	0	0,6283	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	0,9425	54	0
	10	0,6312	0,5901	0,8073	0,7310	1,3680	0,9396		50
	20	0,6341	0,5925	0,8056	0,7355	1,3597	0,9367		40
	30	0,6370	0,5948	0,8039	0,7400	1,3514	0,9338		30
	40	0,6400	0,5972	0,8021	0,7445	1,3432	0,9308		20
	50	0,6429	0,5995	0,8004	0,7490	1,3351	0,9279		10
			23	18	46	81			
37	0	0,6458	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	0,9250	53	0
	10	0,6487	0,6041	0,7969	0,7581	1,3190	0,9221		50
	20	0,6516	0,6065	0,7951	0,7627	1,3111	0,9192		40
	30	0,6545	0,6088	0,7934	0,7673	1,3032	0,9163		30
	40	0,6574	0,6111	0,7916	0,7720	1,2954	0,9134		20
	50	0,6603	0,6134	0,7898	0,7766	1,2876	0,9105		10
			23	18	47	77			
38	0	0,6632	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	0,9076	52	0
	10	0,6661	0,6180	0,7862	0,7860	1,2723	0,9047		50
	20	0,6690	0,6202	0,7844	0,7907	1,2647	0,9018		40
	30	0,6720	0,6225	0,7826	0,7954	1,2572	0,8988		30
	40	0,6749	0,6248	0,7808	0,8002	1,2497	0,8959		20
	50	0,6778	0,6271	0,7790	0,8050	1,2423	0,8930		10
			23	19	48	74			
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus.	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang. = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc. = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
	10	0,6836	0,6316	0,7753	0,8146	1,2276	0,8872		50
	20	0,6865	0,6338	0,7735	0,8195	1,2203	0,8843		40
	30	0,6894	0,6361	0,7716	0,8243	1,2131	0,8814		30
	40	0,6923	0,6383	0,7698	0,8292	1,2059	0,8785		20
	50	0,6952	0,6406	0,7679	0,8342	1,1988	0,8756		10
			22	19	49	70			
40	0	0,6981	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	0,8727	50	0
	10	0,7010	0,6450	0,7642	0,8441	1,1847	0,8698		50
	20	0,7039	0,6472	0,7623	0,8491	1,1778	0,8668		40
	30	0,7069	0,6494	0,7604	0,8541	1,1708	0,8639		30
	40	0,7098	0,6517	0,7585	0,8591	1,1640	0,8610		20
	50	0,7127	0,6539	0,7566	0,8642	1,1571	0,8581		10
			22	19	51	67			
41	0	0,7156	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	0,8552	49	0
	10	0,7185	0,6583	0,7528	0,8744	1,1436	0,8523		50
	20	0,7214	0,6604	0,7509	0,8796	1,1369	0,8494		40
	30	0,7243	0,6626	0,7490	0,8847	1,1303	0,8465		30
	40	0,7272	0,6648	0,7470	0,8899	1,1237	0,8436		20
	50	0,7301	0,6670	0,7451	0,8952	1,1171	0,8407		10
			21	20	52	65			
42	0	0,7330	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	0,8378	48	0
	10	0,7359	0,6713	0,7412	0,9057	1,1041	0,8348		50
	20	0,7389	0,6734	0,7392	0,9110	1,0977	0,8319		40
	30	0,7418	0,6756	0,7373	0,9163	1,0913	0,8290		30
	40	0,7447	0,6777	0,7353	0,9217	1,0850	0,8261		20
	50	0,7476	0,6799	0,7333	0,9271	1,0786	0,8232		10
			21	20	54	62			
43	0	0,7505	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	0,8203	47	0
	10	0,7534	0,6841	0,7294	0,9380	1,0661	0,8174		50
	20	0,7563	0,6862	0,7274	0,9435	1,0599	0,8145		40
	30	0,7592	0,6884	0,7254	0,9490	1,0538	0,8116		30
	40	0,7621	0,6905	0,7234	0,9545	1,0477	0,8087		20
	50	0,7650	0,6926	0,7214	0,9601	1,0416	0,8058		10
			21	21	56	61			
44	0	0,7679	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	0,8029	46	0
	10	0,7709	0,6967	0,7173	0,9713	1,0295	0,7999		50
	20	0,7738	0,6988	0,7153	0,9770	1,0235	0,7970		40
	30	0,7767	0,7009	0,7133	0,9827	1,0176	0,7941		30
	40	0,7795	0,7030	0,7112	0,9884	1,0117	0,7912		20
	50	0,7824	0,7050	0,7092	0,9942	1,0058	0,7883		10
			21	21	58	58			
45	0	0,7854	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	0,7854	45	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang. = 0° 1'		0° 5'	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc. = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

§. 219.

