

SKIZZENBUCH
DER
ANGEWANDTEN
KINEMATIK

C

1036 ■

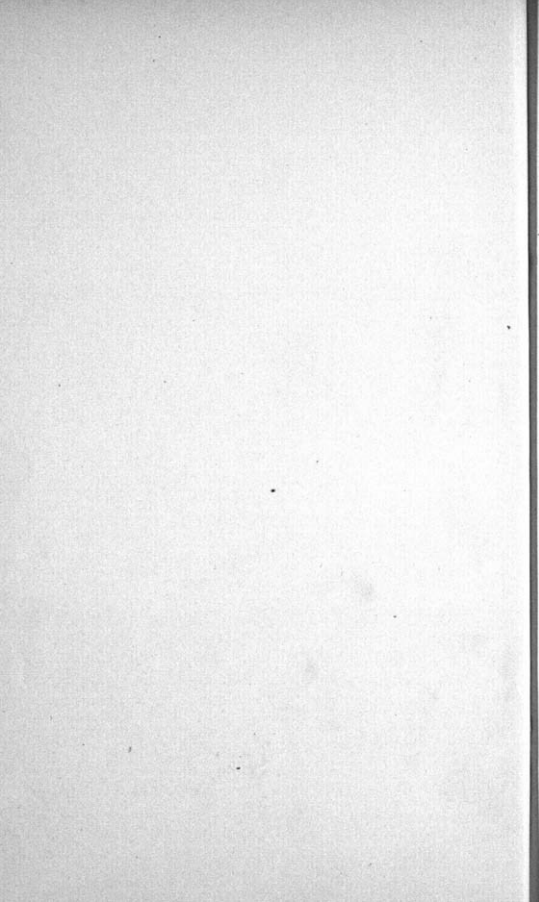
(Text, 1/2)a

UB/TIB Hannover

89

113 565 429





SKIZZENBUCH

DER

ANGEWANDTEN KINEMATIK

NACH DEN VORTRÄGEN

DES

GEHEIMEN REGIERUNGSRATH PROF. REULEAUX

BEARBEITET

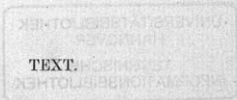
VON DEN STUDIRENDEN DER KGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE

ALTHOF, LA BAUME, BOY, LÜHRS, SCHITTKÉ

HERAUSGEGEBEN

VOM

VEREIN „HÜTTE.“



BERLIN 1880.

IM SELBSTVERLAG DER „HÜTTE.“

C 1036 (Text, 1/2) a

71 H 486

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
HANNOVER
TECHNISCHE
INFORMATIONSBIBLIOTHEK

IHEM

HOCHVEREHRTEN EHRENMITGLIEDE

HERRN GEHEIMEN REGIERUNGSRATH PROFESSOR

FR. REULEAUX

IN EHRERBIETUNG UND DANKBARKEIT

DIE „HÜTTE.“

1882

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

IN THE UNIVERSITY OF CHICAGO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

ERSTER THEIL.

BLATT 1—62.

ERSTES CAPITEL.

KURBELGETRIEBE.

Die Kurbelgetriebe lassen sich theils bilden, theils herleiten aus der, aus vier parallelen Cylinderpaaren bestehenden, kinematischen Kette. (Vom räumlichen Kurbelgetriebe soll hier abgesehen werden.) Diese Kette hat sechs Polbahnenpaare aufzuweisen, vier zwischen benachbarten und zwei zwischen gegenüberliegenden Gliedern. Die ersteren derselben sind Punkte. Es erübrigt daher, zwei Polbahnenpaare zu untersuchen. Alle Polbahnen sind wegen des Parallelismus der vier Cylinderpaare ebene Figuren und alle Axoide Cylinder.

Die Paarungen der viergliedrigen, cylindrischen Kurbelkette, bez. die Achsen der Cylinderpaare seien mit 1, 2, 3 und 4 benannt; die Glieder der Kette seien durch kleine lateinische Buchstaben bezeichnet, welche zugleich die Länge der betreffenden Glieder angeben und zwar sei:

$$\overline{12} = a; \overline{23} = b; \overline{34} = c \text{ und } \overline{41} = d.$$

Die diesen Gliedern entsprechenden Polbahnen seien durch die betreffenden großen lateinischen Buchstaben gekennzeichnet, so daß die Polbahn des Gliedes a mit A benannt ist, u. s. w.

Die Polbahn des bewegten Systems rollt auf der Seite der festen, welche nicht anschrafft ist. Es rollen die Polbahnen A und C ; B und D auf einander ab.

Ist die Polbahn in zwei Theile A und A_1 bez. C und C_1 unterschieden, so rollen A und C einerseits, A_1 und C_1 andererseits auf einander ab.

Die Asymptoten der Polbahnen, falls solche vorhanden sind, mögen mit den Buchstaben der entsprechenden Polbahnen be-

zeichnet werden, denen dann das Zeichen der Unendlichkeit angehängt ist; so würde eine zu A gehörige Asymptote $A\infty$ sein.

Aus der viergliedrigen cylindrischen Kurbelkette lassen sich zunächst folgende Getriebe bilden:

a. Kurbelviereck.

Die kinematische Formel des Kurbelvierecks lautet:

$$\left\{ \overset{1}{C^+ \dots || \dots} C^+ = \overset{2}{C^- \dots || \dots} C^- = \overset{3}{C^+ \dots || \dots} C^+ = \overset{4}{C^- \dots || \dots} C^- \right\}$$

oder in abgekürzter Schreibung $(C_4^{||})$.

Es sei nun angenommen, daß $a < c < b < d$ ist, dann erhält man aus der Kette, je nach Feststellung eines der Glieder, folgende Mechanismen:

$(C_4^{||})^d$ Rotirende Bogenschubkurbel.

Blatt 1. Fig. 1.

2 durchläuft die volle Peripherie eines Kreises, während 3 nur ein Stück Kreisbogen beschreibt.

(Man kann dieses Stück Kreisbogen als Mittellinie einer kreisförmig gebogenen Schleife ansehen und würde dann ganz die vorliegende Bewegung von c erhalten, wenn man in dieser Schleife einen Ringausschnitt, dessen Achse 4 ist, gleiten läßt.)

Bei der vorliegenden Kette nennt man in dieser Aufstellung: a die Kurbel, b die Koppel, c die Schwinge und d den Steg des Mechanismus.

34 fällt mit der Asymptote $D\infty$ bez. $D_1\infty$ zusammen, wenn 12 und 34 einander parallel liegen.

Wird das vorliegende Getriebe nicht, wie in der Figur angenommen, durch a , sondern durch c getrieben: $(C_4^{||})^c$, so hat dasselbe Todpunkte für die äußersten Lagen von 3.

Stellt man das Glied b der viercylindrigen Kette fest: $(C_4^{||})^b$, so tritt in der Bewegung keine wesentliche Änderung ein; nur wird b der Steg und d die Koppel des Getriebes.

$(C_4^{||})^c$ Oscillirende Doppelkurbel.

Blatt 1. Fig. 2.

Die Polbahnen sind geschlossene Kurven. b und d schwingen um die Achsen 3 und 4. Der Mechanismus $(C_4^{||})^c_b$ hat Todpunkte für die äußersten Lagen von 2 und $(C_4^{||})^c_d$ hat solche für die äußersten Stellungen von 1.

$(C_4^{\parallel})^a$ **Rotirende Doppelkurbel.**

b und d rotiren um 1 und 2. Auch in dieser Aufstellung sind Todpunkte vorhanden, deren Lage durch diejenigen Stellungen gegeben ist, in denen 2, 3 und 4 bez. 1, 4 und 3 in einer Geraden liegen.

Wird in der Kette (C_4^{\parallel}) $a = c$ und $b = d$, so entstehen aus dem Kurbelviereck:

 $(C_2^{\parallel} \parallel C_2^{\parallel})$ **Die Parallelkurbeln.**

Blatt 2. Fig. 3.

Die Glieder sind in dieser Kette paarweise parallel. Aus derselben erhält man den gleichen Mechanismus, ob a oder c festgestellt wird; ebenso ändert sich der Mechanismus nicht, ob b oder d das festgestellte Glied ist.

Die Polbahnen liegen bei den Parallelkurbeln mit allen ihren Punkten im Unendlichen.

Fallen 2 und 3 in die Richtung $\overline{14}$, so sind Todlagen vorhanden. Die Kette ist nicht mehr zwangsläufig geschlossen. Zur Schließung derselben wendet man wohl wiederholt dieselbe Kette an.

Kombinirungen mehrerer Parallelkurbeln zu einem Getriebe sind:

 (C_6^{\parallel}) **Das Kurbeldreieck.**

Blatt 2. Fig. 4.

und

 (C_6^{\parallel}) **Die Kurbelreihe.**

Blatt 2. Fig. 5.

Ist wieder $a = c$; $b = d$ und $b > a$; liegen indessen a und c , sowie b und d nicht parallel, sondern kreuzen sich die beiden längeren Seiten, so hat man das Antiparallelogramm. Die Formel dafür ist $(C_2^{\parallel} \geq C_2^{\parallel})$. Die Feststellung von a oder c , bez. b oder d ergibt ein gleiches Getriebe. Je nachdem nun eines der kürzeren oder eines der längeren Glieder festgestellt wird, unterscheidet man:

 $(C_2^{\parallel} \geq C_2^{\parallel})^{a=c}$ **Gleichläufige Antiparallelkurbeln.**

Blatt 3. Fig. 6.

Die Polbahnen A und C sind einander congruente Ellipsen, deren große Achsen mit der Richtung von $\overline{12}$ bez. $\overline{34}$ zusammenfallen und deren große Halbachsen gleich $\frac{b}{2}$, während ihre

kleinen Halbachsen gleich $\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{2}$ sind. Die Ellipsenmittelpunkte sind die Halbirungspunkte von a , bez. c . Die Ellipsen rollen mit gleichnamigen Punkten aufeinander ab.

Sind ω_d und ω_b die Winkelgeschwindigkeiten der Kurbeln d und b , so verhält sich

$$\frac{\omega_d}{\omega_b} = \frac{P_2}{P_1}.$$

Der Halbirungspunkt M von $\overline{34}$ beschreibt eine lemniscoidische Kurve von der Form: $(x^2 + y^2)^2 = b^2 x^2 + (b^2 - a^2) y^2$ bezogen auf $\overline{12}$ als x Achse und einer Senkrechten dazu im Halbirungspunkte N von $\overline{12}$ als y Achse. N ist ein Einsiedler dieser Kurve. Letztere hat in der Nähe der y Achse Wendepunkte, welche zusammenfallen würden, wenn $a = c = \sqrt{b^2 - a^2}$ wäre, so daß unter dieser Voraussetzung der Mechanismus $(C_2^{II} \geq C_2^{II})^a$ zur Geradföhrung benutzt werden könnte. M wäre dann der gerade geföhrte Punkt.

$(C_2^{II} \geq C_2^{II})^{d=b}$ **Gegenläufige Antiparallelkurbeln.**

Blatt 3. Fig. 7.

Die Polbahnen B und D sind einander congruente Hyperbeln, deren Hauptachsen mit $\overline{14}$ bez. mit $\overline{23}$ zusammenfallen. Die Gröfse der halben Hauptachse ist gleich $\frac{a}{2}$ und die der imaginären Halbachse gleich $\frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{2}$. Die Hyperbelmittelpunkte fallen in die Halbirungspunkte von d und b in N und M . Die Hyperbeln rollen mit gleichnamigen Punkten aufeinander.

Zwischen den Winkelgeschwindigkeiten der Kurbel c und a findet folgende Beziehung statt:

$$\frac{\omega_c}{\omega_a} = \frac{P_1}{P_4}.$$

Der Punkt M beschreibt eine lemniscoidische Kurve von der Form

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 x^2 - (b^2 - a^2) y^2.$$

Die Kurve hat in N einen Doppelpunkt und in der Nähe von N Wendepunkte, welche zusammenfallen, wenn $b = a\sqrt{3}$ wird. In dem Falle sind die gegenläufigen Antiparallelkurbeln auch zur Geradföhrung zu benutzen. M ist der gerade geföhrte Punkt und der Winkel, unter dem seine Bahn gegen $\overline{14}$ geneigt ist, beträgt $35^\circ 15' 50''$,⁸¹².

Beide Antiparallelgetriebe haben Wechsellagen. Damit nun die Antiparallelbewegung bei der Ueberschreitung derselben erhalten werde und nicht etwa in die Parallelbewegung übergehe, ist eine höhere Paarung zwischen zwei gegenüberliegenden Gliedern der viercylindrigen Kette anzubringen, also zwischen b und d bez. zwischen a und c .

Sind in der viercylindrigen Kette je zwei benachbarte Glieder einander gleich: $a = d$; $b = c$ und ist $b > a$, so nennt man die aus dieser Kette ($C_2^{||} \leq C_2^{||}$) hervorgehenden Getriebe gleichschenklige Doppelkurbeln. Diese Getriebe sind identisch bei der Aufstellung auf a oder d , bez. auf b oder c . Man unterscheidet, je nachdem die Kette auf eines der kürzeren, oder auf eines der längeren Glieder gestellt wird:

$(C_2^{||} \leq C_2^{||})^{a=d}$ **Gleichschenklige rotirende Doppelkurbeln.**

Blatt 4. Fig. 8.

Die Kurbeln d und b rotiren gleichläufig um 1 und 2 und zwar macht d zwei Umdrehungen, während b eine macht.

Die Polbahnen sind geschlossen. A hat in 2 einen Doppelpunkt. Fällt 4 mit 2 zusammen, so liegen 1, 2, 3 bez. 2, 1, 3 in einer Geraden. Das vorliegende Getriebe hat in beiden Lagen einen Wechsellagenpunkt, indem die viercylindrige Kette dort in ein Cylinderpaar übergeht, welches um 2 drehbar ist. Um dies zu vermeiden, ist eine höhere Paarung zweier gegenüberliegender Glieder, z. B. zwischen b und d nothwendig.

$(C_2^{||} \leq C_2^{||})^{b=c}$ **Gleichschenklige oscillirende Doppelkurbeln.**

Blatt 4. Fig. 9.

c oscillirt um 3; dabei kann a um 2 rotiren, ist dann aber theils gleich, theils gegenläufig mit c . Soll a stets gleichläufig mit c sein, so ist eine höhere Paarung zwischen b und d anzubringen. Es rollt dann der Polbahmentheil D auf B hin und her.

$(C_2^{||} \leq C_2^{||})_c^b$ hat Todpunkte bei den äußersten Stellungen von 4.

b. Schubkurbelkette.

Denkt man sich in der viercylindrigen Kette die Bewegung der Schwinge c durch den Bogenschub ersetzt und macht dann

$c = d = \infty$, so wird aus dem Cylinderpaare 4 ein Prismenpaar, dessen Längsachse durch 1 geht. Man hat dann die Schubkurbelkette

$$\{ \overbrace{C^+ \dots}^a \parallel \dots C^+ = \overbrace{C^- \dots}^b \parallel \dots C^- = \overbrace{C^+ \dots}^c \perp \dots P^+ = P^- \overbrace{\dots}^d \perp \dots C^- = \} \\ = (C_3^{\parallel} P^+).$$

Je nach der Aufstellung dieser Kette erhält man:

$$(C_3^{\parallel} P^+)^d \quad \text{Rotirende Schubkurbel.}$$

Blatt 5. Fig. 10.

Bei dieser Aufstellung nennt man a die Kurbel, b die Koppel, c den Schieber und d den Lenkstab.

Die Polbahn D hat die Form

$$4 a^2 x^4 = \{ b^2 - a^2 - x^2 \}^2 (x^2 + y^2);$$

in Bezug auf $\overline{13}$ als x Achse und 1 als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Diese Gleichung sechsten Grades stellt aber beide Hälften der Kurve dar, sowohl die, wo 3 auf der einen Seite von 1, als auch die für den Fall, daß 3 auf der entgegengesetzten Seite von 1 längs dem Prisma d gleitet.

Die eine Hälfte von D besteht aus zwei Zweigen, deren gemeinsame Asymptote senkrecht zur Längsachse des Prismas d liegt und durch einen Punkt geht, der durch 3 in der Lage bestimmt ist, in welcher $\overline{12}$ normal zu $\overline{13}$ steht. 1 ist ein conjugirter Punkt zu D .

Die Polbahn B hat die Form

$$a^2 \{ X^2 + Y^2 + b X \}^2 - b^2 (b - X)^2 (X^2 + Y^2) = 0$$

bezogen auf $\overline{23}$ als X Achse und 2 als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Die Kurve B besteht aus zwei Zweigen, welche einander in 3 berühren.

$$(C_3^{\parallel} P^+)^b \quad \text{Oscillirende Kurbelschleife.}$$

Blatt 5. Fig. 11.

Ueber die Polbahnen B und D siehe: Rotirende Schubkurbel. Der Mechanismus $(C_3^{\parallel} P^+)^b$ hat Todpunkte für den Fall, daß Punkt 1 in die Richtung $\overline{23}$ fällt. Verbindet man eine starre Gerade fest mit d , so daß sie in 1 senkrecht zu $\overline{13}$ steht, so umhüllt die Gerade einen Hyperbelast H . Der Mittelpunkt

der Hyperbel ist 2 und ihre halbe Hauptachse, in der Richtung $2\bar{3}$ liegend, ist gleich a .

$(C_3^{\parallel} P^{\perp})^a$ **Rotirende Kurbelschleife.**

Blatt 6. Fig. 12.

Die Glieder b und d rotiren um die Achsen 1 und 2. Die Gleichung der Polbahn A hat die Form

$$b^2 \{ X^2 + Y^2 - aX \}^2 - a^2 (a - X)^2 (X^2 + Y^2) = 0$$

in Bezug auf $1\bar{2}$ als X Achse und 1 als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Diese Kurve hat in 1 einen Doppelpunkt und berührt sich selbst in 2.

Die Polbahn C hat die Form

$$4b^2 x^4 - \{ x^2 + b^2 - a^2 \}^2 (x^2 + y^2) = 0$$

bezogen auf $3\bar{2}$ als x Achse und 3 als Anfangspunkt eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Diese Kurve besteht aus zwei getrennten Hälften, welche zur Rollung auf A gelangen, je nachdem 3 auf der einen, oder auf der entgegengesetzten Seite von 2 auf dem Prisma d gleitet. 3 ist ein conjugirter Punkt der Kurve C . Verbindet man fest mit c eine starre gerade Linie, welche in 3 senkrecht zu $3\bar{2}$ steht, so umhüllt dieselbe eine Ellipse, deren Mittelpunkt 1 ist, deren große Halbachse, in der Richtung $1\bar{2}$ liegend, gleich b und deren kleine Halbachse gleich $\sqrt{b^2 - a^2}$ ist.

$(C_3^{\parallel} P^{\perp})^c$ **Oscillirende Schubkurbel.**

Blatt 6. Fig. 13.

Ueber die Polbahnen A und C siehe: Rotirende Kurbelschleife.

Das Getriebe $(C_3^{\parallel} P^{\perp})^c_b$ hat Todpunkte bei den äußersten Lagen von 1; $(C_3^{\parallel} P^{\perp})^c_d$ hat solche bei den äußersten Lagen von 2.

Wird in der Schubkurbelkette $a = b$, dann sind, da auch $c = d = \infty$ ist, je zwei benachbarte Glieder gleich und man hat einen besonderen Fall des gleichschenkligen Kurbelgetriebes. Man wird daher die so entstehende Kette $(C_2^{\parallel} \angle C^{\parallel} P^{\perp})$ als gleichschenklige Schubkurbel bezeichnen müssen. Je nachdem man nun diese Kette auf eines der unendlich großen oder der kleineren Glieder stellt, erhält man die Mechanismen:

$(C_2^{\parallel} \leq C^{\perp} P^{\perp})^{d=c}$ **Gleichschenklige rotirende Schubkurbel.**

Blatt 7. Fig. 14.

Die Polbahnen sind zwei Cardanische Kreise, deren Radien sich also verhalten wie 1:2. Der grössere D hat den Mittelpunkt 1 und der kleinere B hat den Mittelpunkt 2 und geht durch 3 und 1.

Wenn 3 mit 1 zusammenfällt, hat das Getriebe Wechsellpunkte. Die Kette geht über in ein Cylinderpaar, welches sich um 1 dreht. Der Wechsellpunkt wird unschädlich gemacht durch eine höhere Paarung von b mit d .

$(C_2^{\parallel} \leq C^{\perp} P^{\perp})^{\frac{d}{c}}$ hat Todpunkte für die äussersten Stellungen von 3.

 $C_2^{\parallel} \leq C^{\perp} P^{\perp})^{a=b}$ **Gleichschenklige rotirende Kurbelschleife.**

Blatt 7. Fig. 15.

Die Polbahnen sind Cardanische Kreise. Der kleinere A hat den Mittelpunkt 2 und geht durch 1 und 3; der grössere C hat den Mittelpunkt 3.

Auch dieser Mechanismus hat Wechsellpunkte, wenn 3 mit 1 zusammenfällt. Es muß daher eine höhere Paarung zwischen b und d angewendet werden.

e. Rechtwinklige Kreuzschleifenkette.

Ersetzt man in der Schubkurbelkette das Cylinderpaar 3 durch ein Bogenschubpaar, so wird die Koppel b ein Cylinderring, welcher in einer Bogenschleife gleitet. Macht man dann $b = \infty$, so geht 3 in ein Prismenpaar über. Die Achse desselben steht senkrecht zu der Achse des Prismenpaares 4 und man hat die rechtwinklige Kreuzschleifenkette:

$$\{ C^+ \overbrace{\dots}^a \dots C^- = C^+ \overbrace{\dots}^b \dots P^+ = P^- \overbrace{\dots}^c \dots P^+ = P^- \overbrace{\dots}^d \dots C^- \} \\ = (C_2^{\parallel} P_2^{\perp}).$$

 $(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})^d$ **Rotirende Kreuzschleifenkurbel.**

- Blatt 8. Fig. 16.

Die Kurbel a rotirt um 1, während c sich geradlinig hin- und herbewegt. Die Polbahnen B und D fallen mit allen ihren Punkten in die Unendlichkeit.

$(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})^c$ **Oscillirende Kreuzschleifenkurbel.**

Blatt 8. Fig. 17.

Die Glieder b und d haben eine schwingende Bewegung. Auch a macht oscillirende Bewegungen, so daß es bei einem Hin- und Hergange von d eine ganze Umdrehung vollführt.

Die Polbahnen A und C sind Cardanische Kreise, von denen der kleinere $\overline{12}$ als Durchmesser hat, während der Durchschnittspunkt N der Prismenachsen $\overline{41}$ und $\overline{23}$ der Mittelpunkt des größeren Kreises ist. Alle Punkte von a beschreiben, der Eigenschaft der Cardan-Kreise zufolge, Ellipsen.

$(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})_d^c$ hat Todpunkte für die äußersten Stellungen von 1;

$(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})_b^c$ hat solche für die äußersten Lagen von 2.

 $(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})^b$ **Oscillirende Kreuzschleife.**

Blatt 9. Fig. 18.

a rotirt um 2, während sich 1 hin- und herbewegt. Die Polbahnen B und D liegen im Unendlichen. Die durch diesen Mechanismus bedingte Bewegung ist dieselbe, wie bei $(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})^d$, rotirende Kreuzschleifenkurbel.

 $(C_2^{\parallel} P_2^{\perp})^a$ **Rotirende Kreuzschleife.**

Blatt 9. Fig. 19.

Die Kreuzschleife c rotirt um den Halbirungspunkt M von a , so daß der Mittelpunkt N der ersteren stets einen Abstand $\frac{a}{2}$ von M hat. d rotirt dabei um 1. Die Polbahnen A und C sind zwei Cardan-Kreise (siehe: Oscillirende Kreuzschleifenkurbel). Daher beschreiben alle Punkte von c verlängerte, gemeine oder verkürzte Cardioiden.

d. Geschränkte Schubkurbelkette.

Werden in der Kurbelkette (C_4^{\parallel}) $c = \infty$; $d = \infty$ aber $c > d$, so geht das Cylinderpaar 4 in ein Prismenpaar über, dessen Achsenrichtung nicht wie bei $(C_3^{\parallel} P^{\perp})$ durch 1 geht, sondern im Abstände $(c - d)$ daran vorüberläuft. Man erhält die geschränkte Schubkurbelkette:

$$\{ \overbrace{C^+ \dots \parallel \dots}^a C^+ = C^- \dots \parallel \dots C^- = C^+ \dots \dagger \dots P^+ = P^- \dots \dagger \dots C^- = \} \\ = (C_3^{\parallel} P^{\perp}).$$

Je nach der Aufstellung lassen sich daraus die Mechanismen bilden:

$(C_3^{\parallel} P \dagger)^d$ **Geschränkte rotirende Schubkurbel.**

Blatt 10. Fig. 20.

$(C_3^{\parallel} P \dagger)^b$ **Geschränkte oscillirende Kurbelschleife.**

$(C_3^{\parallel} P \dagger)^a$ **Geschränkte rotirende Schubkurbel.**

$(C_3^{\parallel} P \dagger)^c$ **Geschränkte oscillirende Schubkurbel.**

Blatt 10. Fig. 21.

Die Polbahnen der Kette $(C_3^{\parallel} P \dagger)$ haben Aehnlichkeit mit den entsprechenden der Kette $(C_3^{\parallel} P^+)$. Die Aufstellung der Gleichungen der ersteren würde aber zu complicirteren Formen führen.

Todpunktlagen, wie sie bei der Kette $(C_3^{\parallel} P^+)$ zu erwähnen waren, treten bei $(C_3^{\parallel} P \dagger)$ nicht auf.

e. Schiefwinklige Kreuzschleifenkette.

Ist für den Fall $c = \infty$; $d = \infty$; $e > d$ auch noch $b = \infty$, so liegt die Achsenrichtung des Prismas 3 schief zu der von 4 und man hat die schiefwinklige Kreuzschleifenkette.

$$\{ \overbrace{C^+ \dots}^a \parallel \dots C^+ = C^- \overbrace{\dots}^b \perp \dots P^+ = P^- \overbrace{\dots}^c \angle \dots P^- = P^+ \overbrace{\dots}^d \perp \dots C^- = \} \\ = (C_2^{\parallel} P_2^{\angle})$$

Die aus dieser Kette zu bildenden Getriebe sind

$(C_2^{\parallel} P_2^{\angle})^d$ **Rotirende Scharzkreuzkurbel.**

Blatt 11. Fig. 22.

