Überlegungen zur Sensibilität von Studierenden für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

**vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik
der Friedrich-Schiller-Universität Jena**

von Torsten Fritzlar
geboren am 26.09.1973 in Erfurt

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG.....	5
2	THEORETISCHER RAHMEN	12
2.1	Komplexität und Unterricht	12
2.1.1	Komplexität – Definitionsansätze in mathematischen Wissenschaften	15
2.1.2	Komplexer Realitätsbereich – ein Definitionsansatz in der Psychologie	18
2.1.3	Zur Komplexität von Unterricht	25
2.2	Problemorientierter Mathematikunterricht	30
2.2.1	Mögliche Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts	32
2.2.2	Gründe für einen problemorientierten Mathematikunterricht	37
2.2.3	Mögliche Gründe für die geringe Verbreitung eines problemorientierten Mathematikunterrichts	47
2.3	Komplexität und problemorientierter Mathematikunterricht	49
2.3.1	Mögliche – nur langfristig realisierbare – Konsequenzen für die Mathematiklehrausbildung	57
3	ZIELE DIESER UNTERSUCHUNG	61
4	EINE ERHEBUNG ZUM FALTPROBLEM ZUR EMPIRISCHEN GRUNDLEGUNG DES COMPUTERSZENARIOS	72
4.1	Zielstellung der Erhebung	72
4.2	Unterrichtsversuche	75
4.3	Andere Datenquellen	78
4.4	Zu Ergebnissen der empirischen Erhebungen zum Faltpproblem	80
4.5	Einige kritische Bemerkungen	84
5	DAS COMPUTERSZENARIO „DAS FALTPROBLEM“	86
5.1	Zum Szenario	87
5.1.1	Benutzeroberfläche und Interaktionsmöglichkeiten	87
5.1.2	Zur Arbeit mit dem Szenario	91
5.2	Zum computerimplementierten Modell	110
5.2.1	Der Ereignisgraph	110
5.2.2	Bewertungen im Ereignisgraph	115
5.3	Einige technische Details	121
5.4	Kritik und ergänzende Bemerkungen	124

6	EINE EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG ZUR SENSIBILITÄT FÜR KOMPLEXITÄT.....	128
6.1	Untersuchungsdesign.....	128
6.1.1	Die vorbereitende Sitzung	130
6.1.2	Die Szenario-Sitzung.....	132
6.2	Versuchspersonen.....	135
6.3	Datenmaterial.....	136
7	ZUR AUSWERTUNG DER DATEN UND WICHTIGE ERGEBNISSE	140
7.1	Erste Eindrücke	140
7.2	Zur Operationalisierung der Fragestellung und zu Auswertungsmethoden.....	143
7.2.1	Explorationsverhalten	143
7.2.2	Kontextsensitivität	148
7.2.3	Inkonsistenz	156
7.2.4	Reflektiertheit	158
7.3	Fallstudien	160
7.3.1	Fallstudie J1: Andrea	161
7.3.2	Fallstudie A4: Judith.....	169
7.3.3	Fallstudie E9: Antje	174
7.3.4	Fallstudie A2: Carmen.....	178
7.4	Weitere Ergebnisse	182
7.4.1	Explorationsverhalten	187
7.4.2	Kontextsensitivität	189
7.4.3	Inkonsistenz	197
7.4.4	Reflektiertheit	200
7.5	Zusammenfassung und kritische Bemerkungen.....	203
8	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	206
8.1	Zu Grenzen, möglichen Verbesserungen und Ergänzungen.....	209
8.2	Weitere Einsatzmöglichkeiten für das Computerszenario	210
9	LITERATUR	213
10	ANHÄNGE.....	233
10.1	Anhang A: Zum Faltpproblem.....	233
10.1.1	Einige mögliche Lösungsansätze:	234
10.2	Anhang B: Zu empirischen Erhebungen zum Faltpproblem	237
10.2.1	Leitfaden für Interviews von Lehrkräften zur Erfassung spezifischer Daten der jeweiligen Schulklasse.....	237

10.2.2	Leitfaden zur Nachbesprechung mit Lehrern, in deren Klassen Unterrichtsversuche zum Faltproblem stattfanden	237
10.2.3	Erprobungsvariante eines Fragebogens zu Entscheidungssituationen beim Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht.....	238
10.3	Anhang C: Zum Computerszenario „Das Faltproblem“.....	245
10.3.1	Kurzporträts der Klassen 5a, 5b und 5c im Computerszenario	245
10.3.2	Arbeitsblätter des Computerszenarios	249
10.4	Anhang D: Zur Durchführung der Untersuchung zur Sensibilität für Komplexität	251
10.4.1	Zur vorbereitenden Sitzung	251
10.4.2	Fragebogen an die Untersuchungsteilnehmer zu persönlichen Daten.....	252
10.4.3	Einführendes Material mit Erläuterungen zum mathematischen Hintergrund...	253
10.5	Anhang E: Zur Auswertung der Daten	257
10.5.1	Hinweise zur Transkription verbaler Protokolle von Szenariobearbeitungen....	257
10.5.2	Einige Hinweise zur Auswertung von Bearbeitungen des Computerszenarios „Das Faltproblem“	258
10.6	Anhang F: Empirische Ergebnisse.....	261
10.6.1	Versuchsperson J1	261
10.6.2	Versuchsperson J2	262
10.6.3	Versuchsperson J3	264
10.6.4	Versuchsperson J4	265
10.6.5	Versuchsperson J5	266
10.6.6	Versuchsperson E1	268
10.6.7	Versuchsperson E2	269
10.6.8	Versuchsperson E3	271
10.6.9	Versuchsperson E4	272
10.6.10	Versuchsperson E5	274
10.6.11	Versuchsperson E6	275
10.6.12	Versuchsperson E7	277
10.6.13	Versuchsperson E8	278
10.6.14	Versuchsperson E9	280
10.6.15	Versuchsperson E10	281
10.6.16	Versuchsperson E11	283
10.6.17	Versuchsperson A1	284
10.6.18	Versuchsperson A2	286
10.6.19	Versuchsperson A3	287
10.6.20	Versuchsperson A4	289

1 EINLEITUNG

„Seit etlichen Jahren etwas eindringlicher, eigentlich aber schon immer wird die Verbesserung der Problemlösefähigkeit und die Schulung heuristischen Denkens im und durch den Mathematikunterricht gefordert.“¹ Allerdings weisen nicht zuletzt auch Veröffentlichungen im Zusammenhang mit der Berichterstattung über die TIMS- und PISA-Studien darauf hin, dass in dieser Hinsicht insbesondere auch in Deutschland ein großes Defizit besteht. Beispielsweise charakterisieren BAUMERT et al. – ausgehend von TIMSS – den Mathematikunterricht in deutschen Schulstuben als einen Wissenserwerbsunterricht, der auf das Beherrschen von Verfahren zielt und in dessen Schülerarbeitsphasen nahezu ausschließlich Routineprozeduren geübt werden.² Auch wenn dies eine statistische Aussage ist, die genauer gefasst werden und für deren Übernahme man eigentlich die verwendeten Erhebungsmittel und -konstellationen kritisch unter die Lupe nehmen müsste, so wird darin doch eine Kluft zwischen (Lehrplan-) Anspruch und Wirklichkeit ausformuliert, die jeder schon erlebt hat, der intensiveren und „gestreuten“ Praxiskontakt hat.³

Für diese Kluft gibt es sicher vielfältige Gründe und entsprechend zahlreiche Forderungen und Ansätze zu deren Überwindung. Beispielsweise wird vielfach ein (in angemessener Weise) verändertes Bild von Mathematik, entsprechend veränderte Vorstellungen vom Lernen, von Mathematikunterricht und dessen Zielen und damit zusammenhängend eine entsprechend veränderte „Unterrichts-“⁴ und „Aufgabekultur“⁵ gefordert.

Welche Beiträge vermag nun die Lehrerbildung für eine Verbesserung der Qualität – und dies bedeutet für uns eben insbesondere auch für eine stärkere Problemorientierung – des Mathematikunterrichts zu leisten? Sicherlich genügt es nicht, allein auf eindringliche Forderungen nach einer stärkeren Problemorientierung des Mathematikunterrichts hinzuweisen, wie sie beispielsweise in der didaktischen Fachliteratur oder auch in den Präambeln der Lehrpläne zu finden sind und die aus verschiedenen Wissenschaftsdisziplinen heraus gut begründet werden können.⁶ Man darf sich allerdings auch nicht nur damit begnügen, Studierende exemplarisch mit möglichen Elementen einer neuen „Aufgabekultur“, also insbesondere nur mit für den Unterricht geeigneten mathematischen Problemstellungen bekannt zu machen. Dass darüber hinausgehende Anstrengungen notwendig sind, zeigte sich beispielsweise auch in zahlreichen Unterrichtsversuchen, die im Rahmen dieses Projektes von Lehramtsstudierenden durchgeführt wurden.

In diesen Unterrichtsstunden sollte das folgende mathematische Problem bearbeitet werden, wobei sich dessen hier gewählte Formulierung zunächst ausschließlich an die Studierenden richtete:

¹ HEINRICH; ZIMMERMANN (2001:3).

² BAUMERT et al. (1997:215).

³ Vergleiche auch BAPTIST (2000) und eine persönliche Mitteilung von KIEBWETTER.

An dieser Stelle ist es mir ein Bedürfnis, insbesondere auch Herrn Prof. Karl KIEBWETTER (Universität Hamburg), dem Initiator dieses Projektes, und Herrn Prof. Bernd ZIMMERMANN (Universität Jena) für ihre vielfältige Unterstützung zu danken. Bedanken möchte ich mich auch beim Thüringer Ministerium für Wissenschaft, Forschung und Kunst, durch dessen finanzielle Unterstützung die Realisierung dieses Projektes ermöglicht wurde.

⁴ Vergleiche auch HEYMANN (1996).

⁵ Vergleiche auch BLK (1997).

⁶ Vergleiche auch Abschnitt 2.2.2.

Das Faltproblem⁷

Ein Blatt des üblichen rechteckigen Schreibmaschinenpapiers wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Es entsteht ein rechteckiges Doppelblatt mit zwei verschieden langen Seiten. Dieses Doppelblatt wird wieder durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert usw.

Nach n derartigen Faltungen schneidet man die Ecken des entstandenen „Papierstapels“ ab. Durch Aufklappen wird erkennbar, dass (für $n > 1$) ein „Papierdeckchen mit Löchern“ entstanden ist.

Gefunden und begründet werden soll ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Löcher und der Zahl der Faltschnitte.⁸

Wir möchten dem Leser sehr ans Herz legen, sich auch für eine bessere Einordnung der folgenden Ausführungen zunächst intensiv mit dem Faltproblem auseinander zu setzen.⁹

Das Faltproblem ist für Schüler, aber auch für Studierende eine herausfordernde Problemstellung, insbesondere wenn es um die Konstruktion und Begründung allgemeingültiger Zusammenhänge geht. Dennoch ist die Problemstellung hinsichtlich notwendiger Vorkenntnisse fast voraussetzungslos, so dass sie bereits von Grundschulern erfolgreich bearbeitet werden kann. Das Faltproblem bietet Schülern Gelegenheit, ihren heuristischen Erfahrungsschatz zu erweitern. Es sind ganz verschiedene Bearbeitungsansätze und –ebenen und damit eine differenzierte Auseinandersetzung auch mit unterschiedlichen Zielstellungen möglich. Unter anderem aus diesen Gründen eignet sich das Faltproblem für einen problemorientierten Mathematikunterricht, insbesondere deshalb haben wir es als ein zentrales Unterrichtsmaterial für dieser Untersuchung gewählt.

Um wesentliche Komponenten der in dieser Arbeit thematisierten Problematik zu verdeutlichen, sollen zunächst zwei Unterrichtsversuche zum Faltproblem holzschnittartig vorgestellt werden. Der erste wurde von Judith, Studentin für ein Lehramt an Grundschulen, der zweite wurde von Sabine gestaltet, die für das Lehramt Mathematik an Gymnasien studiert.¹⁰

Unterrichtsversuch A:

Der Unterricht fand in einer vierten Klasse einer Erfurter Grundschule statt. In der Klasse lernen 27 Schüler, die insgesamt als sehr leistungsstark eingeschätzt werden.¹¹ Die Schüler sind gewohnt, in Gruppen zusammenzuarbeiten.

Zu Beginn der Unterrichtsstunde demonstriert Judith den zweiten und dritten Faltschnitt, dabei wird jeweils vor dem Wiederaufklappen der zusammengefaltete Papierbogen mit einem „geheimnisvollen“ Pulver bestreut. Nach dem Öffnen des Faltblattes wirft Judith die Frage nach möglichen „Zauberwirkungen“ des Pulvers auf: „Werden die Löcher durch das Pulver ins Papier «gezaubert» oder können sie durch das Abschneiden der Ecken erklärt werden?“

⁷ Wenn in dieser Arbeit vom Faltproblem gesprochen wird, so meinen wir stets das gerade vorgestellte Problem. Die Idee hierzu stammt von KIEBWETTER; vergleiche z. B. KIEBWETTER; NOLTE (1996).

⁸ Bei diesem Problem geht es um Falt-Schnitt-Aktionen, die abkürzend als Faltschnitte bezeichnet werden sollen. Werden sofort nach der ersten Faltung die Ecken abgeschnitten, so sprechen wir von einem einfachen Faltschnitt. Werden die Ecken erst nach n Faltungen abgeschnitten, so sprechen wir von einem n -ten Faltschnitt. Offenbar stimmt das Ergebnis eines n -ten Faltschnittes mit dem Ergebnis von n hintereinander ausgeführten einfachen Faltschnitten überein.

⁹ Einige Informationen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems sind im Anhang A, Seite 233 ff. zusammengetragen.

¹⁰ Die Namen aller an der Untersuchung beteiligten Personen wurden selbstverständlich geändert.

¹¹ 20 der 27 Schüler werden ab dem nächsten Schuljahr das Gymnasium besuchen.

Im Anschluss an diese Einstiegsphase bilden die Schüler kleine „Forscherteams“, deren Aufgabe es ist, Zusammenhänge zwischen Faltschnitten und Löchern und damit die mögliche „Zauberkraft“ des Pulvers zu untersuchen. Außerdem erhält jedes Team einen großen Papierbogen, um „Forschungsnotizen“ festhalten und später präsentieren zu können.

Fast alle Schüler setzen sich in der anschließenden Unterrichtsphase sehr interessiert mit der Problemstellung auseinander. Trotz Judiths Anregungen zur Bildung kleiner „Forscherteams“ arbeiten die Schüler an den Tischen allerdings zunächst zu einem großen Teil ohne weitere Kontaktaufnahme nebeneinander her. Die Faltschnitte werden recht zügig ohne weitere Überlegungen ausgeführt. Zur Zusammenarbeit zwischen Schülern kommt es in der Regel erst, als diese ihre Ergebnisse auf den Gruppenpostern notieren und dazu untereinander auch vergleichen wollen. Einige Schüler verlieren allerdings schnell ihr Interesse, nachdem weitere Faltschnitte aufgrund der Beschränkungen durch das zur Verfügung stehende Material nicht mehr ausgeführt werden können.¹²

In den jeweiligen „Forscherteams“ entstehen zum Teil sehr ansprechende Plakate, einige Schüler haben sichtlich Freude an deren Gestaltung.

Abbildung 1: „Forschungsnotizen“ zum Faltproblem¹³

Judith schätzte ihren Unterrichtsversuch im Anschluss als „sehr gelungen“ ein, fast alle Schüler hätten sich über die gesamte Unterrichtszeit mit dem Faltproblem beschäftigt und viele auch erkennbar Freude daran gehabt. Außerdem seien doch recht ansprechende Poster entstanden. Mit dieser Einschätzung hat Judith sicher zum Teil Recht: Viele Schüler waren interessiert und das Falten und Schneiden hat ihnen Spaß gemacht. Allerdings – dies deutet sich

¹² Ein üblicher Bogen Schreibmaschinenpapier lässt nicht mehr als sechs Faltschnitte zu.

¹³ Für eine bessere Lesbarkeit sind die Abbildungen schwarz-weiß gehalten.

auch auf einigen Postern an – ist in mathematischer Hinsicht in dieser Unterrichtsstunde kaum etwas passiert. Der ganz überwiegende Teil der Schüler hat lediglich gefaltet, geschnitten und bei der Gestaltung des Gruppenposters mitgeholfen. Über Zusammenhänge zwischen der Anzahl der Faltschnitte und der Zahl der Löcher wurde kaum nachgedacht, es wurden kaum Vermutungen entwickelt (und vielleicht nachträglich überprüft), es wurde nur vereinzelt nach Mustern oder möglichen Begründungen für die beobachteten Ergebnisse gesucht, teilweise wurden noch nicht einmal alle Ergebnisse protokolliert. In der Tat ging in vielen Arbeitsgruppen die Bearbeitung der Problemstellung über ein (teilweises) Festhalten von Faltergebnissen und eine möglichst ansprechende Darstellung derselben nicht hinaus.

Unterrichtsversuch B:

Sabines Unterrichtsversuch fand in einer fünften Klasse einer Jenaer Gesamtschule statt. Sie beginnt die Unterrichtsstunde mit einer Übung zur Fortsetzung endlicher Zahlenfolgen.¹⁴ Zur Bearbeitung des Faltschnitts leitet Sabine dann etwa wie folgt über: *Bisher hatte ich ja die Zahlen vorgegeben, nun sollt ihr aktiv werden. Ihr sollt jetzt selbst eine solche Zahlenreihe finden und dann fortsetzen.*¹⁵

Die ersten Faltschnitte bearbeitet Sabine mit den Schülern gemeinsam. Dabei werden die „Lochzahlen“ in einer Tabelle an der Tafel festgehalten. Die Schüler erhalten im Anschluss den Arbeitsauftrag, auch die nächsten Faltschnitte auszuführen und die Tabelle weiter auszufüllen.

Die Faltschnitte werden von den Schülern sehr zügig durchgeführt, bereits beim fünften Faltschnitt erhalten sie allerdings unterschiedliche Resultate; als Ergebnis für den sechsten Faltschnitt werden (nach dessen Durchführung) mindestens sieben verschiedene Lochzahlen (36 – 49 Löcher) angegeben.¹⁶ Anlässe zum kritischen Hinterfragen der Ergebnisse – beispielsweise anhand geometrischer Merkmale entstehender Lochmuster – bestehen für zahlreiche Schüler zunächst offenbar kaum. Schließlich werden von Sabine die korrekten „Lochzahlen“ angegeben. Daran schließt sich eine längere, durch ein Unterrichtsgespräch gekennzeichnete Phase an, von dem nur einige aus unserer Sicht besonders wichtige Auszüge wiedergegeben werden sollen:

- Sabine: *Was würde passieren, wenn man ein siebentes Mal faltet und schneidet?*
- Susanne: *Dann sind es 77 Löcher, ich habe noch einmal geschnitten.*
- Thomas: *Vielleicht sind es 98 Löcher, wenn es sich immer verdoppelt.*
- Sabine: *Aber hier vorn [Lochzahlen zu vorherigen Faltschnitten] hat es sich ja auch nicht verdoppelt, das kann also nicht sein.*
- Chris: *Vielleicht sind es 70 Löcher. Ich habe $21+49$ gerechnet.*
- Sabine: *Aber gilt denn auch $9+21 = 49$?*
- Anne: *183 Löcher, ich habe wie vorn immer mal 3 gerechnet.*
- Sabine: *Und was kommt bei $3 \cdot 9$ raus?*

Im Verlauf dieser Unterrichtsphase lässt das Interesse sehr vieler Schüler deutlich nach, was in diesem Fall auch durch teilweise mehrminütige Stillephasen erkennbar wird.

- Konrad: *105 Löcher. Von $21+21$ fehlen noch 7 bis 49 und $49+49+7 = 105$.*
- Sabine: *Probieren wir mal, ob das bei der vierten Faltung auch klappt. Das geht nicht!*

¹⁴ Die Möglichkeit verschiedener Fortsetzungen und unterschiedlicher Begründungen wurde allerdings von ihr nicht thematisiert.

¹⁵ Durch Sterne (*) gekennzeichnete Aussagen sind für eine bessere Lesbarkeit leicht geglättete Originalaussagen.

¹⁶ Werden die Faltschnitte nicht ausreichend sorgfältig durchgeführt und beispielsweise zu kleine Ecken abgeschnitten, so entstehen nicht auf allen Schnittpunkten der Faltlinien Löcher im Papier.

Über die gesamte Unterrichtsstunde hinweg betont Sabine ausschließlich arithmetische Aspekte des Faltpblems, geometrische Aspekte – beispielsweise der Ort der Löcher, Faltlinien und Felder im Papier – werden völlig vernachlässigt. Damit zusammenhängend fällt es Sabine anscheinend selbst schwer, Potenziale in einzelnen Schülervermutungen – die eben zum Teil auch auf geometrische Merkmale des Problems zurückgeführt werden können – zu erkennen. Ansonsten würde sie die zuletzt dargestellte Schülervermutung, die ja der Idee des Zusammenlegens zweier Faltblätter entspricht, sicher nicht so barsch und nach der gemeinsamen Durchführung des siebenten Faltschnitts an einem Bogen Zeitungspapier wiederholt zurückweisen:

- Sabine: *Wie könnte es denn jetzt weitergehen?*
- Konrad: *218 Löcher. Ich habe genauso gerechnet: $105 \cdot 2 + 8$, weil es die achte Faltung ist.*
- Sabine: *Aber wir hatten ja schon gesagt, dass das bei vorigen Faltungen nicht klappt.*

An beiden dargestellten Unterrichtsbeispielen fällt die Vernachlässigung ganz wesentlicher Aspekte auf. Im ersten wurden fast ausschließlich soziale und affektive Aspekte des Unterrichts berücksichtigt. Judith legte sehr großen Wert auf die Motivation der Schüler, sie versuchte, diese zu Kooperation und Kommunikation anzuregen. Dies sind sicher notwendige Voraussetzungen für einen qualitativ guten Mathematikunterricht, hinreichend sind sie allerdings nicht. Anders als im ersten wurden im zweiten Unterrichtsbeispiel die selbstverständlich auch sehr bedeutsamen inhaltlichen Aspekte nicht weitgehend vernachlässigt. Allerdings wurde in dieser Unterrichtsstunde das Faltpblem von der Studentin (!) rigoros auf seine arithmetischen Aspekte reduziert und damit für die Schüler fast unlösbar.

Für uns deuten sich hier exemplarisch, fast paradigmatisch Merkmale des Realitätsbereichs Unterricht¹⁷ und daraus resultierende Anforderungen an die Lehrkraft an.

„Das Unterrichten ist deshalb so schwer, weil es sich [nicht erst] bei näherer Betrachtung als ein äußerst komplexes Handlungsgeschehen erweist.“¹⁸

In der psychologischen, pädagogischen und didaktischen Fachliteratur findet man eine Vielzahl ähnlicher Aussagen, die Unterricht übereinstimmend als ein hochkomplexes Geschehen charakterisieren.¹⁹ In Anlehnung an neuere kognitionspsychologische Arbeiten kann man den Realitätsbereich Unterricht als durch eine enorme Reichhaltigkeit, enge Vernetztheit, durch Intransparenz und eine hohe Dynamik gekennzeichnet ansehen.²⁰ Nun mögen zwar gerade auch erfahrene Lehrer über verschiedene Möglichkeiten der Komplexitätsreduktion verfügen. Allerdings deuten schon die obigen Unterrichtsbeispiele mögliche Auswirkungen einer ungeeigneten Reduktion von Komplexität an und zeigen exemplarisch, dass für einen qualitativ guten und dies heißt – auch nach internationalem Standard – eben auch für einen problemorientierten Mathematikunterricht dessen Komplexität gerade nicht in beliebigem Umfang und in beliebiger Ausrichtung reduzierbar ist. Vielmehr zeichnen sich in einem problemorientier-

¹⁷ Einen beliebigen Umweltausschnitt wollen wir nach DÖRNER Realitätsausschnitt nennen, er lässt sich abstrakt als ein Gefüge stochastischer oder kausaler Beziehungen zwischen aktiven und passiven Elementen beschreiben. Ein Realitätsbereich ist der zugehörige Transformationsraum, d. h. die Menge möglicher Zustände und möglicher Transformationen des Realitätsausschnitts (DÖRNER 1979, DÖRNER et al. 1983). Man vergleiche auch das Konzept des Problemraums (KLIX 1971, KRAUSE 2000, NEWELL; SIMON 1972), der u.a. bei KLIX und NEWELL & SIMON allerdings vom Subjekt aus definiert ist und damit die subjektive Modellierung und Bewertung des Realitätsbereiches darstellt (SCHAUB 1993).

¹⁸ BUTH (1997:71).

¹⁹ Dabei wird der Begriff „Komplexität“ allerdings teilweise undifferenziert und undefiniert verwendet; vergleiche auch Abschnitt 2.1.

²⁰ Vergleiche insbesondere auch Abschnitte 2.1.2 und 2.1.3.

ten Mathematikunterricht allein schon mathematisch-kognitive Aspekte durch eine besonders hohe, kaum reduzierbare Komplexität aus, worin man auch eine mögliche Ursache für die geringe Verbreitung eines derartigen Mathematikunterrichts sehen kann.

Als eine Konsequenz wird von Didaktikern national und international eine stärkere Orientierung auch der Lehrerbildung an Vorstellungen zur Unterrichtskomplexität gefordert.²¹ Beispielsweise führen die australischen Mathematikdidaktiker SULLIVAN und MOUSLEY aus:

„Teaching is complex, and teachers make many significant decisions progressively throughout each lesson. Teacher education should recognise this complexity, and professional development programs can use the complexity as a focus.“²²

Bereits im Rahmen der Ausbildung sollte versucht werden, *Studierende für die Komplexität von Unterricht zu sensibilisieren*. Ausgehend von den erwähnten (und in großer Breite international akzeptierten) normativen Vorstellungen sollten dabei insbesondere auch mathematisch-kognitive Aspekte von Unterricht stärker in den Blick genommen werden, die zum einen gerade für einen problemorientierten Mathematikunterricht von besonderer Bedeutung sind und zum anderen – dies wird nicht nur durch unsere Eingangsbeispiele sondern noch stärker durch Beobachtungen im Zusammenhang mit der Durchführung dieses Projektes bekräftigt – häufig vernachlässigt werden.²³

Für eine derartige, zusätzliche Orientierung der Lehrerbildung, zu der unseres Wissens auch international kaum Erfahrungen vorliegen, sind zunächst notwendige Vorarbeiten zu erbringen. Beispielsweise scheint es uns unabdinglich, zunächst Informationen zur vorfindbaren individuellen „Ausgangslage“ bei Studierenden zu gewinnen. Dazu ist ein entsprechendes Diagnoseinstrumentarium zu entwickeln, mit dessen Hilfe dann Hinweise auf gegebenenfalls vorhandene Sensibilität gewonnen wie auch Ergebnisse didaktischer Bemühungen um eine Sensibilisierung von Studierenden evaluiert werden könnten. Hauptelement eines solchen Instrumentariums könnte ein spezifisches realitätsbezogenes Computerszenario sein, das exemplarisch²⁴ ausgewählte Entscheidungssituationen im Unterricht vor allem unter mathematisch-kognitiven Aspekten modelliert und dem Programmnutzer eine interaktive Bearbeitung dieser, teilweise miteinander zusammenhängenden Entscheidungssituationen in der Rolle des Lehrers ermöglicht. Ein Szenario könnte dabei ein auf derartige Aspekte konzentriertes, aber noch angemessen komplexes Modell des originalen Realitätsbereichs in leicht handhabbarer Weise zur Verfügung stellen. Weitere wichtige Potenziale eines derartigen Szenarios sehen wir unter anderem in der Möglichkeit einer explorativen, druckarmen Bearbeitung von Entscheidungssituationen – verschiedene Alternativen können unter sonst gleichen Bedingungen auch in ihrem Zusammenwirken erprobt werden – und in der Möglichkeit, derartige Entscheidungssituationen im Programm systematisch zu variieren. Auch durch diese – in der „Realität“ so nicht gegebenen – Bearbeitungsmöglichkeiten könnten modellierte Aspekte der Komplexität des originalen Realitätsbereichs in besonderer Weise (für den studentischen Programmnutzer) erfahrbar bzw. die Auseinandersetzung damit (für den Didaktiker) analysierbar werden.

²¹ z. B. GOLDMAN; BARRON; WITHERSPOON (1991), KIEBWETTER (1994), LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998), MERSETH; LACEY (1993), SEEL (1996).

²² SULLIVAN; MOUSLEY (2001:161 f.).

²³ Wir sind uns natürlich darüber im Klaren, dass affektive und soziale Aspekte durchaus auch bedeutsam sind. Auch diese werden in grober Weise – allerdings nicht mit der Ausdifferenzierung wie die zuvor genannten Aspekte – in dem im Rahmen dieses Projektes zu entwerfenden Computerszenario (s. u.) mit berücksichtigt.

²⁴ Beispielsweise anhand des Faltproblems.

Die vorliegende Arbeit hat daher die folgenden Zielstellungen:

Im Rahmen dieser Untersuchung soll ein realitätsbezogenes Computerszenario entwickelt werden, das am Beispiel der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht ausgewählte, vor allem mathematisch-kognitive Aspekte spezifischer Entscheidungssituationen im Zusammenhang mit Unterricht modelliert und dem Programmnutzer eine explorative Auseinandersetzung mit diesen (in der Rolle des Lehrers) ermöglicht. Dieses Computerszenario soll als Untersuchungsumgebung erprobt und dadurch sollen exploratorisch erste Hinweise auf den Grad der Sensibilität von Studierenden für die Komplexität insbesondere mathematisch-kognitiver Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts gewonnen werden.

Detailliertere Ausführungen und Begründungen zu den Zielen dieser Arbeit findet der Leser vor allem im Kapitel 3. Zuvor werden im zweiten Kapitel Vorstellungen von Komplexität und insbesondere von der Komplexität von Unterricht dargestellt (Abschnitt 2.1). Mögliche Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts und mögliche Gründe für eine stärkere Problemorientierung des Unterrichts werden im Abschnitt 2.2 zusammengetragen. Im dritten Abschnitt dieses Kapitels wird die besonders hohe Komplexität mathematisch-kognitiver Aspekte in einem problemorientierten Mathematikunterricht herausgearbeitet.

Über die Realisierung unseres Vorhabens und wichtige Ergebnisse berichten wir in den anschließenden Abschnitten. Dabei wird zunächst im vierten Kapitel die Durchführung einer Erhebung zum Faltproblem dargestellt, die der Gewinnung spezifischer empirischer Daten als eine Grundlage des zu entwickelnden Computerszenarios dient. Über Merkmale des Szenarios wird in Kapitel 5 ausführlich gesprochen. Über Durchführung und Ergebnisse der Untersuchungen zur Sensibilität von Studierenden für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts wird in den Kapiteln 6 und 7 berichtet.

2 THEORETISCHER RAHMEN

Für die vorliegende Arbeit sind zwei Positionen grundlegend, die teilweise gerade auch in letzter Zeit an Bedeutung gewonnen haben. Im ersten Teil dieses Kapitels (Abschnitt 2.1) geht es darum, sich dem vielleicht (gerade durch den häufigen Gebrauch) etwas schillernden Begriff der *Komplexität* zu nähern und ihn insbesondere für den Realitätsbereich Unterricht zu konkretisieren. Dazu sind vor allem auch Überlegungen und Erfahrungen aus neueren kognitionspsychologischen Untersuchungen zum „Umgang mit Unbestimmtheit und Komplexität“²⁵ dienlich.

Unsere zweite Ausgangsposition wird definiert durch Überlegungen zu einem stärker problemorientierten Mathematikunterricht, wie er gut begründet, international seit langem und in letzter Zeit auch in Deutschland, vor allem infolge der vielfach auch in einer breiteren Öffentlichkeit (leider oftmals verkürzt) diskutierten TIMS-Studie und der erst kürzlich veröffentlichten PISA-Studie, verstärkt gefordert wird. Wichtige Leitideen und mögliche Gründe für einen derartigen Unterricht werden im Abschnitt 2.2 zusammengetragen.

Der dritte Abschnitt dient der Synthese beider Positionen. Ein problemorientierter Mathematikunterricht, für den das eigenständige Bearbeiten reichhaltiger Problemstellungen durch die Schüler (!) von zentraler Bedeutung ist, erscheint dabei von besonders hoher Komplexität. Allein schon die für einen derartigen Unterricht so bedeutsamen mathematisch-kognitiven Aspekte zeichnen sich durch eine hohe Komplexität aus, die – nimmt man die Orientierung an den in Abschnitt 2.2 dargestellten Leitideen ernst – kaum reduzierbar ist. In daraus resultierenden Anforderungen an die Lehrkraft kann man auch einen Grund für die geringe Verbreitung problemorientierten Mathematikunterrichts sehen.

2.1 Komplexität und Unterricht

Ziel dieses Abschnitts ist eine geeignete Konkretisierung von Vorstellungen zur Komplexität von (Mathematik-) Unterricht. Dazu werden zunächst im Teil 2.1.1 Konzepte zur Komplexität aus verschiedenen Wissenschaftszweigen (aus Platzgründen lediglich) angerissen und hinsichtlich einer möglichen Übertragbarkeit auf Belange des Lehrens und Lernens von Mathematik diskutiert. In diesem Zusammenhang erweist sich das im Rahmen kognitionspsychologischer Untersuchungen entwickelte Konzept des „komplexen Realitätsbereichs“ als besonders nützlich. Es wird im Teil 2.1.2 expliziert und im anschließenden Abschnitt auf den Realitätsbereich Unterricht übertragen.

„Wir leben in einem komplexen Zeitalter. Es ist sehr viel komplexer als irgendeine frühere Zeit.“²⁶ Schon 1937 schrieb dies ein Schulmädchen in ihr volkswirtschaftliches Hausaufgabenbuch, ähnliche Aussagen findet man insbesondere auch in jüngerer Zeit bei zahlreichen Autoren. Gerade auch psychologische Arbeiten zum „komplexen Problemlösen“²⁷ folgen häufig einem (fast schon trivialen) Eröffnungsritual, in dem die zunehmende Komplexität der Moderne und die damit einhergehenden Anforderungen beschwörend den überschaubaren alten Zeiten gegenüber gestellt werden.²⁸ Dabei wird allgemein von einer kontinuierlichen

²⁵ Untertitel des Berichtes zur bekannten und vielfach diskutierten „Lohhausen“-Studie der Arbeitsgruppe um DÖRNER.

²⁶ GREIF, M. (1975): *Depression Modern, The Thirties Style in America*. New York: Universe Books, S. 32; zitiert nach GELERNTER (1996:32).

²⁷ „Der Begriff «komplexes Problemlösen» hat sich in den letzten 15 Jahren als Oberbegriff für eine Forschungsrichtung etabliert, die sich allgemein mit dem Denken und Handeln von Menschen in unbestimmten, dynamischen und komplexen Situationen beschäftigt.“ (DÖRNER; SCHAUB, STROHSCHNEIDER 1999:198) Daher wird dieser vielleicht etwas unglücklich gewählte Begriff – das Problemlösen ist ja nicht unbedingt komplex, sondern es sollen komplexe Probleme gelöst werden – gelegentlich auch in dieser Arbeit verwendet.

²⁸ KERSTING (1999:1).

Zunahme der Komplexität der zu bewältigenden (ökologischen, ökonomischen, sozialen, technischen, wissenschaftlichen etc.) Probleme ausgegangen, da Entwicklungen der letzten Jahrzehnte²⁹ augenscheinlich zu einer immer stärkeren Vernetzung verschiedener, früher einander weniger stark beeinflussenden Teilsysteme des Lebensraums der Menschheit geführt hätten.³⁰

Sieht man einmal von den zu bewältigenden „großen“ Problemen (und ihrer möglicherweise zunehmenden Komplexität) ab, wird der Leser sicher dennoch auch aufgrund eigener Erfahrungen zustimmen, dass man auch im persönlichen Alltag sehr häufig in hochkomplexen Realitätsbereichen agiert. Der Firmenchef, der seine Fabrik sanieren möchte, der Ingenieur, der eine komplizierte Maschine in Gang setzen muss, der Programmierer, der termingerecht ein funktionsfähiges Computerprogramm entwickeln muss, der Bürgermeister, der mit den maroden Stadtfinanzen umgehen muss, der Doktorand, der seine Dissertation im kommenden Frühjahr fertig stellen soll, sie alle agieren wohl in komplexen Realitätsbereichen.³¹ Ausgangsthese dieser Arbeit (die im Folgenden weiter begründet wird) ist nun, dass auch ein Lehrer beim Unterrichten in einem hochkomplexen Realitätsbereich entscheiden und handeln muss.

In der pädagogischen, psychologischen und didaktischen Fachliteratur wird vielfach auch Unterricht übereinstimmend als ein hochkomplexer Realitätsbereich charakterisiert.³² So urteilt beispielsweise WITTMANN über den Mathematikunterricht:

„Der Mathematikunterricht stellt sich wie jeder andere Unterricht schon dem theoretisch unbelasteten Betrachter, der aufgrund von Beobachtungen, eigenen Versuchen, Gesprächen usw. ein Bild zu gewinnen sucht, als ein Feld von schier unübersehbarer Komplexität dar.“³³

Und CALDERHEAD resümiert in dem von ihm 1987 herausgegebenen Buch zu Lehrerkognitionen:

„Given this complexity of the teaching task, it indeed seems a remarkable achievement that teaching and learning occur in schools at all!“³⁴

Bemüht man sich anhand vorliegender Literatur um eine Konkretisierung dieser Vorstellungen insbesondere hinsichtlich des Begriffs „Komplexität“, kann man allerdings recht schnell den Eindruck gewinnen, dass diese Vokabel nicht nur nahezu inflationär,³⁵ sondern auch bisweilen undefiniert und recht undifferenziert verwendet wird,³⁶ eine exakte, interdisziplinär

²⁹ Beispielsweise der technologische Fortschritt oder der stärker werdende Bevölkerungszuwachs.

³⁰ z. B. DÖRNER et al. (1983:22), REITHER (1997), RICHMOND (1993:113), WEIN; WILLEMS; QUANJEL (2000). Unseres Erachtens liegen allerdings häufig heutzutage lediglich andere Modellierungen von Ausschnitten des Lebensraums des Menschen vor, die auch deshalb im Vergleich zu früheren Modellierungen leistungsfähiger sind, weil sie reichhaltiger sind und einen höheren Vernetzungsgrad besitzen; vergleiche auch die folgenden Bemerkungen.

³¹ Vergleiche auch DÖRNER; SCHAUB (1992).

³² z. B. ANDERSON (1989b), ARENDS (1997), BECKER; SELTER (1996), BROMME (1985), BROMME (1987), mit teilweise anderen Akzenten BROMME (1992), BROMME (1997), BUTH (1997), CALDERHEAD (1987), CARTER et al. (1987), CLARK; PETERSON (1986), CLARK; YINGER (1987), DESFORGES; COCKBURN (1990), DIETERICH et al. (1983), FENNEMA; FRANKE (1992), FLODEN; KLINZING (1990), GOLDMAN; BARRON; WITHERSPOON (1991), HEIMANN; OTTO; SCHULZ (1972), HEYMANN (1978), JACKSON (1990), JERUSALEM (1997), KIEBWETTER (1994), KINDSVATTER; WILEN; ISHLER (1996), KLAFFI (1991), KNECHT-VON MARTIAL (1986), KOEHLER; GROUWS (1992), KOSKENNIEMI (1971), KRON (1993), LABORDE (2001), LAMBERT; LOEWENBERG BALL (1998), LEINHARDT; GREENO (1986), LINGELBACH (1995), MARTIAL; BENNACK (1994), MASKUS (1976), PATRY (2000), SABERS; CUSHING; BERLINER (1991), SHAVELSON; STERN (1981), SCHRECKLING (1985), SEEL (1996), SPANHEL; HÜBER (1995), SULLIVAN; MOUSLEY (2001), TERHART (1984), THIELE (1983), WEINERT (1997b), WINTER (1989), WOLF (1987), ZECH (1998), ZIMMERMANN (1991c).

³³ WITTMANN (1981:11).

³⁴ CALDERHEAD (1987:2).

³⁵ BLISS (2000:89).

weilen undefiniert und recht undifferenziert verwendet wird;³⁶ eine exakte, interdisziplinär anerkannte Definition des Komplexitätsbegriffs liegt allerdings unseres Wissens auch nicht vor.³⁷

Umgangssprachlich kennzeichnet man zum Beispiel solche Planungs-, Entscheidungs- und Handlungssituationen als „komplex“, die von den Akteuren als kompliziert, unverständlich oder undurchschaubar empfunden werden.³⁸ Eine derartige Verwendung im Alltag steht im Einklang mit den lateinischen Wurzeln der Vokabel; „complexus“ ließe sich mit „verschlungen“, „verflochten“, „zusammengebunden“, „umfassend“ übersetzen.³⁹

Sicherlich hat jeder, der schon einmal unterrichtet hat, Unterrichtssituationen als schwierig und teilweise unverständlich erlebt; in diesem Sinne kann Unterrichten sicher als komplex bezeichnet werden. Für die Kompliziertheit des Unterrichtens sprechen unseres Erachtens unter anderem auch die folgenden Punkte:

- Der Lehrerberuf darf (nicht nur) in Deutschland in der Regel erst nach mehrjähriger theoretischer Ausbildung an einer Hochschule und anschließender praktischer Ausbildung ausgeübt werden.
- In verschiedenen Untersuchungen wurden zahlreiche Schwierigkeiten im Zusammenhang mit Unterricht insbesondere auch von Lehranfängern dokumentiert. Beispielsweise VEENMANN⁴⁰ referiert 83 Untersuchungen aus fast 20 Jahren, die sowohl Grund- als auch Sekundarstufen umfassen und die dennoch ein erstaunlich einheitliches Bild zeichnen. Danach ergibt sich die folgende, nach Häufigkeit des Auftretens geordnete Liste von Anlässen für Schwierigkeiten: Disziplin im Unterricht, Motivieren der Schüler, Eingehen auf individuelle Unterschiede, Leistungsbeurteilung, Beziehungen zu Eltern, Organisation des Unterrichtsablaufs, Beschaffung des Arbeitsmaterials, Probleme mit einzelnen Schülern, Vorbereitungszeit, Beziehungen zu Kollegen, Planung von Stunden und Tagen, Nutzung unterschiedlicher Lehrmethoden, Beachtung schulpolitischer Gepflogenheiten, Feststellung des Lernstandes der Schüler, Fachwissen, Verwaltungsarbeit, Beziehungen zu Vorgesetzten / Verwaltung, unzureichende Ausstattung der Schule, Behandlung langsamer Schüler, Umgang mit kulturell Benachteiligten, Nutzung von Lehrbüchern und Unterrichtshilfen, fehlende Zeit zur Entspannung, ungenügende Anweisung und Unterstützung, große Klassen.⁴¹
- Unterricht wird seit vielen Jahrzehnten intensiv und interdisziplinär untersucht, es ist noch immer ein schnell wachsendes Forschungsgebiet mit immer wieder neuen Forschungsinteressen und -richtungen.⁴²
- Damit zusammenhängend herrscht hinsichtlich des Unterrichtens eine enorme Vielfalt unterschiedlicher und sich teilweise widersprechender theoretischer Positionen, die zum Teil auch auf unterschiedliche normative Vorstellungen zurückgehen.

³⁶ „In short, a complex system is something quite complex - one of the principal tautologies of systems analyses!“ CASTI, zitiert nach FUNKE (1986:26); vergleiche auch BRONNER (1992).

³⁷ BLISS (2000:90) spricht in diesem Zusammenhang beispielsweise von einer „unabgestimmte[n] Verwendungsvielfalt“. Für LUHMANN (1980: Sp. 1064) macht der vielfältige, auch interdisziplinäre Gebrauch der Vokabel Komplexität Versuche einer Definition selbst komplex.

³⁸ In Webster's Third New International Dictionary heißt es beispielsweise zum Stichwort complexity: "the quality or state of being complex" und weiter "having many varied interrelated parts, patterns, or elements and consequently hard to understand fully" oder "marked by an involvement of many parts, aspects, details, notions, and necessitating earnest study or examination to understand or cope with"; zitiert nach KLIR (1985:325).

³⁹ BLISS (2000:3).

⁴⁰ VEENMANN (1984).

⁴¹ Zitiert nach BROMME (1987:137 f.). Originalarbeit:

VEENMANN, S. (1984): Perceived problems of beginning teachers. *Review of Educational Research*, 54, S. 143 – 178.

⁴² Vergleiche beispielsweise WITTRICK (1986).

Für eine weitere Konkretisierung einer geeigneten Auffassung von Komplexität von Unterricht soll im folgenden Abschnitt nur skizzenhaft geprüft werden, inwieweit Interpretations- und Definitionsansätze zur Komplexität aus mathematischen Wissenschaftszweigen diesbezüglich einen Beitrag leisten können.

2.1.1 Komplexität – Definitionsansätze in mathematischen Wissenschaften

In verschiedenen Wissenschaftsdisziplinen findet man durchaus unterschiedliche Definitions- und Interpretationsansätze zum Konstrukt „Komplexität“. Nach GELL-MANN reicht *eine* Definition von „Komplexität“ wahrscheinlich auch nicht aus, um die intuitiven Vorstellungen über die Bedeutung des Wortes angemessen wiederzugeben.⁴³ Im Folgenden sollen einige wichtige Interpretationsansätze sehr knapp skizziert werden:

Kombinatorische Ansätze: Verschiedene Autoren sehen als Maß für die Komplexität eines Systems⁴⁴ dessen Umfang, d.h. die Absolutzahl involvierter Elemente bzw. Klassen von Elementen an. Dagegen wenden andere Autoren ein, dass diese Betrachtungsweise den Aspekt der Vernetzung von Systemelementen vernachlässige: Es ließen sich leicht Systeme finden, die trotz einer hohen Anzahl von Elementen aufgrund deren einfacher Vernetzung leicht verstehbar seien.⁴⁵ Erweiterte Ansätze betonen daher neben der Anzahl verschiedener Systemelemente auch die Anzahl und Vielfalt der Systemrelationen als konstituierende Momente von Komplexität, freilich ohne anzugeben, wie unterschiedliche Relationen jeweils zur Komplexität des Gesamtsystems beitragen.⁴⁶

Bei diesen Ansätzen besteht also ein „Substitutionsverhältnis“ zwischen der Anzahl (und Art) der Elemente und der Relationen.⁴⁷ In einem weiteren kombinatorischen Ansatz wird versucht, beide Aspekte zu integrieren. Dieser erfasst die Komplexität eines Systems über dessen potenzielle Varietät, d. h. über die Anzahl unterscheidbarer Zustände, die es potenziell einnehmen kann. Dieser Ansatz bezieht sich damit nicht auf die Struktur des Systems sondern auf dessen resultierendes Verhalten.⁴⁸ Für eine adäquate Erfassung des Systemverhaltens scheint es dann allerdings zusätzlich notwendig, den statischen Betrachtungsfokus zu überwinden und zu versuchen, die Vielfalt potenzieller interdependenter Zustandsfolgen zu erfassen und deren Komplexität zu operationalisieren. Nach BLISS erscheint es allerdings fraglich, „wie ein solchermaßen dynamischer Bestimmungsfaktor der Komplexität in einem abgeschlossenen Definitions- und Interpretationsansatz zu fassen ist“.⁴⁹

Außerdem muss berücksichtigt werden – dies gilt entsprechend auch für die weiter unten beschriebenen Ansätze –, dass kombinatorische Aspekte und damit die Komplexität eines Sys-

⁴³ GELL-MANN (1998:66).

⁴⁴ An dieser Stelle soll nicht näher auf den Systembegriff eingegangen werden. In erster Näherung wollen wir unter einem System eine Menge von *Elementen* verstehen, zwischen denen, zumindest in den Augen des Betrachters, *Wechselbeziehungen* bestehen und die gegen ihre Umgebung *abgrenzbar* sind, mit der sie allerdings in der Regel durch Ein- und Ausgangsgrößen interagieren; vergleiche auch BERTALANFFY (1972).

⁴⁵ BLISS (2000:92). Damit wird auch auf den intuitiven Zusammenhang von Komplexität und Kompliziertheit Bezug genommen.

⁴⁶ BLISS (2000:92). Dort findet man auch weiterführende Literaturhinweise zu Definitionsversuchen für den Begriff der Komplexität.

⁴⁷ Komplexe Systeme können aus wenigen aber hochgradig vernetzten oder auch aus zahlreichen, nur geringfügig vernetzten Elementen bestehen.

⁴⁸ Vergleiche auch J. FUNKES Ausführungen zur „dynamischen Komplexität“; FUNKE (1986).

⁴⁹ BLISS (2000:97). Derartige Zustandsfolgen könnten beispielsweise durch verallgemeinerte MARKOW-Ketten modelliert werden. Ein Aspekt der Komplexität könnte dann sicherlich die Ordnung dieser Ketten sein; zusätzlich könnten die Übergangswahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden – zum mathematischen Hintergrund vergleiche beispielsweise HAZEWINKELE (1988:6-94 ff.).

tems in der Regel nur *relativ* zu einem gewissen Auflösungsgrad (in der Physik spricht man auch von Grobkörnigkeit) bestimmt werden können.

Komplexität als Länge einer minimalen Systembeschreibung: Ausgangspunkt dieses Ansatzes ist die Festlegung der Komplexität eines Systems anhand der Menge an Informationen, die erforderlich ist, dieses System zu beschreiben.⁵⁰ Über die Relativität einer Systembeschreibung zu einem entsprechenden Auflösungsgrad hinaus müssen dabei allerdings folgende Aspekte bedacht werden:

- Eine derartige Komplexitätsbestimmung hängt auch von der Wahl der benutzten deskriptiven Sprache ab, die wiederum unter anderem vom Vorwissen der beteiligten Individuen beeinflusst werden kann.
- Im Allgemeinen gibt es sicher zahlreiche, mehr oder weniger komprimierbare Beschreibungen eines Systems, für die Festlegung seiner Komplexität sucht man daher eine *minimale* Systembeschreibung.

Nach GELL-MANN kann man dann die grobe Komplexität eines Systems durch die Länge der kürzesten Nachricht definieren, mit der man es auf einer bestimmten Ebene der Grobkörnigkeit beschreiben kann, wobei eine festgelegte Terminologie und eine bestimmte, zugrunde liegende Wissensbasis vorausgesetzt werden.⁵¹

Für eine genauere Definition von Komplexität kann man (bei geeigneten Systemen) eine binäre Kodierung als Beschreibungssprache wählen.⁵² Die Komplexität des beschriebenen Systems lässt sich dann durch die algorithmische Komplexität der beschreibenden 0-1-Zahlenfolge definieren.

Algorithmische Komplexität: In der Komplexitätstheorie, einem Teilgebiet von Mathematik und Informatik, wird algorithmische Komplexität in der Regel über den Berechnungsaufwand bzw. den Ressourcenverbrauch bei der Berechnung definiert. Werden Berechnungen durch eine TURING-Maschine⁵³ betrachtet (und jede berechenbare Funktion lässt sich nach der CHURCHSchen These mittels einer TURING-Maschine berechnen), so lässt sich Komplexität beispielsweise über die Anzahl notwendiger Takte (Zeitkomplexität) oder die Anzahl der vom Lese-Schreib-Kopf benutzten Bandzellen (Raumkomplexität) definieren.⁵⁴ Die Komplexität einer (ein System beschreibenden) Zahlenfolge entspricht dann der Komplexität des kürzesten Algorithmus', der die Zahlenfolge reproduziert.⁵⁵ Von dieser Definition darf allerdings nicht zuviel erwartet werden, lässt sich doch im Allgemeinen nicht prüfen, ob man zu einer Zahlenfolge einen kürzesten Algorithmus gefunden hat. Dieses Problem geht auf den GÖDELSchen

⁵⁰ Mit diesem Ansatz deuten sich die engen und keineswegs einfachen Zusammenhänge zwischen den wiederum selbst nicht einfachen Begriffen Komplexität, Entropie und Information an, auf die an dieser Stelle vor allem aus Platzgründen nicht weiter eingegangen werden kann. Für die physikalischen Entropiebegriffe vergleiche beispielsweise GERTHSEN; VOGEL (1993), im Zusammenhang mit Komplexität vergleiche beispielsweise BLISS (2000), GELL-MANN (1998), für Begriff und Theorie der Information vergleiche beispielsweise KLIMANT; PIOTRASCHKE; SCHÖNFELD (1996) oder MATHAR (1996).

⁵¹ GELL-MANN (1998:74).

⁵² Diese Vorgehensweise geht im Wesentlichen auf KOLMOGOROV und CHAITIN zurück.

⁵³ Vergleiche beispielsweise HOPCROFT; ULLMANN (1994), SANDER; STUCKY; HERSCHEL (1995).

⁵⁴ Nun kann man Berechnungen selbstverständlich mehr oder weniger effektiv durchführen, in der Komplexitätstheorie interessiert man sich allerdings im Allgemeinen sowieso nur für den asymptotischen Ressourcenverbrauch. Neben Zeit- und Raumkomplexität sind für Berechnungen noch viele andere Maße denkbar, beispielsweise die Anzahl der Richtungsänderungen des Lese-Schreib-Kopfes einer einbändigen TURING-Maschine. Tatsächlich lässt sich nach BLUM ein sehr allgemeines Komplexitätsmaß axiomatisch definieren, für erste Hinweise vergleiche beispielsweise WECHSUNG (2000) oder die Originalarbeit:

BLUM, M. (1967): A machine-independent theory of the complexity of recursive functions. JACM, 14, S. 322 – 336.

⁵⁵ HEDRICH (1990:184).

Unvollständigkeitssatz zurück⁵⁶ und führt dazu, dass sich lediglich obere Schranken für die Komplexität der Zahlenfolge (und damit des beschriebenen Systems) angeben lassen.

Effektive Komplexität: Nach dieser Definition von Komplexität weisen zufällige Zahlenfolgen die höchste Komplexität auf⁵⁷ und genau an diesem Punkt setzt die Kritik obigen Ansatzes an: Die algorithmische Komplexität ist „ein Maß der Zufälligkeit, und Zufälligkeit ist weder im alltäglichen noch im allgemeinen wissenschaftlichen Sprachgebrauch gleichbedeutend mit Komplexität“.⁵⁸ Vor diesem Hintergrund etablierte GELL-MANN den Interpretationsansatz der effektiven Komplexität eines Systems (oder einer Zahlenfolge) als die Länge der kürzesten Beschreibung seiner *Regelmäßigkeiten*.⁵⁹ Für eine hohe effektive Komplexität darf ein System also weder ein zu hohes noch ein zu geringes Maß an Ordnung besitzen, denn im ersten Fall wäre ein reproduzierender Algorithmus einer beschreibenden Zahlenfolge sehr kurz, im zweiten gäbe es zu wenig Regelmäßigkeiten.

Komplexität als Maß der logischen Tiefe: Dieser Ansatz ist besonders für ein augenscheinlich komplexes System interessant, das dennoch eine niedrige effektive Komplexität besitzt, weil es durch einen kurzen Algorithmus beschrieben werden kann. Die Grundausrichtung dieses Interpretationsansatzes bezieht sich dabei nicht unmittelbar auf quantitative oder qualitative Merkmale des Systems oder die statische Menge erzeugter Informationen darüber, sondern darauf, wie mühsam es ist, vom vorliegenden Algorithmus zu einer umfassenden Beschreibung des Systems zu kommen. Die logische Tiefe lässt sich dann durch die Anzahl dazu notwendiger logischer Operationen (bzw. der dafür notwendigen Rechenzeit einer TURING-Maschine) definieren.⁶⁰ Als Beispiel führt BLISS die FIBONACCI-Zahlenfolge an.⁶¹ Verfügt man lediglich über die rekursive Bildungsvorschrift, so kommt der Zahlenfolge einerseits aufgrund der kurzen Beschreibungsmöglichkeit lediglich eine geringe grobe und effektive

⁵⁶ GELL-MANN (1998), HEDRICH (1990) oder auch:

GÖDEL, K. (1931): Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. Monatshefte für Mathematik und Physik, 38, S. 173 – 198.

Für eine leicht verständliche Darstellung des Unvollständigkeitssatzes vergleiche beispielsweise HOFSTADTER (1996).

⁵⁷ Eine zufällige Zahlenfolge kann eben nicht kürzer als durch sich selbst ausgedrückt werden. Anders herum lässt sich Zufall gerade auf diese Weise definieren: Eine Zahlenfolge ist dann zufällig, wenn ihre Komplexität (ungefähr) der Länge der Zahlenfolge entspricht, es also keinen kürzeren reproduzierenden Algorithmus gibt.

⁵⁸ GELL-MANN (1998:83).

⁵⁹ GELL-MANN (1998). Mit dieser Einschränkung der Definition erkaufte man sich allerdings das Defizit, häufig nicht sicher sein zu können, alle Regelmäßigkeiten „entdeckt“ zu haben.

⁶⁰ Nach GELL-MANN wird nicht nur ein Programm, sondern eine ganze Reihe recht kurzer Programme betrachtet und ein gewichteter Mittelwert der entsprechenden Rechenzeiten gebildet; vergleiche GELL-MANN (1998); BLISS (2000) mit weiteren Literaturhinweisen.

⁶¹ Unter den FIBONACCI-Zahlen wird die Zahlenfolge

$$f(n) = \begin{cases} 1 & \text{für } n = 1 \text{ oder } n = 2 \\ f(n-2) + f(n-1) & \text{sonst.} \end{cases}$$

verstanden. Mit dieser hochinteressanten Zahlenfolge beschäftigte sich unter anderem der italienische Mathematiker Leonardo von Pisa, genannt FIBONACCI, 1170(?) – 1250(?), der vor allem aufgrund seines Lehrbuches „Liber Abaci“ (1202) bekannt wurde, durch dessen Verwendung zuerst die heute gebräuchlichen arabischen Ziffern in Europa eingeführt wurden (GELLERT; KÄSTNER; NEUBER 1977).

Neben der rekursiven gibt es auch eine explizite Bildungsvorschrift für diese Zahlenfolge – und damit wird diese (im Sinne der „logischen Tiefe“) viel weniger komplex:

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

An dieser Stelle wird deutlich, dass Komplexität eine auch vom Subjekt abhängige Größe ist; vergleiche auch spätere Ausführungen zu komplexen Realitätsbereichen (insbesondere Seite 23 f.) und zur Komplexität von Unterricht (Abschnitt 2.1.3).

Komplexität zu, andererseits lassen sich die FIBONACCI-Zahlen wegen der dann notwendigen Rekursionen nur mit hohem Aufwand berechnen.⁶²

Die dargestellten Definitions- und Interpretationsansätze machen unseres Erachtens die Vielschichtigkeit des Konstrukts „Komplexität“ und auch Schwierigkeiten, es in Übereinstimmung mit intuitiven Vorstellungen adäquat zu erfassen, deutlich. Die Notwendigkeit der Einführung eines Auflösungsgrades bei Systembeschreibungen hat darüber hinaus gezeigt, dass die Komplexität eines Systems keine intrinsische Eigenschaft ist, sondern unter anderem in entscheidendem Maße vom Betrachtungsfokus abhängt. Damit ist die Komplexität eines Systems also eine relative Größe.⁶³

Sicherlich stehen die beschriebenen Ansätze nicht im Widerspruch zu unseren bislang eher intuitiven Vorstellungen von Komplexität von Unterricht. Allerdings machen obige Betrachtungen insbesondere auch Grenzen der Anwendbarkeit formaler Definitionsansätze auf einen so umfangreichen, bedeutsamen und eben nicht vollständig formal beschreibbaren Ausschnitt der Erfahrungswelt deutlich. Bei dem Versuch, den Realitätsbereich Unterricht oder auch nur einzelne Unterrichtssituationen hinsichtlich ihrer Komplexität zu erfassen, muss man sich daher mit Konzepten zufrieden geben, die vorgestellte Ansätze in weniger quantifizierbarer bzw. operationalisierbarer Form aufgreifen.

Darüber hinaus ist zu bedenken, dass in bisher vorgestellten Ansätzen eher Beschreibungen der Komplexität eines Systems durch einen „außenstehenden“ Beobachter gegeben wurden. Beim Unterrichten entscheidet und handelt der Lehrer aber innerhalb des Systems Unterricht, von dem er selbst ein Teil ist. In den folgenden Abschnitten wird daher versucht, die Komplexität des Realitätsbereichs Unterricht insbesondere durch dabei vom Lehrer zu bewältigende Anforderungen zu charakterisieren. Dabei können wir auf das wohl hauptsächlich von DÖRNER im Rahmen neuerer kognitionspsychologischer Untersuchungen entwickelte Konzept des *komplexen Realitätsbereiches* zurückgreifen, das im Abschnitt 2.1.2 vorgestellt wird.

2.1.2 Komplexer Realitätsbereich – ein Definitionsansatz in der Psychologie

Nach DÖRNER ist die höchste Stufe der kognitiven Entwicklung eines Menschen die Fähigkeit, durch Denken Probleme zu lösen.⁶⁴ Dabei wird allgemein von einem Problem gesprochen, wenn ein Individuum „sich in einem Zustand befindet, den es aus irgendwelchen Gründen nicht für wünschenswert hält, aber im Moment nicht über die Mittel verfügt, um den unerwünschten Zustand in den wünschenswerten Zielzustand zu überführen“.⁶⁵ Die Untersuchung von Problemlöseprozessen ist daher ein wesentlicher Forschungsschwerpunkt der kognitiven Psychologie.⁶⁶ Seit etwa 25 Jahren ist auch das *Problemlösen in komplexen Realitätsbereichen* ein wichtiges und sich immer noch dynamisch weiterentwickelndes Forschungsgebiet vor allem auch der deutschsprachigen Kognitionspsychologie.

⁶² Auf ein weiteres, in gewisser Weise entgegengesetztes Maß – die *Kryptizität* – kann aus Platzgründen nicht eingegangen werden. Mit diesem wird zu erfassen versucht, wie mühsam es ist, ausgehend von einem System einen kurzen Algorithmus zu finden, der eine Systembeschreibung generieren kann; vergleiche GELL-MANN (1998).

⁶³ Für die meisten Menschen stellt beispielsweise ein Stein ein äußerst einfaches Objekt dar, für einen Geologen kann dessen Komplexität jedoch enorm sein.

⁶⁴ DÖRNER (1995:295).

⁶⁵ DÖRNER (1987:10); vergleiche auch klassische Arbeiten beispielsweise von DUNCKER (1935) und WERTHEIMER. Ein Problem ist also durch drei Komponenten bestimmt: einen unerwünschten Ausgangszustand, einen erwünschten Zielzustand und eine gewisse, durchaus auch personenspezifische Barriere, die eine unmittelbare Transformation des Ausgangs- in den Zielzustand verhindert.

⁶⁶ KERSTING (1999:5).

Wurden in traditionellen Arbeiten Problemlöseprozesse vor allem an sogenannten Einsichts- oder Interpolationsproblemen untersucht,⁶⁷ so wird in Untersuchungen dieser Forschungsrichtung verstärkt versucht, solche Problemstellungen zu verwenden, denen „Alltagsnähe“ bzw. *ökologische Validität*⁶⁸ zugeschrieben werden kann, weil sie an einen Bearbeiter Anforderungen stellen, die jenen in der Realität vergleichbar sind. Dazu werden „komplexe“ Problemstellungen bzw. „komplexe Realitätsbereiche“ durch die Verwendung interaktiver Computerszenarien (unter kontrollierbaren und wiederholbaren Bedingungen) in das Forschungslabor importiert. Erste deutschsprachige Arbeiten zu diesem Gebiet stammen aus den 70er Jahren, die heute bekannteste ist sicher die „Lohhausen“-Studie der Arbeitsgruppe um DÖRNER.⁶⁹ Dabei gibt es auch in der Psychologie keine einheitliche Definition für Komplexität.⁷⁰ PUTZ-OSTERLOH⁷¹ identifiziert einerseits beispielsweise in Arbeiten von J. FUNKE⁷² formale Definitionsansätze anhand objektiver Merkmale des jeweiligen Realitätsbereiches, die sich teilweise an obigen Definitionsversuchen orientieren.⁷³ Diese lassen sich allerdings (wie bereits festgestellt) kaum auf alltagsnahe Probleme übertragen.⁷⁴ Andererseits identifiziert PUTZ-OSTERLOH auch „globale Ansätze zur Beschreibung subjektiv wirksamer Systemanforderungen“.⁷⁵ Dabei sind vermutlich solche Ansätze am aussagekräftigsten, die Realitätsbereiche bzw. darin eingebettete Probleme auf mehreren Dimensionen abbilden, wobei elementare und komplexe Probleme (bzw. Realitätsbereiche) gegensätzliche Pole darstellen.⁷⁶ Zum Teil beruhend auf den Initialarbeiten der Arbeitsgruppe um DÖRNER werden dabei häufig die Dimensionen

⁶⁷ Als Einsichtsprobleme können solche Probleme bezeichnet werden, deren Lösung auf sehr wenigen Schritten beruht (KLAUER 1995). Ein bekanntes und typisches Beispiel dafür ist wohl DUNCKERS Bestrahlungsaufgabe (DUNCKER 1935:1):

Gesucht ist „ein Verfahren, um einen Menschen von einer inoperablen Malignengeschwulst zu befreien mit Hilfe von Strahlen, die bei genügender Intensität organisches Gewebe zerstören – unter Vermeidung einer Mitzerstörung der umliegenden gesunden Körperteile“.

In späteren Arbeiten wurden dagegen Problemstellungen verwendet, zu deren Lösung mehrere Schritte notwendig sind, ohne dass ein ausgezeichneter Schritt der entscheidende im Sinne einer Einsicht ist. In der Regel handelte es sich dabei um Interpolationsprobleme, typische Beispiele sind das „Missionar-Kannibalen-Problem“ und der „Turm von Hanoi“, der ausführlich u.a. von KLIX (1971) untersucht wurde. DÖRNER (1983:101) beschreibt die üblicherweise untersuchten Problemstellungen wie folgt:

„Gegeben ist ein klarer Ausgangspunkt und ein klarer Zielpunkt. Gegeben ist weiterhin eine Menge von *Operatoren*, mit deren Hilfe der Zustand des jeweiligen Realitätsausschnitts beeinflusst werden kann. Gesucht ist eine Kette von Operationen (=Anwendungen der Operatoren) derartig, daß sie vom Ausgangspunkt zum Zielpunkt führt.“

⁶⁸ Von ökologischer Validität lässt sich nach EYFERTH; SCHÖMANN; WIDOWSKI (1986) dann sprechen, wenn mit Bedeutungskontexten operiert wird, die aus alltäglichen sozialen Erfahrungen stammen; vergleiche auch NEISER (1979).

⁶⁹ DÖRNER et al. (1983).

⁷⁰ Vergleiche auch SEIDEL (2001).

⁷¹ PUTZ-OSTERLOH (1995b).

⁷² Vergleiche beispielsweise J. FUNKE (1986).

⁷³ Vergleiche Seite 15 ff. J. FUNKE (1986) unterscheidet dabei zwischen statischer, Kontroll- und dynamischer Komplexität.

⁷⁴ Nach BURKART kann J. FUNKE selbst seine Ansprüche nicht immer einlösen. So scheint in einer Replikationsstudie zum Szenario „Schneiderwerkstatt“ seine Analyse der Komplexität des mit 24 Variablen verhältnismäßig wenig umfangreichen Systems durch Rückgriff auf die Systemtheorie nur wenig überzeugend. Auch formale Beschreibungsversuche zweier kleinerer Systeme erscheinen zumindest unökonomisch, da sie wesentlich umfangreicher als das System selbst sind ohne informativer als weniger formale Beschreibungen zu sein, wie man sie unter anderem bei DÖRNER (beispielsweise DÖRNER et al. (1983)) findet.

⁷⁵ PUTZ-OSTERLOH (1995b:405).

⁷⁶ Vergleiche auch SEIDEL (2001).

Reichhaltigkeit,⁷⁷ **Vernetztheit, Dynamik** und **Intransparenz** herausgegriffen, die spezifische Anforderungen an einen Bearbeiter stellen.⁷⁸ Sie sollen im Folgenden zunächst am Beispiel des „Lohhausen“-Szenarios eingehender erläutert und davon ausgehend verallgemeinert werden.

In dieser vielfach diskutierten, heute zum psychologischen Lehrbuchstoff gehörenden Studie untersuchten DÖRNER und Mitarbeiter detailliert den Umgang intelligenter Versuchspersonen⁷⁹ mit einem sehr komplexen und zunächst unbekannten System. Dabei galt das Interesse nicht nur kognitiven Anforderungen eines derartigen Systems an den Bearbeiter, sondern insbesondere auch Wechselwirkungen zwischen emotionalen, motivationalen und kognitiven Prozessen der Versuchspersonen.⁸⁰ Diese wurden dazu mit der folgenden Situation konfrontiert:

⁷⁷ In der Literatur üblich ist auch der Terminus „Komplexität“. Auch an dieser Stelle deutet sich an, was BRONNER (1992:Sp. 1122) eine „teilweise verwirrende Überlagerung des begrifflichen Bedeutungsgehaltes“ nennt. Unseres Erachtens ist die in der Literatur verbreitete Bezeichnung eher unglücklich, da man einerseits ein Attribut bzw. ein differenzierendes Merkmal und andererseits den umfassenden, zu explizierenden Begriff meint. Beispielsweise BRONNER (1992) und KERSTING (1999) unterscheiden diesbezüglich auch zwischen Komplexität im engeren und Komplexität im weiteren Sinne.

⁷⁸ Vergleiche beispielsweise KERSTING (1999), KLUWE (1995), KOTKAMP (1999), PUTZ-OSTERLOH (1995a), REITHER (1997), SÜß (1996).

⁷⁹ An der Untersuchung nahmen 48 Versuchspersonen, darunter 42 Studierende verschiedener Fachrichtungen, teil (DÖRNER et al. 1983:121 f.).

⁸⁰ DÖRNER et al. (1983:104).

„Stellen Sie sich vor, Sie werden plötzlich zum Bürgermeister von Lohhausen (an der Lohe). Lohhausen ist ein Kleinstädtchen mit 3372 Einwohnern und liegt in einer hübschen, waldreichen Gegend etwa 60 km von einer größeren Stadt entfernt. Auf dem Stadtplan sehen Sie, daß es einen Bahnhof gibt; außer durch die Eisenbahn ist Lohhausen noch durch Buslinien mit der Außenwelt verbunden.

Abbildung 2: Stadtplan Lohhausens

Lohhausen verfügt über die üblichen Einrichtungen einer mitteleuropäischen Kleinstadt; vielleicht ist Lohhausen sogar etwas überdurchschnittlich gut ausgestattet. ...

Die ökonomische Basis der Stadt, wenn auch nicht die einzige Einnahmequelle, ist eine *Uhrenfabrik*, die Sie leicht im Stadtplan finden werden. Außerdem gibt es eine Bank, Gaststätten, Lebensmittelhändler, Textilwaren- und andere Geschäfte. Natürlich gibt es auch eine Schule, Kindergärten, ein Bad, einen Sportverein samt zugehörigem Fußballplatz und eine Stadtverwaltung.

Alle Betriebe in der Stadt, mit Ausnahme der Geschäfte, der Post und der Bahn sind städtisch. Außerdem gehören alle Gebäude und Wohnungen der Stadt und auch der gesamte Grundbesitz. Dafür hat sie aber auch Verpflichtungen: die Stadt zahlt die medizinische Versorgung, direkt oder indirekt die Pensionen und die Arbeitslosengelder. ...

Sie betreten also nun am 2. Januar 1976 das Rathaus, um Ihr neues Amt anzutreten. Wiederum im Gegensatz zur Realität haben Sie fast diktatorische Vollmachten. Alles, was Sie beschließen, wird tatsächlich durchgeführt. Ihre Aufgabe ist es, für das Wohlergehen der Stadt in der näheren und ferneren Zukunft zu sorgen. Was Sie dafür unternehmen, ist Ihre Sache.⁸¹

Die Geschehnisse der Stadt sollten über acht Versuchssitzungen hinweg für zehn simulierte Jahre gelenkt werden. Lohhausen existierte allerdings nur als Computerprogramm, mit dem die Probanden vermittelt über einen Versuchsleiter interagierten. Dabei waren die computermodellierten Verhältnisse zwar einfacher als in der Realität aber dennoch so, dass sie (nach Auffassung der Experimentatoren) hätten tatsächlich existieren können.

⁸¹ DÖRNER et al. (1983:105 ff.).

Zur Reichhaltigkeit und Vernetztheit des Realitätsbereichs „Lohhausen“:

Um die „hauptsächliche Zusammenhänge“⁸² der fiktiven Kleinstadt Lohhausen zu simulieren, wurden etwa 2000 miteinander wechselwirkende Variablen in das Computerprogramm implementiert.⁸³ Die folgende Abbildung zeigt eine Grobdarstellung der inneren Struktur des Programms „Lohhausen“:

Abbildung 3: Grobdarstellung der inneren Struktur des Szenarios „Lohhausen“⁸⁴

Zwischen Variablen des Szenarios gibt es positive („je mehr ... desto mehr ...“) und negative Wirkbeziehungen („je mehr ... desto weniger ...“). Darüber hinaus sind zahlreiche implementierte Relationen asymptotischer Natur, d. h. entsprechende Größen beeinflussen sich nicht über alle Grenzen hinaus. Einige Relationen weisen erhebliche Zeitverzögerungen auf und zu einem großen Teil werden Relationen zudem von anderen Variablen und Relationen beeinflusst oder wirken auf sich selbst zurück.⁸⁵ Einige Variablen des Szenarios wirken nur ge-

⁸² DÖRNER (1992a:33).

⁸³ EYFERTH; SCHÖMANN; WIDOWSKI (1986:13).

⁸⁴ DÖRNER et al. (1983:110).

⁸⁵ Relationen können beispielsweise von der Dauer ihres Bestehens abhängen.

meinsam, d. h. zwischen ihnen bestehen konjunktive Beziehungen. Andere Variablen sind durch multiplikative oder disjunktive Relationen verknüpft. Dicke schwarze Pfeile in der Abbildung kennzeichnen den „Eingangsrand“, d. h. die vom Akteur⁸⁶ manipulierbaren Variablen. In Wirklichkeit gibt es mehr als 17 Manipulationsvariablen; die „Güte der öffentlichen Versorgung“ kann beispielsweise durch eine Vielzahl von Maßnahmen beeinflusst werden, unter anderem durch die Errichtung eines Netzes von Wanderwegen, Anschaffung neuer Müllwagen oder die Ausrichtung eines Stadtfestes. Die Abbildung zeigt also eher 17 Gruppen möglicher Eingriffe. Berücksichtigt man, dass es für die meisten Variablenmanipulationen mehrere Möglichkeiten gibt, so liegt die tatsächliche Anzahl möglicher Eingriffe weit über der Millionengrenze.⁸⁷

Allgemeiner:

Reichhaltigkeit: In reichhaltigen Realitätsbereichen bzw. bei der Bearbeitung reichhaltiger Probleme muss der Akteur zu jedem Zeitpunkt mehrere Aspekte berücksichtigen. Übersteigt die Menge der für eine angemessene Problembearbeitung zu berücksichtigenden Informationen die Verarbeitungskapazität des Akteurs, so muss dieser versuchen, die Reichhaltigkeit der Situation zu reduzieren.