Formeln - Tafel.

Die nachstehende Tafel enthält für die wichtigsten Formeln dieses Buches die vom Maassystem abhängigen constanten Coëfficienten, welche bei Rechnungen in preussischem und österreichischem Maass zu gebrauchen sind. Als Einheiten dienen: der preussische Zoll = $\frac{1}{12}$ preussische Fuss = $\frac{1}{12}$ 313,85^{mm} = 26,15^{mm}, und das neue preussische oder Zollpfund = $\frac{1}{2}$ Kilogramm; sodann der österreichische Zoll = $\frac{1}{12}$ österreichische Fuss = $\frac{1}{12}$ 316,11^{mm} = 26,34^{mm}, und wiederum das Zollpfund. Die geringen Unterschiede zwischen den Coëfficienten für preussisches und österreichisches Maass zeigen recht schlagend, wie zwecklos das längere Beibehalten eines Unterschiedes überhaupt gewesen ist. Einzelne Formeln mit Additions-Constanten in Millimetern wurden nicht mit umgewandelt, da hierbei der Maasstab einfacher zum Ziele führt. Auch bedurften eine Menge Formeln [wie (41), (42), (61) bis (75) u. s. f.] von Haus aus keiner Umrechnung, da sie reine Verhältnisse angeben, also für jedes Maasssystem gelten. Formeln dieser Art sind offenbar die allerzweckmässigsten für Constructionsregeln, und wurden deshalb in diesem Werke, wo es anging, anders gebildeten Formeln vorgezogen.

Bemerkung. Der preussische Fuss ist wie oben angegeben 313,85^{mm} lang. Dieser Zahlenwerth stimmt so nahe mit der Zahl 100π überein, dass man für unsere gewöhnlichen Messungen den kleinen Unterschied (nicht ganz ein Tausendtel) vernachlässigen darf, und demnach jede Kreistafel zur Verwandlung von preuss. Maass in Meter benutzen kann. Die Zahlen, wie sie in der Kreistafel stehen, geben in Decimetern (also nach Versetzung des Kommas um weitere zwei Stellen in Millimetern) den Werth, welcher der Zahl des Tabelleneinganges als preuss. Fusse angesehen entspricht. So schlägt man z. B. zum Durchmesser 171 die Zahl 537,21 auf; man hat also mit genügender Annäherung 17,1 pr. Fuss = 5,372^m; genau wäre 17,1' = 5,367^m, welche Zahl durch die Subtraction von $\frac{1}{1000}$ (5^{mm}) genau erzielt würde.

In Formel	lautet der Coëfficient	für preuss. Maass (Zoll und Pfund)	für österr. Maass (Zoll und Pfund)
Schrauben.			
(27)	2,2	3009	3053
(28)	0,67	0,0181	0,0180
Zapfen.			
(45)	$\frac{19}{8}$	0,0304	0,0302
(47)	0,32	0,0086	0,0086
(49)	0,9	0,0243	0,0242
(50)	0,26	0,0070	0,0070
(51)	1,5	0,0405	0,0403
(53)	1,2	0,0324	0,0322
(55)	0,92 0,79	0,0248 0,0213	0,0247 0,0212
	0,65 0,56	0,0176 0,0151	0,0175 0,0150
	1,29 1,10	0,0348 0,0297	0,0346 0,0295
	0,92 0,75	0,0248 0,0203	0,0247 0,0201
(57)	0,17	0,0046	0,0046
(58)	0,16 *)	0,0896	0,0899
(59)	1,2	0,234	0,234
(60)	0,04	0,00096	0,00096
Wellen **).			
(78)	1,0 90	0,0901 3,438	0,0897 3,418
(79)	4,13 120	0,3003 4,589	0,2987 4,556
(80)	1,26 113	0,1135 4,321	0,1130 4,290
(81)	4,90 143	0,3563 5,463	0,3544 5,430
(81 a)	1,17 105	0,1054 4,011	0,1049 3,987
	1,47 132	0,1189 5,042	0,1183 5,012
Riemscheiben **).			
(93)	18	0,486	0,483
(94)	15250	114,04	112,81
(95)	615	23,49	23,35
(101)	1,0	0,0358	0,0365

*) Hier gilt ausnahmsweise L in Fussen.