Die Polbahnen D und B liegen im Unendlichen. Todpunktlagen sind, wenn von der Reibung abgesehen wird, nicht vorhanden.

$(C_2^{\parallel} P_2^{\angle})^b$ **Oscillirende Scharzkreuzschleife.**

Das Bewegungsgesetz ist ganz wie bei dem vorstehenden Getriebe.

$(C_2^{\parallel} P_2^{\angle})^a$ **Rotirende Scharzkreuzschleife.**

Blatt 11. Fig. 23.

Die Polbahnen A und C sind zwei Cardan-Kreise. A , der kleinere davon, geht durch 1 und 2 und durch den Durchschnitts-

punkt N der beiden Prismenachsen $\overline{23}$ und $\overline{14}$. Der große Kreis C hat seinen Mittelpunkt in N . Die Punkte von c beschreiben Cardioiden.

$(C_2^1 P_2^1)^c$ Oscillirende Scharkreuzkurbel.

f. Einfach geschränkte Winkelschleifenkette.

Macht man in der Kette (C_4^1)
 $c = d = \infty$; ferner $b = \infty$ und $a = \infty$, aber $a < b$, so erhält man die einfach geschränkte Winkelschleifenkette:

$$\left\{ \overbrace{C^+ \dots \pm \dots}^a P^+ = P^- \overbrace{\dots \pm \dots}^b C^+ = C^- \overbrace{\dots \pm \dots}^c P^+ = P^- \overbrace{\dots \pm \dots}^d C^- = \right\} \\ = (CP \mp CP^{\pm})$$

Aus dieser Kette kann man die Getriebe erhalten:

$(CP \mp CP^{\pm})^d$ Einfach geschränkte rotirende Winkelschleifenkurbel.

$(CP \mp CP^{\pm})^b$ Einfach geschränkte oscillirende Winkelschleifenkurbel.

Blatt 12. Fig. 24.

Die Polbahn B ist eine Parabel von der Form

$$y^2 = lx$$

wo $l = M3$ der Abstand ist, den 3 von der Achse des Prismas b hat, und wo die Coordinaten bezogen sind auf 3 als Anfangspunkt und $M3$ als x Achse eines rechtwinkligen Coordinatensystems.

Die Polbahn D hat die Form

$$X^2 = l^2 (X^2 + Y^2)$$

bezogen auf 1 als Anfangspunkt und die Achse des Prismas d als X Achse eines rechtwinkligen Coordinatensystems. Diese Kurve besteht aus zwei Zweigen, symmetrisch zur Y Achse liegend, von denen aber nur der eine zur Rollung gelangt, während der andere gebraucht würde, wenn 3 auf die entgegengesetzte Seite der Achse von b fiel. 1 ist ein conjugirter Punkt dieser Kurve.

Alle Punkte der Achse von d beschreiben verkürzte, gemeine oder verlängerte Conchoiden von der Form

$$(x^2 + y^2)(l - x)^2 = k^2 x^2$$

wo k der Abstand der Punkte von 1 ist und wo die Coordinaten bezogen sind auf 3 als Anfangspunkt und $\overline{M3}$ als x Achse eines rechtwinkligen Coordinatensystems.

$(CP + CP^+)^a$ Einfach geschränkte rotirende Winkelschleife.

$(CP + CP^+)^c$ Einfach geschränkte oscillirende
Winkelschleifenkurbel.

Blatt 12. Fig. 25.

Die Polbahn A ist congruent B und C ist congruent D (siehe: Einfach geschränkte oscillirende Winkelschleifenkurbel).

Die Achsen der Kurven A und B sind parallel, aber entgegengesetzt gelegen. Auch die Achsen von C und D sind parallel.

$(CP + CP^+)^c_b$ hat Rückkehrpunkte für die äußersten Stellungen von 1.

$(CP + CP^+)^c_d$ hat Todpunkte für den Fall, daß M in die Achsenrichtung von c bez. d hineinfällt.

g. Doppelt geschränkte Winkelschleifenkette.

Wird in der Kette (C_4^{\parallel}) $c = \infty$; $d = \infty$; $d > c$,
 $a = \infty$; $b = \infty$; $b > a$

und ist außerdem $(d - c)$ verschieden von $(b - a)$, so entsteht die doppelt geschränkte Winkelschleifenkette:

$$\{C^+ \overbrace{\dots \pm \dots}^a P^+ = P^- \overbrace{\dots \pm \dots}^b C^+ = C^- \overbrace{\dots \pm \dots}^c P^+ = P^- \overbrace{\dots \pm \dots}^d C^-\} \\ = (CP^+)_2.$$

Die Glieder a und c und ebenso die Glieder b und d liegen gleichartig in der Kette. Diese liefert daher nur die beiden Mechanismen

$(CP^+)_2^{b=d}$ Zweifach geschränkte oscillirende Winkelschleife.

Blatt 13. Fig. 26.

$(CP^+)_2^{c=a}$ Doppelt geschränkte oscillirende
Winkelschleifenkurbel.

Blatt 13. Fig. 27.

Die Polbahnen der Kette $(CP^+)_2$ haben Aehnlichkeit mit den entsprechenden der Kette $(CP + CP^+)$, sind aber von complicirter Gestalt.

ZWEITES KAPITEL.

ZEICHNEN VON LINIEN.

Das Zeichnen von Linien kann geschehen mittelst niederer oder höherer Elementenpaare und mittelst kinematischer Ketten. Kreise zeichnet man mit Hilfe von Rotationspaaren, Gerade mit Prismenpaaren, und Schraubenlinien werden durch Schraubenpaare erzeugt.

Höhere Paare verwendet man zum Zeichnen von Aequidistanten der Kurven.

Nachfolgend sind die wichtigsten kinematischen Ketten, welche zum Zeichnen von Linien Anwendung finden, aufgeführt.

1) Der Kreuzzirkel.

Blatt 14. Fig. 28.

Derselbe, eine Anwendung der rechtwinkligen Kreuzschleifenkette, Blatt 8, Fig. 17, dient zum Zeichnen von Ellipsen. Ist in Fig. 28a P der beschreibende Punkt, p und q dessen Abstände von den Enden des Durchmessers des kleinen Cardankreises, so ist

$$x = q \cos \varphi \quad \text{und}$$

$$y = p \sin \varphi$$

Daraus folgt:

$$\frac{x^2}{q^2} = \cos^2 \varphi \quad \text{und}$$

$$\frac{y^2}{p^2} = \sin^2 \varphi$$

mithin:

$$\frac{x^2}{q^2} + \frac{y^2}{p^2} = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1.$$

Folglich beschreibt P eine Ellipse, deren Halbachsen p und q sind.

Liegt Punkt P über 2 hinaus, so wird q negativ, doch bleibt die Gleichung der von P beschriebenen Kurve dieselbe. Liegt ferner P über 1 hinaus, so wird p negativ, ohne daß sich die Gleichung ändert. Die Polbahnen sind die eingezeichneten Cardankreise, der bewegliche über $\sqrt{12}$ als Durchmesser, der ruhende um σ mit $\sqrt{12}$ als Radius.

2) Der Ellipsograph von Slaby.*)

Blatt 15. Fig. 29.

Rollt ein Kreis in einem doppelt so großen, so beschreibt jeder mit dem rollenden Kreise fest verbundene Punkt gegen den ruhenden eine Ellipse. Diese Cardankreise kann man sich durch eine Polbahnerne, gebildet aus einem Rolltrieb, ersetzt denken.

Die Durchmesser der Rollen verhalten sich wie 1:2. Die 3 Polbahnen sind die beiden Rollen und ihre gemeinschaftliche Tangente. Auf einem mit 2 Nadelfüßen festzustellenden Stativ sitzt, fest damit verbunden, die Schnurrolle C , und drehbar die durchbohrte Hülse K mit dem Handgriff I . Durch die Hülse verschiebt sich der mit Theilung versehene, prismatische Centralarm A . Bei M trägt derselbe die leicht um ihre eigene Achse drehbare Rolle D von halb so großem Durchmesser, wie C . Durch den unteren cylindrischen Ansatz von D ist der ebenfalls mit Theilung versehene Arm A_1 verschiebbar. Derselbe trägt an seinem Ende den Schreibapparat.

Am Griffe G ist eine Führungs- und Unterstützungsfeder, welche je nach Lage des Schwerpunktes auf dem Arme A befestigt wird. Der Querarm H trägt an den Enden 2 Führungsrollen N und O und die Spannrollen F und C .

Soll das Instrument eine Ellipse von den Halbachsen a und b beschreiben, so stelle man den Arm A auf $\frac{a+b}{2}$ und A_1 auf $\frac{a-b}{2}$.

Der Apparat ist ebenso geeignet, Cycloiden zu verzeichnen. Zu dem Zwecke sind die Umsetzungsverhältnisse der Rollen C und D entsprechend zu ändern.

*) Verhandlungen 1876, p. 327, Dr. Slaby.

3) Fareys Ellipsograph.^{*)}

Blatt 16. Fig. 30 und 30a.

Derselbe ist eine Anwendung der rechtwinkligen Kreuzschleifenkette, nur fallen die Glieder $\overline{23}$ und $\overline{14}$ weg und sind durch höhere Paarungen ersetzt. Die höhere Paarung geschieht bei 2 und 1 durch Wälzen von Cylindern in Hohlprismen, während Hohlcylinder und Vollprisma weggemindert sind. Das Glied a (12) kann, um beliebige Ellipsen zu zeichnen, verlängert oder verkürzt werden, aus demselben Grunde ist der zu zeichnende Stift in der Längsrichtung von a verstellbar. Beide Veränderungen werden durch Zahnstangengetriebe r_2 und $r_1 z_1$ hervorgebracht. Die Ausführung der Paarungen hat zur Vermeidung der Kreuzung in parallelen Ebenen stattgefunden.

4) Lissajouwerk.

Blatt 17. Fig. 31.

Zwei rotirende Kreuzschleifenkurbeln NM und LK (siehe Blatt 8, Fig. 16), verleihen einem Punkte I gleichzeitige Bewegung in 2 sich rechtwinklig schneidenden Richtungen. Die Kurbeln werden durch Wellen A und D bewegt, deren Umdrehungszahlen mittels einer Reihe von Zahnrädern variiert werden können. Je nach dem gewählten Uebersetzungsverhältniß und dem Winkel, welchen beide Kurbelrichtungen in der Anfangsstellung mit einander bilden, beschreibt Punkt I eine Schaar von Projektionen sinoidischer Kurven, deren Grenzfälle die Gerade und der Kreis sind.

5) Tricenterwerk.

Blatt 18. Fig. 32.

Einer Scheibe S wird eine rotirende Bewegung durch ein Räderpaar gegeben, dessen eine Welle mit der Achse der Scheibe durch ein Hooke'sches Gelenk verbunden ist. Gleichzeitig dreht sich der Punkt I der mathematischen Scheibenachse im Kreise um O . Beide Drehungen haben das Umsetzungsverhältniß 1:3 und sind gleichgerichtet. Der beliebig verstellbare Punkt Z beschreibt gegen die Scheibe Cycloiden.

Anwendung findet der Mechanismus zum Anfertigen der Tricenterbohrer. Um den Radius OI variiren zu können, sind mehre Spitzen angeordnet.

*) Verhandlungen 1874. T. Rittershaus.

6) Antiparallelogramm.

Blatt 3. Fig. 6.

Der Schnittpunkt der Glieder b und d beschreibt eine Ellipse, deren große Halbachse $= \frac{b}{2}$ und deren kleine $= \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{2}}$ ist. (Siehe gleichläufige Antiparallelkurbel Seite 9.)

7) Der Storchschnabel.

Der Storchschnabel läßt sich zum Zeichnen von Curven verwenden, wie dies Kap. 5, abgeleitete Geradföhrungen, erörtert werden wird.

8) Guillochirwerk.

Blatt 19. Fig. 33.

Eine Scheibe S wird gleichförmig gedreht, auf deren Achse besonders profilirte Scheiben A, B, C sitzen, welche je nach den herzustellenden Figuren in Thätigkeit gebracht werden. Die Achse der Scheibe wird von den Hebeln H getragen, welche um die Punkte I, I schwingen. Die dem verlangten Profil entsprechende Scheibe A, B oder C wird durch eine Feder gegen eine feststehende Rolle a gedrückt. Bei Drehung der Scheibe S muß dieselbe der im Eingriff befindlichen Profilscheibe folgen, so daß jeder Punkt der ersteren eine dem Profil ähnliche Kurve beschreibt, entsprechend dem Abstand desselben vom Scheibenmittelpunkte.

Ein mit der Rolle a fest verbundener Punkt Z beschreibt, falls er in der Achse der Rolle sich befindet, eine Aequidistante zu dem in Eingriff befindlichen Profile im Abstände des Rollenradius. Liegt Punkt Z außerhalb der Achse, so beschreibt er auf der Scheibe S eine Aequidistante zu der ersteren Aequidistante.

DRITTES KAPITEL.

PROFILIRUNG VON KÖRPERN.

Die nachfolgenden Mechanismen finden zur Profilierung von Körpern Anwendung.

1) Ovalwerk von Leonardo da Vinci.*)

Blatt 20. Fig. 34.

Der Mechanismus ist eine Anwendung der rotirenden Kreuzschleife (siehe diese). Das Glied $\overline{12}$ ist als Gestell ausgebildet, 3 und 4 sind auch diesmal die Prismenführungen, 1 ist das Cylinderpaar, das erweitert ausgebildet wurde, um Raum für die Achse B zu schaffen. Bei 2 ist mit dem Prisma ein Volleylinder und mit dem Gestell der Hohleylinder verbunden. Die Länge des Gliedes a ($\overline{12}$) ist durch Verschiebung des Paares 1 verstellbar, um Ellipsen verschiedener Gröfse zeichnen zu können.

Bei der Drehung des Mechanismus beschreibt ein mit dem Gestell $\overline{12}$ verbundener Punkt gegen die Scheibe S eine Ellipse.

2) Ovalwerk nach Delnest.

Blatt 21. Fig. 35.

Das Ovalwerk beruht auf dem Cardanproblem, und jeder Punkt auf OR oder der Verlängerung von OR beschreibt gegen P eine Ellipse. Die Polbahnen ändern sich mit der Kurbellänge F und der Verschiebung des Punktes R auf L .

Die Achse der Planscheibe steht mit der Triebwelle B durch Zahnräder in solcher Verbindung, daß die Winkelgeschwindigkeit

*) Siehe Theoretische Kinematik von Reuleaux, p. 316 und 336.

von B doppelt so groß ist wie die von A und durch ein Zwischenrad dieselbe Richtung erhält. Mit B ist eine Kurbel verbunden, welche mit der Kurbel F^1 und der Koppel L eine Parallelkurbel bildet. Jeder mit der Koppel fest verbundene Punkt beschreibt also einen Kreis vom Radius gleich der Kurbellänge. Die Punkte des kleinen Kreises haben dieselbe Peripheriegeschwindigkeit wie die des großen, es rollt mithin der kleine im großen Kreise.

Die zweite Parallelkurbel dient zur Ueberwindung der Todepunkte.

3) Ovalwerk.

Blatt 22. Fig. 36.

Ein Schlitten I , der durch die Feder F stets nach links gezogen wird, lehnt sich mit 2 Rollen R_1 und R_2 an die Profilscheiben P_1 und P_2 , deren Achsen B und A durch Zahnräder ein bestimmtes Umdrehungsverhältniß erhalten.

4) Konoidwerk I.

Blatt 23. Fig. 37.

Die Leitspindel S bewegt den Schlitten R hin und her, während sich in R ein zweiter Schlitten P normal geschränkt zur ersten Bewegungsrichtung bewegt. Letzterer wird in der Nuth N geführt, der Stift St (Support) muß also stets eine congruente Kurve zur Mittellinie von N beschreiben. Durch Verstellen des mit St fest verbundenen Gliedes auf P kann man den Abstand der Kurven variiren.

5) Konoidwerk II.

Blatt 24. Fig. 38.

Dieses Konoidwerk ist eine geschränkte Schubkurbel, in welcher das Prismenpaar durch ein Schraubenpaar ersetzt worden ist ($C_3^I S+$). Durch die Schraube S wird eine hin- und hergehende Bewegung des Schlittens R erzeugt, während die Kurbel K eine Drehung des Armes A , auf welcher der schreibende Stift St sitzt, erzwingt. Diese Drehung geschieht um einen mit dem Schlitten P fest verbundenen Zapfen. Es kann aber P in R durch die Schraube s verstellt werden.

St würde die in der Figur fast zur Hälfte gezeichnete, schleifenförmige Kurve beschreiben, wenn ihn nicht die machinelle

Ausführung des Mechanismus hinderte. In Wirklichkeit beschreibt er nur den stärker punktierten Theil dieser Kurve.

Durch Verstellung von P in R , beziehungsweise durch Aenderung der Länge des Kurbelarmes K , sowie durch Verschiebung von St auf A kann man die Form der zu zeichnenden Kurve ändern.

6) Konoidwerk III.

Blatt 25. Fig. 39.

Bei diesem von Hastie konstruirten Konoidwerke wird dem auf dem Arme A sitzenden Stift St zugleich mit dem Schlitten R und dem auf R festgestellten Schlitten P durch die Schraube S eine hin- und hergehende Bewegung ertheilt. Dem Arme A wird durch S andererseits mit Hilfe mehrer Räderübersetzungen und zuletzt durch eine Schraube ohne Ende und ein mit A fest verbundenes Zahnrad eine Drehung um einen auf P sitzenden Zapfen ertheilt, welche proportional der Längsbewegung von P ist.

Der zeichnende Punkt St beschreibt also, je nachdem er ein Stück Kreisperipherie zurücklegt, welches gleich, größer oder kleiner ist als die gleichzeitige Verschiebung des Schlittens R , gemeine, verlängerte oder verkürzte Cycloiden.

Durch Verschieben von P in R mittelst der Schraube s kann man die Lage, durch Verstellen von St auf A die Form der Cycloiden ändern.

7) Sinoidwerk.

Blatt 26. Fig. 40.

Die in der Welle A eingeleitete Bewegung wird übertragen einmal durch entsprechende Räderübersetzungen auf die Scheibe P , das andere Mal durch eine Kurbelschleife auf ein Prisma c und durch dieses mittelst des Schlittens R auf den Stift Z . Die Relativbewegung des Stiftes gegen die Planscheibe, abhängig von dem gewählten Uebersetzungsverhältniß, ergiebt die von Z beschriebene Figur. Der Mechanismus erzeugt Sinoiden.

8) Kugeldrehbank von Weidmann.*)

Blatt 27. Fig. 41.

Dieselbe beruht auf dem Princip der Kugelrollung, ausgeführt durch gleichzeitige Drehung um 2 sich rechtwinklig

*) Verhandlungen 1872. T. Rittershaus.

schneidende Achsen. BB^1 sind 2 mit ihren Achsen genau in einem Durchmesser der Planscheibe liegende und den verschiedenen Größen der zu bearbeitenden Kugeln entsprechend radial verstellbare Körner. Der eine der Körner B überträgt die ihm mitgetheilte Bewegung auf das eingespannte Stück. S ist eine eingängige Schnecke, welche auf der Nabe der Planscheibe drehbar befestigt ist. Sie wird an der Drehung verhindert durch eine am Spindelstocke angebrachte Nase O , während die Planscheibe mit Allem, was daran befestigt ist, sich gegen dieselbe dreht. Dadurch wird das in sie eingreifende Rad R gezwungen, sich bei jeder Umdrehung der Planscheibe gegen letztere um eine Zahnweite zu drehen, und diese Umdrehung überträgt sich durch die Zwischenräder, die Schraube ohne Ende s , das Schraubenrad r auf den Körner B und durch ihn endlich auf die Kugel. Die Kugel bewegt sich also gegen das feststehende Werkzeug um die Achse der Spindel A , zugleich aber auch um die dieselbe im Kugelmittelpunkt schneidende Achse der Körner BB^1 , es bewegt sich folglich die Stichel Spitze, wie jeder Punkt des Werkzeuges, gegen das Werkstück auf einer Kugel.

9) Die Passig-Drehbank (Patent Koch & Müller).*)

Blatt 28. Fig. 42.

Diese Bank beruht auf dem Principe der Oldhamschen Kuppelung (siehe Theoretische Kinematik von Reuleaux, pag. 315).

S ist das die Kreuzschleife tragende Zwischenstück. Die eine Prismenführung sitzt auf der hohlen Welle W , die andere wird gebildet aus den auf S aufgeschraubten Rollen, welche in Schlitzten der Planscheibe P gleiten. Der Mittelpunkt der Planscheibe P sitzt auf einem excentrischen Zapfen C , dessen Abstand von der Mitte der Welle W^1 mittelst eines Excenters verstellbar ist. Dadurch wird erreicht, daß die Excentricität von P gegen W^1 auch auf Null gestellt, d. h. die Bank als gewöhnliche Drehbank gebraucht werden kann.

Die Spindel W^1 erhält ihre Bewegung durch die Zahnräder $defgi$ von der hohlen Welle W aus, welche die Stufenscheiben trägt und zwar in entgegengesetztem oder gleichem Sinne, je

*) Verhandlungen 1876, pag. 310, Brauer, und Zeichnungen für die Hütte 1879.

nachdem man die Räder g und i direkt oder durch Zuhilfenahme des Zwischenrades i in einander greifen läßt. Die Bewegung wird gleichförmig auf die Planscheibe P übertragen, während ihr Mittelpunkt ebenfalls mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis in gleicher oder entgegengesetzter Richtung beschreibt. Dieser letztern Bewegung entsprechend, bewegt sich die Spitze des Reitstockes der Bank.

10) Kopirwerk.

Blatt 29. Fig. 43.

Eine Schubkurbel $ABCD$ bewegt eine Welle W und eine Welle IK . Die Welle W überträgt ihre Bewegung durch eine Schraube ohne Ende auf eine zweite Welle F , welche eine Profilscheibe N trägt. Durch mehre Zahnräder wird diese Drehbewegung einer Planscheibe H mitgetheilt. Die Welle IK , welche eine bedeutend höhere Umdrehzahl besitzt, als W , trägt an ihrem Ende 2 Messer, bez. Spitzen. Die Welle IK durchläuft während der Drehung eine horizontale Bahn, veranlaßt durch die mittels einer Feder gegen die Profilscheibe N gedrückte Rolle.

Beide Bewegungen bewirken, daß die Spitzen L auf der Scheibe H eine dem Profil N ähnliche Fläche aussparen, so daß die von den Spitzen L beschriebenen Kreisbogen das gewünschte Profil einhüllen.

11) Drehbank von Bollmann.

Blatt 30. Fig. 44.

Das Profil A ist das allgemeine Zahnprofil zum Sechskant B , hüllt dasselbe also bei gegenseitiger, durch Zahnräder vermittelter Bewegung ein. Wegen Anordnung der 2 Fraiser P_1 und P_2 ist die Uebersetzung 1:3. Die ersteren sind so angebracht, daß sie nur so lange das Sechskant berühren, als dies mit einer seiner Seiten im Eingriff ist. An den Ecken findet also Leer- gang statt.

VIERTES KAPITEL.

GERADFÜHRUNGEN.

Die in diesem Kapitel ausgeführten Mechanismen bezwecken die Führung eines Punktes auf einer Geraden in genauer oder angenäherter Weise. Man theilt die Geradfürungen ein in solche, die durch Elementenpaare und in solche, die durch Ketten herbeigeführt werden.

A. Geradführung durch Elementenpaare.

Hierher gehören vor allen die Prismenpaare, deren am meisten verbreitete auf Blatt 31 dargestellt sind. Die in den Fig. 45 bis 49 im Querschnitt skizzirten Führungen sind in der Regel bei Dreh- und Hobelbänken in Anwendung. Bei Dampfmaschinen finden sich die Führungen vor, wie sie in Fig. 50 bis 55 veranschaulicht sind.

Um die gleitende Reibung der Prismenpaare durch die weniger schädlich wirkende rollende Reibung zu ersetzen, wendet man Rollen an, welche auf Linealen laufen. Der Durchmesser des Laufkreises ist in der Regel nur um geringes kleiner als der Abstand der Lineale beträgt, so daß bei der Bewegung stets nur ein Lineal mit der Rolle in Berührung kommt, und so eine Abwälzung des Rollenumfanges auf dem Lineale erfolgt. Nach diesem Princip sind die Fig. 56—59 aufzufassen.

B. Geradführung mittelst kinematischer Ketten.

a) Ellipsenlenker.

Rollt der kleine Cardankreis in dem großen, so bewegt sich jeder Punkt seines Umfangs auf einem Durchmesser des großen

Kreises. Diese Kreise sind als Polbahnen bei der oscillirenden Kreuzschleifenkurbel, Blatt 8 Fig. 17, und bei dem Kreuzzirkel, Blatt 14 Fig. 28, gefunden worden.

Wird nun umgekehrt auf Blatt 32 Fig. 60 der Punkt 2, als Mitte des Gliedes $\overline{35}$, durch Einschaltung einer Koppel $\overline{12} = a$ gezwungen, um 1 auf einem Kreise zu laufen, und der Punkt 3 auf einer Geraden geführt, so muß der Punkt 5 gleichfalls einer Geraden folgen. Läßt man nun die übrigen Theile fort und führt nur die Führung des Punktes 3, den Hauptlenker $\overline{35}$, und den Gegenlenker $\overline{12}$ aus, so erhält man eine Geradföhrung für den Punkt 5, welche man Ellipsenlenker nennt und die auf Blatt 32 in Fig. 61 veranschaulicht ist. Es ist hierbei $a = b = c$; während der Hub des Punktes 5 bis zu $4a$ betragen kann (Fig. 60).

Es ist bei der Ausführung des Lenkers unbequem, daß die Achse der Paarung 1 die Bahn des Punktes 5 schneidet. Man wählt daher statt der Mitte A des Hauptlenkers (Fig. 60) einen beliebigen Punkt auf $\overline{35}$ oder dessen Verlängerung und unterscheidet demnach: Ellipsenlenker I. Art, so bald der gewählte Punkt zwischen 3 und 5; Ellipsenlenker II. Art, wenn er auf der Verlängerung über 5, und Ellipsenlenker III. Art, wenn er über 3 hinaus sich befindet.