Auch in der psychologischen Literatur werden unterschiedliche Konstituenten benannt, die Anforderungen an den Akteur hinsichtlich der Informationsverarbeitung beeinflussen. Häufig werden dabei die *Anzahl der Variablen* und die *Anzahl der Verknüpfungen zwischen diesen*, oft zusätzlich auch die *Art der Verknüpfungen* angeführt.⁸⁸ Andere Autoren berücksichtigen beispielsweise auch die Steuerbarkeit eines Systems oder die Anzahl der richtigen Lösungen.⁸⁹ Wie Reichhaltigkeit in einer konkreten Situation zu messen ist, lässt sich allerdings nicht eindeutig festlegen.⁹⁰ So ist beispielsweise nicht klar, inwieweit verschiedene Verknüpfungsarten die Reichhaltigkeit einer Situation beeinflussen.

Die Dimension Reichhaltigkeit bezieht sich also primär auf die Menge der vom Akteur zu berücksichtigenden Informationen. Damit ist sie keine Eigenschaft des Realitätsbereiches an sich und auch nicht nur relativ zu einem gewissen Auflösungsgrad und zu einer geeigneten Beschreibungssprache,⁹¹ sondern zusätzlich abhängig vom jeweiligen Akteur und seiner aktuellen Modellierung der Konstellation.⁹²

Auch in diesem Zusammenhang interessant sind Untersuchungen von „Experten“ und „Novizen“, mit denen unter anderem am Beispiel des Schachspiels durch CHASE und SIMON bzw. DE GROOT gezeigt werden konnte, dass Experten die Reichhaltigkeit fachspezifischer Anforderungen, beispielsweise zur Reproduktion *sinnvoller* Schachstellungen, vergleichsweise ef-

⁸⁶ Mit diesem Begriff soll dasjenige „System“ gemeint sein, das mit bestimmten Zielstellungen in einem bestimmten Realitätsbereich agiert, unabhängig davon, ob es sich um ein Einzelindividuum oder eine Gruppe von Individuen handelt.

⁸⁷ DÖRNER (1983:109 ff.).

⁸⁸ Vergleiche beispielsweise DÖRNER (1979), PUTZ-OSTERLOH (1995b), SCHAUB (1993).

⁸⁹ Vergleiche beispielsweise STRAUB (1995).

⁹⁰ KOTKAMP (1999), PUTZ-OSTERLOH (1995b), SCHAUB (1993:49).

⁹¹ Vergleiche auch Seite 15.

⁹² Präziser ließe sich formulieren: Ein subjektives Konstrukt heißt komplex im engeren Sinne (vergleiche Fußnote 77), wenn nicht alle einbezogenen Variablen und Abhängigkeiten zwischen ihnen (u.a. aufgrund beschränkter Kapazitäten des Kurzzeitgedächtnisses) durch das Individuum gleichzeitig berücksichtigt werden können. Vergleiche auch ein ähnliches Konzept bei Kießwetter (unveröffentlichtes Manuskript).

Betrachtet man Problembearbeitungsprozesse in komplexen Realitätsbereichen, so lässt sich Reichhaltigkeit als ein Merkmal des subjektiven Problemraums auffassen, der nach KLIX (1971) neben Ausgangs- und Endzustand des Problems Zwischenzustände und ihre Relationen umfasst. (KRAUSE (2000) ergänzt den Problemraum um individuelle Bewertungen der Zustände und Transformationen.)

Man denke in diesem Zusammenhang auch an ASHBYS bekanntes Beispiel vom Schafhirn, das für einen Neurophysiologen bei weitem komplexer ist als für einen Metzger; KLIR (1985), KLUWE et al. (1991).

fektiver reduzieren konnten.⁹³ So erscheint beispielsweise die folgende Schachstellung für Laien sicher zumindest mäßig reichhaltig. Erfahrenere Spieler erkennen sie dagegen vielleicht als DAMIANOS Matt: Weiß gewinnt in fünf Zügen.⁹⁴

Abbildung 4: DAMIANOS Matt; nach (BÖNSCH 1988)

Vernetztheit: Die Vernetztheit eines Realitätsbereichs erfasst das Ausmaß der Veränderung von Elementen aufgrund der Variation anderer Elemente. Damit wird der Systemcharakter eines Realitätsbereichs angesprochen. In vernetzten Realitätsbereichen sind Variablen nicht nur in linearen Kausalketten verknüpft, sondern in einem Wechselwirkungsnetzwerk miteinander verflochten. Dies führt dazu, dass ein Akteur zumeist nicht nur eine Sache machen kann, ohne zugleich noch viele andere zu tun. Er muss daher versuchen, neben der beabsichtigten Hauptwirkung seiner Eingriffe auch mögliche *Fern-* und *Nebenwirkungen* zu berücksichtigen.

Zur Dynamik des Realitätsbereichs „Lohhausen“:

Zahlreiche Variablen und Relationen des „Lohhausen“-Szenarios verändern sich in der Zeit. In das System wurden zudem einige sich rasch weiter verschlechternde Missstände implementiert, so dass sich der Gesamtzustand des Systems ohne Eingriffe des Akteurs verschlechtert. So herrscht in Lohhausen beispielsweise neben einer merklichen Wohnungsnot eine beachtliche und schnell wachsende Jugendarbeitslosigkeit. Außerdem lässt die Produktivität der Uhrenfabrik zügig nach und gefährdet somit die ökonomische Basis der Stadt.⁹⁵ Dies macht die Dynamik des Realitätsbereiches aus.

⁹³ Bessere Ergebnisse erzielen die Schachexperten durch kognitive Komplexitätsreduktion mittels *chunks* bzw. *Superzeichen*, d.h. durch Integration mehrerer Informationen zu einer Informationseinheit, die nur bei Bedarf wieder aufgelöst wird. Nach EYFERTH, SCHÖMANN; WIDOWSKI (1986:24) zeigen diese klassischen Studien drei-erlei: „Erstens ist Komplexität nicht allein durch Aufgabenmerkmale bestimmbar. Zweitens gibt es keine generelle individuelle Kompetenz, die den Vorsprung der Experten erklärt, denn diese reproduzieren nach Zufall konstruierte Konstellationen genauso fehlerhaft wie Novizen. Drittens: Erfahrung mit einer komplexen Situation baut Wissen auf, das die Komplexität reduziert.“ Vergleiche auch die Originalarbeiten:

DE GROOT, A. D. (1965): *Thought and Choice in Chess*. The Hague: Mouton. Die entsprechenden Untersuchungen wurden bereits in den Jahren 1938 bis 1942 durchgeführt.

CHASE, W. G.; SIMON, H. A. (1972): *Perception in chess*. *Cognitive Psychology*, 4, S. 55 – 81.

Etwas ausführlichere Informationen findet man beispielsweise auch in BROMME (1992) oder NEWELL; SIMON (1972:749 ff.).

⁹⁴ Vergleiche z. B. BÖNSCH (1988). Der Sieg von Weiß wird durch ein doppeltes Turmopfer möglich.

Auch weitere Merkmale komplexer Realitätsbereiche besitzen subjektive Aspekte. Wir sind uns dessen auch an den Textstellen bewusst, an denen es nicht wiederholt expliziert wird.

⁹⁵ DÖRNER et al. (1983:112). Allerdings ist das System Lohhausen relativ rückkopplungsarm. Durch diese Trägheit können Entscheidungen beispielsweise leicht nachträglich korrigiert werden, insgesamt wird ein experimentelles Vorgehen begünstigt.

Allgemeiner:

Dynamik: Realitätsbereiche werden dynamisch genannt, wenn Variablen ihren Zustand auch ohne Eingriffe „von außen“ ändern. Sie „warten“ also nicht auf den Akteur, was diesen bei der Handlungsplanung und –ausführung oftmals unter *Zeitdruck* setzt. In dynamischen Realitätsbereichen darf der Akteur außerdem nicht nur den aktuellen Zustand von Variablen betrachten, sondern er muss darüber hinaus auch die *Entwicklung* der Variablen über die Zeit hinweg berücksichtigen.

Zur Intransparenz des Realitätsbereichs „Lohhausen“:

Außerdem gibt es im „Lohhausen“-Szenario verborgene Variablen⁹⁶ und auch Relationen zwischen Variablen sind dem Akteur zunächst unbekannt und müssen von ihm mehr oder weniger genau rekonstruiert werden. Dies macht die Intransparenz des Szenarios aus.

Allgemeiner:

Intransparenz: Mit diesem Merkmal wird der Grad der unmittelbaren Zugänglichkeit bzw. Beobachtbarkeit der involvierten Variablen, ihrer Zustände und der Verknüpfungen zwischen ihnen berücksichtigt.⁹⁷ Daten und Beziehungen können aber auch aufgrund fehlender theoretischer Rahmungs- und Einordnungsmöglichkeiten oder wegen der sehr beschränkten Kapazität des Kurzzeitgedächtnisses⁹⁸ und der Langsamkeit der menschlichen Informationsverarbeitung im Vergleich mit der Stärke des einwirkenden Informationsflusses unerkannt oder unberücksichtigt bleiben. Diese Anforderung bezieht sich also allgemein auf mangelndes Wissen des Akteurs, das gegebenenfalls durch aktive Informationsbeschaffung teilweise ergänzt werden kann.

Komplexe Realitätsbereiche sind durch hohe *Reichhaltigkeit*, *Dynamik*, *Intransparenz* und einen *hohen Vernetztheitsgrad* gekennzeichnet. Häufig werden weitere Merkmale wie *Unsicherheit* oder *Offenheit der Zielsituation* aufgeführt, die aber zum Teil auf die dargestellten Merkmale zurückgeführt werden können. Die hier versuchte Charakterisierung komplexer Realitätsbereiche ist allerdings verbesserungsbedürftig, da u.a. einzelne Dimensionen wie Reichhaltigkeit und Intransparenz eines Realitätsbereichs nicht unabhängig voneinander sind.⁹⁹

2.1.3 Zur Komplexität von Unterricht

Unzweifelhaft lässt sich insbesondere auch der Realitätsbereich Unterricht aufgrund seiner enormen *Reichhaltigkeit* und *Vernetztheit*, seiner hohen *Dynamik* und *Intransparenz* als komplex kennzeichnen. Dazu sollen zunächst zwei illustrierende Beispiele angeführt werden. Das erste entstammt der Literatur, es beschreibt einen Ausschnitt aus einer Unterrichtsstunde in einer sechsten Klasse an einer amerikanischen Middle School, das zweite Beispiel ist eine Aufgabe (!) an den Leser.

„Ms. Cuevas sits with a cluster of students in one corner of the room discussing a story they have just read on the life cycle of the Pacific Coast salmon, while several other students are working alone at their desks. They are writing their own stories about how salmon

⁹⁶ Im Vergleich zu anderen computersimulierten Szenarien oder realen Konstellationen gibt es allerdings relativ wenige verborgene Variablen und fast alle Daten können vom Akteur (über den Versuchsleiter) erfragt werden.

⁹⁷ KOTKAMP (1999).

⁹⁸ Untersuchungen (beispielweise MILLER (1956); zitiert nach DÖRENBACH (1982:24)) zeigen, dass lediglich fünf bis neun Informationseinheiten gleichzeitig im Kurzzeitgedächtnis gespeichert und bei kognitiven Operationen berücksichtigt werden können.

⁹⁹ PUTZ-OSTERLOH (1995b).

are threatened with extinction because hydroelectric activities have disturbed their breeding grounds. In another corner, a special education teacher is working with Brenda, a young girl who still reads at a second-grade level. Elsewhere, Ms. Cuevas's aide is administering a test to three children who were absent last Friday. At a far science table, a pair of students who are supposed to be practicing with a microscope are really discussing yesterday's football game. Overhearing their discussion, Ms. Cuevas stops to get them back to task. At the same moment, a squabble erupts between two students who are returning from the library. Ms. Cuevas asks the teacher's aide to resolve the conflict, then returns to the life-cycle discussion, where irrelevant comments from Joey about last week's fishing trip with his father has caused it to drift.

As the class period draws to a close, the principal slips in to remind Ms. Cuevas that they have a short meeting scheduled during the lunch break and also to ask if she objects to having a small group of parents visit her next period. All this occurs as learning materials are being returned and readied for the next class, today's homework assignments are collected, and the squabble between the two students continues."¹⁰⁰

Stellen Sie sich vor, sie sollen in der nächsten Mathematikstunde der Klasse 5b das Faltproblem bearbeiten lassen.¹⁰¹ Sie haben unter anderem das Ziel, dass möglichst viele Schüler erkennen, wo die Löcher im Papier entstehen und auf diese Weise auch prognostizieren können, wie viele Löcher nach dem jeweils nächsten Faltschnitt im Papier sein (bzw. wie viele Löcher durch diesen neu entstehen) werden. Wie könnten Sie die ersten Bearbeitungsschritte im Unterricht methodisch gestalten?

Unter anderem sind folgende Varianten denkbar:

- Die Schüler erhalten ein Arbeitsblatt mit der (geeignet formulierten) Problemstellung, die sie selbstständig, in Gruppen oder einzeln bearbeiten.
- Sie erläutern den Schülern zunächst die Problemstellung und erteilen dann einen Arbeitsauftrag.
- Sie führen zunächst einige Faltschnitte vor.
- Sie bearbeiten zunächst die ersten Faltschnitte gemeinsam mit den Schülern.

Details dieser „Einstiege“ können natürlich weiter variiert werden. Würden Sie sich beispielsweise für den an letzter Stelle aufgeführten gemeinsamen Einstieg von Lehrer und Schülern entscheiden, so müssten Sie sich wohl unter anderem mit folgenden Fragen auseinander setzen:

- Soll die gemeinsame Bearbeitung mit dem einfachen¹⁰² oder einem anderen Faltschnitt beginnen?
- Bis zu welchem Faltschnitt soll gemeinsam gearbeitet werden?
- Sollen die Faltschnitte alle an einem Blatt oder an mehreren Blättern ausgeführt werden?
- Wie sollen Ergebnisse der ersten Faltschnitte festgehalten werden?
- Sollen die Schüler vor Durchführung des jeweiligen Faltschnitts ihre Vermutungen äußern? Sollen sie nach der Anzahl der Löcher im Papier oder nach dem Aussehen des wiedergeöffneten Faltblattes gefragt werden oder sollen die Schüler ihre Vermutungen skizzieren?

¹⁰⁰ ARENDS (1997:16).

¹⁰¹ Für ein Kurzporträt der Klasse 5b vergleiche Seite 246.

¹⁰² Beim einfachen Faltschnitt entsteht ja im Papier noch kein Loch (im üblichen Sinne).

In beiden Beispielen deuten sich die Vielzahl der Elemente von Unterricht, deren wechselseitige Abhängigkeiten und daraus resultierende Anforderungen an die Lehrkraft an. Allgemeiner denke man in diesem Zusammenhang beispielsweise auch an das allgemeine „Strukturmodell“ von Unterricht der Berliner Didaktik.¹⁰³ Dieses Modell identifiziert sechs „Strukturmomente“, die in ihrem Zusammenwirken Unterricht als absichtsvoll pädagogisches Geschehen konstituieren: die anthropogenen – also auf die am Unterricht beteiligten Personen zurückzuführenden – und soziokulturellen Voraussetzungen, die pädagogischen Intentionen, die Themen des Unterrichts, mit denen die Absichten verfolgt werden, die Methoden, die zur Bewältigung der Themen und Intentionen dienen sollen und schließlich die Medien zur Verständigung der am Unterricht Beteiligten über Absichten, Gegenstände und Verfahren.¹⁰⁴

Abbildung 5: Strukturmomente des Unterrichts nach dem „Berliner Modell“¹⁰⁵

Die von uns in Abbildung 5 eingefügten dicken Pfeile sollen analog zur Abbildung 3 auf Seite 22 Eingriffsmöglichkeiten des Lehrers im Realitätsbereich Unterricht symbolisieren, allgemein spricht man in diesem Zusammenhang auch von „Entscheidungsfeldern“ im Unterschied

¹⁰³ Für diesbezügliche Ausführungen vergleiche HEIMANN; OTTO; SCHULZ (1972) oder auch MARTIAL (1996), WENGERT (1989) oder:

HEIMANN, P. (1976): Didaktik als Unterrichtswissenschaft. Stuttgart: Klett.

SCHULZ, W. (1970): Aufgaben der Didaktik. In: KOCHAN, D. C. (Hrsg.): Allgemeine Didaktik, Fachdidaktik, Fachwissenschaft. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

¹⁰⁴ Vergleiche SCHULZ (1972). Bei einer kritischen Würdigung dieses Modells darf man pragmatische Aspekte der Modellierung wie Zeit-, Subjektabhängigkeit und Zweckhaftigkeit nicht außer Acht lassen. So ist das Modell im Zusammenhang und für die Lehrerbildung, nämlich als theoretische Grundlegung eines praktischen Halbjahres nach dem dritten Semester entstanden. Die Ausgliederung der Medien aus dem Merkmalsbereich Methodik wird auch zum einen mit der bis dahin zu geringen Berücksichtigung dieses Bereiches und zum anderen mit dem sich damals schnell verstärkenden Aufkommen moderner technischer Medien begründet. Vergleiche auch MARTIAL (1996).

¹⁰⁵ In Anlehnung an SCHULZ, W. (1970:414): Aufgaben der Didaktik. In: KOCHAN, D. C. (Hrsg.): Allgemeine Didaktik, Fachdidaktik, Fachwissenschaft. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft; zitiert nach MARTIAL (1996:154).

zu den beiden anderen „Bedingungsfeldern“. Die sechs im Modell enthaltenen „Elementarstrukturen“ bestimmen nach HEIMANN und SCHULZ die allgemeine, grobe Struktur, das Wesen von Unterricht, für eine genauere Erfassung wird zusätzlich (von verschiedenen Autoren in durchaus unterschiedlicher Weise) jeweils eine Binnenstruktur konstruiert.¹⁰⁶

Dass diese „Strukturmomente des Unterrichts“ selbstverständlich nicht unabhängig voneinander sind und nicht isoliert betrachtet werden dürfen, sondern vielmehr ein feines Wechselwirkungsnetzwerk¹⁰⁷ bilden, soll durch die schlanken Pfeile in der obigen Abbildung angedeutet werden.¹⁰⁸ Einerseits werden einzelne Variablen von vielen anderen beeinflusst, andererseits wirken sich einzelne Bedingungen differenziert auf mehrere andere aus. Zudem sind Relationen zwischen Variablen teilweise von anderen Variablen oder Relationen abhängig, SCHULZ spricht in diesem Zusammenhang auch von einem generellen „Prinzip der Interdependenz der Unterricht konstituierenden Elemente“.¹⁰⁹

Dies macht die *Reichhaltigkeit* und *Vernetztheit* des Realitätsbereichs Unterricht aus – der amerikanische Unterrichtsforscher DOYLE spricht in diesem Zusammenhang auch von Multidimensionalität („multidimensionality“)¹¹⁰ – die „in der Praxis des aktuellen Unterrichts vom Lehrer bzw. der Lehrerin nicht zu durchschauen“ ist.¹¹¹

Insbesondere das erste Unterrichtsbeispiel aus einer amerikanischen Mittelschule deutet die *Dynamik* des Unterrichtens an. Unterricht ist zweifellos ein hochdynamischer Prozess, dessen Bedingungen und auch Relationen zwischen diesen sich ununterbrochen ändern. Der Realitätsbereich Unterricht „wartet nicht“ und zwingt die Lehrkraft oftmals zu Entscheidungen und Handlungen unter Zeitdruck.¹¹² Nach DOYLE ist Unterricht (unter anderem) gekennzeichnet durch die schnelle Folge von Ereignissen („immediacy“) und das zeitgleiche Ablaufen verschiedener Ereignisstränge („simultaneity“).¹¹³

Offensichtlich weist der Realitätsbereich Unterricht eine nicht geringe *Intransparenz* auf. Dies liegt zum einen an der Vielzahl der Elemente, die vom Lehrer häufig aufgrund des Zeitdrucks und der natürlichen Beschränkungen seiner kognitiven Kapazitäten nicht alle berücksichtigt werden können.¹¹⁴ Zum anderen sind zahlreiche wesentliche Unterrichtsbedingungen prinzipiell kaum bestimmbar, da der Lehrer anders als beispielsweise der Ingenieur oder der Programmierer mit anderen Individuen arbeitet. Damit zusammenhängend kann der Verlauf des Unterrichts eben nicht mit Sicherheit vorherbestimmt oder auch nur vorhergesagt werden. Insbesondere Lernprozesse sind durch den Lehrer nicht steuerbar, er kann lediglich mehr oder weniger geeignete Gelegenheiten für individuelle Lernprozesse zur Verfügung stellen.¹¹⁵

Eine weitere, aus unserer Sicht wesentliche, teilweise intrapersonale Ursache für die Komplexität von Unterricht ist die *Polytelie* oder auch *Vielzieligkeit*.¹¹⁶ In der Regel verfolgt der Leh-

¹⁰⁶ Für weitere einführende Bemerkungen vergleiche beispielsweise MARTIAL (1996).

¹⁰⁷ JERUSALEM (1997).

¹⁰⁸ Den Pfeilen kommt hier selbstverständlich eine andere Bedeutung zu als in Abbildung 3, Seite 22. Während sie dort konkrete Wirkbeziehungen zwischen Variablen bezeichnen, symbolisieren sie in Abbildung 5 lediglich die Existenz wechselseitiger Zusammenhänge zwischen einzelnen „Strukturmomenten des Unterrichts“.

¹⁰⁹ SCHULZ (1972:44). In den Beschreibungen der Interdependenzen durch HEIMANN und SCHULZ zeigen sich Schwankungen, die wohl auch darauf zurückzuführen sind, dass die theoretischen Kategorien in gleicher Weise auf Analyse, Planung und Entscheidung angewendet werden sollen; vergleiche beispielsweise auch MARTIAL (1996).

¹¹⁰ DOYLE (1986).

¹¹¹ KRON (1993:138).

¹¹² So folgern beispielsweise CLARK und PETERSON aus ihrer Durchsicht spezifischer Untersuchungen, dass Lehrer ständig darüber nachzudenken scheinen, was gerade im Unterricht passiert und dass sie dabei etwa alle zwei Minuten eine *nichttriviale* Entscheidung treffen müssen; zitiert nach SABERS et al. (1991:64).

¹¹³ Dabei bezieht sich DOYLE hauptsächlich auf das vom Lehrer zu erbringende „classroom management“; vergleiche DOYLE (1986), auch ARENDS (1997) oder

KOUNIN, J. S. (1976): *Techniken der Klassenführung*. Bern: Huber.

¹¹⁴ Dies gilt in besonderem Maße auch für den Lehrerstudenten, der noch am Anfang seiner Ausbildung steht.

¹¹⁵ Vergleiche beispielsweise auch LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998).

¹¹⁶ Vergleiche auch DÖRNER et al. (1983).

rer gleichzeitig mehrere Ziele, auch wenn ihm dies nicht immer bewusst sein mag. So gibt es neben kurzfristigen Lernzielen für die aktuelle Unterrichtseinheit auch längerfristige fachtypische, fächerübergreifende und allgemeine Ziele des Unterrichts. Darüber hinaus wird der Lehrer beispielsweise bestrebt sein, für eine geeignete Arbeitsatmosphäre zu sorgen und in der Regel wohl auch Ziele hinsichtlich seiner eigenen Person verfolgen.¹¹⁷ Verschiedene, gleichzeitig angestrebte Teilziele sind aber nicht immer gleichzeitig zu realisieren, Unterrichten ist daher häufig auf Kompromisse angelegt und selten gibt es eine beste Lösung.¹¹⁸

Auch mit der letzten Bemerkung wird noch einmal deutlich, dass das Ausmaß der Komplexität von Unterricht, wie bei anderen Realitätsbereichen auch,¹¹⁹ eine auch vom Subjekt abhängige Größe ist. In diesem Zusammenhang findet man gelegentlich den Einwand, dass Unterricht zwar aus der theoretischen Perspektive des Unterrichtsforschers komplex erscheine, für den erfahrenen Praktiker dagegen viel weniger komplex sei. Schließlich verfügten insbesondere erfahrene Lehrer beispielsweise mit etablierten Routinen (als Mittel der praktischen Komplexitätsreduktion)¹²⁰ oder kognitiven Skripts (als Mittel der kognitiven Komplexitätsreduktion)¹²¹ über Möglichkeiten, die (von „außen“ beobachtbare) Komplexität von Unterricht stark zu reduzieren¹²² und so zu – zumindest aus subjektiver Sicht und bezüglich des engeren beruflichen Umfeldes – zufrieden stellenden Unterrichtsergebnissen zu ~~Winn~~willen wenigstens zwei Argumente gegen eine derartige (teilweise) Ausblendung der Komplexität von Unterricht anführen:

- a) Diese Arbeit entstand im Umfeld der Lehrerausbildung und zumindest für noch wenig erfahrene Studierende in der ersten oder zweiten Ausbildungsphase ist Unterricht sicher in dem beschriebenen Sinne ein „Feld von schier unübersehbarer Komplexität“.¹²³
- b) Weitreichender, obwohl eigentlich trivial: Reduktion von Komplexität ist (aus weniger subjektiver bzw. „lokaler“ Sicht) nicht per se positiv. Für einen erfolgreichen Mathematikunterricht¹²⁴ kann Komplexitätsreduktion weder in beliebigem Ausmaß noch in beliebiger Ausrichtung erfolgen, vielmehr muss der Lehrer ein gewisses Mindestmaß an Komplexität ertragen und damit erfolgreich umgehen können. Verschiedene Erfahrungen zeigen dagegen, dass insbesondere auch inhaltliche Aspekte des Mathematikunterrichts häufig unangemessen simplifiziert werden. Beispielsweise kann die nicht erst seit TIMSS bekannte Überbetonung von Routineverfahren im deutschen Mathematikunterricht dahingehend interpretiert werden. Auch das fragend-entwickelnde Unterrichtsgespräch – eine Grundform des Mathematikunterrichts in Deutschland –, das in der Regel zwar engagiert und fachlich anspruchsvoll, aber oft auf eine *einzig*e Lösung hin geführt wird, muss in diesem Zusammenhang problematisch gesehen werden.¹²⁵ Etwas konkreter zeigen auch die beiden in der Einleitung dieser Arbeit geschilderten Unterrichtsversuche exemplarisch mögliche Konsequenzen einer Vernachlässigung oder Simplifizierung mathematisch-kognitiver Aspekte des Unterrichts.¹²⁶

¹¹⁷ Man denke beispielsweise an besondere fachliche Interessen des Lehrers, an Interessen hinsichtlich seiner Arbeitsbelastung oder auch hinsichtlich der Sicherung seiner Kompetenz.

¹¹⁸ z. B. KIEBWETTER (1994), PATRY (2000). G. E. BECKER baut seine Einführung in die Didaktik auf solchen Antinomien auf.

¹¹⁹ Man denke beispielsweise auch an die weiter oben vorgestellte Schachstellung; vergleiche Seite 23 f.

¹²⁰ z. B. BROMME (1985).

¹²¹ sensu SCHANK & ABELSON, vergleiche z. B. BROMME (1992), TERGAN (1986).

¹²² Vergleiche auch BROMME (1992).

¹²³ WITTMANN (1981:11).

¹²⁴ Dies berührt selbstverständlich ganz wesentlich normative Vorstellungen von Unterricht, vergleiche dazu insbesondere Abschnitt 2.2.

¹²⁵ Vergleiche insbesondere auch BLK (1997).

¹²⁶ Vergleiche Seite 6 ff.

Für weitere Konkretisierungen bedarf es nun zunächst einmal einer Explikation unserer – auch auf internationaler Ebene in einem sehr großen Ausmaß geteilter – normativen Vorstellungen von Mathematikunterricht; dies soll vor allem im folgenden Abschnitt geleistet werden.

Im vorangegangenen Abschnitt haben wir versucht, die für diese Arbeit tauglichen Vorstellungen über Komplexität von Mathematikunterricht zu konkretisieren. Bekannte Definitionsansätze des Begriffs Komplexität aus verschiedenen mathematischen Wissenschaften erschienen dazu allerdings kaum geeignet. Schließlich konnte Unterricht als komplexer Realitätsbereich im Sinne DÖRNERs charakterisiert werden.

***These 1:** Unterrichten lässt sich auffassen als Handeln und Entscheiden in einem komplexen Realitätsbereich, der sich (mindestens) durch Reichhaltigkeit, Vernetztheit, Dynamik und Intransparenz kennzeichnen lässt. Diese Tatsache ist bislang in einigen wissenschaftlichen Arbeiten im Zusammenhang mit Mathematikunterricht und auch in der Lehrerbildung zu wenig oder in nicht geeigneter Weise berücksichtigt worden.*

2.2 Problemorientierter Mathematikunterricht

Zu Problemorientierung von Unterricht allgemein und problemorientiertem Mathematikunterricht im Besonderen liegt eine recht umfangreiche Literatur vor,¹²⁷ so dass in diesem Abschnitt lediglich summarisch wesentliche Leitgedanken problemorientierten Mathematikunterrichts zusammengetragen werden sollen. Daran anschließend werden einige mögliche Gründe für eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts aufgezählt, die gleichzeitig bereits dargelegte Überlegungen zur Problemorientierung als didaktischer Grundorientierung¹²⁸ des (Mathematik-) Unterrichts ergänzen. Dieser Abschnitt schließt mit einigen aus unserer Sicht wesentlichen Gründen für die – entgegen zahlreicher und nachdrücklicher Forderungen aus wissenschaftlichen und gesellschaftlichen Bereichen – nur geringe Verbreitung eines problemorientierten Mathematikunterrichts.

Unsere normativen Vorstellungen von Mathematikunterricht orientieren sich an einem Unterricht, in dessen Zentrum das Bearbeiten und (in sicher weitaus geringerem Maße) das Finden mathematischer Probleme durch die Schüler (!) steht. Ein derartiger Mathematikunterricht wird seit geraumer Zeit auf internationaler Ebene gefordert.¹²⁹ Vor allem auch im angelsächsischen Raum wird „problem solving“ als eine zentrale Leitidee des Mathematikunterrichts

¹²⁷ Für den Mathematikunterricht beispielsweise: HEINRICH; ZIMMERMANN (2001), NCTM (2000), NOLTE (1995), PEHKONEN (1991, 2001a), PÓLYA (1980), REHLICH (1995), SCHOENFELD (1991, 1992, 1994), WINTER (1991), WITTMANN (1981), ZIMMERMANN (1983, 1986, 1991a, 1991b, 1991d, 1996a, 1999, 2000).

¹²⁸ Vergleiche auch KOHLER (1998).

¹²⁹ z. B. BECKER; SHIMADA (1997), NCTM (2000), PEHKONEN (1991), POLYA (1980), SCHOENFELD (1991, 1992), P. W. THOMPSON (1985), A. G. THOMPSON (1992).

„Problem solving is a vehicle for learning mathematics and should be the central theme in any mathematics class.” (NCTM 1989)

„Solving problems is not only a goal of learning mathematics but also a major means of doing so. Students should have frequent opportunities to formulate, grapple with, and solve complex problems that require a significant amount of effort and should then be encouraged to reflect on their thinking.” (NCTM 2000:51).

Auch beispielsweise Gestaltpsychologen wie DUNCKER oder WERTHEIMER sahen schon Mitte des zwanzigsten Jahrhunderts Problemlösen als eine Grundlage des Lernens von Mathematik an (THOMPSON 1985). Hinsichtlich Problemlösen dürften die bekanntesten Beiträge wohl vom ungarischen Mathematiker und Didaktiker PÓLYA stammen (PÓLYA 1963, 1966, 1969). Zu einer stärkeren Problemorientierung vergleiche auch Veröffentlichungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM), der Deutschen Mathematiker Vereinigung (DMV), und des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU); beispielsweise DMV; GDM (2001), DMV; GDM; MNU (1998), MNU (1998), MNU et al. (1998).

gesehen,¹³⁰ das National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) fordert beispielsweise 1980 „problem solving must be the focus of school mathematics“.¹³¹

In Deutschland spricht man in diesem Zusammenhang auch von den verwandten Konzepten „Entdeckendes Lernen“¹³² oder „Problemorientierter Mathematikunterricht“,¹³³ allerdings ist eine Orientierung am Problemlösen nur eine unter mehreren mathematikdidaktischen Strömungen.¹³⁴ Aber gerade auch im Zusammenhang mit den Ergebnissen von TIMSS¹³⁵ und PISA¹³⁶ wird zunehmend eine Verbesserung des in Deutschland derzeit üblichen Mathematikunterrichts in diese Richtung gefordert.¹³⁷

Nach ZIMMERMANN bleibt allerdings zunächst festzuhalten, dass nicht nur der Diskussionsstand zum Problemlösen und der Grad der Akzeptanz in verschiedenen Ländern unterschiedlich sind, sondern dass auch verschiedene Worte für ähnliche Konzepte verwendet werden und sich umgekehrt unter gleichen Worten zum Teil ganz verschiedene Konzepte verbergen.¹³⁸

Dies hängt beispielsweise mit unterschiedlichen Auffassungen zum Begriff „Problem“ zusammen – unsere haben wir auch in Übereinstimmung mit neuerer mathematikdidaktischer Literatur bereits in Abschnitt 2.1.2 auf Seite 18 skizziert –, unter den sowohl komplexe Problemfelder¹³⁹ als auch sehr einfache, schematisch zu lösende Aufgaben subsumiert werden.¹⁴⁰ Nach bisherigen Erfahrungen ist beispielsweise das in der Einleitung vorgestellte Faltprob-

¹³⁰ ZIMMERMANN (1991c:12).

¹³¹ NCTM (1980:1): An agenda for action. Reston. Zitiert nach SCHOENFELD (1992:334).

¹³² z. B. WINTER (1991), WITTMANN; MÜLLER (1993). Zum entdeckenden Lernen führt WINTER aus: „«Entdeckendes Lernen» ist weniger die Beschreibung einer Sorte von beobachtbaren Lernvorgängen (wenn so etwas überhaupt möglich ist), sondern ein theoretisches Konstrukt, die Idee nämlich, daß Wissenserwerb, Erkenntnisfortschritt und die Ertüchtigung in Problemlösefähigkeiten nicht schon durch Information von außen geschieht, sondern durch eigenes aktives Handeln und Rekurs auf die schon vorhandene kognitive Struktur, allerdings in der Regel angeregt und somit erst ermöglicht durch äußere Impulse.“ (WINTER 1991:2).

¹³³ ZIMMERMANN (1991a, 1991c). Die Bezeichnung „Problemorientierung“ könnte unseres Erachtens auch treffender als „problem solving“ sein, geht es doch nicht nur um das Lösen von Problemen, sondern beispielsweise auch um das Auffinden von Problemen und die Arbeit in reichhaltigen Problemfeldern; vergleiche auch ZIMMERMANN (2000).

¹³⁴ z. B. ZIMMERMANN (1981).

¹³⁵ z. B. BAUMERT et al. (1997).

¹³⁶ z. B. BAUMERT et al. (2001a).

¹³⁷ z. B. Baptist (2000), BLK (1997), DMV; GDM (2001), DMV; GDM; MNU (1998), DMV et al. (1998).

¹³⁸ Oder wie SCHOENFELD meint: „Yet, ask seven mathematics educators to define problem solving for you, and you’re likely to get at least nine opinions.“ (SCHOENFELD 1991:4).

¹³⁹ z. B. FRITZLAR (2001), KIEBWETTER (ohne Jahr), ZIMMERMANN (1997, 1999).

¹⁴⁰ Vergleiche beispielsweise auch BRANCA (1980), SCHOENFELD (1992), ZECH (1998). SCHOENFELD (1992:337) charakterisiert die Gegenpole hinsichtlich der Bedeutung des Begriffs „Problem“ nach Webster’s Dictionary (1979:1434) wie folgt:

„Definition 1: «In mathematics, anything required to be done, or requiring the doing of something.»

Definition 2: «A question ... that is perplexing or difficult.»”

Beispielsweise wurden auch die folgenden Items aus dem Itempool von TIMSS 1999 Population 2 unter „Performance Expectation: Investigating and Solving Problems“ aufgeführt:

A runner ran 3000m exactly in 8 minutes. What was his average speed in meters per second?				
a) 3.75	b) 6.25	c) 16.0	d) 37.5	e) 62.5
If 4 times a number is 48, what is 1/3 of the number?				
a) 4	b) 8	c) 12	d) 16	

lem¹⁴¹ für Schüler der vierten oder fünften Klasse und auch für sehr viele Studierende ein Problem in unserem Sinne.

Unklarheiten zum Begriff „Problemlösen“ können aber auch mit bei Studierenden, Lehrern und Didaktikern zugrunde liegenden (teilweise impliziten) Lerntheorien, Auffassungen zu Mathematik und Mathematikunterricht oder dem gesellschaftlichen und kulturellen Umfeld, das auch spezifische Forderungen und Erwartungen an die Schule richtet, zusammenhängen.

Für eine genauere Charakterisierung der mathematikdidaktischen Strömung „Problemorientierung“ sollen im Weiteren einige, aus unserer Sicht wesentliche Bemerkungen zu den folgenden Fragen zusammengetragen werden:

1. Was sind mögliche Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts?
2. Wie kann ein derartiger Mathematikunterricht begründet werden?

2.2.1 Mögliche Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts

Der Begriff Problemorientierung ist weit von einer einheitlichen Definition entfernt. Zunächst lässt sich problemorientierter Unterricht negativ abgrenzen sowohl von einem verfahrensorientierten Mathematikunterricht, dessen Hauptanliegen das sichere Beherrschen effektiver Verfahren zur Bewältigung von Standardanforderungen ist, als auch von einem strukturorientierten Unterricht, der sich „vor allem um die *Weitergabe* feststehender, logisch gegliederter und hierarchisch strukturierter Wissensbestände bemüht“.¹⁴² Im Sinne einer positiven Definition konkretisiert, steht das Bearbeiten mathematischer Probleme und Problemfelder durch die Schüler im Zentrum eines problemorientierten Mathematikunterrichts. Dazu sind insbesondere Probleme geeignet, die Schüler zu einer eigenständigen Bearbeitung motivieren, die mathematisch sinnvoll, reichhaltig und offen hinsichtlich möglicher Bearbeitungswege und -ergebnisse sind und damit nicht nur Anlass zu Erwerb oder Festigung mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten geben, sondern gerade auch entdeckendes Lernen ermöglichen.¹⁴³

Wir fassen Problemorientierung als eine didaktische Grundorientierung des Unterrichts auf, die auf bestimmten Auffassungen über Mathematik, Lehren und Lernen¹⁴⁴ etc. beruht und sich selbstverständlich auch in spezifischen Zielen des Unterrichts, seiner methodischen Gestaltung und Kultur¹⁴⁵ äußert. ZIMMERMANN spricht auch von einem zentralen Prinzip, das den gesamten Unterricht durchzieht.¹⁴⁶

Im Folgenden sollen in enger Anlehnung an ZIMMERMANN mögliche wichtige Leitideen eines derartigen Mathematikunterrichts in Gestalt von Zielen und Thesen formuliert werden. Dabei kann es allerdings lediglich um eine vorläufige Arbeitsskizze gehen.¹⁴⁷

Entdeckendes Lernen

Den Schülern soll möglichst oft durch Bereitstellung „offener“ Situationen Gelegenheit zur selbstständigen, (nach-) entdeckenden und kreativen Arbeit gegeben werden. Dabei sind die intuitiven und heuristischen Vorstellungen der Schüler aufzugreifen und mit ihnen gemeinsam weiterzuentwickeln.

¹⁴¹ Vergleiche Seite 6.

¹⁴² KOHLER (1998:21); Hervorhebung durch den Autor.

¹⁴³ Dabei werden Problemstellungen natürlich nicht alle Idealforderungen gleichermaßen gut erfüllen. Vergleiche auch ZIMMERMANN (1991d).

¹⁴⁴ Vergleiche insbesondere auch die Teilabschnitte zum Bild von Mathematik, zu pädagogischen Gründen und Lerntheorien.

¹⁴⁵ Vergleiche auch Seite 39 ff. oder HEYMANN (1996), auch BAUERSFELD (1993a).

¹⁴⁶ ZIMMERMANN (1999).

¹⁴⁷ Vergleiche ZIMMERMANN (1991a, 1991c, 1997, 2000).

Einstellung zur Mathematik

Möglichst vielen Schülern sollen zumindest Teilerfolge bei der Bearbeitung mathematischer Problemstellungen ermöglicht und dadurch Gelegenheiten gegeben werden, eine positive Einstellung zur Mathematik zu entwickeln bzw. zu erhalten.

Heuristischer Erfahrungsschatz

Den Schülern soll möglichst oft Gelegenheit gegeben werden, durch eigenständiges Mathematiktreiben ihren heuristischen Erfahrungsschatz auszuweiten. Das Entwickeln von Vermutungen, Argumentieren und Begründen, das „Entdecken“ von Strukturen und der konstruktive Umgang damit sind wesentliche Elemente eines derartigen Unterrichts.

Vernetzung

Den Schülern soll möglichst oft Gelegenheit gegeben werden, Querverbindungen innerhalb der Mathematik und aus dieser in andere Bereiche ihrer Umwelt zu erfahren und zu konstruieren.

Kommunikation und Kooperation

Den Schülern soll möglichst oft Gelegenheit gegeben werden, mithilfe von Mathematik und über Mathematik zu kommunizieren und kooperativ mathematisch tätig zu sein. Dazu gehören dann natürlich auch das öfteren an passender Stelle entsprechende Unterrichtsformen wie Partner- oder Gruppenarbeit.

Differenzierung und individualisierende Förderung

Es sollen Problemsituationen initiiert werden, in denen sich Möglichkeiten zu einem differenzierten Vorgehen und Lernen der Schüler – entsprechend ihren verschiedenen Lernstilen und Begabungsausprägungen – und damit Möglichkeiten einer differenzierenden Förderung des einzelnen Schülers eröffnen.

Offene Probleme und Problemfelder

Für die genannten Anliegen könnte insbesondere die Verwendung offener Probleme und Problemfelder im Unterricht förderlich sein.¹⁴⁸

Nach Erfahrungen verschiedener Autoren¹⁴⁹ und zahlreichen Unterrichtsversuchen im Rahmen dieser Untersuchung¹⁵⁰ eignet sich beispielsweise das bereits in der Einleitung vorgestellte Faltpapier in besonderer Weise für einen Mathematikunterricht, der sich an diesen eben skizzierten Leitideen orientiert:

Leichte Verständlichkeit

Einerseits ist das Faltpapier leicht verständlich und anspruchslos hinsichtlich notwendiger Vorkenntnisse, daher kann es auch schon von Grundschulern bearbeitet werden, die – wie unsere Unterrichtsversuche belegen – dabei mitunter erstaunliche Erfolge erzielen.

Fachlicher Anspruch

Andererseits ist die Problemstellung anspruchsvoll in Hinsicht auf mögliche oder (beispielsweise für die Konstruktion und Begründung algebraischer Zusammenhänge) notwendige Denkprozesse.

¹⁴⁸ Nach PEHKONEN (2001a:61) werden offene Probleme beispielsweise weltweit als geeignetes Mittel angesehen, den Mathematikunterricht so fortzuentwickeln, dass Verstehen und Kreativität in dessen Zentrum stehen. Vergleiche insbesondere auch ZIMMERMANN (1991a).

¹⁴⁹ KIEBWETTER; NOLTE (1996), NOLTE (1995).

¹⁵⁰ Im Rahmen dieser Untersuchung wurden 47 Unterrichtsversuche zum Faltpapier durchgeführt. In den folgenden Bemerkungen greifen wir für eine bessere Darstellbarkeit bereits auf die so gewonnenen Erfahrungen zurück, auch wenn über die Durchführung entsprechender empirischen Erhebungen erst im Kapitel 4, Seite 72 ff. detaillierter berichtet wird.

Eine Vielzahl von Bearbeitungsmöglichkeiten erlaubt eine differenzierte Auseinandersetzung mit dem Problem.

Das Faltpapier bietet Schülern (Studierenden und Lehrern) eine Vielzahl von Bearbeitungsmöglichkeiten, verschiedene Zugänge und Erklärungsansätze. Dadurch ist es möglich, verschiedene „kognitive Schülertypen“ anzusprechen.¹⁵¹ Das Problem kann also im Unterricht querdifferenzierend eingesetzt werden, zumal es auch auf verschiedenen Ebenen (enaktiv, ikonisch, symbolisch) bearbeitet werden kann. So können Schüler (in materialbedingten Grenzen) Faltschnitte ausführen und nach interessanten Merkmalen der entstehenden Faltblätter (oder auch der „Schnipsel“) suchen, sie können ganz unterschiedlich reichhaltige Tabellen und Skizzen anfertigen.

Vermutungen entwickeln, Begründungen suchen, heuristisches Arbeiten

Neben den Löchern im Papier können beispielsweise auch Faltlinien, Einschnitte, Ecken und durch Faltschnitte entstehende Felder im Papier untersucht werden.¹⁵² Die folgende Tabelle zeigt entsprechende Anzahlen für die ersten sechs Faltschnitte.

Faltschnitt	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Löcher	0	1	3	9	21	49
Anzahl der Faltlinien (1. Richtung) ¹⁵³	1	1	3	3	7	7
Anzahl der Faltlinien (2. Richtung)	0	1	1	3	3	7
Anzahl der Einschnitte	2	4	8	12	20	28
Anzahl der Ecken	14	20	32	44	68	80
Anzahl der Felder	2	4	8	16	32	64
Anzahl der Löcher* ¹⁵⁴	1	3	7	15	31	63
Anzahl der Löcher** ¹⁵⁵	2	4	8	16	32	64

Abbildung 6: Anzahlen einiger geometrischer Charakteristika

Mit dieser Tabelle können die vielfältigen arithmetischen Zusammenhänge zwischen den Anzahlen verschiedener Merkmale¹⁵⁶ und zwischen den Anzahlen hinsichtlich eines Merkmals und der Anzahl der Faltschnitte¹⁵⁷ allerdings nur angedeutet werden. So lassen sich beispielsweise zwischen der Zahl der Faltschnitte und der Anzahl der Löcher im Papier mindestens die folgenden beiden arithmetischen Zusammenhänge konstruieren, wobei der erste als dynamisch / rekursiv, der zweite als eher statisch bezeichnet werden könnte.

¹⁵¹ Vergleiche beispielsweise auch REHLICH (1995).

¹⁵² Sämtliche aufgeführte Möglichkeiten wurden in Unterrichtsversuchen beobachtet.

¹⁵³ Als erste Richtung sei die bezeichnet, in der die erste Faltlinie entsteht.

¹⁵⁴ Die in der Abbildung rot markierten Einschnitte am Blattrand werden als „halbe Löcher“ mit berücksichtigt.

¹⁵⁵ Zusätzlich zu Löcher* werden die abgeschnittenen Ecken des Papierbogens als „Viertellöcher“ mit berücksichtigt.

¹⁵⁶ Man beachte dazu die jeweiligen Spalten der Tabelle.

¹⁵⁷ Man beachte dazu die jeweiligen Zeilen der Tabelle.

- (1) Von Faltschnitt zu Faltschnitt erhöht sich die Anzahl der Löcher auf mehr als das Doppelte. Mit den folgenden Bezeichnungen gilt dann genauer:

Faltschnitt	n -ter	$(n+1)$ -ter	$(n+2)$ -ter
Anzahl der Löcher	a	$b = 2a + r$	$c = 2b + s$

Für den Zuwachs s gilt dabei von Faltschnitt zu Faltschnitt abwechselnd $s = r$ bzw. $s = 2r + 1$.¹⁵⁸

- (2) Die Anzahlen der Löcher im Papier lassen sich als Produkte zweier natürlicher Zahlen darstellen. Von Faltschnitt zu Faltschnitt wird dabei abwechselnd ein Faktor f durch den Faktor $(2f+1)$ ersetzt.

Faltschnitt	1	2	3	4	5	6	7
Anzahl der Löcher	0	1	3	9	21	49	105
Produktdarstellung	1·0	1·1	3·1	3·3	7·3	7·7	15·7

Bei der Suche nach möglichen Begründungen für die konstruierten Muster können unter Rückgriff auf den Entstehungsprozess und geometrische Merkmale der entstandenen „Papierdeckchen“ mindestens drei verschiedene Ansätze gefunden werden, wobei wiederum die ersten beiden als eher dynamisch / rekursiv, der dritte als eher statisch zu bezeichnen sind.¹⁵⁹

- (3) Die Löcher entstehen auf den Schnittpunkten der Faltlinien. Beim folgenden Faltschnitt entstehen neue Faltlinien (entweder nur horizontal oder nur vertikal) zwischen den bereits vorhandenen und den vorhandenen Linien und dem Blattrand. Dabei gilt es zu beachten, dass die Faltrichtung von Faltschnitt zu Faltschnitt wechselt.
- (4) Ein Faltblatt kann man sich entstanden denken durch Aneinanderlegen zweier Faltblätter des vorigen Faltschnitts. Aus den dabei aneinander stoßenden Einschnitten am Blattrand entstehen weitere Löcher. Dabei gilt es zu beachten, dass die Faltrichtung von Faltschnitt zu Faltschnitt wechselt.
- (5) Durch die Faltlinien wird der Papierbogen in Felder eingeteilt, Löcher entstehen dort, wo vier Felder aneinander stoßen. In jeder Richtung gibt es also genau ein Loch weniger als es Felder gibt. Damit lässt sich aus der Anzahl der Felder auf die Anzahl der Löcher im Papier schließen. Von Faltschnitt zu Faltschnitt verdoppelt sich die Anzahl der Felder (entweder nur horizontal oder nur vertikal), dabei gilt es wieder zu beachten, dass die Faltrichtung von Faltschnitt zu Faltschnitt wechselt.

Ansporn und Förderung der Schüler

Dass sämtliche Bearbeitungsansätze auch in vierten und fünften Klassen beobachtet werden konnten zeigt, welche Leistungen Schüler (auch unter üblichen Bedingungen des Schulunterrichts) *beispielsweise* bei der Bearbeitung des Faltproblems erbringen können.¹⁶⁰

Motivation

Unsere Erfahrungen zeigen auch, dass fast jeder interessierte Schüler während der Beschäftigung mit dem Problem zu eigenen Entdeckungen kommen, eigene Ideen und Hypothesen

¹⁵⁸ Ist n gerade, so gilt $s = 2r + 1$. Für $n = 1$ gilt $a = 0$ und $r = 1$.

¹⁵⁹ Vergleiche dazu auch die Ausführungen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems, Anhang A, Seite 233 ff.

¹⁶⁰ Eindrucksvoll sind diese Schülerleistungen insbesondere dann, wenn man aus im Rahmen dieses Projektes gesammelten Erfahrungen weiß, wie schwer sich zahlreiche Studierende mit dem Faltproblem tun. Aber auch für viele Lehrer waren Leistungen ihrer Schüler beeindruckend und überraschend (!).

entwickeln¹⁶¹ und so einen Beitrag zu dessen Lösung leisten kann.¹⁶² Es bestehen zahlreiche Möglichkeiten zu Zwischenerfolgen, von denen sich eine motivierende Wirkung erwarten lässt und die bei Schülern auch die Bereitschaft unterstützen könnten, sich über eine längere Zeit mit dem Faltproblem auseinander zu setzen.

Darüber hinaus ergibt sich die Notwendigkeit zu allgemeineren Überlegungen (Ansätze für Begründungen und Beweise) aus der Sache, nämlich den Grenzen der Durchführbarkeit von Faltschnitten heraus.

Kooperation

Diese Grenzen können allerdings durch Kooperation der Schüler verschoben werden. Nach dem Bearbeitungsansatz (4) kann ja durch Aneinanderlegen zweier Faltblätter nach dem n -ten Faltschnitt ein Faltblatt nach dem $(n+1)$ -ten Faltschnitt „simuliert“ werden. Dies wurde in einigen Unterrichtsversuchen von den Schülern genutzt, die so in Zusammenarbeit Ergebnisse bis zum neunten Faltschnitt bestimmen konnten.

Kommunikation

Auch zur Kommunikation zwischen Schülern kann es bei der Bearbeitung des Faltproblems zahlreiche Anlässe geben, wenn der Lehrer beispielsweise auf eine Vorabdefinition des Begriffes „Loch“ verzichtet.

Offenheit

Ziele bei der Bearbeitung des Faltproblems sind durchaus offen – die in der Einleitung vorgestellte Formulierung richtet sich ja zunächst ausschließlich an Lehrer bzw. Studierende (und den Leser).

Vernetzungen

Das Faltproblem bietet auch zahlreiche Anknüpfungspunkte an verschiedene mathematische Themenbereiche, beispielsweise Symmetrie, Potenzen, Zahlenfolgen, Termumformungen, Rekursion, vollständige Induktion. Auch zu anderen bekannten Problemen lassen sich Vernetzungen herstellen, so gibt es beispielsweise sowohl hinsichtlich des Zahlenmaterials als auch hinsichtlich möglicher Argumentationen Bezüge zum bekannten „Turm von Hanoi“.¹⁶³

Ausweitungen

Darüber hinaus sind vielfältige Variationen der Falt- und Schneidealgorithmen und damit zusammenhängend auch der Merkmale des bearbeiteten Materials denkbar – beispielsweise könnten quadratische oder dreieckige Papierbögen verwendet werden –, so dass sich mit dem vorgestellten Faltproblem ein ganzes Problemfeld erschließt.

¹⁶¹ Es gibt beispielsweise zahlreiche lokale Muster zu „entdecken“, die beispielsweise „nur“ für erste Faltschnitte gültig sind.

¹⁶² Insbesondere ist das Faltproblem keine „Alles oder nichts“ – Aufgabe, denen man gelegentlich u.a. in Mathematikwettbewerben begegnet.

¹⁶³ Bei der üblichen Konstellation des „Turms von Hanoi“ benötigt man zum Umsetzen eines Turmes aus n Scheiben mindestens $2^n - 1$ Züge; wird das Faltblatt insgesamt n -fach in einer Richtung gefaltet, so entstehen $2^n - 1$ Löcher je Zeile in dieser Richtung; vergleiche auch Anhang A, Seite 234.

Begründen lässt sich das Ergebnis für den „Turm von Hanoi“ beispielsweise so: Hat man einen Turm aus $k+1$ Scheiben zu versetzen, so muss ein Turm aus k Scheiben zweimal versetzt werden, nämlich vom Start- auf das Mittelfeld und später von diesem auf das Zielfeld. Zwischendurch muss die größte Scheibe vom Start- auf das Zielfeld umgelegt werden.

Für die Löcher im Faltblatt lässt sich wie folgt argumentieren: Man denke sich ein $k+1$ -fach in eine Richtung gefaltetes Blatt, bei dem die Ecken abgeschnitten wurden. Klappt man es zunächst k -mal in der entsprechenden Richtung auf, so habe man m Löcher im Papier. Bei nochmaligem Aufklappen in diese Richtung kommen noch einmal m Löcher hinzu und aus dem Einschnitt an der Faltkante wird ebenfalls ein Loch; vergleiche auch Anhang A, Seite 235.

Dies sind allerdings (lediglich) Potenziale des Faltproblems, die im Mathematikunterricht mehr oder weniger gut ausgeschöpft werden können – in diesem Zusammenhang vergleiche der Leser beispielsweise noch einmal kritisch die in der Einleitung skizzierten Unterrichtsversuche.¹⁶⁴ Selbstverständlich haben neben der inhaltlichen auch die methodische Gestaltung des Unterrichts und die Unterrichtskultur großen Einfluss auf das Ausmaß von Problemorientierung.

So lässt sich eine an obigen Leitideen orientierte Gestaltung des Unterrichts unter anderem kennzeichnen durch ein Initiieren und Aufrechterhalten möglichst eigenständiger Problembearbeitungsprozesse von Schülern, beispielsweise

- durch Anregen der Schüler zu eigenen Vermutungen und zur Suche nach Begründungen – beim Faltproblem könnten beispielsweise vor dem jeweiligen Faltschnitt Hypothesen und mögliche Begründungen der Schüler erfragt und zur Diskussion gestellt werden,
- durch konstruktives Aufgreifen von Schülerkonzepten, auch wenn sie nach Ansicht des Lehrers ungewöhnlich sind oder zu Umwegen führen – beim Faltproblem könnte beispielsweise mit den (teilweise überraschenden) intuitiven Vorstellungen der Schüler von einem „Loch“ gearbeitet werden,
- durch (behutsames) Anregen heuristischer Arbeitsweisen – beim Faltproblem könnte beispielsweise (falls notwendig) das Anfertigen von Skizzen oder Tabellen vom Lehrer vorgeschlagen werden.

Charakterisiert man nach WITTMANN¹⁶⁵ die Form des Unterrichts durch die gewählte Sozialform und den Grad der Schülerinitiative, so wird damit zusammenhängend eine problemorientierte Gestaltung des Unterrichts eher durch häufigen Teilgruppenunterricht erreicht, bei dem die Initiative wesentlich bei den Schülern liegt. Auch dazu bietet das Faltproblem entsprechende Möglichkeiten.¹⁶⁶

2.2.2 Gründe für einen problemorientierten Mathematikunterricht

Ohne Anspruch auf Vollständigkeit sollen im Folgenden einige aus unserer Sicht wesentliche Gründe für eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts zusammengetragen werden, die teilweise verschiedene Aspekte von Problemorientierung als didaktischer Grundorientierung des Mathematikunterrichts weiter verdeutlichen.

Bild von Mathematik

Hinsichtlich der Auffassungen zur Natur von Mathematik bzw. von mathematischem Wissen (bei Fachwissenschaftlern) macht NICKSON zwei Strömungen aus.¹⁶⁷ Zum einen gibt es eine historisch überkommene „formalistische“ Tradition,¹⁶⁸ nach der die Grundlagen des mathematischen Wissens außerhalb jeder menschlichen Tätigkeit in einem „formalist heaven“¹⁶⁹ liegen. Mathematisches Wissen wartet „dort draußen“, um entdeckt zu werden. Damit ist Mathematik Quelle unveränderlicher Wahrheit und nichthinterfragbarer Gewissheit. Diese Auffassung ignoriert weitgehend aus unserer Sicht wesentliche Aspekte von dem, was man allgemein unter Mathematik und mathematischem Tätigsein versteht (beispielsweise Problemlö-

¹⁶⁴ Vergleiche Seite 6 ff.

¹⁶⁵ WITTMANN (1981).

¹⁶⁶ Für etwas ausführlichere Bemerkungen zur Unterrichtskultur vergleiche den entsprechenden Teilabschnitt auf Seite 39 ff.

¹⁶⁷ NICKSON (1992).

¹⁶⁸ THOMPSON (1992) spricht auch von der EUKLIDischen oder PLATONischen Auffassung von Mathematik.

¹⁶⁹ LAKATOS, I. (1976:2): Proofs and refutations. Cambridge, UK: Cambridge University Press; zitiert nach NICKSON (1992).

sen), auch historische Entwicklungen und Beziehungen zu anderen Wissenschaften, zu Technologie und Gesellschaft bleiben dabei unberücksichtigt.¹⁷⁰

Die zweite Strömung lässt sich vielleicht mit den Stichworten „Wachstum und Veränderung“ charakterisieren. Ein bekannter Vertreter dieser neueren Richtung ist LAKATOS, der vor dem Hintergrund der Erkenntnistheorie POPPERS (nicht nur mathematisches) Wissen als Produkt konkurrierender und „gegen die Realität“ getesteter Theorien ansieht, das so lange als richtig gilt, bis es falsifiziert werden kann. KUHN betont darüber hinaus den subjektiven und sozialen Aspekt bei der Auswahl möglicher Theorien und Erklärungsversuche.¹⁷¹ Mathematikdidaktiker und auch Mathematiker vertreten weltweit zunehmend ein derartiges Bild von Mathematik.¹⁷² Damit zusammenhängend wird sowohl in der Fachdidaktik als auch in der Fachwissenschaft der Prozesscharakter der Mathematik stärker betont. Dies bringt zumindest eine Relativierung des Bourbakismus und eine Hinwendung zu einer mehr informellen und inhaltlichen Sicht von Mathematik mit sich. Und schließlich war für einige Mathematiker wie PÓLYA¹⁷³ und HALMOS¹⁷⁴ Mathematik schon immer im Wesentlichen Problemlösen.¹⁷⁵

Davon ausgehend lässt sich unser Bild von (Schul-) Mathematik durch die folgenden Stichworte charakterisieren:¹⁷⁶

- Mathematischer Inhalt ist wichtiger als mathematischer Formalismus.¹⁷⁷
- Mathematische Denkprozesse sind mindestens ebenso wichtig wie mathematische Ergebnisse.
- Das Entwickeln mathematischer Ideen ist mindestens ebenso wichtig wie deren Überprüfung, Einordnung und systematische Darstellung.
- Mathematisches Wissen ist ein kreatives, prinzipiell unsicheres Konstrukt von Forschergemeinschaften.
- Mathematik ist ein offenes, vernetztes System, das sich in einem dynamischen Prozess ständig weiter entwickelt.
- Der ästhetische und spielerische Aspekt der Mathematik sind von großer Bedeutung.
- Gute Mathematik wird nicht vor allem durch einen Mangel an Fehlern sondern durch die Qualität von Ideen bestimmt.
- Zumindest für die Schulmathematik sollte die Forderung nach größerer mathematischer Strenge zum richtigen Zeitpunkt (auch in Abhängigkeit vom Entwicklungsstand der Schüler) erfolgen.
- Zumindest im Unterrichtsfach Mathematik hat die Logik eine ähnliche Stellung wie Rechtschreibung und Grammatik im Fach Deutsch. Mathematisches Tätigsein erfordert allgemein erheblich mehr als die Beachtung logischer Regeln.

¹⁷⁰ Vergleiche auch DAVIS, P. J.; HERSH, R. (1983): The mathematical experience. Harmondsworth u.a.: Penguin.

¹⁷¹ KUHN, T. (1970): The structure of scientific revolutions. 2. Auflage, Chicago: The University of Chicago Press.

¹⁷² NICKSON (1992:103).

¹⁷³ PÓLYA (1980).

¹⁷⁴ HALMOS, P. R. (1980): The heart of mathematics. The American Mathematical Monthly, 87, Heft 7, S. 519 – 527.

¹⁷⁵ ZIMMERMANN (1991a).

¹⁷⁶ Vergleiche ZIMMERMANN (1991a).

¹⁷⁷ „Symbols are used as aids to thinking just as musical scores are used as aids to music. The music comes first, the score comes later. Moreover, the score can never be a full embodiment of the musical thoughts of the composer. Just so, we know that a set of axioms and definitions is an attempt to describe the main properties of a mathematical idea. But there may always remain an aspect of the idea which we use implicitly, which we have not formalized because we have not yet seen the counterexample that would make us aware of the possibility of doubting it.“ HERSH, R. (1986:18 f.): Some proposals for revising the philosophy of mathematics. In: TYMOCZKO, T. (Hrsg.): New directions in the philosophy of mathematics. Boston: Birkhauser, S. 9 – 28; zitiert nach THOMPSON (1992:128).

Für dieses Bild von Mathematik sehen wir auch

Innermathematische Gründe

Der GÖDELSche Unvollständigkeitssatz besagt, dass es in keinem hinreichend reichhaltigen System möglich ist, jede in diesem System formulierbare Aussage zu beweisen.¹⁷⁸ Damit ist Beweisbarkeit ein schwächerer Begriff als Wahrheit in dem Sinne, dass es wahre Aussagen gibt, die sich nicht beweisen lassen. Mit diesem Satz wurde mit Mitteln der formalen Logik deren begrenzte Reichweite nachgewiesen; mit keinem noch so umfangreichen formalen System kann Mathematik also vollständig ausgeschöpft werden. Dieses Ergebnis spricht natürlich auch für eine stärkere Betonung heuristischer Verfahren und „inhaltlicher“ Mathematik im Unterricht.

Außerdem zeigt ein Blick in die Geschichte, dass häufig Fortschritte in der Mathematik gerade auch in der Auseinandersetzung mit herausfordernden Problemen erreicht wurden, man denke beispielsweise an die drei klassischen Probleme des Altertums (Winkeldreiteilung, Würfelverdopplung, Kreisquadratur)¹⁷⁹ oder den Großen Satz von FERMAT.¹⁸⁰ Systematisierung und Strenge standen dabei oftmals erst am Ende dynamischer Entwicklungsprozesse, die mitunter iterative Schleifen und auch Irrwege umfassten und sich teilweise über mehrere Jahrhunderte erstreckten.

Gesellschaftliche Gründe

Insbesondere moderne Industriegesellschaften sehen sich zunehmend komplexen Problemen (beispielsweise in Ökologie und Ökonomie) gegenüber, die durch Vernetzungen verschiedenster Lebensbereiche, Offenheit und Unsicherheit gekennzeichnet sind. Nicht nur für WERNING und KRIWET werden damit der

„Umgang mit Unsicherheit, der Mut und die Fähigkeit zur Erfindung von Problemlösungen, von Antworten auf Problemstellungen und zur Reflexion der möglichen – geplanten und nicht geplanten – Auswirkungen von Problemlösungen in komplexen Beziehungsgeflechten sowie deren Bewertung ... zu bedeutsamen Schlüsselqualifikationen. ... Die Schule des 21. Jahrhunderts kann es sich nicht erlauben, die beschriebenen Herausforderungen der Zukunft zu ignorieren und entsprechende Lernkompetenzen von Kindern und Jugendlichen zu vernachlässigen.“¹⁸¹

Ein weiteres Argument für eine stärkere Problemorientierung des Unterrichts kann beispielsweise in der immer geringer werdenden Halbwertszeit brauchbaren Wissens in fast allen Berufsfeldern und der damit notwendigen Fähigkeit und Motivation zu eigenständigem, lebenslangem Lernen gesehen werden.¹⁸²

Pädagogische Gründe

Forderungen nach „entdeckendem Lernen“ haben in der Pädagogik schon eine lange Tradition, diesbezügliche Überlegungen lassen sich beispielsweise in Schriften von DEWEY,¹⁸³

¹⁷⁸ GÖDEL, K. (1931): Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. Monatshefte für Mathematik und Physik, 38, S. 173 – 198.

Für eine leicht verständliche Darstellung des Unvollständigkeitssatzes vergleiche beispielsweise HOFSTADTER (1996).

¹⁷⁹ Z. B. SCRIBA; SCHREIBER (2000).

¹⁸⁰ Zur Geschichte von Beweisversuchen und des Beweises durch WILES vergleiche auch SINGH (2000).

¹⁸¹ WERNING; KRIWET (1999:7 f.). An dieser Stelle deuten sich allerdings nicht nur Erwartungen der Gesellschaft an die Schule an, sondern auch berechnete Ansprüche von Schülern und deren Eltern an den Unterricht, die von HEYMANN in dem im Folgenden skizzierten Konzept eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts aufgegriffen werden.

¹⁸² Z. B. GRÄSEL (1997).

¹⁸³ DEWEY, J. (1991): How we think. Buffalo, New York: Prometheus Books.

DIESTERWEG¹⁸⁴ oder COMENIUS¹⁸⁵ finden,¹⁸⁶ und sind dennoch immer noch aktuell.¹⁸⁷ Beispielsweise hat HEYMANN in seiner Arbeit zu „Allgemeinbildung und Mathematikunterricht“ unter Bezug auf traditionelle bildungstheoretische Ansätze¹⁸⁸ und auf die jüngere Diskussion zu Bildung und Allgemeinbildung (im deutschsprachigen Raum) versucht, ein zeitgemäßes Konzept von Allgemeinbildung auszuarbeiten.¹⁸⁹ Dies erfolgt durch die Beschreibung und Begründung sieben zentraler Aufgaben der allgemeinbildenden Schulen, die sich stichwortartig wie folgt zusammenfassen lassen: Lebensvorbereitung, Stiftung kultureller Kohärenz, Weltorientierung, Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch, Entfaltung von Verantwortungsbereitschaft, Einübung in Verständigung und Kooperation, Stärkung des Schüler-Ichs. Insbesondere hat HEYMANN untersucht, inwieweit der herkömmliche Mathematikunterricht allgemeinbildend im explizierten Sinne ist und wie Mathematikunterricht gestaltet werden könnte, damit er dem Anspruch der Allgemeinbildung besser gerecht wird.¹⁹⁰ Dabei ging es ihm nicht nur um die Erarbeitung eines möglicherweise geeigneten Curriculums, auch wenn wohl nur diesbezügliche Teilergebnisse in einer breiteren Öffentlichkeit leider oftmals verkürzt diskutiert wurden.¹⁹¹ Inwieweit der Anspruch der Allgemeinbildung durch den Mathematikunterricht eingelöst werden kann, ist nach HEYMANN nur zum Teil eine Frage der Unterrichtsinhalte: „Entscheidend ist letztlich, wie Lehrer und Schüler im Unterricht mit den mathematischen Inhalten und miteinander umgehen. Anders gesagt: Allgemeinbildung im Mathematikunterricht ist eine Frage der *Unterrichtskultur*.“¹⁹² HEYMANN entwickelt ein Konzept einer mathematisch-allgemeinbildenden Unterrichtskultur, die für eine

„Öffnung des Mathematikunterrichts [steht]: für weniger Normierung in den zugelassenen Handlungen und Sprechweisen, für ein Heraustreten aus allzu engen Vorstellungen von Mathematik, für ein bewußtes Zulassen von mehr Subjektivität bei Lernenden und Lehrenden, für eine größere Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge zur Mathematik, für mehr Freiräume zum eigenen Erkunden, für einen konstruktiveren Umgang mit Fehlern, für ein intensiveres Einlassen auf das, was andere denken und wie sie denken, für mehr Sensibilität gegenüber individuellen Denkakten und den damit verbundenen Gefühlen einzelner Schüler [...].“¹⁹³

HEYMANN versucht außerdem wichtige und charakteristische Indikatoren für die angestrebte mathematisch-allgemeinbildende Unterrichtskultur (ohne Anspruch auf Vollständigkeit) zusammenzutragen.

¹⁸⁴ SCHERER, H. A. (Hrsg., 1890): DIESTERWEGs Pädagogik. In systematischer Anordnung und zur Einführung in das Studium der wissenschaftlichen Pädagogik. Gießen: Emil Roth.

¹⁸⁵ COMENIUS, J. A. (1891): Große Unterrichtslehre. 3. Auflage, übersetzt, mit Anmerkungen und einer Lebensbeschreibung des COMENIUS, von Professor Dr. E. Th. LION. Langensalza: Beyer & Söhne.

¹⁸⁶ ZIMMERMANN (1997).

¹⁸⁷ z. B. auch NEBER (1981).

¹⁸⁸ z. B. KLAFKI (1991).

¹⁸⁹ HEYMANN (1996).

¹⁹⁰ HEYMANN (1996:277 f.).

¹⁹¹ Man denke nur an Schlagzeilen wie „Sieben Jahre Mathe sind genug!“

¹⁹² HEYMANN (1996:262).

¹⁹³ HEYMANN (1996:263).

Merkmale einer „allgemeinbildenden Unterrichtskultur“ des Mathematikunterrichts	Lv	kK	Wo	kV	Vb	VK	SI	Mb	Merkmale einer „herkömmlichen Unterrichtskultur“ des Mathematikunterrichts
Schüler kommunizieren direkt miteinander.	□				□	■			Schüler kommunizieren vorwiegend mit dem Lehrer bzw. über den Lehrer miteinander
Schüler stellen „echte“ Fragen an Lehrer und Mitschüler, geben Mitschülern „echte“ Antworten (d.h. nicht nur auf den Lehrer schielend), erörtern untereinander Argumente	□			■	□	■	■		Das vorherrschende Interaktionsmuster läßt sich als Dreischritt „Lehrerimpuls – Schülerantwort(en) – Lehrerkommentar“ beschreiben
Das Verstehen mathematischer Sachverhalte wird ihrer technischen Beherrschung übergeordnet; es zeigt sich für den Lehrer nicht zuletzt daran, wie weit Schüler über das reflektieren können, was sie mathematisch tun				■			□	■	Das Beherrschen eines mathematischen Gebiets wird durch den Lehrer über das Einfordern korrekter Lösungen zu vorgegebenen Aufgaben kontrolliert
Formalisierung ist niemals Selbstzweck, sondern in manchen Phasen des Unterrichts eine willkommene Hilfe, um Gedachtes und Verstandenes verfügbar zu halten und damit operieren zu können				■				■	Auf eine wissenschaftsnah, abstrakte Sprechweise und einen hohen Grad der Formalisierung wird viel Wert gelegt
Fehler werden zum Anlass genommen, über Gründe für diesen Fehler nachzudenken	□			■	□		□	■	Fehler werden sofort korrigiert
Es gibt verschiedene Stufen der Annäherung an Erkenntnis, Hypothesen, Teillösungen usw.	■		□	■			□	■	Es gibt nur richtige und falsche Antworten
Fehler werden als notwendige Begleiterscheinungen von Lernprozessen akzeptiert	■			■			■	□	Fehler werden als Indikatoren für Mißerfolg gedeutet
Es gibt Raum für Umwege, ungewöhnliche Ideen, Offenheit für unterschiedliche Verläufe des Unterrichts				■		□	■	□	Schülergedanken, die aus Sicht des Lehrers vom offiziellen Thema wegführen, werden nicht weitergeführt
Individuell unterschiedliche Lösungswege werden nicht nur akzeptiert, sondern als besondere Zugangsweisen begrüßt				□	□		■	■	Es gibt immer nur einen zugelassenen Lösungsweg
Mathematiklernen wird häufig als ein Erkundungsprozeß erfahren, der allein oder gemeinsam mit anderen in intensivem Austausch von Ideen und Argumenten vollzogen werden kann			□			■	■	■	Mathematiklernen wird von den Schülern als das Nachvollziehen vom Lehrer vorgegebener Wege erlebt
Schüler und Lehrer scheuen sich nicht, auch unfertige Gedanken in eigenen Worten wiederzugeben und anderen mitzuteilen	□			■		■	□	□	Im wesentlichen werden nur die Ergebnisse des Denkens mitgeteilt und für die anderen Unterrichtsteilnehmer „veröffentlicht“
Es gibt offene Aufgaben und Probleme, denen man sich auf sehr unterschiedliche Weise nähern kann, mit mehr als einer „vernünftigen“ Lösung	□		■	■				■	Die im Unterricht gestellten mathematischen Aufgaben und Probleme sind eindeutig und nur auf eine Weise lösbar
Schüler erproben auf spielerische Weise in mathematikhaltigen Situationen ihre Phantasie und Kreativität				■			■	■	Die Beschäftigung mit Mathematik wird überwiegend als anstrengend, kochentrocken, ernst, phantasietötend erlebt

Die Markierungsquadrate in obiger Tabelle zeigen die Relevanz der Merkmalsdimension (Zeile) für die entsprechenden Allgemeinbildungsaufgaben (Spalten 2 – 8) und das Mathematikbild, das Kinder und Jugendliche während ihrer Schulzeit aufbauen (Spalte 9). Dabei sind die Merkmale der linken Spalte positiv, die Merkmale der rechten Spalte negativ zu bewerten. So kommt beispielsweise die Verwendung „offener“ Aufgaben und Probleme mit mehreren Bearbeitungs- und Lösungsmöglichkeiten (Dimension 12) unter anderem sowohl der Weltorientierung (Wo) als auch der Denkerziehung (kV) zugute und kann auch für die Lebensvorbereitung (Lv) bedeutsam sein, während der Einsatz eindeutig und nur auf eine Weise lösbarer Aufgaben beiden Zielen im Wege steht und sich zudem negativ auf die Lebensvorbereitung der Schüler auswirken kann.¹⁹⁴

Die in der linken Spalte zusammengetragenen Merkmale sind Charakteristika für die angestrebte Unterrichtskultur, ihre Summe ist allerdings nicht mit dieser gleichzusetzen. Umgekehrt sind für HEYMANN die aufgeführten Merkmale jedoch für die angestrebte allgemeinbildende Unterrichtskultur notwendig:

„Ein Unterricht, in dem ein vernünftiger Umgang miteinander und mit den zu verhandelnden »Sachen« kultiviert wird, ein Unterricht, in dem die Lehrenden sensibel sind für mathematische Lernprozesse von Kindern und Jugendlichen, für das Bedürfnis, zu verstehen und im unterrichtlichen Tun Sinn zu sehen, ein solcher Unterricht müsste in der Tendenz eher die links aufgeführten Merkmale erkennen lassen als die aus der rechten Spalte.“¹⁹⁵

Zu einer Annäherung an die beschriebene allgemeinbildende Kultur des Mathematikunterrichts gibt es nach HEYMANN vielfältige Wege, sie bildet „lediglich“ einen *pädagogischen Orientierungsrahmen*.¹⁹⁶ Es zeigt sich jedoch eine sehr weitgehende Korrespondenz der links aufgeführten Merkmale des Unterrichts mit den in Abschnitt 2.2.1¹⁹⁷ dargestellten möglichen Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts und dem diesen zugrunde liegenden Bild von Mathematik, so dass man Problemorientierung als einen wesentlichen Bestandteil des HEYMANNSchen Allgemeinbildungskonzeptes ansehen kann.¹⁹⁸

Nach ZIMMERMANN¹⁹⁹ könnte eine stärkere Problemorientierung auch geeignet sein, mögliche Vereinseitigungen des Mathematikunterrichts zu vermeiden, von denen sich einige durch die folgenden Stichworte etwas pointiert andeuten lassen:

- Stoffüberfrachtung oder Wissenschaftsorientierung ohne hinreichende Berücksichtigung der Schülersituation,
- Versuch, die Schüler primär durch Absenkung des fachlichen Niveaus zu motivieren,
- Dominanz des Egalitätsgedankens ohne hinreichende Berücksichtigung interindividueller Unterschiede,
- Übertonung des Leistungsprinzips und Förderung des „Einzelkämpfertums“.