**) Die Geschwindigkeit v in Fussen, die Pferdestärke zu 480 Secundenfusspfund in beiden Maasssystemen angenommen.

In Formel	lautet der Coëfficient	für preuss. Maass (Zoll und Pfund)	für österr. Maass (Zoll und Pfund)
Drahtseiltrieb *).			
(104)	2,1	2,1	2,1
(105)	1800	492,5	492,5
(106)	13,7	0,523	0,520
(107)	1250	1720000	1734000
(108)	160	0,374 **)	0,365 **)
(109)	0,00877	3,76	3,85
(111)	57	0,133	0,130
(112)	114	0,266	0,260
(117)	1250 18	1720000 24600	1734000 25000
(120)	1,0	0,0358	0,0365
Zahnräder.			
(137)	16,8	23000	23300
(138)	2,11 0,67	0,1901 0,0604	0,1892 0,0601
(139)	1,23 0,39	0,0333 0,0106	0,0330 0,0105
(141)	188 60	7,189 2,295	7,134 2,278
(142)	1040 331	7,777 2,475	7,693 2,449
(144)	60 19,3	2,295 0,738	2,278 0,733
(145)	2,1 0,66	0,1527 0,0480	0,1519 0,0477
(146)	1,42 0,45	0,0431 0,0137	0,0428 0,0136
(147)	0,01	0,0794	0,0794
(148)	8,5	1,662	1,656
(149)	21,2 12	4,146 2,345	4,131 2,338
(150)	$\frac{1}{40}$ 0,014	0,0177 0,0099	0,0177 0,0099
(153)	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{3}$	0,56 0,75	0,56 0,75
(155)	1,0	0,0358	0,0365
Hebel.			
(159)	3,85	1,703	1,700
(161)	4,56	2,017	2,013
*) Die Geschwindigkeit v in Fussen, die Pferdestärke zu 480 Secundenfusspfund in beiden Maasssystemen angenommen.			
**) A und h in Fussen angenommen.			

In Formel	lautet der Coëfficient		für preuss. Maass (Zoll und Pfund)		für österr. Maass (Zoll und Pfund)	
Ventile.						
(209) } (212) } (214) }	4	1	0,15	0,196	0,15	0,195
Seile und Ketten.						
(225)	1,2	3,42	0,0324	0,0925	0,0324	0,0918
(226)	0,7	0,085	957,4	116,25	972,0	118,03
(227)	1	2,85	0,0270	0,0771	0,0268	0,0765
(228)	1	0,125	1367,7	170,96	1386,6	173,57
(229)		0,00071		0,304 *)		0,311 *)
(230)		0,00106		0,455 *)		0,465 *)
(231) } (232) }		1000		3200 **)		3200 **)
(233)		$\frac{3}{8}$		0,0101		0,0101
(234)		7,11		9724		9873
(235)		$\frac{1}{16}$		0,0017		0,0017
(236)		256		350118		355479
(238)		0,007		3,005 *)		3,070 *)
(239)		$\frac{1}{4}$		107,3 *)		109,66 *)
(240)		1000		3200 **)		3200 **)
(241)	0,326	9,42	0,0088	12883	0,0088	13081
(242)	0,27	14,14	0,0073	19339	0,0072	19635
(245)		0,0226		9,701 *)		9,914 *)
(246)		0,0190		8,155 *)		8,354 *)
(247)		0,0235		10,087 *)		10,308 *)
(248)	400	500 600	1280	1600 1920 **)	1280	1600 1920 **)
(249)		0,67		0,0181		0,0180

*) Das Gewicht gilt pro laufenden Fuss.
**) Abgerundet.

Druckfehler.

- Seite 5, Zahlenzeile 2, Spalte 3 lies: 41040 statt: 20520.
„ 5, Zahlenzeile 3, Spalte 3 lies: — statt: 41040.
„ 14 bei Feld X, Spalte 3 lies: 24 statt: 12.
„ 54 bei Fig. 3 lies: $\frac{5}{3}D$ statt: $\frac{3}{5}D$.
„ 69 setze die Zahlen der Spalte a_1 unter a , streiche die Zahlen unter a , und bringe unter a_1 die Werthe aus Formel (40).
„ 85 lies in Formel (60): i^2 statt: c^2 .
„ 119 lies in Fig. 98 oben: $10 + \frac{d_1}{4}$ statt: $10 \times \frac{d_1}{4}$.
„ 120, Zahlenzeile 15, Spalte 1 lies: 210 statt: 240.
„ 236, Zeile 8 von oben lies: l' statt: e' .
„ 240, Zeile 4 von unten vertausche: 30 „ 35^{mm} mit 40 „ 45^{mm} .
-

Druckfehler.