Ellipsenlenker I. Art.

Blatt 33, Fig. 62, 62a, 62b und 63.

Die Punkte I_b und I_c in Fig. 60 beschreiben nach früherem Ellipsen, von denen Stücke benutzt und durch Kreisbogen ersetzt werden. Je größer die Annäherung gemacht wird, desto genauer wird der Punkt 5 einer Geraden folgen.

Die kräftig punktirten Linien stellen in allen folgenden Lenkern die Kurven dar, welche die geradeföhrenden Punkte bei vergrößertem Ausschlage beschreiben würden.

Bestimmung der Grösse des Gegenlenkers.

A) Es sei der Angriffspunkt 2 (Fig. 62) auf dem Hauptlenker gegeben und der Drehpunkt 1 gesucht.

Die Auffindung kann graphisch wie analytisch geschehen.

1) Graphische Methode. Fig. 62a. Man zeichne den Hauptlenker in seiner mittleren und äußersten Lage AB , mache $MC_0 = BC = q$, ziehe C_0C und errichte in der Mitte dieser

Linie ein Loth. Der Schnittpunkt dieses Lothes mit AM ist der gesuchte Punkt D .

2) Analytisch berechnet sich die GröÙe $CD = r$ wie folgt (Fig. 62a):

$$\begin{aligned}
 y^2 &= 2rx - x^2 \\
 r &= \frac{1}{2} \frac{y^2 + x^2}{x} \\
 \left. \begin{aligned} y &= p \sin \alpha \\ x &= q (1 - \cos \alpha) \end{aligned} \right\} \text{ in die Gl. von } r \text{ eingesetzt:} \\
 r &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{p^2 \sin^2 \alpha}{q (1 - \cos \alpha)} + q (1 - \cos \alpha) \right\} \\
 \frac{r}{q} &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{p}{q} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + 1 - \cos \alpha \right\} \\
 \frac{r}{q} &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{p}{q} \right)^2 \frac{4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} + 2 \sin \frac{\alpha}{2} \right\} \\
 \frac{r}{q} &= \left(\frac{p}{q} \right)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + \sin^2 \frac{\alpha}{2}.
 \end{aligned}$$

Nach Reuleaux wähle man den Winkel $\alpha \approx 20^\circ$, danach würde der ganze Hub von B ungefähr $\frac{2}{3}$ von AB und der Weg des Punktes $A = (p + q)(1 - \cos \alpha)$ betragen, welches immerhin viel kleiner als der Hub von B ist.

B) Es sei (Fig. 62) der Drehpunkt 1 des Gegenlenkers gegeben und der Angriffspunkt 2 auf dem Hauptlenker gesucht.

1) Graphisch erlangt man das Gewünschte, wenn man in der äußersten Stellung des Hauptlenkers denselben um das Stück $BD_1 = MD = s$ verlängert (Fig. 62b), ihn noch in der mittleren Lage verzeichnet und die Linie DD_1 zieht. Das Loth in der Mitte dieser Linie giebt auf dem Hauptlenker den Punkt C (2) an.

2) Analytisch gestaltet es sich wie folgt (Fig. 62b):

$$\begin{aligned}
 y^2 &= 2rx - x^2 \\
 (r - s) \cos \alpha &= r - s - x \\
 x &= (r - s)(1 - \cos \alpha) \\
 y &= [l - (r - s)] \sin \alpha; \text{ in die 1}^{\text{te}} \text{ Gl. eingesetzt} \\
 [l - (r - s)]^2 \sin^2 \alpha &= 2r(r - s)(1 - \cos \alpha) - (r - s)^2(1 - \cos \alpha)^2 \\
 \frac{[l - (r - s)]^2}{r - s} \sin^2 \alpha &= r(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha) + s(1 - \cos \alpha)^2
 \end{aligned}$$

$$\frac{l^2}{r-s} = \frac{s(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha} + s + 2l$$

$$\frac{r}{s} = 1 + \frac{\left(\frac{l}{s}\right)^2 \sin^2\alpha}{(1-\cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha \left(1 + \frac{2l}{s}\right)}$$

$$\frac{r}{s} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{l}{s}\right)^2 \sin^2\alpha}{1 - \cos\alpha - \frac{l}{s} \sin^2\alpha}$$

Evans'scher Lenker.

Blatt 35. Fig. 66.

Derselbe ist ein Ellipsenlenker I. Art mit dem Unterschiede, daß die Geradföhrung von 3 durch einen Kreisbogen vom Radius $\frac{3}{4}$, den man nach Evans gleich dem halben Hube oder gröfser macht, angenähert worden ist.

Bei der Wahl über die Lage des Kreisbogens hat man zu beobachten, daß die durch die beiden äußersten Stellungen des Bogens gelegte Sehne mit der ersetzten Geradföhrung zusammenfalle, um die Abweichungen an den Enden des Hubes von Punkt 5 so klein als möglich zu machen, weil sie hier am gefährlichsten wirken würden.

Ellipsenlenker II. Art.

Blatt 34. Fig. 64.

Der Ellipsenbogen eines der Punkte II in Fig. 60 ist durch einen Kreisbogen ersetzt, dessen Radius graphisch oder analytisch wie beim Ellipsenlenker I. Art aufzusuchen ist. Auch hier ist der Winkel $\alpha \leq 20^\circ$ zu wählen. Die Geradföhrung des Punktes 3 ist hier, wie auch beim folgenden Lenker, durch die Evans'sche Annäherung bewirkt.

Ellipsenlenker III. Art.

Blatt 34. Fig. 65.

Von ihm gilt dasselbe, was von den Lenkern I. und II. Art gesagt wurde. Die Genauigkeit dieses Lenkers hängt sehr von der Gröfse des Winkels α ab, den man stets unter 15° wählen soll.

Schiefe Ellipsenlenker.

Blatt 35—37. Fig. 67—71.

Es ist nicht nöthig, daß die Führung des Punktes 3 (Fig. 60) rechtwinklig zur Bahn des Punktes 5 hergestellt wird, sondern man kann ersterer jede beliebige Neigung zu der letzteren geben, und hat alsdann nur den Hauptlenker dem entsprechend zu gestalten. Dieser Neigungs-Winkel ist bei allen schiefen Ellipsenlenkern mit β bezeichnet.

Wie bei den geraden Ellipsenlenkern unterscheidet man auch hier die 3 Hauptarten, welche in Fig. 68 bis 71 dargestellt sind.

Der Kreis, welcher sich durch die Punkte 3, 5 und den Schnittpunkt der geraden Bahn mit der Verlängerung der Prismenachse legen läßt, ist der kleine Cardankreis, während der obige Schnittpunkt der Mittelpunkt des großen ist.

Umgekehrte Ellipsenlenker.

Blatt 38—40. Fig. 72—77.

Bisher war der Punkt 5 der geradeführte und das Hohlprisma d als Statif festgestellt. Bildet man nun das Glied f als Statif aus und leitet in Glied d die bewegende Kraft ein, so ist an der Kette nichts geändert; und es muß der Punkt 1 des Gliedes d relativ zu Glied f wiederum gerade geführt werden. Die Paarung 6 dient wie früher zur Führung der Stange, deren Achse genau in die Parallele zur Bahn des Punktes 1 fallen muß.

Die auf denselben Blättern dargestellten Figuren 73, 75 und 77 zeigen Anwendungen der nebenstehenden Lenker auf Handpumpen, wobei zu bemerken ist, daß die Prismenführung durch Schienen, die um Punkt 4 schwingen, ersetzt ist, ähnlich wie es Evans bei seinem Lenker angewandt hat.

Hypocyklen-Lenker nebst Umkehrung.

Blatt 41. Fig. 78. 79.

Bei diesem Lenker sind die Cardankreise, welche bei den bisherigen Ellipsenlenkern Polbahnen waren, direkt zur Anwendung gebracht und als Zahnräder ausgebildet. Der Punkt 5 wird demnach, da er auf dem Umfange des kleinen Kreises liegt, eine gerade Linie beschreiben, während der große Kreis festgestellt ist und die Bewegung in Glied b eingeleitet wird.

Der Hub von 5 ist gleich dem Durchmesser des großen Theil-Kreises.

Bei der Umkehrung dieses Lenkers (Fig. 79) ist das Glied f als Statif ausgebildet. Wird die bewegende Kraft in Glied e eingeleitet, so wird 1 sich auf einer Geraden bewegen, und Glied d sich in seiner Achse verschieben.

Epicyklen-Lenker.

Blatt 42. Fig. 80.

Der Hebel e soll sich bei Bewegung des Mechanismus mit einer Winkelgeschwindigkeit, die doppelt so groß ist, wie die des Hebels a , und zwar in entgegengesetztem Drehungssinne bewegen. Dies wird erreicht durch ein mit e fest verbundenes Zahnrad b , welches durch ein Zwischenrad c in Verbindung gesetzt ist mit dem Zahnrad d von doppelt so großem Durchmesser, als b .

Der Hub des Lenkers ist $= 4e = 4a$. Der Punkt B dient zur Anbringung eines Gegengewichts.

Die Umkehrung dieses Lenkers ist durch Feststellung des Gliedes f zu erreichen; der Punkt 1 wird alsdann eine Gerade beschreiben.

Reuleaux' Dreieckslenker.

Blatt 43. Fig. 82 u. 83.

2 Punkte (3 u. 3) auf dem Umfange eines kleinen Cardankreises sind durch Prismenführungen (4 u. 4) auf den zugehörigen Durchmessern des großen Kreises geführt. Ein mit ihnen festverbundener Peripheriepunkt (5) muß alsdann eine gerade Linie beschreiben. Auf diesem Prinzip beruhen die auf Blatt 43 dargestellten Lenker; Fig. 82 zeigt den geraden, Fig. 83 den schiefen Dreieckslenker nach Reuleaux.

Roberts' Dreieckslenker nebst Umkehrung.

Blatt 42 u. 44. Fig. 81, 81a und 84.

Statt den gerade zu führenden Punkt mit 2 Peripheriepunkten A und B , Fig. 81 a, kann man ihn auch mit 2 beliebigen Punkten C und D , des kleinen Cardankreises verbinden, und deren Bahn, welche beim Cardanproblem Ellipsen sein müssen, durch Kreise annähern.

Dadurch entsteht der Roberts'sche Dreiecks-Lenker.

Fig. 81 zeigt eine symmetrische Anordnung desselben und Fig. 84 die Umkehrung.

Nach Roberts erhält man gute Abmessungen des Lenkers wenn man die in Fig. 81 a eingeschriebenen Maße wählt.

Kreuzlenker von Tschebyscheff. *)

Blatt 44. Fig. 85.

Derselbe ist ein angenäherter Ellipsenlenker, und läßt sich ähnlich wie der Roberts'sche Dreieckslenker aus dem Cardanproblem entwickeln. Vom Erfinder ist er Parallelogramm-Lenker genannt worden.

Die Punktbahn von 5 hat eine Gleichung 8^{ten} Grades, und besitzt eine Strecke, die sich einer Geraden sehr nähert.

Nach Tschebyscheff sind folgende Abmessungen des Lenkers brauchbar (Fig. 85 a):

$$\begin{array}{ll} & a = 0,30992 r \\ & c = 0,76813 r \\ \text{und der Hub} & s = 0,68099 r \\ \text{oder} & a = 0,4557 s \\ & c = 1,1295 s \\ & r = 1,4704 s \end{array}$$

Reuleaux berechnet ihn wie folgt:

Ist 5 nach 5' gekommen, so ist 2 nach 2' und 3 nach 3' gelangt, dann ist:

$$h = r - \frac{a}{2} \dots \dots \dots (1)$$

$$r^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2}\right)^2 \dots (2)$$

$$r^2 = c^2 + \left(h - \frac{a}{2}\right)^2 \dots (3)$$

$$\begin{aligned} c^2 + (r - a)^2 &= \left(r - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2}\right)^2 \\ \frac{a^2}{2} + \frac{3}{4}c^2 - \frac{ca}{2} &= ra \dots (4) \end{aligned}$$

durch Kombination von Gl. 1) u. 3)

$$\frac{a^2}{2} + \frac{c^2}{4} + \frac{ca}{2} = ra \dots (5)$$

*) Verhandlungen Jahrgang 1870.

Gl. 4) u. 5) einander gleichgesetzt:

$$ac = \frac{c^2}{2} \text{ oder } a = \frac{c}{2}$$

den Werth für a in Gl. 5 eingesetzt:

$$r = \frac{5}{4} c$$

und in Gl. 1 eingesetzt;

$$h = c;$$

diese Verhältnisse sollen auch eine gute Geradföhrung liefern.

b) Conchoidenlenker.

Bewegt sich eine Gerade AB , Blatt 45, Fig. 86a, gleitend durch einen Punkt A , während ein Punkt B derselben auf einer festen Geraden N geföhrt wird, so beschreibt jeder ihrer Punkte eine Conchoide. Die Polbahnen sind bereits bei der einfach geschränkten oscillirenden Winkelschleifenkurbel, Blatt 12, Fig. 24, gefunden worden.

Föhrt man umgekehrt einen dieser Punkte C auf seiner Kurve, so muß B eine Gerade beschreiben. Benutzt man von diesen Kurven eines der (in der Figur ausgezogenen) Stücke, welches innerhalb der Wendepunkte derselben liegen muß, und ersetzt sie durch einen Kreisbogen, so erhält man einen angenäherten Lenker für den Punkt B , den man Conchoidenlenker nennt.

Je nachdem der Punkt C zwischen AB oder in der Verlängerung über B oder A hinaus liegt, unterscheidet man Conchoidenlenker I., II. und III. Art.

Conchoidenlenker I. Art.

Blatt 45. Fig. 86.

Bei der Betrachtung des Lenkers bemerken wir, daß in ihm die kinematische Kette ($C_3^{\parallel} P^+$), wie beim Ellipsenlenker, so auch hier enthalten ist. Beim Ellipsenlenker war von der Kette das Glied d , hier ist das Glied b festgestellt.

Der geradzuföhrende Punkt 5 liegt auf dem Glied d oder dessen Verlängerung und zwar um die Strecke c von dem Punkte 1 entfernt; d ist stets Haupt- und a der Gegenlenker.

Bestimmung der Größe des Gegenlenkers.

A) Es soll Punkt 2 gesucht werden, wenn 1 gegeben ist.

1) Graphisch: findet man ihn durch die analoge Konstruktion wie beim Ellipsenlenker Seite 29.

2) Analytisch (Fig. 86b):

$$y^2 = 2rx - x^2$$

$$2r = \frac{y^2 + x^2}{x}$$

$$y = (p - q \cos \alpha) \operatorname{tg} \alpha.$$

$$x = q(1 - \cos \alpha)$$

$$\frac{2r}{q} = \frac{(p - q \cos \alpha)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + q^2(1 - \cos \alpha)^2}{q^2(1 - \cos \alpha)}$$

$$= \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2\left(\frac{p}{q}\right) \cos \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} + 1 - \cos \alpha$$

$$= \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2\left(\frac{p}{q}\right) \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 - \cos \alpha} + 2$$

$$\frac{r}{q} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{p}{q}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2\left(\frac{p}{q}\right) \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

B) Bestimmung des Gegenlenkers, wenn der Drehpunkt 2 gegeben ist und der Punkt 1 auf dem Hauptlenker gesucht werden soll.

1) Graphisch: wie beim Ellipsenlenker.

2) Analytisch: Setzt man in die oben gefundene Endgleichung für $q = (r - t)$, so ist:

$$\frac{r}{r-t} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{p}{r-t}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2\left(\frac{p}{r-t}\right) \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

mit $(r - t)^2$ multiplicirt und zusammengezogen:

$$(r - t) \left(t + p \frac{\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}{1 - \cos \alpha} \right) = \frac{1}{2} \frac{p^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

$$r - t = \frac{1}{2} \frac{p^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{t(1 - \cos \alpha) + p \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{r}{t} = 1 + \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{p}{t}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 - \cos \alpha + \frac{p}{t} \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha}$$

Diese Bestimmung der Größe des Gegenlenkers gilt für alle Conchoidenlenker.

Conchoidenlenker II. Art.

Blatt 45. Fig. 87.

Die Punktbahn von 5 ist nur auf einem kurzen Theile zur Geradföhrung brauchbar.

Conchoidenlenker III. Art nebst Umkehrung.

Blatt 45. Fig. 88. 89.

Von allen Conchoidenlenkern ist dieser der älteste, und wurde zuerst von Reichenbach konstruirt, nach dem er auch benannt ist. Der ersetzende Kreis läßt sich der Conchoide sehr annähern, wodurch eine gute Föhrung des Punktes 5 erreicht wird.

c) Lemniscoidenlenker. (Watt'scher Lenker.)

Blatt 47.

Bewegen sich zwei Punkte einer Geraden auf Kreisbögen, so beschreibt jeder andere ihrer Punkte eine Lemniscoide.

Die Eigenschaft der Lemniscoide, in der Gegend ihres Doppelpunktes sich unter Umständen einer geraden Linie sehr anzunähern, benutzt man zur Construction einer Geradföhrung. Der Doppelpunkt liegt stets auf der Centralen der beiden Kreise, welche zugleich Symmetrieaxe der Lemniscoide ist.*)

Die Kurve ist am brauchbarsten, wenn die gerade Bahn senkrecht ist zur mittleren Stellung der Lenker, in welcher dieselben parallel sind, und wenn sie die Pfeilhöhe des vom Hauptlenker beschriebenen Bogens halbirt.

Man nennt den längeren Hebel Haupt-, den kürzeren Gegenlenker; das Verbindungsglied heißt Lenkstück.

Haben Haupt- und Gegenlenker gleiche Länge, so sind auch

*) Analytische Untersuchungen sind zu finden in Weisbach, Mechanik Bd. III, Kap. IV, ferner in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. IV, Seite 8 und 142.

Hiernach bestimmt sich der Fehler f aus der Gleichung:

$$\frac{f}{h} = \frac{1}{\sqrt{128}} \sin \frac{3\alpha}{2} \cdot \frac{h}{a + a_1} = 0,0884 \frac{h}{a + a_1} \sin \frac{3\alpha}{2},$$

wobei α der halbe Ausschlagswinkel, h Hubhöhe, a und a_1 Abschnitte des Gelenkstücles bedeuten. Man erhält, je nach den in der Praxis gebräuchlichen Dimensionen die Abweichung von der geraden Linie $\doteq \frac{1}{1000} h$ bis $\frac{1}{1500} h$, eine Ungenauigkeit, die gegen den Aufstellungsfehler stets vernachlässigt werden darf.

die Abschnitte des Lenkstücks gleich; die Geradföhrung ist in diesem Falle am vollkommensten.

Lassen wir die gerade geföhrte Stange aufer Acht, so ist die kinematische Formel des Lemniscoidenlenkers (C_4^{\parallel}). Berücksichtigen wir dieselbe jedoch, so erhalten wir für die beiden verbundenen Ketten (Blatt 47. Fig. 90):

$$\overset{1}{C^+ \dots \parallel \dots C^+} = \overset{2}{C^- \dots \parallel \dots C^+} = \overset{3}{C^- \dots \parallel \dots C^+} = \overset{4}{C^- \dots \parallel \dots C^-} =$$

und

$$\overset{1}{C^+ \dots \parallel \dots C^+} = \overset{2}{C^- \dots \parallel \dots C^+} = \overset{5}{C^- \dots \perp \dots P^+} = \overset{6}{P^- \dots \perp \dots C^-} =$$

Hieraus resultirt die Formel:

$$C^+ \dots \parallel \dots C^+ = C^- \dots \square \left\{ \dots \parallel \dots C^+ = C^- \dots \parallel \dots C^+ = C^- \dots \parallel \dots \right\} \dots C^- =$$

$$\left\{ \dots \parallel \dots C^+ = C^- \dots \perp \dots P^+ = P^- \dots \perp \dots \right\}$$

Der gerade zu föhrende Punkt braucht nicht nothwendig zwischen den Angriffspunkten der Lenker zu liegen, er kann sich auch auf der Verlängerung des Lenkstücks nach der einen oder der anderen Seite befinden (Fig. 91).

Ist demnach a der dem Hauptlenker r entsprechende Abschnitt des Lenkstücks, so können wir 3 Arten von Lemniscoidenlenkern unterscheiden:

- I. Art. a positiv und $< (a + a_1)$ (Fig. 90)
- II. Art. a positiv und $> (a - a_1)$ (Fig. 91)
- III. Art. a negativ

wobei a_1 nur dem absoluten Werthe nach genommen ist.

Bei der III. Art ist der kleinere Lenker Hauptlenker, der gröfsere Nebenlenker; die II. und III. Art sind also, abgesehen von der Bezeichnung, identisch.

Ermittlung der Lenkerlänge.

1) Gegeben die Länge r des Hauptlenkers, die Abschnitte a und a_1 des Lenkstücks und der halbe Ausschlagswinkel α . Gesucht ist die Länge r_1 des Gegenlenkers.

Graphische Lösung. (Fig. 90a.) Nach Auftragung des Hauptlenkers in seiner mittleren und in seinen beiden äufsersten Stellungen halbirt man die Pfeilhöhe BN des von seinem Endpunkte beschriebenen Bogens; die Senkrechte zur mittleren Stellung im Halbierungspunkte M ist die gerade Bahn. Indem man nun für obige drei Stellungen den Abschnitt $BE = a$ des Lenkstücks so aufträgt, dafs E sich auf der geraden Bahn be-

findet, erhält man durch Verlängerung der aufgetragenen Abschnitte um $EC = a_1$ drei Punkte C_0 , C und C_1 des vom Endpunkte des Gegenlenkers beschriebenen Kreisbogens. Durch Construction des Mittelpunktes findet man die gesuchte Länge r_1 des Gegenlenkers.

(Dieselbe Lösung gilt für die Lenker II. und III. Art.)

Analytische Lösung. (Fig. 90b.) C sei Anfangspunkt der Coordinaten, CD sei die positive Richtung der x -Achse. Alsdann ist:

$$y^2 = 2 r_1 x - x^2 \quad \text{folglich}$$

$$r_1 = \frac{x^2 + y^2}{2x} \quad \dots \dots \dots (1)$$

Aus der Figur ergibt sich:

$$y = B_0 I - HC_0 = r \sin \alpha + LC - HC_0 \quad (2)$$

Aus der Congruenz der Dreiecke

$B_0 P E_0 \cong B Q E$ folgt auch die Congruenz

$B_0 C_0 H \cong B C L$, mithin halbirt die gerade Bahn auch

die Pfeilhöhe des vom Gegenlenker beschriebenen Kreisbogens.

Ferner folgt aus obiger Congruenz:

$$LC = HC_0.$$

Man erhält somit für Gl. (2) die Form:

$$y = r \sin \alpha \quad \dots \dots \dots (2a)$$

Hieraus ist zu ersehen, daß die Hubsehnen beider Lenker gleich sind, also

$$r \alpha = r_1 \alpha_1.$$

Es ist ferner:

$$x = 2 a_1 \sin \beta, \quad \text{und da}$$

$$a \sin \beta = \frac{r}{2} (1 - \cos \alpha), \quad \text{so erhalten wir:}$$

$$x = \frac{a_1}{a} r (1 - \cos \alpha) \quad \dots \dots \dots (3)$$

Setzen wir die gefundenen Werthe von y und x in Gl. (1) ein, so finden wir:

$$r_1 = \frac{\left(\frac{a_1}{a}\right)^2 r^2 (1 - \cos \alpha)^2 + r^2 \sin^2 \alpha}{2 \frac{a_1}{a} \cdot r (1 - \cos \alpha)}, \quad \text{mithin:}$$

$$\frac{r_1}{r} = \frac{a_1}{a} \sin \frac{2\alpha}{2} + \frac{a}{a_1} \cos \frac{2\alpha}{2} \quad \dots \dots \dots (4)$$

Bemerkung. Aus dieser Gleichung ergibt sich, daß für $r = r_1$ ebenfalls $a = a_1$ wird.

2) Gegeben α und r_1 , sowie die ganze Länge des Lenkstücks ($a + a_1$); gesucht $\frac{a}{a_1}$ oder die Lage des gerade geführten Punktes E .

Graphische Lösung. (Fig. 90c.) Um den Abstand b des Drehpunktes des Gegenlenkers von der geraden Bahn zu finden, construirt man sich den Winkel α_1 , für welchen der Hub des Gegenlenkers gleich dem des Hauptlenkers wird. Durch Halbiren der Pfeilhöhe des dazu gehörigen Bogens findet man die Lage der geraden Bahn, und somit den Abstand des Drehpunktes des Gegenlenkers von derselben.

Hierauf zeichne man den Hauptlenker r in seiner mittleren und in seinen beiden äußersten Stellungen, halbire die Pfeilhöhe, ziehe senkrecht die gerade Bahn GG_1 und parallel zu ihr im Abstände $MC_1 = r_1 - b$ eine Gerade. Alsdann schlage man von B_1 aus einen Kreis vom Radius $(a + a_1)$, der die Parallele in C_1 schneidet. Zieht man durch C_1 eine Horizontale, und trägt von C_1 aus die Länge $r_1 = C_1 D$ ab, so ist D der Drehpunkt des Gegenlenkers r .

Das Verhältniß $\frac{a}{a_1}$ wird durch den Schnittpunkt des Lenkstücks mit der geraden Bahn bestimmt.

Analytische Lösung. Aus Gl. (4) folgt durch Multiplication mit $\frac{a}{a_1}$

$$\frac{a}{a_1} \cdot \frac{r_1}{r} = \sin \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{a}{a_1}\right)^2 \cos \frac{\alpha}{2} \quad \text{folglich:}$$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{1}{2} \frac{r_1}{r} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2}} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 \sin^2 \alpha} \right\}$$

3) Gegeben r und α , ferner die Lage des Drehpunktes D des Gegenlenkers durch den Abstand b von der geraden Bahn, und durch die Entfernung der beiden Lenker in ihrer parallelen Lage, es wird gesucht die Länge r_1 und das Verhältniß $\frac{a}{a_1}$.