Lerntheorien

BAUERSFELD sieht drei kompatible Schlüsselideen als zentral für das Lehren und Lernen nicht nur von Mathematik an:

¹⁹⁴ Die aufgeführten Merkmale wird man im realen Unterricht sicherlich nur selten in „Reinkultur“ vorfinden.

¹⁹⁵ HEYMANN (1996:268).

¹⁹⁶ HEYMANN (1996:274).

¹⁹⁷ Vergleiche Seite 32 ff.

¹⁹⁸ Man vergleiche beispielsweise auch die von WINTER (1991:4) herausgearbeitete, sicher etwas pointierte Gegenüberstellung von „Lernen durch Entdeckenlassen“ und „Lernen durch Belehren“.

¹⁹⁹ ZIMMERMANN (1991d).

Das konstruktivistische Prinzip der rein subjektiven Natur aller Wahrnehmungen, Deutungen und darauf beruhender Konstruktionen: Damit gemeint ist die prinzipielle Unüberschreitbarkeit aller Wahrnehmungen und darauf aufbauender Sinnkonstruktionen. Das von uns *aktiv* konstruierte Wissen von der Welt kann lediglich über erfahrene Widerständigkeiten angepasst und auf Viabilität geprüft werden.²⁰⁰

Die interaktionistische Sichtweise der Wissenskstitution im sozialen Prozess: Danach sind Lernprozesse keine rein individuellen Prozesse; jedes Wissen, jede Bedeutung wird sozial ausgehandelt, indem die individuellen Konstruktionen mit denen der Lehrenden und gegebenenfalls der Mitlernenden mehr oder weniger in Übereinstimmung gebracht werden. Ergebnis ist dann intersubjektiv geteiltes Wissen, das immer auch vom jeweiligen gesellschaftlich-kulturellen Hintergrund beeinflusst ist.²⁰¹

Die konnektionistische Interpretation des menschlichen Gehirns als ein riesiges Netzwerk aus (teilweise spezialisierten) Knoten und Verbindungen zwischen ihnen: Dieses Netzwerk entwickelt sich und differenziert sich ständig weiter aus durch Aktivierung und Adaption an aktuelle Erfahrungen. Wissen liegt in diesem Modell nicht ausschließlich in isolierbaren Repräsentationen vor, sondern ist eine Funktion des gesamten Netzwerkes. Damit hängt die Violdimensionalität oder „Totalität“²⁰² von Wissen und Lernen zusammen, die einerseits Grundlage der menschlichen Kreativität, andererseits aber auch verantwortlich für die Bereichsspezifität aller Erfahrungen ist.²⁰³

Geht man von diesen gut begründeten Konstituenten von Lehr-Lern-Prozessen aus, so muss sich ein zugehöriger Unterricht grundsätzlich von einem solchen unterscheiden, der auf traditionelle Vorstellungen von Instruktion und Lernen zurückgreift.²⁰⁴ Sicherlich lassen sich verschiedene Instruktionsansätze denken, die die genannten Schlüsselkonzepte berücksichtigen. Beispielsweise bei GRÄSEL oder KOHLER findet man einige Ausführungen zu den prominentesten Ansätzen: „Anchored Instruction“,²⁰⁵ „Cognitive-Apprenticeship“²⁰⁶ und „Cognitive Flexibility“-Ansatz.²⁰⁷ Zentral für diese Ansätze allgemein und für zahlreiche bislang vor-

²⁰⁰ „There is no discovery in the classical sense, there is subjective construction of meaning only, since «what is observed are not things, properties, or relations of a world that exists as such, but rather the results of distinctions made by the observer himself» ...”. (BAUERSFELD 1994:140) mit einem Zitat von GLASERSFELD, E. v. (1991:60 f.): Distinguishing the observer: An attempt at interpreting Maturana. Methodologia, 5, Heft 8, S. 57 – 68.

Die darüber hinausgehende Frage nach der *Wahrheit* individueller oder intersubjektiv geteilter Konstruktionen kann nicht nur nicht beantwortet werden (wie in anderen klassischen philosophischen Strömungen auch), sondern erscheint (zumindest in radikalen Fassungen des Konstruktivismus) ganz und gar sinnlos. Vergleiche auch GLASERSFELD (1998), Maturana; Varela (1987), Watzlawick (1981, 1997).

²⁰¹ Vergleiche beispielsweise BAUERSFELD (1993b), GRÄSEL (1997).

²⁰² BAUERSFELD (1993b).

²⁰³ BAUERSFELD (1993a, 1993b), GRÄSEL (1997). Man denke beispielsweise an das BAUERSFELDSche Konzept der Subjektiven Erfahrungsbereiche oder Überlegungen zur „situierten Kognition“.

Vergleiche auch

BEREITER, C. (1991): Implications of connectionism for thinking about rules. Educational researcher, 20, Heft 3, S. 10 – 16.

²⁰⁴ Man denke im Extremfall beispielsweise an den „Nürnberger Trichter“ oder Programmierten Unterricht.

²⁰⁵ „Der Name «Anchored Instruction» drückt bereits das zentrale Merkmal dieses Ansatzes aus: Ausgangspunkt für das Lernen ist eine komplexe Problemsituation, die als «Anker» bezeichnet wird ...“ GRÄSEL (1997:35).

²⁰⁶ „«Cognitive Apprenticeship», also «kognitive Handwerkslehre», versucht, die traditionelle Ausbildung im Handwerk auf den Erwerb kognitiver Fertigkeiten und Fähigkeiten zu übertragen [...]. [Analog zur Handwerkslehre] sollen den lernenden in der «kognitiven Lehre» durch die Bearbeitung authentischer Probleme in Interaktion mit einem Experten und anderen Lernenden anwendbares Wissen und flexibel anwendbare Strategien vermittelt werden. Auch in die Expertenkultur sollen sie durch Interaktion mit dem Experten eingeführt werden ...“ GRÄSEL (1997:40 f.).

²⁰⁷ Dieser Ansatz befasst sich mit der Frage, „wie kognitive Flexibilität in Lernprozessen absichtsvoll gefördert werden kann. ... Die Antwort auf diese Frage führt zur Technik des «Landscape criss-crossing» ... Durch das Durchkreuzen konzeptueller Landschaften oder Landkarten sollen stark miteinander verbundene Wissensstruktu-

liegende Realisierungsversuche ist ein authentisches Problem, von dem die weitere Bearbeitung jeweils ausgeht. Dies gilt auch für den Einsatz von Fallstudien und Planspielen in der Ausbildung, der unter anderem auch unter Rückgriff auf die skizzierten Schlüsselkonzepte begründet wird. Offenbar lassen sich diese Konzepte insbesondere auch in einem Mathematikunterricht kombinieren und integrieren, der durch die in Abschnitt 2.2.1²⁰⁹ dargestellten Leitideen gekennzeichnet ist.

Philosophische Gründe

Für POPPER geht jede wissenschaftliche Tätigkeit von Problemen aus.²¹⁰ Für ihn ist sogar die allgemeine Tätigkeit des Verstehens im Wesentlichen dieselbe wie die jedes Problemlösens²¹¹ und schließlich alles Leben Problemlösen.²¹² „Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten soll zumindest an deutschen Gymnasien vorbereitet werden. Hierfür und für jedes «eigentliche» Verstehen wäre also auch nach Popper «Problemlösen» eine wesentliche Leitlinie [...]“²¹³

Schülerleistungen

Schon länger wird in verschiedenen Ländern über eine abnehmende Beherrschung von Grundfertigkeiten und über mangelnde Fähigkeiten der Schüler zum Denken in Zusammenhängen geklagt.²¹⁴ Sowohl die Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) als auch die kürzlich in Teilen vorgestellte PISA-Studie (Programme for International Student Assessment) lieferten diesbezüglich gerade auch für Deutschland teilweise alarmierende Ergebnisse.²¹⁵ Sicherlich müssen manche Aspekte beider Studien kritisch diskutiert werden.²¹⁶ Dennoch können einige ihrer Ergebnisse auch als Argument für eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts dienen. So stützt insbesondere auch die TIMSS-Videostudie die These, dass der Unterricht in Deutschland sehr oft verfahrensorientiert ist, die Schüler bearbeiten in Unterrichtsphasen, in denen der Lehrer nicht (frontal) mit der gesamten Klasse arbeitet, „zum grössten Teil Übungsaufgaben zu zuvor eingeführten mathematischen

ren gebildet werden, die eine größere Flexibilität erlauben, wenn das Wissen in Problemlösesituationen wieder rekonstruiert wird.“ KOHLER (1998:50 ff.).

²⁰⁸ GRÄSEL (1997), KOHLER (1998). Vergleiche auch DANZER (1994), ELTING (1996), SPIRO; FELTOVICH; JACOBSON; COULSON (1991), SPIRO; JEHNG (1990). Dabei setzen diese Instruktionsansätze allerdings verschiedene Schwerpunkte, so greift der „Cognitive Flexibility“-Ansatz insbesondere konstruktivistische und konnektionistische Vorstellungen auf. Zahlreiche Lernumgebungen, die sich auf diese Ansätze beziehen, nutzen Multimedia- und Hypertextsysteme; unseres Erachtens scheint deren Einsatz für eine praktikable Umsetzung der Ansätze sogar teilweise notwendig.

²⁰⁹ Vergleiche Seite 32 ff.

²¹⁰ „Wissenschaft ... kann nicht mit Beobachtungen oder der «Sammlung von Daten» beginnen, wie manche Methodologen meinen. Bevor wir Daten sammeln können, muß unser Interesse an Daten einer bestimmten Art geweckt sein: Das Problem kommt stets zuerst.“; POPPER, K. R. (1969:95): Das Elend des Historizismus, 2. Aufl. Tübingen; zitiert nach HAYEK (1972:8); vergleiche auch POPPER (1994:15).

²¹¹ POPPER (1993:171).

²¹² „Alles Leben ist Problemlösen“: Titel eines Sammelbandes von Aufsätzen POPPERS. Schon 1949 schrieb der Mathematiker PÓLYA: „Solving problems is human nature itself. We may characterize man as the «problem-solving animal».“ PÓLYA (1980:1).

²¹³ ZIMMERMANN (1991a:41).

²¹⁴ ZIMMERMANN (1991a). Vergleiche zum Beispiel

HILL, S. (1980): National Assessment of Educational Progress. American Mathematical Monthly, 87, Heft 6, S. 427 – 428.

MNU; DMV; DPG; GDCH; VDB (1982): Rettet die mathematisch-naturwissenschaftliche Bildung! MNU, 35, Anlage.

STEEN, L.A. (1987): Smokestack Classrooms. In: FOCUS, The Newsletter of the Mathematical Association of America, 7, Heft 2, S. 1 – 4.

TIETZE, U.-P. (1986): Der Mathematiklehrer in der Sekundarstufe II. Bad Salzdetfurth: Franzbecker.

²¹⁵ Vergleiche beispielsweise BAUMERT et al. (1997), BAUMERT et al. (2001a).

²¹⁶ Vergleiche auch obige Bemerkungen zum Problembegriff.

Prozeduren“.²¹⁷ Beispielsweise in Japan ist der „offizielle“ Mathematikunterricht²¹⁸ zumindest in der Primarstufe und Sekundarstufe I dagegen in weit höherem Maße durch das Bearbeiten offener Problemstellungen (open-ended problem solving²¹⁹) gekennzeichnet. Vergleicht man die erzielten Ergebnisse in den TIMSS-Leistungstests, so wirkt sich diese stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts in Japan zumindest nicht nachteilig auf die (hauptsächlich erfasste) Beherrschung von Routinen und Grundfertigkeiten aus.²²⁰ Denn während Japan einen der Spitzenplätze erreichen konnte, lagen die

„Mathematikleistungen deutscher Schüler und Schülerinnen ... im internationalen Vergleich nur im Mittelfeld, obwohl die deutsche TIMSS-II-Stichprobe (im Vergleich zu den anderen Ländern mit ähnlichem Leistungsbild) nicht nur etwas älter war, sondern auch keine Sonderschüler enthielt. Schwächen zeigten sich insbesondere bei Aufgaben, die eine sinnvolle Anwendung und Übertragung des Gelernten auf neue Problemstellungen verlangen und komplexe Verknüpfungen elementarer Operationen erfordern ...“²²¹

Insbesondere infolge von TIMSS und PISA wird auch in Deutschland nicht nur von zahlreichen Mathematikdidaktikern immer eindringlicher eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts gefordert. So empfahl beispielsweise die Expertengruppe der Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung 1997 in ihrem Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ unter anderem

- eine Weiterentwicklung kultureller Unterrichtsskripte, um die Prägung des Mathematikunterrichts in Deutschland durch eine „Engführung der Erarbeitung des neuen Stoffs im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch auf eine einzige Lösung und Routine hin“ aufzuheben,²²²

²¹⁷ REUSSER et al. (1998:429).

²¹⁸ Ein Großteil der japanischen Schüler besucht private Ergänzungs-, sogenannte „Juku“-Schulen, in denen in der Regel ein ausgeprägter „Paukunterricht“ stattfindet.

²¹⁹ z. B. BECKER; SHIMADA (1997), NOHDA (1991).

²²⁰ z. B. ZIMMERMANN (2000).

²²¹ HELMKE; SCHRADER (2001:594). Vergleiche auch Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V.: TIMSS im Überblick; <http://www.mpib-berlin.mpg.de/TIMSSII-Germany/index.htm> (April 2002).

²²² Die Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK 1997:74 f.) macht auch auf der Grundlage der TIMSS Videotape Classroom Study – im Rahmen dieser Studie wurden 231 Mathematikstunden aufgezeichnet und ausgewertet (REUSSER et al. 1998:428) – eine konstante Grundform des Mathematikunterrichts in der deutschen Mittelstufe aus, der eigentlichen kulturellen Skripten zu folgen scheint, und die wie folgt beschrieben wird (typische Mathematikstunde in Deutschland):

- „(1) Die Stunde beginnt mit der Durchsicht und Besprechung der Hausarbeiten.
- (2) Es folgt eine kurze Wiederholungsphase bei zügigem Interaktionsstempo.
- (3) Variante 1: Der neue mathematische Stoff wird im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch, das auf eine einzige Lösung hinführt, relativ schrittweise erarbeitet und vom Lehrer an der Tafel dokumentiert.
Variante 2: Wenn das Thema schon in der vorangegangenen Stunde vorbereitet wurde, kann ein Schüler – unterstützt von der Klasse und dem Lehrer – eine Aufgabe an der Tafel entwickeln.
- (4) Anschließend werden in Stillarbeit ähnliche Aufgaben zur Einübung des Verfahrens gelöst.
- (5) Die Stunde schließt mit der Vergabe und Erläuterung der Hausaufgaben.“

- eine Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht für eine größere methodische Variabilität durch Entwicklung und Erprobung von Aufgabentypen, „die mehrere Vorgehensweisen und unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten zulassen oder geradezu anbieten“.²²³

2.2.3 Mögliche Gründe für die geringe Verbreitung eines problemorientierten Mathematikunterrichts

Verschiedene nationale und internationale Untersuchungen weisen eine sehr geringe Verbreitung eines problemorientierten Mathematikunterrichts insbesondere auch in Deutschland nach. BAUMERT et al. resümieren in diesem Zusammenhang ausgehend von TIMSS: „Mathematikunterricht in Deutschland [...] ist eher ein Wissenserwerbsunterricht, der auf die Beherrschung von Verfahren zielt“ und in dessen Schülerarbeitsphasen „nahezu ausschließlich Routineprozeduren“ geübt werden.²²⁴

Im Folgenden sollen einige wichtige Ursachen für diese geringe Verbreitung eines problemorientierten Mathematikunterrichts zusammengetragen werden, die im Gegensatz zu allen, vielfach vorgetragenen und gut begründbaren Forderungen steht.

- Von Lehrern werden immer wieder die durch administrative Vorgaben bedingte Stofffülle und der daraus resultierende Zeitdruck genannt.²²⁵
Allerdings bieten unseres Erachtens aktuelle Lehrpläne zahlreiche Interpretationsspielräume²²⁶ und sehen zum Teil explizit zeitliche Reserverate auch für einen problemorientierten Mathematikunterricht vor.²²⁷ So heißt es beispielsweise im aktuellen Thüringer Lehrplan für Mathematik an Gymnasien:

„Der inhaltlichen Planung des Mathematikunterrichtes liegen 28 Unterrichtswochen zugrunde. Die weiteren Unterrichtsstunden stehen als pädagogischer Freiraum zur Verfügung. Dieser gibt dem Lehrer die Möglichkeit, neue methodische Wege zu erproben und zeitgemäße Entwicklungen der Fachdidaktik (z. B. fächerübergreifende Themen, Unterrichtsprojekte, Computereinsatz) einzubeziehen. Der pädagogische Freiraum wird auch bereitgestellt, um dem Lehrer die Möglichkeit eines problemorientierten und entdeckenden Unterrichts zu geben.“²²⁸

Darüber hinaus wird im Thüringer Lehrplan sogar gefordert, dass herausfordernde Problemstellungen im Mittelpunkt von Lernprozessen stehen sollten.²²⁹

- Auch Schülervorstellungen vom Mathematikunterricht, die unter anderem auf den bislang erfahrenen, eben in der Regel kaum problemorientierten Unterricht zurückgehen, können einer stärkeren Problemorientierung des Mathematikunterrichts teilweise entgegenstehen. So erwarten Schüler beispielsweise häufig klare Zielvorgaben, Arbeitsanweisungen und Rezepte zur Bewältigung von Standardanforderungen.²³⁰ Auch Eltern stellen mitunter aufgrund persönlicher Erfahrungen aus ihrem Mathematikunterricht ähnliche Anforderungen an die Lehrer.

²²³ BLK (1997:89).

²²⁴ BAUMERT et al. (1997:215).

²²⁵ Vergleiche zum Beispiel den 1987 herausgegebenen Bericht des Niedersächsischen Kultusministeriums zur „Bestandsaufnahme und Schulberatung in den Klassen 7 – 10 des Gymnasiums“.

²²⁶ Vergleiche auch GRELL; GRELL (1996).

²²⁷ ZECH (1998).

²²⁸ Thüringer Kultusministerium (1999:10).

²²⁹ Thüringer Kultusministerium (1999:11).

²³⁰ Vergleiche ZIMMERMANN (1991d) und den dort zitierten 1987 herausgegebenen Bericht des Niedersächsischen Kultusministeriums zur „Bestandsaufnahme und Schulberatung in den Klassen 7 – 10 des Gymnasiums“.

- Prüf- und Bewertungszwänge, denen Lehrer unterworfen sind, stellen eine weitere Problematik dar. Inhalte und Formen der Leistungsüberprüfungen bestimmen oft ganz wesentlich, wenn auch vielleicht unbeabsichtigt, was gelehrt wird. Insbesondere für Abschlussprüfungen werden relativ „geschlossene“ Aufgaben und eine ergebnisorientierte Auswertung bevorzugt, da sie leichter prüfbar und eher justiziabel sind. Diese Ausrichtung der Evaluation und die entsprechende Orientierung der Unterrichtsinhalte werden vielleicht noch dadurch verstärkt, dass der Schule ein Zwang zur Selektion auferlegt wird und insbesondere das Unterrichtsfach Mathematik als Selektionsfach dient.²³¹
Man kann sich allerdings beispielsweise fragen, ob alle Lernerfolge schriftlich überprüfbar sein müssen und bei Bewertungen neben Lernergebnissen nicht auch Lernprozesse berücksichtigt werden sollten. Beispielsweise heißt es im Lehrplan Mathematik für Hamburger Gymnasien aus dem Jahre 1990 dazu: „Klassenarbeiten und Tests dürfen nicht den Ablauf des Unterrichts bestimmen. Viele der genannten Unterrichtsziele sind weder in kurzer Zeit abfragbar noch ohne Verkürzung und Verengung mit einer linearen Notenskala meßbar. Z. B. zeigen sich Spontaneität und Kreativität nicht auf Kommando zu einer festgelegten Zeit.“²³²
- Auch sprachliche Schwierigkeiten von Schülern werden von Lehrern häufig als Hinderungsgrund einer stärkeren Problemorientierung des Unterrichts genannt.
Unseres Erachtens sollte allerdings der Stellenwert des korrekten Gebrauchs der Fachsprache im Verhältnis zur Förderung und Verstärkung experimentellen, kreativen Verhaltens der Schüler überdacht werden. Auch den eleganten Formulierungen in Fach- und Lehrbuchtexten gingen in der Regel unvollkommene Versionen voraus und diese stammen nicht von sich noch in der Entwicklung befindlichen Schülern sondern von speziell ausgebildeten Fachleuten mit ausgeprägter Neigung für ihre Disziplin.²³³
- Gelegentlich hört man auch das Argument, problemorientierter Mathematikunterricht eigne sich nur für leistungsstarke Schüler. Dagegen sprechen allerdings zahlreiche Erfahrungen und empirische Ergebnisse, die die Wirksamkeit von Lernen in komplexen Situationen gerade auch für lernschwache Schüler herausgestellt haben.²³⁴
- Die TIMS-Studie hat unter anderem auch gezeigt, dass beispielsweise in den USA zahlreiche Lehrer mit ihrem Unterrichtsstil sehr zufrieden sind, da sich dieser in ihren Augen eng an den Standards des National Councils of Teachers of Mathematics orientiert, in denen „problem solving“ eine bedeutende Rolle spielt.²³⁵ Die in der Studie gesammelten Daten konnten die Selbsteinschätzung der Lehrer allerdings nicht bestätigen. Ähnliches gilt auch für Deutschland.²³⁶
- Eine weitere, aus unserer Sicht wesentliche Ursache für die geringe Verbreitung eines stärker problemorientierten Mathematikunterrichts ist seine hohe Komplexität insbesondere hinsichtlich inhaltlicher, mathematisch-kognitiver Aspekte. Darauf soll im folgenden Abschnitt ausführlicher eingegangen werden.

²³¹ Umgekehrt ist die scheinbar hohe Objektivität von Leistungsüberprüfungen im Fach Mathematik vielleicht auch ein Grund für dessen Stellung als Selektionsfach; vergleiche auch HEYMANN (1996:156).

²³² Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung (1990): Lehrplan Mathematik. Sekundarstufe I, Lehrplanrevision Gymnasium. Hamburg; zitiert nach ZIMMERMANN (1991d).

²³³ Persönliche und daher sehr punktuelle Erfahrungen bestätigten für uns die Neigung einiger Gymnasiallehrer, schon bei jungen Schülern auf exakte Formulierungen zu drängen. Dies kann beispielsweise auch durch schriftliche Schülerwettbewerbe (Mathematikolympiaden) sogar noch verstärkt werden.

²³⁴ WERNING; KRIWET (1999:10 f.); vergleiche beispielsweise

SCHERER, P. (1995): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernhilfe. Heidelberg: Schindele.

WERNING, R.; BANNACH, M. (1994): Möglichkeiten des entdeckenden Lernens im Sachunterricht der Primarstufe der Schule für Lernbehinderte. In: SCHMETZ, D.; WACHTEL, P. (1994): Schüler mit besonderem Förderbedarf: Unterricht mit Lernbehinderten. Rheinbreitbach.

²³⁵ NCTM (2000).

²³⁶ ZIMMERMANN (1997).

Im vorangegangenen Abschnitt wurde versucht, durch Zusammentragen möglicher Leitideen und Gründe für eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts diesbezügliche Vorstellungen zu konkretisieren. Außerdem wurden einige aus unserer Sicht wesentliche mögliche Ursachen für die geringe Verbreitung eines derartigen Unterrichts zusammengestellt.

***These 2:** Unsere normativen Vorstellungen von Mathematikunterricht orientieren sich an den vorgestellten Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts, der national und international seit langem und in neuerer Zeit wieder verstärkt gefordert wird. Obwohl diese Forderung unter anderem aus Sicht von Mathematik, Pädagogik, Psychologie und Philosophie gut begründet werden kann, ist insbesondere auch in Deutschland ein problemorientierter Mathematikunterricht zu wenig verbreitet.*

2.3 Komplexität und problemorientierter Mathematikunterricht

In Abschnitt 2.1 wurde Unterricht als ein Realitätsbereich charakterisiert, der zumindest für den interessierten Beobachter (von außen) hochkomplex erscheint. Allerdings ist Komplexität eine auch vom Subjekt abhängige Größe und insbesondere erfahrene Lehrer verfügen im Allgemeinen über verschiedene Mittel der praktischen und kognitiven Komplexitätsreduktion. Unseres Erachtens ist aber für einen qualitativ guten Mathematikunterricht – wobei unsere diesbezüglichen normativen Vorstellungen an einem stärker problemorientierten Mathematikunterricht ausgerichtet sind – eine solche Reduktion nicht in beliebigem Ausmaß und in beliebiger Ausrichtung sinnvoll. Diese Position soll im folgenden Abschnitt konkretisiert werden: Es werden *zusätzliche* Anforderungen insbesondere im Hinblick auf die Gestaltung eines problemorientierten gegenüber eines eher traditionellen Mathematikunterrichts an den Lehrer herausgearbeitet, die sich als Auswirkungen einer – so man die in Abschnitt 2.2 zusammengetragenen Leitideen ernst nimmt – kaum reduzierbaren Komplexität insbesondere auch hinsichtlich inhaltlicher, mathematisch-kognitiver Aspekte interpretieren lassen. In einem anschließenden Teilabschnitt werden einige mögliche, allerdings nur langfristig realisierbare Konsequenzen für die Lehrerbildung dargestellt, für die das vorliegende Projekt erste Vorarbeiten erbringen könnte.

Problemorientierter Mathematikunterricht ist gekennzeichnet durch den Einsatz geeigneter mathematischer Problemstellungen,²³⁷ die von den Schülern möglichst eigenständig bearbeitet werden.

Vor allem damit zusammenhängende mathematisch-kognitive Aspekte, die

- zum einen die fachwissenschaftliche Ebene (mögliche Lösungsansätze und –mittel, damit zusammenhängende mathematische Themenbereiche und Methoden, Vernetzungen innerhalb und aus der Mathematik heraus etc.),
- teilweise daraus resultierend zum anderen aber auch die Ebene der Unterrichtsgestaltung (Problembearbeitungsprozesse und –ergebnisse von Schülern, deren Vermutungen, Begründungen, Konzepte, Variationen, heuristische Strategien, ...)

betreffen, stellen den Lehrer vor besondere, im Vergleich zu dem in Deutschland üblichen Mathematikunterricht *zusätzliche* Anforderungen. Im Folgenden sollen vor allem besondere Anforderungen im Hinblick auf die Gestaltung eines problemorientierten Mathematikunterrichts diskutiert werden. Dazu wollen wir zunächst allgemein Lehrtätigkeit als Organisieren von Schüleraktivitäten auffassen²³⁸ und Unterricht dann als einen Prozess verstehen, in dessen Verlauf Schüler bestimmte Aktivitäten vollziehen, als deren Folge sich kurz- oder langfristige

²³⁷ Vergleiche Abschnitt 2.2, Seite 30 ff.

²³⁸ Vergleiche beispielsweise REIB (1985) oder

LUHMANN, N.; SCHORR, U.-E. (1972): Ausbildung für Professionen. Überlegungen zum Curriculum für die Lehrerbildung. Teil I: Der Lehr-Lern-Prozeß. Manuskript, Bielefeld.

Veränderungen einstellen können, die man als „Lernen“ bezeichnet.²³⁹ Solche Aktivitäten können zum Beispiel sein, den Erläuterungen des Lehrers zu folgen, einen Abschnitt im Lehrbuch zu lesen oder eine Skizze anzufertigen. Konstitutiv für Unterricht ist, dass der Lehrer dabei *auch* planvoll und zielorientiert vorgeht. Diese Vorstellungen sind sicher sehr einfach und vereinfachend, so werden durch den Lehrer sicher nicht nur Aktivitäten der Schüler sondern beispielsweise auch Einstellungen, Werte, Gefühle beeinflusst und dem Lehrer kommen darüber hinaus selbstverständlich weitere Rollen, beispielsweise die des Erziehers, zu. Für die weitere Darstellung wollen wir uns jedoch auf die gerade beschriebene, in unseren Augen hauptsächliche Aufgabe des Lehrers konzentrieren.²⁴⁰

Aus unserer Sicht müssen vom Lehrer dabei prinzipiell mindestens drei Anforderungsbereiche bewältigt werden:

- Der Lehrer muss unter Beachtung aktueller Zielstellungen aus seiner Sicht geeignete Unterrichtsszenarien und entsprechende Lehrerimpulse entwerfen, durch die produktive Schülertätigkeiten initiiert und aufrechterhalten werden. Dies kann zum einen im Sinne einer Vorausplanung vor Unterrichtsbeginn erfolgen, es muss aber zum anderen auch während des Unterrichts geleistet werden, wenn der Lehrer in der aktuellen Unterrichtssituation häufig unter Zeitdruck über die weitere Gestaltung des Unterrichts entscheiden muss.
Für einen problemorientierten Mathematikunterricht, man denke beispielsweise an die Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht, heißt dies unter anderem, der Lehrer muss aus seiner Sicht geeignete Bearbeitungsansätze für die aktuelle Problemstellung entwickeln und darüber nachdenken, ob und inwieweit diese durch ihn angeregt und im weiteren Verlauf mehr oder weniger unterstützt werden sollten. Gerade auch unsere Ausführungen zum Faltproblem im Abschnitt 2.2.1²⁴¹ machen sicher deutlich, dass dafür eine gründliche Vorbereitung des Lehrers unabdinglich ist, bei der er sich intensiv mit der Reichhaltigkeit und möglichen Vernetzungen auf fachwissenschaftlicher Ebene und auf der Ebene möglicher Problembearbeitungsprozesse der Schüler auseinander setzen muss.
- Für den Entwurf von Schüleraktivitäten und entsprechenden Lehrerimpulsen während des Unterrichts muss die aktuelle Unterrichtssituation unter Beachtung jeweils relevanter Aspekte und mit geeignetem Auflösungsgrad analysiert und interpretiert werden. Bei einem stärker problemorientierten Mathematikunterricht sehen wir in diesem Zusammenhang vor allem die zusätzliche Anforderung an den Lehrer, die mitunter vielfältigen, zeitlich parallel verlaufenden Problembearbeitungsprozesse der Schüler oftmals unter Zeitdruck (beispielsweise hinsichtlich möglicher Potenziale) zu analysieren, um gegebenenfalls geeignete Impulse zur weiteren Bearbeitung geben zu können.
- Zu den angesprochenen Anforderungen der Analyse von Unterrichtssituationen sowie des Entwurfs von Lehrer- und Schülertätigkeiten kommen schließlich Anforderungen hinsichtlich des Umsetzens dieser Tätigkeiten hinzu. Beispielsweise müssen Impulse in geeigneter Weise gesetzt, Schülertätigkeiten initiiert und aufrechterhalten und dazu notwendige Voraussetzungen geschaffen werden. Dieser Anforderungsbereich kann auch als „Steuerung des Unterrichtsablaufs“ oder wie in der englischsprachigen Literatur als „classroom management“ bezeichnet werden. Er wird sicherlich im weiter oben zitierten Bericht ARENDS' über einen Ausschnitt aus dem Unterricht einer sechsten Klasse besonders eindrucksvoll deutlich.²⁴²

²³⁹ Der Lehrer erscheint hier also (entsprechend unserer konstruktivistisch orientierte Auffassung vom Lernen) gerade nicht als möglichst effektiver Vermittler fester Wissensbestände sondern als Organisator von Lernumgebungen; vergleiche auch PEHKONEN (2001a), WITTMANN (1981).

²⁴⁰ Dies steht ja auch nicht im Widerspruch zur Setzung unseres Interessenschwerpunktes auf mathematisch-kognitive Aspekte des Unterrichts.

²⁴¹ Vergleiche insbesondere Seite 33 ff.

²⁴² Vergleiche Seite 25.

Diese Anforderungsbereiche im Hinblick auf die Unterrichtsgestaltung sind selbstverständlich nicht unabhängig voneinander. So können beispielsweise Anforderungen hinsichtlich der Analyse von Unterrichtssituationen von vorausgegangenen Unterrichtsentscheidungen des Lehrers abhängig sein. Außerdem können Anforderungen hinsichtlich der Realisierung von Lehrertätigkeiten – gerade auch bei Lehranfängern – den Entwurf möglicher Handlungsoptionen beeinflussen.

Obwohl Fähigkeiten des Lehrers hinsichtlich des „classroom managements“ seit langem für einen zentralen Aspekt der Lehrkompetenz gehalten werden,²⁴³ wollen wir uns im Folgenden „lediglich“ mit den beiden zuvor genannten Anforderungsbereichen auseinander setzen, denn gerade hinsichtlich des vorausgehenden und des interaktiven Entwurfs geeigneter Schüleraktivitäten und entsprechender Lehrerimpulse während des Unterrichts und der Analyse aktueller Unterrichtssituationen und –prozesse sehen wir, wie bereits angedeutet, besondere Anforderungen im Hinblick auf die Gestaltung eines stärker problemorientierten Mathematikunterrichts. Diese sollen am Beispiel des Faltproblems noch etwas detaillierter dargelegt werden.

Situation I:

Zunächst greifen wir noch einmal das einführende Beispiel von Seite 26 f. zum vorausgehenden Entwurf von Schüleraktivitäten und entsprechenden Elementen der Unterrichtsgestaltung auf. Schon bezüglich dieser einzelnen Unterrichtssituation ist offenbar eine Vielzahl methodischer Variationen denkbar, von denen nur ein kleinerer Teil in den bisherigen Ausführungen dargestellt wurde. Hat man sich noch nicht intensiver mit dem Faltproblem beschäftigt, erscheinen vielleicht insbesondere die aufgeführten Variationsmöglichkeiten zu einem gemeinsamen Einstieg von Lehrer und Schülern marginal. Das sind sie aber keineswegs; dazu setzen wir uns ausgehend von unseren spezifischen Erfahrungen²⁴⁴ etwas detaillierter, allerdings ohne Anspruch auf Vollständigkeit, mit den folgenden Fragen auseinander:

Soll die gemeinsame Bearbeitung mit dem einfachen oder einem anderen Faltschnitt beginnen?

Vielleicht ist man geneigt, um der (mathematischen) Vollständigkeit willen mit dem einfachen Faltschnitt zu beginnen.²⁴⁵ Welche Auswirkungen kann diese Entscheidung zum Beispiel haben?²⁴⁶

Einerseits: Das Ergebnis des einfachen Faltschnitts kann für die Konstruktion arithmetischer Muster in der Folge der Lochzahlen wichtig sein. Die 0 durchbricht das lokale Muster der Verdreifachung,²⁴⁷ das für die Lochzahlen vom zweiten bis vierten Faltschnitt gilt und das ohne das Ergebnis des einfachen Faltschnitts verstärkt werden und viele Schüler zu falschen Hypothesen anregen könnte.

Andererseits: Werden die Schüler um Vermutungen hinsichtlich der Anzahl der Löcher im Papier gebeten, kann sie dies verunsichern. Einige könnten vielleicht Einschnitte am Blattrand als die Löcher auffassen, nach denen der Lehrer gerade fragt. Sicher wird so eine Schülerdiskussion, spätestens nach dem Wiederöffnen des Faltblattes, provoziert. Zu welchen Ergebnissen kann diese führen?

²⁴³ Vergleiche beispielsweise DOYLE (1986) oder KOUNIN, J. S. (1976): Techniken der Klassenführung, Bern: Huber.

²⁴⁴ Vergleiche Kapitel 4.

²⁴⁵ Dies ist auch eine von Studierenden (während der Bearbeitung des Computerszenarios) gelegentlich genannte Begründung.

²⁴⁶ Selbstverständlich gibt es hier keine monokausalen Zusammenhänge, daher kann nur von *möglichen* Auswirkungen gesprochen werden. Dass diese Möglichkeiten tatsächlich vorkommen können, wurde durch unsere Unterrichtsversuche nachgewiesen.

²⁴⁷ Vergleiche auch die zweite Zeile der Tabelle in Abbildung 6 auf Seite 34.

- Einerseits:* Werden die Schüler nach ihren Vermutungen hinsichtlich des Aussehens des wieder geöffneten Faltblattes gefragt oder um eine Skizze gebeten, so kann das Blatt des einfachen Faltschnittes einen „Baustein“ liefern, aus dem die Faltblätter der nachfolgenden Faltschnitte zusammengesetzt werden können.²⁴⁸
- Andererseits:* Bei dieser Frage- / Aufgabenstellung kann das Interesse der Schüler, es ist ja noch kein Loch im Papier, dauerhaft auf Einschnitte oder „Nebensächlichkeiten“ – wenn man sich ausschließlich für die *Anzahl* der Löcher im Papier interessiert – (ab-) gelenkt werden, was im weiteren Bearbeitungsverlauf zumindest viel Zeit kosten kann.
- Einerseits:* Fast jeder interessierte Schüler kann beim einfachen Faltschnitt zu einem richtigen Teilergebnis kommen. Dies kann sich positiv auf die Motivation vor allem auch leistungsschwächerer Schüler auswirken.
- Andererseits:* Die leichte Prognostizierbarkeit von Ergebnissen kann das Faltproblem insgesamt insbesondere für leistungsstärkere Schüler uninteressant erscheinen lassen. Fordert man von den Schülern eine Skizze, so ist diese mit einem beträchtlichen, möglicherweise unangemessenen Zeitaufwand verbunden.

Bis zu welchem Faltschnitt soll gemeinsam gearbeitet werden?

Vielleicht bis zum vierten Faltschnitt? Bei diesem gibt es eine qualitative Veränderung: das Muster der im Papier entstehenden Löcher wird „zweidimensional“.²⁴⁹

Vielleicht bis zum fünften Faltschnitt? Dabei entstehen neue Löcher zum ersten Mal *zwischen* den schon vorhandenen Löchern im Papier. Außerdem wird bei diesem Faltschnitt das Muster der Verdreifachung der Lochzahlen (wenn man den einfachen Faltschnitt auslässt zum ersten Mal) durchbrochen.²⁵⁰

Sollte der Lehrer die Problembearbeitung durch die Schüler an diesen Stellen nicht begleiten, vielleicht auch um zur Weiterarbeit trotz sich häufig als falsch erweisender Schülerhypothesen zu motivieren? Allerdings führen beide Optionen, und die zweite noch stärker, zu zeitlich sehr ausgedehnten Unterrichtsphasen, in der die Schüler unter Anleitung des Lehrers bei weitgehend einheitlichem Tempo arbeiten müssen. Einige Schüler würden sich zeitweise langweilen, während andere teilweise unter Zeitdruck gerieten. Manche Schüler würden sich wohl kaum am Unterrichtsgeschehen beteiligen und nur auf Ideen anderer warten. Und zumindest das Anfertigen einer Skizze des Faltblattes nach dem vierten oder fünften Faltschnitt würde sehr viel Zeit in Anspruch nehmen.

Sollen die Faltschnitte alle an einem Blatt oder an mehreren Blättern ausgeführt werden?

- Einerseits:* Ein Papierbogen könnte ausreichend sein, insbesondere wenn sich der Lehrer nur für die Anzahl der Löcher im Papier interessiert. Außerdem müssten die Schüler nicht mit zu viel Material hantieren, was die Übersicht erleichtern könnte.

²⁴⁸ Setzt man zwei Blätter eines einfachen Faltschnitts geeignet zusammen, so erhält man ein Blatt des zweiten Faltschnitts. Ein Blatt des dritten Faltschnitts besteht aus vier Blättern des einfachen Faltschnitts usw.

²⁴⁹ D.h. die Löcher im wiederaufgeklappten Faltblatt sind zum ersten Mal in mehr als einer Reihe angeordnet; vergleiche auch Anhang A, Seite 233 ff.

²⁵⁰ Vergleiche auch die zweite Zeile der Tabelle in Abbildung 6, Seite 34.

Interessieren sich Lehrer und/oder Schüler für geometrische Aspekte, können Schüler an einem Blatt schneller erkennen, dass neue Löcher zwischen den schon vorhandenen (und vorhandenen Löchern und dem Blattrand) entstehen.

Andererseits: Mehrere Faltblätter erleichtern ein nachträgliches Rekapitulieren der Ergebnisse, die Folge der Lochmuster kann sichtbar gemacht werden. Dazu müssten bei nur einem Faltblatt Löcher verschiedener Faltschnitte farblich unterschiedlich markiert werden. Oder genügt die sowieso leicht unterschiedliche Form der Löcher?

Die Arbeit mit mehreren Blättern kann eine „geometrische“ Lösungsidee erleichtern: Werden zwei Faltblätter aneinander gelegt, so entsteht ein (vergrößertes) Blatt des folgenden Faltschnittes.²⁵¹

Wie sollen Ergebnisse der ersten Faltschnitte festgehalten werden?

Sollten die Anzahlen der Löcher in einer Tabelle festgehalten werden?

Dies ist sicher eine gute Stütze für die Suche nach arithmetischen Mustern. Aber sollten die Schüler nicht die Chance erhalten, selbst auf die Idee der Verwendung dieses Erkenntnismittels zu kommen? Und wäre eine vom Lehrer vorgegebene Tabelle nicht eine zu große Einschränkung potenzieller Bearbeitungsprozesse? Welche Vorerfahrungen haben die Schüler in dieser Hinsicht?

Sollten (zusätzlich) bearbeitete Faltblätter an die Tafel geheftet werden, um eine Auseinandersetzung mit den entstehenden geometrischen Mustern zu initiieren?

Sollte der Lehrer mit einer Tafelskizze arbeiten, um die Schüler auf das aus seiner Sicht wesentliche hin zu orientieren? Was könnte in dieser Skizze berücksichtigt werden?

Die vorgestellten Variationsmöglichkeiten sind nicht unabhängig voneinander in dem Sinne, dass sie unterschiedlich gut zueinander passen und sich im Zusammenspiel differenziert auf Problembearbeitungsprozesse der Schüler auswirken können. Darüber hinaus muss der Lehrer sicher mögliche Vorerfahrungen der Schüler (beispielsweise im Umgang mit Tabellen und Skizzen) berücksichtigen, die zusätzlich mögliche Zusammenhänge zwischen Elementen der Unterrichtsgestaltung und Merkmalen der Bearbeitungsprozesse beeinflussen können.

Situation II:

Spezifische Anforderungen eines an eigenständigen Problembearbeitungsprozessen der Schüler orientierten Unterrichts an den Lehrer hinsichtlich Entscheidungen zur Organisation von Schüleraktivitäten während des Unterrichts („on fly“-Entscheidungen²⁵²) werden unseres Erachtens exemplarisch in der folgenden, real vorgekommenen und dokumentierten Unterrichtsepisode aus einer vierten Klasse einer Thüringer Grundschule deutlich.

²⁵¹ Vergleiche auch Anhang A, Seite 235.

²⁵² SCHOENFELD (ohne Jahr).

Als Einstieg in die Problembearbeitung führt der Lehrer gemeinsam mit den Schülern den zweiten Faltschnitt durch. Vor dem Wiederöffnen des Blattes werden die Schüler nach ihren Vermutungen befragt.

**Es sind zwei Löcher im Papier, wo das Papier nicht offen ist.*²⁵³*

Es ist nur ein Loch und an den Rändern sind Dreiecke eingeschnitten.

Es sind fünf Löcher im Papier.

Nach dem Aufklappen des Blattes einigen sich die Schüler schnell darauf, dass sich lediglich ein Loch im Papier befindet. Der Lehrer trägt das Ergebnis in eine Tafeltabelle ein, als Maria plötzlich einwirft:

Eigentlich könnte man auch sagen, dass drei Löcher im Papier sind, denn an jedem Rand ist ein halbes.

Abbildung 8: Zur Situation II

Wie sollte der Lehrer in dieser Situation reagieren?

Sollte er Marias Bemerkung in der Klasse zur Diskussion stellen?

Sollte er den Einwurf zurückweisen, vielleicht mit der Begründung, dass es „halbe Löcher“ gar nicht gibt? Schließlich sind sich ja fast alle Schüler darüber einig, dass sich lediglich ein Loch im Papier befindet. Aber hat Maria nicht Recht, wenn man die Form der Einschnitte und Löcher vergleicht? Wie würde das Mädchen auf die Zurückweisung reagieren?

Sollte der Lehrer also Marias Einwurf akzeptieren? Aber hat gerade nicht auch er zugestimmt, dass nur ein Loch im Faltblatt ist? Ist das nun doch nicht richtig?

Oder sollte der Lehrer beide Antworten zulassen? Aber kann man dann nicht auch noch die abgeschnittenen Ecken als „Viertellöcher“ betrachten und von vier Löchern im Papier ausgehen? Ist das eine dritte, gleichwertige Betrachtungsweise? Oder ist diese nicht sogar besser, weil sie Löcher, Einschnitte und abgeschnittene Ecken berücksichtigt? Sollte *der Lehrer* diese jetzt einführen? Aber sollten die Schüler nicht möglichst eigenständig arbeiten? Also abwarten und hoffen, dass auch Schüler diese Idee haben werden?

Sind denn die Schüler überhaupt gewohnt, mit verschiedenen Lösungsmöglichkeiten umzugehen? Falls nicht, wäre dies eine gute Gelegenheit, einen ersten Schritt in diese Richtung zu gehen? Aber ausgerechnet bei einem derartig anspruchsvollen Problem? Würde das nicht viele Schüler verunsichern und überfordern?

Welche Auswirkungen haben die verschiedenen Betrachtungsweisen überhaupt auf die gesuchten Zusammenhänge? Welche arithmetischen Muster entstehen? Sind diese für Schüler wohl leichter oder schwieriger zu finden und zu begründen? Kann man aus diesen vielleicht auf die Anzahl „richtiger Löcher“ zurückschließen? Oder hat der Lehrer vielleicht vor, später eher geometrisch weiterzuarbeiten? Könnte dann die Vorstellung „halber Löcher“ hilfreich sein?

Situation III:

In der im Folgenden skizzierten Unterrichtssituation im Zusammenhang mit der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht deuten sich insbesondere die vom Lehrer zu bewältigenden Anforderungen hinsichtlich der adäquaten Erfassung und Analyse aktueller Problembearbeitungsprozesse und Zwischenergebnisse von Schülern an.

²⁵³ Durch Sterne (*) gekennzeichnete Aussagen sind für eine bessere Lesbarkeit leicht geglättete Originalaussagen.

Der Lehrer hatte zunächst gemeinsam mit den Schülern einige Faltschnitte bearbeitet, anschließend erhielten die Schüler den Auftrag, zu skizzieren, wie das Faltblatt nach dem folgenden, fünften Faltschnitt aussieht, wobei sie in ihren Zeichnungen zwischen den „alten“ und „neuen“ Löchern unterscheiden sollten. Schließlich stellten einige Schüler ihre Skizzen im Plenum vor.

Claudia:

**Ich glaube, Löcher entstehen immer auf den Kanten.*²⁵⁴*

Johannes:

Immer dazwischen entsteht ein Loch. Dann sind es 21 Löcher.

Dagmar:

Ich habe 27 Löcher, einfach so.

Sibylle:

Ich habe mir gedacht, das kommt noch einmal dazu.

Abbildung 9: Zur Situation III

Wie sind die Schülerergebnisse zu interpretieren?

Auf den ersten Blick hat nur Johannes den Arbeitsauftrag korrekt erfüllt. Aber auch Claudia hat anscheinend ein wichtiges Teilergebnis erreicht – sie konstruierte einen Zusammenhang zwischen Löchern und Faltlinien. Dagmar hat bei ihrer Skizze offenbar kaum Wert auf geometrische Merkmale des Faltblattes gelegt. Dies könnte beispielsweise eine arithmetische Sichtweise nahe legen, die auch ihr Ergebnis erklärt: Die Anzahl der Löcher verdreifacht sich zum wiederholten Male. Sibylle vermutet zwar wie Johannes auch 21 Löcher im Papier, kommt aber zu einer anderen Lochanordnung. Auch ihre Bemerkung unterstützt die Hypothese, dass Sibylles Vorstellungen zum (gleichwertigen!) Ansatz der „Induktion am Anfang“

²⁵⁴ Die Schüler wurden vom Lehrer gebeten, ihre Skizzen zu begründen; vielen fiel es allerdings sehr schwer, ihre Gedanken in Worte zu fassen. Die mit Sternen (*) gekennzeichneten Aussagen sind eher diesbezügliche Kerngedanken der Schüler (aus den Äußerungen abgeleitet durch den Autor) als (geglättete) Schüleraussagen.

tendieren, das Faltblatt verdoppelt sich und dabei entstehen 9+3 neue Löcher neben den bisherigen.

Problemorientierter Mathematikunterricht ist gekennzeichnet durch die eigenständige Auseinandersetzung der Schüler mit herausfordernden mathematischen Problemstellungen, die in der Regel fachlich reichhaltig und – damit zusammenhängend – mit zahlreichen mathematischen Themenbereichen vernetzt sind. Darin liegen einerseits die Potenziale eines derartigen Unterrichts begründet: Geeignete Problemstellungen ermöglichen eine differenzierte, individuelle Bearbeitung, die zur Ausweitung des heuristischen Erfahrungsschatzes der Schüler und zur Unterstützung ihrer allgemeinen Problemlösekompetenzen beitragen kann. Darüber hinaus bieten geeignete mathematische Probleme zahlreiche Möglichkeiten zu kreativen Eigenleistungen der Schüler, beispielsweise durch die Konstruktion passender Begriffe oder durch die Entwicklung von Anschlussfragen.

Wie in obigen Beispielen angedeutet, führt dies jedoch andererseits zu einer besonders hohen Komplexität eines derartigen Unterrichts insbesondere hinsichtlich mathematisch-kognitiver Aspekte, die auch vom Lehrer nicht simplifiziert werden kann, wenn er einen Unterricht gestalten will, der sich an den in Abschnitt 2.2.1 zusammengetragenen Leitideen orientiert:

Zur für Unterricht typischen Vielfalt möglicher didaktischer Entscheidungen kommt die besonders hohe Reichhaltigkeit des fachwissenschaftlichen Inhalts hinzu. Darüber hinaus und besonders bedeutsam im Hinblick auf zu bewältigende Anforderungen treten im Unterricht mitunter zahlreiche, teilweise verschiedene und dennoch zeitlich parallel verlaufende Bearbeitungsansätze von Schülern bzw. Schülergruppen auf, die vom Lehrer begleitet und gegebenenfalls unterstützt werden sollten. Dabei werden Bearbeitungsprozesse und –ergebnisse der Schüler unter anderem von einer Vielzahl von Unterrichtsbedingungen und Merkmalen der methodischen Gestaltung des Unterrichts differenziert beeinflusst. Und selbstverständlich wirken Bearbeitungsprozesse der Schüler auch auf diese zurück. In der Regel gibt es dabei jedoch keine monokausalen Beziehungen, vielmehr bilden die genannten Elemente ein feinmaschiges, in seiner Gesamtheit kaum zu überblickendes *Wechselwirkungsnetzwerk*. Hinzu kommt die teilweise hohe *Dynamik* solcher Bearbeitungsprozesse; die Zeit, um eine Einschätzung und eine möglichst angemessene Reaktion zu finden, beträgt oftmals nur Sekunden.²⁵⁵ Dies führt häufig zur Überforderung der natürlich beschränkten Informationsverarbeitungskapazitäten des Lehrers; dieser kann dann beispielsweise nicht alle Informationen aufnehmen und auswerten, die zu einer angemessenen Situationsbewertung nötig wären und er kann auch sein Wissen nicht voll ausschöpfen.²⁵⁶ Zusätzlich ist ein Unterricht, der sich an individuellen Problembearbeitungsprozessen orientiert notwendig von einer hohen *Intransparenz* gekennzeichnet, da der Lehrer eben nicht in die Köpfe seiner Schüler schauen kann.

Insgesamt muss aufgrund der häufig hochdynamischen, möglichst eigenständigen und teilweise überraschenden Problembearbeitungsprozesse der Schüler von einer prinzipiellen Unüberschaubarkeit und nur begrenzten Vorherplanbarkeit eines problemorientierten Mathematikunterrichts ausgegangen werden. Unsicherheitsverstärkend wirkt sich auch die notwendig geringere Lenkung des Unterrichts durch den Lehrer aus, der darüber hinaus seinen Status als einzige (und autoritäre) Informationsquelle verliert und damit einen Teil seiner Kompetenzsicherheit aufgeben muss.

²⁵⁵ Man denke beispielsweise an Marias überraschenden Einwurf, Einschnitte als „halbe Löcher“ zu betrachten; vergleiche Seite 54.

²⁵⁶ Vergleiche auch WAHL, D. (1991): Handeln unter Druck. Der weite Weg vom Wissen zum Handeln bei Lehrern, Hochschullehrern und Erwachsenenbildnern. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

These 3: *Problemorientierter Mathematikunterricht stellt im Vergleich zu herkömmlichem Unterricht zusätzliche Anforderungen an den Lehrer, die zunächst die fachwissenschaftliche Ebene betreffen, da – dies ist ein wesentliches Kriterium für die Qualität des Unterrichts – die Bearbeitung mathematisch reichhaltiger Probleme im Zentrum eines solchen Unterrichtes stehen sollte. Dies hat aber auch unmittelbar Auswirkungen auf Anforderungen im Hinblick auf die Gestaltung von Unterricht, insbesondere hinsichtlich der Analyse von Unterrichtssituationen sowie in Bezug auf den Entwurf und die Initiierung geeigneter Schüleraktivitäten. Diese besonderen Anforderungen an den Lehrer können als Auswirkungen der hohen Komplexität eines derartigen Unterrichtes vor allem auch hinsichtlich mathematisch-kognitiver Aspekte interpretiert werden.*

2.3.1 Mögliche – nur langfristig realisierbare – Konsequenzen für die Mathematiklehrerbildung

In diesem Teilabschnitt sollen mögliche Konsequenzen für die Mathematiklehrerbildung dargestellt werden, die allerdings nur langfristig zu realisieren sind und für die unser Projekt einen ersten, vorbereitenden Beitrag leisten könnte.

Einen Grund für die geringe Verbreitung eines international geforderten und aus verschiedenen Fachdisziplinen und Anforderungen der Gesellschaft an die Schule auch gut begründbaren problemorientierten Mathematikunterrichts sehen wir in der gerade herausgearbeiteten besonders hohen Komplexität eines derartigen Unterrichtes insbesondere auch hinsichtlich mathematisch-kognitiver Aspekte.

Aber gerade zurzeit lässt ein stärkeres öffentliches Interesse an und eine stärkere Bereitschaft zu einer Verbesserung der Qualität des Unterrichts, insbesondere auch zur Neudiskussion des Verhältnisses von Forderung und Förderung, einige Chancen für eine stärkere Problemorientierung des Mathematikunterrichts in Deutschland erkennen. Darüber hinaus steht in den deutschen Mathematikschulstuben ein „übernormaler“ Generationenwechsel an, der genutzt werden könnte, um die weithin bekannte Trägheit des Schulsystems zumindest teilweise zu überwinden.²⁵⁷ Insbesondere an dieser Stelle deutet sich auch die Verantwortung und die Herausforderung der Lehrerbildung an. Was kann die Mathematikdidaktik im Rahmen der Lehrerbildung zu einer substanziellen Verbesserung der Qualität des Mathematikunterrichts unter anderem durch dessen stärkere Problemorientierung beitragen?

Bisherige Erfahrungen zeigen, dass es dazu nicht genügt, beständig auf entsprechende internationale und nationale Forderungen hinzuweisen, wie man sie unter anderem in Lehrplanpräambeln und Rahmenrichtlinien findet. Auch beispielsweise durch schriftliche Materialien, dies zeigen Erfahrungen ebenso, lassen sich zentrale Ideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts nur unzureichend vermitteln.²⁵⁸ Dagegen halten wir es für besonders wichtig, dass Studierenden möglichst oft Gelegenheit gegeben wird, Erfahrungen in der eigenständigen Entwicklung und Bearbeitung geeigneter mathematischer Problemstellungen zu sammeln. Beispielsweise durch entsprechend betreute Schulpraktika könnten Studierende darüber hinaus auch in der ersten Phase der Ausbildung in sicher sehr beschränktem Umfang erste Erfahrungen mit problemorientiertem Mathematikunterricht sammeln. Simulationen spezifischer Unterrichtssituationen, die für einen stärker problemorientierten Mathematikunterricht typisch sind, könnten erste unterrichtspraktische Erfahrungen der Studierenden ergänzen.²⁵⁹

²⁵⁷ Vergleiche insbesondere HEINRICH; ZIMMERMANN (2001).

²⁵⁸ Schließlich gibt es schon sehr lange eine Vielzahl von Materialien, die sich hervorragend für einen problemorientierten Mathematikunterricht eignen.

²⁵⁹ Man denke in diesem Zusammenhang unter anderem auch an Erfahrungen zum Microteaching; vergleiche beispielsweise ZIFREUND (1976).

Günstig erschiene es uns auch, wenn die in Bezug auf Problemorientierung von Unterricht bei Veranstaltungen im Rahmen der Lehrerbildung teilweise zu beobachtende Inkongruenz zwischen zu vermittelnden Inhalten und der Art der Vermittlung überwunden würde.²⁶⁰ Gerade auch in diesem Zusammenhang sollte man unseres Erachtens den Modellcharakter der Ausbildung und die sich damit bietenden Chancen nicht unterschätzen.²⁶¹

An dieser Stelle können wir leider nicht detaillierter auf das eben Gesagte eingehen. Insgesamt erscheint es uns jedoch wichtig, Studierenden schon im Rahmen der Ausbildung verstärkt Erfahrungen mit problemorientiertem Arbeiten zu ermöglichen und Gelegenheiten zu geben, Vorstellungen über Potenziale, aber auch über besondere Anforderungen eines problemorientierten Mathematikunterrichts – einige wesentliche wurden im vorigen Abschnitt exemplarisch dargestellt – zu entwickeln.

In diesem Zusammenhang könnte es auch besonders wichtig sein, Unterricht und insbesondere einen stärker problemorientierten Unterricht gemäß den obigen Ausführungen als einen komplexen Realitätsbereich aufzufassen und im Rahmen der Ausbildung zu thematisieren, denn „wenn man erfolgreich mit komplexen Systemen umgehen will, [muss man] auch in komplexen Systemen denken und handeln“ lernen.²⁶² Bereits die (erste Phase der) Ausbildung könnte sich unter anderem am Konzept des Unterrichtens als Entscheiden und Handeln unter „Unbestimmtheit und Komplexität“²⁶³ orientieren, beispielsweise entsprechende theoretische und praktische Konsequenzen und resultierende Anforderungen an den Lehrer thematisieren und vor allem Studierenden Gelegenheit geben, sich unter dem Blickwinkel „Komplexität“ intensiv mit (problemorientiertem) Mathematikunterricht (und eventuell zusätzlich auch mit anderen, zunächst etwas einfacheren komplexen Systemen) auseinander zu setzen.²⁶⁴ *Ein wesentliches Ziel einer derartig orientierten Ausbildung könnte dabei sein, Studierende für die beschriebene Komplexität von Unterricht zu sensibilisieren und die Bereitschaft und die Fähigkeit der Studierenden zu verstärken, sich mit dieser Komplexität auseinander zu setzen.*

Einige Autoren wenden gegen die eben angedeuteten möglichen Konsequenzen für die Lehrerbildung ein, dass die Komplexität von Unterricht zwar unbestreitbar aber dennoch kein Anlass zu dramatisieren sei, zahlreiche Vorbilder zeigten auch für die Lehrerbildung, wie man in derartigen Fällen vorzugehen habe: „Man entwirft Modelle, welche die als wesentlich angesehenen Züge der Situation überschaubar darstellen und strukturieren. Im Verlauf des eingehenderen Studiums werden die Modelle fortlaufend erweitert, verfeinert und modifiziert, so daß eine immer bessere Anpassung erzielt werden kann.“²⁶⁵

Dieses Prinzip „vom Einfachen zum Komplexen“ ist als Unterrichtsprinzip wissenschaftlich allerdings seit längerem zumindest umstritten.²⁶⁶ Unseres Erachtens ist in diesem Zusammen-

²⁶⁰ Man denke auch an die häufig geäußerten Kritiken beispielsweise bezüglich des oft überwiegenden rein rezeptiven Lernens (AUSUBEL 1974), bezüglich des so erworbenen „trägen“ Wissens (siehe unten) und unverbundener Wissensinhalte, bezüglich starrer Instruktionsschemata („Satz – Beweis – Beispiel“), der Orientierung an simplifizierenden Schulbeispielen und der häufig möglichst kontextarmen Vermittlung von Fakten und Verfahren; vergleiche auch ELTING (1996).

Als „träges Wissen“ bezeichnet man Wissen, das zwar zum Wissensstand einer Person gehört, aber in konkreten Situationen nicht angewendet werden kann; vergleiche auch ELTING (1996:15).

²⁶¹ Vergleiche dazu beispielsweise SEEL (1996).

²⁶² DÖRNER (1992a:13).

²⁶³ Nach dem Untertitel der „Lohhausen“-Studie; DÖRNER et al. (1983).

²⁶⁴ Von zahlreichen Autoren wird ein stärkerer Einbezug der Komplexität von Unterricht in die Lehrerbildung gefordert; vergleiche z. B. GOLDMAN; BARRON; WITHERSPOON (1991), KIEBWETTER (1994), LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998), MOUSLEY; SULLIVAN (1996, 1997), SEEL (1996), SULLIVAN; MOUSLEY (2001).

Von KIEBWETTER (1994) stammt der Vorschlag, in diesem Zusammenhang im Rahmen der Lehrerbildung zusätzlich Computersimulationen komplexer Realitätsbereiche, insbesondere vernetzter Unterrichtssituationen einzusetzen, um Studierenden frühzeitig Erfahrungen im Umgang mit Komplexität zu ermöglichen.

²⁶⁵ WITTMANN (1981:11).

²⁶⁶ z. B. DUBS (1996:159).

hang besonders wichtig, zumindest nicht zu lange bei simplifizierenden und dadurch verzerrenden Modellierungen von Unterricht zu verharren. Dagegen sehen wir für einen möglichst frühzeitigen Einbezug von Komplexität in die Lehrerbildung unter anderem die folgenden Gründe:

- Es ist bekannt, dass Studierende ihr Bild von Unterricht und von der zukünftig von ihnen einzunehmenden Lehrerrolle stark an den eigenen Erfahrungen aus ihrer Schulzeit orientieren und sich damit Einstellungen und Verhaltensweisen tradieren. Es scheint uns daher günstig, möglichst früh neue Erfahrungswelten zu schaffen, um diesen Circulus Vitiosus aufzubrechen.²⁶⁷
- Ein Verschieben der Berücksichtigung von Komplexität auf spätere Ausbildungsabschnitte erscheint besonders dann kritisch, wenn man einerseits die selektive und wahrnehmungsleitende Funktion und andererseits die mitunter hohe Stabilität einmal etablierter Vorstellungen über bzw. Einstellungen zum Mathematikunterricht bedenkt.²⁶⁸ So können sich Übersimplifikationen in frühen und mittleren Lernstadien beim später notwendigen Umgang mit komplexen Realitätsbereichen als ausnehmend hinderlich erweisen. Insbesondere Vertreter konstruktivistisch orientierter Instruktionsansätze schlagen in diesem Zusammenhang vor, statt der Versuchung einer Vereinfachung nachzugeben besser Komplexität und Irregularität bewusst zu machen und Hilfen zu deren Bewältigung anzubieten.²⁶⁹
- Ein Ausklammern von Unterrichtskomplexität in der ersten Ausbildungsphase könnte später, insbesondere in der Phase des Praxisübergangs, zu Überforderungssituationen führen, die der Trägheit des „Systems Schule“ Vorschub leisten können, indem sie Lehrlern an scheinbar bewährte (weil aus mindestens zwölfjähriger Schulzeit bekannte) Unterrichtsschemata festhalten und daraus vorzeitig (eigene) Gewohnheiten werden lassen, von denen dann später noch schwerer abzugehen ist.²⁷⁰

In diesem Zusammenhang wird vielfach beklagt, dass bislang verbreitete Formen der Lehrerbildung, sowohl in ihrer Organisation als auch in der Art der Wissensvermittlung der Komplexität von Unterricht häufig nicht ausreichend gerecht werden.²⁷¹ So äußern sich beispielsweise GOLDMAN; BARRON; WITHERSPOON (1991:28) über die Mathematiklehrerbildung wie folgt:

“Teaching mathematics is a complex process in which teachers are required to weave together knowledge from a number of different disciplines (...). In most teacher education programs, however, preservice teachers are expected to acquire this knowledge from individual courses, isolated from the classroom context in which the knowledge is to be applied. Furthermore, the lecture/textbook format, through which information is typically “delivered” to the prospective teacher, gives little opportunity for students to engage in dialogue, problem identification, and integration of information from multiple sources.”

Davon ausgehend schlagen zahlreiche Autoren zumindest entsprechende Ergänzungen bisheriger Formen der Ausbildung vor. Besondere Potenziale werden dabei häufig in einem stärkeren Einsatz von Fallstudien bzw. von Fallmethoden (case methods) als Ausbildungsmetho-

²⁶⁷ COHORS-FRESENBORG et al. (1999:137), MOUSLEY; SULLIVAN (1997).

²⁶⁸ Z. B.: FLODEN; CLARK (1988), GRIGUTSCH; RAATZ; TÖRNER (1998).

²⁶⁹ KOHLER (1998).

²⁷⁰ Vergleiche auch SEEL (1996).

²⁷¹ Z. B. DOYLE (1990), KIEBWETTER (1994); LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998), MERSETH; LACEY (1993), SEEL (1996).

den²⁷² und hypermedialen Lernumgebungen²⁷³ gesehen.²⁷⁴ Mit deren Hilfe könnte es unter anderem gelingen, Komplexität von Unterricht in der Lehrerbildung stärker bewusst zu machen und Studierenden Gelegenheit zu geben, sich mit dieser intensiv auseinander zu setzen.

Im Abschnitt 2.3 haben wir versucht, die im Vergleich zu eher traditionellem Mathematikunterricht zusätzliche Komplexität eines problemorientierten Mathematikunterrichts aufzuzeigen, die vor allem auch aus der möglichst eigenständigen Bearbeitung geeigneter – und dies heißt unter anderem hinreichend reichhaltiger – Problemstellungen durch die Schüler resultiert. In einem zweiten Teilabschnitt wurden davon ausgehend mögliche Konsequenzen für die Lehrerbildung angesprochen.

These 4: Für einen Beitrag der Mathematiklehrerbildung zur Qualitätsverbesserung des Mathematikunterrichts unter anderem durch dessen stärkere Problemorientierung sollte bereits im Rahmen der Ausbildung versucht werden, zukünftige Mathematiklehrer für die besondere Komplexität und daraus resultierende Anforderungen eines derartigen Mathematikunterrichts intensiver zu sensibilisieren.

²⁷² Unter einem „Fall“ kann man in erster Näherung die Beschreibung einer „realen“ oder realitätsnahen Problemsituation verstehen, die zu analysieren ist und für die Lösungsvorschläge zu entwickeln und abzuwägen sind; vergleiche auch DOMSCH (1995:602). Erfahrungen zur Fallmethode liegen vor allem im juristischen, medizinischen, psychologischen, militärischen und auch im pädagogischen Bereich vor.

²⁷³ Mit hypermedialen Lernumgebungen meinen wir besondere multimediale Umgebungen. Dabei gibt es schon für den Begriff Multimedia zahlreiche Definitionsversuche, in Anlehnung an SCHULMEISTER (1996) sehen wir vor allem folgende konstituierende Aspekte:

- in der Regel computergestützte Integration von Daten verschiedener Medien;
- für den Benutzer ist Multimedia eine multiple Repräsentation interpretierbarer Informationen;
- Multimedia ist interaktiv.

Hypermedien sind Multimedien, zusätzlich gekennzeichnet durch nichtlineare Verknüpfungen von Informationsblöcken, die dem Nutzer Kontrolle über die Interaktion geben. Man denke beispielsweise auch an das von den australischen Mathematikdidaktikern MOUSLEY und SULLIVAN entwickelte Computerprogramm „Learning about Teaching“ (MOUSLEY; SULLIVAN 1996). Für NIELSEN (1995:14) ist besonders wichtig, dass die hypermediale Umgebung „provide the user with the feeling of being in control and able to explore an information space“. An anderer Stelle (NIELSEN 1990:10) verwendet er das folgende Bild: „It has been said that the difference between multimedia and hypermedia is similar to that between watching a travel film and being a tourist yourself.“

Zitiert nach SCHULMEISTER (1996:227;19), vergleiche auch die Originalarbeiten:

NIELSEN, J. (1990): Hypertext and Hypermedia. Boston u.a.: Academic Press.

NIELSEN, J. (1995): Multimedia and Hypertext. The Internet and Beyond. Boston u.a.: Academic Press.

²⁷⁴ Für Potenziale und mehr oder weniger begründete und abgesicherte Hoffnungen müssen wir an dieser Stelle auf die Literatur verweisen.

Cases and case methods: z. B. BARNETT (1991), CARTER; UNKLESBAY (1989), CHRISTENSEN (1987), DOYLE (1990), GOLDMAN; BARRON; WITHERSPOON (1991), MERSETH (1990, 1991, 1994), MERSETH; LACEY (1993).

Hypermediale/multimediale Lernumgebungen: z. B. GOLDMAN; BARRON (1990), JONG; SARTI (1994), MOUSLEY; SULLIVAN (1996, 1997), KOHLER (1998), KOMMERS; GRABINGER; DUNLAP (1996), LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998), MERSETH; LACEY (1993), NIX; SPIRO (1990), SCHNOTZ; SEUFERT; BANNERT (2001), SCHULMEISTER (1996), SPIRO; JEHNG (1990), SPIRO; FELTOVICH; JACOBSON; COULSON (1991), SULLIVAN; MOUSLEY (2001).

3 ZIELE DIESER UNTERSUCHUNG

Aus den in den vorangegangenen Kapiteln dargelegten und im Folgenden noch einmal sehr knapp zusammengetragenen theoretischen Positionen werden in diesem Kapitel die Zielstellungen dieser Untersuchung entwickelt.

Unterricht lässt sich als ein komplexer Realitätsbereich – gekennzeichnet durch Reichhaltigkeit, Vernetztheit, Dynamik und Intransparenz – verstehen, in dem der Lehrer unter Unsicherheit meist mehrere Ziele gleichzeitig verfolgen muss (vergleiche These 1).²⁷⁵

Dagegen könnte eingewendet werden, dass die Komplexität eines Realitätsbereichs eine auch vom Subjekt abhängige Größe ist. Für den interessierten Beobachter mag Unterricht zwar „von außen“ hochkomplex erscheinen, erfahrene Lehrer würden aber in der Regel über zahlreiche praktische und kognitive Mittel der Komplexitätsreduktion verfügen und folglich in einem für sie selbst viel weniger komplexen Realitätsbereich agieren. Dem lässt sich allerdings entgegen halten, dass für einen qualitativ guten – und dies heißt nach internationalen Standards eben auch einen problemorientierten – Mathematikunterricht Komplexität nicht beliebig reduzierbar ist. Vielmehr ist ein problemorientierter Mathematikunterricht durch eine notwendige, im Vergleich zu eher traditionellem und in Deutschland weit verbreiteten Unterricht zusätzliche Komplexität gekennzeichnet, die durch eine möglichst eigenständige Bearbeitung geeigneter, also auch hinreichend reichhaltiger mathematischer Probleme durch Schüler verursacht wird (vergleiche Thesen 2 und 3).²⁷⁶

Für einen Beitrag der Lehrerausbildung zur aus Gesellschaft und Wissenschaft geforderten Qualitätssteigerung des Mathematikunterrichts scheint es uns unter anderem notwendig, Studierende im Rahmen der Ausbildung für diese Komplexität und daraus resultierende Anforderungen eines problemorientierten Mathematikunterrichts intensiver zu sensibilisieren (vergleiche These 4).²⁷⁷

Eine solch neue, zusätzliche Schwerpunktsetzung in der mathematikdidaktischen Ausbildung erfordert zunächst notwendige Vorarbeiten. Beispielsweise scheint es uns unabdinglich, zunächst Informationen zur vorfindbaren individuellen „Ausgangslage“ bei Studierenden zu gewinnen. Dazu muss ein entsprechendes **Diagnoseinstrumentarium** entwickelt werden, mit dessen Hilfe dann gegebenenfalls auch didaktische Bemühungen um eine Sensibilisierung von Studierenden evaluiert werden könnten.

Im Rahmen dieser Untersuchung soll ein vorläufiges Diagnoseinstrumentarium entwickelt werden, das geeignet sein könnte, Hinweise auf den Grad der Sensibilität für die Komplexität spezifischer Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts zu gewinnen, die vor allem auch im Zusammenhang stehen mit einer möglichst eigenständigen Bearbeitung mathematisch reichhaltiger Problemstellungen durch die Schüler. Das Diagnoseinstrumentarium soll in einer exploratorischen Untersuchung erprobt und dadurch sollen erste Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität bei Studierenden gewonnen werden.

Diese Zielstellung ist im Folgenden zu konkretisieren.

In Abschnitt 2.3 wurde die Komplexität dieser spezifischen Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts vor allem auch anhand der Beispielsituationen I – III herausgearbeitet.²⁷⁸ Diese Komplexität führt zu besonderen Anforderungen an den Lehrer, die wir vor allem auch

²⁷⁵ Vergleiche Seite 30.

²⁷⁶ Vergleiche Seite 49 bzw. Seite 57.

²⁷⁷ Vergleiche Seite 60.

²⁷⁸ Vergleiche Seite 51 ff.

hinsichtlich des Entwurfs geeigneter Bearbeitungsmöglichkeiten der Problemstellungen durch die Schüler und damit zusammenhängend hinsichtlich vorausgehender und aktueller Entscheidungen zu einer entsprechenden Unterrichtsgestaltung (vergleiche insbesondere die Situationen I und II) sowie hinsichtlich der Interpretation von Unterrichtssituationen (vergleiche insbesondere Situation III) sehen.