- S. 12 bei Feld III Spalte 3 lies: $P = \frac{l}{cc_1} \frac{\mathcal{C}J}{a}$.
- S. 13 bei Feld III Spalte 3 lies: Gef. Querschnitt bei C .
- S. 104 Z. 5 von unten lies: verkürzten statt: verlängerten.
- S. 120 Z. 15 der Tabelle Spalte 1 lies: 200 — 210 statt: 200 — 240.
- S. 165 Z. 6 von oben lies: $\frac{t}{P}$ statt: $\frac{P}{t}$.
- S. 167 Z. 3 von unten lies: Scheibenhalmesser statt: Scheibengrösse.
- S. 172 Z. 16 von oben in Formel (113) lies: A^2 statt: A_0 .
- S. 297 Z. 7 von unten lies: Fig. 294 statt: Fig. 239.
- S. 320 Feld IV Spalte 3 lies: $x^2b^2 - y^2a^2$ statt: $y^2a^2 - x^2b^2$.
- S. 329 Feld XXV Spalte 2 vertausche J_p mit J_q .
- S. 331 Feld XXVI Spalte 2 lies: $m \left[r^2 + \frac{b^2}{4} \right]$ statt: $m \left[\frac{r^2}{2} + \frac{b^2}{8} \right]$.
- S. 331 Feld XXVII Spalte 2 lies: J_p statt: J_y .
- S. 331 Feld XXVIII Spalte 2 lies: $[R^2 + \frac{3}{4} r^2]$ statt: $\left[\frac{R^2}{2} + \frac{3}{4} r^2 \right]$.
-

Hülftafel für Zahlenrechnungen.

n	$\frac{1}{n}$	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\sqrt[3]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$	$\sqrt[4]{n}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$
0,30	3,333	0,090	0,027	0,548	1,825	0,669	1,495	0,740	1,351
0,375	2,667	0,141	0,053	0,612	1,634	0,721	1,387	0,783	1,277
0,60	1,667	0,360	0,216	0,775	1,291	0,843	1,186	0,880	1,136
0,625	1,600	0,391	0,244	0,791	1,265	0,855	1,170	0,889	1,125
0,70	1,429	0,490	0,343	0,837	1,195	0,888	1,126	0,915	1,093
0,75	1,333	0,563	0,422	0,866	1,155	0,909	1,100	0,931	1,074
0,875	1,143	0,766	0,670	0,935	1,070	0,956	1,047	0,967	1,034
0,90	1,111	0,810	0,729	0,949	1,054	0,965	1,036	0,987	1,013
1,25	0,800	1,563	1,953	1,118	0,894	1,077	0,928	1,054	0,946
1,50	0,667	2,250	3,375	1,225	0,816	1,145	0,874	1,105	0,904
1,75	0,571	3,063	5,273	1,323	0,756	1,205	0,830	1,149	0,869
2,0	0,500	4,0	8,0	1,414	0,707	1,260	0,794	1,189	0,841
2,25	0,444	5,063	11,391	1,500	0,667	1,310	0,763	1,225	0,816
2,50	0,400	6,250	15,625	1,581	0,632	1,357	0,737	1,257	0,795
2,75	0,364	7,563	20,797	1,658	0,603	1,401	0,714	1,286	0,777
3,0	0,333	9,0	27,0	1,732	0,577	1,442	0,693	1,318	0,759
3,25	0,308	10,563	34,328	1,803	0,555	1,481	0,675	1,342	0,745
3,50	0,286	12,250	42,875	1,871	0,535	1,518	0,659	1,368	0,731
3,75	0,267	14,063	52,734	1,936	0,516	1,554	0,644	1,392	0,719
4,0	0,250	16,0	64,0	2,0	0,500	1,587	0,630	1,414	0,707
4,5	0,222	20,250	91,125	2,121	0,471	1,651	0,604	1,457	0,687
5,0	0,200	25,0	125,0	2,236	0,447	1,710	0,585	1,495	0,669
5,5	0,182	30,250	166,375	2,345	0,426	1,754	0,567	1,531	0,653
6,0	0,167	36,0	216,0	2,450	0,408	1,817	0,551	1,565	0,639
6,5	0,154	42,25	274,625	2,550	0,392	1,866	0,536	1,597	0,626
7,0	0,143	49,0	343,0	2,646	0,378	1,913	0,523	1,627	0,615
7,5	0,133	56,250	421,875	2,739	0,365	1,957	0,510	1,655	0,604
8,0	0,125	64,0	512,0	2,828	0,354	2,0	0,500	1,682	0,595