Analytische Lösung. (Fig. 90c.) Bezeichnen wir die halbe Hubhöhe mit c , so ist

$$c = r \sin \alpha = r_1 \sin \alpha_1.$$

Es sei ferner die halbe Pfeilhöhe $C_1 M$ des vom Endpunkte des Gegenlenkers beschriebenen Bogens $= p$. Alsdann folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke $CE_1 C_1 \sim D_0 E_1 C$ das Verhältniß

$$\frac{C_1 E_1}{C E_1} = \frac{C E_1}{D_0 C_1} \quad \text{oder, da } r = b + p \text{ und}$$

$$D_0 E_1 = r_1 + b - p$$

$$\frac{2p}{c} = \frac{c}{b+p+b-p} = \frac{c}{2b} \quad \text{Dies giebt:}$$

$$\frac{4p}{c} = \frac{c}{b} \quad \dots \quad (5) \text{ und}$$

$$p = \frac{c^2}{4b}.$$

Wir erhalten also:

$$r_1 = b + \frac{c^2}{4b} \quad \dots \quad (6)$$

Graphische Construction. (Fig. 90c.) Man trage auf der geraden Bahn die halbe Hubhöhe $c = MF$ ab, errichte in M eine Senkrechte $MD = b$, ziehe DF , und errichte in F eine Senkrechte zu FD , welche die Verlängerung von DM in C_0 schneidet. Alsdann ist $MC_0 = 4p$, Gl. (5), also:

$$r_1 = b + \frac{1}{4} MC_0.$$

Umgekehrter Lemniscoidenlenker.

Blatt 48. Fig. 92.

Fig. 92 zeigt die Umkehrung des Lemniscoidenlenkers I. Art. Der Unterschied ist nur der, daß Punkt 5 festgehalten wird, und daß das Glied $\overline{14}$ bewegt wird. Bei 6 ist außerdem aus dem früheren Vollprisma ein Hohlprisma geworden und umgekehrt.

Die Umkehrungen der Lemniscoidenlenker II. und III. Art fallen zusammen, liefern jedoch keine brauchbaren Formen.

d)

Führt man in Fig. 93a (Blatt 48) den Punkt 3 auf einer geraden Linie, so werden dieser Bewegung bestimmte Verhältnisse der Winkelfortschreitungen von r und r_1 entsprechen. Kann man eine derartige Kupplung von r und r_1 anbringen, daß bei der Bewegung des Mechanismus diese Verhältnisse gewahrt bleiben, so muß sich Punkt 3 auf einer Geraden bewegen. Ebenso könnte man auch Punkt 3' in der Verlängerung von $\overline{23}$ auf einer Geraden führen, und eine dem entsprechende Kupplung anbringen.

In diese Klasse von Lenkern gehören: Der Fünf-Glieder-Lenker, der Lenker von Tschebyscheff, der von Harvey, der von Maudslay und der Römer'sche Lenker.

Fünf-Glieder-Lenker.

Blatt 48. Fig. 93.

Beim Fünf-Glieder-Lenker wird das entsprechende Verhältniß der Winkelfortschreitungen durch eine Koppel bewirkt. $\overline{12}$ und $\overline{45}$ sind die beiden Lenker, die durch die Stange $\overline{67}$ so gekuppelt sind, daß sich der auf der Verlängerung von $\overline{34}$ liegende Punkt 8 in einer geraden Linie bewegt.

Lenker von Tschebyscheff.*)

Blatt 50. Fig. 96.

Aus ganz denselben Theilen, wie der vorhergehende Lenker, besteht auch der von Tschebyscheff, wengleich er eine etwas andere Anordnung zeigt. $\overline{12}$ ist Hauptlenker, $\overline{45}$ Gegenlenker, $\overline{34}$ Zwischenlenker, $\overline{23}$ Lenkstück, $\overline{67}$ Koppel.

Nach Tschebyscheff's Angaben sind die besten Verhältnisse die folgenden:

1) Die gerade Bahn soll den Bogen, den der Endpunkt 2 beschreibt, tangiren.

2) Das Lenkstück $\overline{23}$ soll gleich dem halben Hube von 3 sein; die gleiche Länge soll die Koppel $\overline{67}$ erhalten.

3) Es soll sein: $\frac{\overline{26}}{\overline{57}} = \frac{\overline{57}}{\overline{12}} = 0,618 \cdot \overline{12}$.

4) $\frac{\overline{34}}{\overline{45}} = \frac{\overline{45}}{\overline{12}} = 0,809 \cdot \overline{12}$.

5) Der feste Punkt 5 soll in die gerade Bahn fallen.

Die analytische Untersuchung der Bahn des Punktes 3 führt auf eine Gleichung 8. Grades; die Kurve des Tschebyscheff'schen Lenkers hat mit der geraden Bahn, in welcher sich Punkt 3 annähernd bewegen soll, 4 Punkte gemein.

Lenker von Harvey.

Blatt 50. Fig. 97.

Eine Modification des vorigen Lenkers ist der von Harvey. Der Unterschied ist der, daß der gerade geführte Punkt 3' nicht mit 3 zusammenfällt, sondern zwischen den Endpunkten 2 und 3 des Lenkstücks liegt.

*) Siehe Dingler's Journal 1862. Bd. 163. Seite 403.

Um die Koppellänge zu finden, zeichne man verschiedene Stellungen des Mechanismus, wobei 3' sich stets auf der geraden Bahn befinden muß, und suche durch Probiren zwei Punkte auf Haupt- und Gegenlenker zu finden, deren Entfernung in allen Lagen des Mechanismus möglichst genau dieselbe ist.

Lenker von Maudslay.

Blatt 51. Fig. 98.

Beim Lenker von Maudslay geschieht die Kupplung durch Zahnradsegmente. Ist das Verhältniß der Winkelfortschreitungen bei 1 und 5 gleich n , so muß das Verhältniß der Radien der Theilkreise gleich $\frac{1}{n}$ sein. Es ist hierbei angenommen, daß der Ausschlagswinkel klein genug ist, um das Verhältniß der Winkelfortschreitungen bei begrenzter Hubhöhe von 3' als constant betrachten zu können.

Römer'scher Lenker (Cartwright).*

Blatt 53. Fig. 102.

Dieser Lenker ist ein specieller Fall der vorangegangenen Fünf-Glieder-Lenker. Das Verhältniß der in diesem Falle gleichen Winkelfortschreitungen wird constant erhalten durch Zahnradkupplung der symmetrisch zu 3 6 liegenden gleichen Kurbeln a und d , deren Lenkstücke b und c ebenfalls gleich lang sind und das Glied e_1 zwischen sich fassen, welches fest verbunden ist mit der geradezuführenden Stange.

Um eine zwangläufige Bewegung zu erzielen, ist noch nöthig, daß die Stange bei 7 gerade geführt werde, welcher Punkt zwischen dem Schnittpunkte von b und c und der Geraden 1 5 liegen soll.

e) Lenker von Sarrut.

Blatt 51. Fig. 99.

Der Sarrut'sche Lenker basirt auf dem Principe, daß ein Punkt, der sich in zwei sich schneidenden Ebenen gleichzeitig bewegen muß, eine gerade Linie beschreibt. Die eine Ebene ist die des Kurbelkreises, aus welcher herauszutreten der Punkt 7

*) Siehe Reuleaux, Theor. Kinematik, Seite 581, u. Berlin Verhandl. 1874 (Contraparallelkurbeln).

durch die Festigkeit der Construction verhindert wird. Der Hebelmechanismus $\begin{matrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{matrix}$ gestattet nur eine Bewegung in einer Ebene senkrecht zu $\overline{56}$.

f) **Sectorenführer von Reuleaux.**

Blatt 49. Fig. 94 und 95.

Rollen ein Kreis und eine Gerade aufeinander, so beschreibt jeder mit der Geraden fest verbundene Punkt gegen den Kreis eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Evolvente und jeder mit dem Kreise fest verbundene Punkt gegen die Gerade eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cycloide. Auf diesem Principe beruhen die in Figur 94 und 95 dargestellten Sectorenführer. Zwingt man nämlich einen mit der Stange fest verbundenen Punkt 4 (Fig. 94) sich gegen den Kreis in der ihm entsprechenden Evolvente, oder einen mit dem Kreise verbundenen Punkt 4 (Fig. 95) sich gegen die Stange auf der ihm entsprechenden Cycloide zu bewegen, und läßt man außerdem die Stange stets durch den festen Punkt 5 gehen, so muß sich dieselbe in ihrer eigenen Richtung bewegen. In Fig. 94 und 95 ist d die gerade zu führende Stange, a der nur zum Theil ausgebildete Kreis. Die Vermittelung der Rollung geschieht in Fig. 94 durch Zahnengriff, in Fig. 95 durch 2 Stahlfedern, die mit dem einen Ende an der Stange d , mit dem andern an dem Kreisbogen a befestigt sind.

g) **Lenker von Peaucellier.*)**

Blatt 52. Fig. 100 und 101.

Der Peaucellier'sche Lenker besteht aus einem Gelenkrhombus, an dem zwei aneinander gegenüberliegende Ecken sich auf einem und demselben Kreise bewegen; der dritte Eckpunkt wird gleichfalls auf einem Kreise geführt. Alsdann beschreibt der vierte Eckpunkt eine gerade Linie.

Es sind hier zwei Arten zu unterscheiden, wie aus Fig. 100 und 101 hervorgeht. Der Beweis ist für beide Arten derselbe.

1 2 3 4 sei der Gelenkrhombus; die Punkte 2 und 4 werden durch die Lenker $\overline{25}$ und $\overline{45}$ auf einem Kreise um 5, der

*) Siehe Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrgang 1877, Seite 11.

Punkt 1 wird durch den Lenker $\overline{16}$ auf einem Kreise um 6 geführt; 3 ist der geradeführende Punkt.

Die Bedingung der Geradföhrung ist:

$$\overline{16} = \overline{56}.$$

Zum Beweise bezeichnen wir den Winkel 156 mit φ , 152 mit ψ , $\overline{56} = \overline{16}$ sei $= l$, $\overline{25} = \overline{45} = L$.

$$\overline{12} = \overline{23} = \overline{34} = \overline{41} \text{ sei } = a.$$

Alsdann ist:

$$\left. \begin{aligned} \overline{15} &= L \cos \psi \mp \sqrt{a^2 - L^2 \sin^2 \varphi} \\ \overline{35} &= L \cos \psi \pm \sqrt{a^2 - L^2 \sin^2 \psi} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{wobei das obere Zeichen für Fig. 100,} \\ \text{das untere für Fig. 101 gilt,} \end{array}$$

folglich:

$$(15) \cdot (35) = L^2 - a = \text{Constante} = C.$$

Es ist ferner:

$$\overline{15} = 2l \cos \varphi.$$

Mithin:

$$(\overline{35}) \cos \psi = \frac{C}{2l} = \text{Constante}.$$

Hiermit ist also bewiesen, daß Punkt 3 sich stets auf einer zu $\overline{56}$ senkrechten, geraden Bahn bewegt.

FÜNFTES KAPITEL.

ABGELEITETE GERADFÜHRUNGEN.

Die abgeleiteten Geradföhrungen dienen dazu, die geradlinige Bewegung eines Punktes auf einen oder mehrere andere Punkte zu übertragen. Man verwendet hierzu fast ausschliesslich den Storchschnabel und den halben Storchschnabel. Doch liefse sich auch derselbe Zweck durch den Gelenkrhombus erreichen.

Gelenkrhombus.

Blatt 53. Fig. 103.

1 ist der unabhängig gerade geföhrte Punkt, 1 2 3 4 ist ein Gelenkrhombus, dessen Diagonale 1 3 auf der geraden Bahn liegt, und dessen Eckpunkt 3 abgeleitet gerade geföhrte werden soll. Symmetrisch zu 1 3 liegen die festen Punkte 5 und 6, um welche die Eckpunkte 2 und 4 des Rhombus in Kreisbogen schwingen.

Aus der völligen Symmetrie und aus der Geschlossenheit des Mechanismus erhellt, dass der Punkt 3 die gerade Bahn 1 3 nicht verlassen kann.

Der Storchschnabel.

Blatt 54. 55. Fig. 104. 106.

Fig. 104a zeigt ein Parallelogramm 1 8 2 9, dessen Eckpunkte aus Charnieren gebildet sind. Hält man den Punkt 1 fest, und zwingt den Punkt 2, sich auf einer vorgeschriebenen Bahn zu bewegen, so beschreibt jeder Punkt, der durch — zu den Seiten des Parallelogramms parallele — Gelenkstangen stets auf der Diagonale erhalten wird, eine der vorgeschriebenen Kurve ähnliche und entweder ähnlich liegende oder um 180° gedrehte

Linie. Der letztere Fall tritt ein, wenn der feste Drehpunkt zwischen dem geführten und dem beschreibenden Punkte liegt.

Je nachdem der beschreibende Punkt auf der Diagonale des Parallelogramms selbst oder auf der Verlängerung über den geführten Punkt hinaus, oder endlich auf der Verlängerung über den festen Drehpunkt hinaus liegt, unterscheidet man Storchschnabel I. Art, II. Art und III. Art (Fig. 104).

Die Erhaltung des beschreibenden Punktes auf der Diagonale kann auf verschiedene Weise geschehen. Ist z. B. in Fig. 104a 2 der geführte Punkt und 3 der beschreibende (Storchschnabel I. Art), so kann die Aufgabe durch Anbringen der Gelenkstangen $\overline{36}$ und $\overline{37}$, oder der einzigen Stange $\overline{716}$ gelöst werden. Wendet man die Verbindung $\overline{36}$ und $\overline{316}$ an, so können die Stangen $\overline{18}$ und $\overline{28}$ ganz in Wegfall kommen. Ebenso sind verschiedene Wege möglich, wenn 4 (Storchschnabel II. Art) oder 5 (Storchschnabel III. Art) der beschreibende Punkt sein soll.

Bewegt sich der geführte Punkt auf einer Geraden, so beschreiben auch alle übrigen Punkte der Diagonale 12 parallele, gerade Bahnen.

Der Storchschnabel wird meist benutzt zur Ableitung der durch Prismenführung (Fig. 104), durch den Lemniscoidenlenker (Fig. 104b, 106) und durch den Ellipsenlenker (Fig. 104c) erzeugten, geradlinigen Bewegung.

Der Storchschnabel in Verbindung mit dem Lemniscoidenlenker heißt auch Watt'sches Parallelogramm (Fig. 104b). Ist hierbei 1 2 3 4 der Lemniscoidenlenker, und 5 der durch denselben geradlinig geführte Punkt, so werden auch die Punkte 5', 6', 7', 8', 16 geradlinig geführt, wenn die Stangen $\overline{117}$, $\overline{1213}$, $\overline{2'3'}$ u. s. w. parallel zu $\overline{23}$ und die Stangen: $\overline{1011}$ und $\overline{79}$ parallel zu $\overline{12}$ sind. $\overline{1011}$ ist alsdann Hauptlenker oder Balancier, $\overline{34}$ Gegenlenker. Die Stücke $\overline{23}$, $\overline{1213}$ u. s. w. heißen Lenkstücke oder Hängeschienen. Ist 5 der Angriffspunkt der Kolbenstange, so braucht der Gegenlenker $\overline{34}$ keineswegs im Punkte 3 anzugreifen. Man construirt z. B. den Gegenlenker für den Hauptlenker $\overline{12'}$ und das Lenkstück $\overline{2'3'}$, wobei der durch die Diagonale 17 bestimmte Punkt 5' als gerade zu führend zu betrachten ist. Hat man für diese Annahme den Gegenlenker gefunden, so kann man die Hängeschiene überhaupt fortlassen. Es ist ferner nicht nöthig, daß die Stangen $\overline{1114}$ und $\overline{79}$ die ganze Seite des Storchschnabels in einem Stücke bilden; sie können zwischen je

zwei Hängeschienen durch eine Parallelstange in beliebigem Abstände ersetzt werden.

Benutzt man den Storchnabel zur Ableitung der geradlinigen Bewegung des Ellipsenlenkers, so wendet man gewöhnlich die Evans'sche Annäherung desselben an, und legt das Parallelogramm an den Hauptlenker und den die Prismenführung ersetzenden Hebel.

Halber Storchnabel.

Blatt 54. Fig. 105a, 105. Blatt 55. Fig. 106.

In Fig. 105a sei $\overline{12}$ Balancier; der durch die Stange $\overline{23}$ mit ihm verbundene Punkt 3 sei auf irgend eine, in der Figur nicht angedeutete Weise gerade geführt; an den Hebeln $\overline{34}$ und $\overline{45}$ sei der Storchnabelmechanismus 48615 angebracht. Alsdann wird auch Punkt 6 in gerader Linie geführt, und wir haben eine geschlossene kinematische Kette. Verbinden wir nun Punkt 6 durch eine Koppel mit einem Punkte 7 des Balancier, der die Eigenschaft hat, daß seine Entfernung von 6 bei der Bewegung des Mechanismus eine nahezu constante bleibt, so ist die Kette doppelt geschlossen, und wir können, um die Schließung auf eine einfache zurückzuführen, ein Glied, z. B. die Stange $\overline{615}$, wegfällen lassen. Der hierdurch entstehende Mechanismus heißt Halber Storchnabel.

Eine analytische Betrachtung giebt die Bedingungen, unter welchen die Genauigkeit der Geradföhrung durch diese Aenderungen nicht leidet.

Bezeichnen wir die Länge $\overline{12}$ des Balancier mit r , die Strecke $\overline{17}$ mit r_1 , ferner $\overline{23}$ mit l , die Koppellänge $\overline{67}$ mit l_1 , die Winkel, um welche die Stangen $\overline{23}$ und $\overline{67}$ von der Verticalen abweichen, mit γ und γ_1 , in der mittleren Lage entsprechend mit δ und δ_1 , ferner den Ausschlagswinkel des Balancier mit φ , endlich den halben Hub der Punkte 3 und 6 mit s und s_1 , so finden wir folgende Beziehungen:

$$s = r \sin \varphi + l \cos \delta - l \cos \gamma \quad \text{und}$$

$$s_1 = r_1 \sin \varphi + l_1 \cos \delta_1 - l_1 \cos \gamma_1$$

Ferner ist, wenn wir $\overline{45} = R$ und $\overline{58} = R_1$ setzen:

$$s : s_1 = R : R_1, \text{ mithin:}$$

$$\frac{R}{R_1} = \frac{r \sin \varphi + l (\cos \delta - \cos \gamma)}{r_1 \sin \varphi + l_1 (\cos \delta_1 - \cos \gamma_1)}.$$

Für den Fall, daß die geraden Bahnen der Punkte 3 und 6

die Pfeilhöhe der von 2 und 7 beschriebenen Bogen halbieren, wird $\gamma = \delta$ und $\gamma_1 = \delta_1$; wir erhalten alsdann:

$$\frac{R}{R_1} = \frac{r}{r_1}$$

Hieraus folgt, daß, wenn die Hebelarme $\overline{12}$ und $\overline{54}$ sich in paralleler Lage befinden, die Verlängerungen von $\overline{15}$, $\overline{78}$ und $\overline{24}$ sich in einem Punkte schneiden müssen.

Ebenso folgt, daß die Verbindungslinie der beiden festen Drehpunkte 1 und 5 parallel zur geraden Bahn sein muß.

Wir haben also folgende Bedingungen einer richtigen Konstruktion:

1) Die Bahn des unabhängig gerade geführten Punktes 3 soll die Pfeilhöhe des vom Endpunkte des Balancier beschriebenen Bogens halbieren.

2) Der Angriffspunkt 7 der Koppel auf dem Balancier ist so zu wählen, daß die gerade Bahn des Punktes 6 die Pfeilhöhe des vom Punkte 7 beschriebenen Bogens halbirt.

3) Der feste Drehpunkt des Storchschnabels soll in einer Parallelen zur geraden Bahn, die durch den festen Drehpunkt des Balancier geht, liegen.

In derselben Weise, wie beim Storchschnabel, können wir auch beim halben Storchschnabel 3 Arten unterscheiden:

Ist in Fig. 105a 3 der unabhängig gerade geführte und 6 der abgeleitet gerade geführte Punkt, 67 die Koppel, so haben wir einen halben Storchschnabel I. Art.

Ist dagegen 6 unabhängig gerade geführt, ist $\overline{23}$ die Koppel und 3 der auf abgeleiteter geradliniger Bahn sich bewegende Punkt, so ist der Mechanismus ein halber Storchschnabel II. Art.

Fällt endlich die abgeleitete Geradföhrung (Fig. 105) über den festen Drehpunkt 2 des Storchschnabels hinaus nach Punkt 5, so haben wir den halben Storchschnabel III. Art.

SECHSTES KAPITEL.

PARALLEL- UND LAGENFÜHRUNGEN.

a. Parallelführungen.

Die Parallelführungen haben den Zweck, 2 Punkte, bez. deren Verbindungslinie parallel zu ihrer Anfangslage zu führen. Am einfachsten erreicht man dieses Ziel durch Anwendung der

Parallelkurbeln.

Blatt 2. Fig. 3.

Das Glied b ist das parallel geführte; a und c sind zwei gleich lange, parallele und gleichlaufende Kurbeln, deren feste Drehpunkte 1 und 4 einen Abstand $d = b$ haben. Die Glieder dieser Kette bilden in jedem Augenblicke ihrer Bewegung ein Parallelogramm, d. h. b ist stets parallel d , bez. seiner Anfangslage. Der Mechanismus ist in den Todpunkten nicht zwangsläufig, er wird es durch Wiederholung desselben oder durch Anbringung einer höheren Paarung. Siehe Kap. I, Seite 9.

Buchanan's Ruderrad.

Blatt 56. Fig. 107.

Die Parallelkurbeln sind $12 = a$, $23 = b$, $34 = c$, $41 = d$. Das feste Glied ist $12 = a$. Glied c wird horizontal geführt, folglich die normal auf ihm befestigte Schaufel stets vertikal, was erreicht werden soll. Das Cylinderpaar 2 ist als Zapfenerweiterung ausgebildet, um Raum für die Welle A zu schaffen.

Wagen.

Blatt 57. 58. Fig. 108—118.

Die Parallelkurbeln finden eine verbreitete Anwendung bei den Hebelwagen und zwar sowohl als einfache Parallelogramm-

wagen, Blatt 57 und 58, Fig. 108 und 117, wie als doppelte Parallelogrammwage, Fig. 112. Die gezeichnete ist eine Construction von Roberwal. Bei allen diesen Constructionen ist das Parallelogramm bez. das Trapez bezeichnet mit 1, 2, 3, 4.

Bei Wagen findet sich sehr häufig eine Annäherung der Parallelführung durch Trapeze, welche gleichfalls einfach oder doppelt angeordnet sind. Fig. 115 zeigt eine einfache über-schlagene Trapezwage. Die Fig. 109, 110, 113, 114 zeigen abgeleitete Trapezwagen, die Fig. 111 und 116 doppelte Trapezwagen. Fig. 118 zeigt eine Anwendung auf eine Strafsenwage.

Parallelschraubstock.

Blatt 58. Fig. 119.

Der bewegliche Schenkel wird durch ein Diagonallineal parallel geführt.

Hebelparallelführung für einen Schützenzug.

Blatt 59. Fig. 120.

Dieselbe besteht aus vier geschränkten Schubkurbeln. Eingeleitet wird die Bewegung durch die Kurbel K mittelst eines Zahnsegmentes.

Kurbelparallelführung.

Blatt 60. Fig. 121.

Dieselbe ist eine Combination von vier Parallelkurbeln, deren Glieder b einen Ring bilden, in welchen die Bewegung eingeleitet wird. Die parallel zu führenden Kurbeln C sitzen auf Schraubenspindeln s , welche, der Drehung folgend, den Schützen S nach oben oder unten bewegen.

b. Lagenführungen.

Morgan's Ruderrad.

Blatt 61. Fig. 122.

Durch das Ruderrad von Morgan soll erreicht werden, daß die Schaufel das Wasser ohne Stofs treffe.

Hat das Rad die Winkelgeschwindigkeit ω , Fig. 122a, und der Kreis, welcher von den Schaufelzapfen beschrieben wird, den Radius r_1 , so ist seine Peripheriegeschwindigkeit:

$$c = r_1 \omega.$$

Die Schiffsgeschwindigkeit v ist nun kleiner als die Peripheriegeschwindigkeit des Zapfenkreises.

Stellt man die Bewegung des Wassers gegen das Schiff nun als Rollung eines Kreises dar, so muß dessen Radius r der Gleichung $rw = v$ entsprechen.

Es sei zuerst angenommen, daß beide Kreise zusammenfallen. Die Resultante der Geschwindigkeiten v und rw giebt die Richtung der Schaufeln an. Fig. 122a.

Zeichnet man für einen beliebigen Punkt Z das Parallelogramm der Horizontalgeschwindigkeit v und der Peripheriegeschwindigkeit rw , so ist Durchmesser NU normal QZS gezogen,

$$\angle ZMU = \angle QZT = \alpha,$$

denn die Schenkel derselben stehen normal aufeinander.

Daraus folgt:

$$\angle TZS = 2R - \alpha$$

und da das Parallelogramm ein Rhombus ist ($v = rw$), so wird der Winkel bei Z halbiert, d. h.

$$\angle SZR = \frac{1}{2} TZS = R - \frac{\alpha}{2}.$$

Zieht man nun ZI normal ZS , so ist

$$\angle IZR = \alpha_1 = \frac{\alpha}{2},$$

denn er ergänzt seinen Nebenwinkel ($R - \frac{\alpha}{2}$), zu einem Rechten.

Verlängert man nun RZ über Z hinaus bis zum Schnitt mit dem Durchmesser UN , so ist der Winkel, welchen die Verlängerung mit dem Durchmesser einschließt,

$$= \alpha_1 = \frac{\alpha}{2}$$

d. h. der zu α gehörige Peripheriewinkel.

Der Schnittpunkt N liegt also auf der Peripherie des Kreises und ist, da NU vertikal, der höchste Punkt des Kreises. Die Schaufelrichtung geht also stets durch den höchsten Punkt des Zapfenkreises.