Wir wollen einen Akteur (Studierenden, Lehrer, ...) als sensibel für die Komplexität dieser spezifischen, vor allem mathematisch-kognitiven Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts bezeichnen,²⁷⁹

- wenn er sich spezifischen Merkmalen des Realitätsbereichs „problemorientierter Mathematikunterricht“ bewusst ist,
 - insbesondere der Reichhaltigkeit geeigneter Problemstellungen und damit zusammenhängend
 - der Reichhaltigkeit, Vernetztheit, Dynamik und Intransparenz eigenständiger Problembearbeitungsprozesse von Schülern;
- wenn er sich resultierenden Anforderungen an den Lehrer bewusst ist, die insbesondere beim Entwurf von Bearbeitungsmöglichkeiten der Problemstellung durch die Schüler und einer entsprechenden Unterrichtsgestaltung sowie bei der Interpretation aktueller Unterrichtssituationen zu bewältigen sind, also Anforderungen beispielsweise hinsichtlich
 - der Modellierung eines Wechselwirkungsnetzwerkes, das insbesondere wichtige Unterrichtsbedingungen, mögliche Merkmale der Unterrichtsgestaltung und wahrscheinliche Merkmale von Problembearbeitungsprozessen der Schüler umfasst,
 - darauf basierender Analysen von in der Regel mehrdimensionalen Unterrichtsentscheidungen bezüglich möglicher Auswirkungen insbesondere auf Problembearbeitungsprozesse von Schülern und damit zusammenhängende Aspekte, aber auch bezüglich möglicher Fern- und Nebenwirkungen,
 - der zügigen Interpretation von Problembearbeitungsprozessen und -ergebnissen der Schüler unter anderem bezüglich möglicher Potenziale und Schwierigkeiten;
- wenn er sich auch den Grenzen hinsichtlich der Entscheidungs- und Handlungsfähigkeit des Lehrers bewusst ist. Beispielsweise
 - können Unterrichtssituationen in der Regel nicht vollständig überblickt oder gar vorausgeplant werden, und selbst wenn,
 - gäbe es häufig sowieso keine beste Lösung.

In welchen Situationen und in welcher Form könnte sich Sensibilität für Komplexität zeigen? Wie könnte ein Instrumentarium aussehen, mit dessen Hilfe sich Hinweise auf den Grad der Sensibilität von Studierenden gewinnen lassen? Unseres Wissens liegen dazu auch international noch keine Erfahrungen vor, so dass mit dieser Untersuchung lediglich ein erster Versuch zur Beantwortung dieser Fragen unternommen werden kann.

Unseres Erachtens könnte sich der Grad der Sensibilität für Komplexität unter anderem im Verhalten der Studierenden im Zusammenhang mit Entscheidungen in geeigneten Unter-

²⁷⁹ Für eine bessere Lesbarkeit werden wir im weiteren Text in diesem Zusammenhang gelegentlich nur von Sensibilität oder Sensibilität für Komplexität sprechen.

richts- oder unterrichtsnahen Situationen zeigen. Zunächst scheint es dann vielleicht nahe liegend, nur an „reale“ Unterrichtssituationen als Untersuchungsumgebung zu denken. Diesbezüglich sehen wir allerdings unter anderem die folgenden Nachteile:

- *Zeitdruck*: Unterrichtssituationen sind in der Regel hochdynamisch. Während erfahrenere Lehrer häufig über Routinen verfügen, um sich bei Bedarf Zeit für notwendige Entscheidungsprozesse zu verschaffen, kann bei Studierenden davon nicht ausgegangen werden. Auch damit zusammenhängend könnten sich gerade Studierende in „realen“ Unterrichtssituationen häufig „unter Druck“²⁸⁰ und überfordert fühlen und daher auf aus der Schulzeit noch vertraute Verhaltensmuster ausweichen.
- *Mangelndes Zutrauen in eigene Fähigkeiten*: In „realen“ Situationen kommt immer auch der Ausführungs- bzw. Könnensaspekt hinzu, der mögliche Hinweise auf den Grad der Sensibilität überlagern könnte.²⁸¹
- *Unwiederholbarkeit realen Unterrichts*: Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität könnten sich gerade auch aus der Differenziertheit des Entscheidungsverhaltens in ähnlichen, aber doch unterschiedlichen Situationen ergeben.²⁸² „Reale“ Unterrichtssituationen sind aber immer einmalig und entziehen sich einer systematischen Variation von „außen“.²⁸³
- Auch mögliche *ethische und pädagogische Bedenken*, Schüler zu Untersuchungszwecken einzusetzen, sprechen gegen „realen“ Unterricht als Untersuchungsumgebung.
- Dagegen spricht schließlich auch der notwendige *organisatorische Aufwand*, der schon für einen einzelnen Unterrichtsversuch beträchtlich sein kann.

Unter anderem aus den eben aufgeführten Gründen scheint es uns notwendig, eine artifizielle Untersuchungsumgebung zu entwerfen, die die erwähnten Nachteile nicht hat und dennoch ausgewählte Aspekte von Anforderungen eines problemorientierten Mathematikunterrichts – insbesondere hinsichtlich des Entwurfs von Bearbeitungsmöglichkeiten des jeweiligen Problems und einer entsprechenden Unterrichtsgestaltung sowie hinsichtlich der Interpretation aktueller Problembearbeitungsprozesse – simuliert. Dazu müsste eine solche Umgebung Studierende mit entsprechenden, möglichst empirisch gestützten Entscheidungssituationen konfrontieren.²⁸⁴ Unabdinglich scheint uns dabei eine hinreichende Komplexität der modellierten Situationen, da sich Hinweise auf eine mögliche Sensibilität für Komplexität am ehesten in einer genügend komplexen Umgebung zeigen könnten. Günstig für unser Anliegen scheint uns auch, Studierenden nicht nur eine eigenständige, sondern auch interaktive Auseinandersetzung mit entsprechenden Situationen zu ermöglichen in dem Sinne, dass ihnen zusätzlich Rückmeldungen hinsichtlich ihrer Entscheidungen zur Verfügung gestellt werden, auf die sie wiederum reagieren können. Auf diese Weise ergäbe sich – wie im „realen“ Unterricht auch – eine Vernetzung der jeweiligen Situationen, die zum einen die Nähe der Untersuchungsumgebung zu „realen“ Anforderungen erhöht, auch weil sie zum anderen deren Komplexität vergrößert.

Ausgehend von diesen Mindestanforderungen könnte insbesondere ein entsprechend konzipiertes, interaktives **Computerszenario** eine geeignete Untersuchungsumgebung sein. Im

²⁸⁰ Vergleiche auch WAHL, D. (1991): Handeln unter Druck. Der weite Weg vom Wissen zum Handeln bei Lehrern, Hochschullehrern und Erwachsenenbildnern. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.

²⁸¹ LAMPERT und LOEWENBERG BALL (1998:46) sprechen in diesem Zusammenhang auch von „pressure of performance“. Beispielsweise werden bei Entscheidungen zur weiteren Unterrichtsgestaltung sicherlich häufig nur solche Handlungsoptionen in Betracht gezogen, deren Ausführung sich der Studierende zutraut.

²⁸² Man denke beispielsweise an die Situation I (vergleiche Seite 51 f.) für *verschiedene* Schulklassen.

²⁸³ Bei einem einzelnen Unterrichtsversuch können beispielsweise die Unterrichtsvoraussetzungen eben nicht variiert werden.

²⁸⁴ Bei derartigen Situationen denke man beispielsweise an die im Abschnitt 2.3 besprochenen, der „Realität“ entnommenen Situationen I – III.

Rahmen dieser Untersuchung soll daher ein erster Versuch unternommen werden, ein derartiges Szenario zu entwickeln und zu erproben.

Zu Details des zu entwickelnden Computerszenarios

Bei der inhaltlichen Gestaltung des Szenarios wollen wir uns an einem einzelnen Beispiel für (potenziell) problemorientierten Mathematikunterricht orientieren. Schon der Erkundungscharakter dieser Arbeit lässt ein derartig exemplarisches Vorgehen angezeigt erscheinen. Wir sehen dafür allerdings unter anderem noch folgende Gründe:

- Soll mit beschränkten Ressourcen ein komplexer Realitätsbereich (beispielsweise Unterricht) modelliert werden, so kann eine globale, dann allerdings grobe oder eine nur partielle aber dafür umso *feinere Repräsentation* entwickelt werden. Wir haben uns für Reduktion durch Fokussierung auf ein einzelnes Beispiel entschieden. Durch diese Beschränkung soll versucht werden, einen möglichst großen Teil der Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts zwar nur exemplarisch, aber dafür umso detaillierter zu erfassen und durch ein Computerszenario darzustellen.
- Im Hinblick auf oben genannte Zielstellung ist besonders das Folgende wichtig: Durch ein Szenario, das ausschließlich ein Beispiel thematisiert, kann der Nutzer mit zahlreichen *sehr eng vernetzten Entscheidungssituationen* konfrontiert werden. Durch eine Analyse der Szenariobearbeitung könnten dann eventuell entsprechend zahlreichere und zusätzliche Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Programmnutzers gewonnen werden.
- Auch im Hinblick auf unsere Zielstellung scheint uns ein gewisser *Realitätsbezug* des Szenarios notwendig. In diesem Zusammenhang sind wir uns allerdings der diesbezüglichen engen Grenzen eines Computerszenarios (und der prinzipiellen Problematik des Begriffes Realitätsbezug) durchaus bewusst. Selbstverständlich können Unterricht oder auch nur einzelne Unterrichtsszenen in ihrer Komplexität nicht durch ein Computerprogramm modelliert werden.²⁸⁵ Und selbstverständlich ist ein Modell „lediglich“ eine in der Regel verkürzte Repräsentation eines natürlichen oder künstlichen Originals,²⁸⁶ die nur einige der den Modellerstellern zugänglichen und aktuell relevant erscheinenden Attribute des Originals umfasst (sowie häufig und auch bei uns zusätzlich Attribute, die das Original nicht aufweist).²⁸⁷

Realitätsbezogen soll das Computerszenario in dem Sinne sein, dass es den Nutzer mit *ausgewählten* Aspekten spezifischer Situationen (und entsprechenden Zusammenhängen) konfrontiert, die auch in der „Realität“ – dort nur bei weitem reichhaltiger – auftreten könnten.²⁸⁸ Nimmt man diesen Anspruch ernst, so muss man für die Erstellung eines derartigen Szenarios auf umfangreiche, sehr spezifische Erfahrungen zurückgreifen bzw. diese in aufwändigen Voruntersuchungen gewinnen.

²⁸⁵ Für eine leichtere Lesbarkeit werden wir bezüglich der im Szenario modellierten Situationen gelegentlich dennoch von „Unterricht“ sprechen.

²⁸⁶ HERZ und BLÄTTE (2000:4) sprechen sogar davon, dass Modellbildung ohne Komplexitätsreduktion undenkbar ist; vergleiche auch HARBORDT (1974).

²⁸⁷ Ein Modell erfüllt seine Ersetzungsfunktion lediglich für bestimmte Subjekte innerhalb bestimmter Zeitintervalle und hinsichtlich spezifischer Intentionen. Vergleiche auch ausführliche Explikationen zum Modellbegriff insbesondere bei STACHOWIAK (1973, 1980); vergleiche beispielsweise auch GEUTING (2000), HARBORDT (1974), HERRMANN (1987), MÖHRING (1990), STERMAN (1991), TROITZSCH (1990).

²⁸⁸ Gemäß dem Anliegen der Untersuchung konzentrieren wir uns bei der Auswahl von Situationen, deren Modellierung und bei möglichen Rückmeldungen des Szenarios nach entsprechenden Nutzerentscheidungen auf Aspekte, die mit Problembearbeitungsprozessen von Schülern im Unterricht in Zusammenhang stehen, also vor allem auf mathematisch-kognitive, aber auch ausgewählte affektive Aspekte des Unterrichts (beispielsweise Frustrationstoleranz und Anstrengungsbereitschaft der Schüler).

- Ein weiterer pragmatischer Grund: Wie Unterricht bedarf auch eine reflektierte Bearbeitung eines entsprechenden Szenarios einer ausgiebigen fachlichen Vorbereitung des Nutzers. **Aufwandsgründe** und damit zusammenhängende Aspekte, beispielsweise die Motivation des Nutzers, sprechen dann für die Arbeit an einem einzelnen Beispiel.

Selbstverständlich sind verschiedene mathematische Probleme denkbar, deren Einsatz im Unterricht inhaltliche Grundlage des zu erstellenden Computerszenarios sein könnte. Wir haben uns für die Bearbeitung des Faltpblems im Mathematikunterricht der fünften Jahrgangsstufe entschieden. Neben der besonderen Eignung dieses Problems für einen problemorientierten Mathematikunterricht²⁸⁹ sehen wir dafür unter anderem die folgenden, damit teilweise zusammenhängenden Gründe:

- Die Bearbeitung des Faltpblems im Mathematikunterricht ist für den Lehrer ein insbesondere auch hinsichtlich mathematisch-kognitiver Aspekte **hochkomplexer Realitätsbereich**. Das Unterrichtsthema gestattet ihm ein variantenreiches Vorgehen, es sind vielfältige Steuerungsprozesse und situative Entscheidungen möglich und nötig. Dabei kann der Lehrer unterschiedliche lang- und kurzfristige Unterrichtsziele verfolgen. Unterrichtsbedingungen und aktuelle Lehrerentscheidungen wirken sich differenziert auf Problembearbeitungsprozesse und –ergebnisse von Schülern aus, mitunter haben Entscheidungen des Lehrers auch längerfristige Auswirkungen auf Einstellungen zu und Vorstellungen über Mathematik und Mathematikunterricht von Schülern.
Eine entsprechende Modellierung mittels Computerszenario, die einen Großteil dieser Aspekte umfasst, könnte daher eine im Hinblick auf unsere Zielstellung besonders geeignete Untersuchungsumgebung bereitstellen.
- Ein Computerszenario, das eine Unterrichtseinheit in der fünften Jahrgangsstufe zum Thema hat, könnte sowohl für Studierende eines Lehramts an Grundschulen als auch für Studierende eines Lehramts an weiterführenden Schulen eine **relevante Untersuchungsumgebung** sein. Unseres Erachtens eignet sich gerade auch das Faltpblem für Schüler dieser Altersstufe. Zum einen verfügen diese bereits über notwendige Bearbeitungsmittel, sieht man von Beschreibungen möglicher Zusammenhänge zwischen der Zahl der Faltschnitte und der Zahl der Löcher oder weiterer geometrischer Merkmale der Faltblätter durch Gleichungen ab. Zum anderen sind nach unseren Erfahrungen bei diesem Problem Bearbeitungsprozesse jüngerer Schüler oftmals überraschend vielfältig und reichhaltig; und schließlich ist das Faltpblem für diese Altersgruppe sicher besonders motivierend.
- Außerdem ist das Faltpblem bisher **wenig bekannt**.²⁹⁰ Dessen Einsatz im Unterricht bzw. eine entsprechende Modellierung ist daher für fast alle Studierende gleichermaßen ein unbekannter Realitätsbereich.

Schließlich sehen wir noch einige pragmatische Gründe für die Verwendung des Faltpblems:

- Die Voraussetzungsarmut und Neuartigkeit des Problems erleichtert die **Durchführung einer Vielzahl von Unterrichtsversuchen**, die für eine realitätsbezogene Modellierung notwendig sind.
- Das Faltpblem ist unter anderem deshalb für einen problemorientierten Mathematikunterricht geeignet, weil es zahlreiche arithmetische und geometrische Muster aufweist und auch dadurch verschiedene Bearbeitungsansätze und die Verwendung heuristischer Strategien (beispielsweise „Repräsentationswechsel“) ermöglicht. Diese vielfältigen Muster

²⁸⁹ Vergleiche auch Seite 33 ff.

²⁹⁰ Keinem der an den empirischen Untersuchungen beteiligten Studierenden war das Faltpblem vorher bekannt.

bzw. entsprechende Tabellen, Faltblätter, Skizzen etc. unterstützen aber auch die **Darstellbarkeit** von Problembearbeitungsprozessen durch ein multimediales Computerszenario.

Im Rahmen dieser Untersuchung soll also ein Computerszenario entwickelt werden, das den Nutzer in der Rolle des Lehrers – aber unter weitaus geringerem Druck als „realer“ Unterricht –, mit auf ausgewählte Aspekte reduzierten, teilweise miteinander zusammenhängenden Entscheidungssituationen zur Gestaltung einer Mathematikunterrichtsstunde konfrontiert, in der das Faltproblem bearbeitet werden soll. Ausgehend von den Entscheidungen des Nutzers soll das Szenario dann spezifische Merkmale möglicher Unterrichtsprozesse darstellen, auf die der Programmnutzer wiederum reagieren kann.

Dabei wollen wir uns insbesondere auf die Modellierung eben solcher Situationen konzentrieren, in denen Problembearbeitungsprozesse (und damit zusammenhängende Aspekte) durch den Lehrer bzw. Programmnutzer zu interpretieren und zu bewerten und teilweise davon ausgehend geeignete Bearbeitungsmöglichkeiten für Schüler zu entwerfen und anzuregen sind. Folglich sollten entsprechende Szenariosituationen, wie die im Abschnitt 2.3 skizzierten Situationen I – III, mindestens hinreichend reichhaltige Informationen zu Problembearbeitungsprozessen und (Zwischen-) Ergebnissen von Schülern und zu Merkmalen der bisherigen Unterrichtsgestaltung umfassen; ergänzt durch Hinweise zu ausgewählten Bedingungen des Unterrichts, die sich insbesondere auf Merkmale der Problembearbeitung durch die Schüler auswirken könnten.

Die folgende Abbildung zeigt als illustrierendes Beispiel eine mögliche Umsetzung der Situation II im angedachten Szenario:

Aktuellen Unterrichtsszene in der Klasse 5b:²⁹¹

Vor der Durchführung des zweiten Faltschnitts äußern einige Schüler ihre Vermutungen.

Frank: *Ich glaube, es sind 16 Löcher im Papier, denn wir haben viermal geschnitten und das Papier ist vierlagig.*

Bernd: *Ich denke, es ist ein Loch. An den Rändern sind nur Dreiecke eingeschnitten.*

Nach dem Aufklappen des Papiers entwickelt sich eine rege Diskussion zwischen den Schülern. Schließlich einigen sie sich darauf, dass lediglich ein Loch im Papier ist. Der Lehrer trägt das Ergebnis in eine Tafeltabelle ein, als Maria plötzlich einwirft:

Eigentlich könnte man ja sagen, dass an den Rändern immer ein halbes Loch entsteht.

Mögliche Lehrerreaktionen:

„Merk dir deine Idee, vielleicht kannst du sie später gebrauchen.“

„Und wie viele Löcher sind dann im Papier?“

„Wir haben uns doch gerade darauf geeinigt, was unter einem Loch verstanden werden soll.“

Abbildung 10: Zur möglichen Umsetzung der Situation II im angedachten Szenario²⁹²

²⁹¹ Für ein Kurzporträt der Klasse 5b vergleiche Anhang C, Seite 246.

²⁹² Eine Umsetzung im Szenario ist im Anhang C, Seite 249 abgebildet.

Im oberen Feld der Abbildung wird die aktuelle Unterrichtssituation geschildert, in der der Szenariounutzer reagieren muss. Dazu werden diesem durch das Programm verschiedene Alternativen (im unteren Feld) angeboten, von denen (in diesem Fall) eine auszuwählen ist.

Zu möglichen Nachteilen eines derartigen Computerszenarios

Abbildung 10 macht auch einen möglichen Nachteil eines derartigen Szenarios deutlich: In den jeweiligen Entscheidungssituationen kann ein Programmnutzer selbstverständlich beliebige Optionen zur weiteren Unterrichtsgestaltung entwickeln.²⁹³ Mit Rückmeldungen reagieren kann ein Computerszenario letztlich allerdings nur auf spezifische Alternativen, die dem Nutzer beispielsweise in einem entsprechenden Menü zur Auswahl angeboten werden. Sicherlich könnten durch eine Analyse „freier“ Entscheidungen des Nutzers zusätzliche Hinweise auf dessen Sensibilität für Komplexität gewonnen werden, allerdings scheint uns die Realisierung eines derartigen Computerprogramms schon aus informationstechnischen Gründen nicht möglich. Unseres Erachtens fehlen dazu aber auch notwendige Unterrichtsmodelle, auf deren Grundlage die uns hauptsächlich interessierenden Aspekte von Unterrichtsprozessen bei beliebigen Eingriffen des Lehrers genügend detailliert prognostiziert werden könnten.²⁹⁴

Die notwendige Einschränkung der Entscheidungsfreiheit des Nutzers könnte auch zu Motivationsproblemen bei der Bearbeitung des Szenarios führen. Es soll daher versucht werden, *auch* solche Optionen zu integrieren, die Studierenden in den jeweiligen Situationen nahe liegend erscheinen.

Einen weiteren Nachteil des Computerszenarios gegenüber „realen“ Untersuchungsumgebungen sehen wir in Grenzen der Darstellbarkeit sowohl von Unterrichtssituationen als auch von angebotenen Optionen in den jeweiligen Situationen durch Texte, Graphiken, Schnappschüsse etc. und die damit verbundene geringere Betroffenheit des Nutzers. So erfährt ein Lehrer im Unterricht mitunter heftige Rückmeldungen von Schülern, deren Intensität sicher nicht durch ein Computerszenario vermittelt werden kann. Allerdings erscheint uns ein Szenario im Vergleich zu anderen häufig verwendeten Untersuchungsinstrumenten (Fragebögen, Interviews, eventuell unterstützt durch *nicht*-interaktive Medien) in dieser Hinsicht noch besonders günstig.

Unter Abwägung von Vor- und Nachteilen könnte ein spezifisches Computerszenario dennoch geeignet sein, Hinweise auf den Grad der Sensibilität von Studierenden für die Komplexität ausgewählter Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts zu gewinnen. Weitere Details zur Konzeption eines derartigen Szenarios können durch *vorläufige* Kriterien für den Grad der Sensibilität für Komplexität und damit zusammenhängende Anforderungen an das Programm als Untersuchungsumgebung begründet werden; sie werden daher im folgenden Abschnitt ergänzt.

²⁹³ Und diese könnten ja auch durch das Computerprogramm erfasst werden.

²⁹⁴ Denkbar wäre auch eine Kombination aus zunächst „freien“ Entscheidungen des Programmnutzers und anschließender Vorgabe von Optionen, aus denen auszuwählen ist. Aus unserer Sicht erscheint dieses Vorgehen allerdings unter anderem hinsichtlich der Belastung der Versuchsperson und deren Motivation problematisch. In einer (im Vergleich zur Szenariobearbeitung in der Regel kürzeren) Befragung der Untersuchungsteilnehmer zu Entscheidungssituationen im Unterricht (von der sich diese in der Regel auch weniger betroffen fühlten als vom Szenario) wurde ein solches Vorgehen erprobt. Gewonnene Daten können allerdings in dieser Untersuchung noch nicht berücksichtigt werden; vergleiche auch Abschnitt 6.1.

Erster Operationalisierungsversuch zum Konstrukt „Sensibilität für Komplexität“

Ausgehend von in den vorangegangenen Abschnitten dargestellten Überlegungen zur Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts und zur Sensibilität für Komplexität könnten insbesondere folgende Merkmale einer Auseinandersetzung mit einem entsprechenden Computerszenario Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität des Programmnutzers geben.

Kontextsensitivität von Entscheidungen

Im Computerszenario sind durch den Programmnutzer Situationen zu bearbeiten, in denen über die (weitere) Unterrichtsgestaltung entschieden werden muss. In diesem Zusammenhang könnten erste wichtige Anhaltspunkte für den Grad der Sensibilität für Komplexität durch Beantwortung der folgenden Fragen gewonnen werden:

Welche (der im Programm dargestellten) Aspekte der aktuellen Situation werden vom Szenari Nutzer berücksichtigt (Situationsanalyse)?

Inwieweit werden im Programm angebotene Optionen unter Einbezug relevanter Unterrichtsbedingungen hinsichtlich möglicher Auswirkungen auf (diese) verschiedene(n) Aspekte analysiert (Wirkungsanalyse)?

Dabei sind für einen problemorientierten Mathematikunterricht die folgenden – allerdings nach unseren Erfahrungen häufig vernachlässigten²⁹⁵ – Aspektbereiche besonders bedeutsam:

(M): der **mathematische** Hintergrund der aktuellen Problemstellung, beispielsweise Lösungsansätze und Zusammenhänge zwischen diesen, mögliche Vernetzungen innerhalb und nach außerhalb der Mathematik, mögliche Ausweitungen und Variationen,

(P): **Problembearbeitungsprozesse** und –ergebnisse der Schüler, beispielsweise aktuelle Hypothesen, Vorstellungen, Begründungen.

Darüber hinaus dürfen selbstverständlich allgemeine, affektive und soziale Aspekte von Unterrichtssituationen nicht vernachlässigt werden, diese wollen wir hier zum Aspektbereich (A) zusammenfassen:

(A): **allgemeine**, affektive und soziale Aspekte der aktuellen Unterrichtssituation, beispielsweise Motivation, Beteiligung und Kooperation der Schüler, deren Anstrengungsbereitschaft und Frustrationstoleranz.

Entsprechend konzentrieren sich Modellierungen im Szenario auf mathematisch-kognitive Aspekte und auf Entscheidungssituationen, die insbesondere auch Problembearbeitungsprozesse von Schülern beeinflussen können.²⁹⁶ Selbstverständlich wird auch der Aspektbereich (A), allerdings mit geringerem Auflösungsgrad, berücksichtigt.

Die (notwendige) Vorgabe ausgewählter Optionen in den jeweiligen Entscheidungssituationen durch das Computerszenario schränkt zwar einerseits Entscheidungsmöglichkeiten des Programmnutzers ein. Andererseits könnten sich aber auch zusätzliche Möglichkeiten für eine Analyse des Entscheidungsverhaltens des Nutzers ergeben, wenn diesem stets mehrere, von uns spezifisch konstruierte Optionen zur Auswahl angeboten werden.²⁹⁷

²⁹⁵ Diesbezügliche Erfahrungen wurden auch im Rahmen dieses Projektes bestätigt; vergleiche auch Kapitel 7 oder auch die Unterrichtsbeispiele A und B in der Einleitung.

²⁹⁶ Vergleiche auch obige Bemerkungen und Kapitel 0, insbesondere Seite 97 ff.

²⁹⁷ So kann beispielsweise in der in Abbildung 10 auf Seite 66 beschriebenen Situation überprüft werden, inwieweit der Nutzer bei seiner Entscheidung vorherige Problembearbeitungsprozesse von Schülern berücksichtigt und inwieweit es ihm gelingt, konsistent auf diese zu reagieren.

Differenziertheit von Entscheidungen

Damit zusammenhängend scheint es uns günstig, den Nutzer im Szenario mit ähnlichen, aber (beispielsweise hinsichtlich ausgewählter Unterrichtsbedingungen) doch verschiedenen Entscheidungssituationen zu konfrontieren. Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität könnten sich dann daraus ergeben, inwieweit Entscheidungen durch den Nutzer in den jeweiligen Situationen differenziert werden.²⁹⁸

Beispielsweise könnte dem Szenariobearbeiter die Situation I unter verschiedenen Unterrichtsbedingungen präsentiert werden; diesbezügliche Variationen könnten dabei einige ausgewählte Aspekte – beispielsweise Größe und Zusammensetzung der Schulklasse, deren Leistungsstruktur, Vorerfahrungen der Schüler hinsichtlich verschiedener Sozial- und Unterrichtsformen und damit zusammenhängend hinsichtlich des Ausmaßes der Lehrersteuerung – betreffen, die sich insbesondere auf Problembearbeitungsprozesse von Schülern auswirken können.

Im zu erstellenden Computerszenario sollen daher Entscheidungssituationen und Merkmale möglicher Unterrichtsverläufe für drei verschiedene Schulklassen der fünften Jahrgangsstufe modelliert werden.

Konsistenz von Entscheidungen

Bei der Situations- und Wirkungsanalyse gibt es selbstverständlich auch qualitative Aspekte; der Leser denke beispielsweise an die Anforderungen in der Situation III.²⁹⁹ Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Nutzers könnten sich daher auch daraus ergeben, inwieweit es ihm gelingt, konsistent auf dargestellte Merkmale des bisherigen Unterrichtsgeschehens und dargestellte Unterrichtsbedingungen zu reagieren.

Dabei ist allerdings zu beachten, dass Unterrichtssituationen in der Regel nicht nur *eine* konsistente Lehrerreaktion zulassen. Vielmehr wird es einen „Rahmen“ möglicher Reaktionen geben, außerhalb dessen von Inkonsistenz gesprochen werden muss.

Evaluationsverhalten

Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Nutzers könnten sich auch daraus ergeben, inwieweit er getroffene Entscheidungen evaluiert und seine Wirkungsanalyse kritisch überprüft.

Das Computerszenario soll daher für die vom Nutzer gewählten Optionen detaillierte Rückmeldungen hinsichtlich möglicher Problembearbeitungsprozesse der Schüler und einiger damit zusammenhängender Aspekte zur Verfügung stellen.

Nachdenken über Zusammenhänge, Metakognition, Umgang mit Zielen

Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität könnten sich auch daraus ergeben, inwieweit der Nutzer über mögliche modellierte Zusammenhänge zwischen Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und von Problembearbeitungsprozessen der Schüler und auf einer übergeordneten Ebene über eigene Entscheidungen und das eigene Entscheidungsverhalten reflektiert.

Unterrichtsentscheidungen werden in der Regel ja auch im Hinblick auf aktuelle Ziele getroffen. Dem Nutzer soll daher, auch für bessere Möglichkeiten der Analyse seiner Entscheidungen, im Computerszenario Gelegenheit gegeben werden, vorgegebene mögliche Unterrichtsziele hinsichtlich ihrer Wichtigkeit für diese Unterrichtsstunde (von „sehr bedeutsam“ bis „nicht bedeutsam“) zu bewerten. Dabei sollen Ziele angeboten werden, die aus den in Abschnitt 2.2.1 zusammengetragenen Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts abgeleitet werden können, darüber hinaus aber auch einige Ziele, die einer Problemorientierung eher widersprechen.

²⁹⁸ Mögliche Differenzierungen durch den Programmnutzer hängen sicherlich auch von den in den jeweiligen Situationen angebotenen Alternativen ab; diesbezüglich sind also qualitative Anforderungen durch den Szenarioersteller einzulösen.

²⁹⁹ Vergleiche Seite 54 f.

Weitere Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Nutzers könnten sich dann beispielsweise auch daraus ergeben, inwieweit dieser Zusammenhänge zwischen einzelnen Zielen herstellt, inwieweit er eigene Ziele bei seinen Entscheidungen berücksichtigt und wie er dabei mit sich teilweise widersprechenden Zielen umgeht. Darüber hinaus könnte sich die Möglichkeit einer eigenständigen Bewertung von Unterrichtszielen auch positiv auf die Motivation des Nutzers auswirken.³⁰⁰

Auch um zusätzliche Reflexionsgelegenheiten für den Nutzer zu schaffen,³⁰¹ sollen dessen Entscheidungen am Stundenende durch das Programm unter anderem hinsichtlich möglicher Unterrichtsziele bewertet werden. Durch teilweise auch etwas plakative Bewertungen von Nutzerentscheidungen könnte das Computerszenario zusätzlich einen spielerischen Aspekt gewinnen, der sich ebenfalls positiv auf die Motivation des Nutzers auswirken könnte.

Alternativenbildung

Darüber hinaus könnten sich Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität auch daraus ergeben, inwieweit der Nutzer in den jeweiligen Entscheidungssituationen unter Beachtung des Kontextes zusätzliche Alternativen zur weiteren Unterrichtsgestaltung entwickelt. Daher soll der Nutzer im Programm stets ohne größeren Aufwand zusätzliche Alternativen angeben können.

Explorationsverhalten

Ist sich der Nutzer – oder wird er sich im Verlaufe der Szenariobearbeitung – bewusst, in einem komplexen Realitätsbereich zu agieren und ist – oder wird – er sich damit zusammenhängend Grenzen seiner Entscheidungsfähigkeit bewusst, so könnte sich dies auch in der Bereitschaft zur Korrektur eigener Entscheidungen, in einer systematischen Erprobung verschiedener Alternativen und auch in Veränderungen des eigenen Entscheidungsverhaltens zeigen. Das Computerszenario soll daher eine exploratorische Bearbeitung der verschiedenen Entscheidungssituationen ermöglichen, das heißt der Nutzer soll jederzeit vorangegangene Situationen noch einmal bearbeiten und seine Entscheidungen korrigieren können.

Gegen dieses Merkmal als Anhaltspunkt für den Grad der Sensibilität für Komplexität könnte eingewendet werden, ein sensibler Nutzer könne bereits beim ersten Programmdurchlauf „passende“ Entscheidungen treffen und eine weitere Exploration sei dann nicht mehr notwendig. Allerdings darf unseres Erachtens nicht vergessen werden, dass der Nutzer im Szenario zum ersten Mal mit ihm vorher unbekannten Optionen zur Unterrichtsgestaltung und mit ihm vorher unbekannten Unterrichtsbedingungen konfrontiert wird. Gerade auch in derartigen Konstellationen kann von einem sensiblen Nutzer, der sich ja natürlicher Beschränkungen menschlichen Entscheidens bewusst ist, eine Bereitschaft zum kritischen Hinterfragen eigener Entscheidungen und damit zusammenhängend eine Bereitschaft zur Exploration des zumindest teilweise unbekannten Realitätsbereichs erwartet werden. Darüber hinaus und besonders wichtig gibt es ja in vielen Situationen – und dies muss dann auch im Szenario entsprechend realisiert sein – nicht „die passende Entscheidung“ oder „beste Lösung“; in der Regel sind Situationen auf hinsichtlich verschiedener (Unterrichts-) Ziele mehr oder weniger gute Kompromisse hin angelegt.

³⁰⁰ Auf diese Weise werden dem Nutzer keine Ziele „aufgezwungen“. Eventuell könnten in dieser Situation sogar erste Hinweise auf das „Bild“ des Nutzers von Mathematik und Mathematikunterricht gewonnen werden.

³⁰¹ Beispielsweise könnte gerade auch die Situation zur Gewichtung möglicher Unterrichtsziele eine derartige Reflexionsgelegenheit sein.

Die zusammengetragenen Merkmale können allerdings nur als erster Entwurf möglicher Kriterien für das Konstrukt „Sensibilität für Komplexität“ gesehen werden, von denen ausgehend ein entsprechendes Computerszenario zu entwickeln ist und die später – wie bei exploratorischen Untersuchungen durchaus üblich – auch anhand erster empirischer Daten weiter zu konkretisieren sind.³⁰²

Zusammenfassende Darstellung der Ziele dieser Untersuchung:

(A) *Im Rahmen dieser Untersuchung soll ein realitätsbezogenes Computerszenario entwickelt werden, das am Beispiel der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht ausgewählte Aspekte spezifischer Entscheidungssituationen modelliert und dem Programmnutzer eine explorative Auseinandersetzung mit diesen (in der Rolle des Lehrers) ermöglicht.*

Dabei konzentrieren wir uns

- vor allem auf mathematisch-kognitive, aber auch auf affektive Aspekte im Zusammenhang mit Problembearbeitungsprozessen von Schülern und
- auf Situationen, in denen Problembearbeitungsprozesse zu interpretieren und teilweise davon ausgehend geeignete Bearbeitungsmöglichkeiten für Schüler zu entwerfen und anzuregen sind.

(B) *Außerdem sollen das Computerszenario als Untersuchungsumgebung erprobt und dadurch exploratorisch erste Hinweise auf den Grad der Sensibilität von Studierenden für die Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts gewonnen werden.*

Dazu müssen auch bisherige erste Operationalisierungsansätze weiter konkretisiert und erprobt werden.

Ergänzende Bemerkungen:

Ein Computerszenario mit den gerade entwickelten Merkmalen könnte – zusammen mit einem entsprechenden Analyseinstrumentarium – als Untersuchungsumgebung zum Grad der Sensibilität von Studierenden für spezifische Aspekte der Komplexität problemorientierten Mathematikunterrichts besonders geeignet sein. Darüber hinaus könnte es unseres Erachtens im Rahmen der Lehrerbildung im Zusammenspiel mit weiteren Elementen einen ergänzenden Beitrag zur *Sensibilisierung* von Studierenden leisten.³⁰³ Auch wenn dies ein nur langfristig realisierbares und dieser Arbeit in gewisser Weise übergeordnetes Anliegen ist, wurde es bei konzeptionellen Überlegungen und der Realisierung des Computerszenarios – über diese wird in folgenden Kapiteln ausführlich berichtet – stets mit bedacht.

³⁰² Vergleiche dazu insbesondere Abschnitt 7.2.

³⁰³ Vergleiche auch Abschnitte 2.3.1 und 8.2.

4 EINE ERHEBUNG ZUM FALTPROBLEM ZUR EMPIRISCHEN GRUNDLEGUNG DES COMPUTERSZENARIOS

Ein Ziel dieses Projektes war die Erstellung eines Computerszenarios zur Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht in der fünften Jahrgangsstufe, das nicht nur zu großen Teilen auf empirischen Erfahrungen beruht, sondern Programmnutzern eine interaktive Auseinandersetzung mit spezifischen Aspekten dieser Erfahrungen und darauf beruhender Überlegungen ermöglicht.³⁰⁴

Für die Erstellung eines derartigen Szenarios, für das Anforderungen und Merkmale bereits im letzten Kapitel näher beschrieben wurden, war die Entwicklung eines empirisch gestützten Modells spezifischer Aspekte möglicher Unterrichtsprozesse notwendig. Für eine solche Modellbildung sind neben konkreten Zielvorstellungen und damit teilweise zusammenhängenden theoretischen Überlegungen³⁰⁵ vor allem reichhaltige empirische Erfahrungen zum Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht notwendig. Diese wurden im Rahmen einer umfangreichen Erhebung hauptsächlich in den Jahren 1997 bis 2000 gewonnen. Sie umfasste

- hauptsächlich Unterrichtsversuche zum Faltproblem in verschiedenen Jahrgangsstufen, Schultypen und Bundesländern,
- Befragungen von Lehrern und Studierenden zum Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht,
- vor allem in den ersten beiden Jahren Gespräche mit erfahrenen Didaktikern und Lehrern, die zuvor schon in eigenen Untersuchungen Erfahrungen zum Faltproblem im Unterricht sammeln konnten.³⁰⁶

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels sollen die Ziele der empirischen Erhebung zum Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht weiter expliziert werden. Davon ausgehend wird über die Durchführung und Analyse der Unterrichtsversuche (Abschnitt 4.2) und weitere Bemühungen um empirische Daten (Abschnitt 4.3) berichtet. Ergebnisse dieser Erhebung wurden in das Computerszenario eingearbeitet, im Abschnitt 4.4 können nur sehr kleine Ausschnitte angerissen werden.³⁰⁷ Das Kapitel schließt mit einigen kritischen Bemerkungen zum gewählten methodischen Vorgehen (Abschnitt 4.5).

4.1 Zielstellung der Erhebung

Mit dieser Erhebung zum Faltproblem sollten empirische Daten als wesentliche Grundlage einer Modellierung spezifischer Aspekte des Realitätsbereiches „Faltproblem im Mathematikunterricht“ gewonnen werden. Gemäß der allgemeinen Orientierung des Projektes galt unser Hauptinteresse dabei mathematisch-kognitiven Aspekten der Problembearbeitung durch die Schüler, damit zusammenhängenden affektiven und sozialen Aspekten sowie gewissen, diese beeinflussende und damit zusammenhängende Unterrichtsentscheidungen und Unterrichtsbedingungen, ohne weiteres völlig zu vernachlässigen.³⁰⁸

³⁰⁴ Dabei sind wir uns selbstverständlich, wie schon mehrfach betont, *auch* der Reduktionen und Verkürzungen bewusst, denen ein Computerprogramm notwendig unterliegt.

³⁰⁵ Vergleiche Kapitel 2.

³⁰⁶ An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal ganz herzlich bei allen beteiligten Schülern, Studierenden, Lehrern und Hochschullehrern sowie bei den zuständigen Schulaufsichtsbehörden für die freundliche Unterstützung bedanken.

³⁰⁷ Dies liegt nicht nur an zeitlichen und räumlichen Beschränkungen dieser Arbeit, die eine ausführliche Darstellung sprengen würde. In diesem Zusammenhang sehen wir auch prinzipielle Grenzen linearer Texte.

³⁰⁸ Vergleiche auch Kapitel 3, Seite 61 ff.

Dazu durchgeführte Unterrichtsversuche und Befragungen von Studierenden, Lehrern und Didaktikern sollten Folgendes leisten:

1. Erfassung von Problembearbeitungsprozessen:

Es sollte ein möglichst breites Spektrum von Problembearbeitungsprozessen und –ergebnissen von Schülern der vierten und fünften Jahrgangsstufe und damit zusammenhängenden affektiven und sozialen Aspekten unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen des Unterrichts erfasst werden. Dabei wurde unsere Schwerpunktsetzung vor allem auch durch unterschiedlich hohe Auflösungsgrade hinsichtlich verschiedener Aspektbereiche deutlich.³⁰⁹

2. Erfassung methodischer Variationen:

Damit zusammenhängend sollte eine Vielzahl von Variationen bei der methodischen Gestaltung einer Unterrichtseinheit zum Faltproblem erfasst werden, die insbesondere den Verlauf der Problembearbeitung durch Schüler beeinflussen können. Günstig erschien es uns zum einen, nach Möglichkeiten zu suchen, dabei solche Variationen zu erfassen, die für Studierende (als wichtige Zielgruppe des Computerszenarios) nahe liegen. Zum anderen sollten (entsprechend unserer didaktischen Grundorientierung) insbesondere auch solche Variationen untersucht werden, die einen Mathematikunterricht ermöglichen, der sich an den in Abschnitt 2.2.1 zusammengetragenen Leitideen orientiert, beispielsweise: offene Fragestellungen und Arbeitsaufträge an die Schüler, Anregen zu Vermuten und Argumentieren, Akzeptieren von Schülervermutungen, Zulassen von Variationen der Fragestellung, eher prozess- als ergebnisorientierte Hilfen, kooperative Sozialformen etc.³¹⁰

3. Erfassung von Zusammenhängen:

Es sollten möglichst detailliert Zusammenhänge zwischen ausgewählten Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und Merkmalen des Verlaufs der Problembearbeitung erfasst werden.³¹¹

Diesbezügliche Informationen sollten zu einem empirisch gestützten, möglichst detaillierten deskriptiven Netzwerkmodell integriert werden.³¹² Ein derartiges Modell, das als Grundlage des zu entwickelnden Computerszenarios dienen kann, lässt sich zunächst ähnlich wie das dem „Lohhausen“-Szenario zugrunde liegende Modell vorstellen,³¹³ wobei wir hinsichtlich des zu modellierenden Realitätsbereiches zumindest zwei wesentliche Unterschiede sehen.

- a) Zum einen gibt es mit den verschiedenen Unterrichtssituationen voneinander abhängige, mitunter zeitlich aufeinander folgende Realitätsausschnitte mit ganz unterschiedlichen Merkmalen und „Eingriffsmöglichkeiten“ für den Akteur. Daher ist das zu entwickelnde Modell eher ein Netz von Teilnetzen, bei geringem Auflösungsgrad lässt sich ein Ausschnitt eines solchen Modells wie in der folgenden Abbildung angedeutet vorstellen:

³⁰⁹ Dies setzt sich dann selbstverständlich auch in darauf aufbauenden Modellierungen fort.

³¹⁰ Vergleiche auch Abschnitt 2.2.1, Seite 32 ff. Von uns erprobte bzw. untersuchte Variationen wurden dann in das Computerszenario integriert, weiteres siehe dort.

³¹¹ Beobachtbar im eigentlichen Sinne sind allerdings lediglich „Gleichzeitigkeiten“, aus denen der Beobachter dann Zusammenhänge modellieren kann. In Unterrichtsversuchen sollten solche Gleichzeitigkeiten aufgespürt, durch Befragungen von Lehrern und Didaktikern sollten bereits modellierte Zusammenhänge erfasst werden.

³¹² Einem solchen Modell gehen selbstverständlich gewisse theoretische Vorstellungen und Grundannahmen voraus (vergleiche Kapitel 2).

³¹³ Vergleiche Abbildung 3, Seite 22.

Abbildung 11: Schematische Darstellung eines Teilnetzes im Netzwerkmodell

Eine durch ein solches Teilnetz modellierte Situation wollen wir Entscheidungssituation nennen. Zwischen Aspekten der Unterrichtsgestaltung und der Problembearbeitungsprozesse der Schüler sind dabei konjunktive und disjunktive, additive und multiplikative, positive und negative (in der Regel wohl auch stochastische³¹⁴) Verknüpfungen denkbar (1), verschiedene Aspekte von Problembearbeitungsprozessen sind darüber hinaus nicht unabhängig voneinander (2).³¹⁵ Selbstverständlich werden Zusammenhänge in der Regel auch von den Bedingungen beeinflusst, unter denen der Unterricht stattfindet und diese wiederum können (und sollten) bei der methodischen Gestaltung des Unterrichts berücksichtigt werden (3). Darüber hinaus beeinflussen aktuelle Problembearbeitungsprozesse auch nachfolgende Entscheidungssituationen (4).

- b) Anders als beim „Lohhausen“-Szenario und bei beispielsweise in kognitionspsychologischen Untersuchungen typischerweise verwendeten Szenarien kann in diesem Fall nur in geringem Umfang mit numerischen bzw. quantifizierbaren Größen gearbeitet werden. Dies wird uns bei der Umsetzung eines derartigen Modells durch ein Computerszenario vor besondere Herausforderungen stellen.³¹⁶

³¹⁴ Mitunter können Zusammenhänge allerdings auch nur stochastisch erscheinen, wenn nicht alle Einflussgrößen bekannt sind oder hinreichend genau bestimmt werden können.

³¹⁵ Sicher gibt es auch bei der Unterrichtsgestaltung Elemente, die besser zueinander passen als andere. Möchte sich eine Lehrkraft beispielsweise auf arithmetische Aspekte des Faltproblems konzentrieren, so liegt es nahe, sich auf die Diskussion der *Anzahlen* der Löcher im Papier und möglicher *arithmetischer* Muster zu beschränken und Ergebnisse in Form einer *Tabelle* festzuhalten. Beispielsweise das Anfertigen detaillierter Skizzen der Faltblätter würde sich in diesem Zusammenhang sicher weniger gut einfügen.

³¹⁶ Vergleiche dazu das folgende Kapitel 0, insbesondere Abschnitt 5.2.

4.2 Unterrichtsversuche

Die wichtigste Quelle empirischer Daten bildeten 47 Unterrichtsversuche zum Faltproblem. Fast alle fanden in vierten und fünften, wenige in höheren Jahrgangsstufen statt. Die Versuche wurden in Grund-, Gesamt- und Realschulen bzw. Gymnasien in den Bundesländern Thüringen, Brandenburg, Baden-Württemberg und Hamburg durchgeführt.³¹⁷

Zu einem großen Teil wurden die Unterrichtsversuche durch den Autor realisiert, jeweils eine Unterrichtsstunde in einer vierten und einer siebenten Klasse wurden von Mathematiklehrerinnen gestaltet, die anderen Unterrichtsstunden führten Studierende (in der Regel unterstützt durch den Autor) durch.³¹⁸ Die folgende Tabelle zeigt die Anzahlen der Unterrichtsversuche geordnet nach Jahrgangsstufen und Schultypen. Die Zahlen in den Klammern geben dabei die Anzahlen der nicht vom Autor gestalteten Unterrichtserprobungen an.

Klassenstufe	Schultyp	Anzahl der Unterrichtsversuche
4	Grundschule	18 (6)
5	Gymnasium	9 (4)
5	Regelschule ³¹⁹	3
5	Gesamtschule	8 (4)
5	Grundschule ³²⁰	4 (1)
6	Gymnasium	1
6	Regelschule	3
7	Gesamtschule	1 (1)
		47 (16)

Abbildung 12: Übersicht durchgeführter Unterrichtsversuche

Ein typischer Unterrichtsversuch hatte dabei den folgenden Ablauf:

In einem Vorgespräch mit der Lehrerin³²¹ wurde versucht, einige statistische und allgemeine Daten der Schulklasse zu erfassen. Dabei interessierten wir uns hauptsächlich für die folgenden Unterrichtsbedingungen, von denen wir annahmen, dass insbesondere diese die Bearbeitung des Faltproblems beeinflussen können:³²²

- statistische Daten (Schülerzahl, Anzahl Jungen / Mädchen) und gegebenenfalls Besonderheiten einzelner Schüler, Gruppierungen in der Klasse,
- besondere Interessen der Schüler,
- Leistungsstruktur,
- Vorerfahrungen der Schüler hinsichtlich der Bearbeitung mathematischer Problemstellungen im Unterricht,
- Vorerfahrungen der Schüler hinsichtlich verschiedener Sozialformen im Unterricht,
- Arbeitshaltung der Schüler.

³¹⁷ In Thüringen fanden 35 Unterrichtsversuche statt, in Brandenburg neun, in Baden-Württemberg wurden zwei und Hamburg wurde ein Unterrichtsversuch durchgeführt.

³¹⁸ Dies war mit verschiedenen Vor- und Nachteilen verbunden, vergleiche dazu auch Seite 84.

³¹⁹ Die Regelschule ist eine Thüringer Schulform, in der die in anderen Bundesländern übliche Real- und Hauptschule zusammengefasst ist.

³²⁰ Einige Unterrichtsversuche fanden in Brandenburg statt, in diesem Bundesland gibt es eine sechsjährige Grundschule.

³²¹ An den empirischen Untersuchungen nahm lediglich ein Lehrer teil.

³²² Die Reihenfolge stellt keine Wichtigkeit dar.

Ein anschließender Hospitationsbesuch sollte dem gegenseitigen Kennenlernen von Schülern und Unterrichtendem dienen und diesem ermöglichen, weitere Eindrücke über die Klasse zu gewinnen.

In der darauf folgenden Mathematikstunde wurde das Faltproblem (über die gesamte Unterrichtsstunde hinweg) bearbeitet.³²³

Ein Abschlussgespräch mit der Lehrerin sollte vor allem dazu dienen, aus ihrer Sicht wichtige Entscheidungssituationen im Unterrichtsverlauf zu identifizieren und wahrscheinliche Zusammenhänge zwischen Unterrichtsentscheidungen und beobachteten Problembearbeitungsprozessen aufzudecken, weitere Handlungsoptionen für wichtige Situationen zu entwickeln und jeweils mögliche Auswirkungen in der besuchten Schulklasse abzuschätzen.

34 Unterrichtsstunden wurden videoteknisch aufgezeichnet, bei den anderen liegen zumindest schriftliche Protokolle und zu einem großen Teil die von den Schülern erstellten Arbeitsblätter, Tabellen, Skizzen etc. vor. Die Vor- und Nachbesprechungen wurden in Form halbstandardisierter Interviews durchgeführt, bei denen die Formulierung der Fragestellungen jeweils geringfügig an die Situation angepasst wurde. Die Interviewleitfäden findet der Leser im Anhang B, Seite 237.³²⁴

So gewonnene Unterrichtsdokumente lassen sich sicherlich hinsichtlich vielfältiger Gesichtspunkte mit unterschiedlichen Analyseinstrumenten und –methoden mehr oder weniger detailliert und damit zusammenhängend mehr oder weniger aufwändig untersuchen.³²⁵ Angesichts der Zielstellungen dieser Erhebung wurden die Dokumente vom Autor in Alleinarbeit³²⁶ hauptsächlich hinsichtlich der oben genannten Punkte analysiert.³²⁷

In einem ersten Schritt wurden dazu aus den Unterrichtsdokumenten grobe Verlaufsprotokolle der Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht angefertigt. Diese Protokolle enthielten neben Bedingungen unter denen der Unterricht stattfand

- bezüglich der in Abschnitt 2.2.1 zusammengetragenen Leitideen relevante Elemente der Problembearbeitung durch die Schüler, insbesondere
 - Tätigkeiten der Problembearbeitung (Anfertigen einer Skizze, Ausfüllen einer Tabelle, ...)

³²³ Nur drei Unterrichtsversuche liefen über mehr als eine Unterrichtsstunde.

³²⁴ Die Interviews wurden nicht direkt technisch aufgezeichnet sondern durch den Autor (teilweise nachträglich) protokolliert, um die Teilnahmebereitschaft der Lehrerinnen und Lehrer nicht zu gefährden.

³²⁵ Man vergleiche beispielsweise einige persönliche Erfahrungen des Mathematikdidaktikers WOLLRING (1994) zur Analyse von Unterrichtsinteraktionen.

³²⁶ Zu möglicher Kritik vergleiche Seite 85.

³²⁷ Vergleiche Seite 73.

- inhaltliche Äußerungen, beispielsweise Vermutungen, Begründungen, Erklärungen (*Ich glaube, nach dem fünften Faltschnitt sind 27 Löcher im Papier, weil sich die Anzahl der Löcher immer verdreifacht.* *Die Löcher entstehen auf den Schnittpunkten der Faltlinien.*)³²⁸
- Ergebnisse der Problembearbeitung (Tabellen, Skizzen, Muster, ...)
- affektive und soziale Verhaltensweisen der Schüler (Kooperation, Disziplin, ...)³²⁹
- Merkmale der Unterrichtsgestaltung durch den Lehrer, beispielsweise Fragestellungen und Arbeitsaufträge an die Schüler, verwendete Materialien und Medien, inhaltlich akzentuierte Impulse,³³⁰ Merkmale des Umgangs mit Schüleräußerungen, Sozialformen, ...

Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass anhand eines einzelnen Videobandes nicht der Verlauf der Problembearbeitung für jeden (der mitunter fast 30) Schüler einer Klasse detailliert dokumentiert werden kann.³³¹ Erstellte Protokolle sind daher in der Regel verallgemeinernde Grobprotokolle des Problembearbeitungsverlaufs bei Schülergruppen.

In einem zweiten Schritt wurde versucht, anhand des empirischen Materials die von den Schülern jeweils entwickelten Ideen und Konzepte hinsichtlich des Faltproblems zu identifizieren und eine (sicherlich grobe) Abschätzung ihrer aktuellen affektiven Situation zu gewinnen.³³²

Durch Vor- und Nachbesprechungen mit den Lehrkräften konnten allgemein nur wenige zusätzliche Informationen für die Analyse der Unterrichtsdokumente und darauf aufbauende Modellierungen gewonnen werden. In ihren Antworten blieben sie in der Regel sehr unspezifisch, kognitive Aspekte der Problembearbeitung und mögliche Zusammenhänge mit Unterrichtsbedingungen und -entscheidungen wurden beispielsweise kaum thematisiert.

Durch anschließende Vergleiche der Bearbeitungsprotokolle wurde versucht, Zusammenhänge zwischen Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der methodischen Gestaltung des Unterrichts und Merkmalen der Problembearbeitung durch die Schüler aufzudecken. Beobachtete Koinzidenzen wurden dabei nur dann in das zu erstellende Netzwerkmodell aufgenommen, wenn sie durch mehrere Unterrichtsversuche bekräftigt werden konnten oder zumindest aufgrund spezifischer theoretischer Überlegungen³³³ oder bereits vorhandener Erfahrungen ausgewiesener Experten in Bezug auf den Einsatz des Faltproblems im Unterricht plausibel erschienen.³³⁴ Die folgende Abbildung soll die Analyse der Unterrichtsversuche noch einmal schematisch darstellen.

³²⁸ Durch Sterne (*) werden leicht geglättete, aber sonst wörtliche Zitate markiert.

³²⁹ Allerdings, wie bereits erwähnt, mit deutlich geringerem Auflösungsgrad.

³³⁰ Für einen ersten Einblick vergleiche beispielsweise MARTIAL; BENNACK (1994).

³³¹ Der Einsatz mehrerer Kameras war aus organisatorischen Gründen nicht möglich und hätte zudem das Unterrichtsgeschehen sicher noch stärker beeinflusst.

³³² Dies erfolgte immer auch vor dem Hintergrund unserer in Abschnitt 2.2 zusammengetragenen Vorstellungen zu problemorientiertem Mathematikunterricht.

³³³ Ein einfaches (und vereinfachtes) Beispiel zur Illustration: Lehrer und Schüler haben die ersten Faltschnitte (einschließlich des vierten Faltschnitts) gemeinsam bearbeitet. Erhalten die Schüler nun den Auftrag, das vermutete Aussehen des Papierbogens nach dem nächsten Faltschnitt auf ihrem Faltblatt zu skizzieren, so ist es (allerdings selbstverständlich abhängig von bei den Schülern bereits vorhandenen Vorstellungen) sicherlich unwahrscheinlich, dass viele Schüler Vorstellungen im Zusammenhang mit der Idee der „Induktion am Anfang“ (vergleiche Anhang A, Seite 235) entwickeln oder für diesen Auftrag nutzen können.

³³⁴ Vergleiche dazu den folgenden Abschnitt 4.3.

Abbildung 13: Zur Analyse der Unterrichtsversuche

4.3 Andere Datenquellen

Bei einer chronologischen Schilderung der Entwicklungsarbeiten und Untersuchungen zu einem Modell des Realitätsbereiches „Faltproblem im Mathematikunterricht“ hätten wir mit einem Bericht über Sitzungen einer Arbeitsgruppe aus erfahrenen Lehrern und Didaktikern beginnen müssen, die vor allem in den Jahren 1997 und 1998 regelmäßig stattfanden. Dieser Arbeitsgruppe gehörten neben dem Initiator des Projektes, Prof. KARL KIEBWETTER,³³⁵ auch Prof. MARIANNE NOLTE (beide Universität Hamburg), StD HANS-JOCHEN ENGEL, Dr. HARTMUT REHLICH (beide Schuldienst Hamburg) und Prof. BERND ZIMMERMANN (Universität Jena) an.

In Bezug auf die empirischen Untersuchungen zum Faltproblem wurde in diesen Sitzungen versucht, auf der Grundlage bereits vorliegender Erfahrungen³³⁶ wesentliche Entscheidungssituationen bei der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht zu identifizieren und erste grobe Teilnetze zu diesen Situationen zu entwickeln.³³⁷ Davon ausgehend wurden dann weitere Unterrichtsversuche konzipiert, um Zusammenhangshypothesen zu überprüfen und Leerstellen im Modell nach und nach zu schließen. In einem auf diese Weise angestoßenen iterativen Prozess wurden auch in den nachfolgenden Jahren weitere spezifische empirische Erfahrungen zusammengetragen, um ein reichhaltiges, detailliertes Netzwerkmodell des Realitätsbereiches „Faltproblem im Mathematikunterricht“ – auch vor dem Hintergrund von Charakteristika eines problemorientierten Mathematikunterrichts – zu entwickeln.

Wir haben außerdem versucht, durch Befragungen berufserfahrener Lehrer zu Entscheidungssituationen bei der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht weitere Informationen zu gewinnen. Unser Hauptinteresse galt dabei möglichen weiteren Handlungsoptionen in den verschiedenen Situationen und damit zusammenhängend Hypothesen über Zusammenhänge zwischen Unterrichtsbedingungen, aktuellen Unterrichtsentscheidungen und Merkmalen der Problembearbeitung durch die Schüler. Durch konsensuelle Validierung oder empiri-

³³⁵ KIEBWETTER entwickelte auch das Faltproblem, ursprünglich für eine Aufnahmeprüfung der Universität Hamburg für Studienbewerber ohne Abschluss des Abiturs. In einem derartigen Test sollten Studienvoraussetzungen geprüft werden, dazu durften allerdings (ohne Zustimmung der Bewerber) keine Abiturkenntnisse abgefragt werden (KIEBWETTER; NOLTE 1996).

³³⁶ Vergleiche auch KIEBWETTER; NOLTE (1996), NOLTE (1995).

³³⁷ Vergleiche Abbildung 11, Seite 74.

sche Bestätigung in Unterrichtsversuchen hätten derartige Zusammenhangshypothesen dann gegebenenfalls gestützt werden und zum Ausbau unseres Modells beitragen können. Dazu haben wir verschiedene Fragebögen entworfen und erprobt, im Anhang B, Seite 238 ff. findet der Leser eine (bislang) endgültige Variante. Befragt wurden zunächst Lehrer, die sich bereit erklärt hatten, an den Unterrichtsversuchen mitzuwirken und bei denen wir eine hinreichende Aufgeschlossenheit hinsichtlich des Faltproblems und seines Einsatzes im Unterricht bzw. hinsichtlich einer allgemein stärkeren Problemorientierung des Mathematikunterrichts vermuteten. Insgesamt blieb die Zahl der beteiligten Lehrer allerdings sehr klein, da erste Befragungen nur für unser Anliegen sehr unbefriedigende Ergebnisse lieferten. Im Allgemeinen waren die Antworten der Lehrkräfte hinsichtlich denkbarer Handlungsoptionen und möglicher Auswirkungen auf das weitere Unterrichtsgeschehen nur sehr wenig detailliert. Es wurden fast ausschließlich soziale und affektive Aspekte des Unterrichts berücksichtigt,³³⁸ kognitive Aspekte der Problembearbeitung und diesbezügliche mögliche Zusammenhänge mit Unterrichtsvoraussetzungen und Merkmalen der Unterrichtsgestaltung wurden kaum reflektiert. Unseres Erachtens hängen diese Befragungsergebnisse vor allem auch damit zusammen, dass die von uns erreichbaren Lehrkräfte trotz ihres Interesses doch über insgesamt nur sehr geringe Erfahrungen mit problemorientiertem Mathematikunterricht verfügten.³³⁹ Andererseits widersprechen diese Erfahrungen jedoch auch nicht dem Anliegen dieses Projektes und der Notwendigkeit einer (langfristig anzustrebenden) Sensibilisierung insbesondere auch für die Komplexität mathematisch-kognitiver Aspekte von Mathematikunterricht.

Um im Computerszenario später (unter anderem!) Optionen anbieten zu können, die dessen Nutzung insbesondere für Studierende attraktiv machen könnte, haben wir auch Lehramtsstudierende in unsere Erhebung zum Faltproblem im Mathematikunterricht einbezogen. Dabei wählten wir das folgende Vorgehen:

Bei einem vorbereitenden Treffen lernte die Studentin das Faltproblem kennen. Sie erhielt dann den Auftrag, eine Unterrichtsstunde zum Faltproblem zu planen, dabei wurden ihr ausdrücklich auch die Ziele ihres Unterrichts freigestellt.³⁴⁰

Bei einem zweiten Treffen berichtete die Studentin von ihren Überlegungen zur Unterrichtsgestaltung. Ihre Aussagen wurden in der Regel auf Tonband aufgezeichnet und standen so für eine spätere detaillierte Analyse zur Verfügung.

Bei Interesse konnte ein Unterrichtsversuch in einer vierten oder fünften Klasse durchgeführt werden, der auch videoteknisch dokumentiert wurde. Allerdings wurde diese Möglichkeit nicht von allen Studentinnen wahrgenommen.³⁴¹

³³⁸ Hauptsächlich wurden Möglichkeiten der Motivierung, Formen der Kooperation und damit zusammenhängende methodische Elemente thematisiert.

³³⁹ Außerdem waren die zeitlichen Belastungen der befragten Lehrer mitunter sehr groß. Auch daher möchte ich mich noch einmal ganz herzlich bei allen mitwirkenden Lehrkräften für ihre Unterstützung bedanken.

³⁴⁰ Ähnlich den späteren Untersuchungen unter Einbezug des Computerszenarios erhielt die Studentin in einem verschlossenen Umschlag außerdem weitere Informationen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems; vergleiche dazu Anhang D, Seite 253 ff.

³⁴¹ Vergleiche dazu auch Abbildung 12, Seite 75.

Insgesamt waren zehn Studierende auf diese Weise an unseren Untersuchungen beteiligt. Sowohl ihre vorausgehenden Überlegungen zur Unterrichtsplanung als auch ihre „on-fly-Entscheidungen“ in den konkreten Unterrichtssituationen lieferten zum Teil wertvolle Anregungen für den weiteren Ausbau unseres Modells des Realitätsbereiches „Faltproblem im Mathematikunterricht“.

4.4 Zu Ergebnissen der empirischen Erhebungen zum Faltproblem

Durch zahlreiche Unterrichtsversuche, ergänzt durch Befragungen erfahrener Didaktiker, von Lehrern und Studierenden, wurden empirische Daten zum Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht gesammelt. Auf dieser Grundlage konnten mögliche Problembearbeitungsverläufe bei jüngeren Schülern und wahrscheinliche Zusammenhänge mit Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und gewissen Unterrichtsbedingungen modelliert werden. Dazu waren vor allem Beiträge zu den auf Seite 73 zusammengestellten Punkten zu leisten und zu einem entsprechenden Netzwerkmodell zu integrieren.

Ergebnisse können vor allem aus Platzgründen an dieser Stelle nicht ausführlich besprochen werden. Wir müssen uns hier mit einigen knappen Bemerkungen zu diesen drei Punkten begnügen und verweisen im Übrigen auf das Computerszenario, in das die im Rahmen der Unterrichtsversuche gewonnenen diesbezüglichen Erfahrungen implementiert wurden.

Zu Problembearbeitungsprozessen:

In den Unterrichtsstunden zum Faltproblem konnten wir eine Vielfalt von Verhaltensweisen, Bearbeitungsprozessen und teilweise gerade auch für diese Klassenstufen erstaunliche Ergebnisse beobachten,³⁴² die selbstverständlich insbesondere empfindlich von der methodischen Gestaltung des Unterrichts abhingen. Auch daher können wir hier nicht detailliert auf alle Einzelheiten eingehen. Wir wollen lediglich festhalten, dass erfolgreiche oder vielversprechende Bearbeitungsversuche in der Regel mit wenigstens einem der fünf Lösungsansätze in Zusammenhang standen, die wir (für eine leichtere Lesbarkeit dieser Arbeit) bereits im Abschnitt 2.2.1, Seite 33 ff. dargestellt haben.³⁴³

Zu methodischen Variationen:

Wir hatten dabei den Anspruch, denkbare Variationen bei der methodischen Gestaltung einer Unterrichtseinheit zum Faltproblem nicht nur zu erfassen, sondern wenn möglich auch empirisch zu erproben. Allerdings lässt sich dies auch mit 47 Unterrichtsversuchen selbstverständlich nur für einen gewissen Anteil realisieren. Die dabei vorab notwendigen Auswahlentscheidungen haben wir teilweise vor dem Hintergrund persönlicher Erfahrungen und theoretischer Vorstellungen getroffen, wenn wir uns zum einen auf aus unserer Sicht wesentliche Variationen eines problemorientierten Vorgehens konzentriert haben.³⁴⁴ Zum anderen haben wir versucht, solche Variationen zu erproben, die befragten Studierenden und Lehrern wichtig erschienen. Die in den Unterrichtsversuchen gesammelten Erfahrungen sind dann selbstverständlich auch nur ein (zusätzlich subjektiv gefärbter) Ausschnitt aus der Menge möglicher Erfahrungen und nicht unabhängig von dem a priori-Hineingetragenem. Wir sind uns dessen bewusst, wenn wir an dieser Stelle dennoch versuchen, einige Merkmale der methodischen Gestaltung des Unterrichts zusammenzutragen, die sich aus unserer Sicht insbesondere auf

³⁴² Erstaunlich waren zahlreiche Ergebnisse und Prozesse der Problembearbeitung durch Schüler zum einen für deren Lehrerinnen, zum anderen aber auch im Vergleich zur Problembearbeitung durch zahlreiche Studierende.

³⁴³ Vergleiche dazu auch die Ausführungen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems, Anhang A, Seite 233 ff.

³⁴⁴ Unsere Vorstellungen zum problemorientierten Mathematikunterricht findet der Leser im Abschnitt 2.2, Seite 30 ff.

Problembearbeitungsprozesse von Schülern und damit zusammenhängende affektive und soziale Aspekte auswirken können. Dabei sehen wir in erster Näherung und bei niedrigem Auflösungsgrad vor allem die folgenden methodischen Elemente, mit denen der Lehrer Einfluss nimmt:

- Präsentation des Faltpproblems und erste Bearbeitungsschritte,
- Arbeitsaufträge an die Schüler,
- inhaltlich akzentuierte Impulse,
- Umgang mit Schülerhypothesen und -begründungen,
- Wahl der Sozialformen.

Nur auf den ersten Anstrich soll an dieser Stelle noch einmal etwas ausführlicher eingegangen werden.³⁴⁵ Die Unterrichtsversuche haben gezeigt (und damit unsere und die Vorstellungen befragter Experten bestätigt), dass die Präsentation des Faltpproblems und erste Bearbeitungsschritte einen enormen Einfluss auf die weitere Bearbeitung haben. Die folgende Abbildung zeigt teilweise von Experten und Studierenden vorgeschlagene, von uns empirisch erprobte und später in das Computerszenario implementierte Variationen in dieser Situation. Sie können sich insbesondere auf Art und Anzahl der Schülerhypothesen, benutzte Materialien, die Organisation von Beispielmateriale, auf das Anknüpfen an Routinen und Bewerten von Informationen, auf Ausdauer und Motivation der Schüler auswirken. Details möglicher Auswirkungen können – aus didaktischen Gründen teilweise leicht überzeichnet und aufgrund der kombinatorischen Vielfalt³⁴⁶ zum Teil auf Extrapolationen beruhend³⁴⁷ – im Computerszenario „nachgesehen“ werden.

³⁴⁵ Vergleiche auch unsere Ausführungen im Abschnitt 2.3, Seite 49 ff. Dort findet der Leser auch einige Bemerkungen über Beispiele zum dritten und vierten Punkt.

³⁴⁶ Insbesondere auch, wenn man an die verschiedenen, im Computerszenario zur Auswahl gestellten „Schulklassen“ denkt.

³⁴⁷ Vergleiche auch Seite 112 ff.

<i>Wie wird den Schülern das Faltproblem präsentiert?</i>		
P: Der Lehrer bespricht das Faltproblem. A: Die Schüler erhalten ein Arbeitsblatt.	D: Der Lehrer führt einige Faltschnitte vor.	gE: Schüler und Lehrer bearbeiten zunächst einige Faltschnitte gemeinsam.
<i>Wird festgelegt, was unter einem Loch im Papier verstanden wird?*</i> 0: nein 1: ja	<p>Bis zu welchem Faltschnitt führt der Lehrer vor?</p> <p>2: bis zum 2. Faltschnitt* 4: bis zum 4. Faltschnitt 6: bis zum 6. Faltschnitt</p> <p>Wie werden Faltergebnisse festgehalten?</p> <p>1: in einer Tafeltabelle 2: Faltblätter werden an die Tafel geheftet 3: Tabelle und Faltblätter werden verwendet 4: in einer Tafelskizze 5: Tabelle und Tafelskizze werden verwendet</p>	<p>Mit welcher Faltung wird begonnen?</p> <p>1: mit dem ersten Faltschnitt 2: mit dem zweiten Faltschnitt</p> <p>Bis zu welchem Faltschnitt wird gearbeitet?</p> <p>3: bis zum 3. Faltschnitt 4: bis zum 4. Faltschnitt</p> <p>Werden die Schüler vor dem jeweiligen Faltschnitt nach ihren Vermutungen gefragt?</p> <p>0: nein 1: ja, nach Vermutungen hinsichtlich Löcherzahl 2: ja, nach Vermutungen hinsichtlich Aussehen 3: ja, die Schüler sollen skizzieren</p> <p>Wie viele Papierbögen werden verwendet?</p> <p>1: ein Bogen Papier 2: für jeden Faltschnitt ein neues Blatt</p> <p>Wie werden Faltergebnisse festgehalten?</p> <p>1: in einer Tafeltabelle 2: Faltblätter werden an die Tafel geheftet 3: Tabelle und Faltblätter werden verwendet 4: in einer Tafelskizze 5: Tabelle und Tafelskizze werden verwendet</p>

Abbildung 14: Variationsmöglichkeiten zu Präsentation und ersten Bearbeitungsschritten³⁴⁸

³⁴⁸ Wählt der Nutzer im Computerszenario die durch einen Stern (*) markierte Alternative, stehen die nachfolgenden Optionen allerdings nicht zur Verfügung. Für eine spätere Bezugnahme sind auch die im Computerszenario verwendeten Kodierungen der Optionen angegeben.

einem niedrigen Auflösungsgrad zeigt, kann allerdings die Komplexität des Wechselwirkungsnetzwerkes aus Unterrichtsvoraussetzungen, spezifischen Aspekten der Unterrichtsgestaltung und Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen der Schüler nur angedeutet werden. Hier sind höchstens dreidimensionalen Graphiken und linearen Texten unserer Meinung nach prinzipielle Grenzen gesetzt, auch darum haben wir ja ein entsprechendes interaktives Computerprogramm entwickelt.

4.5 Einige kritische Bemerkungen

Das Computerszenario soll dem Nutzer die Auseinandersetzung mit spezifischen Aspekten eines stärker problemorientierten Mathematikunterrichts ermöglichen. Dazu konzentrierten wir uns bei der Erhebung empirischer Daten und darauf beruhenden Modellierungen vor allem auf Situationen und Aspekte, die in engem Zusammenhang stehen mit Problembearbeitungsprozessen von Schülern. In den Entscheidungssituationen des zu erstellenden Szenarios sollten damit zusammenhängend insbesondere auch Optionen zur Auswahl angeboten werden, die eine problemorientierte Gestaltung des Unterrichts ermöglichen. Darüber hinaus wollten wir auch Alternativen zur Verfügung stellen und vorher empirisch erproben, die möglichen Nutzern des Szenarios nahe liegend erscheinen. Durch diese zumindest teilweise Passung der im Szenario vorgegebenen Unterrichtsentscheidungen an eventuell vorhandene Vorstellungen in der Gruppe der Modellnutzer sollte vor allem auch die Akzeptanz des Computerszenarios (und damit zusammenhängend dessen Relevanz aus Sicht der Nutzer und deren Motivation zur Bearbeitung des Programms) verbessert werden. Allerdings konnten nur wenige Studierende durch Unterrichtsplanungen oder Unterrichtsversuche an den empirischen Untersuchungen beteiligt werden, eine teilweise Passung des vorliegenden Modells mit in der Nutzergruppe vorhandenen Vorstellungen könnte daher in nachfolgenden Untersuchungen sicher weiter verbessert werden. Der hohe Anteil der vom Autor selbst durchgeführten Unterrichtsversuche war allerdings auch mit Vorteilen verbunden:

- Nur auf diese Weise war die Vielzahl der Unterrichtsversuche möglich. Einerseits ist der jeweilige organisatorische Aufwand beträchtlich und erfordert eine weitgehend freie, zeitliche Verfügbarkeit, die im Gegensatz zu der von vielen, durchaus interessierten Studierenden beklagten starken zeitlichen Eingebundenheit steht. Andererseits war auch die Scheu vieler Lehrer vor selbst durchgeführten (und videographierten) Unterrichtsversuchen trotz aller Bereitschaft zur Mitarbeit an diesem Forschungsprojekt recht hoch.³⁵¹
- Nur auf diese Weise konnten Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung, die später im Szenario implementiert werden sollten, in verschiedenen Klassen und im Zusammenspiel mit anderen Unterrichtsentscheidungen durch den Autor gezielt erprobt werden.