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2};$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0,866.$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \operatorname{cotg} 60^\circ = \frac{1}{3}\sqrt{3} = 0,577;$$

$$\operatorname{cotg} 30^\circ = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} = 1,732.$$

$$\sin 75^\circ = \cos 15^\circ = 0,9659;$$

$$\cos 75^\circ = \sin 15^\circ = 0,2588.$$

Hülftafel für Zahlenrechnungen.

	n	1/n	n ²	n ³	√n	1/√n	√[3]{n}	1/√[3]{n}	√[4]{n}	1/√[4]{n}
1	8,5	0,118	72,250	614,125	2,915	0,343	2,041	0,490	1,708	0,586
7	9,0	0,111	81,0	729,0	3,000	0,333	2,080	0,481	1,732	0,577
6	9,5	0,105	90,250	857,375	3,082	0,324	2,118	0,472	1,756	0,570
5	10	0,100	100,0	1000,0	3,162	0,317	2,154	0,464	1,778	0,562
3	11	0,091	121,0	1331,0	3,317	0,302	2,224	0,486	1,821	0,549
4	12	0,083	144	1728	3,464	0,289	2,289	0,436	1,860	0,537
4	13	0,077	169	2197	3,606	0,277	2,351	0,425	1,899	0,527
3	14	0,071	196	2744	3,742	0,267	2,410	0,415	1,934	0,517
6	15	0,067	225	3375	3,873	0,258	2,466	0,405	1,968	0,508
4	16	0,063	256	4096	4,000	0,250	2,520	0,397	2,000	0,500
9	18	0,056	324	5832	4,243	0,236	2,621	0,381	2,060	0,486
1	20	0,050	400	8000	4,472	0,224	2,714	0,368	2,115	0,473
6	50	0,020	2500	125000	7,071	0,141	3,684	0,271	2,659	0,376
5	100	0,010	10000	1000000	10,0	0,10	4,642	0,215	3,162	0,316
7	1000	0,001	1000000	1000000000	31,623	0,032	10,0	0,100	5,627	0,178
9	π = 3,142	0,318	9,870	31,006	1,772	0,564	1,465	0,683	1,331	0,751
5	2π = 6,283	0,159	39,478	248,050	2,507	0,409	1,845	0,542	1,583	0,632
1	π/2 = 1,571	0,637	2,467	3,878	1,253	0,798	1,162	0,860	1,120	0,893
9	π/3 = 1,047	0,955	1,097	1,148	1,023	0,977	1,015	0,985	1,012	0,989
7	4/3 π = 4,189	0,239	17,546	73,496	2,047	0,501	1,612	0,620	1,431	0,699
7	π/4 = 0,785	1,274	0,617	0,484	0,886	1,128	0,923	1,084	0,941	1,062
9	π/6 = 0,524	1,910	0,274	0,144	0,724	1,382	0,806	1,241	0,851	1,176
3	π ² = 9,870	0,101	97,409	961,390	3,142	0,318	2,145	0,466	1,772	0,564
9	π ³ = 31,006	0,032	961,390	29809,910	5,568	1,796	3,142	0,318	2,360	0,424
6	π/32 = 0,098	10,186	0,0096	0,001	0,313	3,192	0,461	2,168	0,560	1,787
5	3π/16 = 0,589	1,698	0,347	0,204	0,768	1,303	0,838	1,221	0,876	1,142
4	g = 9,808	0,102	96,197	943,610	3,132	0,319	2,141	0,467	1,770	0,565
5	2g = 19,616	0,051	384,888	7547,996	4,429	0,226	2,697	0,371	2,105	0,475

$\log \pi = 0,4971499; \log \frac{\pi}{4} = 9,8950899. \quad e = 2,7182818; \quad \log e = 0,4342945.$

$\log 2 \pi = 0,7981799; \log \frac{\pi}{6} = 9,7189986. \quad \log g = 0,9915805; \quad \log 2 g = 1,2926105.$

$\log 2 = 0,3010300; \quad \log 3 = 0,4771213. \quad \log 5 = 0,6989700; \quad \log 7 = 0,8450980.$