Morgan geht von der Voraussetzung aus, daß das Ruderrad dem Wasser Beschleunigung ertheilen müsse, d. h. daß die Geschwindigkeit v_1 des Zapfenkreises größer ist als die Schiffsgeschwindigkeit v_2 Fig. 122b. Die Schaufelrichtung fällt zusammen mit der Richtung der Resultante beider Geschwindigkeiten im Moment des Eintauchens, damit dasselbe ohne Stofs

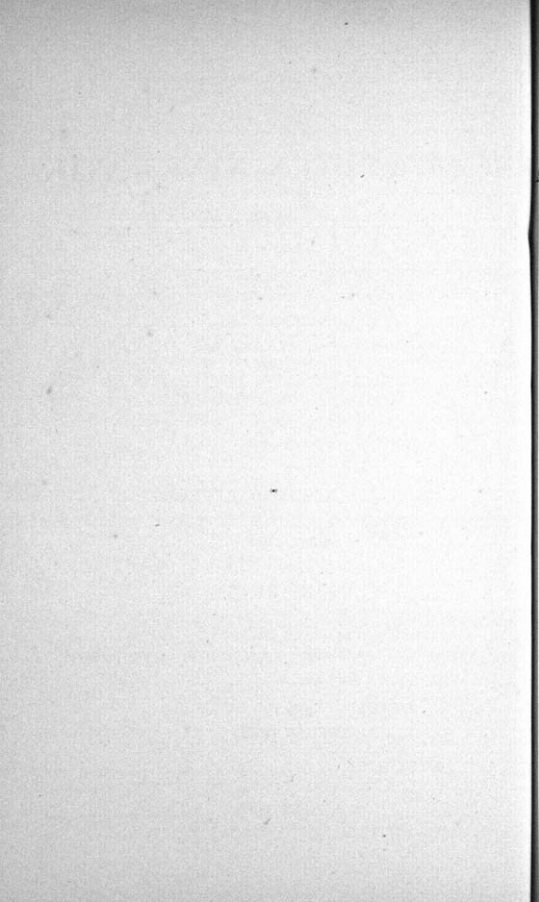
erfolge. Diese Construction wird für 3 Schaufeln wiederholt. In den Mittelpunkten der Schaufeln errichtet man auf denselben Normalen, trägt auf diesen die Hebellänge $\overline{43} = c$ ab, welche man passend wählt, und legt durch die gefundenen drei Punkte 3 einen Kreis, dessen Mittelpunkt dann 2 ist. Der stofsfreie Eintritt wird somit erreicht durch das Kurbelviereck 1 2 3 4, dessen Glieder durch die Construction bestimmt sind. Um für die andern Schaufeln die Ringzapfen 2 nicht besonders ausführen zu müssen, hat man die Bewegung der ersteren angenähert.

Oldhams Ruderrad.

Blatt 62. Fig. 123.

Oldham führt das obige Princip auf folgende Weise aus: Das Paar 2 ist ein Excenter, welches fest mit dem großen Zahnrad E verbunden ist. Rad B sitzt fest auf der Welle A und greift in C ; C sitzt mit D fest auf derselben Welle, D endlich greift in E , es findet also von Welle A zum Excenter eine Uebersetzung von 2 : 1 statt, d. h. die Winkelgeschwindigkeit des Rades ist doppelt so groß als die der Schaufeln. Jede Schaufel schließt mit dem mit ihr fest verbundenen Arme einen besonderen Winkel ein.





SKIZZENBUCH

DER

ANGEWANDTEN KINEMATIK

NACH DEN VORTRÄGEN

DES

GEHEIMEN REGIERUNGSRATHES PROF. REULEAUX

BEARBEITET

VON DEN EHEMALIGEN STUDIRENDEN DER KGL. TECHN. HOCHSCHULE,
INGENIEUREN

LA BAUME, BOY, CERUTTI.

DER TEXT VERFASST

VON

H. HEIMANN, REG.-BAUFÜHRER.

HERAUSGEGEBEN

VOM

VEREIN „HÜTTE“

ALS MANUSKRIFT FÜR DIE STUDIRENDEN DER KGL. TECHN. HOCHSCHULE GEDRUCKT

TEXT

(ZWEITER THEIL)

BERLIN 1892

IM SELBSTVERLAG DER „HÜTTE“

SKINNEBUCH

1871

ZWEITEN THEILS

VON

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

1871

DR. MED. DR. PHIL. DR. THEOL. DR. JUR. DR. THEOL. DR. THEOL. DR. THEOL.

VORWORT

Die in dem „Skizzenbuch der angewandten Kinematik“ enthaltenen 128 Tafeln stellen hauptsächlich eine größere Zahl von Modellen der kinematischen Sammlung in der technischen Hochschule zu Charlottenburg zeichnerisch dar. Der Text soll ihre Erklärung bieten, indem er die Wirkungsweise der Modelle und die Gesetzmäßigkeit der in ihnen vollzogenen Bewegungen darlegt.

Wie aber diese Modelle nur einen geringen Theil der kinematischen Sammlung bilden, die Professor F. Reuleaux seit mehr als 30 Jahren zusammengestellt hat, so kann auch der Text kein vollständiges Bild des wissenschaftlichen kinematischen Lehrgebäudes geben.

Die Tafeln sind in 10 Abschnitte eingetheilt, und der Text schließt sich der hierdurch gegebenen Anordnung an, ohne Zusammenfassungen oder Abgrenzungen vorzunehmen, wie sie eine systematische Behandlung des Stoffes erfordern würde.

Der Text des zweiten Theils, den Herr Regierungsbauführer Heimann verfaßt hat, ist erst nach Drucklegung der zugehörigen Tafeln entstanden, es konnten daher Fehler, die sich hierbei in den Zeichnungen fanden, leider nicht mehr beseitigt werden.

Die Zeichnungskommission der Hütte

VORWORT

Die vorliegende Arbeit ist ein Ergebnis der wissenschaftlichen Arbeit des Verfassers, die in der Zeit vom 1. April bis zum 31. März 1900 in der Universitätsbibliothek der Universität zu Köln durchgeführt wurde. Die Arbeit ist in drei Teile gegliedert: I. Die Einleitung, II. Die Hauptteil, III. Die Schlussfolgerungen. Die Arbeit ist in deutscher Sprache verfasst und enthält eine Zusammenfassung der Ergebnisse in französischer Sprache.

Die Arbeit ist in der Bibliothek der Universitätsbibliothek der Universität zu Köln aufbewahrt und ist für die Benutzung der Öffentlichkeit zugänglich. Die Arbeit ist in der Bibliothek der Universitätsbibliothek der Universität zu Köln aufbewahrt und ist für die Benutzung der Öffentlichkeit zugänglich.

Die Arbeit ist in der Bibliothek der Universitätsbibliothek der Universität zu Köln aufbewahrt und ist für die Benutzung der Öffentlichkeit zugänglich. Die Arbeit ist in der Bibliothek der Universitätsbibliothek der Universität zu Köln aufbewahrt und ist für die Benutzung der Öffentlichkeit zugänglich.

Die Universitätsbibliothek der Universität zu Köln

ZWEITER THEIL

BLATT 63—128

THE HISTORY OF

THE UNITED STATES

SIEBENTES KAPITEL

RÄDERWERKE

Die Räderwerke dienen zur Uebertragung der Bewegung. Die Räder wirken entweder unmittelbar oder unter Vermittlung eines Zugorganes auf einander ein. Die Grundformen der Radumflächen gehören den Axoiden an, deren Aufeinanderwirken der Ausdruck der Relativbewegungen zwischen den Rädern ist, und deren Gestalt durch die Lage der Achsen zu einander bestimmt wird.

Kinematische Anordnung der Räderwerke

Blatt 63. Fig. 124—134. Sind die Achsen parallel, so werden die Axoide Cylinder, deren Normalschnitte als Polbahnen auf einander rollen. Für gleichförmige Bewegungsübertragung zwischen zwei Rädern mit parallelen Achsen a und b sind die Polbahnen Kreise (Fig. 124), weil dann das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeiten, $\frac{w_1}{w} = \frac{d \omega_1}{d \omega}$, als umgekehrt gleich dem der Radien konstant ist.

Die unrunder Räder haben anders gestaltete Polbahnen (Fig. 125) und bewirken eine ungleichförmige Bewegungsübertragung, indem die Winkelgeschwindigkeiten sich umgekehrt verhalten, wie die Abstände des augenblicklichen Berührungspunktes von den beiden Drehpunkten (s. Näheres bei Blatt 81). Als Beispiel sind hier die sog. „quadratischen Räder“ dargestellt, von denen jedes aus 8 kongruenten Kurvenstücken zusammengesetzt ist.

Ein einfaches Rädergetriebe (Fig. 126) besteht aus drei Gliedern, den beiden Rädern a , b und dem Verbindungsstege; die Achsen sind hier parallel, also die Axoide Cylinder. Die Rollung muß durch Reibung bei Druck der Umflächen gegen einander erzielt werden.

Schneiden sich die Achsen (Fig. 127), so sind die Axoide Kegel, deren gemeinsame Spitze in dem Schnittpunkte O der Achsen liegt.

Für geschränkte Achsen (Fig. 128) werden die Axoide Hyperboloide, die eine Gerade CC_1 gemein haben.

Der Druck, der erforderlich ist, um das Mitnehmen des einen Rades durch das andere, die Rollung der Polbahnen, herbeizuführen, kann dadurch herabgezogen werden, daß man die Räder keilförmig in einandergreifen läßt (Fig. 129). Nur zwei Kreise der sich berührenden Flächen können jedoch auf einander rollen, bei allen anderen tritt zugleich Gleiten ein.

Die Scheiben des Riemen- oder Seiltriebes (Fig. 130) sind Reibräder, die durch Vermittlung des Zugorganes auf einander wirken. Ist dieses offen, für a und b , so drehen sich die Scheiben in gleichem Sinne, ist es gekreuzt, für a_1 und b_1 punktirt, so wird der Drehungssinn umgekehrt, also wie bei unmittelbar mit einander arbeitenden Vollrädern.

Zahnräder entstehen aus den direkt wirkenden Reibrädern dadurch, daß die Radumflächen mit Vorsprüngen und Vertiefungen versehen werden, durch deren Ineinandergreifen die Bewegungsübertragung erzwungen wird. Zahnräder mit parallelen Achsen (Fig. 131) werden Stirnräder genannt. Die Zähne sind nach den Gesetzen der Verzahnung zu gestalten, die Normalschnitte der Axoide bilden die Theilkreise der runden, die Theillinien der unrunder Zahnräder.

Indirekt wirkende Zahnräder enthält der Kettentrieb (Fig. 132), die Uebertragung geschieht dadurch, daß Vorsprünge an den Trommeln a und b zwischen die Glieder der Kette treten.

Das Verhältniß der Umdrehungszahlen n und n_1 zweier Räder a , b , bei denen zwei Kreise mit den Radien a und b direkt oder indirekt mit einander rollen, ist:

$$\varphi = \frac{n_1}{n} = \frac{a}{b}.$$

Bei einem zusammengesetzten Räderwerk (Fig. 133) ist mit dem Rade b konaxial ein Rad b_1 fest verbunden, das mit einem vierten Rade c auf einer dritten Achse in Eingriff steht, u. s. w.; dabei können die Mittellinien der Drehachsen sämtlich in einer Ebene liegen oder nicht. Das Uebersetzungsverhältniß zwischen den Rädern e und a ist:

$$\varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b_1}{c} \cdot \frac{c_1}{d} \cdot \frac{d_1}{e} = \frac{n_1}{n}.$$

In ähnlicher Weise ist der zusammengesetzte Riementrieb (Fig. 134) gebildet, indem mit der Scheibe b konaxial die Scheibe b_1 fest verbunden ist und durch einen Riemen die Drehung auf die Scheibe e einer dritten Achse überträgt. Das Uebersetzungsverhältniß zwischen e und a ist:

$$\varphi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b_1}{c} = \frac{n_1}{n}.$$

Differentialzählwerk

(Rückkehrendes Räderwerk)

Blatt 64. Fig. 135, 135a und 135b. Ist bei einem zusammengesetzten Räderwerk (Fig. 135a) mit den Rädern a, b, c, d der Abstand zwischen den Achsen A und B gleich dem zwischen B und C , so kann man C nach A zurückverlegen und erhält so ein rückkehrendes Räderwerk (Fig. 135b). Ist n die Umdrehungszahl der fest mit einander verbundenen Räder b und c , n_a die des Rades a , n_d die des Rades d , so ist $\frac{n_a}{n} = \frac{b}{a}$, $\frac{n_d}{n} = \frac{c}{d}$. Wird nun mit n_1

die Differenz der Umdrehungszahlen n_a und n_d bezeichnet, so ist $n_1 = n_a - n_d = \frac{b}{a} n - \frac{c}{d} n$:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{bd - ac}{ad}$$

Dieses Getriebe wird als Differentialzählwerk benutzt (Fig. 135), um die Umdrehungen der Achse mit den Rädern b, c zu zählen. Ein mit dem Rad d verbundener Zeiger gibt an der Vorderfläche des Rades a auf einem getheilten Kreise die Umdrehungszahlen der Achse b, c an.

Wäre z. B. $a = 18, b = 21, c = 41, d = 36$, so wird:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{21 \cdot 36 - 18 \cdot 41}{18 \cdot 36} = \frac{1}{36}$$

Marlborough-Rad

Blatt 65. Fig. 136 und 136b. Werden in einem zusammengesetzten Räderwerk die Räder b und c gleich groß gemacht (Fig. 136b), so kann man sie zu einem einzigen vereinigen, das in die beiden Räder a und d eingreift. Liegt nun die dritte Achse C zwischen A und B , so muß das Rad bc so breit sein, wie die Räder a und d zusammen. Ein solches breites Rad (Fig. 136) wird „Marlborough-Rad“ genannt. An der Uebersetzung zwischen a und d ändert das Marlborough-Rad hier nichts, es kehrt als Zwischenrad nur die Drehrichtung des getriebenen Rades um.

Rückkehrendes Räderwerk von Marlborough

Blatt 66. Fig. 139. Von Marlborough ist sein Rad in einem rückkehrenden Räderwerk angewendet worden, indem er die Räder a und d auf eine Achse setzt und die Differenz ihrer Zähnezahlen gleich 1 nimmt, wobei ihre Theilungen nur wenig verschieden sein dürfen. Das Ver-

hältniß $\frac{n_1}{n}$ wird, wenn z. B. $a = 100, b = c = 33, d = 99$ ist:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{bd - ac}{ad} = \frac{33 \cdot 99 - 100 \cdot 33}{99 \cdot 100} = -\frac{1}{300}$$

Nach 300 Umdrehungen des Marlboroughrades hat sich d einmal vollständig gegen a gedreht. Mit a ist wie oben eine Theilscheibe verbunden, mit d ein Zeiger.

Differentialschraubenräder (Woltmanns Flügel)

Blatt 66. Fig. 137. Bei dem Woltmannschen Flügel ist das Marlborough-Rad durch eine Schraube ohne Ende ersetzt. Auf der Achse, deren Umdrehungen gezählt werden sollen, sitzt eine eingängige Schraube a , die gleichzeitig in die beiden Räder b und c eingreift.

Hat das Rad b 100, c 101 Zähne, so wird das Verhältniß $\frac{n_1}{n}$, da $a = 1$ ist:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{ac - ab}{b \cdot c} = \frac{1}{10100}.$$

Umlaufgetriebe No. 1

Blatt 67. Fig. 140 und 140a - c. Macht man in der einfachen Stirnräderkette (Fig. 140a) statt des Steges eines der Räder zum festgestellten Gliede, so entsteht ein Umlaufgetriebe. Für die Umdrehungen des Umlaufrades b gegen das Centralrad a im Verhältniß zu denen des Steges gilt, weil $\angle \psi = \angle \omega + \omega_1$ ist: $\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{a}{b}$.

Wird ein Hohlrad verwendet, so ist $\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{a}{b}$.

Ebenso kann man ein rückkehrendes Räderwerk (Fig. 140b) zu einem Umlaufgetriebe machen, indem man das Rad a feststellt. Das Rad a wird hier das erste, d das zweite Centralrad, b das erste, c das zweite Umlaufrad, und der Steg Central- oder Umlaufarm genannt.

Für die Umdrehungen des Rades d gegen das feste Rad a im Verhältniß zu denen des Umlaufarmes gilt, weil $\angle \psi = \angle \varphi - \frac{c}{d} \alpha$ ist:

$$\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = 1 - z.$$

Der Werth z wird negativ, wenn in dem Getriebe ein Hohlrad enthalten ist (Fig. 140c), so dafs man dann erhält:

$$\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}.$$

Dies ist das in Fig. 140 dargestellte Getriebe; a ist zum Hohlrad ausgebildet; wäre z. B. $a = 150$, $b = 50$, $c = 40$, $d = 30$, so würde

$$\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{150}{50} \cdot \frac{40}{30} = 5.$$

Umlaufgetriebe No. 2

Blatt 68. Fig. 141 und 141a. Kommen in dem Umlaufgetriebe zwei Hohlräder vor (Fig. 141a), wie hier die beiden Centralräder a und d , so wird z wieder positiv und damit bei festgestelltem Centralrade a :

$$\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}.$$

In der Ausführung (Fig. 141) ist d festgestellt und demnach:

$$\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{d}{c} \cdot \frac{b}{a}. \quad \text{Für } a = 130, b = 40, c = 30, d = 90 \text{ wäre}$$

$$\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{90}{30} \cdot \frac{40}{130} = \frac{1}{13}.$$

Umlaufgetriebe No. 3

Blatt 69. Fig. 142, 142a u. b. Aus einem Räderwerke mit Zwischenrad (Fig. 142a) kann ein rückkehrendes Räderwerk werden, wenn der Radius von a gleich der Summe aus dem Radius von c und dem Durchmesser von b ist. Das Rad a wird ein Hohlrad, die Achsen von a und c fallen zusammen (Fig. 142b). Wird wieder das hohle Centralrad a festgestellt, so ergibt sich

$$\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = 1 + \frac{a}{c}.$$

Da a stets größer als c ist, so beträgt die Uebersetzung stets mehr als 2.

Barrets Göpel

Blatt 70. Fig. 143. Eine Anwendung des Umlaufgetriebes No. 3 bildet Barrets Göpel. Das Zwischenrad b ist in symmetrischer Wiederholung dreimal angeordnet, um eine Druckausgleichung zu erzielen, der Steg ist als Deckelscheibe ausgeführt, welche das als Gehäuse ausgebildete Hohlrad a schließt und durch hölzerne Schwengel in Umdrehung versetzt wird. Ist $a = 88$, $c = 11$, so wird $\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{88}{11} = 9$.

Eine weitere Uebersetzung erfolgt von der vertikalen Welle auf die horizontale durch Kegelhäder.

Gangspill

Blatt 70. Fig. 144. Das Gangspill ist aus demselben Getriebe gebildet wie der Göpel; auch hier ist das Zwischenrad b dreimal vorhanden, doch ist der Antrieb in das Rad c verlegt, und so eine starke Uebersetzung ins Langsame erzielt. Das Hohlrad a bildet die feste Grundplatte, der vertikale Wellbaum den Umlaufarm, das zweite Centralrad c wird durch Speichen umgetrieben. Ist a wieder $= 88$, $c = 11$,

$$\text{so wird } \frac{n}{n_1} = \frac{1}{9}.$$

Umlaufgetriebe No. 4

Blatt 71. Fig. 145, 146, 147. Es kann auch je ein Central- und ein Umlaufrad als Hohlrade ausgebildet werden (Fig. 145), wie hier a und c . Da z wieder positiv wird, ergibt sich $\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

Die Radien zweier Räder des Umlaufgetriebes können unendlich groß werden (Fig. 146), es entstehen dann Zahnstangen. Die Zahnstange a ist festgestellt; der Anwendung eines Hohlrades entspricht der Angriff der zweiten Zahnstange d_1 auf der entgegengesetzten Seite der Räder b, c . Ist s der Weg des Mittelpunktes der Räder b, c , und s_1 der Weg der Zahnstange d , so ist das Verhältniß $\frac{s_1}{s} = 1 - \frac{c}{b}$

oder für die Zahnstange d_1 : $\frac{s_2}{s} = 1 + \frac{c}{b}$.

Wird in dem letzteren Falle $b = c$ gemacht (Fig. 147), so ergibt sich $\frac{s_2}{s} = 1 + 1 = 2$. Es tritt also eine Schubverdopplung ein. Dieses Getriebe findet Anwendung zum Bewegen der Druckplatte bei dem Wagen der Reichenbach'schen Schnellpresse. Das Rad $b = c$ ist der Parallelführung wegen doppelt ausgeführt.

Planetenräder

Blatt 72. Fig. 148, 148a u. b. Läßt man in dem Umlaufgetriebe mit Hohlrade a (Fig. 148) dieses unendlich groß werden, so muß auch b unendlich groß sein; das Verhältniß der Räder a und b wird gleich der Einheit. Dies drückt sich darin aus, daß bei dem Umlaufrad c jeder Radius einer bestimmten Anfangslage stets parallel bleibt. Diesen Bewegungszwang für das Umlaufrad kann man durch eine Parallelführung hervorbringen (Fig. 148a).

Das Verhältniß der Umdrehungen des Rades d zu denen des Steges ist $\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{c}{d}$.

Eine Anwendung dieses Getriebes in angenäherter Form ist das Wattische „Planetenrad“ (Fig. 148b), bei dem die Pleuelstange BC dem fest mit ihr verbundenen Umlaufrade c nur Oscillationen, aber keine Drehungen gestattet. Während jeder einzelnen Umdrehung findet hier eine ungleichförmige Bewegungsübertragung statt. Watt machte gewöhnlich $c = d$, so daß $\frac{n_1}{n} = 1 + 1 = 2$ wird.

Zur direkten Ableitung des Uebersetzungsverhältnisses der Planetenräder dient Fig. 148c, Blatt 73. DC ist ein Hebelarm des Balanciers, BC die Pleuelstange, d das Central-, c das Planetenrad. Es sei C nach C_1 , die Kurbel AB in die Lage $A_1 B_1$ gelangt. Denkt man sich zuerst das Centralrad fest und das Planetenrad mit der Pleuel-

stange darum gerollt, so sei der anfängliche Berührungspunkt P auf der punktierten Cykloide nach P_1 gekommen; dabei hat sich das Planetenrad um einen Winkel φ gedreht, der zu dem von der Kurbel beschriebenen, φ_1 , das Verhältniß $\frac{\varphi}{\varphi_1} = 1 + \frac{d}{c}$ hat. Hierdurch wäre die Pleuelstange in die Lage $B_1 C'$ gekommen, während sie in Wirklichkeit nur nach $B_1 C_1$ herabgehen kann, sie muß also jetzt bei beweglichem Centralrad um $\rightarrow \varphi$ zurückgedreht werden, so daß das Centralrad um $\psi = \frac{c}{d} \varphi = \frac{c}{d} \left(1 + \frac{d}{c}\right) \varphi_1$ gedreht wird. Es wird also $\frac{\psi}{\varphi_1} = \frac{n_1}{n} = 1 + \frac{c}{d}$.

Flaschenzug nach Eade

Blatt 73. Fig. 149 u. 149a. Macht man in dem Planetenräderwerk das Centralrad zum Hohlrade, so wird das Uebersetzungsverhältniß

$$\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{c}{d}.$$

Dies Getriebe ist im Eade'schen Flaschenzuge angewendet, dessen Schema Fig. 149a zeigt. Die Kurbel AB , der Umlaufarm, wird von der Welle A aus durch eine Kette mit der Kraft K in Umdrehung versetzt, und nimmt das auf der Achse B sitzende Planetenrad c mit, das an der Drehung gegen den Raum durch am Flaschenhalse angebrachte Stifte gehindert wird. Dadurch dreht sich das Centralrad d nach dem obigen Uebersetzungsverhältnisse, und ebenso die mit d festverbundene Kettentrommel für die Last P . In der Ausführung (Fig. 149) ist die Kurbel AB ein sog. Exzenter, das heißt, der Zapfen B ist derartig erweitert, daß die Welle A durch ihn geht. Die Drehung der Exzenterwelle A geschieht durch das aufgekeilte Kettenrad mit K , während die Kettentrommel für die Last P mit dem hohlen Centralrade aus einem Stück hergestellt ist.

Das Planetenrad ist mit Kugellagerung auf dem Exzenter drehbar, seine Parallelführung ist durch ein Kreuzschleifenge triebe erreicht, indem es die eine Prismenführung an sich trägt, während die zweite Prismenführung der Kreuzschleife am Gehäuse erfolgt. Für $d = 52$, $c = 50$

$$\text{wäre } \frac{n_1}{n} = 1 - \frac{c}{d} = \frac{1}{25}.$$

Das Planetengetriebe kann man auch mit Zwischenrad ausführen (Fig. 150). Dieses ändert an dem Uebersetzungsverhältniß nichts, sondern kehrt nur den Drehungssinn um: $\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{c}{d}$.

Umlaufgetriebe No. 5

Blatt 74. Fig. 151, 151a u. b. Bei dem Räderwerk in Fig. 151a ist zwischen Rad e und c das Zwischenrad d eingeschaltet, welches

wieder nur den Drehungssinn von e umkehrt; das Uebersetzungsverhältniß zwischen e und a bleibt $\frac{n_1}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{e}$. Die Verwandlung in ein rückkehrendes Räderwerk kann erfolgen, wenn die Achsenabstände AB und BC gleich sind, indem man die Achse C auf A zurückverlegt (Fig. 151b). Wird e festgestellt, so wird das Uebersetzungsverhältniß wie bei der Anwendung eines Hohlrades

$$\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{e}{c} \cdot \frac{b}{a}.$$

Fig. 151 zeigt die Ausführung dieses Getriebes; für $e = 40$, $b = 54$, $a = 60$, $c = 18$ wird $\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{40 \cdot 54}{18 \cdot 60} = 3$.

Umlaufgetriebe No. 6

Blatt 75. Fig. 152 und 152a—e. Bei dem Räderwerk in Fig. 152a ist das Uebersetzungsverhältniß zwischen f und a :

$$\frac{n_1}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}.$$

Legt man die Achsen A und D zusammen, so hat man ein rückkehrendes Räderwerk (Fig. 152b), das als Umlaufgetriebe mit a als festem Gliede das Uebersetzungsverhältniß zwischen f und dem Stege

$$\text{ergiebt: } \frac{n_1}{n} = 1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}.$$

Wird $b = c$ gemacht (Fig. 152c), so wird $\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{a}{d} \cdot \frac{e}{f}$. Wird auch $d = e$, Fig. 152d, dann ist $\frac{n_1}{n} = 1 + \frac{a}{f}$, wird noch $a = f$, Fig. 152e, so ist $\frac{n_1}{n} = 1 + 1 = 2$.