Erste Planungen sahen beispielsweise zusätzlich eine Befragung von Studierenden zu Entscheidungssituationen im Unterricht, ähnlich der oben skizzierten Lehrerbefragung, vor. Insbesondere hinsichtlich möglicher Handlungsoptionen (aus der Sicht von Vertretern einer möglichen Nutzergruppe des Modells bzw. Szenarios) erschien eine derartige Befragung interessant. Sie konnte aufgrund beschränkter Ressourcen und vor allem aufgrund der (zu jener Zeit) sehr geringen Studierendenzahlen an der Jenaer Universität als Teil der empirischen Erhebungen zum Faltproblem leider nicht erfolgen.³⁵² Allerdings wurden bei späteren Untersuchungen zur Sensibilität für Komplexität von Studierenden diese in einer weiteren Versuchssitzung nach der Bearbeitung des Computerszenarios zu unterrichtlichen Entscheidungssituationen befragt.³⁵³ Ergebnisse dieser Befragungen sollen in dieser Arbeit nicht detailliert referiert werden, nur wenig vereinfachend können wir jedoch festhalten, dass diese einen

³⁵¹ Nur zwei Lehrerinnen erklärten sich zu einem Unterrichtsversuch (eine allerdings ohne Videoaufzeichnung) bereit.

Ausbau des dem Szenario zugrunde liegenden Modells höchstens an sehr wenigen Stellen notwendig erscheinen lassen.

Andersherum ist das jetzt vorliegende Modell bzw. seine Umsetzung im Szenario beliebig ausbaufähig, so dass es, falls es sich als notwendig erweisen sollte, jederzeit modifiziert, differenziert und erweitert werden kann.

In früheren Planungen zur Analyse der Unterrichtsdokumente und darauf aufbauenden Modellierungen hatten wir auch einen stärkeren Einbezug von Lehrern vorgesehen, die über umfangreichere Erfahrungen mit problemorientierten Mathematikunterricht, günstigenfalls zusätzlich über spezifische Erfahrungen zum Faltproblem, verfügen. Insbesondere spätere Extrapolationen und Ableitungen zur weiteren Differenzierung des Modells³⁵⁴ – vor allem auch zu weniger problemspezifischen affektiven und sozialen Aspekten des Unterrichtsgeschehens –, hätten durch konsensuelle Validierung in einer solchen Expertengruppe abgesichert werden können.³⁵⁵ Allerdings war eine entsprechende Zahl erfahrener Lehrer für uns im Rahmen dieser explorativen Studie nicht erreichbar.³⁵⁶

Diese möglichen Kritikpunkte an dem von uns gewählten Vorgehen lassen sich unseres Erachtens allerdings auch als Potenziale für hochinteressante Anschlussarbeiten konstruktiv nutzen. So bietet das vorliegende (vorläufige³⁵⁷) Modell mit seiner Umsetzung durch ein Computerszenario nicht nur die Möglichkeit des Arbeitens *im* Modell, sondern auch die Herausforderung des Arbeitens *am* Modell.³⁵⁸ Dazu stellt dieses bzw. seine computerunterstützte Umsetzung nicht nur neue Möglichkeiten zur Arbeit an themenspezifischen Fragestellungen zur Verfügung, sondern macht auch teilweise *qualitativ neuartige* Arbeiten zu bestimmten Fragestellungen erforderlich, wenn beispielsweise eine computerimplementierbare Operationalisierung von Teilen des Modells zu leisten oder zu verbessern ist.

³⁵² Auch mehrere „Werbungsversuche“ studentischer Versuchspersonen an der Pädagogischen Hochschule / Universität Erfurt blieben ohne Erfolg.

³⁵³ Vergleiche dazu Abschnitt 6.1 und die entsprechende Powerpoint-Präsentation „Das Faltproblem im Unterricht“.

³⁵⁴ Vergleiche auch Seite 112 ff.

³⁵⁵ Dabei wäre beispielsweise an die Delphi – Methode als eine konjekturale Prognosemethode zu denken, bei der die Experten basierend auf theoretischen Erkenntnissen und praktischen Erfahrungen Aussagen über zu erwartende Vorgänge und Zustände entwickeln. Diese Methode hat sich trotz teilweise heftiger Kritik als Mittel zur Zukunftsforschung in der zweiten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts weitgehend durchgesetzt, vergleiche auch HARTMANN (1990), WEBER (1990).

³⁵⁶ Dies wurde uns auch durch Ergebnisse unserer Befragungsversuche mit verschiedenen Fragebögen deutlich. Auch anhand der an die jeweiligen Unterrichtsversuche anschließenden Gespräche mit den Lehrkräften, in denen in der Regel nur wenige und häufig zu unspezifische Informationen gewonnen werden konnten, war es uns nicht möglich, die von uns gewünschte Expertise zu identifizieren. Dies ist in Anbetracht der geringen Verbreitung problemorientierten Mathematikunterrichts in Deutschland und auch der Neuartigkeit des verwendeten Faltproblems auch kaum erstaunlich.

³⁵⁷ Vorläufig ist das Modell insbesondere in dem Sinne, dass es auch in seiner computerimplementierten Form ständig veränder- und erweiterbar bleibt.

³⁵⁸ Vergleiche auch Konzepte des „Lernens im Modell“ und des „Lernens am Modell“, z. B. ACHTENHAGEN (1992), FÜRSTENAU (1994), REIB (1982), TRAMM (1984).

5 DAS COMPUTERSZENARIO „DAS FALTPROBLEM“

Ziel (A) dieses Projektes³⁵⁹ war die Entwicklung eines Computerszenarios zur Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht. Das Szenario sollte dem Nutzer eine interaktive Auseinandersetzung mit spezifischen Ausschnitten diesbezüglicher konkreter Erfahrungen und darauf beruhender Überlegungen ermöglichen, indem er im Programm in der Rolle des Lehrers zahlreiche, teilweise miteinander zusammenhängende Entscheidungssituationen zur Gestaltung einer entsprechenden Unterrichtseinheit exploratorisch bearbeitet.³⁶⁰

Mit dem vorgelegten Computerszenario „Das Faltproblem“, das in diesem Kapitel etwas detaillierter beschrieben wird, konnte dieses Ziel erreicht werden.

Ein Computerszenario und dessen Einsatz lassen sich in Anlehnung an TAIT schematisch durch die folgende Abbildung darstellen.³⁶¹

Abbildung 16: Zum Computerszenario

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels werden (vor allem für eine leichtere Darstellbarkeit der nachfolgenden Abschnitte) zunächst einige Bemerkungen zu Interaktionsmöglichkeiten mit dem Programm und zu dessen Benutzeroberfläche zusammengetragen. Im Anschluss werden Arbeitsmöglichkeiten mit dem Szenario geschildert und (teilweise noch einmal etwas detaillierter) auch im Hinblick auf die Zielstellung (B) dieser Arbeit begründet.³⁶² Für eine möglichst gute Verständlichkeit, und auch um Möglichkeiten und Grenzen der Software aufzuzeigen, erfolgt die Darstellung teilweise in Form eines (fiktiven) Programmdurchlaufs. Der innere Bereich in Abbildung 16, das dem Szenario zugrunde liegende Computermodell, wird im Abschnitt 5.2 detaillierter besprochen. Im Teilabschnitt 5.2.2 wird dabei insbesondere auf Bewertungen im Modell eingegangen. Nach einigen technischen Details (Abschnitt 5.3) schließt das Kapitel mit ergänzenden und kritischen Bemerkungen zur entwickelten Software (Abschnitt 5.4). Über den Einsatz des Computerszenarios im Rahmen dieser Studie (Zielstellung (B)) wird im Kapitel 6 berichtet.

³⁵⁹ Vergleiche Seite 71.

³⁶⁰ Man denke beispielsweise an die in Abschnitt 2.3, Seite 49 ff. geschilderten Situationen (I), (II), (III).

³⁶¹ Vergleiche TAIT (1994:112).

³⁶² Vergleiche Seite 71.

5.1 Zum Szenario

5.1.1 Benutzeroberfläche und Interaktionsmöglichkeiten

Das Computerprogramm stellt sich dem Nutzer als eine Aneinanderreihung von Arbeitsblättern dar, die jeweils spezifische Aspekte von Unterrichtssituationen und -episoden bei der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht in ihrem zeitlichen Verlauf darstellen und / oder für den Programmnutzer Situationen modellieren, in denen er Entscheidungen über die Unterrichtsgestaltung treffen muss. Darstellungen erfolgen dabei in Form von Texten, Diagrammen, Abbildungen (beispielsweise Unterrichtsschnappschüssen, Tabellen, Schüler-skizzen) und gelegentlich unterstützt durch Videosequenzen.³⁶³ Für eine möglichst wenig ermüdende Bearbeitung des Szenarios werden so viele Informationen wie möglich graphisch präsentiert, Texte sind nach Möglichkeit knapp gehalten.³⁶⁴

Grundsätzlich lassen sich verschiedene Typen von Arbeitsblättern unterscheiden. Zum einen gibt es *Berichtsblätter* (vergleiche Abbildung 17), die eine aktuelle Unterrichtssituation oder eine Unterrichtsepisode zusammenfassend beschreiben. Zum anderen gibt es *Entscheidungsblätter* (vergleiche Abbildung 18), die dem Nutzer in Form von Menüs verschiedene Optionen für die (weitere) Gestaltung des Unterrichts zur Auswahl anbieten. Vor allem für eine höhere Benutzerfreundlichkeit werden beide „Reinformen“ häufig verbunden, Abbildung 19 zeigt ein typisches Arbeitsblatt des Computerszenarios.

Abbildung 17: Berichtsblatt

³⁶³ An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal bei den Mitarbeitern des Rechenzentrums der Friedrich-Schiller-Universität Jena bedanken, die mich insbesondere auch bei der Digitalisierung von Videoaufzeichnungen vielfach unterstützten.

³⁶⁴ Vergleiche auch die folgenden Abbildungen.

Zum "gemeinsamen Einstieg"

Gestaltung des "gemeinsamen Einstiegs"

Die Schüler erhalten zur Bearbeitung des Faltproblems Papier, das 7 Faltungen zulässt, wobei bei ausreichender Sorgfalt nach der sechsten Faltung noch geschnitten werden kann.

Lehrer und Schüler arbeiten zur Einführung gemeinsam an den ersten Faltungen. Dabei ...

- ☐ ... wird mit der ersten Faltung begonnen.
- ☐ ... wird bis zur 3. Faltung gemeinsam gearbeitet.
- ☐ ... wird bis zur 4. Faltung gemeinsam gearbeitet.
- ☐ ... werden die Schüler jeweils vor dem Öffnen des Blattes nach ihren Vermutungen gefragt.

Die Schüler bearbeiten diese Faltungen an ...

- ☐ ... einem Bogen Papier.
- ☐ ... mehreren Bögen Papier.

Um Ergebnisse festzuhalten ...

- ☐ ... wird eine Tabelle (an der Tafel oder auf einem Arbeitsblatt) verwendet.
- ☐ ... werden bereits bearbeitete Faltblätter an die Tafel geheftet.
- ☐ ... wird eine Skizze an der Tafel entwickelt.

Abbildung 18: Entscheidungsblatt

Lehrer und Schüler führen gemeinsam die erste Faltung durch. Vor dem Aufklappen werden die Schüler nach ihren Hypothesen gefragt.

Jan: "Es sind 8 Löcher im Papier."

Uta: "Es sind 2 Löcher, denn hier und hier haben wir ja nur die Ecken abgeschnitten."

Weitere Schüler melden sich.

Faltblatt vor dem Öffnen

Der Lehrer ...

- ☐ ... weist auf die Unterscheidung zwischen Loch, Einschnitt und Ecke hin und fragt noch einmal.
- ☐ ... fragt die Schüler: "Was versteht man unter einem Loch?"
- ☐ ... lässt ihre Antworten zunächst unkommentiert.

10:00

Motivation

Beteiligung

Unruhe

Abbildung 19: typisches Arbeitsblatt („Was ist ein Loch?“)

Für eine leichte Orientierung des Nutzers bei der Arbeit mit dem Programm wurde auf eine einfache und weitgehend einheitliche Gestaltung der Arbeitsblätter geachtet. Abbildung 20 zeigt den schematischen Aufbau eines typischen Arbeitsblattes:

Abbildung 20: Schematischer Aufbau eines typischen Arbeitsblattes

Ein typisches Arbeitsblatt hat eine Größe von 926×688 Punkten,³⁶⁵ durch Leerräume auf dem Blatt entsteht die in der Abbildung dargestellte Gliederung, die nur in seltenen Fällen (Arbeit mit größeren Menüs, detailliertere bildliche Darstellung von Schülerergebnissen, längere schriftliche Beschreibungen der aktuellen Unterrichtsszene) durchbrochen wird. Rechtecke werden durchgehend als grundlegendes Designelement (Gliederung in Text-, Bild- und Menüboxen, Steuerelemente, Graphiken) verwendet.

Im ersten Feld eines typischen Arbeitsblattes findet der Nutzer stets eine textliche Beschreibung der aktuellen Situation. Um aufzuwendende Anstrengungen bei der Arbeit mit dem Programm nicht zu groß werden zu lassen und die Motivation des Nutzers möglichst lange aufrecht zu erhalten, sind die Texte in einfachen Sätzen möglichst knapp gefasst. Für eine leichtere Lesbarkeit und Verständlichkeit sind die Textzeilen maximal 50 Zeichen lang, der Text ist linksbündig mit einfachem Zeilenzwischenraum gesetzt und in kurze Absätze gegliedert.³⁶⁶

Das zweite Feld wird für bildliche Darstellungen – beispielsweise Unterrichtsschnappschüsse – zur Illustration der aktuellen Situation genutzt. Diese sollen sich positiv auf die Motivation des Nutzers auswirken und ermöglichen zudem häufig eine Verkürzung des beschreibenden Textes im ersten Feld.

Das dritte Feld enthält in der Regel ein Menü mit Optionen für die weitere Gestaltung des Unterrichts. Durch Ankreuzen entsprechender Auswahlfelder mittels mausgesteuertem Cursor wird die jeweilige Option gewählt. Bei einem *Berichtsblatt* fallen in der Regel die Felder 1 und 3 zusammen.

Im vierten Feld wird dem Nutzer angezeigt, wie viel Zeit seit Stundenbeginn vergangen ist. Außerdem findet er dort ein Balkendiagramm, in dem die aktuelle Unterrichtssituation hinsichtlich der Motivation der Schüler, deren Beteiligung am Unterricht und deren Disziplin grob charakterisiert wird.³⁶⁷

Im Feld 5 befindet sich auf allen Arbeitsblättern des Programms eine Navigationsleiste mit Schaltern als Navigationselementen, die ein Zurück- oder Weitergehen im Programm oder das

³⁶⁵ Die Zahlenangaben beziehen sich auf eine Bildschirmauflösung von 1024×768 Punkten. Die Maße des Arbeitsblattes entsprechen jeweils etwa 90 Prozent der entsprechenden Bildschirmmaße.

³⁶⁶ Vergleiche beispielsweise GRABINGER (1996).

³⁶⁷ Bewegt der Nutzer den Mauszeiger über einen der Balken, so wird ihm auch eine numerische Einschätzung zwischen 0 und 100 des entsprechenden Merkmals angezeigt.

Beenden des Programms ermöglichen.³⁶⁸ Sie ist als vollständig durchgängiges Element durch eine erhabene Darstellung vom übrigen Teil des Arbeitsblattes abgehoben.

Bei der Konzeption der Benutzeroberfläche und der Interaktionsmöglichkeiten mit dem Programm haben wir uns insbesondere auch um eine leichte Bedienbarkeit bemüht, die sich an bekannte Anwendungssoftware anlehnt. Die Bedienung erfolgt (bis auf Texteingaben auf eigenen Wunsch³⁶⁹) durchweg mittels Computermaus. Als Steuerelemente werden ausschließlich Schalter, Verknüpfungen (Hyperlinks) und Menüs verwendet. Sobald man den Mauszeiger kurz über einem Steuerelement positioniert, erscheint in der Regel ein Kurzhinweis mit weiteren Erläuterungen.

In den Menüs werden zwei verschiedene Arten von Feldern zur Auswahl der jeweiligen Optionen verwendet. Dabei *muss* der Nutzer von den durch runde „Optionsfelder“ (☐) gekennzeichneten Alternativen genau eine auswählen, von den durch eckige „Kontrollkästchen“ (☐) gekennzeichneten Optionen *kann* eine und *kön*n meist mehrere ausgewählt werden.³⁷⁰

Außerdem steht dem Programmnutzer eine Arbeitsleiste am linken oberen Bildschirmrand zur Verfügung.

Abbildung 21: Arbeitsleiste

Betätigt der Nutzer einen der beiden linken Schalter, öffnet sich ein Eingabefenster, in dem er Anmerkungen zur aktuell dargestellten Situation oder zusätzliche, ihm wichtig erscheinende aber durch das Programm nicht zur Verfügung gestellte Alternativen zur Unterrichtsgestaltung festhalten kann. Die Nutzerbemerkungen werden wie alle weiteren Interaktionsdaten durch das Programm gespeichert und können später unter anderem Anregungen zum weiteren Ausbau des Computerszenarios geben.

Betätigt der Nutzer den Schalter „Information“, öffnet sich ein Popup-Menü, mit dessen Hilfe Informationen zur Thematik des Szenarios, zum Faltproblem, zur ausgewählten Schulklasse und zu den selbstgewählten Unterrichtszielen eingeholt werden können.³⁷¹ Unter dem Menüpunkt „Hilfe!“ werden Interaktionsmöglichkeiten und Bedienungselemente vorgestellt.

Betätigt der Nutzer den Schalter „Verlauf“, öffnet sich ein weiteres Fenster mit einer Liste bisheriger Nutzerentscheidungen.³⁷² Von dort können gegebenenfalls auch Einschätzungen

³⁶⁸ Aus technischen Gründen ist nicht bei allen Arbeitsblättern ein Zurückgehen auf das jeweils vorige Blatt möglich. Versuchspersonen und Programmtester wurden von uns stets vor Beginn der Arbeit mit dem Programm auf Möglichkeiten und Beschränkungen der Navigation aufmerksam gemacht.

Ist bei einem Arbeitsblatt die Auswahl einer angebotenen Option zur weiteren Gestaltung des Unterrichts *notwendig* vorgesehen, so ist ein Weitergehen im Programm erst nach Auswahl durch den Nutzer möglich; das Programm „wartet“ bis zur Entscheidung des Nutzers. Durch die Verwendung runder Optionsfelder zur Auswahl der jeweiligen Optionen und gegebenenfalls durch Online-Hilfestellungen wird der Nutzer auf die Notwendigkeit einer Auswahl hingewiesen.

³⁶⁹ Der Nutzer hat beispielsweise die Möglichkeit, jederzeit schriftliche Anmerkungen zur aktuellen Situation zu machen oder in Entscheidungssituationen zusätzliche Alternativen anzugeben.

³⁷⁰ Vergleiche auch Abbildung 18 auf Seite 88.

³⁷¹ Die Arbeitsleiste steht daher erst nach der Auswahl der genannten Optionen zur Verfügung.

³⁷² Für einen schnelleren Zugriff wurde diese Option nicht unter „Informationen“ eingeordnet.

der vorangegangenen vom Nutzer konstruierten Unterrichtsverläufe abgerufen werden und zu ausgewählten früheren Entscheidungssituationen kann der Nutzer „zurückspringen“.³⁷³

5.1.2 Zur Arbeit mit dem Szenario

Die folgende Abbildung zeigt eine Übersicht der Entscheidungsmöglichkeiten des Nutzers im Szenario während eines Programmdurchlaufs.

Abbildung 22: Zur Arbeit mit dem Computerprogramm³⁷⁴

³⁷³ Diese Situationen sind durch blaue Schrift gekennzeichnet.

³⁷⁴ Vergleiche auch FRITZLAR (1998a), FRITZLAR (1999). Der Stern markiert lediglich eine Stelle der Abbildung, in die später noch „hineingezoomt“ wird.

Zunächst kann der Programmnutzer eine Klasse auswählen, in der das Faltproblem bearbeitet werden soll. Der Nutzer übernimmt dann die Rolle des Lehrers, er entscheidet über die Ziele seines Unterrichts und trifft erste Entscheidungen zu dessen methodischer Gestaltung. Ausgehend von diesen Nutzerentscheidungen stellt das Programm spezifische Aspekte *möglicher* (und aufgrund unserer Erfahrungen wahrscheinlicher) Problembearbeitungsprozesse der Schüler dar, in deren Verlauf der Nutzer immer wieder reagieren und Entscheidungen zur weiteren Unterrichtsgestaltung treffen muss. Am Ende des Durchlaufes erfolgt eine Einschätzung der Unterrichtsentscheidungen vor allem auch hinsichtlich der zu Beginn vom Nutzer eigenständig gewählten bzw. bewerteten Ziele.

Zu fast jeder Situation kann der Nutzer dabei wieder „zurückspringen“, seine Entscheidungen korrigieren und anders fortsetzen. So gibt ihm das Computerszenario Möglichkeiten zu experimentieren und unsere Erfahrungen und Überlegungen zur Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht interaktiv und eigenständig zu explorieren.

Für weitere Einzelheiten soll die Arbeit mit dem Computerszenario im Folgenden anhand eines fiktiven Durchlaufs einer (ebenfalls fiktiven) Nutzerin namens Sibylle ausführlicher dargestellt werden.

Zunächst stellt das Programm Sibylle zur Einführung noch einmal eine textliche Darstellung des Faltproblems, verbunden mit dem folgenden Hinweis zur Verfügung:³⁷⁵

Die Stunde soll in der Mitte des ersten Halbjahres in einer 5. Klasse unterrichtet werden. Zu dieser Zeit ist ein Großteil der Anpassungsprozesse der Schüler an eine neue Umgebung, neue Lehrer und Mitschüler bereits vorüber. Unterrichtserfahrungen aus der Grundschulzeit können aber durchaus noch wirksam sein.³⁷⁶

Abbildung 23: Zur Einführung in das Szenario

Die Bearbeitung des Programms beginnt im Wesentlichen mit der Auswahl der Schulklasse, in der das Faltproblem bearbeitet werden soll. Es stehen drei (fiktive) fünfte Klassen zur Auswahl, die jeweils durch ein Kurzporträt charakterisiert werden, das Informationen zu statistischen Daten, zur Leistungsstruktur, zu Vorerfahrungen der Schüler hinsichtlich problemorientierten Arbeitens und verschiedener Sozialformen im Mathematikunterricht und zu deren Arbeitsverhalten umfasst.³⁷⁷ Damit werden nur solche Informationen zur Verfügung gestellt, die im weiteren Verlauf des Szenarios Auswirkungen zeigen können.

Für das Bereitstellen mehrerer Klassen im Szenario lassen sich verschiedene Gründe angeben. Auch in Bezug auf die Zielstellung (B) dieser Arbeit sehen wir vor allem die folgenden:

- Mit dem Computerszenario sollen Ausschnitte des komplexen Zusammenhangsnetzwerkes aus Unterrichtsbedingungen, Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung und Merkmalen möglicher Problembearbeitungsprozesse der Schüler am Beispiel des Faltproblems dargestellt werden. Es liegt daher nahe, nicht nur Variationen und mögliche Auswirkungen bei Unterrichtsentscheidungen, sondern auch bei Unterrichtsbedingungen – beispielsweise in Bezug auf Vorerfahrungen von Schülern hinsichtlich kooperativer Sozialformen – zu thematisieren.³⁷⁸ Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte in diesem Zusammenhang interessant sein, inwieweit verschiedene Unterrichtsbe-

³⁷⁵ Im Rahmen unserer Untersuchungen zur Zielstellung (B) haben wir zusätzlich eine einführende Präsentation verwendet; vergleiche Abschnitt 6.1.2 bzw. die Präsentation „Zum Computerszenario“.

³⁷⁶ Textzitate aus dem Computerszenario werden im gesamten Text mit Rahmen dargestellt.

³⁷⁷ Die Kurzporträts der Klassen 5a, 5b und 5c findet der Leser im Anhang C, Seite 245 ff.

³⁷⁸ Kooperative Sozialformen sind ja gerade auch in Hinsicht auf eine stärkere Problemorientierung des Unterrichts bedeutsam; vergleiche auch Abschnitt 2.2, Seite 30 ff.

- dingungen bei den jeweiligen Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung vom Programm-nutzer berücksichtigt werden.
- Verschiedene Unterrichtsbedingungen stellen zusätzliche Explorationsgelegenheiten dar. Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte interessant sein, inwieweit diese vom Bearbeiter des Szenarios genutzt werden.
 - Das Bereitstellen verschiedener Schulklassen könnte sich auch positiv auf das Interesse des Programmnutzers und auf dessen Bereitschaft auswirken, sich über eine längere Zeit mit dem Szenario auseinander zu setzen.

Um Sibylle einen zügigen Vergleich der verschiedenen Klassen zu ermöglichen, werden die Informationen knapp, pointiert und teilweise graphisch dargeboten. Außerdem sind für einen direkten Vergleich zweier Schulklassen auf dem entsprechenden Arbeitsblatt zwei Textfenster nebeneinander angeordnet.

Nach einem sorgfältigen Vergleich der drei Schulklassen entscheidet sich Sibylle für die Klasse 5a.

Abbildung 24: Arbeitsblatt „Auswahl einer Unterrichtsklasse“

In der folgenden Situation muss Sibylle die Wichtigkeit einiger Ziele für „ihre“ Unterrichtsstunde festlegen. Ihr werden zunächst kognitive Lernziele zur Bewertung angeboten, die sich in problemspezifische Ziele ((A) – (D), vergleiche die folgende Übersicht) und eher allgemeine kognitive Kompetenzen unterscheiden lassen. Außerdem muss Sibylle auch eher allgemeine, affektive Ziele hinsichtlich ihrer Wichtigkeit für diese Unterrichtseinheit bewerten. Insgesamt werden zum einen einige Ziele angeboten, die uns für einen problemorientierten Mathematikunterricht besonders bedeutsam erscheinen (insbesondere (E) – (G), (I) – (K)).³⁷⁹ Zum anderen enthält die Liste aber auch mögliche Ziele, die einer stärkeren Problemorientierung des Unterrichts eher widersprechen (insbesondere (D), (H)). Zusätzlich hat Sibylle die Möglichkeit, eigene Ziele und deren Wichtigkeit für diese Unterrichtsstunde anzugeben.³⁸⁰

³⁷⁹ Vergleiche auch Abschnitt 2.2, Seite 30 ff.

³⁸⁰ Eine Einschätzung des späteren Unterrichtsverlaufs hinsichtlich selbstgewählter zusätzlicher Zielstellungen durch das Computerprogramm ist allerdings nicht möglich.

Zur Gewichtung der einzelnen Ziele sind Sibylle vierstufige Skalen von „nicht bedeutsam“ bis „sehr bedeutsam für diese Unterrichtsstunde“ vorgegeben.³⁸¹

- (A) Die Schüler können die Anzahl der Löcher für den folgenden Faltschnitt bestimmen.
- (B) Die Schüler können die Anzahl der Löcher in Abhängigkeit von der Zahl der Faltschnitte (auch für praktisch nicht mehr durchführbare Faltschnitte) angeben.
- (C) Die Schüler können eine Regel für die Zahl der Löcher im Papier begründen.
- (D) Die Schüler können eine Formel für die Anzahl der Löcher angeben.
- (E) Die Schüler stellen Vermutungen auf.
- (F) Die Schüler begründen Vermutungen und Zusammenhänge.
- (G) Die Schüler erkennen und benutzen Strukturen.
- (H) Die Schüler folgen den fachlichen Erläuterungen des Lehrers.
- (I) Die Schüler setzen sich selbstständig mit der Problemstellung auseinander.
- (J) Die Schüler sind zu mathematischem Arbeiten motiviert.
- (K) Die Schüler können auch mit Rückschlägen beim mathematischen Arbeiten umgehen (Frustrationstoleranz).

Abbildung 25: Mögliche Ziele der Unterrichtsstunde

Die Möglichkeit der Festlegung eigener bzw. Bewertung vorgegebener Ziele wurde vor allem aus folgenden Gründen zur Verfügung gestellt:³⁸²

- Die angebotenen Ziele sind selbstverständlich nicht alle voneinander unabhängig; während einige positiv zusammenhängen, stehen andere Ziele in einem kontradiktorischen Verhältnis zueinander. Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte in diesem Zusammenhang interessant sein, inwieweit Zusammenhänge zwischen Zielen erkannt und wie entsprechende Ziele balanciert werden.
- Zur Erfassung des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte außerdem interessant sein, inwieweit bei der Zielbewertung eine Berücksichtigung aktueller Unterrichtsbedingungen erfolgt. Da die Bewertung der Ziele vom Nutzer vor jeder Unterrichtsstunde aktualisiert werden kann, könnte in Bezug auf Sensibilität für Komplexität zusätzlich interessieren, inwieweit vorangegangene Erfahrungen reflektiert und bei der Zielaktualisierung genutzt werden.³⁸³
- Außerdem könnte die Möglichkeit einer eigenständigen Bewertung von Unterrichtszielen auch eine zusätzlich motivierende Wirkung auf den Nutzer haben, da dieser durch das Programm nicht auf vorgegebene Ziele bzw. spezifische Gewichtungen möglicher Unterrichtsziele festgelegt wird.³⁸⁴

³⁸¹ Prinzipiell sind verschiedene Skalen denkbar und gebräuchlich, die Diskussion um die „richtige“ Skala bei Befragungen geht nachweislich bis mindestens 1915 zurück. Wir haben uns für die Verwendung einer vierstufigen Skala entschieden, um einer möglichen „Tendenz zur Mitte“ entgegenzuwirken; vergleiche auch PORST (2000).

³⁸² Vergleiche auch Seite 69.

³⁸³ In verschiedenen Untersuchungen zum Problemlösen in komplexen Konstellationen ist die Bedeutung eines angemessenen Umgangs mit Zielen (Zielpräzisierung, Zielbalancierung, Zielaktualisierung) für eine erfolgreiche Bearbeitung deutlich geworden; vergleiche beispielsweise DÖRNER et al. (1983).

³⁸⁴ In späteren Untersuchungen zur Sensibilität für Komplexität war es beispielsweise einigen Probanden sehr wichtig, dass möglichst viele Schüler die Anzahl der Löcher im Papier auch für nicht mehr durchführbare Faltschnitte prognostizieren können (Zielstellung (B) aus Abbildung 25), während für andere Versuchspersonen dieses Unterrichtsziel „kaum bedeutsam“ war.

Die folgende Abbildung zeigt das entsprechende Arbeitsblatt zur Zielbewertung im Szenario.

Ziele für diese Unterrichtsstunde

Wie bedeutsam sind Ihnen die folgenden Ziele für diese Stunde? nicht sehr

Die Schüler sollen ...

(A) ... die Zahl der Löcher für die jeweils nächste Faltung bestimmen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(B) ... die Löcherzahlen auch für nicht mehr durchführbare Faltungen angeben können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(C) ... eine Regel für die Zahl der Löcher im Papier begründen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(E) ... Vermutungen aufstellen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(F) ... Vermutungen und Zusammenhänge begründen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(G) ... Strukturen erkennen und benutzen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(H) ... den fachlichen Erläuterungen des Lehrers genau folgen. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(I) ... sich selbstständig mit der Problemstellung auseinandersetzen. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(J) ... Freude am mathematischen Arbeiten entwickeln. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

(K) ... auch mit Rückschlägen beim mathematischen Arbeiten umgehen können. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

Falls Sie ein weiteres Ziel für bedeutsam halten, bitte klicken.

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 26: Arbeitsblatt „Ziele für diese Unterrichtsstunde“

Sibylle bewertet die einzelnen Unterrichtsziele; das Ziel „Die Schüler sollen sich selbstständig mit der Problemstellung auseinander setzen.“ lässt sie zunächst aus. Das nächste Arbeitsblatt kann sie allerdings erst nach Bewertung aller vorgegebenen Unterrichtsziele aufrufen. Da sich Sibylle insbesondere hinsichtlich des Ziels (I) unsicher ist, ruft sie unter „Informationen / Über die Klasse“ auf der Arbeitsleiste (vergleiche Abbildung 21, Seite 90) noch einmal das Kurzporträt der Klasse 5a ab, bevor sie sich entscheidet.

Hätte Sibylle das Ziel (B) mit „sehr bedeutsam“ bewertet, so hätte sie auf einem „Nachfrageblatt“ für eine weitere Konkretisierung dieser Entscheidung auch das Ziel

(D): „Die Schüler sollen eine Formel für die Anzahl der Löcher angeben können.“

bewerten müssen.³⁸⁵

Anschließend muss Sibylle auswählen, ob von den Schülern in einer vorherigen Mathematikstunde eine „vorbereitende“ Aufgabe bearbeitet wurde, die mit dem Faltproblem spezifische Aspekte gemeinsam hat. Zur Auswahl stehen ihr (im Szenario nicht weiter konkretisierte) Übungen zum Konstruieren von Mustern in Zahlenfolgen³⁸⁶ und die „Streifenaufgabe“.³⁸⁷

³⁸⁵ Unseres Erachtens ist die Erarbeitung einer Formel zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen der Anzahl der Faltschnitte und der Anzahl der Löcher im Papier als mögliches Unterrichtsziel gerade auch in einer fünften Klasse höchstens dann relevant, wenn das Ziel (B) für den Unterrichtenden sehr bedeutsam ist. Daher haben wir die beschriebene Form der Zielbewertung gewählt.

³⁸⁶ Auf weitere Konkretisierungen dieser Option wurde vor allem aus Gründen des Aufwands für die Versuchsperson verzichtet. Bei unseren Untersuchungen wurden diesbezügliche Informationen von den Untersuchungsteilnehmern auch nicht erfragt.

„Streifenaufgabe“ (Formulierung nicht für Schüler):

Ein schmaler, hinreichend langer Papierstreifen wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Man erhält so einen „Doppelstreifen“, der wiederum genauso halbiert wird, usw. Nach n derartigen (parallelen) Faltungen schneidet man etwa in die Mitte der durch das Falten entstandenen und der dieser gegenüberliegenden Kante des „Papierstapels“ jeweils ein kleines Dreieck ein. Nach dem Aufklappen wird erkennbar, dass ein Papierstreifen mit Löchern entstanden ist.

Gefunden werden soll ein Zusammenhang zwischen der Zahl $A(n)$ der Löcher und der Zahl n der Faltungen.³⁸⁸

Abbildung 27: „Streifenaufgabe“

Die Umsetzung im Szenario zeigt die folgende Abbildung.

Abbildung 28: Entscheidungsblatt „vorbereitende Aufgaben“

Sibylle will sich zunächst etwas ausführlicher über die „Streifenaufgabe“ informieren. Sie klickt deshalb, wie im Kurzhinweis angegeben, auf die entsprechende Textbox. Daraufhin öffnet sich ein weiteres Arbeitsblatt mit Informationen zum mathematischen Hintergrund der Aufgabe.

³⁸⁷ Bei der ersten handelt es sich um eine rein arithmetische Option, die „Streifenaufgabe“ besitzt auch bedeutende geometrische Aspekte. Neben gemeinsamen Aspekten mit dem Faltproblem, die die Auseinandersetzung damit vorbereiten können, bergen beide Aufgaben allerdings auch Risiken für die anschließende Bearbeitung dieses Problems. So kann eine vorherige Bearbeitung arithmetischer Muster zu einer zu stark eingeschränkten, nämlich ausschließlich arithmetischen Sichtweise auf das Faltproblem führen. Die Auseinandersetzung mit der deutlich einfacheren „Streifenaufgabe“ kann bei Schülern zu einer entsprechenden Erwartungshaltung und später zu Schwierigkeiten beispielsweise beim Übergang vom ein- zum zweidimensionalen Lochmuster (beim vierten Faltschnitt, vergleiche auch Anhang A, Seite 233) führen.

³⁸⁸ Im Streifen entstehen in einer Reihe angeordnete Löcher und an den kürzeren Rändern jeweils ein dreieckiger Einschnitt. Die Anzahl der Löcher im Papier wächst mit der Zahl n der Halbierungen des Streifens. Man macht sich leicht klar, dass für die Anzahl der Löcher $A(n) = 2^n - 1$ gilt.

Schließlich entscheidet Sibylle, auf vorbereitende Aufgaben zu verzichten.

Von nun an trifft Sibylle Entscheidungen zur unmittelbaren Gestaltung der Unterrichtsstunde zum Faltproblem. Von ihren Entscheidungen ausgehend werden im Szenario dann spezifische Aspekte möglicher Unterrichtssituationen und –episoden dargestellt, in denen Sibylle wiederum reagieren muss.

Gemäß unserer Zielstellung haben wir uns dabei auf mathematisch-kognitive Aspekte des Unterrichts, insbesondere auf Problembearbeitungsprozesse und –ergebnisse der Schüler und diese beeinflussende Unterrichtsentscheidungen konzentriert.

Im Szenario werden hauptsächlich

- *Tätigkeiten der Problembearbeitung* („Die Schüler führen die nächsten Faltschnitte aus und notieren die Anzahlen der Löcher in ihrer Tabelle.“),
- *inhaltliche Äußerungen der Schüler*, insbesondere
 - *Vermutungen*, (*Ich vermute, es sind 27 Löcher im Papier, ...*),
 - *Begründungen* (*..., denn die Anzahl der Löcher verdreifacht sich immer.*),
 - *Erklärungen* (*Wenn man noch einmal faltet, also insgesamt fünfmal gefaltet hat, dann entstehen da so zusammengebildete Sachen, und wenn man die zusammengebildet hat, dann entsteht da immer ein Loch. Ich hab das jetzt mal geknickt und mir gedacht, wie es abgeschnitten wäre; und ich denke einfach 21.*) und
- *Ergebnisse der Problembearbeitung* (Tabellen, Skizzen)

beschrieben.

Die von Sibylle zu treffenden Entscheidungen hinsichtlich der Unterrichtsgestaltung lassen sich zunächst in Entscheidungen im Sinne einer Vorausplanung des Unterrichts und eher interaktive Entscheidungen zum aktuellen Unterrichtsgeschehen unterscheiden. Letztere wiederum können beispielsweise vor einem kommunikationstheoretischen Hintergrund wie folgt charakterisiert werden.³⁸⁹

- *didaktische Fragen und Aufforderungen*: Der Lehrer fragt alle oder einzelne Schüler nach einer Information, die er kennt oder fordert zu einer Handlung auf, die er selbst ausführen könnte. Er ist daher prinzipiell in der Lage, sich zu Korrektheit / Inkorrektheit einer nachfolgenden Schülerreaktion zu äußern.
„Wie viele Löcher sind nach dem nächsten Faltschnitt im Papier?“
„Wo entstehen die Löcher im Faltblatt?“
- *Informationsfragen der Lehrkraft*: Dabei kennt der Lehrer die Information nicht, nach der er fragt.
„Wie bist du auf diese Idee gekommen?“
- *Lehrerkommentare zu Schülerreaktionen*: Durch einen Lehrerkommentar soll allen Beteiligten verdeutlicht werden, inwieweit eine Lehrkraft eine vorausgegangene Schülerreaktion auf eine didaktische Frage oder Aufforderung akzeptiert. Er kann auch eine Bewertung des betreffenden Schülers enthalten.
„Das ist eine gute Idee.“

³⁸⁹ Vergleiche dazu REIB (1982:62 ff.). Die Kategorien sind nicht disjunkt, so können Schülerreaktionen beispielsweise auch durch eine weitere Lehrerfrage bewertet werden. Zur Sprechakttheorie allgemein vergleiche beispielsweise

AUSTIN, J. L. (1979): Zur Theorie der Sprechakte. Stuttgart: Reclam.

SEARLE, J. R. (1969): Speech acts. An essay in the philosophy of language. Cambridge: Cambridge University Press.

SEARLE, J. R. (1976): The classification of illocutionary acts. Language in Society, 5, S. 1 – 24.

Vergleiche auch den Sammelband von GREWENDORF (1979), zu Problemen bei der Klassifizierung von Sprechakten beispielsweise darin BALLMER (1979).

- „Zähl noch einmal nach.“
- *Erläuterungen:* Erläuterungen des Lehrers richten sich meist an alle Schüler und dienen beispielsweise der Darstellung eines Sachverhaltes oder der näheren Erklärung einer Anweisung.
 - „Füllt die Tabelle zunächst soweit aus, wie ihr könnt und sucht nach Mustern in der Folge der Lochzahlen. Eventuell lassen sich Lochzahlen für weitere Faltschnitte aus diesen Mustern vorhersagen.“
 - „Löcher sind ringsherum von Papier umgeben.“
- *Erteilen einer Äußerungserlaubnis:* Einem Schüler, der durch sein (Melde-) Verhalten anzeigt, dass er sich äußern möchte, wird die Erlaubnis dazu erteilt.

Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte in dieser Phase der Szenariobearbeitung unter anderem besonders interessant sein, inwieweit es dem Nutzer gelingt, dargestellte Problembearbeitungsprozesse von Schülern, Hypothesen, Skizzen, Tabellen etc. nachzuvollziehen bzw. angemessen zu interpretieren und gegebenenfalls passende Lehrerreaktionen (Aufforderungen, Kommentare, Erläuterungen, ...) aus dem im Programm vorgegebenen Angebot auszuwählen oder eigenständig zu konstruieren.³⁹⁰

Zusätzlich zu mathematisch-kognitiven Aspekten werden im Szenario in den jeweiligen modellierten Situationen vergleichsweise plakativ Informationen zur Motivation der Schüler, zu deren Beteiligung am Unterrichtsgeschehen, deren Disziplin und Kooperation zur Verfügung gestellt.³⁹¹ Hinsichtlich dieser Aspekte ist die verwendete Modellierung allerdings nur sehr grob, im Vergleich zu den mathematisch-kognitiven Aspekten ist sowohl deren empirische als auch theoretische Absicherung nur gering.³⁹² Für den holzschnittartigen Einbezug dieser, die aktuelle Gesamtkonstellation (nur sehr grob) beschreibenden Aspekte in die Schilderungen zur jeweiligen Unterrichtssituation haben wir uns dennoch entschieden, auch um die Akzeptanz des Szenarios bei Nutzern zu erhöhen und deren Erwartungen an ein „Unterrichtsszenario“ zu erfüllen. Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte in diesem Zusammenhang besonders interessant sein, inwieweit und mit welchen Schwerpunkten der Nutzer affektive, soziale und mathematisch-kognitive Aspekte des Unterrichtsgeschehens beachtet und bei seinen Entscheidungen berücksichtigt.

Erhöht man an der mit einem Stern (*) markierten Stelle der Abbildung 22 auf Seite 91 den Auflösungsgrad, so erhält man die folgende Übersicht wichtiger und detailliert ausgearbeiteter Entscheidungssituationen im Szenario, deren Bedeutsamkeit in zahlreichen Unterrichtsversuchen nachgewiesen wurde.³⁹³

³⁹⁰ Die „Passung“ kann selbstverständlich nur vor einem gewissen theoretischen und normativen Hintergrund beurteilt werden, vergleiche dazu Kapitel 2 und insbesondere auch Abschnitt 7.2.2.

³⁹¹ Vergleiche beispielsweise die Ausführungen zu den *Berichtsblättern*, Seite 87.

³⁹² Vergleiche auch Seite 114. Dies sollte selbstverständlich auch den Nutzern des Computerszenarios bekannt und bewusst sein. Wir haben versucht, dies durch eine (standardisierte) Einführung in die Arbeit mit dem Szenario zu sichern, vergleiche die entsprechende Powerpoint-Präsentation „Zum Computerszenario“.

³⁹³ Vergleiche auch Seite 80 ff.

Abbildung 29: Wesentliche Entscheidungssituationen im Computerszenario zur methodischen Gestaltung des Unterrichts

Zunächst muss Sibylle darüber entscheiden, wie das Faltproblem den Schülern präsentiert werden soll. Zur Auswahl stehen verschiedene Varianten, die bereits in Abbildung 14, Seite 82 zusammengestellt wurden und für deren genauere Charakterisierung die Programmnutzerin teilweise mehrere Entscheidungsblätter bearbeiten muss. Sibylle bearbeitet zunächst das Entscheidungsblatt „Erste Bearbeitungsschritte“ und entscheidet sich für eine gemeinsame Bearbeitung der ersten Faltschnitte durch Lehrer und Schüler. Auf dem folgenden Arbeitsblatt muss sie entscheiden, ob

1. die Bearbeitung mit dem ersten oder dem zweiten Faltschnitt beginnt,
2. die Bearbeitung bis zum dritten oder bis zum vierten Faltschnitt gemeinsam erfolgt,
3. die Schüler vor Durchführung des jeweiligen Faltschnittes nach ihren Vermutungen gefragt werden und gegebenenfalls, ob sie die Schüler nach Vermutungen hinsichtlich der Anzahl der Löcher im Papier oder hinsichtlich des Aussehens des geöffneten Faltblattes fragt oder ob sie die Schüler das vermutete Aussehen skizzieren lässt,
4. die Faltschnitte alle an einem Blatt ausgeführt werden oder für jeden Faltschnitt ein neues Blatt verwendet wird,
5. Ergebnisse in einer Tabelle festgehalten und / oder Faltblätter an die Tafel geheftet werden und / oder ob sie die Ergebnisse in einer Skizze an der Tafel festhält.³⁹⁴

³⁹⁴ Es können aus Gründen des Aufwands nicht immer alle denkbaren Optionen zur Verfügung stehen. Wenn nötig haben wir Kombinationen, die uns am wenigsten plausibel erschienen oder die so in der von uns beobachteten „Realität“ nicht vorkamen, nicht zur Verfügung gestellt. Ein Beispiel: Würde sich Sibylle dafür entscheiden, die Schüler vor Durchführung des jeweiligen Faltschnittes nach ihren Vermutungen hinsichtlich der Anzahl

Beginn der Unterrichtsstunde zum Faltproblem - Erste Bearbeitungsschritte

Wie möchten Sie die ersten Bearbeitungsschritte gestalten?

- ☐ Die Schüler arbeiten gemeinsam mit dem Lehrer an den ersten Faltungen.
(Weitere Auswahlmöglichkeiten folgen.)
- ☐ Der Lehrer führt den Schülern zunächst einige Faltungen vor. Sie erhalten anschließend einen Arbeitsauftrag.
- ☐ Der Lehrer legt den Schülern die Problemstellung ausschließlich schriftlich vor.
- ☐ Der Lehrer bespricht die Problemstellung mit den Schülern und demonstriert dabei auch den Faltvorgang. Anschließend erteilt er einen Arbeitsauftrag.

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 30: Arbeitsblatt „Erste Bearbeitungsschritte“

Für eine bessere Lesbarkeit zeigt die folgende Abbildung noch einmal das zweite Arbeitsblatt zu einem gemeinsamen Einstieg von Schülern und Lehrer in die Problembearbeitung.

Zum "gemeinsamen Einstieg"

Gestaltung des "gemeinsamen Einstiegs"

Die Schüler erhalten zur Bearbeitung des Faltproblems Papier, das 7 Faltungen zulässt, wobei bei ausreichender Sorgfalt nach der sechsten Faltung noch geschnitten werden kann.

Lehrer und Schüler arbeiten zur Einführung gemeinsam an den ersten Faltungen. Dabei ...

- ☐ ... wird mit der ersten Faltung begonnen.
- ☐ ... wird bis zur 3. Faltung gemeinsam gearbeitet.
- ☐ ... wird bis zur 4. Faltung gemeinsam gearbeitet.
- ☐ ... werden die Schüler jeweils vor dem Öffnen des Blattes nach ihren Vermutungen gefragt.

Die Schüler bearbeiten diese Faltungen an ...

- ☐ ... einem Bogen Papier.
- ☐ ... mehreren Bögen Papier.

Um Ergebnisse festzuhalten ...

- ☐ ... wird eine Tabelle (an der Tafel oder auf einem Arbeitsblatt) verwendet.
- ☐ ... werden bereits bearbeitete Faltblätter an die Tafel geheftet.
- ☐ ... wird eine Skizze an der Tafel entwickelt.

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 31: Arbeitsblatt „Gemeinsamer Einstieg“

Die aufgeführten Optionen können durch Markieren der entsprechenden Kontrollkästchen und runden Optionsfelder ausgewählt werden. Dabei *muss* in jedem Untermenü (jeweils abgegrenzt durch eine Umrahmung) von den durch Optionsfelder markierten Alternativen *genau*

der Löcher im Papier zu fragen, so könnte sie Ergebnisse nicht ausschließlich in Form von Skizzen an der Tafel festhalten, sondern sie müsste auch eine Tabelle verwenden.

eine ausgewählt werden, von den durch Auswahlkästchen markierten Möglichkeiten *können* jeweils *mehrere* gewählt werden.³⁹⁵

Sibylle entscheidet sich dafür, vom zweiten bis zum vierten Faltschnitt gemeinsam mit den Schülern zu arbeiten, alle Faltschnitte an einem Blatt auszuführen, Ergebnisse in einer Tabelle festzuhalten und zusätzlich die bearbeiteten Faltblätter an die Tafel zu heften. Außerdem will sie vor der Ausführung der Faltschnitte die Schüler jeweils nach ihren Vermutungen fragen. Als Sibylle das entsprechende Auswahlfeld markiert, erscheint ein „Nachfrageblatt“, auf dem sie die Fragestellung an die Schüler genauer festlegen kann. Dabei muss sie sich für genau eine der angebotenen Alternativen entscheiden,³⁹⁶ sie wählt die erste.

Bei der Erarbeitung der jeweiligen Entscheidungsangebote im Computerszenario haben wir, wie an dieser Stelle, die Auswahlmöglichkeit für den Nutzer gelegentlich auf eine Alternative beschränkt, auch wenn die gleichzeitige Auswahl mehrerer Optionen denkbar wäre.³⁹⁷ Dadurch soll eine stärkere Pointierung der jeweiligen, im Szenario dargestellten Bearbeitungsprozesse der Schüler erreicht werden.

Fragestellung an die Schüler

Dabei werden die Schüler nach ihren Vermutungen gefragt ...

... über die Anzahl der Löcher im Papier. ☐

... über das Aussehen des Papiers. ☐

Die Schüler skizzieren ihre Vermutungen. ☐

Weiter

Abbildung 32: Arbeitsblatt „Fragestellung an die Schüler“³⁹⁸

Das Computerprogramm stellt nun in Abhängigkeit von Sibylles Entscheidungen spezifische Aspekte eines Unterrichtsverlaufs dar, der nach den in den Unterrichtsversuchen gesammelten Erfahrungen aufgrund der getroffenen Entscheidungen *möglich* ist.

Mit dem nächsten Arbeitsblatt wird Sibylle eine Unterrichtsepisode der Einstiegsphase geschildert, in der sie auch unmittelbar reagieren muss.

³⁹⁵ Allerdings muss sich Sibylle hier dafür entscheiden, Faltergebnisse in irgendeiner Form festzuhalten, vergleiche auch Fußnote 394. Nur an wenigen Stellen im Programm wird die gleichzeitige Auswahl mehrerer durch Kontrollkästchen gekennzeichneten Optionen eingeschränkt. In diesen Fällen erfolgt die Markierung dennoch durch Kästchen, weil eine Option *nicht* ausgewählt werden *muss*.

³⁹⁶ Dies ist für Sibylle daran erkennbar, dass die Alternativen durch runde Optionsfelder ausgewählt werden müssen.

³⁹⁷ Sibylle könnte beispielsweise nach der Löcherzahl und gleichzeitig nach dem vermuteten Aussehen des geschnittenen und dann wieder geöffneten Faltblattes fragen.

³⁹⁸ Gelegentlich muss der Programmnutzer wie auch in diesem Fall seine Auswahl mit derartigen Nachfrageblättern spezifizieren, diese Form wurde für eine größere Übersichtlichkeit der jeweiligen „Hauptarbeitsblätter“ gewählt, die das Nachfrageblatt gegebenenfalls aufrufen.

Abbildung 33: Arbeitsblatt „Zum Unterrichtsverlauf“

Im Textfenster wird die aktuelle Unterrichtsepisode knapp geschildert, daneben ist zu Sibylles Orientierung das korrekte Ergebnis des zweiten Faltschnittes abgebildet. Unter der Abbildung kann sie erkennen, wie viel Zeit seit Unterrichtsbeginn vergangen ist und darunter findet Sibylle eine grobe graphisch dargestellte Einschätzung der aktuellen Motivation der Schüler, ihrer Beteiligung am Unterrichtsgeschehen und auch ihrer Disziplin.³⁹⁹

In der Umrahmung findet Sibylle die ihr angebotenen Handlungsalternativen. Da sie durch Optionsfelder markiert sind, *muss* Sibylle *eine* Alternative auswählen, sie entscheidet sich dafür, die Schülervermutungen zunächst nicht zu kommentieren.

Das nächste Arbeitsblatt schildert den Fortgang des Unterrichts.

Abbildung 34: Arbeitsblatt „Unterrichtsgespräch“

³⁹⁹ Zu Bewertungen im Modell bzw. im Computerszenario vergleiche insbesondere Abschnitt 5.2.2, Seite 115 ff.

Wäre Sibylle mit den Reaktionen der Schüler auf ihre letzte Entscheidung nicht zufrieden, könnte sie mit dem Schalter „Zurück“ das vorige Blatt noch einmal aufrufen und ihre Entscheidung revidieren oder von dort weiter zurückgehen.

Sibylle entschließt sich jedoch, diesen Unterrichtsverlauf weiter zu verfolgen und muss an dieser Stelle entscheiden, wie sie mit Marias Äußerung umgeht.⁴⁰⁰ Dazu werden ihr wieder drei Alternativen angeboten. Falls Sibylle weitere, für sie wichtige Handlungsalternativen findet, kann sie diese nach Betätigung des Schalters „Alternative“ in der Arbeitsleiste eingeben. Das Computerprogramm kann zwar darauf nicht reagieren, die auf diese Weise gesammelten Nutzervorschläge können jedoch gegebenenfalls später in das Szenario implementiert werden. Darüber hinaus könnte hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ interessant sein, inwieweit in den jeweiligen Entscheidungssituationen zusätzliche Alternativen entwickelt und wie diese begründet bzw. welche Absichten mit diesen verbunden werden.⁴⁰¹

Sibylle entscheidet sich jedoch für die erste angebotene Option. Das nächste Arbeitsblatt schildert den weiteren Verlauf der Einstiegsphase, in dem darauf folgenden muss sie über einen anschließenden Arbeitsauftrag an die Schüler entscheiden.

Abbildung 35: Arbeitsblatt „Einige Schülerhypothesen“⁴⁰²

⁴⁰⁰ *Eigentlich könnte man ja sagen, dass an den Rändern immer ein halbes Loch entsteht.* Vergleiche auch Seite 53 f.

⁴⁰¹ Vergleiche auch Abschnitt 7.2.4. Bei unseren Untersuchungen zur Sensibilität für Komplexität konnten Versuchspersonen – um den Aufwand gering zu halten – eigene zusätzliche Alternativen auch mündlich angeben.

⁴⁰² Blaue Schrift weist auf weitere (meist bildliche) Informationen hin, die nach Anklicken (meist links neben dem Textfenster) präsentiert werden.

Arbeitsauftrag an die Schüler

Arbeitsauftrag an die Schüler

"Faltet und füllt die Tabelle aus soweit es euch möglich ist." ☐

"Bestimmt die Zahl der Löcher nach der 6. und 7. Faltung." ☐

"Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach der nächsten Faltung aussieht. Benutzt dazu ein neues Blatt." ☐

Benutzt dazu euer Faltblatt." ☐

Lehrer und Schüler arbeiten in analoger Weise weiter. ☐

Lehrer und Schüler arbeiten weiter gemeinsam. Vor jeder neuen Faltung gibt der Lehrer den Schülern mehrere Minuten Zeit, um Vermutungen zu entwickeln. Ihr könnt dazu benutzen was ihr wollt, nur schneiden dürft ihr nicht noch einmal." ☐

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 36: Arbeitsblatt „Arbeitsauftrag an die Schüler“⁴⁰³

Sibylle muss sich mit dem in Abbildung 36 dargestellten Arbeitsblatt nun für einen Arbeitsauftrag an die Schüler entscheiden. In der Regel erhält sie weitere Informationen über die angebotenen Alternativen durch Kurzhinweise, die erscheinen, wenn sie den Mauszeiger über die entsprechenden Textzeilen führt.

Aus Aufwandsgründen bei der Programmierung, um eventuell langweilende Wiederholungen für die Nutzerin des Szenarios zu vermeiden und auch, weil nicht zu allen Möglichkeiten gleich umfangreiche empirische Erfahrungen vorlagen, werden insbesondere in dieser Situation nicht für alle Klassen und für jede Variante des Einstiegs in die Problembearbeitung dieselben oder auch nur gleich viele Entscheidungsalternativen angeboten.

Sibylle wählt das erste Angebot und muss auf dem nächsten Arbeitsblatt über die Sozialform bei diesem Arbeitsauftrag entscheiden. Dabei kann sie zunächst zwischen Gruppen-, Partner- und Einzelarbeit wählen. Sie entscheidet sich für Gruppenarbeit. Daraufhin erscheint ein weiteres Menü, mit dem sie ihre Auswahl spezifizieren muss. Schließlich wählt sie die zweite Option.⁴⁰⁴

⁴⁰³ Die Umrahmung der beiden unteren Alternativen hat einen technischen Grund, sie könnte aber auch als Unterscheidung zwischen eher kurz- und längerfristigen Arbeitsaufträgen an die Schüler interpretiert werden.

⁴⁰⁴ In der Klasse 5c müsste Sibylle mit den bereits länger bestehenden Schülergruppen ohne die Möglichkeit einer veränderten Zusammensetzung der Gruppen arbeiten. Die unterste Alternative „Die Zusammenstellung der Arbeitsgruppen erfolgt so, dass die beiden Schülergruppen gemischt werden.“ wird nur in der Klasse 5a angeboten, vergleiche auch die Kurzporträts der Klassen im Anhang C, Seite 245 ff.

Wahl der Arbeitsform

Wie sollen die Schüler zusammenarbeiten?

in Gruppen ☐

zu zweit (Partnerarbeit) ☐

allein am Tisch (Einzelarbeit) ☐

Die Zusammenstellung der Arbeitsgruppen ...

... erfolgt unter weitgehender Berücksichtigung der Schülervorlieben. ☐

... wird vom Lehrer vorgegeben. ☐

(Dabei achtet er auf eine weitgehend leistungsheterogene Zusammensetzung.)

... erfolgt so, dass die beiden Schülergruppen gemischt werden. ☐

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 37: Arbeitsblatt „Wahl der Sozialform“

Die folgenden Arbeitsblätter schildern den weiteren Verlauf des Unterrichts und bieten auch einen kurzen Videomitschnitt eines entsprechenden Unterrichtsversuchs. Sibylle muss weitere Entscheidungen zur aktuellen Unterrichtsgestaltung treffen, sie entscheidet sich für eine Zusammenfassung der Schülerergebnisse und schließlich dafür, mit den Schülern die Idee des „Zusammenlegens der Faltblätter“ ausführlich zu besprechen.

Unterrichtsverlauf

An 2 Tischen ist von Beginn an Arbeitsteilung zu beobachten. Jeder Schüler bearbeitet jeweils eine Faltung, die Ergebnisse werden anschließend in der Tabelle zusammengetragen.

Tisch 1:

Nach der 4. Faltung entsteht die Hypothese der Verdreifachung, die allerdings nach der 6. Faltung verworfen wird. "Da steckt ja gar keine Logik dahinter." Die Schüler versuchen nun, ein anderes arithmetisches Muster in der Folge der Lochzahlen zu finden:

1 3 9 21 49
2 6 12 28
4 6 16

Für die 7. Faltung entwickeln sie 2 Hypothesen: $49 \cdot 2$ Löcher oder $49 + 28$ Löcher

Die Schülerergebnisse werden zusammengetragen und ausgewertet. ☐

Der Lehrer weist auf Lochmuster und Handlungsprozess als Quelle weiterer Hypothesen hin. ☐

35:00

Motivation ☐

Beteiligung ☐

Unruhe ☐

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 38: Arbeitsblatt „Unterrichtsverlauf“

Unterrichtsverlauf

In einer Diskussion einigen sich Schüler und Lehrer darauf, dass nach 6 Faltungen 49 Löcher im Papier sind. Nach 7 Faltungen sind es 105 Löcher. Diese Lochzahlen werden als relativ gesichert angenommen, weil sich an jedem Schnittpunkt der "Knicklinien" ein Loch befindet.

Löcher entstehen immer dort, wo die Knicklinien sich schneiden.

Auf die Lehrerfrage nach Möglichkeiten, auch Aussagen für die folgenden Faltungen zu bekommen, gibt es verschiedene Vorschläge:

Man muss dünneres Papier nehmen.
 Man kann eine Säge nehmen, um die Ecken abzuschneiden.
 Man kann die Blätter zusammenlegen.

Zahl der Faltungen	Zahl der Löcher
2	1
3	3
4	9
5	21
6	49

Mögliche Lehrerreaktion

In einem Unterrichtsgespräch wird ...

... die letzte Idee ausführlich besprochen. ☐

... auf die Anzahlen der senkrechten und waagerechten Faltlinien eingegangen. ☐

Motivation

Beteiligung

Unruhe

40:00

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 39: Arbeitsblatt „Unterrichtsverlauf“

Ende der Problembearbeitung

Lehrer und Schüler überprüfen gemeinsam, inwieweit die Ergebnisse der bisherigen Faltungen auch durch Zusammenlegen von Faltblättern erklärt werden können.

Maria: *Wenn man die Blätter zusammenlegt, dann werden ja aus den halben Löchern ganze Löcher in der Mitte.*

Schließlich ermitteln die Schüler unter Anleitung des Lehrers auf diesem Weg die Lochzahlen bis zur 10. Faltung.

50:00

Motivation

Beteiligung

Unruhe

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 40: Arbeitsblatt „Ende der Problembearbeitung“

Auf dem folgenden Arbeitsblatt erfährt Sibylle eine Gesamteinschätzung ihrer Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung durch das Computerprogramm hinsichtlich der zu Beginn selbst bewerteten Ziele und weiterer allgemeiner Merkmale, die in der folgenden Übersicht ergänzt wurden.⁴⁰⁵

⁴⁰⁵ Vergleiche auch Abbildung 25, Seite 94; zur Konstruktion entsprechender Bewertungen vergleiche Abschnitt 5.2.2.

(A) Die Schüler können die Anzahl der Löcher für den folgenden Faltschnitt bestimmen.   (B) Die Schüler können die Anzahl der Löcher in Abhängigkeit von der Zahl der Faltschnitte (auch für praktisch nicht mehr durchführbare Faltschnitte) angeben.   (C) Die Schüler können eine Regel für die Zahl der Löcher im Papier begründen.   (D) Die Schüler können eine Formel für die Anzahl der Löcher angeben.   (E) Die Schüler stellen Vermutungen auf.   (F) Die Schüler begründen Vermutungen und Zusammenhänge.   (G) Die Schüler erkennen und benutzen Strukturen.   (H) Die Schüler folgen den fachlichen Erläuterungen des Lehrers.   (I) Die Schüler setzen sich selbstständig mit der Problemstellung auseinander.   (J) Die Schüler sind zu mathematischem Arbeiten motiviert.   (K) Die Schüler können auch mit Rückschlägen beim mathematischen Arbeiten umgehen (Frustrationstoleranz).   -----   (L) Konsistenz der Unterrichtsentscheidungen untereinander   (M) Ausmaß der Lenkung der Problembearbeitungsprozesse durch den Lehrer   (N) Reichhaltigkeit der Bearbeitungswege und –ansätze der Schüler   (O) Disziplin der Schüler

Abbildung 41: Zur Bewertung eines Unterrichtsverlaufs im Computerszenario

Geringe Ausprägungen in (M) und hohe Ausprägungen in (N) sind unseres Erachtens für einen stärker problemorientierten Mathematikunterricht besonders bedeutsam.⁴⁰⁶ Das Merkmal (L) könnte dem Nutzer Hinweise auf mögliche Verbesserungen seiner Entscheidungen bzw. hinsichtlich deren Abstimmung aufeinander und damit auch auf Merkmale der Problembearbeitungsprozesse der Schüler geben. Eine Bewertung hinsichtlich des Merkmals (O) wurde vor allem auch aufgrund entsprechender Erwartungen erster studentischer Programmtester implementiert. Die Merkmale (A) bis (O) sind selbstverständlich nicht unabhängig voneinander, so gibt es beispielsweise unter anderem Zusammenhänge zwischen dem Grad der Schüler selbstständigkeit, dem Ausmaß der Lehrerlenkung, der Reichhaltigkeit der Problembearbeitung und dem Entwickeln von Vermutungen durch die Schüler.

Zusätzlich zu den einzelnen Bewertungen hinsichtlich der genannten Kriterien erfolgt im Computerprogramm eine Einschätzung des Unterrichtsverlaufs bezüglich des Ausmaßes, in dem die vom Nutzer festgelegten Ziele insgesamt erreicht wurden.⁴⁰⁷ Bei dieser „Gesamtzielwertung“ handelt es sich um ein numerisches Maß, das Werte zwischen 0 und 100 annehmen kann. Dieses Maß stellt also eine Bewertung der getroffenen Entscheidungen *relativ* zu Vorgaben des Programmnutzers dar, es ist keine eindimensionale Bewertung des Unterrichtsverlaufs an sich.⁴⁰⁸

Implementierte Bewertungen und die Form ihrer Darstellung wurden ausgehend von den von uns gesammelten Erfahrungen hinsichtlich der Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht zuallererst im Hinblick auf die Zielstellung (B) dieser Arbeit entwickelt. In diesem Zusammenhang sehen wir für die Implementierung dieser Bewertungen in das Szenario vor allem die folgenden Gründe:

⁴⁰⁶ Vergleiche auch Abschnitt 2.2, Seite 30 ff.

⁴⁰⁷ Auch dazu vergleiche Abschnitt 5.2.2.

⁴⁰⁸ Gibt sich der Nutzer des Szenarios beispielsweise nur sehr geringe Ziele vor, so kann er auch mit schlechten Bewertungen hinsichtlich der Merkmale (A) – (K) einen sehr hohen Punktwert erreichen.

- Der Programmnutzer erfährt eine zusammenfassende Rückmeldung über seine Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung „auf einen Blick“ in knapper, möglichst leicht und schnell verständlicher graphischer Form.⁴⁰⁹
- Hinsichtlich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ könnte insbesondere interessant sein, inwieweit die computergenerierten Bewertungen vom Nutzer auch als Gelegenheit zur Reflexion (beispielsweise über getroffene Entscheidungen bezüglich der Ziele des Unterrichts und seiner methodischen Gestaltung) oder auch auf einer Metaebene zur Selbstreflexion (beispielsweise über das bisherige Entscheidungsverhalten) genutzt werden.
- Die Bewertungen insgesamt und die Option der „Gesamtzielwertung“ insbesondere wurden auch deshalb integriert, um den Spielcharakter des Szenarios zu erhöhen. Verbunden damit war die Hoffnung, Nutzer anzuregen, möglichst hohe Bewertungen zu erzielen und dazu möglichst viele verschiedene Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung zu erproben. Aus diesem Grund wurde bei der „Gesamtzielwertung“ auch (nach ersten Testungen) eine zusätzliche Abwertung bei einer geringen Punktzahl implementiert, um gegebenenfalls die Unzufriedenheit der Nutzer mit dem erzielten Ergebnis zu verstärken.⁴¹⁰

Die folgende Abbildung zeigt die Realisierung der Bewertungen im Computerszenario:

Abbildung 42: Arbeitsblatt „Erreichen der Zielstellungen“

Die Länge der grünen Balken im oberen Teil des Arbeitsblattes gibt die Bedeutung an, die Sibylle dem jeweiligen Unterrichtsziel beigemessen hat (vergleiche Abbildung 26, Seite 95), im unteren Teil veranschaulichen sie den Wertebereich der jeweiligen Größe. Für Sibylle war unter anderem das Unterrichtsziel (F) „sehr bedeutsam“, beispielsweise die Ziele (G) und (H) wurden jeweils einen Skalenpunkt geringer eingeschätzt. Kein Ziel war für Sibylle „nicht bedeutsam“.

Die Längen der gelben Balken zeigen die Bewertung des von Sibylle konstruierten Unterrichtsverlaufs hinsichtlich der in Abbildung 41 auf Seite 107 aufgeführten Merkmale, im oberen Teil veranschaulichen sie damit das Ausmaß, in dem Sibylle ihre selbstgewählten Ziele erreicht hat. Da beim Ziel (F) „Die Schüler begründen Vermutungen und Zusammenhänge.“

⁴⁰⁹ Vergleiche die folgende Abbildung 42.

⁴¹⁰ Punktwerte unter 40 werden umso mehr verkleinert, je kleiner sie sind.

der Unterschied zwischen dem, was sich Sibylle vorgenommen und dem, was sie erreicht hat, einen Grenzwert überschreitet, ist der innere Balken rot statt gelb.⁴¹¹ Bewegt Sibylle den Mauszeiger über einen inneren, gelben Balken, so erscheint auch als Kurzhinweis eine numerische Einschätzung der Bewertung auf einer Skala von 0 bis 100.⁴¹² Eine Abweichung vom Grundmuster stellt die graphische Veranschaulichung zum Merkmal (M) dar. Sie erfolgt durch einen Schieber auf einer zweipoligen Skala in der Hoffnung, Sibylle dadurch die Interpretation dieser Bewertung zu erleichtern.

Ein weiteres wesentliches Element des Arbeitsblattes ist das grün umrandete Feld, das die „Gesamtzielwertung“ anzeigt. Mit ihren Entscheidungen hat Sibylle auf einer 100-Punkte-Skala 77 Punkte erreicht.⁴¹³

Sibylle ist hinsichtlich einiger Bewertungen überrascht. Um ihre Entscheidungen noch einmal nachvollziehen und reflektieren zu können, betätigt sie den Schalter „Verlauf“ in der Arbeitsleiste. Daraufhin öffnet sich ein Fenster mit einer Liste ihrer bisherigen Unterrichtsentscheidungen.

Abbildung 43: Listenfenster „Zum Verlauf der Bearbeitung“

⁴¹¹ Dieser Grenzwert wurde durch Erprobungen des Szenarios ermittelt. Einerseits soll den rot gefärbten Balken ja eine ausgeprägte Signalwirkung für *bedeutsame* Abweichungen des Erreichten von den eigenen Zielvorstellungen zukommen. Andererseits waren wir von der Hoffnung getragen, zahlreiche rote Balken verstärken beim Nutzer das Bedürfnis nach Verbesserungen des aktuellen Ergebnisses.

⁴¹² Dieses Programmmerkmal wurde für Nutzerinnen implementiert, denen die graphische Veranschaulichung der Bewertung des Unterrichtsverlaufs zu ungenau ist oder die numerische Darstellungen bevorzugen. Es wurde bisher allerdings nicht genutzt.

⁴¹³ Dass alle Unterrichtsziele zu diesem Maß verrechnet werden, soll für die Nutzerin durch den waagerechten Strich über dem Feld angedeutet werden.

Zu den in blauer Schrift dargestellten Situationen könnte Sibylle (von jeder nachfolgenden Stelle im Programm) direkt zurückspringen, durch Anklicken der letzten Zeile könnte sie sich jederzeit über die Bewertung des darüber aufgelisteten Verlaufs informieren.

Nachdem Sibylle das Listenfenster geschlossen hat, ist sie wieder auf dem Arbeitsblatt zur Bewertung des Unterrichtsverlaufs. Von hier könnte sie durch mehrmaliges Betätigen des Schalters „Zurück“ zu den vorigen Entscheidungssituationen zurückgehen, sie könnte die Bearbeitung des Szenarios aber auch ganz von vorn beginnen, indem sie den Schalter „Neustart“ wählt. Selbstverständlich könnte Sibylle die Arbeit mit dem Programm auch (durch Betätigung des rechten Schalters auf der Navigationsleiste) jederzeit beenden.

5.2 Zum computerimplementierten Modell

5.2.1 Der Ereignisgraph

Für die Erstellung des gerade etwas ausführlicher beschriebenen Computerszenarios ist ein formales, mindestens deskriptives Modell der jeweils interessierenden Aspekte des Realitätsbereiches notwendig. Vielleicht legen die obigen Ausführungen und daraus resultierende Anforderungen an eine Modellierung zunächst sogar die Entwicklung eines *simulationsfähigen* Computermodells⁴¹⁴ nahe, das nach den im Abschnitt 4.1⁴¹⁵ skizzierten Überlegungen zum Netzwerkmodell Auswirkungen *einzelner* Aspekte der Unterrichtsgestaltung und *einzelner* Unterrichtsbedingungen auf Problembearbeitungsprozesse der Schüler nachbildet. Bei einem derartigen Modell könnte der Nutzer die „Eingangsgrößen“ (Unterrichtsbedingungen, Aspekte der methodischen Gestaltung des Unterrichts) unabhängig voneinander variieren, insgesamt resultierende Auswirkungen auf die „Ausgangsgrößen“ (Aspekte von Problembearbeitungsprozessen von Schülern) würden dann im Modell (jedes Mal wieder neu) „berechnet“. Die Auseinandersetzung mit einem derartigen Simulationsmodell könnte dem Nutzer dann tatsächlich auch *neue*, abhängig von der Qualität der Modellierung mehr oder weniger zuverlässige Informationen über den Realitätsbereich Unterricht liefern, die vorher nicht explizit in die Modellierung eingeflossen sind.⁴¹⁶ Nach unserer Überzeugung ist eine derartige Modellierung für (Mathematik-) Unterricht allerdings (zumindest zurzeit) kaum realisierbar, entziehen sich doch wesentliche und auch schon die von uns insbesondere betrachteten mathematisch-kognitiven Aspekte von Unterricht und ein Großteil der Unterrichtsbedingungen und deren vernetzte Wirkungen einer quantitativen Formalisierung. Die Entwicklung eines Simulationsprogramms (in diesem Sinne), das mindestens die uns interessierenden Aspekte des Unterrichtsgeschehens umfasst, ist daher trotz der in letzter Zeit entwickelten Simulationsmetho-

⁴¹⁴ Auch der Begriff der *Simulation* wird in der Literatur sehr vielfältig und häufig missverständlich gebraucht, beispielsweise führt PRITSKER 1979 schon 22 verschiedene Definitionen dieses Begriffs auf; nach MÖHRING (1990), vergleiche auch Originalarbeit

PRITSKER, A. (1979): Compilations of definitions of simulation. *Simulation*, S. 61 – 63.

Andere Autoren sprechen in diesem Zusammenhang beispielsweise von einer weitverbreiteten Konfusion (ALLESSI; TROLLIP 1991) oder einem „terminologischen Dilemma“ (FRANK 1999). So wird unter dem Begriff *Simulation* u.a. das jeweils zugrunde liegende Modell, das Experimentieren mit einem Modell, die Entwicklung von Modellen und deren experimentelle Nutzung zur Analyse und Bewertung des (modellierten) Verhaltens verstanden. Wir sprechen daher genauer von einem *simulationsfähigen* Modell und meinen damit ein dynamisches Modell, das das *Verhalten* realer Systeme nachahmt und beispielsweise durch Manipulation von Eingangsgrößen und Parametern eine experimentelle Nutzung ermöglicht.

⁴¹⁵ Vergleiche Seite 72 ff.

⁴¹⁶ Gerade darin besteht ja häufig das Forschungsinteresse bei der Arbeit mit Simulationsmodellen, man denke beispielsweise an Klima- oder Sternmodelle oder auch allgemein an Szenarien zur Zukunftsforschung.

den⁴¹⁷ unseres Erachtens kaum möglich oder zumindest schon für einzelne, konkrete Unterrichtssituationen außerordentlich und unverhältnismäßig aufwändig, zumal es ja auch gar nicht in unserer Absicht lag, durch Manipulationen eines Modells (auch für den Modellersteller) neue Informationen über den Realitätsbereich „Faltproblem im Mathematikunterricht“ zu gewinnen. Mit der Entwicklung des Computerszenarios „Das Faltproblem“ verfolgten wir ja zunächst „lediglich“ das Ziel, dem Nutzer eine Auseinandersetzung mit (dem Modellersteller) bereits vorliegenden empirisch gewonnenen Erfahrungen zu ermöglichen und auf diese Weise über eine möglichst geeignete Untersuchungsumgebung zu verfügen, mit deren Hilfe Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität von Studierenden gewonnen werden können. Dazu benötigten wir lediglich ein statisches, computerimplementiertes *Deskriptionsmodell*.⁴¹⁸ Dabei haben wir uns für die Erarbeitung eines *logischen Modells* (if-then-Modell) entschieden, das eine (ständig erweiterbare) Vielzahl für den Modellnutzer aktuell unveränderlicher Unterrichtsverläufe umfasst. Das Modell insgesamt kann durch einen gerichteten Graphen repräsentiert werden. Ein Pfad dieses Ereignisgraphen modelliert hauptsächlich Problembearbeitungsprozesse und -ergebnisse der Schüler und damit zusammenhängende affektive und soziale Aspekte unter den jeweiligen Unterrichtsbedingungen und den jeweiligen Unterrichtsentscheidungen der Lehrkraft. Die Knoten stellen dabei spezifische Aspekte von Unterrichtssituationen oder kürzeren -episoden dar. Einige Knoten modellieren auch Situationen, in denen Entscheidungen zum weiteren Unterrichtsverlauf getroffen werden müssen, dabei kann stets unter mehreren vorgegebenen Alternativen ausgewählt werden.⁴¹⁹ Über gerichtete Kanten sind die Knoten des Ereignisgraphen mit zeitlich nachfolgenden Knoten verbunden. Durch das Wandern von Knoten zu Knoten entlang eines (gerichteten) Pfades wird ein möglicher Verlauf der Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht unter den jeweiligen spezifischen Voraussetzungen für den Modellnutzer nachgezeichnet.

Die Entwicklung dieses Ereignisgraphen aus unserem empirisch gestützten Netzwerkmodell lässt sich wie folgt vorstellen: Man wählt für die erste, im Netzwerkmodell abgebildete Entscheidungssituation ein Set möglicher Eingangsgrößen (Unterrichtsvoraussetzungen, Merkmale der methodischen Gestaltung) und ermittelt die entsprechenden Ausgangsgrößen (Merkmale der Problembearbeitung durch Schüler). Für die sich anschließende Entscheidungssituation verfährt man analog usw. Auf diese Weise ergibt sich ein möglicher Verlauf der Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht, der als nunmehr unveränderlicher *Pfad* in den Ereignisgraph integriert wird.

Im Ereignisgraphen werden also nicht einzelne Variationen der Unterrichtsgestaltung und Unterrichtsbedingungen und deren Auswirkungen festgehalten, aus deren Kombination sich eine Simulation eines möglichen Unterrichtsverlaufes ergeben könnte. Vielmehr sind Variationen und Bedingungen bereits vom Modellersteller zu einer sehr großen Zahl aktuell unveränderlicher Kombinationen zusammengefasst, die vom Modellbenutzer jeweils ausgewählt werden können. Jede Kombination stellt im Ereignisgraph eine vom entsprechenden Knoten abgehende Kante dar.

⁴¹⁷ Für den von uns betrachteten Realitätsbereich Unterricht könnte man insbesondere an Multi-Agent-Modellierungen denken, vergleiche beispielsweise GILBERT; DORAN (1994), MÖHRING (1990), TROITZSCH (2000).

⁴¹⁸ Modelle lassen sich beispielsweise hinsichtlich ihrer Funktion differenzieren, so unterscheidet TROITZSCH (1990) zwischen Deskriptionsmodellen, die der Beschreibung von Zusammenhängen oder auch nur von Beobachtungen dienen, Prognosemodellen, zur Ableitung möglicher künftiger Entwicklungen des modellierten Originals, Messmodellen, wie beispielsweise Körper-Dummies bei Untersuchungen zur Verkehrssicherheit oder Prototypen bei Untersuchungen physikalisch-technologischer Merkmale von Fahrzeugen, und Entscheidungsmodellen, die der Erprobung (im Modell) und daraus abgeleitet der Prognose und Bewertung verschiedener Veränderungsmöglichkeiten am Original dienen. Modelle können auch, statt zur Gewinnung, zur Vermittlung von wissenschaftlichen Erkenntnissen, Erfahrungen oder Routinen dienen, man spricht dann von didaktischen Modellen.

⁴¹⁹ Umgesetzt sind diese Knoten in Form der im letzten Abschnitt beschriebenen Arbeitsblätter.

Die folgende Abbildung zeigt schematisch einen Ausschnitt des Ereignisgraphen, der die beispielsweise in Abschnitt 4.4 besprochene Situation der Präsentation des Faltproblems im Unterricht modelliert.⁴²⁰ Die Abbildungen auf Seite 100 stellen die Umsetzung dieses Ausschnittes im Computerszenario dar.

Abbildung 44: Ausschnitt aus dem Ereignisgraphen zur Entscheidung über erste Bearbeitungsschritte beim Faltproblem im Mathematikunterricht

gE: Schüler und Lehrer bearbeiten einige Faltschnitte gemeinsam. A: Schüler erhalten ein Arbeitsblatt.

P: Lehrer erläutert kurz die Problemstellung. D: Lehrer demonstriert einige Faltschnitte.

Bei der Entwicklung eines derartigen Modells, das als „Kern“⁴²¹ eines hinsichtlich unserer Zielstellungen geeigneten Computerszenarios dienen konnte, genügte es aus unserer Sicht allerdings nicht, das Netzwerkmodell umzustrukturieren. Für notwendig hielten wir auch Erweiterungen und teilweise Veränderungen dieses, auf unseren empirischen Erfahrungen beruhenden Modells.

⁴²⁰ Vergleiche insbesondere auch Abbildung 14, Seite 82.

⁴²¹ Vergleiche Abbildung 16, Seite 86.

Extrapolationen

Extrapolationen der in den Unterrichtsversuchen gesammelten Erfahrungen schienen vor allem aus folgenden Gründen notwendig:

- a) Im Szenario werden durch die verschiedenen Schulklassen drei unterschiedliche Sets von Unterrichtsbedingungen zur Verfügung gestellt, unter denen das Faltproblem bearbeitet werden kann. Variationen gibt es dabei vor allem hinsichtlich der Zusammensetzung der Klasse, deren Leistungsstruktur und bezüglich der Vorerfahrungen der Schüler mit problemorientiertem Arbeiten und verschiedenen Sozialformen im Unterricht. Dies sind unseres Erachtens einige wesentliche Bedingungen, die die Bearbeitung des Faltproblems im Mathematikunterricht beeinflussen können. Die Klassen 5a, 5b und 5c des Szenarios sind diesbezüglich Stereotypen, in der „Realität“ kommen sicher nur mehr oder weniger ähnliche Klassen vor. Folglich können die in dieser „Realität“ gesammelten Erfahrungen dann oftmals nur für die im Szenario modellierten Bedingungen extrapoliert werden.⁴²²
- b) Auch durch sehr zahlreiche Unterrichtsversuche kann man die mögliche Vielzahl von Kombinationen methodischer Elemente der Unterrichtsgestaltung nicht empirisch erproben.⁴²³ Außerdem scheinen uns einige der im Szenario angebotenen Optionen (zumindest in spezifischen Kombinationen mit anderen) so ungünstig, dass wir sie aus pädagogischen Gründen nicht erproben wollten.

Überzeichnungen

Im Hinblick auf Einsatzmöglichkeiten des Computerszenarios und insbesondere auch auf Ziel (B) dieser Arbeit schien es uns günstig, die von uns gesammelten Erfahrungen im Szenario gelegentlich zu überzeichnen. So werden beispielsweise spezifische Bearbeitungsansätze, die einerseits in der „Realität“ tatsächlich beobachtet wurden und die andererseits aufgrund (im Szenario) getroffener Lehrerentscheidungen besonders nahe liegen, häufig stärker betont. Dadurch können einerseits Unterschiede zwischen verschiedenen Unterrichtsverläufen vom Programmnutzer leichter wahrgenommen werden. Andererseits können im Szenario angebotene Optionen zur Unterrichtsgestaltung deutlicher hinsichtlich ihrer Konsistenz mit dem vorangegangenen Unterrichtsgeschehen unterschieden werden.⁴²⁴

⁴²² Genau genommen haben wir für das Szenario drei Ereignisgraphen für drei verschiedene Bedingungskonstellationen bzw. drei Schulklassen entwickelt. Für diese Bedingungskonstellationen vergleiche auch die Kurzporträts der Klassen im Anhang C, Seite 245 ff.

⁴²³ Ein Beispiel für derartige Extrapolationen: In einem Unterrichtsversuch wurden zunächst der zweite bis vierte Faltschnitt von Schülern und Lehrer gemeinsam bearbeitet, dabei wurden die Ergebnisse in einer Tabelle und einer Tafelskizze festgehalten. Im Anschluss erhielten die Schüler den Auftrag, das vermutete Aussehen des Faltblattes nach dem fünften Faltschnitt auf einem Zeichenblatt zu skizzieren. Eine entsprechende Modellierung des Unterrichtsverlaufs wurde in das Modell eingearbeitet. Davon wurde dann, von der Gesamtheit vorliegender Erfahrungen ausgehend, beispielsweise der wahrscheinliche Verlauf der Problembearbeitung extrapoliert, bei dem der Lehrer auch den ersten Faltschnitt berücksichtigt und / oder auf eine Tafeltabelle verzichtet.

Dass man ohne Extrapolationen kaum auskommen kann, erkennt man beispielsweise daran, dass der Nutzer im Szenario wählen kann, ob die Unterrichtseinheit zum Faltproblem durch Bearbeitung von Aufgaben vorbereitet werden soll, die mit diesem spezifische Aspekte gemeinsam haben. Zur Auswahl stehen dabei Übungen zur Konstruktion arithmetischer Muster und die „Streifenaufgabe“ (vergleiche Seite 96). Allein diese Auswahlmöglichkeit führt zu einer Verdreifachung möglicher Programmdurchläufe / Unterrichtsverläufe.

⁴²⁴ Für einen erfolgreichen Unterrichtsverlauf ist es dann für den Programmnutzer beispielsweise besonders wichtig, die im Szenario (etwas deutlicher) dargestellten Schülerideen und –konzepte zu erkennen und mit nachfolgenden Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung aufzugreifen und zu unterstützen.

Ableitungen

Insbesondere affektive und soziale Aspekte des Unterrichtsgeschehens werden im Szenario aus folgenden Gründen nur sehr grob dargestellt:

- Der Schwerpunkt des Projektes insgesamt und des Computerszenarios im Besonderen liegt auf typischen und im Vergleich zum üblichen Mathematikunterricht zusätzlichen Anforderungen eines problemorientierten Mathematikunterrichts, weshalb wir uns dementsprechend vor allem auf mathematisch-kognitive Aspekte konzentrieren.
- Durch einen detaillierteren Einbezug affektiver und sozialer Aspekte würden Modellierungen noch sehr viel komplexer werden und sowohl an die Modellersteller (in Einzelarbeit wäre dies wohl nicht mehr zu leisten) als auch an Modellnutzer sehr viel höhere Anforderungen stellen.
- Affektive und soziale Aspekte lassen sich durch ein Computerszenario nur schlecht darstellen.
- Diese Aspekte hängen insbesondere auch von vielfältigen Merkmalen der aktuellen Situation und der beteiligten Personen ab; auch diese lassen sich in einem computerimplementierbaren Modell zu einem sehr großen Teil nur schlecht erfassen und darstellen. Zudem sind Interpretationsspielräume bei notwendigen Modellierungen zumeist viel größer.

Zu entsprechenden Aspekten gibt es in den jeweiligen schriftlichen Beschreibungen der aktuellen Unterrichtsszene nur gelegentliche, knappe Bemerkungen. Allerdings wird jede Situation, in der auch Problembearbeitungsprozesse von Schülern dargestellt werden, auf jeweils zwölfstufigen Skalen hinsichtlich der Motivation der Schüler, deren Beteiligung am Unterrichtsgeschehen und deren Disziplin eingeschätzt.⁴²⁵

Für eine derartige Modellierung dieser Aspekte lieferten unsere empirischen Untersuchungen allerdings nur grobe Anhaltspunkte. Sie wurde daher im Wesentlichen innerhalb des Modells abgeleitet. Dazu wurden folgende Merkmale einbezogen:

- Bedingungskonstellationen, unter denen der Unterricht stattfindet;
- Passung der durch den Nutzer getroffenen Entscheidungen zu diesen Bedingungen, beispielsweise zu Vorerfahrungen der Schüler;
- Passung der vom Nutzer getroffenen Entscheidungen zum unmittelbar vorangegangenen Unterrichtsgeschehen, beispielsweise zu Konzepten und Ideen der Schüler;
- Dauer der jeweiligen Unterrichtsphasen;
- Ergebnisse und Schwierigkeiten der Schüler.

Globale Zuordnungsalgorithmen können wir allerdings nicht angeben; die Bewertungen beruhen auch auf teilweise intuitiven Einschätzungen der Gesamtkonstellation durch den Modellersteller.⁴²⁶

Eine zusätzliche Erweiterung des Netzwerkmodells stellen die (empirisch gestützten) Bewertungen der Pfade des Ereignisgraphen dar.

⁴²⁵ Vergleiche auch Abbildung 17, Seite 87.

⁴²⁶ Vergleiche auch Seite 98. Dieser Teil der Modellierung ist für uns zugegebenermaßen nicht vollständig zufriedenstellend. Auch wenn wir prinzipielle Zweifel daran haben, dass sich derartige allgemeingültige Zuordnungsvorschriften empirisch und theoretisch abgesichert und mit vertretbarem Aufwand konstruieren und (für ein computergestütztes Modell notwendigerweise) formalisieren lassen, so scheint doch beispielsweise eine konsensuelle Validierung der Bewertungen in einer „Experten“-Runde wünschenswert. Dies konnte im Rahmen dieser Arbeit noch nicht geleistet werden, vergleiche auch Seite 85.

5.2.2 Bewertungen im Ereignisgraph

Das Computerszenario konfrontiert den Nutzer mit zahlreichen Situationen, in denen er Entscheidungen zur Gestaltung der Unterrichtseinheit zum Faltproblem treffen muss und gibt dann Rückmeldungen über spezifische Aspekte des weiteren Unterrichtsgeschehens an diesen zurück. Zum einen wird der Nutzer zumeist direkt nach der jeweiligen Entscheidungssituation über den weiteren möglichen Verlauf der Problembearbeitung durch die Schüler und grob über damit zusammenhängende allgemeine, affektive und soziale Aspekte (bis zur nächsten Entscheidungssituation) informiert.⁴²⁷ Zum anderen erfolgt am Ende einer Unterrichtsstunde eine zusammenfassende Bewertung des gerade „konstruierten“ Unterrichtsverlaufs.⁴²⁸ Dazu ist jeder Pfad des Ereignisgraphen hinsichtlich der in der Abbildung 41 auf Seite 107 aufgeführten Merkmale bewertet. Diese Einschätzungen eines aufgrund der Nutzerentscheidungen möglichen Unterrichtsverlaufs erfolgen vor allem auch ausgehend von spezifischen Erfahrungen, die wir im Rahmen unserer Erhebung zum Einsatz des Faltproblems im Unterricht sammeln konnten. Eine Implementierung in das Szenario erfolgte zum einen, um (schriftliche und bildliche) Darstellungen im Szenario zu ergänzen und teilweise zu verdeutlichen. Zum zweiten sollte insbesondere im Hinblick auf die Zielstellung (B) dieser Arbeit eine weitere Reflexionsgelegenheit für den Programmnutzer geschaffen werden. Außerdem sollte auf diese Weise auch der Spielcharakter des Szenarios verstärkt und damit die Motivation des Nutzers unterstützt werden.

Eine Bewertung des aktuellen Pfades (und damit der aktuell getroffenen Entscheidungen zur Gestaltung des Unterrichts) erfolgt also

- (A) – (D): hinsichtlich möglicher problemspezifischer kognitiver Ziele,
- (E) – (H): hinsichtlich möglicher allgemeiner kognitiver Ziele,
- (I) – (K): hinsichtlich möglicher affektiver Ziele,
- (L) – (O): hinsichtlich weiterer allgemeiner Aspekte.

Die einzelnen Merkmale sind selbstverständlich nicht unabhängig voneinander, insbesondere hängen natürlich mögliche Ziele mit explizitem Bezug zum Faltproblem eng zusammen. Dennoch sind im Modell keine festen Abhängigkeiten zwischen einzelnen Merkmalen bzw. entsprechenden Bewertungen implementiert, vielmehr sind für jeden Pfad die jeweiligen Ausprägungen der aufgeführten Merkmale individuell festgelegt. Auf diese Weise ist es zum einen möglich, für jeden Pfad eine möglichst passende Bewertung zu konstruieren, zum anderen bewahrt das Modell so eine möglichst große Offenheit und ist leicht erweiterbar.⁴²⁹ Allerdings sind Bewertungsangaben bzw. –regeln dadurch auch entsprechend umfangreich, so umfasst allein die Bewertungsprozedur im Programmtext des Szenarios etwa 6000 Zeilen. Den oben aufgeführten Merkmalen werden im Modell ordinalskalierte Ausprägungen zugeordnet.⁴³⁰ Dazu ist für jedes Merkmal eine schwache Ordnungsrelation notwendig, die durch selbst entwickelte Kriterien⁴³¹ induziert wird. Bei den Merkmalen (A) – (D) und (N) beziehen sich diese Kriterien auf den zu bewertenden Pfad insgesamt (*globale* Bewertung). Auch hinsichtlich der anderen Merkmale wurde in der Phase der Modellentwicklung zunächst eine Gesamtbewertung der Pfade versucht. Aufgrund der Vielzahl und des Variantenreichtums der zu bewertenden Pfade stellte sich dieser Ansatz für uns jedoch als unpraktikabel heraus. Wir

⁴²⁷ Vergleiche dazu beispielsweise Abbildung 17 auf Seite 87 mit weiteren erläuternden Bemerkungen.

⁴²⁸ Vergleiche dazu Seite 106 ff.

⁴²⁹ Letztendlich ist die vorhandene Struktur sicherlich auch durch ihren Entstehungsprozess, eine durchaus längere, mehrere iterative Schleifen umfassende und ergebnisoffene Phase der Modellkonstruktion begründet.

⁴³⁰ Zu jedem Merkmal wurde also eine Ordinalskala entwickelt, deren Skalenpunkte nicht nur logisch verschieden sind, sondern zusätzlich in eine Rangordnung gebracht werden können.

⁴³¹ Für Beispiele siehe weiter unten.

gingen daher dazu über, *lokale* Bewertungen hinsichtlich des jeweiligen Merkmals für *einzelne Knoten* (bzw. für die damit modellierten Entscheidungen) zu entwickeln. Die Bewertung eines Pfades in Bezug auf dieses Merkmal entsteht dann durch gewichtete Verrechnung der Einzelbewertungen der im Pfad enthaltenen Knoten.⁴³²

Die Entwicklung der Bewertung der verschiedenen Pfade des Ereignisgraphen hinsichtlich eines Merkmals kann man sich wie folgt vorstellen: Zunächst wurden wenigen, wesentlich verschiedenen Pfaden (bzw. vom jeweiligen Knoten abgehenden Kanten) anhand allgemeiner, modellexterner Kriterien Bewertungen zugeordnet.⁴³³ Anschließend wurden weitere Pfade bzw. Kanten aufgrund von Ähnlichkeiten mit und Abweichungen von bereits bewerteten Pfaden in die vorhandene Skala eingeordnet (interne Bewertungskriterien).⁴³⁴ Daran schloss sich eine lange Phase der Testung an, in der für den jeweiligen Pfad und das jeweilige Merkmal insbesondere die sich ergebende Gesamtbewertung auf Plausibilität und Stimmigkeit, zum einen mit den Bewertungen des Pfades hinsichtlich der anderen Merkmale und zum anderen mit Bewertungen anderer Pfade hinsichtlich desselben Merkmals, überprüft und gegebenenfalls verbessert wurde. So mussten beispielsweise im Verlaufe der Modellierung für mehrere Skalen nach und nach feinere Unterteilungen konstruiert werden, da auch die Pfade des Ereignisgraphen immer weiter ausdifferenziert wurden.⁴³⁵

An dieser Stelle können die Bewertungen der einzelnen Pfade hinsichtlich der verschiedenen Kriterien nicht in aller Einzelheit besprochen werden – der entsprechende Programmtext würde etwa 120 Seiten füllen. Daher sollen zwei Beispiele genügen:

Merkmal (B): „Die Schüler können die Anzahl der Löcher in Abhängigkeit von der Zahl der Faltschnitte (auch für praktisch nicht mehr durchführbare Faltschnitte) angeben.“

Bewertungskriterien für dieses Merkmal sind in der Tabelle auf Seite 118 aufgeführt. Die fünf Spalten entsprechen den verschiedenen, von den Schülern in den von uns durchgeführten Unterrichtversuchen gefundenen Lösungsansätzen.⁴³⁶ Für diese wurden jeweils qualitative Abstufungen konstruiert – die den Zeilen der Tabelle entsprechen –, wobei eine Stufe alle vorherigen enthält. Für jeden Lösungsansatz erhält man so eine vierstufige Ordinalskala. Für die Bewertung des betrachteten Pfades hinsichtlich des Merkmals (B) werden dann die verschiedenen Schüleranteile auf den jeweiligen Stufen verrechnet. Dabei wird mit drei verschiedenen Ausprägungen des Schüleranteils – „sehr wenige Schüler“, „etwa die Hälfte aller Schüler“, „fast alle Schüler“ – gearbeitet, die durch Extrapolationen der konkreten Unterrichtserfahrungen oder durch Vergleich mit anderen Pfaden grob geschätzt werden.

Man kann die Festlegung der diskriminierenden Niveaus und auch die Festlegung und Verrechnung der Schüleranteile, die aufgrund vorliegender empirischer Daten und im Hinblick auf die Zielstellung der Modellierung erfolgten, sicher kritisch hinterfragen. Unter anderem an

⁴³² Dabei sind wir uns durchaus bewusst, dass der Mittelwert ordinalskalierten Größen an sich bedeutungslos ist. (Man könnte beispielsweise den Median als bedeutungsvolle statistische Größe verwenden.) Unser Ziel war jedoch die Erstellung eines pragmatischen Modells mit vertretbarem Programmieraufwand; die Transformation bezieht sich ja auch nicht auf reales Datenmaterial, das statistisch ausgewertet werden müsste.

⁴³³ Vergleiche dazu die folgenden Ausführungen zu Bewertungen hinsichtlich des Merkmals (B).

⁴³⁴ Ein verallgemeinertes Beispiel zu globalen Bewertungen: Für den Pfad (x – Präsentation – y – Arbeitsauftrag (Gruppenarbeit) – z) wurden anhand externer Kriterien Bewertungen konstruiert. Anschließend wurden daraus beispielsweise Bewertungen des Pfades (x – Präsentation – y – Arbeitsauftrag (Partnerarbeit) – z) entwickelt, aus Variationen des Pfades wurden also Variationen hinsichtlich der Bewertungen abgeleitet.

Für lokale Bewertungen kann man sich entsprechende Prozeduren auch mithilfe des später in einem anderen Zusammenhang verwendeten Pfaddiagramms veranschaulichen; vergleiche Seite 144 ff. Den verschiedenen Gebieten wurden (extern) gewisse Ausprägungen der jeweiligen Merkmale zugeordnet. Variationen im jeweiligen Gebiet führten dann zu leichten Variationen dieser Ausprägungen.

⁴³⁵ Dies bedeutet aber auch, dass das Modell auch im Hinblick auf die implementierten Bewertungen jederzeit erweitert werden kann.

⁴³⁶ Vergleiche dazu auch die Ausführungen zu häufig beobachteten Problembearbeitungsansätzen auf Seite 33 ff., die neben der Reichhaltigkeit des Faltproblems auch zeigen, welche Leistungen Schüler bei der Bearbeitung geeigneter Probleme erbringen können.

dieser Stelle deuten sich für uns jedoch auch (wieder) mögliche Potenziale bei der Entwicklung von Computerszenarien im Sinne der Arbeit *am* Modell an: Die Entwicklung eines Computermodells erfordert (nicht nur) an dieser Stelle Konkretisierungen und Operationalisierungen von Erfahrungen und theoretischen Vorstellungen, die sonst vielleicht nicht oder nicht in diesem Ausmaße notwendig wären. Sicher sind Operationalisierungsansätzen häufig prinzipielle Grenzen gesetzt, dennoch könnte deren (Weiter-) Entwicklung anhand bzw. für ein derartiges Modell einen Beitrag zur Weiterentwicklung allgemeiner theoretischer Vorstellungen und Konzepte leisten.

Die Schüler ...				
... erkennen, dass Löcher auf den Schnittpunkten der Faltnlinien entstehen.		... erkennen, dass Löcher dort entstehen, wo vier Felder aneinander stoßen.	... erkennen das Muster der Verdreifachung oder in der Folge der Lochzahlen eine monoton wachsende Folge ungerader Zahlen,	
... erkennen, dass neue Faltnlinien / Löcher zwischen den alten entstehen ...	... erkennen, dass das Blatt des nächsten Faltschnitts durch An-einanderlegen zweier Faltblätter „entsteht“. ⁴³⁷	... erkennen, dass sich die Anzahl der Felder jeweils verdoppelt / dass sich die Felder jeweils halbieren.	... erkennen Quadratzahlen in der Folge der Lochzahlen.	
... und zusätzlich zwischen den alten und dem Rand.	... erkennen, dass dabei aus den Einschnitten in der Mitte Löcher entstehen.	... erkennen den Zusammenhang zwischen der Anzahl der Felder und der Anzahl der Löcher	... erkennen, dass Lochzahlen entweder Quadratratzahlen oder gemischte Produkte sind.	... erkennen in der Folge der Lochzahlen das Muster „Verdopplung+Zuwachs“
... beachten dabei auch den Wechsel der Faltrichtung.	... beachten dabei auch den Wechsel der Faltrichtung.	... beachten dabei auch den Wechsel der Faltrichtung.	... können die Folge der Lochzahlen korrekt fortsetzen.	

Abbildung 45: Kriterien für die Ausprägungsgrade des Merkmals (B)

⁴³⁷ „Induktion am Anfang“, vergleiche Anhang A, Seite 235 f.

Merkmal (L): „Konsistenz der Unterrichtsentscheidungen untereinander“

Mit diesem Merkmal wird zu erfassen versucht, inwieweit vom Nutzer getroffene Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung hinsichtlich möglicher Auswirkungen auf Problembearbeitungsprozesse von Schülern aufeinander abgestimmt sind. Dazu werden diese grob anhand zweier Dimensionen differenziert. Zum einen erfolgt eine mehr *inhaltliche* Einschätzung der jeweiligen Unterrichtsentscheidungen hinsichtlich einer möglichen, mehr oder weniger ausgeprägten Orientierung an arithmetischen oder geometrischen Aspekten. Bei einer geometrischen Orientierung kann dabei teilweise zusätzlich zwischen einer Orientierung am Ansatz „Induktion am Ende“ und am Ansatz „Induktion am Anfang“ differenziert werden. Zum anderen können Entscheidungen hinsichtlich der *methodischen* Gestaltung des Unterrichts grob dahingehend charakterisiert werden, inwieweit die Bearbeitung des Faltproblems durch den Lehrer gelenkt, inwieweit beispielsweise einzelne Bearbeitungsschritte oder Bearbeitungsmittel vorgegeben werden.⁴³⁸

Damit lassen sich mögliche Entscheidungen im Ereignisgraphen in das folgende zweidimensionale Schema einordnen, wobei eine drei- bzw. fünfstufige Diskriminierung verwendet wird.⁴³⁹

Abbildung 46: Schema zur näheren Charakterisierung von Entscheidungen im Ereignisgraphen, mit Beispielen:

- 1: Der Lehrer gibt einen Arbeitsauftrag: „Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach der nächsten Faltung aussieht. Benutzt dazu euer Faltblatt.“
- 2: Der Lehrer gibt einen Arbeitsauftrag: „Faltet und füllt die Tabelle aus, soweit es euch möglich ist.“
- 3: Der Lehrer gibt einen Arbeitsauftrag: „Führt die nächsten Faltungen aus und sucht nach Regelmäßigkeiten und Zusammenhängen zwischen der Zahl der Löcher und der Zahl der Faltungen.“⁴⁴⁰
- 4: Der Lehrer bearbeitet den ersten bis vierten Faltschnitt gemeinsam mit den Schülern. Vor dem Öffnen ihrer Faltblätter werden diese jeweils nach ihren Vermutungen hinsichtlich des Aussehens des geöffneten Blattes gefragt.⁴⁴¹

Durch (gewichteten) Vergleich der Entscheidungen eines Pfades wird dann dessen Bewertung hinsichtlich des Merkmals (L) ermittelt.

Diese Charakterisierung der Entscheidungen im Ereignisgraphen wird auch für die Bewertung des Pfades hinsichtlich des Merkmals (M): „Ausmaß der Lenkung der Problembearbeitungs-

⁴³⁸ Beide „Dimensionen“ stehen in engem Zusammenhang mit Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts, vergleiche auch Abschnitt 2.2.1, Seite 32 ff.

⁴³⁹ Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die weitere Differenzierung des Merkmals „auf geometrische Aspekte fokussierend“ im Schema nicht berücksichtigt, vergleiche dazu die Spalten der Abbildung 45, Seite 118.

⁴⁴⁰ Zu 1 – 3 vergleiche auch Abbildung 36, Seite 104.

⁴⁴¹ Vergleiche auch Abbildung 31, Seite 100 und Abbildung 32, Seite 101.

prozesse durch den Lehrer“ benutzt.⁴⁴² Dafür wird zusätzlich auch erfasst, inwieweit Unterrichtsentscheidungen auf aktuelle Problembearbeitungsprozesse der Schüler abgestimmt sind.⁴⁴³

Eine weitere, bereits angesprochene Form der Bewertung der Entscheidungen des Programmnutzers zur Unterrichtsgestaltung ist die „Gesamtzielwertung“ mit der zusammenfassend eingeschätzt wird, inwieweit der Programmnutzer seine selbst gewählten Zielstellungen mit dem gerade durchlaufenen Pfad erreichen konnte. Diese Einschätzung ist ein sehr spielerisches Element des Szenarios, das vor allem für eine Verstärkung des Explorationsverhaltens des Nutzers konstruiert wurde. Wir haben daher auch eine relativ freie, vor allem pragmatische Modellierung dieser Größe vornehmen können. Dazu werden den Wichtungen der einzelnen Ziele durch den Nutzer numerische Größen zugeordnet.⁴⁴⁴ Für jedes Unterrichtsziel kann so die Differenz aus dem Vorgenommenen (Wichtung des Ziels zu Beginn des Durchlaufs) und dem Erreichten (Bewertung des gewählten Pfades) berechnet werden. In die Berechnung der „Gesamtzielwertung“ gehen dann alle Ziele ein, die für den Nutzer mehr als „nicht bedeutsam“ waren. Dabei werden höhere Differenzen zusätzlich noch einmal stärker gewichtet. Bei der Summation der einzelnen gewichteten Differenzen erfolgt noch einmal eine Wichtung nach der Bedeutung, die dem jeweiligen Unterrichtsziel vom Nutzer beigemessen wurde.⁴⁴⁵ Um das Explorationsverhalten der Nutzer noch stärker zu unterstützen, wurde (nach ersten Erprobungen) eine zusätzliche Abwertung bei einer geringen Punktzahl implementiert, um gegebenenfalls die Unzufriedenheit mit dem erzielten Ergebnis zu verstärken.⁴⁴⁶

Bei kritischer Durchsicht der implementierten Bewertungen ist es unseres Erachtens wichtig, sich unser Vorhaben einer vor allem auch pragmatischen Modellierung als Grundlage eines Computerszenarios vor Augen zu halten, das insbesondere auch im Hinblick auf Zielstellung (B) dieser Arbeit spezifische Aspekte der Unterrichtskomplexität darstellen und interaktiv erfahrbar machen sollte. Dabei sollte das Szenario durchaus auch leicht spielerische Züge besitzen, was zusätzlich eine gewisse Pointierung der Bewertungen angezeigt erschienen ließ. Schließlich konnte schon aufgrund des Umfangs notwendiger Bewertungen sicher kein optimales Ergebnis erzielt werden,⁴⁴⁷ uns kam es auf eine im Hinblick auf unsere Zielstellung akzeptable Lösung an, die selbstverständlich vielfach getestet und immer wieder verbessert und weiter ausdifferenziert wurde.⁴⁴⁸

Mit dem Szenario „Das Faltproblem“ wurde ein interaktives, (in Anfängen) multimediales, realitätsbezogenes Computerszenario entwickelt, das den Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht einer fünften Klasse zum Thema hat. Das Programm wurde ausgehend von spezifischen und dennoch recht umfangreichen empirischen Erfahrungen entwickelt, die vor allem in 47 Unterrichtsversuchen, aber auch durch Befragungen von Didaktikern, Lehrern und Studierenden gewonnen wurden. Es ermöglicht dem Nutzer eine explorative Bearbeitung aus-

⁴⁴² Vergleiche Abbildung 41, Seite 107.

⁴⁴³ So hat der Lehrer/Programmnutzer beispielsweise in der Situation (II) (vergleiche Seite 53 f.) ganz verschiedene Reaktionsmöglichkeiten. Er könnte unter anderem auf Marias, unter verschiedenen Gesichtspunkten vielversprechenden Einwurf eingehen oder diesen auch strikt zurückweisen.

⁴⁴⁴ Beispielsweise wird der Wichtung „sehr bedeutsam“ (vergleiche auch Seite 93 ff., insbesondere Abbildung 26) die im Szenario maximal erreichbare Bewertung von Pfaden hinsichtlich des entsprechenden Merkmals zugeordnet.

⁴⁴⁵ Wurde ein „sehr bedeutsames“ Ziel kaum erreicht, wiegt dies also schwerer als bei einem nur wenig bedeutsamen Unterrichtsziel.

⁴⁴⁶ Punktwerte unter 40 werden umso mehr verkleinert, je kleiner sie sind.

⁴⁴⁷ Falls es überhaupt ein bestes Ergebnis geben sollte.

⁴⁴⁸ Sicherlich könnte man auch an dieser Stelle zu einem späteren Zeitpunkt weiterarbeiten. Hier deutet sich allerdings auch an, wovor der Autor zu gegebener Zeit gewarnt worden ist: „Die Entwicklung einer derartigen Software ist ein potenziell unendlicher Prozess.“

gewählter und auf spezifische Aspekte reduzierter Entscheidungssituationen zur Unterrichtsgestaltung in der Rolle des Lehrers. Dabei haben wir uns vor allem auf solche Aspekte und Situationen konzentriert, die in engem Zusammenhang mit Problembearbeitungsprozessen von Schülern stehen.

Durch eine explorative Bearbeitung der im Szenario modellierten Entscheidungssituationen – Entscheidungen können beispielsweise korrigiert, Situationen unter veränderten Bedingungen wiederholt bearbeitet werden – wird dem Nutzer ermöglicht, sich interaktiv mit dem modellierten Wechselwirkungsnetzwerk aus ausgewählten Unterrichtsbedingungen,⁴⁴⁹ Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und aus Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen von Schülern auseinander zu setzen. Spezifische Aspekte der Komplexität problemorientierten Mathematikunterrichts sollen für den Nutzer des Szenarios so auch auf teilweise durchaus spielerische Weise erlebbar werden.

Insbesondere durch die Verbindung von Realitätsbezogenheit einerseits und der beschriebenen Interaktivität andererseits zeichnet sich das Computerszenario „Das Faltproblem“ vor den uns bekannten Multi- bzw. Hypermediasystemen zum (Mathematik-) Unterricht aus.⁴⁵⁰

5.3 Einige technische Details

Das Computerszenario ist eine Mehrfenster-Anwendung, fast immer stehen dem Programmnutzer das aktuelle Arbeitsblatt und die Arbeitsleiste zur Verfügung. Das Programm selbst arbeitet ereignisorientiert, das heißt, für Aktionen im Programm gibt es keine feste, vordefinierte Reihenfolge, vielmehr reagiert es ausschließlich auf Ereignisse, die insbesondere vom Programmnutzer ausgelöst werden können. Dafür stehen diesem Schalter, Verknüpfungen und Menüs mit den entsprechenden Auswahlfeldern zur Verfügung.

Das Programm zeichnet wichtige Interaktionen, beispielsweise die Entscheidungen des Nutzers zusammen mit den kennzeichnenden Merkmalen der jeweiligen Situation und der Bearbeitungszeit auf. Die Daten werden im HTML-Format gespeichert und stehen so für eine weitere Auswertung leicht zur Verfügung. Die Speicherung entsprechender Dateien erfolgt in einem Unterverzeichnis des Verzeichnisses „C:/temp“, beide müssen für eine vollständige Lauffähigkeit des Programms auf der Festplatte des Computers vor dem Programmstart vorhanden sein.⁴⁵¹

Notwendige Voraussetzungen für volle Funktionsfähigkeit sind weiterhin das Betriebssystem MICROSOFT WINDOWS 95 oder höher und eine Bildschirmauflösung von 1024×768 Punkten. Zusätzlich notwendige Systemdateien werden bei Installation des Computerszenarios automatisch in entsprechende Verzeichnisse kopiert.

Zur programmtechnischen Realisierung des Computerszenarios sollen an dieser Stelle nur einige knappe Bemerkungen zusammengetragen werden. Das Programm wurde mit der visuellen Entwicklungsumgebung DELPHI 4 erstellt, die auf der Programmiersprache OBJECT PASCAL beruht. Es besteht aus einem Hauptmodul und mehr als 120 weiteren Modulen (Units). Zu jedem Modul gibt es ein visuelles „Formular“, das als Maske für entsprechende Arbeitsblätter im Computerszenario dient.

Die Entscheidungsblätter im Szenario (vergleiche beispielsweise Abbildung 31, Seite 100, Abbildung 32, Seite 101) ändern sich im Verlaufe der Bearbeitung kaum und höchstens durch

⁴⁴⁹ Dabei wurden vor allem solche Bedingungen berücksichtigt, die Problembearbeitungsprozesse von Schülern stärker beeinflussen können.

⁴⁵⁰ Vergleiche beispielsweise COHORS-FRESENBORG; KAUNE; SCHWANK; SJUTS; TÜLLINGHOFF; VOGELSANG (1999), LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998), MOUSLEY; SULLIVAN (1996).

⁴⁵¹ Dabei darf der Name des Unterverzeichnisses aus technischen Gründen nur aus zwei Zeichen bestehen, bereits vorhandene Daten werden gegebenenfalls überschrieben. Der Nutzer erhält diese Hinweise bei jedem Programmstart und hat zu diesem Zeitpunkt noch die Möglichkeit, das Computerprogramm ohne Verlust eventuell bereits vorhandener Daten abzubrechen.

Ein- bzw. Ausblenden spezifischer Optionen für den Nutzer. Sie werden programmtechnisch durch jeweils ein Modul realisiert, das die entsprechende visuelle Maske zur Verfügung stellt. Die Berichtsblätter und Arbeitsblätter mit Berichts- und Entscheidungsfunktion (vergleiche Abbildung 17, Seite 87 bzw. Abbildung 19, Seite 88) werden im Programm durch verschiedene Masken realisiert, die für den jeweils darzustellenden Knoten des Ereignisgraphen mit spezifischen Inhalten gefüllt werden. Die folgende Abbildung soll dies für ein Berichtsblatt veranschaulichen.

Abbildung 47: Konstruktion eines Berichtsblattes im Szenario

Durch diese Konstruktion genügen 118 Masken für das gesamte Szenario,⁴⁵² obwohl der Ereignisgraph wesentlich mehr Knoten enthält. Die folgende Abbildung zeigt den „Maskenbaum“ für den ersten Teil des Szenarios bis zur Auswahl eines Arbeitsauftrages für die Schüler nach den ersten Bearbeitungsschritten.

⁴⁵² Es gibt noch einige Module (und Masken) mehr, die nur dem Autor für die Überprüfung der Programmierung zur Verfügung stehen.

In der Legende sind die Namen der verwendeten Masken zu finden, der Baum gibt mögliche Abfolgen dieser Masken an. Die Zahlen an den Kanten stehen für die Anzahlen der voneinander verschiedenen Aufrufe der jeweiligen nachfolgenden Maske, dabei wurden Einsen nicht angeschrieben. Beispielsweise kann von den Arbeitsblättern zur Maske „HypoReak“ die Maske „Bericht“ mit 19 verschiedenen Inhalten (je nach den Entscheidungen des Programmnutzers) gefüllt und aufgerufen werden.

Die Summe der Kantenzahlen ergibt also die Anzahl der im ersten Teil des Programms zur Verfügung stehenden Arbeitsblätter bzw. (im Wesentlichen) die Anzahl der Knoten im Ereignisgraphen.

Insgesamt werden im Programm etwa 700 HTML-Dateien zur Beschreibung von Unterrichtssituationen und -episoden verwendet,⁴⁵³ noch einmal mehr als 500 teilweise verschiedene HTML-Dateien zeigen Schülerskizzen, mehr als 300 Bild- und 13 Videodokumente dienen im Wesentlichen der Veranschaulichung der verschiedenen Unterrichtsepisoden. Die Programmdatei selbst ist etwa 3,3 MByte groß und der Programmtext mehr als 36000 Zeilen lang.

5.4 Kritik und ergänzende Bemerkungen

Hinsichtlich der Entwicklung des Computerszenarios sehen wir vor allem den folgenden möglichen Kritikpunkt, der über bereits an anderer Stelle aufgeführte Aspekte hinausgeht.⁴⁵⁴

Aufgrund der geringen Studierendenzahlen an Thüringer Universitäten bzw. der teilweise nur geringen Bereitschaft von Studierenden zur Mitarbeit an diesem Projekt konnten ausführlichere Programmtestungen insbesondere auf Verständlichkeit der Darstellungen nicht erfolgen. Auch deshalb wurden bei den Untersuchungen zur Sensibilität für Komplexität von Studierenden Nachfragen der Versuchspersonen stets zugelassen. Die im Rahmen dieser Untersuchungen ebenfalls durchgeführten Befragungen hinsichtlich der Bedienbarkeit, Verständlichkeit und Schwierigkeit des Szenarios ergaben allerdings fast durchweg positive Ergebnisse.⁴⁵⁵

Das Computerszenario besitzt weitere Leistungsmerkmale, über die bisher noch nicht berichtet wurde. So lässt sich das Szenario in einigen Details variieren und es liegt in zwei verschiedenen Versionen vor. In vorausgehenden Testungen und im Rahmen unserer empirischen Untersuchung zum Konstrukt „Sensibilität für Komplexität“ wurden diese Variationen zwar *nicht*, die zweite Programmversion *fast nicht* genutzt, sie stehen allerdings für mögliche Nachfolgeuntersuchungen zur Verfügung.

Neben der in den vorangegangenen Abschnitten ausführlich beschriebenen Version des Computerszenarios gibt es die eingeschränkte Version „Das Faltproblem gE“. Bei dieser sind die Auswahlmöglichkeiten des Nutzers hinsichtlich der ersten Bearbeitungsschritte beim Faltproblem eingeschränkt: Lehrer und Schüler müssen zunächst die ersten Faltschnitte gemeinsam bearbeiten.⁴⁵⁶

Diese eingeschränkte Version wurde vor allem aus folgendem Grund zusätzlich entwickelt: In ersten Erprobungen des Szenarios deutete sich einerseits an, dass einige Programmtester fast gar nicht mit einem gemeinsamen Einstieg in die Problembearbeitung (Einstiegsvariante gE) arbeiteten, wenn noch andere Auswahlmöglichkeiten (Einstiegsvarianten A, P, D) zur Verfü-

⁴⁵³ Dies ist mithin eine gute Näherung für die Anzahl der Knoten des Ereignisgraphen.

⁴⁵⁴ Dass Erweiterungen des Netzwerkmodells und Bewertungen im Ereignisgraph in Alleinarbeit durch den Autor geleistet wurden, ist selbstverständlich ähnlich kritisch zu sehen, wie es an anderer Stelle bereits ausgeführt wurde; vergleiche Seite 85.

⁴⁵⁵ Allerdings sollten Ergebnisse derartiger Befragungen wohl auch unter der Perspektive der sozialen Erwünschtheit gesehen und dementsprechend relativiert werden.

⁴⁵⁶ Dem Nutzer stehen in dieser eingeschränkten Version hinsichtlich des Einstiegs in die Problembearbeitung also nur die in der rechten Spalte von Abbildung 14, Seite 82, aufgeführten Optionen zur Verfügung.

gung standen.⁴⁵⁷ Falls sich Programmtester andererseits gelegentlich für einen gemeinsamen Einstieg entschieden, dann blieben sie sehr häufig auch bei späteren Entscheidungen für eine gemeinsame Bearbeitung bei ihren einmal gewählten Optionen zur näheren Charakterisierung dieses Einstieges.⁴⁵⁸ Dem steht entgegen, dass Pfade zum gemeinsamen Einstieg in einigen Teilen weitaus differenzierter ausgearbeitet sind, als bei den anderen Einstiegen.⁴⁵⁹ Der Modellteil („Ast“ des Ereignisgraphen) zum gemeinsamen Einstieg ist noch komplexer als die übrigen Modellteile und stellt daher an den Nutzer sicher noch höhere Anforderungen gerade auch im Hinblick auf das Konstrukt „Sensibilität für Komplexität“.⁴⁶⁰

Diese eingeschränkte Version des Computerszenarios konnte aufgrund geringer Studierendenzahlen an der Jenaer Universität nur in sehr geringem Umfang (vor den Untersuchungen zum Konstrukt „Sensibilität für Komplexität“) erprobt werden. Dabei zeigte sich allerdings auch, dass Nutzer dieser Version sich teilweise zu stark eingeschränkt fühlten. Daher wurde zunächst auf einen weiteren Einsatz verzichtet; für mögliche Nachfolgeuntersuchungen wurde allerdings im Programm die Möglichkeit implementiert, zur Laufzeit zwischen den beiden Versionen zu wechseln.⁴⁶¹ Dazu dient ein unauffälliges Kontrollkästchen auf dem ersten, ins Szenario einführenden Berichtsblatt.

Abbildung 48: Berichtsblatt zur Einführung in das Szenario⁴⁶²

⁴⁵⁷ Vergleiche Abbildung 14, Seite 82.

⁴⁵⁸ Diese Erfahrungen deuteten also an: Die Nutzerin Sibylle würde nach dem ersten, weiter oben ausführlich dargestellten Programmdurchlauf mit einiger Wahrscheinlichkeit auch die Einstiegsvarianten „P“ oder „D“ ausprobieren. Sicher würde sie später auch noch einmal die Einstiegsvariante „gE“ wählen, mit großer Wahrscheinlichkeit würden die weiteren Entscheidungen zum Einstieg dann allerdings nur wenig von ihren ersten Entscheidungen abweichen (Vom zweiten bis vierten Faltschnitt wird gemeinsam gearbeitet, dabei verwenden die Schüler für alle Faltschnitte nur ein Blatt und die Ergebnisse werden in einer Tabelle festgehalten. Zusätzlich heftet der Lehrer bereits bearbeitete Faltblätter an die Tafel und fragt die Schüler vor jedem Faltschnitt nach ihren Vermutungen hinsichtlich der Anzahl der Löcher im Papier.).

⁴⁵⁹ Das ist allein an der Anzahl der Optionen erkennbar, die den jeweiligen Einstieg näher charakterisieren.

⁴⁶⁰ Dass nicht alle Äste des Ereignisgraphen gleich fein verzweigen, ist zumindest zum Teil dem hohen Aufwand geschuldet, den auch die vorliegende Modellierung und Programmierung bereits gefordert haben und damit zusammenhängend der Tatsache, dass die Erstellung des Modells mit der Ausarbeitung des Astes zum gemeinsamen Einstieg begonnen wurde.

⁴⁶¹ Damit ist es in Nachfolgeuntersuchungen beispielsweise möglich, die Bearbeitung mit der eingeschränkten Version zu beginnen und bei zunehmender Unzufriedenheit des Nutzers über die starken Einschränkungen des Programms zur „Vollversion“ zu wechseln. Eine Erprobung dieses Vorgehens konnte aus zeitlichen Gründen nicht erfolgen.

⁴⁶² Der Pfeil in der Abbildung soll der Orientierung des Lesers dienen, er ist nicht Bestandteil des Arbeitsblattes.

Außerdem können auf diesem Berichtsblatt drei zusätzliche Programmmerkmale gewählt werden. Wird das oberste Kontrollkästchen markiert, so wird die Bearbeitung des Szenarios *zusätzlich* durch Screenshots der jeweils bearbeiteten Blätter dokumentiert. Die Bilddateien (im speicherplatzsparenden JPG-Format) werden, geordnet nach dem Zeitpunkt der Bearbeitung, im gleichen Verzeichnis wie das HTML-Bearbeitungsprotokoll abgelegt.⁴⁶³ Allerdings wird das Computerprogramm durch die dann notwendigen Speicher- und Konvertierungsprozesse merkbar langsamer.

Mit der Markierung des zweiten Kontrollkästchens werden einige Wahlmöglichkeiten des Nutzers hinsichtlich der Darstellung der Bewertungen des aktuellen Pfades zugeschaltet. Der Programmnutzer kann nach Auswahl dieser Option auf dem Entscheidungsblatt zur Wichtung der Unterrichtsziele auswählen, ob am Ende eines durchlaufenen Pfades entsprechende Bewertungen dargestellt werden sollen und ob zusätzlich die „Gesamtzielwertung“ – die ja ein sehr spielerisches Element des Szenarios ist – angezeigt werden soll.

Ziele für diese Unterrichtsstunde

Wie bedeutsam sind Ihnen die folgenden Ziele für diese Stunde? nicht sehr

Die Schüler sollen ...

- ... die Zahl der Löcher für die jeweils nächste Faltung bestimmen können.
- ... die Löcherzahlen auch für nicht mehr durchführbare Faltungen angeben können.
- ... eine Regel für die Zahl der Löcher im Papier begründen können.
- ... Vermutungen aufstellen können.
- ... Vermutungen und Zusammenhänge begründen können.
- ... Strukturen erkennen und benutzen können.
- ... den fachlichen Erläuterungen des Lehrers genau folgen.
- ... sich selbstständig mit der Problemstellung auseinandersetzen.
- ... Freude am mathematischen Arbeiten entwickeln.
- ... auch mit Rückschlägen beim mathematischen Arbeiten umgehen können.

Falls Sie ein weiteres Ziel für bedeutsam halten, bitte klicken.

Am Ende jeder "Unterrichtsstunde" soll eingeschätzt werden, inwieweit ich meine Ziele erreicht habe. ☒

Zusätzlich möchte ich eine numerische Schätzung, inwieweit ich meine Ziele insgesamt erreicht habe. ☒

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 49: Arbeitsblatt „Ziele für diese Unterrichtsstunde“ mit Optionen zur Anzeige von Bewertungen⁴⁶⁴

Würde der Nutzer auf dem Arbeitsblatt „Ziele für diese Unterrichtsstunde“ die entsprechende (unterste) Option deaktivieren, so würde ihm das Feld zur „Gesamtzielwertung“ nicht angezeigt. Würde er auch allgemein auf eine Einschätzung des Unterrichtsverlaufs hinsichtlich der Unterrichtsziele verzichten, so hätte das entsprechende letzte Arbeitsblatt des Programmdurchlaufes das in der folgenden Abbildung gezeigte Aussehen. Der Programmnutzer könnte dann an dieser Stelle noch einmal entscheiden, ob er eine Bewertung des durchlaufenen Pfades wünscht oder nicht. Es stünden noch einmal dieselben Optionen zur Verfügung wie auf dem Arbeitsblatt zu den Unterrichtszielen.

⁴⁶³ Den Zeitpunkten der Bearbeitung entsprechend werden die Blätter unter alphabetisch geordneten Bezeichnungen in diesem Verzeichnis abgelegt. Mit einer geeigneten Bildbetrachtungssoftware können die Bilddateien später in dieser Reihenfolge betrachtet werden. Ein entsprechendes Programmmerkmal stellt beispielsweise die Shareware ACDSee zur Verfügung.

⁴⁶⁴ Vergleiche auch Abbildung 26, Seite 95.

Erreichen der Zielstellungen

Sie haben jetzt die Möglichkeit mit dem Button "Zurück" zu vorigen Entscheidungssituationen zurückzugehen.

Mit dem Button "Neustart" kehren Sie an den Anfang des Programms zurück und können alle Entscheidungssituationen noch einmal bearbeiten.

Vorher soll eingeschätzt werden, inwieweit ich meine Ziele erreicht habe. ☒

Zusätzlich möchte ich eine numerische Schätzung, inwieweit ich meine Ziele insgesamt erreicht habe. ☐

Zur Einschätzung

Zurück Neustart Schließen

Abbildung 50: Arbeitsblatt „Erreichen der Zielstellung“ – deaktiviert

Eine Markierung des dritten Kontrollkästchens aktiviert zusätzliche Kommentierungen der Bewertungen des vom Nutzer gewählten Pfades gemäß der folgenden Tabelle:

„Gesamtzielwertung“	Kommentar
0 – 30	„Das geht noch viel besser!“
31 – 70	„Das geht doch besser!“
71 – 80	„Das geht noch etwas besser!“
81 – 100	„Geht das noch besser?“ ⁴⁶⁵

Abbildung 51: Mögliche zusätzliche Kommentare zu Bewertungen der Pfade des Ereignisgraphen

Die Möglichkeit dieser Kommentierungen wurde vorgesehen, um das Explorationsverhalten der Programmnutzer weiter zu verstärken. Auch hinsichtlich dieses Programmmerkmals konnte eine Testung allerdings noch nicht erfolgen.

⁴⁶⁵ Dieser positive Kommentar kann vom Programmnutzer allerdings nur dann „erreicht“ werden, wenn die von ihm festgelegten Zielvorgaben für den aktuellen Unterrichtsverlauf – die „Gesamtzielwertung“ erfolgt ja relativ zu diesen – ein gewisses Minimum überschreiten.

6 EINE EMPIRISCHE UNTERSUCHUNG ZUR SENSIBILITÄT FÜR KOMPLEXITÄT

Im theoretischen Teil dieser Arbeit haben wir unsere Vorstellungen zur Komplexität von Unterricht zusammengetragen und insbesondere für einen stärker problemorientierten Mathematikunterricht spezifiziert. Davon ausgehend wurden Zielstellungen der vorliegenden Arbeit abgeleitet. In den Kapiteln 4 und 0 wurde das daraufhin orientierte Computerszenario „Das Faltproblem“ vorgestellt und über dessen Realisierung sowie dazu notwendige empirische Vorarbeiten berichtet (Teilziel A). Im folgenden Kapitel soll über einen ersten (explorativen) Einsatz dieses Szenarios als Untersuchungsumgebung berichtet werden, mit deren Hilfe Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität von Studierenden gewonnen werden könnten.

Ziel der empirischen Untersuchung ist es, das Computerszenario „Das Faltproblem“ als Untersuchungsumgebung zu erproben und exploratorisch Hinweise auf den Grad der Sensibilität von Studierenden für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts zu gewinnen.

Zunächst soll im Abschnitt 6.1 über das Design der Untersuchung und im folgenden Abschnitt über beteiligte Versuchspersonen knapp berichtet werden. Im Abschnitt 6.3 werden abschließend einige Details zum gewonnenen Datenmaterial dargestellt.

6.1 Untersuchungsdesign

In Kapitel 3 wurde bereits dargelegt, warum ein spezifisches Computerszenario in besonderer Weise geeignet sein könnte, einige wesentliche Hinweise auf den Grad der Sensibilität für die Komplexität insbesondere mathematisch-kognitiver Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts zu erfassen. Mit dem vorgelegten Szenario „Das Faltproblem“ haben wir versucht, aus diesen Überlegungen resultierende Anforderungen an ein derartiges Computerprogramm einzulösen.

Für einen Einsatz dieses Computerszenarios als Untersuchungsumgebung sehen wir nun ebenfalls gewisse Mindestanforderungen, die durch ein entsprechendes Untersuchungsdesign einzulösen sind. Zu diesen Anforderungen zählen wir insbesondere:

- Versuchspersonen sollte vor einer Bearbeitung des Szenarios (wie bei „realem“ Unterricht auch) Gelegenheit gegeben werden, sich intensiv mit dem Faltproblem auseinander zu setzen. Nur dann haben sie unseres Erachtens die Chance, (modellierte) Problembearbeitungsprozesse der Schüler und Teile des modellierten Zusammenhangsnetzwerkes aus Unterrichtsbedingungen, methodischen Entscheidungen der Lehrkraft und Merkmalen der Problembearbeitung durch die Schüler für sich zu erschließen.
Auch daher sollte durch eine knappe Befragung der Versuchspersonen (vor der Szenariobearbeitung) erfasst werden, inwieweit sich diese eigenständig mit dem Faltproblem auseinander gesetzt haben.
- Versuchspersonen sollte vor der Bearbeitung des Szenarios Gelegenheit gegeben werden, das Computerprogramm und dessen Bedienung kennen zu lernen, so dass sie in der Untersuchungssituation möglichst gut damit umgehen können und Bedienungsanforderungen möglichst geringen Einfluss auf die Interaktion mit der Software haben.
- Die Software sollte selbstverständlich Interaktionsprozesse protokollieren. Darüber hinaus sollte für eine spätere Analyse der Auseinandersetzung mit der Software versucht werden, insbesondere kognitive Prozesse der Versuchspersonen während der Bearbeitung des Szenarios zu erfassen.

Ausgehend von diesen Mindestanforderungen wurde das folgende Untersuchungsdesign entwickelt:

Abbildung 52: Ablauf der empirischen Untersuchung

Im Rahmen der empirischen Untersuchung wurden je Versuchsperson in der Regel drei Einzelsitzungen durchgeführt. In einer ersten, vorbereitenden Sitzung wurden die Versuchspersonen knapp in die Untersuchung eingeführt und lernten das Faltproblem kennen. In der zweiten Sitzung bearbeiteten sie hauptsächlich das Computerszenario zum Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht. Schließlich wurden die Probanden bei einem zusätzlichen dritten Treffen zu Entscheidungssituationen befragt, die bei der Bearbeitung der Problemstellung im Unterricht auftreten könnten. Ergebnisse dieser Befragungen können in dieser Arbeit allerdings noch nicht berücksichtigt werden. Versuchsleiter war in allen Fällen der Autor.

Bei drei Versuchspersonen, die aufgrund größerer räumlicher Entfernungen nur schwer erreichbar waren (Universität Bielefeld, Technische Universität Braunschweig), wurde die erste, vorbereitende Sitzung durch schriftliche Informationen ersetzt. Auf Wunsch von Ver-

suchspersonen wurde auch einem „Zwischentreffen“ (nach der vorbereitenden Sitzung) zur Besprechung des mathematischen Hintergrunds des Faltproblems zugestimmt.⁴⁶⁶

Die Termine der Versuchssitzungen wurden individuell zwischen Versuchsteilnehmer und -leiter vereinbart, die zeitlichen Abstände zwischen den einzelnen Sitzungen schwankten aufgrund der zeitlichen Verfügbarkeit der Probanden stärker.⁴⁶⁷

6.1.1 Die vorbereitende Sitzung

Mit den meisten Versuchspersonen konnte die Bearbeitung des Computerszenarios in einem ersten persönlichen Treffen vorbereitet werden. Bei diesem wurden die Probanden vor allem über Inhalt und Ablauf der Untersuchung informiert. Ihnen wurde von einem Computerszenario als einem wesentlichen Element der Untersuchung berichtet, das

- die Bearbeitung eines mathematischen Problems im Unterricht zum Thema hat,
- auf empirischen Erfahrungen beruht, die in zahlreichen Unterrichtsversuchen und Gesprächen mit Lehrern und Didaktikern gesammelt wurden,
- dem Nutzer auf durchaus spielerische Weise ermöglicht, einige Unterrichtsentscheidungen unter verschiedenen Bedingungen und hinsichtlich spezifischer Aspekte virtuell zu erproben.

Den Versuchspersonen wurde auch mitgeteilt, dass mit dieser Untersuchung erkundet werden soll, wie Studierende mit einem solchen, neuartigen Programm arbeiten und inwieweit es später eventuell zur Bereicherung der Ausbildung eingesetzt werden könnte.⁴⁶⁸

Anschließend wurde den Probanden das Faltproblem vorgestellt. Dazu erhielten sie den folgenden Text.

Noch einmal herzlichen Dank für Ihre Bereitschaft, an diesem Projekt mitzuarbeiten.

Wenn Sie die nachfolgende mathematische Problemstellung noch nicht kennen, so ist dies durchaus in unserem Sinne:

- (1) Für diese Untersuchung kommen nur Teilnehmer in Frage, bei denen der Einbezug des zentralen Unterrichtsmaterials (Sie lernen es gleich kennen.) unbelastet von spezifischen Unterrichtsvorerfahrungen und „Vor – urteilen“ erfolgen kann.
- (2) Wir wollen Ihnen - gewissermaßen als Dankeschön für Ihre Mitarbeit - ein neues, jedoch schon erprobtes Material anbieten, das im Sinne der an die Ergebnisse der TIMS-Studie anschließenden Diskussionen und passend zu allen uns bekannten bundesrepublikanischen Lehrplänen – also auch zu denen aus Thüringen – kreativ-aktives Tun und insbesondere einige typisch mathematische Denkprozesse auch schon bei noch recht jungen Schülern provoziert und initiiert.

Wir bitten Sie dringend darum, sich das Material so aufzubereiten, wie dies ein Lehrer tun sollte, wenn er etwas Neues im Unterricht einsetzen will:

- (1) Zuerst ist es unabdinglich, sich selbst an der neuen Aufgabe hinreichend ausführlich zu versuchen. Man bekommt dadurch ein Gespür für Bearbeitungsprobleme und -möglichkeiten.
- (2) Danach bleibt es einem nicht erspart, sich davon zu lösen, die eigenen Erfahrungen zum alleinigen Ausgangspunkt für die weiteren Planungen zu machen. Man sollte also auch überlegen, wie

⁴⁶⁶ Insbesondere einige Studierende für ein Grundschullehramt (Pädagogische Hochschule / Universität Erfurt) fühlten sich vom Faltproblem trotz der zur Verfügung gestellten Ausführungen zu dessen mathematischem Hintergrund überfordert.

⁴⁶⁷ An der Untersuchung beteiligten sich vor allem auch Studierende von den Universitäten Jena und Erfurt. Ihnen wurde zusätzlich ein eigener Unterrichtsversuch zum Faltproblem nach der dritten Sitzung angeboten, nur eine Studentin konnte und wollte dieses Angebot wahrnehmen.

⁴⁶⁸ Insbesondere der letzte Aspekt sollte auch zur Motivierung der Studierenden beitragen, die durch eine Teilnahme an der Untersuchung einen Beitrag zu einer möglichen Bereicherung ihrer Ausbildung leisten könnten.

Kinder denken könnten, bei denen die Mathematikkenntnisse eines studierten Mathematikers nicht vorrätig sind.

- (3) Sinnvoll ist es zudem, sich zu überlegen, wie man Kindern der 5. Klasse ein derartiges Problem vorgeben kann.

Das Faltproblem (Formulierung für den Lehrer)

Ein Blatt des üblichen rechteckigen Schreibmaschinenpapiers wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Es entsteht ein rechteckiges Doppelblatt mit 2 verschiedenen langen Seiten. Dieses Doppelblatt wird wieder durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert usw. Nach n derartigen Faltungen schneidet man die Ecken des entstandenen „Papierstapels“ ab. Durch Aufklappen wird erkennbar, dass (für $n > 1$) ein „Papierdeckchen mit Löchern“ entstanden ist. Gefunden und begründet werden soll ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Löcher und der Zahl der Faltungen.

1. Warnung:

Wenn Sie sich nicht zuerst selbst an dieser Problemstellung versuchen, sondern gleich weiterlesen, verschenken Sie eine große und einmalige Chance:

Es ist sowieso sehr schwierig, Einblicke in Denkprozesse zu gewinnen. Bei sich selbst sieht man in der Regel noch am meisten – und man kann sich vor sich selbst kaum verstellen, so dass insbesondere die Schwierigkeiten bei der Problembearbeitung nicht durch Imagegehebe verdeckt werden können.

2. Warnung:

Für eine gute Vorbereitung des Lehrers auf seinen Unterricht genügt es nicht, nur eine einzige Lösung parat zu haben und von seinen Schülern zu erwarten, dass sie auf genau diese Lösung „fliegen“.

3. Warnung:

Für eine gute Vorbereitung des Lehrers ist es zudem unabdinglich, dass er in seinen eigenen Lösungen diejenigen eigenen Routinen markiert, welche Schüler in 5. Klassen noch nicht so selbstverständlich wie er selbst oder vielleicht sogar gar nicht zur Verfügung haben. Und er sollte bei seinen vorbereitenden Überlegungen auch berücksichtigen, dass solche Erwachsenenroutinen nicht in jedem Fall für die Bearbeitungen von mathematischen Problemen besonders förderlich sind, sondern sogar des öfteren einfache und elementare Lösungen nicht mehr nötig machen und deshalb unentdeckt lassen (man denke hierzu u.a. an das sprichwörtliche „mit Kanonen nach Spatzen schießen“).

Falls die Versuchspersonen nicht selbst zu Schere und Papier griffen, wurden erste Faltschnitte vom Versuchsleiter demonstriert, um das Verständnis der Problemstellung zu sichern. Die weitere Bearbeitung des Faltproblems wurde den Probanden freigestellt, fast alle Versuchsteilnehmer wollten zunächst für sich allein weiterarbeiten.

Die Versuchspersonen wurden gebeten, sich zunächst intensiv selbstständig mit der Problemstellung auseinander zu setzen. Sie erhielten zusätzlich einen verschlossenen Umschlag mit Informationen zum mathematischen Hintergrund, der erst nach ausführlicher Eigenbearbeitung geöffnet werden sollte. Über einen Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht sollten die Versuchsteilnehmer nur insoweit nachdenken, dass sie sich in der Lage fühlten, beim folgenden Treffen das Computerszenario zu bearbeiten.⁴⁶⁹

⁴⁶⁹ Die Materialien, die den Versuchspersonen zur Verfügung gestellt wurden, findet der Leser im Anhang D, Seite 253 ff. Für die Unterstützung nicht nur bei der Erstellung dieser Materialien möchte ich mich noch einmal herzlich bei Herrn Prof. K. KIEBWETTER (Universität Hamburg) bedanken.

6.1.2 Die Szenario-Sitzung

Zu Beginn der zweiten Sitzung wurden die Versuchspersonen zunächst über ihre Bearbeitung des Faltproblems und anschließend hinsichtlich einer möglichen Eignung des Problems für den Mathematikunterricht in einer fünften Klasse befragt.

Anschließend wurde ihnen in einer Powerpoint-Präsentation das Computerszenario „Das Faltproblem“ vorgestellt. Dabei wurde insbesondere auf die Bedienung, Entscheidungs- und Interaktionsmöglichkeiten in bzw. mit dem Programm eingegangen.⁴⁷⁰

Um eine exploratorische Auseinandersetzung mit dem Computerszenario zu initiieren, erhielten die Versuchspersonen den folgenden Arbeitsauftrag:⁴⁷¹

Experimentieren Sie, lernen Sie verschiedene Unterrichtsverläufe kennen.
Konstruieren Sie mithilfe der im Computerprogramm vorgegebenen Elemente aus Ihrer Sicht geeignete Unterrichtspläne für die verschiedenen Klassen.
Stellen Sie diese Unterrichtspläne mithilfe der Software (zu beliebigen Zeitpunkten Ihrer Wahl) vor und erläutern Sie diese.

Weitere Vorgaben hinsichtlich der Bearbeitung des Computerszenarios wurden (bis auf Aufforderungen zum simultanen Lauten Denken⁴⁷²) nicht gemacht, insbesondere gab es keine Einschränkungen oder explizite Vorgaben hinsichtlich

- der Bearbeitungszeit oder der Anzahl von Programmdurchläufen,
- der Klassen oder auch nur der Anzahl der Klassen, für die Unterrichtspläne zu entwickeln waren,
- möglicher Unterrichtsziele oder zu erreichender Mindestbewertungen.

Einerseits erschweren diese Freiheiten sicherlich die Vergleichbarkeit verschiedener Szenariobearbeitungen. Andererseits könnten sich Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität am ehesten in hochkomplexen Situationen zeigen und durch die nur sehr wenigen Vorgaben werden Versuchspersonen mit der in dieser Untersuchungssituation (fast) höchstmöglichen Komplexität konfrontiert. Außerdem könnten sich Freiheiten bei der Bearbeitung des Computerszenarios auch positiv auf die Motivation der Studierenden auswirken.

Für eine Analyse insbesondere auch der Entscheidungsprozesse der Versuchspersonen schien es uns unerlässlich zu versuchen, über die Interaktionsdaten mit dem Szenario hinaus Informationen über deren kognitive Prozesse zu gewinnen. Diesbezüglich sind verschiedene Methoden denkbar und auch gebräuchlich, beispielsweise:

- Es könnte versucht werden, Problembearbeitungs- und Entscheidungsprozesse durch geeignete Materialien, beispielsweise Fragebögen, zu externalisieren. Derartige Methoden könnten als *passive Verbalisation*⁴⁷³ bezeichnet werden, Versuchspersonen können bei diesen lediglich aus vorformulierten Alternativen auswählen, von ihnen wird ein Denken in vorgegebenen Kategorien verlangt bzw. erwartet. Nach KILPATRICK können so nur in-

⁴⁷⁰ Insbesondere wurde auch auf Möglichkeiten der Informationsabfrage und der Angabe von Alternativen eingegangen. Den Versuchspersonen standen außerdem während der gesamten Bearbeitung des Szenarios schriftliche Hinweise zu dessen Bedienung und Informationen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems zur Verfügung.

⁴⁷¹ Zur Begründung eines explorativen Arbeitsauftrages vergleiche Kapitel 3.

⁴⁷² Vergleiche weiter unten.

⁴⁷³ HAUSSER; zitiert nach WENGERT (1989:67 f.). Vergleiche auch Originalarbeit:

HAUSSER, K. (1982): Forschungsinteraktion und Forschungskonzeption. In: HUBER, G. L. (Hrsg., 1982): Verbale Daten. Eine Einführung in die Grundlagen und Methoden der Erhebung und Auswertung. Weinheim: Beltz.

adäquate Vorstellungen von kognitiven Prozessen gewonnen werden, weswegen wir diese Methoden in unserer Untersuchung nicht verwenden.⁴⁷⁴

Allgemein geeigneter für das Anliegen dieser Untersuchung erscheinen uns aktive Verbalisationsmethoden, die Versuchspersonen selbstständiges, freies Formulieren ermöglichen. Dabei unterstellen wir allerdings nicht, solcherart freie Verbalisationen seien zuverlässige Abbildungen des inneren Geschehens. Vielmehr gehen wir davon aus, dass sprachliche Äußerungen, abhängig von spezifischen personalen und situativen Bedingungen, einen sicherlich nur partiellen, mehr oder weniger direkten Zugang zu Kognitionen des Individuums eröffnen.⁴⁷⁵ Dabei sind verschiedene aktive Verbalisationsmethoden denkbar.

- *Introspektion*: Die Versuchsperson versucht hierbei, sich selbst zu beobachten und diese Beobachtungen zu berichten.
Gegen dieses Verfahren kann eingewandt werden, dass das Nachdenken und Berichten über kognitive Prozesse diese sehr stark beeinflussen kann. Außerdem fordert es eine unseres Erachtens nicht einzulösende Teilung des denkenden Individuums in Beobachter und zu beobachtendes Subjekt.⁴⁷⁶
- *Retrospektion*: Dabei handelt es sich um eine der Introspektion ähnliche Methode, allerdings berichtet der Versuchsteilnehmer erst hinterher über seine kognitiven Prozesse. Hier muss kritisch gesehen werden, dass Erinnerungen häufig lückenhaft sind und Bearbeitungsprozesse in der Rückerinnerung häufig wohlorganisierter wiedergegeben werden, als sie tatsächlich verlaufen sind.⁴⁷⁷ Für die vorliegende Untersuchungssituation erscheinen uns retrospektive Verfahren besonders ungeeignet, da bei einer stärker explorativen Auseinandersetzung mit dem Computerszenario zahlreiche Situationen (Arbeitsblätter im Computerprogramm) mehrfach bearbeitet werden. Eine nachträgliche Verbalisation lässt dann unseres Erachtens zum einen eine zuverlässige Zuordnung von Kognitionen zum jeweiligen Bearbeitungsdurchlauf als sehr schwierig erscheinen. Zum anderen können später wiederholte Bearbeitungen Gedächtnisinhalte sicher leicht beeinflussen und sich auch auf die Bereitschaft von Versuchspersonen auswirken, ursprüngliche (später dann gegebenenfalls verbesserte) Überlegungen zu verbalisieren.
- *Lautes Denken*: Die Methode des Lauten Denkens ist eine der bekanntesten und wohl am häufigsten eingesetzten Methoden zur Erhebung von Verbaldaten. Dabei sollen die Versuchspersonen in bestimmten Situationen aussprechen, welche Gedanken ihnen durch den Kopf gehen.⁴⁷⁸ Sie gilt heute (wieder) als eine Standardmethode der Denkpsychologie, die von CLAPARÈDE begründet wurde.⁴⁷⁹ Allerdings ist auch diese Methode nicht unumstritten, häufige Kritikpunkte sind beispielsweise die angezweifelte Validität verbaler Daten und die Reaktivität des Verfahrens, also dessen Einfluss auf Qualität, Quantität und Geschwindigkeit der Gedanken.⁴⁸⁰ Um dieser Kritik entgegen zu treten, beschrieben

⁴⁷⁴ KILPATRICK, J. (1967): Analyzing the Solution of Verbal Problems: an Exploratory Study. Dissertation, Stanford; zitiert nach ZIMMERMANN (1977).

⁴⁷⁵ Vergleiche auch HUBER; MANDL (1982).

⁴⁷⁶ Vergleiche beispielsweise auch ZIMMERMANN (1977) mit weiteren Literaturhinweisen.

⁴⁷⁷ Vergleiche auch ZIMMERMANN (1977).

⁴⁷⁸ GRÄSEL (1997:124).

⁴⁷⁹ Vergleiche beispielsweise auch PREIB (1994), ZIMMERMANN (1977). Auch bei Untersuchungen zur Bearbeitung komplexer Probleme wurde und wird die Methode des Lauten Denkens häufig verwendet, vergleiche beispielsweise DÖRNER et al. (1983), ROTH (1987).

⁴⁸⁰ Die deutlichste, allerdings nicht unwidersprochen gebliebene Kritik stammt sicher von NISBETT und WILSON: NISBETT, R. E.; WILSON, T. D. (1977): Telling more than we can know: Verbal reports on mental processes. Psychological Review, 84, S. 231 – 259.