Es entsteht ein von Reuleaux angegebenes halbirendes Umlaufgetriebe, dessen Ausführung Fig. 152 darstellt. Die Räder b und d sind Marlborough-Räder, die mit je einem der Centralräder und in dem Raume zwischen diesen mit einander in Eingriff stehen.

Konische Rädergetriebe

Blatt 76. Fig. 153, 153a u. b, 154, 154a—c. Fig. 153 zeigt ein rückkehrendes Räderwerk mit den konischen Rädern a, b, c, d ; a und d sind wieder gegen einander drehbar auf der Achse A , b und c fest verbunden auf B . Für das Verhältniß der relativen Umdrehungen von d gegen a zu denen der Räder b, c erhält man ähnlich wie früher:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{bd + ac}{ad}.$$

Macht man das Räderwerk durch Feststellung

eines Rades wie a (Fig. 153a) zum Umlaufgetriebe, so wird $\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$, da hier, wie bei dem Stirnräder-Umlaufgetriebe mit Hohlrade, z negativ wird.

Greift das Rad auf der anderen Seite von d an (Fig. 153b), so wird z wieder positiv und damit $\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

Bei der Anordnung der Räder in Fig. 154 als rückkehrendes Räderwerk wird das Verhältniß wie oben $\frac{n_1}{n} = \frac{bd + ac}{ad}$.

Bei der Aufstellung dieser Kette auf a (Fig. 154a) ergibt sich für das Umlaufgetriebe $\frac{n_1}{n} = 1 - z = 1 + \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$.

Um das Vorzeichen von z zu bestimmen, denkt man sich, wie in der Figur 154a durch die punktirten Kreisbogen angedeutet ist, die Räder b und c zu „Pseudo-Stirnrädern“ aufgeklappt und erkennt an diesen das Vorzeichen von z aus dem Vorkommen von Voll- und Hohlrädern. So ergibt sich für die Anordnung in Fig. 154b z als positiv: $\frac{n_1}{n} = 1 - \frac{ac}{bd}$. Auch wenn der Winkel ϑ , den die Achsen bilden, nicht 90° beträgt (Fig. 154c), so bleibt trotzdem das Verhältniß ungeändert $\frac{n_1}{n} = 1 - z$.

Hierher gehört das halbirende Umlaufgetriebe mit konischen Rädern auf Blatt 66, Fig. 138, das aus dem Getriebe in Fig. 153a entsteht, wenn $b = c$ und $a = d$ wird; es ist dann $\frac{n_1}{n} = 1 + 1 = 2$. Um die Uebersetzung ersichtlich zu machen, ist, wie bei den Zählwerken, mit dem Rade d ein Zeiger verbunden, der an einer Theilscheibe die Drehungen angiebt.

Konische Umlaufgetriebe

Blatt 77. Fig. 155a u. b, 156, 157, 158, 159a u. b, 160. Betrachtet man bei dem konischen Umlaufräderwerk in Fig. 155a, bei feststehendem Rade a , die Drehung des Rades b nur in Bezug auf seine eigene Achse, so ist $\frac{n_1}{n} = \frac{a}{b}$, gleichviel, ob die Achsen sich recht- oder schiefwinklig (Fig. 155b) schneiden. So ist in den Räderwerken, Fig. 159a u. b, in denen die mit b gemeinschaftlich bezeichneten Stirn- und Kegelhäder gleiche Zähnezahlen haben, das Verhältniß zwischen den Umdrehungen des Rades c um die eigne Achse und denen des Umlaufarms: $\frac{n_1}{n} = \pm \frac{a}{c}$, weil die Räder b nur als Zwischenräder wirken.

Umlaufräderwerke mit zweifachem Antrieb

Das bisher stets als ruhend angenommene erste Centralrad kann von der Hülfschwelle C aus noch eine eigene Drehung n_2 erhalten (Fig. 156), und man gelangt so zu dem Umlaufgetriebe mit zweifachem Antrieb.

$$\begin{aligned}
 \text{Da} \quad \rightarrow \psi &= \rightarrow \varphi - \beta + (\beta + \varepsilon) \\
 &= \varphi - \frac{c}{d} \alpha + \frac{c}{d} \cdot \delta \\
 &= \varphi - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \varphi + \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} (\gamma + \varepsilon)
 \end{aligned}$$

$$\text{so wird:} \quad n_1 = n(1 - z) + n_2 z.$$

In Fig. 157 erhalte das mit b bezeichnete Centralrad eines halbirenden konischen Umlaufgetriebes durch das Rad der Hülfschwelle n_2 Umdrehungen; sind n die Umdrehungen des Umlaufarms, n_2 die des zweiten Centralrades d , so wird aus

$$n_1 = n(1 - z) + n_2 z, \text{ weil hier } z = -1 \text{ ist,}$$

$$n_1 = 2n - n_2; \quad n = \frac{n_1 + n_2}{2}.$$

Die Anzahl der Umdrehungen der Hülfschwelle n_0 ist unabhängig veränderlich, man setzt demnach: $\frac{n}{n_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_1}{n_0} + \frac{n_2}{n_0} \right)$, und kann so schwierige Uebersetzungsverhältnisse lösen.

Dies gelingt selbst bei äußerst verwickelten Werthen durch die Anordnung in Fig. 158, bei der zwei halbirende konische Umlaufgetriebe mit einer Zwischenachse angewandt sind. Das Verhältniß der Umdrehungen von d und d_1 wird:

$$\frac{p}{q} = \frac{\frac{a}{b} + \frac{c}{d}}{\frac{a_1}{b_1} + \frac{c_1}{d_1}}.$$

Dieselbe Aufgabe ist durch das Räderwerk in Fig. 160 lösbar, in welchem das Getriebe von Fig. 159a angewandt ist, und zwar so, daß sowohl dem Centralrade als dem Umlaufarm durch eine Vorgelegewelle mittels der Räder a , b und c , d die Umdrehungen n und n_2 ertheilt werden.

Ist n_0 die Umdrehungszahl der Vorgelegewelle, so folgt für die Umdrehungen des Rades f um seine Achse:

$$n_1 = n z - n_2 z; \quad \frac{n_1}{n_0} = z \left(\frac{c}{d} - \frac{a}{b} \right).$$

Schraubenräder

Blatt 78. Fig. 161. Zur Uebertragung der Bewegung kann man sich auch der Schraubenräder bedienen, bei denen cylindrische, Kegel- und Globoid-Schraubenräder unterschieden werden. Den letzteren, und zwar der Klasse III (s. Reuleaux' Konstrukteur § 224), gehört das hier dargestellte Long'sche Spiräläderwerk an.

Das Globoid ist in einen Plankegel a , die Globoidschraube b in eine „Planschraube“, eine archimedische Spirale, übergegangen. Ist die

Gleichung der Spirale $r = m \varphi$, z die Zähnezahle des Rades a , und wächst der Fahrstrahl der Spirale bei einer Umdrehung um die Theilung des Rades t : $t = m 2 \pi$, so ist das Uebersetzungsverhältniß wie bei der eingängigen Schraube ohne Ende mit Wurmrad: $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{z}$.

Globoid-Schraube ohne Ende

Jensens Göpel

Blatt 78. Fig. 162. Dem Rädergetriebe von Jensens Göpel liegt die Globoidklasse IV (Konstr. § 224) zu Grunde. Eine zweigängige Globoidschraube arbeitet zusammen mit einem Rade von 24 Triebstöcken, die als Rollen ausgeführt sind. Bei Einleitung der Drehung in das Rad wird eine Uebersetzung vom Langsamem ins Schnelle erzielt:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{2}{z} = \frac{1}{12}$$

Rohrbohrwerk von Stehelin

Blatt 79. Fig. 163. Führt man die Schraube ohne Ende hohl aus, also als Schraubenmutter, so greift das Wurmrad innen an; ein Umlaufschraubenge triebe entsteht, wenn statt des Steges die Hohl schraube a festgestellt wird. Umläuft das Rad mit z_1 Zähnen die ruhende Schraube von der Gangzahl z , so ist das Verhältniß der

Umdrehungen des Rades zu denen des Steges: $\frac{n_1}{n} = \frac{z}{z_1}$, bei ein-

gängiger Schraube $= \frac{1}{z_1}$. Bei dem Rohrbohrwerk von Stehelin ist

die eingängige Hohl schraube a am Gestell A befestigt, das eingreifende Rad b ist auf dem Kopf der mit a konaxialen Bohrspindel C gelagert und fest mit einem zweiten Zahnrad c verbunden, welches, in die Zahnstange d eingreifend, den Bohrkopf B axial verschiebt. Die Bohrspindel wird mittels der konischen Räder E und D umgetrieben. Bezeichnen t_1 die Theilung von c , z und z_1 die Zähnezahlen der Räder b und c , so beträgt bei einem Umlaufe der Bohrspindel C die Hebung

oder Senkung der Zahnstange: $s_0 = \frac{z_1}{z} \cdot t$, weil das Rad b hierbei

um einen Zahn gedreht wird, also von dem Theilkreis des Rades c ein Bogen $\frac{z_1 t_1}{z}$ auf der Zahnstange abrollt.

Rohrbohrwerk von Reuleaux

Blatt 80. Fig. 164. Das Stehelin'sche Bohrwerk ist von Reuleaux mit wesentlichem Nutzen umgestaltet worden. Statt der Hohl schraube ist eine Vollschraube, statt der Zahnstange eine Schraube ohne Ende angewandt. Die eingängige Vollschraube a ist auf dem Gestell A

in einem Bügel gelagert, der nach der Seite gedreht werden kann, wenn das Werkstück durch ein anderes ersetzt werden soll. Mit dem auf der Bohrspindel C gelagerten Schraubenrade b fest verbunden ist ein Kegelrad c von der gleichen Zähnezahle, welches, in das Rad e eingreifend, durch die Schraube d den Bohrkopf B verschiebt. Bezeichnet s die Steigung der Schraube d , z_1 die Zähnezahle des Rades e , so beträgt die Verschiebung des Bohrkopfes bei einer Umdrehung der Bohrspindel: $s_0 = \frac{s}{z_1}$, weil hierbei das Rad e durch die Räder b und c um einen Zahn gedreht wird.

Will man den Bohrkopf mit größerer Geschwindigkeit auf- oder abbewegen, so dreht man die Schraube a , die sonst feststeht, durch eine dazu angebrachte Riemscheibe, welche im Modell durch eine Handkurbel ersetzt ist, in dem Bügel.

Unrunde Räder

Blatt 81. Fig. 165, 165a, 166, 166a u. b, 167, 168. Die unrunder Räder mit parallelen Achsen haben Polbahnen, die nicht Kreise sind, jedoch ein aufgehendes Maafsverhältnifs haben müssen. Der Berührungspunkt der Polbahnen (Fig. 165) mufs stets in der Centrale $O O_1$ liegen; denn wäre dies nicht der Fall, so würden die Geschwindigkeiten, welche die beiden augenblicklich an der Berührungsstelle zusammenfallenden Punkte der Räder haben, verschieden gerichtet sein, weil beide normal auf ihren Fahrstrahlen stehen (Fig. 165a). Dies widerspricht der Bedingung des Rollens. Die Richtung der Geschwindigkeiten fällt nur zusammen, wenn die Fahrstrahlen eine gemeinschaftliche Normale haben, also eine gerade Linie bilden. Hieraus folgt, dafs die Summe der Fahrstrahlen konstant gleich der Entfernung der Drehpunkte sein mufs:

$$\varrho + \varrho_1 = a \quad \dots \dots \dots (1).$$

Außerdem müssen die Geschwindigkeiten, weil kein Gleiten eintreten soll, auch dieselbe Gröfse haben: $\varrho \frac{d\omega}{dt} = \varrho_1 \frac{d\omega_1}{dt}$; oder

$$\frac{\varrho_1}{\varrho} = \frac{d\omega}{d\omega_1} \quad \dots \dots \dots (2).$$

Zur Ableitung der zweiten Gleichung kann auch das für die Rollung ebenfalls vorhandene Erfordernifs dienen, dafs die Tangenten der Polbahnen im Berührungspunkte zusammenfallen müssen.

Aus der Verbindung der Gleichungen (1) und (2) folgt:

$$\frac{a - \varrho}{\varrho} = \frac{d\omega}{d\omega_1}; \quad \varrho = \frac{a}{1 + \frac{d\omega}{d\omega_1}}.$$

Hierdurch sind die Fahrstrahlen bestimmt, wenn $\omega = f(\omega_1)$ gegeben ist.

Die wichtigsten unrunder Räder sind die elliptischen. Zwei kongruente Ellipsen (Fig. 166) von den Halbachsen a und b sind um die beiden Brennpunkte O und O_1 drehbar. Die Polargleichung der Ellipse aus einem Brennpunkt ist, wenn der halbe Abstand der Brennpunkte O und F oder O_1 und F_1 mit e bezeichnet wird:

$$\varrho = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \omega}. \text{ Da die Ellipse die Eigenschaft hat, daß die Summe}$$

der Fahrstrahlen eines Punktes von den beiden Brennpunkten konstant ist: $\varrho + \varrho_1 = 2a$, so liegt, wenn von den kongruenten Ellipsen gleiche Bogen auf einander abgerollt sind (Fig. 166a), der Berührungspunkt in der Centralen $O O_1$, weil die Summe seiner Abstände von den Brennpunkten O und O_1 wieder $= 2a$ ist. Da außerdem in den sich berührenden homologen Punkten der kongruenten Ellipsen die Tangentenwinkel gleich sind, so fallen die Tangenten zusammen. Hiermit sind beide Bedingungen erfüllt.

Das Verhältniß der Winkelgeschwindigkeiten der elliptischen Räder ist

$$\frac{w_1}{w} = \frac{d\omega_1}{d\omega} = \frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \omega} : 2a - \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \omega} = \frac{a^2 - e^2}{a^2 + e^2 - 2ae \cos \omega}.$$

Das Maximum tritt bei $\omega = 0$ ein:

$$\left(\frac{w_1}{w}\right)_{\max} = \frac{a + e}{a - e}.$$

Das Minimum tritt bei $\omega = 180^\circ$ ein:

$$\left(\frac{w_1}{w}\right)_{\min} = \frac{a - e}{a + e}.$$

Das Verhältniß $\frac{(w_1)_{\max}}{(w_1)_{\min}}$ ist $= \left(\frac{a + e}{a - e}\right)^2$.

Wäre $a = 2e$, so wäre $\frac{(w_1)_{\max}}{(w_1)_{\min}} = 9$.

Zwei auf einander rollende kongruente Ellipsen ergaben sich als Polbahnen der Glieder a und c der Antiparallelkurbeln (Bl. 3). Die höhere Paarung, welche dort zur Ueberschreitung der Wechsellagen angewandt ist (Fig. 166b), ist eine Verzahnung der Polbahnen, so daß wir hier einen Rest elliptischer Räder ausgeführt sehen.

Im Webfach benutzte man früher zum Schleudern der Schützen unrunder Räder, deren Polbahnen logarithmische Spiralen waren. Der Winkel, den die Tangente mit dem Fahrstrahl der logarithmischen

Spirale $\varrho = r e^{m\alpha}$ bildet, ist konstant: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varrho d\omega}{d\varrho} = m$.

Berühren sich also zwei kongruente logarithmische Spiralen (Fig. 167), so fallen ihre Tangenten stets zusammen, die Fahrstrahlen ϱ und ϱ_1 bilden eine Gerade.

Läfst man nun die Spiralen auf einander rollen, so dafs also zusammengehörige Bögen s und s_1 gleich sind, so folgt aus

$$ds = \frac{d\varrho}{\cos \alpha}, \quad s = \frac{1}{\cos \alpha} \int_e^{e'} d\varrho = \frac{e' - e}{\cos \alpha}, \quad \text{ebenso } s_1 = \frac{e'_1 - e_1}{\cos \alpha},$$

dafs dann die Zu- bzw. Abnahme der Fahrstrahlen dieselbe, also ihre Summe konstant ist. Die Bedingungen für die Bildung unrunder Räder sind erfüllt. Die herzförmigen Räder (Fig. 168) setzen sich aus je 2 kongruenten Stücken der logarithmischen Spirale zusammen.

ACHTES KAPITEL

WENDEGETRIEBE

Die Wendegetriebe erfüllen den Zweck, bei der Uebertragung den Sinn der Bewegung zu ändern oder die Bewegung ganz aufzuheben.

Dreischeiben-Wendegetriebe von Schwartzkopff

Blatt 82. Fig. 169. In dem für Hobelmaschinen benutzten Wendegetriebe von Schwartzkopff sind auf der Wendeachse *B* drei Riemscheiben angeordnet, von denen die erste ebenso wie das Zahnrad *c* fest auf *B* sitzt, während die mittlere eine Losscheibe ist, und die dritte das Zahnrad *a* an sich trägt. Geschieht die Uebertragung von der breiten Riemscheibe der Antriebswelle *A* aus auf die erste oder dritte Scheibe, so wird *B* umgetrieben, und zwar mit verschiedenem Drehungssinne, weil im letzteren Falle unter Zuhilfenahme der Vorgelegewelle *C* mit den Rädern *b* und *c* ein Zwischenrad *d* eingeschaltet ist. Liegt der Riemen auf der Losscheibe, so steht *B* still.

Riemenwendegetriebe mit beweglicher Wendeachse

Blatt 83. Fig. 170. Ein Riemenwendegetriebe mit beweglicher Wendeachse ist von Sellers an Hobelmaschinen verwendet worden. Der bewegliche Support trägt die Wendeachse. Der Riemen wird von den beiden festen Riemscheiben *A* und *D* aus über die auf dem Support gelagerten *B* und *C* so geführt, daß bei der Verschiebung des Supports die Riemenlänge nicht geändert wird. Die Achsen *B* und *C* tragen je eine feste und eine doppelt so breite lose Riemscheibe, und können durch die festen Zahnräder *a* und *c* treibend auf die Wendeachse mit dem Rade *b* einwirken. Der Riemenführer wird durch Zahnsektor und Zahnstange bewegt; in der Mittelstellung liegt der Riemen auf beiden Losscheiben und die Wendeachse bleibt in Ruhe, sonst wird sie von einem der Räder *a* und *c* umgetrieben und zwar in entgegengesetztem Sinne, weil die Riemscheiben *B* und *C* durch den Riemen verschiedenen Drehungssinn erhalten.

Der im Modell unbewegliche Support wird in der Ausführung dadurch verschoben, daß ein mit der Wendeachse verbundenes Getriebe in eine am Bett befestigte Zahnstange eingreift. Hierbei wird schneller Rückgang erzielt, weil das Auf- oder Ablaufen des Riemens bei der Verschiebung des Supports eine zusätzliche oder abzügliche Drehung der Riemscheiben *B* und *C* bewirkt.

Riemenführer

Blatt 84. Fig. 171—178. Man kann Riemenwendegetriebe ohne Einschaltung von Vorgelegewellen erzielen, wenn man einen gekreuzten und einen offenen Riemen anwendet. Schiebt man dann nach dem Vorgange von Sellers die beiden Riemen nach einander, so genügen drei Riemscheiben, von denen die beiden äußeren lose sind, während die mittlere fest auf der Welle sitzt. Wirkt in Fig. 171 der gekreuzte Riemen *F* treibend, indem er über die mittlere feste Scheibe geht, so hat man ihn erst auf die Losscheibe zu führen, ehe man durch Verschiebung des offenen Riemens *F*₁ Drehung in entgegengesetztem Sinne einleiten kann. Die Bewegung der Gabeln und ihre Sicherung in den Endlagen erreichte Sellers durch den in Fig. 176 dargestellten Mechanismus. Der Handhebel *H* wirkt durch einen Zahn auf *F* und durch einen Bogen auf *F*₁. In der gezeichneten Stellung können die Riemenführer sich nicht von selbst verstellen. Bringt man *H* in seine mittlere Stellung, so wirkt hierbei der Zahn bei *g* gegen den Riemenführer *F* und bringt den Riemen auf die Losscheibe. Während dessen liefen die Kreisbögen *ab* und *a*₁*b*₁ die Ansätze an *F*₁ in ihrer Lage. Wird nun *H* weiter gedreht, so bleibt *F* in Ruhe, *F*₁ wird bei *bc* und *a*₁*b*₁ verstellt, wodurch sein Riemen auf die feste Scheibe gebracht wird. Dann findet für beide Riemenführer Sperrung statt.

Reuleaux hat zur Erreichung derselben Bewegungsfolge einfachere Mechanismen angegeben. Die Schaltung beider Riemenführer ist gleichartig, kann also durch gleichgestaltete Stücke bewirkt werden. Fig. 174 zeigt beide Schaltmittel vereinigt. Der Schaltzahn an *B* arbeitet mit Resten eines Hohlrades und eines Vollrades, dargestellt durch die Zahnflücken des Hebels *F*, dessen Drehpunkt die Mittelpunkte beider Räder bildet. Liegt der Zahn in der Lücke, die dem Drehpunkt zunächst liegt, so ist die Wirkung die zweier aufsenverzahnter Räder, im andern Falle die von Voll- und Hohlrad. Dazwischen bilden die Kreisbögen eine tote Verzahnung, so daß der Arm in seinen Endlagen festgestellt ist.

Fig. 175 zeigt den Reuleaux'schen Riemenführer in der Mittelstellung, beide Riemen sind auf ihren Losscheiben. Wird der Handhebel *H* nach links bewegt, so wird *F* gedreht und schiebt seinen Riemen auf die Festscheibe, während *F*₁ in Ruhe bleibt. Bei Drehung von *H* nach rechts wird *F*₁ bewegt und *F* ruht.

Andere Ausführungsformen des Riemenführers von Reuleaux zeigen die Figuren 177 und 172. Es ist Triebstockverzahnung angewandt, die Zähne sind Stifte, die in Schlitzen gleiten, und die Form der Schlitze ist der gewünschten Bewegungsfolge entsprechend gewählt. In den Figuren 177 dreht sich das mit den verschiebenden Schlitzen versehene Stück *B*, während es in Figur 172 geradlinig bewegt wird; danach sind die für die Ruhelagen dienenden Theile der Schlitze im ersten Falle als kreisförmige, im zweiten als geradlinige Schleifen gestaltet.

Fig. 173 stellt den Zimmermann'schen Riemenführer dar, der zur Verschiebung eines einzigen Riemens mit Fest- und Losscheibe bestimmt ist. Der Führer *F* wird bei Zugwirkung an *S* und hierdurch hervorgebrachter Drehung eines Hebels um *A* dadurch verschoben, daß ein am Hebel befestigter Stift *s* in einem Schlitz von *F* gleitet. Der Hebel ist mit einem Gewicht versehen, welches ihn bei geringer Ueberschreitung der Mittelstellung vollständig nach links oder rechts zieht, so daß ein Kippgesperre (Konstr.) erzielt ist. In den Hauptstellungen tritt todte Verzahnung ein; *e* und *e*₁ sind Anschläge für den Hebel.

Wendegeräte von Sellers mit Reuleaux'schem Riemenführer

Blatt 85. Fig. 178. Die Anwendung eines Reuleaux'schen Riemenführers zeigt Fig. 178. *A* ist die Antriebachse mit der breiten Riemscheibe, *B* die Wendeachse mit der festen mittleren und den losen äußeren Scheiben. Hier sind die Drehachsen außerhalb der Riemen gelegt, und diese müssen nun in gleichem Sinne bewegt werden. Deshalb sind die Riemenführer jetzt auch äußerlich ganz gleich gestaltet, beide werden von dem Zahn des Handhebels wie außenverzahnte Räder gedreht. Der Handhebel mit dem Griff *E* kann entsprechend den drei Hauptstellungen in drei Auskerbungen eines Führungsbogens eingelegt werden.

Reibungswendegeräte

Blatt 86. Fig. 179. Ein Zahnrad *C* der Antriebachse greift gleichzeitig in das Hohlräder *A* und das Vollräder *B* ein, die beide auf der Wendeachse lose sitzen. Undrehbar auf dieser ist die doppelte Riffelscheibe *D*, welche durch Handrad und Schraube aus der gezeichneten mittleren Stellung gegen eines der beiden Räder *A* und *B* gepresst werden kann, wodurch die Wendeachse im einen oder anderen Sinne umgetrieben wird.

Stirnräderwendegeräte

Blatt 87. Fig. 180. Die Uebertragung geschieht von der Antriebswelle *A* aus durch Riemen auf die Welle *B*, von dieser auf die Wendeachse *D* entweder unmittelbar durch 2 Zahnräder oder unter Einschaltung eines Zwischenrades auf der Welle *C*; im letzteren Falle wird also der Drehungssinn der umgekehrte. Die Achsen *B* und *C*

sind in Schilden gelagert, die um eine horizontale Achse drehbar sind, so daß durch einen Handhebel das Rad von *B* oder das von *C* radial in *D* eingerückt werden kann.

Wendegetriebe mit Hohl- und Vollrad

Blatt 88. Fig. 181. Die Antriebachse *A* trägt ein Zahnrad, welches durch Nuth und Feder an der Drehung von *A* theilzunehmen gezwungen ist und durch einen Handhebel verschoben wird. Dadurch kann es entweder mit einem Voll- oder einem Hohlrad axial in Eingriff gebracht werden, die beide fest auf der Wendeachse sitzen. So wird Drehung der Wendeachse in beliebigem Sinne erzielt.

Wendegetriebe mit konischen Rädern und Zahnausrückung

Blatt 89. Fig. 182. Die beiden Kegelräder *a* und *b*, die zusammen auf der Antriebwelle *A* durch Nuth und Feder ohne Drehung verschiebbar sind, treiben die Wendeachse *B* in verschiedenem Sinne um, je nachdem Rad *a* oder *b* mit dem Rade *c* der Wendeachse in Eingriff kommt. Es kann auch *B* zur Antrieb-, *A* zur Wendeachse gemacht werden.