ERICSSON und SIMON⁴⁸¹ einige zentrale Bedingungen, unter denen Daten des Lauten Denkens möglichst valide und wenig reaktiv sind:

- „(1) Bei der Verbalisierung müssen mit der Lösung der inhaltlichen Aufgabe und der Artikulation der Gedanken zwei Aufgaben gleichzeitig bearbeitet werden. Damit sich diese beiden Prozesse nicht gegenseitig behindern, sollte die Aufgabe leicht verbalisierbar und die Verbalisierung der inhaltlichen Aufgabe untergeordnet sein.
- (2) Begleitende Verbalisierung ist vollständiger und valider als nachträgliche Verbalisierung.
- (3) Zusätzliche Aufforderungen, bestimmte Informationen zu verbalisieren, beeinträchtigen die Validität der Daten.“⁴⁸²

Wir haben uns daher für eine abgeschwächte Form des simultanen Lauten Denkens entschieden, bei der Versuchspersonen gebeten wurden, nur dann ihre Kognitionen zu verbalisieren, wenn dadurch ihre Denkprozesse nicht gestört würden. Zusätzlich zum obigen Arbeitsauftrag erhielten die Probanden den folgenden Text:

„... Uns interessiert vielmehr, wie Sie mit diesem Computerprogramm umgehen und was Sie bei der Arbeit damit beschäftigt. Da es sehr schwierig festzustellen ist, welche Denkprozesse beim Problemlösen ablaufen, möchten wir Sie bitten, möglichst viel von dem, *was während der Arbeit mit dem Programm in Ihrem Kopf vorgeht, ohne Hemmungen „in die Gegend“ zu reden*. Sie sollten sich dazu allerdings nur insoweit verpflichtet fühlen, als Ihr Nachdenken dadurch nicht behindert wird. ...“⁴⁸³

Bereits erste Voruntersuchungen zeigten allerdings, dass die Verbalisationsbereitschaft der Studierenden durchaus unterschiedlich, häufig jedoch recht gering war. Wegen der potentiellen Bedeutsamkeit verbaler Daten bei der Analyse von Entscheidungsprozessen entschlossen wir uns daher, trotz der Empfehlungen von ERICSSON und SIMON Versuchspersonen falls notwendig durch den Versuchsleiter zur Verbalisation anzuregen.⁴⁸⁴ Dabei haben wir uns um ein weitgehend einheitliches Vorgehen bemüht, um Beeinflussungen der Versuchspersonen nach Möglichkeit gering und konstant zu halten. Verbalisationen wurden angeregt, wenn

- die Bearbeitung einer Entscheidungssituation längere Zeit in Anspruch genommen hatte,
- eine Entscheidung bereits getroffen war und die Versuchsperson zu einer neuen Situation übergehen wollte und
- von sich aus nicht bereit war, Kognitionen zu verbalisieren.

Während der gesamten Bearbeitung des Szenarios stand der Versuchsleiter außerdem für Nachfragen zur Verfügung.

Im Anschluss an die Auseinandersetzung mit dem Programm wurden die Versuchspersonen knapp unter anderem hinsichtlich

- ihres Gesamteindrucks vom Szenario,
- Einsatzmöglichkeiten für das Computerszenario, beispielsweise im Rahmen der Ausbildung und
- der Bedienbarkeit und Verständlichkeit der Software

befragt.

⁴⁸¹ ERICSSON, K. A.; SIMON, H. A. (1984): Protocol analysis. Cambridge: MIT Press.

⁴⁸² GRÄSEL (1997:124 f.).

⁴⁸³ Äußerungen der Versuchspersonen wurden während der gesamten Szenario-Sitzung auf Tonband protokolliert. Vergleiche beispielsweise auch REHLICH (1995).

⁴⁸⁴ Möglicherweise etwas weniger valide Daten waren uns lieber als gar keine!

6.2 Versuchspersonen

Als Versuchspersonen konnten hauptsächlich Studierende an der Pädagogischen Hochschule / Universität Erfurt und der Friedrich-Schiller-Universität Jena gewonnen werden. Um das „Spektrum“ der Probanden etwas zu erweitern wurden außerdem wenige Studentinnen der Technischen Universität Braunschweig und der Universität Bielefeld einbezogen.⁴⁸⁵ Eine Erfurter Studentin war nur für ein Semester an der dortigen Universität (zu Untersuchungsbeginn seit etwa einem Monat) und wird daher ihrer „Heimatuniversität“ Koblenz/Landau zugeordnet. Der Einbezug von Studierenden verschiedener Hochschulen erfolgte zum einen aufgrund der (zum Zeitpunkt der Untersuchung) geringen Studierendenzahlen vor allem auch an der Universität Jena. Zum anderen konnte und sollte auf diese Weise aber auch eine mögliche Eignung des Computerszenarios als Untersuchungsumgebung für Studierende verschiedener Lehramtsstudiengänge geprüft werden. Darüber hinaus sollte erkundet werden, ob sich erste Anhaltspunkte auf mögliche Unterschiede hinsichtlich der Sensibilität für Komplexität zwischen Studierenden verschiedener Lehramtsstudiengänge finden lassen.

Insgesamt nahmen zunächst 25 Versuchspersonen teil, vier Studentinnen der Universität Erfurt brachen ihre Teilnahme vor der Szenario-Sitzung ab, da sie sich hinsichtlich des fachlichen Anspruchs überfordert fühlten. Bei einer weiteren Studentin der Erfurter Universität konnten gewonnene Daten leider nicht in die Auswertung einbezogen werden.⁴⁸⁶ Die folgende Tabelle zeigt die Anzahlen der beteiligten und bei der Auswertung berücksichtigten Versuchspersonen etwas detaillierter.⁴⁸⁷

Hochschule	Anzahl	Fachrichtungen
Universität Erfurt	9	Lehramt Grundschule mit unterschiedlichen Schwerpunkt-fächern
	2	Lehramt Grundschule mit Schwerpunkt-fach Mathematik
Universität Jena	4	Lehramt Mathematik Gymnasien
	1	Lehramt Mathematik Regelschule
TU Braunschweig	2	Lehramt für Grund-, Haupt- und Realschule mit dem Schwerpunkt Grundschule
Universität Bielefeld	1	Lehramt Sekundarstufe I
Universität Koblenz/Landau	1	Lehramt Grundschule

Abbildung 53: Versuchspersonen

An der Untersuchung nahmen 18 Frauen und 2 Männer teil.⁴⁸⁸ Das Durchschnittsalter der Versuchspersonen lag bei 22,8 Jahren, zum Zeitpunkt der Untersuchung hatten sie im Mittel 5,6 Hochschulsemester absolviert.⁴⁸⁹

⁴⁸⁵ An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal bei allen an der Untersuchung beteiligten Studierenden und Hochschullehrern für die vielfache Unterstützung bedanken. Mein besonderer Dank gilt dabei Herrn Prof. G. GRAUMANN (Bielefeld), Herrn Prof. F. KÄPNICK (Erfurt / Braunschweig), Frau Dr. R. MÖLLER (Landau / Erfurt), Herrn Dr. H. ROLOFF (Erfurt).

⁴⁸⁶ Die Studentin war zu einem simultanen Lauten Denken während der Szenario-Sitzung nicht bereit.

⁴⁸⁷ Es sind nur Versuchspersonen aufgeführt, die an allen Versuchssitzungen teilnahmen.

⁴⁸⁸ Der geringe Anteil männlicher Probanden hängt sicher auch damit zusammen, dass 14 der 20 Versuchspersonen für ein Lehramt an Grundschulen ausgebildet wurden.

⁴⁸⁹ Dabei können zwei Versuchspersonen zumindest vom Alter her als Ausreißer betrachtet werden. Ohne diese beiden liegt das Durchschnittsalter der Probanden bei 21,6 Jahren, die mittlere Semesteranzahl beträgt 4,9.

Alle Versuchspersonen wurden in Lehrveranstaltungen zur Mathematikdidaktik für eine Teilnahme geworben, sie erhielten eine Aufwandsentschädigung von ca. 15 €. Die Versuchssitzungen fanden im Wintersemester 1999/2000 und im Sommersemester 2001 statt.

Schon für die Gewinnung dieser relativ geringen Zahl von Versuchspersonen waren erhebliche Bemühungen unsererseits notwendig. Beispielsweise blieben mehrere „Werbungsversuche“ in mathematikdidaktischen und mathematischen Ausbildungsveranstaltungen in Jena und Erfurt zunächst erfolglos.⁴⁹⁰ Die Versuchspersonen der Universität Erfurt konnten schließlich in einer mathematikdidaktischen Lehrveranstaltung gewonnen werden, die für alle Studierenden für ein Lehramt an Grundschulen (unabhängig vom jeweiligen Schwerpunkt-fach) verbindlich war. Bei der Interpretation der Ergebnisse dieser Untersuchung darf daher einerseits nicht übersehen werden, dass sich die Mehrheit der Erfurter Probanden nicht in Mathematik spezialisiert. Andererseits werden die Studierenden später in der Regel auch das Schulfach Mathematik unterrichten. Zum Zeitpunkt der Untersuchung hatten alle Erfurter Studierenden einen Großteil der mathematischen und mathematikdidaktischen Ausbildung bereits absolviert.

6.3 Datenmaterial

Im Rahmen der Untersuchung fällt für jede Versuchsperson eine größere Menge von Informationen an, die

- knappe Angaben zu persönlichen und Ausbildungsdaten⁴⁹¹ und zur Bearbeitung des Faltproblems⁴⁹² durch die Versuchsperson,
- vor allem die vom Computer aufgezeichnete Interaktionssequenz der Versuchsperson mit dem Szenario,
- das Tonbandprotokoll der entsprechenden (zweiten) Versuchssitzung, dass auch eine abschließende knappe Einschätzung des Computerszenarios durch die Versuchsperson enthält,

umfasst.

Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus einem Computerprotokoll.

⁴⁹⁰ Die zeitliche Eingebundenheit von Studierenden scheint uns im Allgemeinen an Hochschulen der neuen Bundesländer traditionell noch etwas stärker zu sein als an Hochschulen in den alten Bundesländern. Die geringe Anzahl von Studierenden schien darüber hinaus bei einigen zu Sorgen hinsichtlich der Möglichkeit einer Anonymisierung von Untersuchungsergebnissen und zu damit verbundenen Zögerlichkeiten in Bezug auf eine Teilnahme an der Untersuchung zu führen.

⁴⁹¹ Diesbezügliche Daten wurden mithilfe eines Fragebogens erfasst; vergleiche auch Anhang D, Seite 252.

⁴⁹² Diesbezügliche Daten wurden durch eine knappe Befragung der Versuchsperson vor der Bearbeitung des Computerszenarios (also in der Regel am Anfang der zweiten Versuchssitzung) erfasst.

7	FrmAufText	00:00:59	00.00.00.00.0.00.KV	00:03:13	keine vorbereitenden Aufgaben
8	FrmE1	00:00:58	00.00.00.00.0.04.KV	00:04:12	Einstieg:
9	FrmEinstieg	00:00:29	010.010.02.00.0.00.KV	00:04:41	
10	FrmHypo	00:01:18	00.00.00.00.0.01.KV	00:06:00	Die Schüler arbeiten an mehreren Blättern. 1.-3. Faltung Frage nach Anzahl
11	FrmMedienZusatz1	00:00:08	00.00.00.00.0.21313.KV	00:06:09	Tabelle und Faltblätter werden verwendet.
12	FrmBericht	00:01:16	09.010.02.14.0.00.KB	00:07:25	
13	FrmAuftrag	00:00:22	00.00.00.00.0.02.KA	00:07:47	Auftrag: "Zahl der Löcher für 6. und 7. Faltung!"
14	FrmOrg	00:00:07	00.00.00.00.0.06.KA	00:07:55	Partnerarbeit
15	FrmA2	00:00:23	12.12.05.24.0.00.KR	00:08:19	
16	FrmA21	00:00:47	07.07.05.34.0.07.KR	00:09:06	Erste Tischgruppe stellt Ideen vor. Zweite Tischgruppe stellt Ideen vor. Dritte Tischgruppe stellt Ideen vor.
17	FrmZielkontrolle1	00:01:23	00.00.00.00.0.00.KB	00:10:29	Einschätzung

Abbildung 54: Ausschnitt aus einem Computerprotokoll

Das Protokoll wird im HTML-Format abgelegt und steht so für eine Auswertung leicht zur Verfügung. Es enthält neben der laufenden Nummer (erste Spalte) und dem Namen des aktuellen Arbeitsblattes (zweite Spalte) dessen Bearbeitungszeit (dritte Spalte), die Gesamtbearbeitungszeit (fünfte Spalte) und die jeweiligen Entscheidungen des Programmnutzers (sechste Spalte). Dabei muss allerdings beachtet werden, dass die Bearbeitungszeit des aktuellen Arbeitsblattes jeweils vom Öffnen bis zum Schließen desselben gemessen wird. Diese Zeitspanne ist in Entscheidungssituationen aufgrund der Bitte an die Versuchsperson zum Lauten Denken bzw. entsprechender Anstöße des Versuchsleiters nicht immer mit der Entscheidungszeit der Versuchsperson identisch.⁴⁹³

In der vierten Spalte sind Informationen zur aktuell im Computerszenario dargestellten Unterrichtsszene kodiert, die am Beispiel der vorletzten Zeile in Abbildung 54 erläutert werden sollen.

⁴⁹³ Vergleiche auch die Ausführungen zur Gestaltung der zweiten Versuchssitzung, Seite 132 ff.

07.07.05.34.0.07.KR⁴⁹⁴

-
- Die ersten drei Zahlen kodieren die grobe Einschätzung der aktuellen Unterrichtsszene hinsichtlich Motivation, Beteiligung am Unterrichtsgeschehen und Unruhe der Schüler, die in der Regel auch dem Programmnutzer anhand eines Balkendiagramms graphisch aufbereitet zur Verfügung gestellt wird.⁴⁹⁵ In der Situation 16 betragen Motivation und Beteiligung 7 von 12 Zählern, die Unruhe der Schüler wird mit 5 von 12 möglichen Zählern angegeben.
 - Seit Stundenbeginn sind (im Szenario) 34 Minuten vergangen. Auch diese Information wird dem Programmnutzer in einem entsprechenden Feld zur Verfügung gestellt.
 - Die letzte Zahl kodiert die vom Programmnutzer getroffene Entscheidung numerisch.
 - Schließlich findet sich an letzter Stelle eine vorläufige Kategorisierung der im Szenario dargestellten Unterrichtsszene. Es wurden zunächst die folgenden Kategorien benutzt:
 - B: Nutzer erhält Bericht über aktuellen Unterrichtsverlauf
 - V: Nutzer trifft Entscheidungen im Sinne einer Vorausplanung
 - A: Nutzer trifft initiative Entscheidung zum weiteren Unterrichtsverlauf
 - R: Nutzer reagiert auf aktuellen Unterrichtsverlauf
 - I: Nutzer reagiert auf aktuellen Unterrichtsverlauf und gibt gleichzeitig neue Impulse
 - O: Nutzer erhält zusätzliche Informationen⁴⁹⁶

Für eine Analyse der Szenariobearbeitung mussten zunächst die protokollierten Daten zur Interaktion mit dem Computerszenario und verbale Daten der Versuchsperson parallelisiert werden. Dazu wurden die sprachlichen Äußerungen der Versuchsperson transkribiert und anschließend in das Computerprotokoll eingearbeitet.

Allgemein gibt es für die Verschriftlichung aufgezeichneter Daten unterschiedlich genaue Transkriptionssysteme, ein Standard konnte sich bislang nicht durchsetzen.⁴⁹⁷ Schon aus Aufwandsgründen waren wir allerdings nicht an einem Höchstmaß an erzielbarer Genauigkeit interessiert, vielmehr sollte nur so viel und so genau transkribiert werden, wie es die Fragestellungen dieser Untersuchung notwendig erscheinen ließen.⁴⁹⁸ Die Integration der transkri-

⁴⁹⁴ Die fünfte Zahl, in diesem Fall eine 0, wurde lediglich aus technischen Gründen ein- und mitgeführt und muss an dieser Stelle nicht erläutert werden.

⁴⁹⁵ Vergleiche beispielsweise Abbildung 19 auf Seite 88.

⁴⁹⁶ Beispielsweise zur Schulkasse, in der das Faltproblem bearbeitet wird, zu den eigenen Unterrichtszielen oder zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems.

⁴⁹⁷ FLICK (1995:161).

⁴⁹⁸ An dieser Stelle möchte ich mich noch einmal herzlich bei Frau Katrin SIELER bedanken, die als studentische Hilfskraft einen beachtlichen Teil der Transkriptionsarbeiten leistete. Die verwendeten Transkriptionshinweise sind im Anhang E, Seite 257 zusammengefasst.

bierten Daten in das Computerprotokoll erfolgte mithilfe der zeitlich indizierten Tonbandaufzeichnung durch den Autor und stellt gleichzeitig eine Rückversicherung des Transkripts anhand der Originaldaten dar.

Das integrierte Verbalisations-Interaktions-Protokoll stellt gemeinsam mit den durch dieses Protokoll nachvollziehbaren Programmdurchläufen die Datenbasis für alle weiteren Analysen der Bearbeitung des Computerszenarios zur Verfügung.

7 ZUR AUSWERTUNG DER DATEN UND WICHTIGE ERGEBNISSE

Im (zweiten) empirischen Teil dieser Arbeit soll im Rahmen einer exploratorischen Untersuchung mit 20 studentischen Versuchspersonen⁴⁹⁹ erkundet werden, inwieweit das von uns entwickelte Computerszenario „Das Faltproblem“ geeignet ist, Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Programmnutzers für die Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts zu gewinnen. Aufgrund der Neuartigkeit von Fragestellung und Untersuchungsumgebung ist es allerdings nicht sinnvoll, mögliche Kriterien für den Grad der Sensibilität für Komplexität allein ausgehend von *theoretischen* Vorstellungen, *denkbaren* Potenzialen des Computerszenarios und Merkmalen der Untersuchungssituation im Voraus festzulegen. Vielmehr scheint es uns angezeigt, für weitere Konkretisierungen der in Kapitel 3 dargestellten Überlegungen zur Operationalisierung⁵⁰⁰ auch vom vorfindbaren Datenmaterial auszugehen.

In diesem Kapitel sollen daher zunächst erste Eindrücke von beobachteten Bearbeitungen des Computerszenarios berichtet werden (Abschnitt 7.1). Unter Berücksichtigung dieser sind auch in Bezug auf die untersuchte „Stichprobe“ *relevante* Kriterien für den Grad der Sensibilität für Komplexität und geeignete Methoden für eine entsprechende Auswertung von Szenario-bearbeitungen zu entwickeln (Abschnitt 7.2). Im darauf folgenden Abschnitt werden einige Fallstudien, im Abschnitt 7.4 weitere interessante Ergebnisse zusammenfassend berichtet. Das Kapitel schließt mit einigen kritischen Bemerkungen zur Untersuchung.

7.1 Erste Eindrücke

Bezüglich der Bearbeitungen des Computerszenarios durch verschiedene Versuchspersonen ließen sich hinsichtlich verschiedener, für unser Untersuchungsziel relevanter Merkmale⁵⁰¹ teilweise größere Unterschiede feststellen, bei denen die Deutlichkeit der Ausprägung allerdings selbstverständlich auch von dem vom Beobachter gewählten Auflösungsgrad abhängig ist. Bei geringem Auflösungsgrad zeigten sich eben auch Gemeinsamkeiten unter sehr vielen Probanden, die teilweise auf einen sehr *geringen* Grad von Sensibilität für Komplexität hindeuten und von denen in diesem Abschnitt als „erste Eindrücke“ berichtet werden soll.

Deutlich mehr als die Hälfte der Versuchspersonen hatte größere mathematische Schwierigkeiten bei der Bearbeitung des Faltproblems. Dies galt insbesondere für Studierende der Erfurter Universität, was sicherlich auch damit zusammenhing, dass nur zwei von elf Erfurter Probanden Mathematik als Schwerpunktfach ihrer Ausbildung gewählt hatten. Mit einigen dieser Versuchspersonen fand (auf deren Wunsch) eine zusätzliche Sitzung (vor der Szenario-Sitzung) statt, in der Details zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems besprochen wurden.

Entsprechend kritisch wurde dann häufig ein möglicher Einsatz der Problemstellung im Mathematikunterricht gesehen. So meinte beispielsweise die Versuchsperson E2 (typisch für einige Probanden):⁵⁰²

⁴⁹⁹ Vergleiche auch Abschnitt 6.2, Seite 135 ff.

⁵⁰⁰ Vergleiche Seite 68 ff.

⁵⁰¹ Vergleiche Seite 68 ff.

⁵⁰² Versuchspersonen werden mit einer Buchstaben-Zahlen-Kombination kodiert, dabei werden Studierende der Jenaer Universität mit J1 bis J5, Studierende der Universität Erfurt mit E1 bis E11, die übrigen Versuchspersonen mit A1 bis A4 bezeichnet; vergleiche auch die Tabelle auf Seite 135.

*Also ich fand es [das Faltproblem] ziemlich schwer, muss ich sagen. ... Ich wäre nie darauf gekommen. ... Ich wüsste nicht, was ich mit den Kindern da, wie und warum. ... Ich wüsste auch nicht, was ich den Kindern damit zeigen [!] wollte.*⁵⁰³

Die Bearbeitungszeit für das Faltproblem (zwischen der ersten und zweiten Versuchssitzung) differierte zwischen den Probanden zum Teil erheblich, während sich einige nach eigenen Angaben mehr als zwei Stunden damit auseinander setzten, beschäftigten sich beispielsweise J5 etwa 15 Minuten, E4 weniger als 30 Minuten mit dem Problem. In diesem Zusammenhang ist es für den Autor erstaunlich, dass sich einige Versuchspersonen – trotz deutlicher gegenteiliger Bitten des Versuchsleiters und entsprechender Hinweise in dem zur Verfügung gestellten Material zum mathematischen Hintergrund⁵⁰⁴ – nur kurze Zeit mit dem Faltproblem auseinander setzten bzw. sehr schnell auf das erläuternde Material zugriffen.

Eine wichtige Quelle für hinsichtlich unserer Fragestellung möglicherweise interessante Informationen sind Verbalisationen der Versuchspersonen während der Szenariobearbeitung. Die Verbalisationsfähigkeit oder –bereitschaft der Studierenden war allerdings durchaus unterschiedlich. Während sich beispielsweise die Versuchsperson A3 ohne Anregungen durch den Versuchsleiter in mehr als 92 Prozent aller Situationen äußerte – damit ist sie mit deutlichem Abstand die verbalisationsstärkste –, konnte eine Erfurter Studentin nicht in die Auswertung einbezogen werden, da sie zu einem simultanen Lauten Denken nicht bereit war. Auch die Versuchsperson J3 äußerte sich in Entscheidungssituationen des Computerszenarios fast überhaupt nicht.

Auch die Bearbeitungszeiten des Szenarios variierten zum Teil erheblich zwischen 26 (J2) und 82 Minuten (E3). Die Versuchsperson A4 konstruierte im Szenario lediglich einen Unterrichtsverlauf, während A2 insgesamt 16 Durchläufe in allen drei Schulklassen durchspielte. Allerdings konstruierten Probanden in der Regel nur verhältnismäßig (aus Sicht des Autors überraschend) wenige Stundenverläufe; nur vier Versuchspersonen durchliefen mindestens zehn Pfade des Ereignisgraphen.

Bewertungen der Pfade und insbesondere die „Gesamtzielwertung“ wurden ja auch zur Unterstützung des Explorationsverhaltens des Szenariounutzers in das Programm implementiert. Es zeigte sich allerdings, dass – trotz des Arbeitsauftrags, möglichst geeignete Unterrichtsverläufe für die verschiedenen Klassen (unter den gegebenen Randbedingungen) zu „konstruieren“ – auch niedrige Punktzahlen und geringe Bewertungen hinsichtlich der ja vom Nutzer selbst gewichteten Unterrichtsziele nur von wenigen Versuchspersonen zum Anlass genommen wurden, systematisch nach möglichen Verbesserungen zu suchen. So zeigte beispielsweise E9 nach dem ersten Programmdurchlauf (bei einer „Gesamtzielwertung“ 39 von 100) keine Tendenz zu einer weiteren Bearbeitung des Szenarios. Auf Anregungen des Versuchsleiters, dass es die Möglichkeit wiederholter Bearbeitungen zur Verbesserung der Ergebnisse gäbe, meinte E9:

Das soll ich jetzt machen, ja? Ist das angestrebt?

Gelegentlich drängte sich in diesem Zusammenhang auch der Eindruck auf, einige Probanden versuchten (nicht nur zu Beginn der Bearbeitung) vor allem ihre *vorgefassten* Vorstellungen zur Unterrichtsgestaltung möglichst genau umzusetzen, ohne eine größere Zahl der im Programm angebotenen Alternativen zu erproben und unter nur geringer Berücksichtigung der im Szenario dargebotenen Informationen zu Unterrichtsbedingungen und Merkmalen des aktuel-

⁵⁰³ Äußerungen der Versuchspersonen sind für eine bessere Übersichtlichkeit (mindestens) durch die Schriftart „Courier New“ hervorgehoben. Ergänzungen oder Hinweise durch den Autor sind in eckigen Klammern eingefügt. Die Sterne (*) sollen wie im gesamten Text andeuten, dass es sich um leicht geglättete, aber sonst wörtliche Zitate aus den transkribierten Protokollen der Versuchssitzungen handelt.

⁵⁰⁴ Vergleiche auch Anhang D, Seite 253 ff.

len Unterrichtsgeschehens.⁵⁰⁵ Bei zahlreichen Versuchspersonen schien es zudem kaum Vorstellungen darüber zu geben, in welchem Ausmaß verschiedene Merkmale der Unterrichtsgestaltung Problembearbeitungsprozesse der Schüler differenziert beeinflussen können. Folglich gab es für sie auch kaum Anlässe zur Exploration, beispielsweise fand eine gezielte Erprobung angebotener Optionen unter unterschiedlichen Unterrichtsbedingungen fast gar nicht statt.

Die in der Regel geringe Exploration des Szenarios ist gerade auch im Hinblick auf unser Untersuchungsziel aus mindestens zweifacher Sicht problematisch. Zum einen gibt es so nur recht wenige Daten, die für eine Auswertung der Szenariobearbeitung zur Verfügung stehen. Zum anderen kann der Programmnutzer so einen Großteil des durch das Szenario modellierten Zusammenhangsnetzwerkes aus ausgewählten Unterrichtsbedingungen, spezifischen Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und von Problembearbeitungsprozessen von Schülern gar nicht bemerken. Folglich wird das Computerszenario als viel weniger komplex erlebt und es gibt für die Versuchsperson kaum Anlässe beispielsweise zu Modellierungsversuchen hinsichtlich möglicher Zusammenhänge oder zu (darauf beruhenden) Veränderungen bei Entscheidungen und im Entscheidungsverhalten.

Eine Berücksichtigung von (zuvor selbst gewichteten) Unterrichtszielen durch die Probanden bei Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung konnte nur gelegentlich beobachtet werden.

Zusätzliche Alternativen für einzelne Entscheidungssituationen wurden im Allgemeinen nur selten entwickelt und die wenigen Vorschläge der Versuchspersonen waren in der Regel Verknüpfungen der im Computerszenario angebotenen Optionen.⁵⁰⁶ Dieser gelegentliche Wunsch nach Verknüpfungen ist aus unserer Sicht verständlich, wurden bei der Konzeption des Szenarios Optionen doch teilweise hauptsächlich für eine stärkere Pointierung der jeweiligen Pfade des Ereignisgraphen getrennt.

Bedienbarkeit und Verständlichkeit der Software wurden von allen Probanden positiv eingeschätzt. Allerdings wurden (zu Beginn vorgestellte) Möglichkeiten zur Abfrage von Informationen beispielsweise zu aktuellen Unterrichtszielen oder zu bisherigen Entscheidungen nur von sehr wenigen Versuchspersonen genutzt. Gelegentlich gab es auch in späteren Programmdurchläufen noch Nachfragen beispielsweise bezüglich angebotener Optionen, einzelner Bewertungskategorien oder Möglichkeiten der Informationsabfrage.

Auch das Computerszenario insgesamt wurde überwiegend positiv eingeschätzt.⁵⁰⁷ Von vielen Probanden wurde es als Möglichkeit gesehen, im Vergleich zu bisher durchlaufenen Ausbildungsveranstaltungen etwas praxisnähere Erfahrungen zu sammeln und eigene Vorstellungen zu überprüfen.

⁵⁰⁵ Für ein in dieser Hinsicht (bezüglich unserer Stichprobe) extremes Beispiel vergleiche die Fallstudie A1.

⁵⁰⁶ Alternativen wurden selten entwickelt, obwohl die Versuchspersonen zu Beginn der Bearbeitung gebeten wurden, wann immer ihnen wichtige Optionen fehlen, ergänzende Vorschläge – auch für einen weiteren Ausbau des Computerprogramms – einzubringen. Vorschläge mussten auch nicht schriftlich festgehalten werden, um den Aufwand für die Probanden möglichst gering zu halten.

Dass Versuchspersonen das eigenständige Entwickeln weiterer Alternativen sehr schwer fällt, zeigte sich auch in einer in dieser Hinsicht offenen Befragung zu Entscheidungssituationen im Unterricht, die jeweils nach der Szenario-Sitzung durchgeführt wurde, im Rahmen dieser Erkundungsstudie jedoch nicht weiter berücksichtigt werden kann.

⁵⁰⁷ Sicherlich wurden Ergebnisse der diesbezüglichen Befragung auch durch Vorstellungen der Untersuchungsteilnehmer hinsichtlich der sozialen Erwünschtheit von Antworten und Einschätzungen beeinflusst. Wir hatten dennoch den Eindruck, dass sich ein großer Teil der Studierenden interessiert mit dem Computerszenario auseinander setzte.

7.2 Zur Operationalisierung der Fragestellung und zu Auswertungsmethoden

In Kapitel 3 haben wir erste Überlegungen zum Konstrukt Sensibilität für Komplexität ausgewählter Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts dargestellt. Daraus wurden einige Mindestanforderungen an ein Computerszenario, das als entsprechende Untersuchungsumgebung geeignet sein könnte, abgeleitet und einige vorläufige, mögliche Anhaltspunkte für den Grad der Sensibilität des Nutzers in Bezug auf dessen Szenariobearbeitung entwickelt. Nachdem in Kapitel 0 detailliert Möglichkeiten (und Grenzen) des im Rahmen dieser Untersuchung erstellten Computerszenarios „Das Faltproblem“ und in Kapitel 6 Merkmale der Untersuchungssituation dargestellt wurden, lassen sich Erwartungen an einen sensiblen Akteur hinsichtlich seiner Szenariobearbeitung nun konkretisieren. Dabei greifen wir für eine weitere Präzisierung des Instrumentariums auch im Hinblick auf die von uns untersuchte „Stichprobe“ von Lehramtsstudierenden auf das vorgefundene Datenmaterial zurück.⁵⁰⁸

Die Bearbeitung des Computerszenarios kann anhand verschiedener Dimensionen erfasst werden, aus deren jeweiligen Ausprägungen Hinweise auf die Sensibilität des Programmnutzers für die Komplexität des zugrunde liegenden Modells bzw. die damit exemplarisch modellierten spezifischen Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts gewonnen werden können. So ergibt sich eine mehrdimensionale Größe, die die Sensibilität des Nutzers beschreibt und für die wir, auch ausgehend vom vorliegenden Datenmaterial, mindestens die vier, im Folgenden näher dargestellten Komponenten „*Explorationsverhalten*“, „*Kontextsensitivität*“, „*Inkonsistenz*“ und „*Reflektiertheit*“ sehen.⁵⁰⁹

7.2.1 Explorationsverhalten⁵¹⁰

Auf der Grundlage unserer Überlegungen zum Konstrukt Sensibilität für Komplexität ist davon auszugehen, dass sich der sensible Akteur

- der Reichhaltigkeit möglicher Problembearbeitungsprozesse,
- des eng vernetzten Zusammenhangsnetzwerkes aus Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und von Bearbeitungsprozessen von Schülern, und damit zusammenhängend
- der Multidimensionalität von Entscheidungen, die deren lineare Anordnung nach „besser-schlechter“ in der Regel unmöglich macht,

bewusst ist.

Versucht der sensible Akteur gemäß seines Arbeitsauftrags für die Szenariobearbeitung,⁵¹¹ geeignete Unterrichtsverläufe für die verschiedenen Klassen aus den im Szenario angebotenen Optionen zu entwerfen, so kann man daher erwarten, dass er

- dazu versucht, den ihm ja zumindest teilweise unbekannten Realitätsbereich besser kennen zu lernen und dabei auch

⁵⁰⁸ Vorgefundene Daten werden also sowohl zur genaueren Präzisierung des Instrumentariums als auch dann zur Auswertung hiermit genutzt. Eine derartige Rückkopplung ist insbesondere bei exploratorischen Untersuchungen durchaus angemessen und üblich.

⁵⁰⁹ Wir sehen an dieser Stelle auch eine gewisse Analogie zum Konstrukt „Komplexität eines Realitätsbereichs“, das ja auch mehrdimensional ist und bei dem (mindestens) die Komponenten Reichhaltigkeit, Vernetztheit, Dynamik und Intransparenz unterschieden werden.

⁵¹⁰ Die notwendig lineare Darstellung impliziert keine Wichtung einzelner Komponenten.

⁵¹¹ Vergleiche Seite 132.

- bereit ist, sich von eigenen (aufgrund der Komplexität des Realitätsbereichs in der Regel begrenzten) Vorstellungen zu lösen, Entscheidungen kritisch zu hinterfragen und bei Bedarf zu korrigieren.

Mithin können Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Probanden aus dessen Explorationsverhalten gewonnen werden.

Auf der Grundlage vorliegender Daten kann das häufig nur gering ausgeprägte Explorationsverhalten der studentischen Versuchspersonen hinsichtlich der *Anzahl* absolvierter Szenariodurchläufe und Rücksprünge im Programm und grob hinsichtlich der *Verschiedenheit* jeweils gewählter Optionen⁵¹² differenziert werden. Ausgehend von den gerade geschilderten Überlegungen stehen beide Dimensionen im Allgemeinen in positivem Zusammenhang mit dem Grad der Sensibilität für Komplexität des Probanden.⁵¹³ Zudem gibt es unseres Erachtens auch beim Explorationsverhalten qualitative Aspekte. Denkbar sind beispielsweise Explorations- bzw. Suchstrategien oder auch Begründungen für spezifische Ausrichtungen der Exploration. Der geringe Umfang des vorliegenden Datenmaterials lässt es allerdings unseres Erachtens nicht zu, dass diesbezüglich auf verantwortungsvolle Weise generalisierende Schlüsse gezogen werden können. Zum Teil werden entsprechende Hinweise allerdings durch die weiter unten diskutierten Komponenten erfasst.

Das Explorationsverhalten des Probanden soll anhand des *Pfaddiagramms* analysiert werden. Im Abschnitt 5.2⁵¹⁴ wurde das dem Computerszenario zugrunde liegende Modell ausführlich besprochen. Danach kann dieses im Wesentlichen als ein gerichteter und bewerteter Graph gedacht und visualisiert werden. Die Knoten dieses Ereignisgraphen modellieren

- Unterrichtsszenen, insbesondere Problembearbeitungsprozesse der Schüler und damit zusammenhängende Aspekte und
- Situationen, in denen der Nutzer des Szenarios Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung treffen muss.

Für jede wählbare Option bzw. Kombination von Optionen geht vom entsprechenden Knoten eine Kante zum jeweils nachfolgenden Knoten ab. Eine vom Szenariounutzer aus den vorgegebenen Möglichkeiten konstruierte Unterrichtsstunde zum Faltpapier kann dann als Pfad (bestehend aus Knoten und Kanten) im Ereignisgraph beschrieben werden.

Mit dem im Folgenden noch näher zu beschreibenden *Pfaddiagramm* sollen die vom Nutzer getroffenen Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung in Form derartiger Pfade visualisiert werden. Dabei soll das Diagramm für einen Gesamteindruck entsprechende Nutzerentscheidungen über die gesamte Bearbeitung hinweg umfassen. Die Grenzen zweidimensionaler Darstellungen einerseits und die mitunter sehr feinen Verzweigungen im zugrunde liegenden Ereignisgraph (in dem sich der Nutzer ja tatsächlich bewegt) andererseits, lassen dabei allerdings nur eine „unscharfe“ Darstellung zu. Dazu werden in der Diagrammfläche Gebiete festgelegt, in denen jeweils sehr ähnliche Entscheidungen nebeneinander angeordnet werden, wobei auf eine Visualisierung von Beziehungen zwischen diesen ähnlichen Entscheidungen verzichtet wird. Dabei meint Ähnlichkeit in diesem Zusammenhang, dass entsprechende Unterrichtsentscheidungen (im Modell bzw. aufgrund unserer empirischen Erfahrungen) ähnliche Problembearbeitungsprozesse der Schüler initiieren bzw. diese ähnlich beeinflussen.⁵¹⁵

⁵¹² Vergleiche dazu die folgenden Ausführungen zum Pfaddiagramm.

⁵¹³ Allerdings sind diese Dimensionen nicht völlig unabhängig voneinander, da es mindestens den folgenden Minimalzusammenhang gibt: Für eine gewisse Verschiedenheit ist zunächst einmal eine hinreichende Anzahl von Durchläufen notwendig. Die Existenz darüber hinausgehender Zusammenhänge wird zu überprüfen sein.

⁵¹⁴ Vergleiche Seite 110 ff.

⁵¹⁵ So gibt es beispielsweise das Gebiet „gE1“, in dem Einstiege in die Problembearbeitung angeordnet sind, bei denen Lehrer und Schüler bis zum dritten Faltschnitt gemeinsam arbeiten und die Schüler vor der Durchführung

Die horizontale Position eines Gebietes bzw. einer Entscheidung markiert dabei das Ausmaß, in dem mit dieser Entscheidung auf arithmetische (links) bzw. geometrische (rechts) Aspekte des Faltproblems fokussiert wird.⁵¹⁶ Beispielsweise der Arbeitsauftrag „Faltet und füllt die Tabelle aus, soweit es euch möglich ist.“ bzw. Variationen⁵¹⁷ dazu sind daher am linken Rand, Variationen zum Arbeitsauftrag „Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach der nächsten Faltung aussieht. Benutzt dazu ein Extrablatt.“ sind am rechten Rand der Diagrammfläche angeordnet.⁵¹⁸ Die vertikale Position einer Entscheidung bzw. eines Gebietes orientiert sich an der Unterrichtszeit, die bis zur Beendigung des jeweiligen Stundenabschnitts vergangen ist. Entscheidungen zum Einstieg in die Problembearbeitung sind daher im oberen Teil der Diagrammfläche angeordnet, nachfolgende Entscheidungen findet man weiter unten.

Die folgende Abbildung (mit Legende auf der nachfolgenden Seite) zeigt das Pfaddiagramm mit den Bezeichnungen und Beschreibungen der von uns unterschiedenen Gebiete. Bei der Differenzierung dieser Gebiete sind verschiedene Auflösungsgrade denkbar, wir haben einerseits einen möglichst hohen Grad gewählt, bei dem uns andererseits eine überschaubare Darstellung noch gewährleistet erschien. Als Beispiel ist der von der (fiktiven) Nutzerin Sibylle im Abschnitt 5.1.2⁵¹⁹ durchlaufene Pfad eingetragen.

des nächsten Faltschnitts jeweils nach ihren Vermutungen hinsichtlich der Anzahl der Löcher im Papier gefragt werden. Dabei könnten beispielsweise alle Faltschnitte an demselben Blatt ausgeführt werden oder nicht, bearbeitete Faltblätter könnten (neben einer Tabelle) an die Tafel geheftet werden oder nicht, auch weitere Variationen sind denkbar (und im Entscheidungsgraph tatsächlich realisiert). Werden die Schüler allerdings nach ihren Vermutungen hinsichtlich des *Aussehens* des wieder geöffneten Faltblattes gefragt, so sind nach unseren Erfahrungen (und im Modell) die Unterschiede im weiteren Verlauf der Problembearbeitung so groß, dass es für diese (und ähnliche) Entscheidungen ein anderes Gebiet („gE2“) in der Diagrammfläche gibt.

⁵¹⁶ Auf weitere Differenzierungen (beispielsweise hinsichtlich der Ansätze „Induktion am Anfang“, „Induktion am Ende“, vergleiche auch Anhang A, Seite 235) wurde für eine bessere Übersichtlichkeit verzichtet.

⁵¹⁷ Variationen könnte es beispielsweise hinsichtlich der Sozialformen geben.

⁵¹⁸ Vergleiche auch Abbildung 36, Seite 104.

⁵¹⁹ Vergleiche insbesondere Seite 92 ff.

Abbildung 55: Pfaddiagramm (Erläuterungen auf der folgenden Seite)

Zur Vorbereitung der Bearbeitung des Faltproblems wird in einer vorigen Unterrichtsstunde

Z: eine Übung zu Zahlenfolgen S: die Streifenaufgabe O: nichts bearbeitet.⁵²⁰

Zum Einstieg in die Problembearbeitung

P: bespricht der Lehrer die Problemstellung,⁵²¹

A: legt der Lehrer ein Arbeitsblatt vor;

demonstriert der Lehrer einige Faltschnitte und

D1: hält Ergebnisse in einer Tafeltabelle fest,

D2: heftet bearbeitete Faltblätter an die Tafel,

D3: entwickelt entsprechende Skizzen an der Tafel;

arbeiten Lehrer und Schüler zunächst gemeinsam, dabei werden die Schüler vor Durchführung des jeweiligen Faltschnitts gebeten,

gE1: Vermutungen hinsichtlich der Anzahl der Löcher im Papier zu entwickeln,

gE2: Vermutungen hinsichtlich des Aussehens des geöffneten Faltblattes zu entwickeln,

gE3: eine Skizze des geöffneten Faltblattes anzufertigen.

*4: Dabei arbeiten Lehrer und Schüler bis zum vierten Faltschnitt gemeinsam.

Anschließend werden die Schüler gebeten,

W: für den nächsten Faltschnitt analog weiter zu arbeiten,

WF: Hypothesen über den nächsten Faltschnitt zu entwickeln, Mittel und Methoden werden dabei (bis auf nochmaliges Schneiden) frei gestellt,

FB: das vermutete Aussehen des Blattes nach dem nächsten Faltschnitt auf ihrem Faltblatt zu skizzieren,

EB: das vermutete Aussehen des Blattes nach dem nächsten Faltschnitt auf einem Zeichenblatt zu skizzieren,

Tab: die Tabelle soweit wie möglich auszufüllen bzw. eine Tabelle anzufertigen und diese soweit möglich auszufüllen,

67F: die Anzahl der Löcher für den sechsten und siebten Faltschnitt zu ermitteln,

Reg: nach Regelmäßigkeiten und Mustern zu suchen,

Sk8: Faltblätter und (falls notwendig) Vermutungen bis zum achten Faltschnitt zu skizzieren.

*-A: Die Unterrichtsphase wird vor Beendigung des Arbeitsauftrags abgebrochen.

Pfeile in der Abbildung deuten an, dass im Szenario geschilderte Bearbeitungsprozesse oder Ergebnisse der Schüler eine entsprechende inhaltliche Orientierung nachfolgender Unterrichtsentscheidungen angezeigt erscheinen lassen.

5a:		5b:		5c:
Abbruch:		Beendigung:		Beendigung mit Bewertung:

Die Pfade im Diagramm werden farblich danach unterschieden, in welcher Klasse der Unterricht stattfindet. Zusätzlich wird am Ende des Pfades markiert, wie dieser abgeschlossen wird. Dabei wird unterschieden zwischen Abbruch des Pfades (rot), Beendigung des Pfades (hellblau) und Beendigung des Pfades unter (mehr oder weniger detaillierter) Beachtung der Bewertungen desselben (grün).

⁵²⁰ Da diesbezügliche Entscheidungen *Voraussetzungen* betreffen, unter denen das Faltproblem im Mathematikunterricht bearbeitet wird, sind entsprechende Gebiete in der Diagrammfläche abweichend durch *Rauten* gekennzeichnet.

⁵²¹ Kleinere Gebiete in der Diagrammfläche deuten an, dass der Programmnutzer bei entsprechenden „Entscheidungsgruppen“ über weniger Variationsmöglichkeiten verfügt als bei anderen Gruppen.

Der schwarze Pfeil in Sibylles Pfaddiagramm soll andeuten, dass im Szenario (in dieser Situation) dargestellte Problembearbeitungsprozesse der Schüler trotz einer Fokussierung vorangegangener Lehrerentscheidungen auf arithmetische Aspekte eine stärkere Orientierung der weiteren Problembearbeitung an geometrischen Aspekten des Faltproblems nahe liegend erscheinen lassen.⁵²²

Anhand des Pfaddiagramms kann das Explorationsverhalten sowohl hinsichtlich der Anzahl von Rücksprüngen und Durchläufen, als auch hinsichtlich deren Verschiedenheit eingeschätzt werden. Für letztere Dimension wird die Breite des vom Nutzer durchlaufenen Teilgraphen in drei Niveaus differenziert. Auch der Umfang des Explorationsverhaltens wird von uns in drei Ausprägungsgrade unterschieden. Die Festlegung der Niveaus (gerade auch für die Anzahl der Durchläufe und Rücksprünge) orientiert sich dabei auch an den vorgefundenen Daten. Bei Zuordnungen zu einzelnen Niveaus ist man allerdings teilweise auch auf einen kaum weiter zu operationalisierenden Gesamteindruck angewiesen, da beispielsweise nicht alle Variationen und alle Rücksprünge gleichwertig sind.⁵²³

In dem folgenden zweidimensionalen Schema kann damit jeder Versuchsperson ein Punkt bzw. ein Rechteck zugeordnet werden. Die Rechtecksfläche könnte dann einen zusammenfassenden Eindruck vom Explorationsverhalten des Nutzers vermitteln.

Abbildung 56: Zur Einschätzung des Explorationsverhaltens

7.2.2 Kontextsensitivität

Im Computerszenario trifft der Nutzer zahlreiche Entscheidungen vor allem auch zur methodischen Gestaltung der Unterrichtseinheit zum Faltproblem. Dazu wählt er in den jeweiligen Entscheidungssituationen aus einer vorgegebenen Menge von Alternativen eine ihm geeignet erscheinende Option aus. Zusätzlich kann er weitere Alternativen angeben, auf die das Computerprogramm allerdings nicht reagieren kann.

Von einem sensiblen Akteur kann man aufgrund seiner Vorstellungen von der Komplexität des Realitätsbereichs, in dem er agiert, und ausgehend vom Arbeitsauftrag bezüglich der Szenariobearbeitung erwarten, dass er die aktuelle Situation detailliert analysiert und angebotene Alternativen hinsichtlich möglicher Konsequenzen – auch hinsichtlich möglicher Fern- und

⁵²² In der elektronischen Version dieser Arbeit stehen für eine leichtere Interpretation der weiteren Pfaddiagramme Kurzhinweise zur Beschreibung der jeweiligen Gebiete in der Diagrammfläche zur Verfügung, die sichtbar werden, sobald der Mauszeiger über die entsprechenden Gebiete geführt wird. (Bitte nicht klicken.)

⁵²³ Einige weitere Hinweise zur Analyse des Datenmaterials sind im Anhang E auf Seite 258 ff. zusammengetragen.

Nebenwirkungen – untersucht. Angesichts der spezifischen Entscheidungssituationen im Szenario und der hauptsächlich dargestellten Merkmale des Unterrichtsgeschehens sehen wir bezüglich der Situations- und Wirkungsanalyse insbesondere die folgenden wesentlichen Aspektbereiche:⁵²⁴

- (P): Merkmale der **P**roblembearbeitungsprozesse und –ergebnisse von Schülern, beispielsweise aktuelle Hypothesen, Vorstellungen, Begründungs- oder Erklärungsversuche
- (M): Merkmale des **M**altproblems und seines **m**athematischen Hintergrunds, beispielsweise Lösungsansätze und Zusammenhänge zwischen diesen, mögliche Vernetzungen mit anderen mathematischen Themenbereichen, mögliche Ausweitungen und Variationen.

Darüber hinaus sind selbstverständlich auch soziale und affektive Aspekte des Unterrichtsgeschehens – die im Szenario auch, allerdings weniger umfangreich und teilweise plakativ thematisiert werden –, nicht zu vernachlässigen:

- (A): **a**llgemeine, affektive und soziale Aspekte der aktuellen Unterrichtssituation, beispielsweise Motivation, Beteiligung und Kommunikation der Schüler, deren Anstrengungsbereitschaft und Frustrationstoleranz.

Gerade die Aspektbereiche (P) und (M) sind für einen problemorientierten Mathematikunterricht von herausragender Bedeutung⁵²⁵ und von einem sensiblen Akteur kann daher erwartet werden, dass er sie entsprechend berücksichtigt. Dem entgegengesetzt zeigen erste Eindrücke, dass zahlreiche Studierende trotz entsprechender, durchaus auch erkennbarer Schwerpunktsetzung des Szenarios⁵²⁶ insbesondere bei Entscheidungen zur weiteren Unterrichtsgestaltung Problembearbeitungsprozesse der Schüler, also den Aspektbereich (P), häufig vernachlässigen; Aspekte des Bereiches (A) werden dagegen viel stärker beachtet.

In positivem Zusammenhang mit dem Grad der Sensibilität für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts sehen wir daher die folgenden Merkmale:

- Der Akteur beachtet in möglichst vielen Situationen *auch* mathematisch-kognitive Aspekte, insbesondere auch Aspekte des Bereiches (P).

Damit zusammenhängend:

- Der Akteur beachtet in möglichst vielen Situationen *gleichzeitig* Aspekte aus den verschiedenen Bereichen (A), (M) und (P).

Selbstverständlich spielen dabei auch qualitative Aspekte der Entscheidungen des Akteurs eine wichtige Rolle, diese werden mit der Komponente „Inkonsistenz“ zumindest teilweise erfasst.

In Analysen zur Kontextsensitivität werden Verbalisationen der Versuchsperson und Interpretationen von Programm-Nutzer-Interaktionen durch den Autor in allen Situationen des Szenarios einbezogen, in denen Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung zu treffen sind oder in denen Problembearbeitungsprozesse von Schülern geschildert werden. Letztere Situationen⁵²⁷ werden mit einbezogen, da dort dargebotene Informationen auch bei nachfolgenden Entscheidungen vom Akteur berücksichtigt werden könnten. Außerdem wird so auch das Evaluationsverhalten des Akteurs erfasst bzw. charakterisiert. Eine Diskriminierung zwischen Entschei-

⁵²⁴ Vergleiche auch Seite 68.

⁵²⁵ Vergleiche insbesondere Abschnitt 2.3, Seite 49 ff.

⁵²⁶ So meinte beispielsweise die Versuchsperson J4 nach der Bearbeitung des Computerszenarios: *Ich denke, das Programm legt sehr viel Wert auf Problemlösen, auf selbstständiges Arbeiten.*

⁵²⁷ Diese werden durch Berichtsblätter im Szenario realisiert; vergleiche auch Abbildung 17, Seite 87.

dungs- und Evaluationsverhalten des Programmnutzers scheint uns für zahlreiche Situationen bzw. Situationsfolgen im Szenario nicht möglich und auch wegen des geringen Umfangs des vorliegenden Datenmaterials nicht angebracht.

Zuverlässige Hinweise auf den Grad der Kontextsensitivität einer Versuchsperson können allerdings nicht aus der absoluten Anzahl von Situationen gewonnen werden, in denen sie auch mathematisch-kognitive Aspekte bzw. die Aspektbereiche (A), (M) und (P) gleichzeitig berücksichtigt, da die Anzahl der insgesamt im Szenario bearbeiteten Situationen stark schwankt. Auch der relative Anteil dieser Situationen kann unseres Erachtens keine hinreichend zuverlässigen Hinweise geben, da Möglichkeiten entsprechender Kategorisierungen des Entscheidungsverhaltens stark von der Verbalisationsbereitschaft bzw. –fähigkeit der Versuchsperson abhängen. Daher soll die Verteilung der Aufmerksamkeit auf die Aspektbereiche (A), (M) und (P) in den diesbezüglich kategorisierbaren Entscheidungs- und Beobachtungssituationen als Indikator für den Grad der Kontextsensitivität benutzt werden.

Dabei muss eingeräumt werden, dass von Versuchspersonen unterschiedliche Situationen bzw. Situationsbeschreibungen mit teilweise unterschiedlich ausführlichen Darstellungen zu den verschiedenen Aspektbereichen bearbeitet werden.⁵²⁸ Allerdings werden bei der Bearbeitung der aktuellen Situation von den Probanden in der Regel auch Informationen benutzt, die auf vorangegangenen Programmseiten zur Verfügung gestellt wurden.⁵²⁹ Bei einer nicht zu kurzen Bearbeitung des Szenarios kann darüber hinaus erwartet werden, dass sich Unterschiede zwischen einzelnen Programmseiten gegeneinander aufheben. Daher ist es unseres Erachtens zumindest im Rahmen dieser ersten Erkundungsstudie möglich, bei Analysen zur Kontextsensitivität auf den detaillierten Einbezug von Merkmalen der jeweils bearbeiteten Programmseiten zu verzichten.

Für entsprechende Analysen des Nutzerverhaltens verwenden wir das *Kontextdiagramm*, in dem Verbalisationen und Interaktionen unter anderem hinsichtlich der oben aufgeführten Aspektbereiche kategorisiert werden. Die folgende Abbildung zeigt das entsprechende Diagramm für die Versuchsperson A2, über die später noch ausführlicher berichtet wird.⁵³⁰

⁵²⁸ Auf jedem Berichtsblatt werden mithilfe eines Balkendiagramms Informationen über die Motivation der Schüler, deren Disziplin und Beteiligung am Unterrichtsgeschehen zur Verfügung gestellt. Aktuelle Problemlösungsprozesse von Schülern werden, gelegentlich unterstützt durch Abbildungen, unterschiedlich detailliert im Textfenster der Programmseite beschrieben.

⁵²⁹ Auf „Entscheidungsblättern“ des Computerszenarios sind ja beispielsweise ausschließlich Optionen zur weiteren Gestaltung des Unterrichts dargestellt; vergleiche Seite 87 f.

⁵³⁰ Vergleiche auch Abschnitt 7.3.4.

Abbildung 57: Kontextdiagramm der Versuchsperson A2⁵³¹*Erläuterungen zum Kontextdiagramm:*

Abszisse:

Auf der Abszisse sind in der Reihenfolge ihrer Bearbeitung die Situationen aufgeführt, für die eine Kategorisierung erfolgen konnte. Dabei wird unterschieden zwischen

- P: Situationen, in denen der Programmnutzer über die **P**räsentation der Problemstellung entscheidet,⁵³²
- A: Situationen, in denen der Programmnutzer über **A**rbeitsaufträge an die Schüler entscheidet,⁵³³
- E: Situationen, in denen der Programmnutzer weitere **E**ntscheidungen zur Unterrichtsgestaltung trifft,⁵³⁴ und
- B: Situationen, in denen ausschließlich ausgewählte Aspekte des Unterrichtsgeschehens geschildert werden (**B**eobachtungssituationen).⁵³⁵

Die Abszisse kann allerdings nicht als *lineare Zeitachse* gesehen werden, da Kategorisierungen zu einem großen Teil auf Verbalisationen der Versuchsperson beruhen und deren Häufigkeit im Verlaufe der Szenariobearbeitung in der Regel abnimmt.⁵³⁶

⁵³¹ Benutzer der elektronischen Version dieser Arbeit können für eine leichtere Lesbarkeit durch „Anklicken“ der Kontextdiagramme eine erläuternde Legende aufrufen.

⁵³² Vergleiche beispielsweise Abbildung 30 auf Seite 100 und Abbildung 31 auf Seite 100.

⁵³³ Vergleiche beispielsweise Abbildung 36 auf Seite 104.

⁵³⁴ Vergleiche beispielsweise Abbildung 38 auf Seite 105.

⁵³⁵ Vergleiche beispielsweise Abbildung 40 auf Seite 106. Die Situationen P und A sind besonders bedeutsam für das Unterrichtsgeschehen, sie müssen in jedem Durchlauf bearbeitet werden.

Ein im Kontextdiagramm zusätzlich angefügtes „Z“ soll andeuten, dass die Versuchsperson in der entsprechenden Situation im Programm zurückgegangen ist.

⁵³⁶ Auf der rechten Seite der Abszisse liegen benachbarte Situationen also in der Regel zeitlich weiter auseinander als auf der linken Seite der Achse. Beispielsweise folgen in diesem Diagramm die zweite und dritte Situation direkt aufeinander, während zwischen weiter rechts angeordneten Situationen teilweise mehrere Minuten Zeitdifferenz liegen.

Die Abnahme der Verbalisationshäufigkeit bei fast allen Versuchspersonen könnte neben ersten Ermüdungserscheinungen unter anderem darin begründet sein, dass spezifische Entscheidungssituationen bei der Auseinandersetzung mit dem Szenario *wiederholt* bearbeitet werden.

Ordinate:

Auf der Ordinate des Kontextdiagramms sind die in der folgenden Liste aufgeführten Kategorien abgetragen. Für eine leichtere Lesbarkeit aber auch für zusätzliche Differenzierungen sind Zuordnungen im Diagramm farblich markiert.

P: Der Akteur beachtet **Problem**bearbeitungsprozesse von Schülern (Aspektbereich (P)).

Beispiele: [J1; 34]: *Das ist ja ein logischer Schritt, den die Schüler hier gemacht haben: Wenn es beim ersten Mal überhaupt kein Loch und beim zweiten Mal ein Loch [im Papier] gibt, dann müssen es beim dritten Mal zwei sein.*⁵³⁷
[A4; 24]: *Das hätte ich selbst mal machen sollen!*⁵³⁸

M: Der Akteur beachtet Aspekte des **mathematischen** Inhalts. Dies kommt insbesondere in Form von Absichten oder von Begründungen seiner Entscheidungen zum Ausdruck (Aspektbereich (M)).

Beispiele: [E9; 9]: *... aber, ganz wichtig, zur Anschauung auch die Faltblätter an die Tafel.*
[J1; 10]: *Ich glaube, wenn man [die Schüler] nach dem Aussehen des Papiers fragt, ist es einfacher. Sonst müsste man ja definieren, was als Loch angesehen werden soll, ob man die „halben Löcher“ am Rand mitzählt.*

A: Der Akteur beachtet **andere**, insbesondere affektive und soziale Aspekte des Unterrichtsgeschehens (Aspektbereich (A)). Der Bereich (P) ist eher retrospektiv, der Bereich (M) eher prospektiv. Daher soll auch der Aspektbereich (A) diesbezüglich differenziert werden. Hellgrüne Markierungen im Diagramm zeigen an, dass sich der Akteur mit möglichen Auswirkungen angebotener Optionen auf allgemeine Aspekte des Unterrichts (prospektiv) auseinander setzt, während dunkle Markierungen für Bewertungen der aktuellen und vorherigen Situationen stehen.

Beispiele: [E9; 21]: *... „in Gruppen“ gibt es vielleicht zu viel Unruhe.* (prospektiv)
[E4; 65]: *Aber Motivation und Beteiligung sind doch nicht schlecht!* (retrospektiv)

Ergänzende Informationen könnten sich durch weitere, im Folgenden näher beschriebene Kategorien ergeben. Für diesbezügliche allgemeinere Aussagen über betrachtete Einzelfälle hinaus reicht das Datenmaterial allerdings unseres Erachtens nicht aus. Qualitative Aspekte der Kategorien Z, Al, U, R,⁵³⁹ IK werden mit den Komponenten „Reflektiertheit“ und „Inkonsistenz“ erfasst.

K: Der Akteur beachtet Informationen über die **Klasse**, in der der Unterricht stattfindet.

Beispiel: [J1; 6]: *In der Klasse 5b war ja nicht so viel mit Selbstständigkeit, na ja ...*

Z: Der Akteur beachtet eigene **Ziel**setzungen bezüglich des aktuellen Durchlaufes.

Beispiel: [J1; 35]: *Ja ich denke mal, man sollte den nächsten Faltschnitt dann doch noch bearbeiten, obwohl ich ja jetzt die Lehrertätigkeit runtergesetzt hatte.*

⁵³⁷ Diese Aussage stammt von der Versuchsperson J1 zum 34. Arbeitsblatt des Szenarios.

⁵³⁸ Es werden qualitativ unterschiedliche Beispiele vorgestellt, um die Breite der Kategorien anzudeuten.

⁵³⁹ Insbesondere bei dieser Kategorie muss allerdings berücksichtigt werden, dass auch für eine größere Übersichtlichkeit im Kontextdiagramm lediglich Beobachtungs- und Entscheidungssituationen erfasst werden.

VF: Der Akteur beachtet eigene *V*orerfahrungen, die er bei der Bearbeitung des *F*altproblems gesammelt hat.

Beispiel: [J1; 10]: *Und eine Tabelle finde ich auch gut, weil ich das selber mit einer Tabelle gemacht habe.*

VU: Der Akteur beachtet eigene *V*orerfahrungen mit Mathematikunterricht.

Beispiel: [E4; 12]: *Ich kreuze jetzt Gruppenarbeit an, weil wir das erste Mal in der elften Klasse Gruppenarbeit gemacht haben und da konnte ich komischerweise Mathe viel besser als vorher, da habe ich Zusammenhänge viel besser verstanden.*

E: Der Akteur lässt eine *E*xplorationsabsicht erkennen.

Beispiel: [J1; 51]: *Ich entscheide mich hier jetzt mal, nach der Anzahl der Löcher im Papier zu fragen und mal direkt auf die Löcher zu sprechen zu kommen. Ich weiß noch nicht, ob ich damit zufrieden sein werde – wir werden sehen.*

Al: Der Akteur schlägt eigene zusätzliche *A*lternativen vor.

Beispiel: [A2; 46]: *Kann der Lehrer nicht beides machen?*

I: Verbalisationen werden vom Versuchsleiter *i*nitiiert.

Beispiel: [VL]: *Was hast du gerade überlegt?*

U: Der Akteur lässt aufgrund seiner Äußerungen oder nach Einschätzung des Versuchsleiters *U*nsicherheit bei Entscheidungen erkennen.

Beispiel: [J1; 42]: *Diesmal nehme ich keine Aufgabe zur Vorbereitung. Oder? Das ist schwieriger als ich gedacht hätte! Ich meine, es wäre auch mal eine Möglichkeit zu sehen, wie die Schüler mit der Streifenaufgabe zurechtkommen.*

R: Der Akteur *r*eflektiert die aktuelle und/oder vorangegangene Situationen und/oder Entscheidungen in besonderem Maße.

Beispiel: [E6; 35]: *Wie ich das eben gesehen habe, wird ja dann aus dem Aussehen des Papiers die Anzahl der Löcher abgeleitet. Ich würde es trotzdem miteinander verknüpfen.*

Für eine bessere Handhabbarkeit und Lesbarkeit der Kontextdiagramme⁵⁴⁰ sind die beiden nur selten auftretenden Kategorien U und R in einer Zeile des Diagramms zusammengefasst.

IK: Nach Einschätzung des Versuchsleiters trifft der Akteur eine zum bisherigen Problembearbeitungsverlauf inkonsistente Entscheidung.⁵⁴¹

Für eine stärkere Differenzierung ist bezüglich der Kategorien A, M und P eine dreifache, für K und Z eine zweifache Zuordnung – je nach Anzahl beachteter Aspekte – möglich. Beruht eine Kategorisierung nicht auf Verbalisationen der Versuchsperson, sondern beispielsweise auf Interaktionen mit der Software oder nonverbalem Verhalten, so ist dies durch Schraffur der entsprechenden Markierung gekennzeichnet.

⁵⁴⁰ Beides hängt ja in hohem Maße auch von der Größe der Diagramme ab.

⁵⁴¹ Vergleiche auch Ausführungen zur Komponente „Inkonsistenz“ im folgenden Abschnitt.

Es sind selbstverständlich weitere Kategorien und Differenzierungen von Kategorien und damit „größere“ Kontextdiagramme denkbar, verschiedene Varianten wurden auch für eine Suche nach möglicherweise interessanten Merkmalen und Mustern im Entscheidungs- und Evaluationsverhalten erprobt. Letztlich hat sich die vorgestellte Form als die fruchtbarste (der von uns getesteten) erwiesen.

Hinsichtlich der Aspektbereiche (P), (M) und (A) soll das Kontextdiagramm für einen zusammenfassenden Eindruck in einem Schema der folgenden Art kondensiert werden:

Abbildung 58: Zur Einschätzung der Kontextsensitivität

Dabei symbolisieren die Kreise ihren Farben entsprechend die drei Aspektbereiche, die (für eine leichtere Lesbarkeit) durch die Beschriftungen noch einmal schlagwortartig beschrieben werden. Der Durchmesser der Kreise im Diagramm ergibt sich aus dem relativen Anteil des jeweiligen Aspektbereiches an den Äußerungen und Interaktionen des Akteurs mit dem Computerszenario. Bei der Bestimmung dieses relativen Anteils werden allerdings die ersten Situationen der Szenariobearbeitung nicht gewertet, da in diesen eine retrospektive Berücksichtigung der Bereiche (P) und (A) nicht möglich ist. Außerdem wird die Kategorie K unter den Bereich (A) und die Kategorie VF unter den Aspektbereich (M) subsumiert.⁵⁴²

⁵⁴² In die Kategorien VF und VU werden Äußerungen des Akteurs eingeordnet, mit denen er explizit auf Vorerfahrungen mit dem Faltproblem bzw. allgemein mit Mathematikunterricht zurückgreift. Möglicherweise könnte das Ausmaß, in dem der Nutzer (eventuell ausschließlich) eigene Vorerfahrungen bei seinen Entscheidungen nutzt, zusätzliche Hinweise auf dessen Kontextsensibilität bzw. den Grad der Sensibilität für Komplexität liefern. Allerdings sind explizite Bezüge auf Vorerfahrungen in den Äußerungen sehr selten, so dass zumindest im Rahmen dieser ersten exploratorischen Untersuchung auf eine diesbezügliche Analyse verzichtet werden muss.

Abbildung 59: Zur „Kondensation“ des Kontextdiagramms

Die Art und Stärke der Verbindungslinien der Kreise symbolisiert die Anzahl der Situationen, in denen entsprechende Aspektbereiche vom Akteur gleichzeitig beachtet wurden. Dabei werden die folgenden Niveaus unterschieden.

1 – 2 Situationen: 3 – 5 Situationen: — mehr als 5 Situationen: —

Dieselben Niveaus werden auch für den Dreieckszug in der Mitte des Schemas verwendet, der für die Anzahl der Situationen steht, in denen alle drei Aspektbereiche beachtet wurden. Der Balken soll graphisch verdeutlichen, welcher Anteil der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen in dieser Weise kategorisiert werden konnte. Die nebenstehende Zahl gibt zusätzlich die Gesamtzahl der bei der Kategorisierung berücksichtigten Argumente bzw. Interaktionen an; größere Zahlen sprechen dann für eine höhere Zuverlässigkeit der Ergebnisse aufgrund einer breiteren Datenbasis.⁵⁴³

7.2.3 Inkonsistenz

Von einem sensiblen Akteur kann erwartet werden, dass er auch aufgrund umfangreicher Situations- und Wirkungsanalysen in der Lage ist, in Entscheidungssituationen konsistent zu dargestellten Merkmalen des bisherigen Unterrichtsverlaufs und damit zusammenhängend zu bisherigen Entscheidungen zu reagieren. Mit der Komponente „Kontextsensitivität“ wird jedoch lediglich erfasst, welche Aspektbereiche in welchem Umfang vom Akteur bei der Szenariobearbeitung beachtet werden, hinsichtlich der Qualität der Berücksichtigung werden keine Aussagen gemacht. Mit der Komponente „Inkonsistenz“ sollen nun zusätzlich qualitative Aspekte – allerdings nur recht grob – erfasst werden. Dazu eine Beispielsituation:⁵⁴⁴

Lehrer und Schüler bearbeiten den zweiten und dritten Faltschnitt gemeinsam. Beide Faltschnitte werden am selben Blatt ausgeführt, zuvor skizzieren die Schüler ihre Vermutungen zum jeweils folgenden Faltblatt.

Aktuelle Situation:
 Einige Schüler kommen auch nach vorn und stellen ihre Hypothesen zum dritten Faltschnitt vor:
 Toni: *Es kommen noch 2 Fliesen dazu.*

Tonis Skizze

Carola: *Ich glaube, es sind jetzt doppelt so viele Vierecke, also 8.*
 Heinrich: *Das ist jetzt doppelt so groß, aber ich konnte es nicht zeichnen.*

Im Anschluss an die gemeinsame Bearbeitung des dritten Faltschnitts ist ein **Arbeitsauftrag** an die Schüler auszuwählen:

„Bestimmt die Zahl der Löcher für möglichst hohe Faltungen.“

„Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach dem nächsten Faltschnitt aussieht. Benutzt dazu ein Extrablatt.“

„Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach dem nächsten Faltschnitt aussieht. Benutzt dazu euer Faltblatt.“

Abbildung 60: Beispiel für eine Entscheidungssituation im Szenario

⁵⁴³ Die Anzahlen der kategorisierbaren Situationen bzw. Argumente hängen dabei hauptsächlich vom Umfang und der Qualität der Verbalisationen des Akteurs ab.

⁵⁴⁴ Diese Situation wurde unter anderem von der Versuchsperson E4 bearbeitet, die entsprechende Umsetzung im Szenario ist im Anhang C, Seite 249 f. zu finden.

Nach der im oberen Feld dargestellten Situation wird der dritte Faltschnitt durchgeführt und das Ergebnis mit den Schülerhypothesen verglichen. Der Lehrer bzw. Szenarionutzer muss dann im Anschluss einen Arbeitsauftrag für die Schüler festlegen, dazu ist eine Option aus einem (im unteren Feld) vorgegebenen Menü auszuwählen.⁵⁴⁵ In diesem Beispiel gibt es wie in zahlreichen Situationen des Szenarios nicht nur *eine* „richtige“ Entscheidung. Vielmehr kann der Szenarionutzer aus verschiedenen Gründen (beispielsweise aufgrund seiner Unterrichtsziele) unterschiedlich reagieren. Allerdings kann man einen situationsspezifischen „Konsistenzrahmen“ ausmachen; Reaktionen außerhalb dieses Rahmens können als inkonsistent hinsichtlich der aktuellen Situation bezeichnet werden. Im obigen Beispiel kann man zumindest den dritten Arbeitsauftrag außerhalb eines solchen Rahmens liegend sehen, da sich die in den Schülerhypothesen deutlich erkennbare Idee des Zusammensetzens des Faltblattes aus einzelnen Feldern bzw. aus zwei Blättern des vorigen Faltschnitts durch eine Skizze auf dem Faltblatt kaum umsetzen lässt bzw. die Weiterentwicklung und Präzisierung dieser Vorstellungen dadurch sogar behindert werden.

Für zahlreiche Situationen des Szenarios kann wie in diesem Beispiel ein „Konsistenzrahmen“ festgelegt werden, der wie hier auf mathematisch-kognitiven Aspekten der Situation beruht. Bei dessen Konstruktion greifen wir auf empirische Erfahrungen aus den Unterrichtsversuchen zum Faltproblem zurück, aber selbstverständlich tragen derartige Festlegungen auch (weitere) subjektive Züge.

Durch eine diesbezügliche Analyse der Szenariobearbeitung wird zumindest teilweise erfasst, inwieweit es dem Bearbeiter gelingt, Problembearbeitungsprozesse von Schülern zu interpretieren und im Programm angebotene Optionen hinsichtlich möglicher Auswirkungen auf diese abzuschätzen. Dabei sind allerdings mindestens die folgenden Aspekte zu berücksichtigen:

- Gelegentlich könnte der Nutzer (auch aus seiner Sicht) inkonsistente Entscheidungen treffen, um das Szenario weiter zu explorieren. Auch daher sollten immer auch Begründungen des Nutzers in eine Bewertung seiner Entscheidungen mit einbezogen werden.⁵⁴⁶
- In einigen Entscheidungssituationen, beispielsweise innerhalb von Pfaden, die weder überwiegend arithmetische noch überwiegend geometrische Aspekte betonen,⁵⁴⁷ kann kaum zwischen konsistenten und inkonsistenten Reaktionen des Nutzers unterschieden werden. Daher, und auch aufgrund der unterschiedlich umfangreichen Bearbeitungen des Szenarios, sind zusammenfassende Einschätzungen dieser Bearbeitungen hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ in der Regel unterschiedlich gut abgesichert.
- Im Allgemeinen sind „Konsistenzrahmen“ für die jeweiligen Situationen – auch bedingt durch deren Komplexität und nur geringe Vorgaben für die Nutzer hinsichtlich der Szenariobearbeitung – großzügig festgelegt. Damit zusammenhängend kommt es zu oft recht weiten „Konsistenzrahmen“ auch deshalb, weil deren Konstruktion möglichst wenig normative Vorstellungen von Unterricht zugrunde gelegt werden.⁵⁴⁸ Daher, und auch aufgrund der vorigen Bemerkung, kann unseres Erachtens lediglich unterschieden werden zwischen „inkonsistenten Entscheidungen“ und „Entscheidungen, gegen deren Konsistenz nichts eingewendet werden kann“.

⁵⁴⁵ Zusätzlich kann der Szenarionutzer auch eigene Vorschläge ergänzen.

⁵⁴⁶ Auch daher wurde die Kategorie „E: Der Akteur lässt eine Explorationsabsicht erkennen.“ ins Kontextdiagramm aufgenommen.

⁵⁴⁷ Derartige Situationen finden sich dann also im mittleren Bereich des Pfaddiagramms.

⁵⁴⁸ Es werden eben nicht beispielsweise Leitideen eines problemorientierten Mathematikunterrichts zugrunde gelegt, sondern im Wesentlichen nur die folgende normative Vorstellung: Der Lehrer sollte Problembearbeitungsprozesse von Schülern möglichst nicht behindern.

Die Konsistenz der Szenariobearbeitung durch den Nutzer soll daher durch den Anteil *inkonsistenter* Nutzerentscheidungen erfasst werden. Dabei bezieht sich dieser Anteil eben auf diejenigen Entscheidungssituationen, denen ein „Konsistenzrahmen“ zugeordnet werden kann, der nicht alle im Szenario angebotenen Optionen umfasst. Zwischen dem Grad der Sensibilität des Nutzers und dem Anteil inkonsistenter Entscheidungen sehen wir einen negativen Zusammenhang.

Eine Auswertung der Szenariobearbeitung hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ erfolgt anhand des Verbalisations-Interaktions-Protokolls. Ergebnisse sollen wie in der folgenden Graphik dargestellt werden, die für die Versuchsperson E9 einen Anteil von 20 Prozent inkonsistenter Entscheidungen angibt.

Abbildung 61: Zur Einschätzung der Inkonsistenz

7.2.4 Reflektiertheit

In dieser Komponente werden die Merkmale „*Reflexionen über Zusammenhänge*“, „*Kritik*“, „*Alternativenbildung*“ und „*Metakognition*“ zusammengefasst, die verschiedene Facetten der Bearbeitung des Computerprogramms beschreiben. Einerseits erfolgt diese Zusammenfassung, weil jedes Merkmal für sich im vorgefundenen Datenmaterial äußerst selten auftritt. Andererseits umreißen diese Merkmale unseres Erachtens jedoch insgesamt etwas, das durchaus als Reflektiertheit der Auseinandersetzung mit dem Szenario bezeichnet werden kann.⁵⁴⁹

Von einem sensiblen Akteur kann erwartet werden, dass er versucht, im Verlaufe seiner Bearbeitung der Software ein adäquates mentales (Teil-) Modell von Zusammenhängen zwischen verschiedenen Elementen des Computerszenarios aufzubauen. Insbesondere zählen wir zu derartigen *Reflexionen*:

- Reflexionen hinsichtlich möglicher Zusammenhänge zwischen im Szenario dargestellten Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen von Schülern über die aktuelle Entscheidungssituation hinaus⁵⁵⁰

Beispiel: [J1; 18]: *Und dann muss man sicher doch mehr auf Lehrertätigkeit setzen.*

- Reflexionen über mögliche Zusammenhänge zwischen diesen Merkmalen und Bewertungen der jeweils durchlaufenen Pfade durch das Computerprogramm

Beispiel: [J4; 17]: *"Die Schüler sollen den fachlichen Erläuterungen des Lehrers genau folgen." ist auch recht wenig, denn der Lehrer

⁵⁴⁹ Eine Zusammenfassung zur Komponente „Reflektiertheit“ scheint uns auch aus Gründen der Handhabbarkeit und Verständlichkeit des Instrumentariums sinnvoll, diesbezüglich denke man unter anderem auch an natürliche Beschränkungen des Kurzzeitgedächtnisses; vergleiche z. B. ANDERSON (1996).