Dreischeiben-Wendegetriebe mit konischem Umlaufgetriebe für schnellen Rückgang

Blatt 90. Fig. 183. Von den drei Riemscheiben der Welle *B*, welche durch einen Riemen von der breiten Riemscheibe der Antriebwelle *A* aus umgetrieben werden können, ist nur die erste fest, wie auch das konische Zahnrad *c*. Die dritte Scheibe ist mit dem Kegelrade *a* vereinigt. Auf der Wendeachse *Z* sind die beiden Kegelräder *b* und *d* fest, von denen das erstere mit *a*, das letztere mit *c* arbeitet. So kann durch Verschiebung des Riemens bei *R* Ruhestellung der Wendeachse *Z* und Drehung derselben durch die Räder *a*, *b* oder *c*, *d* bewirkt werden, und hierdurch wird nicht nur verschiedener Drehungssinn, sondern durch die Wahl der Uebersetzungsverhältnisse auch schneller Rückgang erreicht.

Wechselgetriebe von Bodmer

Blatt 91. Fig. 184. *B* ist die Antriebachse. Die Wendeachse *A* trägt eine lose Riemscheibe I und eine gleichfalls lose konische Riementrommel; die erstere wird durch einen gekreuzten Riemen von der Scheibe II, die letztere durch einen offenen Riemen von einer konischen Trommel auf der Antriebwelle *B* umgetrieben, wobei der Drehungssinn entgegengesetzt ist. Fest auf der Welle *A* ist der Centralarm des halbirenden konischen Umlaufgetriebes *a*, *b*, *c*, *d*, dessen erstes Centralrad *a* mit der Riemscheibe I vereinigt ist, während das zweite, *c*, fest an dem Riemenkegel sitzt. Sind die Umdrehungen des Central-

arms mit n , die von a mit n_1 , die von c mit n_2 bezeichnet, so war (Fig. 157) $n = \frac{n_1 + n_2}{2}$.

Ist bei entgegengesetztem Drehungssinn $n_1 = n_2$, so wird $n = 0$, ist $n_1 > n_2$, so wird n positiv, ist $n_1 < n_2$, so wird n negativ. Der Werth n_1 ist konstant, n_2 kann geändert werden, indem der Riemen der konischen Trommeln durch eine Schraube verstellt wird, und so kann n positiv, null und negativ gemacht werden.

Mangelwendegetriebe mit Rechenkronrad

Blatt 92. Fig. 185. Ein Drehungs-Wendegetriebe mit selbstthätiger Umstellung ist das Mangelwendegetriebe mit Rechenkronrad. Auf der Wendeachse B sitzt das Rechenkronrad, ein Rad mit axialen Triebstöcken, in die ein kleines Rad der Antriebwelle eingreift. An einer Stelle sind die Triebstöcke ausgesetzt, und die dort angebrachte Führung zwingt das kleine Rad, dessen Achse A hierzu in der Horizontalebene drehbar sein muß, um den letzten Triebstock herum von innen nach außen zu treten oder umgekehrt. So wirkt das Rechenkronrad dem Trieb von A gegenüber bald als Voll-, bald als Hohlrad, der Drehungssinn der Wendeachse wird periodisch wechselnd.

Schubwendegetriebe mit zweiseitiger Triebstockstange

Blatt 93. Fig. 186. Wird der Radius des Rechenkronrads unendlich groß gemacht, so erhält man eine Triebstock-Zahnstange, den Mangelrechen, in den wieder der kleine Trieb c eingreift. Dies Rad c wird in einer Rinne des Rechens geführt und so auch gezwungen, sich am Ende der Zahnstange um den letzten Triebstock herum nach oben oder unten zu drehen, so daß der Mangelrechen eine periodisch hin- und hergehende Bewegung erhält.

Die Achse des Rades c ist in Schilden gelagert, die um eine horizontale Achse drehbar sind. In diese Achse wird die Bewegung eingeleitet und durch die Zahnräder a, b auf die bewegliche Achse von c übertragen. Die Schilde tragen auf der gegenüberliegenden Seite ein Gegengewicht.

Mangelräder

Blatt 94. Fig. 187 und 188. Das Mangelrad in Fig. 187 entsteht aus dem vorigen, wenn der Eingriff des kleinen Rades c auf die andere Seite verlegt wird, man erhält eine Zahnstange gleichsam mit innerer Verzahnung. Die Triebstöcke sind hier durch Zähne ersetzt. Die Führung des kleinen Triebes und die Einleitung der Bewegung geschieht ganz wie oben.

Eine feste Achse erhält das Trieb bei der Anordnung in Fig. 188. Das Rad ist nur halb mit Zähnen versehen, die abwechselnd oben und unten eingreifend die Zahnstange hin- und herbewegen. Um beim Hubwechsel den Kettenschluß aufrecht zu erhalten, ist ein mit dem

Rade verbundener Stift durch Ansätze an der Zahnstange geführt. Die Kurven, auf denen der Stift gleitet, sind Aequidistanten der verlängerten Orthocykloiden, welche sein Mittelpunkt beschreibt.

Schub-Wendegetriebe von Robertson

Blatt 95. Fig. 189. Ein Schub-Wendegetriebe mit unselbstthätiger Umstellung ist das von Robertson. Ein kleines Reibrad, welches gegen die Trommel einer hin und her zu bewegenden Achse geprefst wird, ist um eine vertikale Achse drehbar. Steht der Normalschnitt des Reibrades nicht senkrecht auf der Wendeachse, so wird diese nicht nur in Umdrehung versetzt, sondern zugleich nach links oder rechts verschoben. Die Bewegung wird durch Riemen von einer Achse aus eingeleitet, welche mit dem Reibrad auf einer Platte gelagert ist und an der Drehung um die vertikale Achse theilnimmt.

Vermittelte Auskehrung für Spinnstühle

Blatt 96. Fig. 190. Die dargestellte Auskehrung ist im Wesentlichen die des Platt'schen Spinnstuhls. B ist die Steuerwelle, die in bestimmten Zeitabschnitten um je 90° gedreht werden soll. Auf B sitzt ein Reibrad S_1 , welches mit einem ebensolchen kleineren auf der Welle C arbeitet. Vier um 90° verstellte Ausschnitte am Radumfang von S_1 lassen dort die Einwirkung der Reibräder auf einander aufhören, während von 4 in einem Kreise den Ausschnitten entsprechend sitzenden Stiften in den Ruhelagen von S_1 stets einer gegen den Hebel H_1 anliegt und die auf diesen wirkende Feder gespannt erhält. Die Sperrung oder Auslösung geschieht von den Drückern 1 und 2 aus durch den Hebel H , dessen Kopfende gegen die Stifte einer zweiten Scheibe S der Steuerwelle tritt. Von diesen Stiften sind je 2 gleich weit von dem Scheibenmittelpunkt entfernt. Wird nun der Hebel H aus der gezeichneten Stellung durch Druck auf Knopf 1 nach innen bewegt, so hört die Sperrung auf, und der Hebel H_1 dreht vermöge der gespannten Feder die Scheibe S_1 so weit, daß sie von dem Reibrad der von A aus stetig umgetriebenen Welle C mitgenommen wird. Nach einer Drehung um 90° tritt H gegen einen der weiter nach innen stehenden Stifte der Scheibe S und hemmt die Bewegung, während die Feder des Hebels H_1 durch einen Stift der Scheibe S_1 wieder gespannt wird und die Reibräder außer Eingriff kommen. Durch Druck auf Knopf 2 kann dann von Neuem eine Drehung der Steuerwelle um 90° bewirkt werden.

Vermittelte Auskehrung von Fairbairn

Blatt 97. Fig. 191. Von der Welle B , die durch Rientrieb von der Antriebwelle A aus stetig in Umdrehung versetzt wird, ist ein Theil durch die Kuppelung K aus- oder einzurücken. Es geschieht dies unter Vermittlung der Antriebwelle A .

Auf A ist ein Exzenter verschiebbar, welches durch Druck auf die Knöpfe 1 und 2 mittels einer auf der Achse C sitzenden Gabel bewegt wird, und bei seiner Drehung einen halben, mit 2 Ausdrehungen versehenen Bügel nach links oder rechts drängt. Dieser Bügel ist fest an einer unter A gelagerten wagerechten Welle, deren Drehung durch Hebelübersetzung zum Aus- und Einrücken der Kuppelung K benutzt wird.

Wendegeriebe von Reuleaux

Blatt 98. Fig. 192. Auf der Achse A ist ein halbirendes Umlaufgetriebe angeordnet, dessen Umlaufarm beliebig festgehalten oder im einen oder anderen Sinne umgetrieben werden soll. Das Centralrad 1 ist mit dem Zahnrade d verbunden, welches durch das Rad c der Antriebswelle gedreht wird; ebenso ist das zweite Centralrad 4 mit dem Zahnrade a verbunden, das von demselben Zahnrade c , aber unter Vermittlung des Zwischenrades b auf der Welle B , umgetrieben wird, so daß die Centralräder entgegengesetzten Drehungssinn haben. Die Verbindung der Räder 1 und 4 mit d und a ist nun keine unmittelbare, sondern geschieht unter Einschaltung von Bremsbändern, welche von den Zahnradern mitgenommen werden und die Naben von Sperrrädern umfassen. Diese Sperrräder erst sind mit den Centralrädern undrehbar vereinigt, indem das von a mitgenommene Sperrrad I wie das Centralrad 4 fest auf der Welle A sitzt, während das zu d gehörige Sperrrad II fest auf der Büchse des Centralrades 1 ist. Die Klinken der Sperrräder können durch Handhebel H und H_1 ein- oder ausgehoben werden. Ist nur die Klinke von I eingelegt, so ist dadurch 4 festgestellt, das Bremsband von a gleitet, der Umlaufarm wird durch die Räder $c, d, 1, 2, 3$ mit der Uebersetzung $1:2$ umgetrieben. Ist dagegen nur II gesperrt, so steht 1 fest, das Bremsband von d gleitet, die Drehung des Umlaufarms erfolgt durch die Räder $c, b, a, 4, 3, 2$ mit derselben Uebersetzung in entgegengesetztem Sinne. Sind schliesslich beide Klinken eingelegt oder ausgehoben, so bleibt der Umlaufarm in Ruhe, indem im ersten Falle beide Bremsbänder gleiten, im zweiten die beiden Centralräder gleich schnell in entgegengesetztem Sinne gedreht werden, so daß der Umlaufarm die Umdrehungszahl

$$n = \frac{n_1 - n_2}{2} = 0 \text{ hat.}$$

Tauschkehrung mit halbirendem konischen Umlaufgetriebe

Blatt 99. Fig. 193. Als Tauschkehrungen werden die Getriebe bezeichnet, bei denen das Aus- oder Einrücken dadurch bewirkt wird, daß ein anderes Glied der kinematischen Kette zum festgestellten gemacht wird. In dem Wendegeriebe von Reuleaux wurden so die beiden Centralräder eines cylindrischen halbirenden Umlaufgetriebes vertauscht. Wird bei dem halbirenden konischen Umlaufgetriebe der Umlaufarm durch eine Bremse festgestellt, so wirkt

das an ihm befestigte Rad als Zwischenrad, und das zweite Centralrad wird umgetrieben, während es sonst bei freiem Umlaufarm stillsteht. Diese Tauschumskehrung ist hier als Dynamometer verwendet. Das zweite Centralrad ist mit einer Trommel vereinigt, und das sich aufwickelnde Seil mit einer Feder verbunden. Der Umlaufarm ist als Bremscheibe ausgebildet, und der Bremshebel durch ein Gewicht belastet. Bei Drehung des ersten Centralrades a wird das Seil auf die Trommel aufgewickelt, und die Feder erhält eine gewisse Spannung, die der Belastung des Bremshebels entspricht. Dann gleitet bei weiterem Drehen das Bremsband, und die Trommel bleibt stehen.

Tauschumskehrung mit Umlaufgetriebe

Blatt 100. Fig. 194. Die Welle B trägt ein cylindrisches Umlaufgetriebe, bestehend aus dem festen Centralrad d , dem losen Umlaufarm mit dem Rade c , und dem zweiten losen Centralrade b , einem Hohlrade. Das letztere ist auch aufsen verzahnt und wird von der Antriebswelle A durch das Zahnrad a gedreht. Ist der Umlaufarm frei, so bleibt B wegen der Widerstände in Ruhe, wird jedoch der hierzu wieder als Bremscheibe ausgebildete Umlaufarm durch die Bremse festgehalten, so wirkt c als Zwischenrad und die Welle B wird vom Hohlrade im Verhältniß $\frac{n_1}{n} = \frac{d}{a}$ umgetrieben.

Radiale Tempo-Auskehrung

Blatt 101. Fig. 195. Die radiale Tempo-Auskehrung dient dazu, zwei Räder nach einer bestimmten Zahl von Umdrehungen aufser Eingriff zu bringen. Die Räder sind mit Vorsprüngen versehen, von welchen der eine auf der Welle C als ein radialer Arm drehbar ist und durch eine Rändelschraube festgestellt wird; stoßen die Vorsprünge auf einander, so werden die Räder radial ausgerückt. Die Zähnezahlen der Räder müssen relative Primzahlen sein, damit jeder Zahn des einen mit jedem des anderen zusammenkommen kann. Ist dann z die Zähnezahl des Rades von A , z_1 die von C , und soll nach n Umdrehungen des ersteren ausgerückt werden, so ist der verstellbare Zeiger des anderen Rades um $x = n z$ Theilungen von der Stelle abzurücken, die mit dem Vorsprung des Rades von A in der Anfangslage zusammentrifft. Die höchste Zahl der Umdrehungen, nach der man die Ausrückung erfolgen lassen kann, ist $n = z_1$, weil dann alle Zähne einmal zusammengetroffen sind. Die bewegliche Achse A ist auf Armen gelagert, die um die Welle drehbar sind. Der vordere Arm hat einen Ansatz, welcher in die Lücke der Scheibe einer Hilfswelle D greift. Diese Scheibe wird durch eine Feder mittels eines Gehänges bei geringer Ueberschreitung der Mittellage nach rechts oder links gedreht, so daß ein Kippgesperre erzielt ist. Hierdurch wird sowohl der Eingriff als auch das vollständige Ausrücken der Räder gesichert; eine Stellschraube begrenzt den Ausschlag des Armes.

NEUNTES KAPITEL

SCHRAUBENSCHUB

Der Schraubenschub ist ein besonderer Fall des Kurvenschubes (s. Blatt 109—128), der hier seiner großen Bedeutung wegen vorweggenommen wird; er gehört zu dem cylindrischen Kurvenschub, bei dem eine auf dem Mantel eines Cylinders gelegene Kurve bei Drehung des Cylinders einen Schieber bewegt. Für arithmetischen Schub ist diese Kurve die gemeine Schraubenlinie, deren Gleichung $y = a + b r \omega$ ist, wenn als Abscissen die Kreisbögen des Mantels, als Ordinaten die Cylinderseiten, also Cylinder-Koordinaten, gewählt werden. Der geradlinig bewegte Schieber kann als Mutter ausgeführt werden, weil die Normalschraube zu den Umschlufselementen gehört.

Differentialschrauben

Blatt 102. Fig. 196—198. Zur Hervorbringung sehr kleiner Fortschreitungen wendet man Differentialschrauben-Getriebe an, bei denen die Fortschreitung bei jeder Umdrehung nur ein Theil der Schraubensteigung ist.

Bei der Differentialschraube I (Fig. 196) sind zwei Schrauben mit Rechtsgewinde, a und b , mit den Steigungen s_1 und s_2 , vereinigt; die Mutter von b ist fest, die von a ohne Drehung am Gestell verschiebbar. Die Schraube schreitet bei jeder Umdrehung um s_2 vor, die lose Mutter um s_1 zurück, so daß ihre Verschiebung gegen das Gestell beträgt: $p = s_2 - s_1$.

Bei der Differentialschraube II (Fig. 197) bildet die Schraube a zugleich die Mutter der Schraube b , welche an dem Gestell ohne Drehung verschiebbar ist. Nach einer Umdrehung der Schraube a in ihrer festen Mutter ist die Schraube b , bei den Steigungen s_1 und s_2 , um $p = s_1 - s_2$ fortgeschritten.

Bei der Differentialschraube mit Rädervorgelege (Fig. 198) wird die Schraube e und gleichzeitig ihre Mutter in demselben Sinne gedreht. Die Schraube e ist in der Hülse B ohne Drehung verschiebbar,

ihre Mutter ist gegen das Gestell nur drehbar und mit der Hülse B durch das rückkehrende Räderwerk d, c, a, b verbunden. Die Fortschreitung der Schraube e bei n Umdrehungen der Vorgelegewelle mit den Rädern b, c und der Schraubensteigung s ist $p = s \frac{a}{b} \cdot n - s \frac{c}{d} n$, also

$$\frac{p}{n} = s \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \right).$$

Bohrwerk von Bodmer

Blatt 103. Fig. 199. Bei dem Bohrwerk von Bodmer greift das Rad d eines Umlaufräderwerks a, b, c, d außerdem als Hohlrad e in ein Rad d ein, welches mit einer excentrisch in der Spindel gelagerten Schraube f fest verbunden ist. Diese verschiebt den die Spindel umfassenden Bohrkopf k , an dem die Mutter m der Schraube befestigt ist. Ist n die Umdrehungszahl der angetriebenen Spindel, n_1 die der Schraube f , n_2 die der Räder b, c und n_3 die des Rades d , so ist

$$n_1 = \frac{e}{f} (n - n_3) = n \frac{e}{f} \cdot \left(1 - \frac{n_3}{n} \right) = n \frac{e}{f} \left(1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right).$$

Die Fortschreitung des Bohrkopfes dabei ist: $p = n s - n_1 s$, also

$$\frac{p}{n} = s \left(1 - \frac{n_1}{n} \right) = s \left[1 - \frac{e}{f} \left(1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \right].$$

Bohrwerk von Sharp

Blatt 103. Fig. 200. Die Sharp'sche Einrichtung ist der von Bodmer ganz ähnlich. Statt des Hohlrades ist mit dem Rade d des rückkehrenden Räderwerkes a, b, c, d ein Vollrad e verbunden, in welches zwei gleichgroße Räder f greifen. Die mit diesen verbundenen Schrauben werden in demselben Sinne gleichviel gedreht und verschieben gemeinschaftlich den Bohrkopf k , der ihre beiden Muttern an sich trägt. Die Fortschreitung von k bei n Umdrehungen der Spindel und der Schraubensteigung s ist wie oben

$$\frac{p}{n} = s \left[1 - \frac{e}{f} \left(1 - \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \right) \right].$$

Umlaufgetriebe mit Differentialräderwerk

Anwendung auf eine Bohrmaschine

Blatt 104. Fig. 201. Das zweite Centralrad d eines Umlaufräderwerkes a, b, c, d ist mit dem Gestell, die Schraube konaxial mit dem ersten Centralrade a , die Spindel mit dem Umlaufarm fest verbunden, während der Bohrkopf k die Mutter m der Schraube an sich trägt und an der Spindel ohne Drehung verschiebbar ist. Bei n Umdrehungen des Umlaufarms ist die Fortschreitung des Bohrkopfes:

$$p = n s - n \left(1 - \frac{d}{c} \cdot \frac{b}{a} \right) s, \quad \text{also} \quad \frac{p}{n} = s \cdot \frac{d}{c} \cdot \frac{b}{a}.$$

Bohrmaschinen mit Rädergehänge und rückkehrendem Räderwerk

Blatt 104. Fig. 202 und 203. Statt des Umlaufgetriebes kann man bei Bohrmaschinen auch das rückkehrende Räderwerk anwenden, also den Centralarm wieder feststellen. Dies geschieht bei dem Rädergehänge (Fig. 202) durch Kraftschluss, indem ein Gewicht den Centralarm nach unten zieht, in Fig. 203 ist der Centralarm am Gestell befestigt. In beiden Fällen ist das erste Centralrad a mit der Schraube, das zweite d mit der Spindel, die Mutter der Schraube wie in Fig. 201 mit dem Bohrkopf k vereinigt. Die Räder b und c sind gleich groß gemacht, a und d um einen Zahn verschieden. Die Fortschreitung des Bohrkopfes bei n Umdrehungen von a ist:

$$p = ns - \frac{a}{d} \cdot ns; \quad \frac{p}{n} = s \left(1 - \frac{a}{d} \right).$$

Bei dem „Rädergehänge“ kann man, wenn die Spindel still steht, den Bohrkopf bewegen, indem man den Centralarm als Kurbel benutzt.

Steuergetriebe

Blatt 105. Fig. 204—209. Der Schraubenschub hat vielfach zur Bewegung der Stellruder an Schiffen Anwendung gefunden.

Rogers brachte an einer auf der Steuerwelle A befestigten Scheibe (Fig. 204) zwei symmetrisch gelegene Zapfen an, um deren einen er die Schraube drehbar machte, während der andere durch eine Pleuelstange mit der Mutter verbunden ist. Wird die Schraube, deren Führung um eine vertikale Achse B drehbar ist, umgetrieben, so bewirkt die Relativbewegung zwischen Schraube und Mutter eine Drehung der Steuerwelle, welche der Zeiger deutlich macht.

Dies Getriebe hat Reuleaux dadurch abgeändert, dass er die Pleuelstange unendlich lang machte (Fig. 205); sie wird zu einem um den Zapfen der Scheibe drehbaren Schieber, der in einem Schlitz an der Schraubennutter gleitet.

In Williams Steuergetriebe (Fig. 206) greifen an beiden Zapfen der Scheibe auf A Pleuelstangen an, die Schraube ist halb als Rechts-, halb als Linksschraube ausgeführt, deren Muttern bei Drehung der Schraube die Pleuelstangen in entgegengesetzter Richtung bewegen. Jede Mutter trägt eine Führungsstange und ein Hohlprisma für die Führungsstange der anderen an sich, so dass sie sich gegenseitig an der Drehung hindern.

Die Führungsstangen sind von Steel am Gestell festgelegt worden (Fig. 207).

Scott und Sinclair wenden zwei durch Stirnräder verbundene Rechtsschrauben an (Fig. 208), die also in entgegengesetztem Sinne umgetrieben werden und wieder durch Pleuelstangen die Steuerwelle drehen.

In Reeds Steuergetriebe (Fig. 209) sind die Schrauben zu einer Doppelschraube zusammengesogen, bei der Rechts- und Links-

gewinde sich kreuzen, während die Muttern nur halb ausgeführt sind, die eine mit Rechts-, die andere mit Linksgang.

Schraube mit Rollenmutter (Whitworth - Drehbank)

Blatt 106. Fig. 210. Statt der umschließenden Mutter ist auch die Rolle beim Schraubenschub anwendbar. Whitworth ordnet zwei solche Rollen an und läßt sie mehrere Gänge übergreifen. Die Lager der Rollen sind auf einem Gestell vereinigt, welches am Bett verschiebbar ist.

Schrauben-Auskehrung von Reuleaux

Blatt 107. Fig. 211. Um am Ende der Schraube die Verschiebung der Mutter zu unterbrechen, ist bei der Schrauben-Auskehrung von Reuleaux die Mutter nur durch mit ihr fest verbundene Sperrräder und am Support angebrachte Klinken gehindert, sich mit der Schraube zu drehen. Die Sperrräder haben laufendes Gesperre und entgegengesetzt stehende Zähne. Am Ende des Hubes wird durch eine am Gestell sitzende Nase diejenige Klinke ausgehoben, welche der Drehung entgegenwirkt, und die Mutter dreht sich mit der Schraube, während die andere Klinke über ihr Sperrrad fortgleitet.

Schrauben-Auskehrung von Whitworth

Blatt 107. Fig. 212. Zu demselben Zwecke schneidet Whitworth die Mutter, der Achse nach, horizontal durch; die beiden Hälften sind in senkrechten Führungen verschiebbar und werden mittels einer Kurbel durch vereinigte Exzenter gleichzeitig nach oben und unten ausgerückt, so daß die Schraube sich frei weiter drehen kann.

Doppelschraube (Fadenführer von Napier)

Blatt 108. Fig. 213. Um beim Schraubenschub gleichförmiges Hin- und Zurückführen des Schiebers zu bewirken, wird die Doppelschraube benutzt. Damit der Hubwechsel nicht plötzlich eintritt, ordnete Napier bei seinem Fadenführer eine Weiche an, die von dem als Schiffchen ausgebildeten Schieber selbstthätig verstellt wird, und während zweier Umdrehungen Stillstand des Schiebers bewirkt.

Wendegerieße von Girard

Blatt 108. Fig. 214. Ein Wendegerieße bildete Girard, indem er eine Rechts- und Linksschraube vereinigte; der Schieber ist auf der einen Seite mit Vorsprüngen für das Rechts-, auf der andern für das Linksgewinde versehen und um eine horizontale Achse drehbar. Die Achse ist auf einem Schlitten gelagert, und dieser kann demnach bei Fortdrehung der Schraube nach links oder rechts bewegt werden, je nachdem man durch einen Handhebel den Schieber auf der einen oder der anderen Seite mit der Schraube in Eingriff bringt.

ZEHNTES KAPITEL

KURVENSCHUB

Die Kurvenschub-Getriebe sind solche, bei denen eine Kurve zur Bewegung eines an ihr anliegenden Schiebers dient. Wird eine ebene Schubkurve ebenso wie der Schieber geradlinig bewegt, und stehen die Richtungen senkrecht auf einander, so ist die Gleichung der Kurve, $y = f(x)$, auch die Gleichung der Bewegung des Schiebers, wenn die Koordinaten so gewählt sind, daß die Abscissen der Kurve entgegen ihrer Bewegungsrichtung wachsen, die Ordinaten in die Schubrichtung des Schiebers fallen, und der Koordinatenanfangspunkt in dem Anfangspunkt der Kurve liegt. Die Kurve ist also das Diagramm der Bewegung. Ist c die Geschwindigkeit, mit welcher die Kurve verschoben wird, v die hierdurch dem Schieber ertheilte, so ist

$$c = \frac{dx}{dt}, \quad v = \frac{dy}{dt}, \quad \text{also} \quad \frac{v}{c} = \frac{dy}{dx}.$$

Das Geschwindigkeitsverhältniß ist gleich dem Differentialquotienten der Schubkurve.

Keilschub

Blatt 109. Fig. 215. Die Schubkurve ist eine Gerade, $y = a + bx$, das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{c} = \frac{dy}{dx} = b$ wird konstant. Bei gleichförmiger Bewegung der Schubkurve steigt der Schieber gleichförmig, seine Geschwindigkeitskurve ist eine Gerade, parallel der Abscissenachse. Um den Schieber nach demselben Bewegungsgesetz abwärts zu führen, steigt die Gerade unter demselben Winkel wieder abwärts.

Sinoidischer Schub

Blatt 109. Fig. 216. Ist die Schubkurve eine Polarsinoid, deren Gleichung $y = R \sin \frac{x}{r}$, so ist $\frac{v}{c} = \frac{dy}{dx} = \frac{R}{r} \cos \frac{x}{r}$; die Geschwindigkeitskurve des Schiebers bei konstantem c ist eine um 90° gegen die Schubkurve versetzte Sinoid.

Wird eine auf Polarkoordinaten bezogene Kurve um den Koordinatenanfangspunkt A gedreht, und als unrunde oder Kurvenscheibe zur Bewegung eines Schiebers benutzt, dessen Berührungspunkt in einer durch A gehenden Geraden verschoben wird, so ist auch hier die Kurve das Bewegungsdiagramm des Schiebers. Ist w die Winkelgeschwindigkeit der Kurvenscheibe von der Gleichung $\varrho = f(\omega)$ und v die Geschwindigkeit des Schiebers, so ist

$$w = \frac{d\omega}{dt}, v = \frac{d\varrho}{dt}, \text{ also } \frac{v}{w} = \frac{d\varrho}{d\omega}.$$

Das Geschwindigkeitsverhältniß ist wieder gleich dem Differentialquotienten der Schubkurve.

Die Relativbewegungen zwischen Kurvenscheibe und Schieber ergeben sich aus ihren Polbahnen. Die Gleichung der Polbahn der Scheibe in Polarkoordinaten bezogen auf A ist: $\varrho' = f'(\omega)\omega$, wobei der Fahrstrahl stets senkrecht auf dem der Schubkurve steht.

Für die Polbahn des Schiebers, bezogen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit der Schieberichtung als x -Achse und dem Berührungspunkt als Koordinatenanfangspunkt, ergibt sich:

$$x = \varrho = f(\omega), y = \varrho_1 = f'(\omega)\varrho.$$

Archimedische Spiralen

Blatt 110. Fig. 217. Die Gleichung der archimedischen Spirale ist $\varrho = a + r\omega$; das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{w} = \frac{d\varrho}{d\omega} = r$ ist konstant wie bei dem Keilschub. Für die Polbahnen ist ϱ' und $\varrho_1 = r$, so daß die Polbahn der Scheibe ein Kreis mit dem Radius r , die des Schiebers eine Gerade ist, die parallel zur Schubrichtung im Abstand r von A liegt. Wird bei der Spirale $\varrho = a + r\omega$ die Konstante $a = 0$, so entsteht die homozentrische Form der Kurve, die im Punkte A anfängt; sie wird in der Figur von den Zeigerspitzen beschrieben. Der Tangentenwinkel α , d. i. der Winkel, den die Tangente mit dem Fahrstrahl bildet, bestimmt sich aus $\text{tg } \alpha = \varrho \frac{d\omega}{d\varrho} = \frac{a + r\omega}{r}$; er ist für $a = 0$ bei $\omega = 0$ unendlich klein, die homozentrische Form der archimedischen Spirale ist demnach als Schubkurve nicht brauchbar, weil der Schieber nur bewegt werden kann, wenn der Tangentenwinkel den Reibungswinkel übertrifft. Deshalb muß eine Erweiterung der Spirale um a eintreten. Um den Schieber wieder in seine Anfangslage zurückzuführen, sind zwei Aeste zu einer Scheibe vereinigt.

Paarschluss ist erzielt durch die Anwendung einer Gegenscheibe, deren Aeste denen der ersten Scheibe entsprechen müssen, so daß die gleichzeitig die Schieber berührenden Aeste dieselbe Bewegung bewirken.

Zweilobige archimedische Spirale

Blatt 111. Fig. 218. Bei der 2-lobigen archimedischen Spirale sind vier kongruente Spiralstücke vereinigt, so daß der Schieber bei jeder Umdrehung zweimal hin- und hergeführt wird. Weil hier die Anfangspunkte der Spirale nicht benutzt werden, braucht keine Erweiterung einzutreten. Der Endpunkt des Zeigers beschreibt die um $a = \frac{r\pi}{2}$ verkürzte, die konzentrierte Form der archimedischen Spirale; diese ist die kleinste mögliche Form der Kurve, und wird bei der gewöhnlichen Kurvenscheibe der archimedischen Spirale bei jeder Umdrehung zweimal durchlaufen. Um die Abnützung zu vermindern, ist hier statt der Spitze eine Rolle angewandt, deren Mittelpunkt die Spirale beschreibt; auf einer Aequidistanten zu dieser läuft die Rolle. Eine zweite Aequidistante ist an der Gegenseite der Rolle ausgeführt, um Paarschluss zu erzielen.

Kardioide

Blatt 112. Fig. 219. Die Gleichung der Kardioide ist

$$\rho = r(1 - \cos \omega).$$

Ist A der Drehpunkt, und werden die Winkel von der Schubrichtung in der Anfangslage aus gezählt, so liefert die Gleichung $r \cos \omega$ den in der Figur punktierten Kreis, den Grundkreis, dessen Fahrstrahlen um r zur Kardioide erweitert sind. Der Grundkreis ist zugleich die um r verkürzte, die konzentrierte Form der Kardioide. Das Geschwindigkeitsverhältniß wird $\frac{v}{w} = r \sin \omega$; die Geschwindigkeitskurve ist ein Kreis, dessen Durchmesser um 90° gegen die Schubrichtung gedreht ist.

Für die Polbahn der Scheibe ist $\rho_1 = \left(\frac{d\rho}{d\omega}\right)_\omega = r \sin \omega$, das ist der Grundkreis; für die Polbahn des Schiebers erhält man, da $x = \rho$ und $y = \left(\frac{d\rho}{d\omega}\right)_\rho = r \sin \omega = \sqrt{2\rho r - \rho^2} = \sqrt{2rx - x^2}$, die Gleichung eines Kreises von dem Durchmesser $2r$. Die Polbahnen des kardioidischen Schubes sind also die Kardanischen Kreise.

Weil $\operatorname{tg} \alpha = \rho \frac{d\omega}{d\rho} = \operatorname{tg} \frac{\omega}{2}$ ist, wird der Tangentenwinkel der Kardioide $= 0$ für $\omega = 0$, sie hat also einen Todtpunkt, und es muß deshalb eine Erweiterung vorgenommen werden. Die erweiterte Kardioide $\rho = a + r(1 - \cos \omega)$ wird als Schubkurve benutzt, während die Pfeilspitzen die gemeine und die konzentrierte Form beschreiben. Das Anliegen des Schiebers ist durch eine Feder bewirkt, es ist also Kraftschluss angewendet.

Kardioide

Blatt 113. Fig. 220. Die Einbiegung der erweiterten Kardioide verschwindet, wenn $a > r$ ist, und dann erhält man die wirklich brauchbare Form der Kurve. Weil die Summe der Fahrstrahlen vorwärts und rückwärts, $\rho_1 + \rho_2 = 2(r + a)$, also konstant ist, hat die Kardioide konstante Breite, kann also als ihre eigene Gegenscheibe verwendet werden. Damit ist Paarschluss erzielt. Sind wie hier Rollen ausgeführt, so beschreiben ihre Mittelpunkte die erweiterte Kardioide, sie selbst rollen auf einer Aequidistanten, die nach A hin gelegen ist. Die Zeigerspitzen beschreiben, wie früher, die gemeine und die konzentrische Form der Kardioide.

Kardioide

Blatt 114. Fig. 221. Die Aequidistante zu der von den Rollmittelpunkten beschriebenen Kardioide kann auch nach außen verlegt werden, so dass die Kurvenscheibe Hohlform erhält. Der Paarschluss ist wieder durch eine Gegenrolle erreicht.

Kardioide

Blatt 115. Fig. 222. Der Paarschluss kann mit einer Rolle bewirkt werden, wenn beide Aequidistanten, für die Voll- und für die Hohlform, ausgeführt sind. Die Rolle läuft dann in einer Rinne.

Tangential-Kardioide

Blatt 116. Fig. 223. Ist die Schubrichtung des berührenden Punktes gegen A um eine GröÙe m geschränkt, so entsteht Tangential-Kurvenschub, bei dem die Ordinaten auf den Tangenten eines mit m um A beschriebenen Kreises zu messen sind. Nimmt man das Bewegungsgesetz als gegeben an, so sind dadurch die Polbahnen von Schieber und Kurvenscheibe bestimmt, und jeder Punkt des Schiebers kann auf derjenigen Kurve der Scheibe geführt werden, welche von ihm bei der Rollung der Polbahnen als Punktbahn auf der Scheibe beschrieben wird. So ist hier, bei der Tangentialkardioide ein Punkt gewählt, der in der Anfangslage auf der durch A gehenden Normalen zur Schubrichtung liegt. Weil jedoch in dieser Stellung die Schubrichtung die Kurve tangirt, muss noch eine Erweiterung nach der Schubrichtung vorgenommen werden.

Will man die so entstehende Kurvenscheibe als Gegenscheibe benutzen, so muss man auf der Gegenseite einen Punkt führen, der zu dem Gegenpunkt B der gemeinen Form der Kardioide genau so liegt, wie der erste zu A .

Die Kardioide ist ein besonderer Fall der Polarsinoide, deren Gleichung $\rho = a + r[1 - \cos(m\omega)]$ ist. Wählt man für m nur ganze Zahlen, so finden die Maximal- und Minimalwerthe der Fahr-

strahlen bei jeder Umdrehung m -mal statt, die Scheiben werden m -lobig. Die Polarsinoiden sind von konstanter Breite, wenn m ungrade ist. Die Erweiterung der Kurven durch a ist von großem Einfluss auf ihre Form.

Die homozentrische Kurve, bei $a = 0$, ist ein m -lobiger Stern, die konzentrische, bei $a = -r$, ist $2m$ -lobig, wenn m gerade, m -lobig, wenn m ungrade ist.

Zweilobige Polarsinoide

Blatt 117. Fig. 224. Bei der 2-lobigen Polarsinoide:

$$\rho = a + r(1 - \cos 2\omega),$$

ist die homozentrische Form aus zwei, die konzentrische aus vier Aesten zusammengesetzt. Der Mittelpunkt der Schieberrolle beschreibt eine erweiterte Polarsinoide, der Umfang rollt auf einer Aequidistanten zu dieser. Die Einbiegung der Sinoide, wie eine solche von einer Spitze des Zeigers beschrieben wird, verschwindet, wenn $a = m^2 r$, hier also $= 4r$, gemacht wird. Durch eine Feder ist Kraftschluss herbeiführt.

Zweilobige Polarsinoide

Blatt 118. Fig. 225. Will man bei der 2-lobigen Polarsinoide eine Gegenscheibe anwenden, so muß diese um 90° gegen die Kurvenscheibe versetzt werden, so daß die beiden Schieberspitzen um den konstanten Werth $\rho + \rho_1 = a + a_1 + 2r$ von einander abstehen. Für die Polbahn der Scheibe (\mathfrak{P}_2) hat man bei der m -lobigen Polarsinoide:

$\rho' = \frac{d\rho}{d\omega} = m r \sin m\omega$, das ist die Gleichung einer konzentrischen, m -lobigen Polarsinoide von dem Halbmesser $m r$. Für die Polbahn des Schiebers (\mathfrak{P}_1) ist $x = a + r(1 - \cos m\omega)$, $y = m r \sin \omega$, also $\frac{[x - (a + r)]^2}{r^2} + \frac{y^2}{(m r)^2} = 1$, das ist die Gleichung einer Ellipse

mit den Halbachsen r und $m r$, deren Koordinatenanfangspunkt bei $\omega = 0$ um $a + r$ vom Thalpunkt der Kurve, also um r vom Scheibenmittelpunkt A absteht. Die Polbahn der Scheibe rollt in der des Schiebers bei einer Umdrehung m -mal, wenn m grade, $\frac{m}{2}$ -mal, wenn

m ungerade ist. Bei der 2-lobigen Polarsinoide hat demnach die Polbahn der Scheibe als konzentrische Form einer ebensolchen Kurve 4 Aeste; die Polbahn des Schiebers ist eine Ellipse mit den Halbachsen r und $2r$, die bei jeder Umdrehung zweimal abrollt.

Vierlobige Polarsinoide

Blatt 119. Fig. 226. Die 4-lobige Polarsinoide:

$$\rho = a + r(1 - \cos 4\omega),$$

erhält eine um 45° versetzte Gegenscheibe. Die Polbahn der Scheibe (\mathfrak{P}_2)

ist eine konzentrirte Polarsinoide von dem Halbmesser $4r$ mit 8 Aesten; die Polbahn des Schiebers (\mathfrak{P}_1) bildet eine Ellipse mit den Halbachsen r und $4r$, die bei jeder Umdrehung 4mal abrollt.

Parabolische Spirale

Blatt 120. Fig. 227. Die Gleichung der parabolischen Spirale sei $(\varrho - a)^2 = 2p\omega$, es folgt das Geschwindigkeitsverhältniß $\frac{v}{\omega} = \frac{d\varrho}{d\omega} = \frac{p}{\varrho - a}$. Für die Polbahn der Scheibe (\mathfrak{P}_2) wird

$\varrho' = \sqrt{\frac{p}{2\omega}}$, die Gleichung einer kubisch hyperbolischen Spirale; für die Polbahn des Schiebers (\mathfrak{P}_1) ist $\varrho_1 = y = \frac{p}{\varrho - a}$, die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel. Diese Kurven bestehen aus je zwei Aesten, die beim Hubwechsel mit unendlich fernen Punkten in einander übergehen. Weil $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\varrho d\omega}{d\varrho} = \varrho \sqrt{\frac{2\omega}{p}}$ ist, so tritt für $\omega = 0$

bei jeder Erweiterung ein Todtpunkt ein, den man daher nur durch eine Abrundung vermeiden kann. Bei Erweiterung um $a = -\frac{1}{2}\sqrt{2p\pi}$ entsteht die konzentrirte Form, eine Schleife, deren Schnitt in A liegt. Die Spirale ist bis $\omega = \pi$ ausgeführt und dann symmetrisch wiederholt. Es ist Kraftschluss angewendet.

Biparabolische Spirale

Blatt 121. Fig. 228. Man kann die Schubkurve aus den Stücken zweier parabolischer Spiralen zusammensetzen. Hat die Spirale im $\pm 1^{\text{ten}}$ Quadranten die Gleichung $\varrho = a + \frac{\omega^2}{2p}$, so erhält man

$\frac{v}{\omega} = \frac{d\varrho}{d\omega} = \frac{\omega}{p}$. Für die Polbahn der Scheibe (\mathfrak{P}_2) ergibt sich aus

$\varrho' = \frac{\omega}{p}$ eine archimedische Spirale und für die des Schiebers (\mathfrak{P}_1)

aus $\varrho_1 = \sqrt{\frac{2(\varrho - a)}{p}}$ eine Parabel. Ist h die Schubweite, so gilt

für die Schubkurven im $\pm 2^{\text{ten}}$ Quadranten $\varrho = a + h - \frac{(\pi - \omega)^2}{2p}$.

Aus der Bedingung, daß bei $\omega = \frac{\pi}{2}$ die zusammentreffende Aeste eine gemeinschaftliche Tangente haben müssen, folgt $p = \frac{\pi^2}{4h}$. Weil

v hier nie unendlich groß wird, erhält die Kurve keinen Todtpunkt; die Einbiegung verschwindet bei $a > \frac{h}{2}$. Die biparabolische Kurven-

scheibe ist von konstanter Breite $q + q_1 = 2a + h$ und deshalb als ihre eigne Gegenseibe zu benutzen, um Paarschluss zu erzielen.

Logarithmische Spirale

Blatt 122. Fig. 229. Die Gleichung der logarithmischen Spirale ist $q = r e^{\frac{\omega}{m}}$; weil $\operatorname{tg} \alpha = q \frac{d\omega}{dq} = m = \text{konst.}$, ist der Tangenten-

winkel konstant. Das Geschwindigkeitsverhältniß ist $\frac{v}{w} = \frac{dq}{d\omega} = \frac{q}{m}$.

Für die Polbahn der Scheibe (\mathfrak{P}_2) ist $q' = \frac{q}{m} = \frac{r e^{\frac{\omega}{m}}}{m}$, das ist wieder eine

logarithmische Spirale vom Grundkreishalbmesser $\frac{r}{m}$. Ist $m = 1$, so

ist $q' = q$, das heißt, es ist dieselbe Spirale um 90° gedreht. Die

Polbahn des Schiebers (\mathfrak{P}_1) ergibt sich aus $y = q' = \frac{q}{m} = x \operatorname{ctg} \alpha$ als

eine Gerade, die um $90^\circ - \alpha$ gegen die Schubrichtung geneigt ist, um 45° , wenn $m = 1$, also $\alpha = 45^\circ$ ist.

Die Spirale ist bis $\omega = \pi$ benutzt und symmetrisch wiederholt. Um keine zu scharfe Einbiegung an dem inneren Treffpunkt beider

Aeste zu erhalten, wendet man eine Erweiterung an: $q = a + r e^{\frac{\omega}{m}}$.

Die konzentrierte Form, eine durch A gehende, verschlungene Kurve,

entsteht für $a = -\frac{r + r e^{\frac{\pi}{m}}}{2}$. Es ist Kraftschluss angewandt.

Evolventen-Exzentrik

Blatt 123. Fig. 230. Die Polbahnen bei dem Kurvenschub der archimedischen Spirale bestanden aus einem Kreis für die Scheibe und einer Geraden für den Schieber. Daraus folgt, daß die mit dem Schieber verbundenen Punkte gegen die Scheibe Evolventen beschreiben, und die archimedische Spirale, $q = r\omega$, ist eine solche um r verlängerte Evolvente. Bei dem Evolventen-Exzentrik ist die gemeine Form der Evolvente benutzt, die im Abstand r von A beginnt; es wird hierdurch dasselbe

Schubgesetz: $\frac{v}{w} = \text{konst.}$, wie bei der archimedischen Spirale, ver-

wirklicht, weil ja die Polbahnen dieselben bleiben. Um Paarschluss zu erzielen, ist auf der Gegenseite ein Punkt geführt, der auf einer um $2r$ verlängerten Evolvente in den Anfangspunkt gelangt. Es sind Rollen angewandt, die auf Aequidistanten der Evolventen laufen. Die Spitze des Zeigers beschreibt die archimedische Spirale.

Gleichseitiges Bogenzweieck

Kurvenscheiben, welche aus Kreisbögen zusammengesetzt sind, werden als **Bogenscheiben** bezeichnet.

Blatt 124. Fig. 231. Ein gleichseitiges Bogenzweieck entsteht, wenn aus dem Endpunkte einer Strecke mit deren Länge R Kreise geschlagen werden. Das entstehende Gebilde kann zum Verschieben einer Kreuzschleife (Blatt 8) benutzt werden, wenn man es um einen beliebigen Punkt dreht, und gegen eine Prismenkante der Kreuzschleife wirken läßt, so daß es mit dieser ein unvollständiges Elementenpaar bildet. In der Figur ist A der Drehpunkt des punktierten Bogenzweiecks, welches mit der strich-punktirten Geraden arbeiten würde. Wird das Bogenzweieck aus seiner Lage nach oben oder unten gedreht, so findet vorerst keine Bewegung des Schiebers statt, bis nach 30° die Tangente des Kreisbogens mit der Kante zusammenfällt. Dann beginnt der mit R geschlagene Kreis zu schieben, wobei man auch seinen Mittelpunkt als schiebend ansehen kann. Die Entfernung des Mittelpunktes vom Drehpunkt ist R , es ist also das Maß der Verschiebung: $\xi = R(1 - \cos \omega)$, wie bei der Kardioide; die Polbahnen sind Kardanische Kreise.

Die Verschiebung nach $\xi = R(1 - \cos \omega)$ findet während einer Drehung um 120° statt, bis die Tangente im gegenüberliegenden Schnittpunkt der Kreise mit der Kante zusammenfällt. Bei weiterer Drehung schiebt der um $2R\sqrt{\frac{1}{2}}$ von A entfernte Schnittpunkt, so daß $\xi = 2R\sqrt{\frac{1}{2}}(1 - \cos \omega)$ ist. Bei fortgesetzter Drehung werden die gleichen Verschiebungen in umgekehrter Folge erscheinen, das Anliegen müßte durch Kraftschluss erfolgen. Eine Gegenseibe erhält man durch Kreise mit R aus den Schnittpunkten des Bogenzweiecks, welche ein kleineres Bogenzweieck bilden. Dieses verschiebt eine an ihr anliegende Prismenkante auf der Gegenseite stets nach denselben Radien wie das erste. In der Ausführung müssen die beiden Scheiben über einander liegen; so liegt hier die Gegenseibe vorn, und die Prismenkante, mit der sie arbeitet, ist soweit vorgeschoben, daß das erste Bogenzweieck an ihr vorbeigehen kann. Statt der einfachen Formen sind Aequidistanten ausgeführt, um die scharfen Kanten zu vermeiden.

Die Polbahnen \mathfrak{P}_1 und \mathfrak{P}_2 setzen sich aus Stücken der Kardanischen Kreise zusammen, die des großen gehören dem Schieber, die des kleinen dem Zweieck an.

Gleichseitiges Bogendreieck

Blatt 125. Fig. 232. Schlägt man aus den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge R Kreise, so schneiden diese von der Ebene ein gleichseitiges Bogendreieck ab. Dieses ist von konstanter Breite und kann deshalb zur paarschlüssigen Verschiebung einer Kreuzschleife dienen; wenn es um einen beliebigen Punkt ge-

dreht wird. Ist die Ecke A als Drehpunkt gewählt, so findet wieder bei einer Drehung der Scheibe um 30° keine Bewegung der Schleife statt, dann schiebt während 60° ein Kreis, dessen Mittelpunkt um R von A entfernt ist, also $\xi = R(1 - \cos \omega)$, während weiterer 60° die gleichfalls um R von A abstehende Kante, und von $150^\circ - 180^\circ$ findet Ruhe statt. Die einzelnen Schubphasen wiederholen sich in umgekehrter Folge beim Rückgang, sie entsprechen wieder dem Bewegungsgesetz der Kardioide. Die Polbahnen sind aus Kardanischen Kreisen zusammengesetzt und bilden hier Bogenzweiecke, von denen das größere, \mathfrak{P}_1 , dem Schieber, das kleinere, \mathfrak{P}_2 , der Scheibe angehört. \mathfrak{P}_2 rollt bei jeder Umdrehung zweimal in \mathfrak{P}_1 ab.

Bogenquadrat

Blatt 126. Fig. 233. Schlägt man aus den Mitten der Seiten eines Quadrates mit der Seitenlänge R Kreise, so schneiden diese von der Ebene ein Bogenquadrat ab. Dieses dient zum Verschieben einer Kreuzschleife, indem es, um einen beliebigen Punkt gedreht, mit einer Prismenkante derselben zu einem unvollständigen Elementenpaar zusammentritt. Ist die Mitte A einer Bogenseite zum Drehpunkt gemacht, so setzt sich bei Drehung um 180° die Bewegung aus vier sinoidischen Schüben zusammen, indem Bogen und Kanten des Quadrates abwechselnd auf die Kreuzschleife wirken. Die Polbahnen bilden sich wie früher aus Stücken Kardanischer Kreise, die des Schiebers, \mathfrak{P}_1 , aus denen des großen, die der Scheibe, \mathfrak{P}_2 , aus denen des kleinen Kreises. Paarschluss wird durch eine Gegenseibe erzielt, ein um 45° gegen das Quadrat gedrehtes Bogenviereck, aus den Eckpunkten des ersten mit dessen Breite beschrieben. Dieses Bogenviereck, das in der Figur als hinter dem Bogenquadrat liegend punktiert gezeichnet ist, arbeitet mit der rechten Kante des Prismas, welche so weit zurückliegen muss, dass das Bogenquadrat vorbeigehen kann.

Arithmetischer Kreisschub

Blatt 127. Fig. 234. Bei dem Kreisschub erhält der Schieber statt der geradlinigen Bewegung Drehung um eine Achse. Für arithmetischen Schub sollen die Wege in arithmetischer Progression wachsen. Dann müssen bei kreisförmig schiebendem Kurvenschub die Polbahnen zwischen Scheibe und Schieber Kreise sein, deren Radien im umgekehrten Verhältniss wie die Winkelgeschwindigkeiten stehen. Die Berührung der Kreise findet von außen statt, wenn die Drehrichtungen von Scheibe und Schieber verschieden, von innen, wenn sie gleich sein sollen. Die Spitze des Schiebers beschreibt Cykloiden gegen die Scheibe, die also, als Schubkurven benutzt, den arithmetischen Kreisschub bewirken. Liegt die Spitze auf einem um B durch A gehenden Kreise, so sind die Kurven homozentrische Cykloiden, weil sie durch den Mittelpunkt des ruhenden Kreises gehen. Paarschluss ist

durch eine Gegenseibe erzielt, die von einer zweiten Schieberspitze bei denselben Polbahnen beschrieben wird. Für die Auf- und Abwärtsbewegung des Schiebers ist je eine homozentrische Epicykloide mit einer ebensolchen Pericykloide zu einer Scheibe vereinigt.

Schleifenkurve (Anwendung auf eine Schnellpresse)

Blatt 128. Fig. 235. Paarschluss kann man auch bei Kreisschub durch eine Rolle und zwei Aequidistante zu der vom Rollenmittelpunkt beschriebenen Bahn bewirken, die eine Rinne bilden. Kommen Kreuzungen vor, so ist statt der Rolle ein Schiffchen anzuwenden. So geschieht es bei der Schleifenkurve, die zum Bewegen des Drucktisches an Schnellpressen dient. Die Schubkurve besteht aus ungleichen konzentrischen Halbkreisen, die durch exzentrische Halbkreise oder andere Uebergangskurven verbunden sind. Die Kurvenscheibe ist aufsen verzahnt und wird durch ein Rad der Welle *B* angetrieben.