⁵⁵⁰ Dazu zählen wir beispielsweise auch Schlussfolgerungen aus vorherigen Durchläufen.

hat ja nicht viel erklärt. Deshalb konnten die Schüler ja gar nicht folgen. Das ist ok!*

- Reflexionen über mögliche Beziehungen zwischen den im Szenario angebotenen Unterrichtszielen untereinander und zwischen Unterrichtszielen und angebotenen Optionen zur Unterrichtsgestaltung.

Beispiele: [A2; 6]: *Wenn sie [die Schüler] die Regel für die Zahl der Löcher begründen sollen, müssten sie das ja eigentlich auch können.*

[J1; 55]: *Also ich würde ja jetzt diese Option wählen, wenn ich nicht vorhin die „Lehrertätigkeit“ bis auf ...[die niedrigste Stufe reduziert hätte].*

Hinweise auf derartige Reflexionen lassen sich hauptsächlich aus Verbalisationen des Programmnutzers gewinnen, aber auch aus möglichen Veränderungen seiner Entscheidungen,⁵⁵¹ aus der Nutzung spezifischer Informationen⁵⁵² und auch aus der Bearbeitungszeit entsprechender Situationen.

Der sensible Akteur ist sich insbesondere der Komplexität des originalen Realitätsbereichs Unterricht bewusst. Es kann daher erwartet werden, dass er zum einen die Qualität der Modellierung durch ein Computerszenario *kritisch* hinterfragt. Zum anderen erwarten wir, dass er sich der unvermeidlichen Unvollständigkeit eines Modells bewusst ist. Auch daher scheint uns das Nachdenken über mögliche zusätzliche *Alternativen* zur Unterrichtsgestaltung, die im Szenario nicht angeboten werden, ein weiteres interessantes Merkmal in Bezug auf Sensibilität für Komplexität.⁵⁵³ Allerdings sind unseres Erachtens nur solche Alternativen als positive Hinweise auf Sensibilität anzuerkennen, die aus der Situation heraus entwickelt werden und konsistent zu dieser sind. Insbesondere sollen Alternativen, die ohne Berücksichtigung des Kontextes vorgeschlagen werden – vielleicht nur, um zuvor unabhängig vom Szenario entwickelte Vorstellungen in diesem umzusetzen – hier nicht berücksichtigt werden.

Unter *Metakognition* wollen wir im Zusammenhang mit der Szenariobearbeitung das Nachdenken über getroffene Entscheidungen und das eigene Entscheidungsverhalten verstehen. Insbesondere interessant erscheint uns hier, inwieweit auch Grenzen der eigenen Entscheidungsfähigkeit gesehen werden.

Bei diesen Merkmalen kommt qualitativen Aspekten eine besondere Bedeutung zu, eine ausschließlich statistische Auswertung scheint daher nicht möglich.⁵⁵⁴ Allerdings kann im Rahmen dieser ersten exploratorischen Studie – auch aufgrund des geringen Umfangs der Datenbasis – (noch) keine weitere Operationalisierung hinsichtlich möglicher Ausprägungsgrade der Merkmale geleistet werden. Es erfolgt lediglich eine Gesamteinschätzung anhand des Verbalisations-Interaktions-Protokolls. Ausgehend von vorliegenden Daten können unseres Erachtens Szenariobearbeitungen hinsichtlich der integrierten Komponente „Reflektiertheit“

⁵⁵¹ Ganz typisch in diesem Zusammenhang sind beispielsweise Änderungen in der Gewichtung einzelner Unterrichtsziele.

⁵⁵² Während der Bearbeitung des Szenarios kann der Nutzer ja stets Informationen beispielsweise über die Schulklasse oder aktuelle Unterrichtsziele abfragen.

⁵⁵³ Die Versuchspersonen wurden ja zu Beginn der Szenariobearbeitung gebeten, Alternativen anzugeben, wann immer ihnen wichtige Optionen zur Unterrichtsgestaltung fehlen.

⁵⁵⁴ Für erste diesbezügliche Anhaltspunkte wurden dennoch die Kategorien

Al: Der Akteur schlägt eigene zusätzliche Alternativen vor.

U: Der Akteur lässt aufgrund seiner Äußerungen oder nach Einschätzung des Versuchsleiters Unsicherheit bei Entscheidungen erkennen.

R: Der Akteur reflektiert die aktuelle und/oder vorangegangene Situationen und/oder Entscheidungen in besonderem Maße.

in das Kontextdiagramm aufgenommen.

auf einer vierstufigen Rating-Skala – von „0: unreflektierte Bearbeitung“ bis „3: (relativ) stark reflektierte Bearbeitung“ – differenziert werden. Als Beispiel zeigt die folgende Abbildung die diesbezügliche Einschätzung der Versuchsperson J1.⁵⁵⁵

Abbildung 62: Zur Einschätzung der Reflektiertheit

Weitere Bemerkungen zu den vorgestellten Komponenten:

Die vorgestellten Komponenten sind nicht völlig unabhängig voneinander in dem Sinne, dass es zumindest gewisse Minimalzusammenhänge gibt. So ist etwa für ein überzufällig konsistentes Entscheidungsverhalten eine gewisse Kontextsensitivität notwendig. Außerdem muss beachtet werden, dass für begründete Einschätzungen hinsichtlich der Komponenten „Kontextsensitivität“, „Inkonsistenz“ und „Reflektiertheit“ ein Mindestmaß an Exploration notwendig ist.

Darüber hinaus könnte es stärkere Abhängigkeiten zwischen einzelnen Komponenten, beispielsweise einen positiven Zusammenhang zwischen Kontextsensitivität, Reflektiertheit und dem Explorationsverhalten geben. Dies wird anhand des vorliegenden Datenmaterials zu prüfen sein.

Sicherlich können aus Eigenschaften des Computerszenarios weitere denkbare Merkmale von Szenariobearbeitungen abgeleitet werden – beispielsweise die Berücksichtigung der Multidimensionalität von Entscheidungen oder die Absolutheit von Entscheidungen bzw. Entscheidungsregeln –, die Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität des Programmnutzers geben könnten. In der untersuchten Stichprobe konnten wir derartige Merkmale allerdings nicht oder nur in sehr seltenen Einzelfällen beobachten, so dass diesbezügliche verallgemeinernde Aussagen nicht möglich erscheinen.⁵⁵⁶

7.3 Fallstudien

In diesem Abschnitt werden Szenariobearbeitungen ausgewählter Versuchspersonen detaillierter vorgestellt. Die Einzelfälle sind in gewisser Weise extreme Beispiele, um das Spektrum der von uns beobachteten Bearbeitungen anzudeuten.

Die Schilderungen beginnen jeweils mit einigen allgemeinen Daten zur Versuchsperson, daran schließen sich einige knappe Bemerkungen zur Bearbeitung und Einschätzung des Fallproblems durch den Probanden an. Neben dem Pfad- und Kontextdiagramm werden einige

⁵⁵⁵ Bei einer Entscheidung über die Anzahl von Skalenniveaus muss man zum einen versuchen, Möglichkeiten zu schaffen, hinsichtlich des Untersuchungsanliegens in geeigneter Weise zwischen Untersuchungsteilnehmern differenzieren zu können. Zum anderen muss aber auch eine begründete und nachvollziehbare Zuordnung der Versuchspersonen zu den jeweiligen Niveaus möglich sein. Ausgehend vom vorgefundenen Datenmaterial haben wir uns daher für eine vierstufige Skala entschieden, insbesondere auch weil uns eine lediglich dreistufige Skala als zu grob erschien.

Einige Hinweise zur Durchführung der Analyse von Szenariobearbeitungen findet der Leser im Anhang E auf Seite 258 ff.

⁵⁵⁶ „Unschärf“ werden die genannten Merkmale miterfasst durch die Komponente „Kontextsensitivität“.

aus unserer Sicht im Hinblick auf das Untersuchungsanliegen besonders interessante und aufschlussreiche Verbalisationen und Interaktionen mit der Software zusammengetragen und interpretiert.⁵⁵⁷ Abgeschlossen wird die Darstellung mit einer zusammenfassenden Bewertung der Szenariobearbeitung hinsichtlich der oben entwickelten Komponenten, die den Grad der Sensibilität der Versuchsperson für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts genauer einzuschätzen erlauben.

7.3.1 Fallstudie J1: Andrea⁵⁵⁸

Andrea ist zum Zeitpunkt der Untersuchung 20 Jahre alt. Sie studiert im fünften Semester für das Lehramt Mathematik an Gymnasien an der Universität Jena. Andrea hat bisher an zwei mathematikdidaktischen Lehrveranstaltungen, schulpraktischen Studien und einem Orientierungspraktikum teilgenommen.

Das Faltproblem wird von Andrea als sehr interessant, aber auch als sehr anspruchsvoll eingeschätzt. Insgesamt hat sie mehrere Stunden daran gearbeitet und sich erst im Anschluss auch mit den Materialien zum mathematischen Hintergrund auseinander gesetzt.

Für den Mathematikunterricht geeignet hält sie die Problemstellung nur unter der Bedingung, *dass der Lehrer auf allgemeingültige Ergebnisse nicht fixiert ist*. Für Andrea ist es wichtiger, dass die Schüler Gelegenheit bekommen, an einer herausfordernden mathematischen Problemstellung zu arbeiten.

Die Versuchsperson setzte sich mit dem Computerszenario über 57 Minuten auseinander. Dabei bearbeitete sie allerdings nur die Klasse 5b.

⁵⁵⁷ Ein vollständiges Protokoll würde in der Regel jeweils mehr als 10 Seiten umfassen.

⁵⁵⁸ Nur in diesen Teilabschnitten werden Versuchspersonen für eine bessere Lesbarkeit mit einem Kodennamen bezeichnet.

Abbildung 63: Pfaddiagramm zur Versuchsperson J1⁵⁵⁹

Das Diagramm zeigt den von Andrea durchlaufenen Teilgraphen. Sie durchläuft vier Pfade bis zum Ende, wobei sie allerdings beim ersten auf die Darstellung einer zusammenfassenden Bewertung verzichtet. Der vierte Pfad wird von Andrea vorzeitig abgebrochen. Beim fünften Pfad findet außerdem ein Rücksprung zur vorangegangenen Entscheidungssituation statt. Nach dem sich aus dem Pfaddiagramm ergebenden Eindruck kann (noch) von einer „breiten“ Exploration des Ereignisgraphen gesprochen werden. Es werden zweimal – allerdings ohne Erfolg – Arbeitsaufträge an die Schüler erteilt, die geometrische Aspekte der Problemstellung deutlich betonen.⁵⁶⁰ Beim sechsten Durchlauf beachtet Andrea mit der letzten Entscheidung zum ersten Mal in diesem Pfad geometrische Aspekte des Faltproblems, gegen die Konsistenz dieser Entscheidung kann allerdings aufgrund von Problembearbeitungsprozessen der Schüler in dieser Situation nichts eingewendet werden. Andrea selbst hält diesen Unterrichtsverlauf allerdings nicht für günstig:

[Mir hat die vorige ...] Stunde trotzdem besser gefallen. ... Weil da irgendwie das meiste rausgekommen ist. Da kam ja dann doch wirklich ein Ergebnis raus. Hier war zum Schluss keine Zeit mehr und der Lehrer hat wohl irgendwie nur noch das Ergebnis gesagt. Und das ist, glaube ich, nicht Sinn und Zweck der Sache.

⁵⁵⁹ Die Zahlen geben die Reihenfolge der Durchläufe an.

⁵⁶⁰ Diese Pfade waren auch nach Andreas Meinung nicht erfolgreich, erkennbar am vorzeitigen Abbruch des Pfades bzw. an der fehlenden Kenntnisnahme einer zusammenfassenden Bewertung.

Beim fünften Programmdurchlauf trägt der gewählte Einstieg in die Problembearbeitung (im oberen Teil der Diagrammfläche dargestellt) deutlich arithmetische Züge, die Einstiege bei den anderen Pfaden sind eher offen gehalten. Auf die Bearbeitung vorbereitender Aufgaben wird bei späteren Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung kein Bezug genommen.

Mit der Anzahl der Programmdurchläufe (für nur eine Klasse!) erreicht Andrea auf der Dimension des Explorationsumfangs mittleres Niveau.⁵⁶¹

Mögliche Beweggründe Andreas' für den Abbruch des jeweils aktuellen Pfades⁵⁶² ergeben sich aus den folgenden Auszügen des Bearbeitungsprotokolls:⁵⁶³

Nr.	K ⁵⁶⁴	Zeit ⁵⁶⁵	Entscheidungen im Computerszenario	Freie Äußerungen der Versuchsperson
46	E	0:32	Andrea geht auf eine Schülerhypothese über die Anzahl der Ecken bzw. Schnitte des Faltblattes ausführlich ein.	*Also auf die Antwort mit den acht Ecken würde ich dann doch noch näher eingehen.*
49	B	0:32		*Jetzt habe ich natürlich die Ecken drin: „das Blatt hat ... Ecken“ und „die Anzahl der Ecken verdoppelt sich“. ⁵⁶⁶ Das wollte ich natürlich nicht, nein, hier würde ich zurück gehen.*
58	E	1:21	Bisher wurde von Schülern und Lehrer ausschließlich gemeinsam gearbeitet. Neuer Arbeitsauftrag: „Skizziert eure Vermutungen hinsichtlich der nächsten Faltung auf einem Extrablatt.“	*Huch, die Motivation! Das ist natürlich nicht so toll. ... Wann ist denn das so wenig geworden, das ist mir ja gar nicht aufgefallen.* <i>Trotz sehr geringer Motivation der Schüler (2 von 12 Punkten) wird der Pfad zunächst mit einem neuen Arbeitsauftrag – der etwas selbstständigeres Arbeiten ermöglichen könnte – fortgesetzt.</i>
59	B	0:33		*Die Stunde gefällt mir gar nicht, die will ich gar nicht zu Ende machen.*

Das Arbeitsblatt zur Situation 59 zeigt die folgende Abbildung.

⁵⁶¹ Vergleiche auch die zusammenfassende graphische Darstellung auf Seite 169.

⁵⁶² Andrea brach den vierten Durchlauf in der Einstiegsphase (Situation 49), den fünften nach Erteilung eines weiteren Arbeitsauftrages ab (Situation 59); vergleiche das Pfaddiagramm auf Seite 162.

⁵⁶³ Dabei handelt es sich um ein für eine leichtere Verständlichkeit kommentiertes Protokoll.

⁵⁶⁴ In dieser Spalte wird die (auch im Kontextdiagramm verwendete) Kategorie der jeweiligen Situation aufgeführt:

E: Situationen, in denen der Programmnutzer weitere Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung trifft;

B: Situationen, in denen ausschließlich ausgewählte Aspekte des Unterrichtsgeschehens geschildert werden (Beobachtungssituationen).

⁵⁶⁵ In dieser Spalte wird die Zeitspanne aufgeführt, für die das jeweilige Arbeitsblatt sichtbar war.

⁵⁶⁶ Andrea zitiert hier Schülerhypothesen.

Unterrichtsverlauf

Die Schüler skizzieren das vermutete Aussehen des Faltblattes nach der nächsten Faltung auf ein Blatt Zeichenpapier. Der Arbeitsauftrag fällt vielen Schülern schwer.

Nur wenige Schüler, beispielsweise Mandy, vermuten 21 Löcher im Papier.

Lehrerreaktion

Der Lehrer bittet Mandy, ihre Vermutung vor der Klasse vorzustellen. ☐

Der Lehrer bittet verschiedene Schüler, ihre Vermutungen vorzustellen. ☐

35:00

Motivation ☐

Beteiligung ☐

Unruhe ☐

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 64: Arbeitsblatt zur Situation 59

Deutlich erkennbar, spielen nach den Äußerungen Andreas in der Situation 49 Merkmale von Problembearbeitungsprozessen der Schüler die ausschlaggebende Rolle für den Abbruch des Pfades. Auch in der Situation 59 könnte dieser Aspektbereich (P) zumindest ein Grund für den Abbruch sein, darauf deutet auch die nicht so kurze Bearbeitungszeit von 33 Sekunden. Insgesamt werden Merkmale von Problembearbeitungsprozessen der Schüler von Andrea in sehr starkem Maße berücksichtigt, in der Tat ist sie diejenige Versuchsperson, die diesen Aspektbereich quantitativ am zweitstärksten und (bezüglich der untersuchten Stichprobe) in sehr hoher Qualität beachtet.⁵⁶⁷ Die Quantität zeigt sich in dem folgenden Kontextdiagramm:

⁵⁶⁷ Nur die Versuchsperson A3 beachtet den Bereich (P) quantitativ stärker. Dies liegt vor allem daran, dass diese in fast jeder Beobachtungssituation zahlreiche Schülerhypothesen teilweise ausführlich kommentiert. Darüber hinausgehende mögliche Zusammenhänge beispielsweise mit Merkmalen der Unterrichtsgestaltung werden durch A3 allerdings kaum thematisiert.

Abbildung 65: Kontextdiagramm zur Versuchsperson J1

Auffällig ist auch, insbesondere im Vergleich zu anderen Versuchspersonen, der hohe retrospektive Anteil im Bereich (A). Fasst man auch den Bereich (P) als retrospektiv auf, so zeigt sich diesbezüglich ein deutliches Übergewicht. Offenbar bemüht sich Andrea sehr um detaillierte Interpretationen der jeweiligen Situationen und situationsspezifische Reaktionen.

Die Qualität der Verbalisationen zu Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen (Aspektbereich (P)) soll durch einige weitere Auszüge des Bearbeitungsprotokolls belegt werden. Zusätzlich werden Stellen zitiert, die für eine Einschätzung Andreas hinsichtlich der Komponenten „Reflektiertheit“ und „Inkonsistenz“ interessant erscheinen.

Nr.	K ⁵⁶⁸	Zeit	Entscheidungen im Computerszenario	Freie Äußerungen der Versuchsperson	Bemerkungen
6	Z	3:15	Andrea bewertet vorgegebene Unterrichtsziele.	*Also wenn das zwei getrennte Ziele wären, „Strukturen erkennen“ und „Strukturen benutzen“, dann wäre das einfacher, aber Erkennen und Benutzen, ich finde, das sind schon wieder zwei Sachen.*	Reflektiertheit
10	P	2:39	Andrea entscheidet über Details eines gemeinsamen Einstiegs.	*Ich glaube, wenn man [die Schüler] nach dem Aussehen des Papiers fragt, ist es einfacher. Sonst müsste man ja definieren, was als Loch angesehen werden soll, ob man die „halben Löcher“ am Rand mitzählt.*	Aspektbereich (M)
13	A	1:51	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Zeichnet auf euer Faltblatt, wie das Papier nach dem nächsten Faltschnitt aussieht.“	*Die Aufgaben sind natürlich alle miteinander verbunden, bis auf das letzte.*	Reflektiertheit
18	A	0:10	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Bearbeitet den vierten Faltschnitt analog.“	*Und dann muss man sicher doch mehr auf Lehrertätigkeit setzen.*	Der deutlich erkennbare Ansatz der „Induktion am Anfang“ wird von Andrea nicht beachtet – Inkonsistenz
20	A	0:47	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Füllt die Tabelle aus, soweit es euch möglich ist.“	*Vielleicht sind sie visuelle Typen und möchten es gern aufgeschrieben sehen.*	Andrea schlussfolgert aus vorigen Durchläufen – Reflektiertheit
24	W	2:42		*Ich würde dann schon die Ziele ändern, weil ich glaube, ich habe die Klasse unterschätzt und überschätzt.*	In ihren Hypothesen gehen zahlreiche Schüler auf geometrische Merkmale des Faltblattes ein, die <i>Anzahl</i> der Löcher spielt keine Rolle. – Inkonsistenz
27	Z	2:17	Andrea korrigiert ihre Gewichtungen vorgegebener Unterrichtsziele	*Ich habe jetzt im Zusammenhang mit den Ergebnissen der vorigen Stunde überlegt, welche Anforderungen ich erhöhen kann und welche ich doch besser zurückschrauben sollte.*	Andrea betrachtet ausführlich die Bewertungen des Pfades, ein Ziel wird hinterfragt. – Reflektiertheit
32	E	1:55	Andrea entscheidet über Reaktionen auf Schülerhypothesen.	*Die Vermutung mit den acht Ecken – also das ist ja schon verwunderlich, dass eine Schülerin der fünften Klasse auf die Ecken	Zielgewichtungen werden konsistent zu vorigen Bewertungen für den aktuellen Durchlauf angepasst. – Reflektiertheit

⁵⁶⁸ Neben den ebenfalls bereits im Kontextdiagramm vorgestellten Kategorien

P: Situationen, in denen der Programmnutzer über die Präsentation der Problemstellung entscheidet;

A: Situationen, in denen der Programmnutzer über Arbeitsaufträge an die Schüler entscheidet;

wird in den Bearbeitungsprotokollen zusätzlich unterschieden zwischen

K: Situationen, in denen der Programmnutzer die Schulklasse auswählt,

Z: Situationen, in denen der Programmnutzer Ziele für die Unterrichtsstunde wichtet,

W: Situationen, in denen Bewertungen des aktuellen Pfades angegeben werden.

				im Papier achtet. ... Obwohl es ja von allen Vermutungen, die hier stehen, die mit dem höchsten Wahrheitsgehalt ist. ... Und auf das Loch in der Mitte ist keiner eingegangen.*	
34	B	0:44		*Das ist ja ein logischer Schritt, den die Schüler hier gemacht haben: Wenn es beim ersten Mal überhaupt kein Loch und beim zweiten Mal ein Loch [im Papier] gibt, dann müssen es beim dritten Mal zwei sein.*	Aspektbereich (P)
35	A	0:47	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Bearbeitet die vierte Faltung analog.“	*Ja ich denke mal, man sollte den nächsten Faltschnitt dann doch noch bearbeiten, obwohl ich ja jetzt die Lehrertätigkeit runtergesetzt hatte.*	Reflektiertheit
36	A	2:31	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Entwickelt Vermutungen für den nächsten Faltschnitt.“	*Na weil die Schüler jetzt häufiger die Schnipsel gezählt haben, die sie rausbekommen haben, würde ich mich jetzt für das letzte entscheiden, weil da dürfen sie ja dann nicht schneiden und da haben sie ja dann auch keine Schnipsel.*	Aspektbereich (P)
38	W	4:46 (!)		<i>Andrea hinterfragt eine Zielstellung und dessen Bewertung.</i> *Dann habe ich es am Anfang einfach auch wieder schlecht eingeschätzt.*	Unter anderem die Gewichtung dieses Zieles wird für den folgenden Durchlauf geändert. – Reflektiertheit
55	A	0:05	Andrea entscheidet über einen Arbeitsauftrag: „Bearbeitet die vierte Faltung analog.“	*Also ich würde ja jetzt diese Option wählen, wenn ich nicht vorhin die „Lehrertätigkeit“ bis auf ...[die niedrigste Stufe reduziert hätte].*	Zielgewichtungen werden bei Entscheidung zur Unterrichtsgestaltung thematisiert. – Reflektiertheit
67	W	0:55		*Obwohl das jetzt mehr Punkte sind, hat mir die zweite Stunde trotzdem besser gefallen. ... Weil da irgendwie das meiste rausgekommen ist. Da kam ja dann doch wirklich ein Ergebnis raus. Hier war zum Schluss keine Zeit mehr und der Lehrer hat wohl irgendwie nur noch das Ergebnis gesagt. Und das ist, glaube ich, nicht Sinn und Zweck der Sache.*	Aspektbereich (P)

In den Situationen 13 und 20 trifft Andrea (nach Ansicht des Autors) inkonsistente Entscheidungen.⁵⁶⁹

Insgesamt kann die Szenariobearbeitung als reflektiert bezeichnet werden. Ansätze zu „Reflexionen über Zusammenhänge“ sind beispielsweise in Situationen zur Gewichtung von Unterrichtszielen und in Bewertungssituationen deutlich erkennbar. Bis auf eine Ausnahme werden Bewertungssituationen als Reflexionsgelegenheiten zum Teil ausgiebig (beispielsweise Situation 38 über fast 5 Minuten) genutzt. Alternativen zu den in den jeweiligen Situationen angebotenen Optionen schlägt Andrea allerdings nicht vor.

Andrea war vom Computerszenario positiv überrascht. Nur weil ihre diesbezüglichen Bemerkungen nach der Szenariobearbeitung auch im Hinblick auf die Komponente „Reflektiertheit“ interessant erscheinen, seien sie etwas ausführlicher zitiert:

*Also, ich fand es interessant. Ich hatte mir was komplett anderes darunter [unter dem Computerszenario] vorgestellt. ... es ist ja doch schon alles recht komplex. Und das es dann so umfangreich werden würde, hätte ich nicht gedacht. Ich fand es aber interessant und ich glaube, wenn man sich noch öfter damit beschäftigt und nicht so viel am Stück und auch mal die anderen Klassen ausprobiert, dann könnte man auch echt was davon lernen. ...

[Eine sinnvolle Ergänzung der Ausbildung könnte das Computerszenario] auch dadurch sein, dass man – wie es in der Realität nicht möglich ist – seine Entscheidungen noch mal überdenken kann, noch mal zurückgehen kann. Man kann sich anders entscheiden, kann sehen, das war jetzt dann doch nicht wirklich besser und so. Wobei man dann eben immer beachten muss, dass es ja nicht wirklich eine reale Situation ist. Wenn man die Kinder vor sich hat, dann ist das ja sowieso alles ganz anders. ...

Man hat da die ganze Komplexität besser im Blick. Also auf was man alles achten muss, was alles Auswirkungen hat. Alles kann man sowieso nicht, aber ich glaube, dass das Programm hilft, weil hier doch alles sehr komplex dargestellt ist. Man sieht, wie soll ich das erklären, dass man einfach bei der Unterrichtsvorbereitung mehr Dinge beachten muss, doch noch mehr als man es tut – oder als ich es getan habe. Ich meine, andererseits darf man sich natürlich auch nicht zu viele Gedanken machen. Das ufert dann aus. Aber so ein bisschen, dass man sich alles so ein bisschen mehr vergegenwärtigt, was alles so passieren könnte, was es für Auswirkungen haben könnte.*

In Andreas Äußerungen wird deutlich, dass sie nicht nur Vorteile und Grenzen des Computerszenarios reflektiert sondern damit zusammenhängend auch Schlussfolgerungen in Bezug auf den originalen Realitätsbereich zieht. Auch das eigene Entscheidungsverhalten bzw. -vermögen wird kritisch hinterfragt. Da Andrea von allen beteiligten Versuchspersonen bezüglich der Komponente „Reflektiertheit“ die höchste Ausprägung zeigt, ordnen wir ihr das höchste Niveau zu. Mithin ergeben sich für uns hinsichtlich der Komponenten „Explorationsverhalten“, „Kontextsensitivität“, „Inkonsistenz“ und „Reflektiertheit“ die folgenden Einschätzungen:

⁵⁶⁹ Vergleiche auch die entsprechenden Zeilen der obigen Tabelle.

Abbildung 66: Einschätzung der Versuchsperson J1

Um den Umfang der zugrunde gelegten Daten besser vergleichen zu können, sind in der Abbildung auch die Bearbeitungszeit des Szenarios und die Anzahl der bearbeiteten Seiten im Programm aufgeführt. Die geringe Zahl von Nachfragen zeigt, dass Andrea kaum Verständnisschwierigkeiten bei der Bearbeitung des Programms hatte. Die nebenstehende Graphik soll den Umfang der Verbalisationen der Versuchsperson visualisieren. Die Länge des dunkelgrünen Balkens gibt den Anteil der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen an, in denen die Versuchsperson verbalisierte. Die Länge des beigefarbenen Balkens visualisiert den Anteil der Situationen, in denen der Versuchsleiter eine Äußerung der Probandin initiierte. Andrea verbalisierte in etwa 75 Prozent aller Situationen. Ausgehend von ihren Äußerungen und Interaktionen mit der Software konnten etwa 60 Prozent aller Entscheidungs- und Beobachtungssituationen hinsichtlich der Berücksichtigung der Aspectbereiche (A), (M) und (P) kategorisiert werden – dies wird durch den entsprechenden Balken der Graphik zur Kontextsensitivität visualisiert. Diese Graphik zeigt noch einmal die ausgeprägte Berücksichtigung von Problembearbeitungsprozessen, also des Aspectbereichs (P), durch die Versuchsperson. Die Verbindungslinien zeigen darüber hinaus, dass in mindestens acht Situationen verschiedene Aspectbereiche gleichzeitig beachtet wurden. Auch in dieser Hinsicht ist Andrea die beste Versuchsperson. Allerdings wurden in keiner Situation alle drei Aspekte gleichzeitig beachtet, daher fehlt der Dreieckszug in der Mitte der Graphik zur Kontextsensitivität. Außerdem trifft Andrea in etwa 22 Prozent aller Situationen, die eine diesbezügliche Einschätzung erlauben, eine inkonsistente Entscheidung.

7.3.2 Fallstudie A4: Judith

Judith ist zum Zeitpunkt der Untersuchung 24 Jahre alt und die drittälteste Versuchsperson. Sie studiert im neunten Fachsemester für ein Lehramt an Grundschulen, Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. Mit acht Semestern Fach- und fachdidaktischer Ausbildung und fünf Praktika verfügt Judith über die umfangreichsten einschlägigen Vorerfahrungen aller Versuchspersonen.

Die Bearbeitung des Faltpblems, gemeinsam mit einigen Freunden, hat Judith Spaß gemacht. Insgesamt setzte sie sich nach eigener Einschätzung etwa zwei Stunden mit der Prob-

lemstellung auseinander. Als Hauptergebnis ihrer Bemühungen stellte Judith das folgende Flussdiagramm vor:⁵⁷⁰

Abbildung 67: Flussdiagramm zum Faltproblem

Nach der Bearbeitung des Faltproblems beschäftigte sich Judith auch mit dem Material zum mathematischen Hintergrund. Die lediglich begrenzte Gültigkeit des von ihr entwickelten Algorithmus bemerkte sie allerdings nicht.⁵⁷¹

Vor der Bearbeitung des Szenarios dachte Judith auch über einen möglichen Einsatz des Faltproblems im Unterricht nach:

[Das Faltproblem im Unterricht einsetzen] – ich weiß nicht, das geht bestimmt irgendwie, ich hab mir deswegen wirklich das Hirn verrenkt. Ich habe schon eine Idee, wie man das einführen kann, ... wie man die Kinder darauf neugierig machen kann. ... Ich habe auch eine Idee, wie man den Zusammenhang zwischen den Löchern und den Faltlinien mit den Kindern herstellen kann. Aber die Anzahl der Faltungen, Faltlinien und Löcher, wie man das den Kindern beibringen soll, das weiß ich nicht, keine Ahnung.

Judith setzt sich über 38 Minuten mit dem Computerszenario auseinander. Dies ist nicht die kürzeste Bearbeitungszeit, allerdings konstruiert sie in dieser Zeit nur einen einzigen Unter-

⁵⁷⁰ Aus ihren Ausbildungsveranstaltungen ist es Judith sehr gewohnt, Flussdiagramme zu entwickeln: *... Das kann ich jetzt mittlerweile so in- und auswendig, das war auch mein erster Gedanke. Ich glaube, ich hätte das anders auch gar nicht aufschreiben können.*

⁵⁷¹ Der Algorithmus liefert bis zum fünften Faltschnitt korrekte Ergebnisse.

richtsverlauf und beschäftigt sich dabei mit 14 Arbeitsblättern. Judith äußert sich in sechs von acht Entscheidungs- und Beobachtungssituationen zum Teil sehr ausführlich.

Abbildung 68: Pfaddiagramm zur Versuchsperson A4

Abbildung 69: Kontextdiagramm zur Versuchsperson A4

Aufgrund der Kürze der Bearbeitung scheint es uns nicht angebracht, aus dem Kontextdiagramm Aussagen hinsichtlich der Kontextsensitivität abzuleiten.

Weitere Eindrücke hinsichtlich der Szenariobearbeitung ergeben sich aus den folgenden Auszügen des Bearbeitungsprotokolls.

Nr.	K	Zeit	Entscheidungen im Computerszenario	Freie Äußerungen der Versuchsperson
6	K	0:39	Judith entscheidet sich für die Klasse 5c.	*Also mir ist das eigentlich egal, man muss das ja in jeder Klasse durchführen können. ... Dann wähle ich die Klasse 5c, die sehe ich gar nicht.*
7	Z	4:54	Die Ziele (A) – (C) werden als nicht oder kaum wichtig bewertet. ⁵⁷² Als zusätzliches, „sehr bedeutendes“ Ziel wird angegeben: „Die Schüler sollen sich auf eine unbekannte Situation einlassen.“	*Ich kann mir nicht vorstellen, dass die Kinder das herausfinden. Deswegen finde ich es wichtiger, dass sie sich überhaupt mal mit so etwas beschäftigen, dass sie sich darauf einlassen und die Kreativität angeregt wird.*
10	P	1:50	Judith entscheidet sich für einen gemeinsamen Einstieg von Schülern und Lehrer.	*Ich habe mir etwas überlegt, wie man es machen kann, aber ich weiß nicht, welcher Option man es zuordnen kann. Und zwar ...*
11	P	7:11	Judith entscheidet über Details des Einstiegs, insbesondere auch über die Dauer der Zusammenarbeit.	*Ich weiß nicht, ich finde es schwer, mich da zu entscheiden, weil ich finde, das kommt absolut auf die Klasse an. Ich kann das nicht im Voraus festlegen, es kommt darauf an, wie die Schüler reagieren.* ... *Aber dann kann ich jetzt wirklich nicht garantieren, dass ich das, was ich ankreuze, im Unterricht wirklich machen würde.* ⁵⁷³
25	W	8:35	Judith setzt sich mit den Bewertungen des Programms auseinander. Einige Unklarheiten werden ausgeräumt.	*Ok, hab ich verstanden. Ich bin eher davon ausgegangen, dass die Schüler mal probieren sollen. Aber das Ziel meint, dass sie sich kognitiv damit auseinander setzen. Aber das wichtigste Ziel ist erreicht: Die Schüler haben Spaß.*
Der Versuchsleiter weist auf Möglichkeiten hin, Ergebnisse zu verbessern. *Ich gehe jetzt noch einmal [die Zielbewertungen] von oben nach unten durch. ... Ich habe durch das Programm festgestellt, wie die Kinder damit umgehen, mit der Fliesenidee beispielsweise, da wäre ich ja von selbst überhaupt nicht darauf gekommen. Deswegen habe ich ja auch am Anfang gesagt, dass ich mir nicht vorstellen kann, dass die Schüler das so rauskriegen. Das überrascht mich natürlich, dass es anders ist. Ich glaube, ich bin eigentlich zufrieden. Also ich bin deswegen zufrieden damit, weil es ja erst mal diese beiden Definitionsprobleme [hinsichtlich möglicher Unterrichtsziele] gab und außerdem, weil ich die Schüler bei den kognitiven Zielen unterschätzt habe. Das weiß ich jetzt aber und ich glaube, ich würde es wieder so machen.*				
27	K	0:21	Judith wählt ohne Nutzung der Kurzporträts die Klasse 5b.	
28	Z	0:10		*Muss ich die Ziele ändern? Dann wäre es ja vielleicht doch wichtig gewesen, was es für eine Klasse ist.*
29	I	3:12	Judith informiert sich über die	

⁵⁷² Vergleiche auch Seite 93 f.

⁵⁷³ Die Versuchsperson wurde mehrfach, auch an dieser Stelle, darauf hingewiesen, dass es nicht darum gehen kann und gar nicht möglich ist, ausschließlich eigene Vorstellungen im Szenario umzusetzen oder zu erproben.

		Klassen.	
<p>*Irgendwie geht mir das ja gegen den Strich. Wenn ich mir denke, dass ich das wirklich in einer Klasse durchführe, dann weiß ich ja auch nicht, was das für eine Klasse ist. Und deswegen muss man das ausprobieren. Man kann ja nicht davon ausgehen, dass man ganz genau weiß, wer hochbegabt ist und wer nicht. Man muss es ja allen Kindern recht machen. Ich kann mich ja nicht nach einem Mädchen richten.</p> <p>Also, die Andrea ist jetzt begabter als die anderen. Jetzt überlege ich mir, ob das mein Unterrichtsverhalten beeinflusst. Ich glaube, eigentlich würde es das nicht beeinflussen, aber man muss ja davon ausgehen, dass sie schneller darauf kommt. Also muss man mit ihr spezieller umgehen. Man darf das nicht irgendwie stoppen, ... aber den anderen Kindern soll ja auch nichts weggenommen werden. Aber anhand des Programms kann ich ja mein Verhalten nicht ändern. Nee, ich muss es eigentlich nicht noch einmal durchgehen, ich würde es dann so lassen, mit der Begründung, die ich eben schon gebracht habe.</p> <p>Ich nehme mal die Klasse 5a, vielleicht ist da ja etwas ganz „Krasses“.</p> <p>Also dazu kann ich nur wieder sagen, das einzige, was ich vielleicht ändern würde an meinem Lehrerverhalten sind Sachen, die ich nicht anhand des Programms verändern kann.*</p> <p>VL: *Was wäre das?*</p> <p>*Vielleicht würde ich ganz allgemein mehr auf die Klassensituation eingehen: die einen brauchen vielleicht etwas mehr Gruppenarbeit, wo der Konkurrenzkampf sehr groß ist, arbeiten die Schüler vielleicht besser zu zweit.⁵⁷⁴ Das ist jetzt schwer zu sagen. Ich finde es zum Beispiel nicht gut, dass der Unterricht in dieser Klasse meistens frontal war. Aber wenn ich jetzt eine Stunde halte, dann kann ich nicht ankommen und Stationenlernen machen. Damit können die Schüler ja gar nicht umgehen, obwohl ich es natürlich viel besser finde.*</p>			

In Situation 10 wird besonders deutlich, dass Judith versucht, ihre vorgefassten Vorstellungen im Szenario umzusetzen; offenbar unabhängig von aktuellen Unterrichtsbedingungen, denn über die Klasse, in der der Unterricht stattfindet, informiert sich Judith nicht.

An anderen Stellen, insbesondere in den Situationen 25 und 29 sind allerdings Ansätze zu einer reflektierten Bearbeitung des Szenarios erkennbar: Judith hinterfragt Bewertungen des Programms, thematisiert dessen Beschränkungen und auch ihr eigenes Entscheidungsverhalten.

Bereits im obigen Zitat zur Vorbereitung auf die Szenariobearbeitung wird Judiths ausgeprägtes, fast ausschließliches Interesse an affektiven und sozialen Aspekten des Unterrichtsgeschehens offensichtlich. Dies zieht sich durch die gesamte Bearbeitung des Programms und fast alle weiteren Bemerkungen. Mathematisch-kognitive Aspekte spielen lediglich eine sehr untergeordnete Rolle, diesbezüglich bezeichnend ist auch Judiths Äußerung in Situation 25: *Aber das wichtigste Ziel ist erreicht: Die Schüler haben Spaß.*

Judith ist die einzige Versuchsperson, die im Anschluss an die Versuchssitzungen einen eigenen Unterrichtsversuch durchführte. Sie setzte das Faltproblem in einer vierten Klasse einer Erfurter Grundschule ein – ihr Unterrichtsversuch ist als Beispiel A in der Einleitung beschrieben.⁵⁷⁵ Hinsichtlich des Stellenwerts mathematisch-kognitiver Aspekte gibt es offenbar deutliche Parallelen zwischen der Bearbeitung des Szenarios und ihrer Unterrichtsstunde.

Allerdings soll auch festgehalten werden, dass Judith nach ihrem Unterrichtsversuch bedauerte, sich nur so kurz mit dem Computerszenario beschäftigt zu haben:

*Vielleicht hätte ich doch länger damit arbeiten sollen, um zu sehen, worauf die Schüler alles kommen können, welche Ideen sie haben können.*⁵⁷⁶

Wir kommen zu folgender Gesamteinschätzung.

⁵⁷⁴ Eine Auswahl der Sozialformen steht im Programm für zahlreiche Arbeitsaufträge an die Schüler zur Verfügung.

⁵⁷⁵ Vergleiche Seite 6 ff.

⁵⁷⁶ Gedächtnisprotokoll.

Abbildung 70: Einschätzung der Versuchsperson A4

Trotz hoher Verbalisationshäufigkeit (vergleiche das entsprechende Diagramm rechts oben) können aufgrund der sehr geringen Anzahl bearbeiteter Entscheidungs- und Beobachtungssituationen allein aus dem Kontextdiagramm keine Aussagen hinsichtlich der Komponente „Kontextsensitivität“ abgeleitet werden. Allerdings zeigen insbesondere auch die zitierten Äußerungen Judiths in weiteren Szenariosituationen ihr (fast) ausschließliches Interesse an affektiven und sozialen Aspekten des Unterrichts (Aspektbereich (A)). Dies soll durch den einzelnen grünen Kreis als Diagramm zur Kontextsensitivität symbolisiert werden.

7.3.3 Fallstudie E9: Antje

Antje ist 24 Jahre alt. Sie studiert im dritten Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. Sie hat bereits ein Orientierungspraktikum absolviert.

Mit 36 Minuten hat Antje die zweitkürzeste Bearbeitungszeit, in der sie für alle Klassen insgesamt fünf Durchläufe konstruiert. Die Pfade werden bis zur jeweiligen Bewertung gespielt, dabei ähneln sich der zweite und fünfte Durchlauf am stärksten. Es gibt keine Rücksprünge im Programm. Die vom Umfang geringe Exploration erreicht hinsichtlich der „Breite“ mittleres Niveau.

⁵⁷⁷ Die Schraffur soll andeuten, dass lediglich ein Unterrichtsverlauf konstruiert wurde.

Abbildung 71: Pfaddiagramm zur Versuchsperson E9

Abbildung 72: Kontextdiagramm zur Versuchsperson E9

Deutlich im Kontextdiagramm erkennbar ist die lediglich geringe bzw. minimale Beachtung des mathematischen Fachinhalts und von Problembearbeitungsprozessen der Schüler (Aspektbereiche (M) und (P)). Nur in zwei Entscheidungssituationen werden Problembearbeitungsprozesse von Schülern berücksichtigt (wobei die Zuordnung der späteren Situation nicht durch Äußerungen der Versuchsperson gestützt werden kann). In beiden Situationen sind allerdings keine weiteren Interpretationen Antjes erkennbar; in der ersten kann sogar von einer zumindest teilweise inkonsistenten Entscheidung gesprochen werden. Die folgende Abbildung zeigt das entsprechende Arbeitsblatt der Situation 23:

Unterrichtsverlauf

Die Schüler stellen schnell fest, dass ein Schneiden nach siebenmaligem Falten praktisch kaum noch durchführbar ist und Versuche höchst unsichere Ergebnisse liefern. An einigen Tischen ist die Idee entstanden, aus vorherigen Faltungen Aussagen über die nächste zu gewinnen. Die Schüler arbeiten daher auch an der 4. und 5. Faltung.

An einem Tisch wird mit Hilfe einer **Tabelle** nach arithmetischen Mustern in der Folge der Lochzahlen gesucht, eine andere Zweiergruppe zeichnet **Faltlinien** auf das Blatt, um so Ort und Anzahl der neu entstehenden Löcher voraussagen. An einem dritten Tisch wird die **Idee des Zusammenlegens** der Faltblätter entwickelt, die beiden Schüler vermuten 98 Löcher für die nächste Faltung.

Der Lehrer bittet die ...

☐ erste ☐ zweite ☐ dritte

... Tischgruppe, ihre Ideen vorzustellen.

30:00

Motivation

Beteiligung

Unruhe

Zurück Weiter Schließen

Abbildung 73: Arbeitsblatt zur Situation 23

Antje entscheidet, dass der Lehrer ausschließlich die dritte Tischgruppe bittet, ihre Ideen vorzustellen, obwohl ein sehr großer Teil der Schüler andere Bearbeitungsansätze verfolgt.⁵⁷⁸ Dazu sagt sie lediglich: *Das ist gut. Die dritte fände ich eine gute Idee.* Die Entscheidung ist insofern auch schlecht nachzuvollziehen, als dass Schüler dieser Klasse zumindest teilweise durchaus gewohnt sind, „Ergebnisse ihrer Arbeit vor- und zur Diskussion zu stellen“.⁵⁷⁹ Auch mit der aktuellen Gewichtung der Unterrichtsziele ist diese Entscheidung nicht in Einklang zu bringen, wie die nachfolgende Bewertung zeigt:

Erreichen der Zielstellungen

Gewählte Zielstellungen und Einschätzungen der Arbeitsergebnisse der Schüler und der Unterrichtsgestaltung des Lehrers

Die Schüler sollen ...

- ... die Zahl der Löcher für die jeweils nächste Faltung bestimmen können.
- ... die Löcherzahlen auch für nicht mehr durchführbare Faltungen angeben können.
- ... eine Regel für die Zahl der Löcher im Papier begründen können.
- ... Vermutungen aufstellen können.
- ... Vermutungen und Zusammenhänge begründen können.
- ... Strukturen erkennen und benutzen können.
- ... den fachlichen Erläuterungen des Lehrers genau folgen.
- ... sich selbstständig mit der Problemstellung auseinandersetzen.
- ... Spaß am mathematischen Arbeiten entwickeln.
- ... auch mit Rückschlägen beim mathematischen Arbeiten umgehen können.

29

Konsistenz Reichhaltigkeit der Problembearbeitung

Flexibilität Direktivität Unruhe

Zurück Neustart Schließen

Abbildung 74: Arbeitsblatt zur Bewertung des entsprechenden Pfades

⁵⁷⁸ Auch aufgrund vorheriger Nachfragen der Versuchsperson kann davon ausgegangen werden, dass Antje anhand der Markierung der angebotenen Optionen durch Kontrollkästchen wusste, dass in dieser Situation mehrere Gruppen ausgewählt werden können.

⁵⁷⁹ Vergleiche auch das Kurzporträt der Klasse 5a, Anhang C, Seite 245 f.

Zu dieser Einschätzung meinte Antje:

Ja wie? Das ist ja noch schlechter. ... Keine Ahnung, woran das liegen könnte. ... Ich weiß eigentlich nicht, was ich noch verändern könnte.

In diesem Zitat deutet sich die allgemeine Unreflektiertheit der Szenariobearbeitung an. Nur in der ersten Situation zur zusammenfassenden Bewertung des vorherigen Pfades werden einige Bewertungskategorien hinterfragt; weitere Hinweise auf Reflektiertheit lassen sich nicht finden.

Damit kommen wir zu der folgenden Gesamteinschätzung:

Abbildung 75: Einschätzung der Versuchsperson E9

Die Graphik zur Kontextsensitivität macht noch einmal das Übergewicht des Aspektbereiches (A), nämlich der affektiven und sozialen Aspekte deutlich und zeigt darüber hinaus, dass in keiner Entscheidungs- oder Beobachtungssituation verschiedene Aspektbereiche gleichzeitig berücksichtigt wurden. Hinsichtlich der Einschätzung zur Inkonsistenz muss eine höhere Unsicherheit eingeräumt werden, da zum einen das Szenario nur in geringem Umfang exploriert und zum anderen dabei überwiegend Situationen mit sehr weiten Konsistenzrahmen bearbeitet wurden.

7.3.4 Fallstudie A2: Carmen

Carmen ist 21 Jahre alt. Sie studiert an der Technischen Universität Braunschweig im zweiten Semester für ein Lehramt an Grund-, Haupt- und Realschulen mit dem Schwerpunkt Grundschule. Bisher konnte sie einen Unterrichtsversuch im Fach Mathematik gestalten.

Mit dem Faltproblem beschäftigte sich Carmen nach eigenen Angaben etwa zwei Stunden, ohne die Materialien zum mathematischen Hintergrund zu benutzen. Dabei berücksichtigte sie anfangs auch verschiedene geometrische Merkmale der entstehenden Faltblätter („Felder“, „Knickkanten“, „Ecken“), ging dann aber mehr und mehr zu einer Suche nach arithmetischen Zusammenhängen zwischen der Zahl der Faltungen und der Anzahl der Löcher über. Einen allgemeinen Zusammenhang konnte Carmen letztlich allerdings nicht finden.

Das Faltproblem könnte nach Carmens Einschätzung für den Unterricht in einer vierten oder fünften Klasse geeignet sein, weil die Schüler „basteln“ können, dann aber auch „zählen“ und „rechnen“ müssen – allerdings nur mit geeigneten Hilfestellungen des Lehrers.

Carmen setzt sich mit dem Szenario über 56 Minuten auseinander, in dieser Zeit beschäftigt sie sich mit 140 Arbeitsblättern. Damit bearbeitet Carmen von allen beteiligten Versuchspersonen die meisten Programmseiten. Trotz der hohen Bearbeitungsgeschwindigkeit verbalisiert sie in fast 50 Prozent aller Entscheidungs- und Beobachtungssituationen. Allerdings beschreibt sie dabei häufig lediglich ihre Entscheidungen ohne Gründe oder Absichten anzugeben.

Das folgende Diagramm zeigt den von Carmen durchlaufenen Teilgraphen.

Abbildung 76: Pfaddiagramm zur Versuchsperson A2

Im Diagramm werden einige interessante Merkmale der Szenariobearbeitung deutlich:

- Im Programm werden sehr viele Rücksprünge zu Situationen vollzogen, in denen über einen Arbeitsauftrag an die Schüler entschieden werden kann.
- Allerdings werden insgesamt nur drei verschiedene Einstiege in die Problembearbeitung (A, B, C) erprobt.⁵⁸⁰ Dabei betonen die Einstiege B und C arithmetische Aspekte der Problemstellung, nur der Einstieg A kann diesbezüglich als offen bezeichnet werden.
- Allgemein zeigt sich eine deutliche Konzentration des Teilgraphen auf die linke Hälfte des Diagramms.

⁵⁸⁰ Die alphabetische Reihenfolge gibt die Reihenfolge der Bearbeitung an.

- Carmen konstruiert nur einen Stundenverlauf für die Klasse 5b. Dabei wurden vorgegebene Ziele von ihr so niedrig gewichtet, dass sie eine „Gesamtzielwertung“ von 100 erreicht, vielleicht auch deshalb ist dies der letzte Programmdurchlauf.
- Nur bei zwei Pfaden wird die zusammenfassende Bewertung durch das Programm von Carmen überhaupt zur Kenntnis genommen

Der mit einem Stern markierte Pfad ergibt sich aus reinem Probierverhalten Carmens: *Das hier ist, glaube ich, viel langweiliger. Ich guck mal.* Auch daher schätzen wir den explorierten Teilgraphen als schmal ein.

Die folgende Abbildung zeigt noch einmal das Kontextdiagramm von Carmens Bearbeitung des Szenarios. Die Aspektbereiche (A) und (P) werden etwa gleich häufig beachtet, der mathematische Fachinhalt (Aspektbereich (M)) wird deutlich weniger und vor allem zu Beginn der Szenariobearbeitung berücksichtigt. In einer Situation beachtet Carmen alle drei Aspektbereiche gleichzeitig.

Abbildung 77: Kontextdiagramm zur Versuchsperson A2

Das Diagramm zeigt unter anderem auch eine inkonsistente Entscheidung: In der Situation, die durch das Arbeitsblatt in Abbildung 73⁵⁸¹ dargestellt wird, entscheidet Carmen, nur die erste und zweite Tischgruppe um Vorstellung ihrer Ergebnisse zu bitten:

... weil das mit dem Zusammenlegen ist zwar eine gute Idee, aber weil die auch 98 ... und damit hat das ja nachher nicht ganz so viel zu tun.

In einem späteren Durchlauf wird in dieser Situation sogar nur noch die erste Gruppe zugelassen:

⁵⁸¹ Vergleiche Seite 177.

Also dies hier [Ansatz der ersten Tischgruppe] gefällt mir immer noch am besten, vielleicht habe ich mir für dieses Thema ja die falsche Klasse ausgesucht.[!]

Unseres Erachtens überträgt Carmen an dieser Stelle *ihre* Erfahrungen bei der Bearbeitung des Faltproblems auf die Schüler. Dies könnte auch eine Ursache für die allgemeine „Linkslastigkeit“ des Teilgraphen der von Carmen durchlaufenen Pfade sein. Weil sie die Bearbeitung des Faltproblems letztendlich auf arithmetische Aspekte der Problemstellung fokussiert hatte, gestaltete sie ganz überwiegend den Unterricht entsprechend.

Darüber hinaus ist im Kontextdiagramm zu erkennen, dass Carmen recht häufig ihre Explorationsabsicht betont. Gelegentlich schlägt sie zusätzliche Eingriffsmöglichkeiten vor, insbesondere sind ihr einige Pfade zu kurz.

Die folgenden Auszüge zeigen Reflexionsansätze auf, darüber hinausgehende Hinweise auf die Komponente „Reflektiertheit“ konnten wir nicht finden, insbesondere werden ja auch Situationen zur Bewertung des durchlaufenen Pfades – die diesbezüglich einiges Potenzial bieten – fast nie für Reflexionen benutzt.⁵⁸²

Nr.	K	Zeit	Entscheidungen im Computerszenario	Freie Äußerungen der Versuchsperson
6	Z	0:37	Carmen schätzt angebotene Ziele hinsichtlich ihrer Wichtigkeit ein.	*Wenn sie [die Schüler] die Regel für die Zahl der Löcher begründen können, müssten sie das ja eigentlich auch können.* ⁵⁸³
62	Wn	2:36	Carmen setzt sich mit der Bewertung des aktuellen Pfades auseinander.	*Aber warum ist der gelbe Balken bei diesem Ziel „Regel für die Zahl der Löcher begründen können“ nur bis zur Mitte? Sie haben doch die Formel herausgefunden. Ist es das nicht?*
67	Z	3:07	Bei einer erneuten Wichtung vorgegebener Ziele berücksichtigt Carmen detailliert vorangegangene Bewertungen.	
114	E	0:05	Carmen entscheidet sich für die Klasse 5c zum wiederholten Male für Gruppenarbeit.	*Gruppenarbeit klappt bei denen anscheinend gut, auch weil sie sich gegenseitig helfen können.*

Doch überraschend für den Autor war eine Nachfrage Carmens in einem Gespräch über das Szenario direkt im Anschluss an dessen Bearbeitung.

VP: *Also kann mir das Programm auch sagen, was das beste ist? ...*

VL: *Na was meinst du, kann es das?*

VP: *Ja! Wenn ich es dementsprechend oft ausprobiert habe, dann werde ich herausbekommen haben, was das Programm meint.*

Offenbar wird das Computerszenario, das ja gerade einen Ausschnitt aus der Vielfalt möglicher Problembearbeitungsprozesse und damit zusammenhängender Aspekte, Vernetzungen zwischen Unterrichtsbedingungen, Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und von Problembearbeitungsprozessen von Schülern und die Multidimensionalität von Entscheidungen aufzeigen soll und – nach Meinung des Verfassers – auch aufzeigt, als ein Instrument betrachtet, mit dessen Hilfe sich „beste Lösungen“ für didaktisch-methodische Fragen finden lassen.

⁵⁸² Vergleiche auch das Pfaddiagramm auf Seite 179.

⁵⁸³ In diesen vielleicht etwas missverständlichen Äußerungen zeigt sich unseres Erachtens der Versuch Carmens, Zusammenhänge zwischen einzelnen, im Szenario angebotenen Unterrichtszielen herzustellen.

Mit dieser Auffassung ist Carmen allerdings kein Einzelfall, vielmehr deutet sie sich bei mehreren Versuchspersonen an. Offenbar wird ein Großteil der Komplexität und insbesondere der Vernetzungen im Modell nicht wahrgenommen bzw. werden entsprechende Schlussfolgerungen von den Studierenden (noch) nicht gezogen. An dieser Stelle zeigt sich unseres Erachtens noch einmal mit aller Deutlichkeit die Notwendigkeit, Studierende im Rahmen der Ausbildung intensiver für die Komplexität von Unterricht zu sensibilisieren.

Wir kommen zu folgender Gesamteinschätzung:

Abbildung 78: Einschätzung der Versuchsperson A2

Pfad- und Kontextdiagramme sowie Gesamteinschätzungen hinsichtlich der Sensibilität für Komplexität für die anderen Versuchspersonen findet der Leser im Anhang F, Seite 261 ff.

7.4 Weitere Ergebnisse

In diesem Abschnitt sollen einige Ergebnisse unserer Untersuchungen zur Sensibilität für Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts für alle Versuchspersonen überblickartig zusammengetragen werden.

Sucht man im vorfindbaren Datenmaterial zur Szenariobearbeitung nach Hinweisen auf mögliche Muster und Zusammenhänge, so könnte es sich als nützlich erweisen, zunächst unabhängig von diesem Differenzierungen zwischen den Versuchspersonen anhand spezifischer Aspekte vorzunehmen, die Merkmale der Szenariobearbeitung beeinflussen könnten. Schon durch die verwendeten Kodierungen ist ja eine erste Unterscheidung der Probanden nach ihrer Ausbildungsstätte vorgenommen worden. In diesem Zusammenhang denkbar ist beispielsweise auch eine Differenzierung der Versuchspersonen nach der Schulstufe, für die sie ausgebildet werden. Allerdings sind die Anzahlen bzw. relativen Anteile der Studierenden für ein Lehramt an Schulen der Sekundarstufe I (J5, A1) und an Gymnasien (J1 – J4) auch für eine hypothesengenerierende Untersuchung sehr gering.

Darüber hinaus können Versuchspersonen der von uns untersuchten Stichprobe danach unterschieden werden, wie intensiv und mit welchem Erfolg sie sich (vor der Bearbeitung des Szenarios) mit dem Faltproblem auseinander gesetzt haben. Diesbezüglich wollen wir drei Untergruppen der Stichprobe differenzieren.

Gruppe 1: Versuchspersonen dieser Gruppe setzten sich über längere Zeit mit dem Faltproblem auseinander und erzielten dabei zumindest wesentliche Zwischenergebnisse. Zur Illustration sei der Versuchsteilnehmer E3 zitiert, der sich nach eigenen Angaben zwei bis drei Stunden mit dem Problem beschäftigte:

Als erstes habe ich versucht herauszufinden, wo diese Löcher entstehen. Wo die entstehen und wodurch, ob das jetzt einfach willkürlich ist. Und da bin ich dann darauf gekommen, dass es diese Schnittpunkte sind zwischen diesen Knickfalten, dass immer diese Schnittpunkte so ein Loch ergeben. Der Rest ergibt immer nur eine Kerbe. Ja, und dann habe ich versucht, dies irgendwie mathematisch umzusetzen und bin erst total gescheitert, weil ich nicht so der «arithmetische Typ» bin. Ich bin dann aber darauf gekommen, dass der Faktor 2 eine Rolle spielt, denn durch dieses Falten werden ja die [Anzahlen der] Flächen verdoppelt. Und ich bin darauf gekommen, dass es zwei Richtungen von Faltungen gibt, einmal Querfaltungen und einmal Längsfaltungen. Und dann hatte ich so eine ähnliche Formel wie in der Lösung auch.

Diese Gruppe besteht aus den Versuchspersonen A2, A4, J1, J3, J4, E3, E5.

Gruppe 2: In diese Gruppe werden zum einen Versuchspersonen eingeordnet, die erste Teilergebnisse erreichten. Zum anderen besteht die Gruppe aus Probanden, die sich zumindest über längere Zeit mit dem Faltproblem beschäftigten, auch wenn sie dabei kaum Ergebnisse erzielten, die über Anzahlen von Löchern, Feldern, Faltlinien, Einschnitten, Ecken etc. und einfache Zusammenhänge zwischen diesen weit hinausgingen.

Diese Gruppe besteht aus den Versuchspersonen A1, J2, J5, E1, E2, E6, E7, E10.

Gruppe 3: Versuchspersonen dieser Gruppe beschäftigten sich nur kurze Zeit mit dem Faltproblem. Teilweise wurde auch das Material zum mathematischen Hintergrund nur flüchtig bearbeitet.

Diese Gruppe besteht aus den Versuchspersonen A3, E4, E8, E9, E11.

Die Studiengänge⁵⁸⁴ der Versuchspersonen sind auf diese Gruppen nicht gleichverteilt, wie das folgende Diagramm zeigt.

⁵⁸⁴ An der Untersuchung nahmen Studierende für das Lehramt Mathematik an Gymnasien (J1 – J4), für das Lehramt Mathematik an Schulen der Sekundarstufe I (J5, A1) und Studierende für ein Lehramt an Grundschulen (A2 – A4, E1 – E11) teil, wobei die Versuchspersonen E10 und E11 Mathematik als Schwerpunktfach ihrer Ausbildung gewählt hatten.

Abbildung 79: Zur Verteilung der Versuchspersonen auf die Gruppen 1 – 3

In der Abbildung wird insbesondere deutlich, dass alle Studierenden für ein Lehramt an weiterführenden Schulen zumindest Teilergebnisse erreichten oder sich über längere Zeit mit dem Faltpproblem auseinandersetzen. Drei von vier Studierenden für ein Lehramt an Gymnasien haben bei dessen Bearbeitung zumindest wesentliche Zwischenergebnisse erzielt und gehören der Gruppe 1 an. Hinweise darauf, dass sich bei den Studierenden für ein Lehramt an Grundschulen die Wahl des Fachs Mathematik als Schwerpunktfach der Ausbildung positiv auf die Problembearbeitung auswirken könnte, gibt es nicht.

Das folgende Säulendiagramm zeigt für alle Versuchspersonen die Bearbeitungszeiten des Computerszenarios. Zusätzlich sind die Anzahlen der in dieser Zeit bearbeiteten Programmseiten angegeben.

Abbildung 80: Bearbeitungszeiten und Anzahlen bearbeiteter Programmseiten⁵⁸⁵

⁵⁸⁵ Die Säulen sind nach den jeweiligen Studienrichtungen farblich unterschieden; vergleiche auch Abbildung 79.

Die Versuchsperson J2 studiert für ein Lehramt an Gymnasien. Sie hat mit 26 Minuten (Säule, Größenachse links) die geringste Bearbeitungszeit, in dieser Zeit jedoch 46 Programmseiten (Linie, Größenachse rechts) bearbeitet. Die Versuchsperson A4, Studentin für ein Lehramt an Grundschulen, setzte sich mit 38 Minuten zwar über eine etwas längere Zeit mit dem Szenario auseinander, bearbeitete aber lediglich 14 Programmseiten. Die längste Bearbeitungszeit liegt bei E3 mit 82 Minuten vor, A2 bearbeitete mit 140 die meisten Seiten im Computerszenario. Zusammenhänge zwischen Bearbeitungszeit und Anzahl der Arbeitsblätter einerseits, Studienrichtung und Hochschule andererseits werden im Diagramm nicht deutlich.⁵⁸⁶

Betrachtet man die Verteilung der Gruppen 1 – 3 auf die Bearbeitungszeit, so ergibt sich das folgende Histogramm.

Abbildung 81: Histogramm zur Bearbeitungszeit

Die Säule zu der mit „56“ bezeichneten Kategorie zeigt an, dass insgesamt vier Versuchspersonen zwischen 51 und 56 Minuten mit dem Computerszenario arbeiteten. Von diesen war jeweils eine Versuchsperson aus den Gruppen 1 und 3, zwei entstammten der zweiten Gruppe.

Etwa ein Drittel der Versuchspersonen beschäftigte sich länger als eine Stunde mit dem Computerszenario, ein weiteres Drittel allerdings auch weniger als 45 Minuten.

Versuchspersonen der zweiten und dritten Gruppe verteilen sich relativ gleichmäßig auf das gesamte Spektrum, während bei den Probanden der Gruppe 1, die sich intensiv und mit einigem Erfolg mit dem Faltproblem auseinander setzten, eine Tendenz zu höheren Bearbeitungszeiten des Szenarios erkennbar ist.

Werden die im Programm aufgerufenen Arbeitsblätter ausgezählt, so deutet sich entsprechend an, dass Probanden der ersten Gruppe durchschnittlich mehr Programmseiten – und damit auch mehr Programmdurchläufe – bearbeiteten als die übrigen Versuchspersonen.

⁵⁸⁶ Auf die Verwendung statistischer Verfahren wird aufgrund des geringen Umfangs des Datenmaterials und der (später) verwendeten Skalentypen verzichtet.

Abbildung 82: Histogramm zur Anzahl bearbeiteter Programmseiten

Durch Vergleich von Bearbeitungszeit und Anzahl der bearbeiteten Programmseiten in

Abbildung 80⁵⁸⁷ erhält man einen Eindruck von der Bearbeitungsgeschwindigkeit der jeweiligen Versuchsperson. Offenbar arbeiteten A4 und E7 besonders langsam, während J3 und A2 besonders rasch vorgingen.

Eine mögliche Ursache für unterschiedliche Bearbeitungsgeschwindigkeiten der Versuchspersonen sind deren unterschiedlich umfangreiche Verbalisationen. Ordnet man die Daten zur relativen Verbalisationshäufigkeit der Probanden, das heißt zum Anteil der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen, in denen sich der Proband äußerte, nach dem Verhältnis aus der Anzahl der Arbeitsblätter und der Bearbeitungszeit, so ergibt sich das folgende Diagramm:

Abbildung 83: Relative Verbalisationshäufigkeit der Versuchspersonen, nach Bearbeitungsgeschwindigkeit geordnet

⁵⁸⁷ Vergleiche Seite 184.

Die Versuchsperson A4 hat in relativ längerer Zeit nur sehr wenige Programmseiten bearbeitet, während A2 bei der Szenariobearbeitung am schnellsten vorgegangen ist.

Die Versuchsperson A3 hat in etwa 92 Prozent aller Entscheidungs- und Beobachtungssituationen verbalisiert, während E11 trotz gelegentlicher Aufforderungen durch den Versuchsleiter – deren relative Häufigkeit durch die Länge des beigefarbenen Anteils der Säule angezeigt wird – nur in etwa 29 Prozent dieser Situationen verbalisierte. Die Versuchsperson J3 aus Gruppe 1 erreichte die zweithöchste Bearbeitungsgeschwindigkeit; sie verbalisierte in keiner Entscheidungs- oder Beobachtungssituation.⁵⁸⁸

Erwartungsgemäß zeigt sich im Diagramm, dass langsame Bearbeiter tendenziell häufiger verbalisieren. Allerdings lassen beispielsweise schon die Daten der Versuchsperson J5 erkennen, die sich trotz relativ hoher Bearbeitungsgeschwindigkeit am dritthäufigsten äußerte, dass es diesbezüglich keinen monotonen Zusammenhang gibt.⁵⁸⁹ Dies kann auch nicht erwartet werden, da zum einen die Bearbeitungsgeschwindigkeit unter anderem sicher auch von den subjektiven Anforderungen des Szenarios an den Bearbeiter beeinflusst wird.⁵⁹⁰ Zum anderen erfasst das obige Diagramm lediglich die relative Häufigkeit von Verbalisationen ohne Berücksichtigung der Verbalisationsdauer.⁵⁹¹

7.4.1 Explorationsverhalten

Die Exploration des Computerszenarios durch die Versuchspersonen wurde auf den Dimensionen „Umfang“ und „Breite“ erfasst, wobei jeweils drei Niveaus differenziert wurden. Zusammenfassend ergibt sich das folgende Blasendiagramm:

Abbildung 84: Blasendiagramm zum Explorationsverhalten

Auf der Abszisse des Diagramms ist die Breite der Exploration, auf der Ordinate deren Umfang abgetragen. Die Anzahlen der Versuchspersonen auf den jeweiligen Niveaus werden durch die Zahlen im Diagramm angegeben, deren Verhältnis wird durch das Verhältnis der

⁵⁸⁸ Entsprechende Bitten des Versuchsleiters erfolgten nicht, da die Arbeitsblätter eben sehr zügig bearbeitet wurden; vergleiche auch Seite 134.

⁵⁸⁹ Vergleiche dazu auch Fußnote 595.

⁵⁹⁰ Subjektive Anforderungen können selbstverständlich auch die Verbalisationshäufigkeit beeinflussen.

⁵⁹¹ Außerdem gibt es keine Anhaltspunkte für Zusammenhänge zwischen der Studienrichtung der Versuchspersonen und deren Verbalisationshäufigkeit; vergleiche dazu auch Abbildung 86, Seite 190.

Flächeninhalte visualisiert. Alle Ausprägungen sind belegt; zwei Versuchspersonen erreichen auf beiden Dimensionen das jeweils höchste Niveau, drei Probanden wird auf beiden Dimensionen das jeweils niedrigste Niveau zugeordnet.

Im Diagramm wird der geringe Umfang der Exploration des Szenarios bei zahlreichen Versuchspersonen besonders deutlich. Obwohl diesbezügliche Niveaus ausgehend vom vorgefundenen Datenmaterial bereits sehr niedrig festgelegt wurden, kann nur bei vier Probanden der Explorationsumfang als (relativ) hoch eingeschätzt werden; der Hälfte der Versuchspersonen muss diesbezüglich das niedrigste Niveau zugeordnet werden.

Nach Augenschein kann anhand des Diagramms gegen eine weitgehende Unabhängigkeit der Dimensionen „Breite“ und „Umfang“ nichts eingewendet werden.⁵⁹²

Werden die Versuchspersonen in die Gruppen 1 – 3 differenziert, so kann man für die Gruppe 1 der erfolgreichen Problembearbeiter aufgrund der tendenziell höheren Anzahl bearbeiteter Programmseiten eine umfangreichere Exploration erwarten. Dies wird durch die folgende Abbildung bestätigt.

Abbildung 85: Explorationsverhalten, differenziert nach den Gruppen 1 – 3

⁵⁹² Vergleiche auch Fußnote 513 auf Seite 144.

Das höchste Niveau der Dimension „Umfang“ wird ausschließlich von Probanden aus der ersten Gruppe erreicht, allen Mitgliedern der dritten Gruppe musste das unterste Niveau dieser Dimension zugeordnet werden. Die Versuchsperson A4 ist in gewisser Weise ein Ausreißer: Sie gehört zur Gruppe 1 der erfolgreichen Problembearbeiter, konstruierte allerdings nur einen Unterrichtsverlauf im Szenario. Ihr werden daher auf beiden Dimensionen die jeweils niedrigsten Niveaus zugewiesen.

Für die relativ zur Stichprobe umfangreiche Exploration durch fast alle Versuchspersonen der ersten Gruppe sehen wir vor allem folgende mögliche Gründe:

- Probanden dieser Gruppe beschäftigten sich über längere Zeit und zumindest teilweise erfolgreich mit dem Faltproblem. Damit zusammenhängend standen sie im Allgemeinen einem möglichen Einsatz des Problems im Mathematikunterricht aufgeschlossen gegenüber. Dies könnte sich positiv auf die Bereitschaft zu einer längeren Auseinandersetzung mit dem Computerszenario ausgewirkt haben.⁵⁹³
- Versuchspersonen der Gruppe 1 beschäftigten sich teilweise intensiver und erfolgreicher mit dem Faltproblem als andere Probanden. Daher waren sie möglicherweise in stärkerem Maße mit verschiedenen Bearbeitungsansätzen vertraut oder sie erkannten diese während der Szenariobearbeitung aufgrund umfangreicherer Vorerfahrungen eventuell leichter als andere. Dies könnte sich positiv auf den Umfang und auch auf die Breite der Exploration des Computerprogramms ausgewirkt haben.
- Eventuell sind Versuchspersonen der ersten Gruppe allgemein stärker als andere Probanden bereit, sich mitunter auch zeitlich länger mit herausfordernden Problemen eigenständig auseinander zu setzen.

7.4.2 Kontextsensitivität

Mit der Komponente „Kontextsensitivität“ wird unter anderem erfasst, inwieweit Versuchspersonen in Entscheidungs- und Beobachtungssituationen Problembearbeitungsprozesse von Schülern (Aspektbereich (P)), den mathematischen Inhalt (Aspektbereich (M)) und soziale und affektive Aspekte des Unterrichtsgeschehens (Aspektbereich (A)) berücksichtigen. Darüber hinaus wird erfasst, wie oft verschiedene Aspectbereiche durch die Versuchspersonen gleichzeitig beachtet werden. Allerdings tritt dies in der untersuchten Stichprobe so selten auf – beispielsweise beachteten nur zwei Probanden in jeweils einer Situation alle drei Aspectbereiche (A), (M) und (P) gleichzeitig⁵⁹⁴ –, dass auf einen weiteren Einbezug auch dieser Daten verzichtet werden kann.

Wie bereits an anderer Stelle festgestellt, können die Anzahl oder auch nur der Anteil der Situationen, in denen die Bereiche (A), (M) und (P) von Probanden beachtet werden, noch nicht als zuverlässige Hinweise auf den Grad der Kontextsensitivität gewertet werden, da die Anzahl der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen vom Bearbeitungsumfang und die Möglichkeit entsprechender Kategorisierungen der einzelnen Situationen stark von der Verbalisationsbereitschaft bzw. -fähigkeit der Probanden abhängig sind. Das folgende Diagramm zeigt zur Illustration vergleichend den Anteil der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen, die hinsichtlich der Aspectbereiche (P), (M) und (A) kategorisiert werden konnten (Linie) und den Anteil der Programmseiten, zu denen die Versuchsperson verbalisierte (Säule).

⁵⁹³ Allerdings brach die Versuchsperson A4 die Bearbeitung des Szenarios sehr schnell ab, da sie sich ganz überwiegend für soziale und affektive Aspekte des Unterrichtsgeschehens interessierte, die im Szenario ja nur in geringerem Umfang und mit niedrigerem Auflösungsgrad dargestellt werden.

⁵⁹⁴ Vergleiche auch Anhang F, Seite 261 ff.

Abbildung 86: Relative Verbalisationshäufigkeit und Anteil kategorisierter Situationen

Abbildung 86 zeigt beispielsweise für die Versuchsperson J1, die an der Universität Jena (J*) für das Lehramt Mathematik an Gymnasien studiert (dunkelblaue Säule), dass sie in etwa 76 Prozent aller Situationen verbalisierte und dass etwa 60 Prozent der Entscheidungs- und Beobachtungssituationen kategorisiert werden konnten. Die Versuchsperson J3 verbalisierte in keiner Entscheidungs- und Beobachtungssituation, daher wurden auch keine Kategorisierungen vorgenommen.

Nur bei der Versuchsperson A4 ist der Anteil kategorisierter Situationen größer als der Anteil der Situationen, in denen sie verbalisierte. Dies liegt zum einen an der hohen Verbalisationsbereitschaft der Studentin und zum anderen daran, dass Kategorisierungen nicht ausschließlich auf der Grundlage von Probandenäußerungen erfolgen.

Im Diagramm deutlich zu erkennen ist der positive Zusammenhang zwischen Verbalisationshäufigkeit und dem Anteil kategorisierter Situationen. Dabei können Unterschiede im Verhältnis dieser beiden Größen verschiedene Ursachen haben, zu denken ist dabei selbstverständlich an mögliche Unterschiede hinsichtlich der Qualität von Probandenäußerungen⁵⁹⁵ aber beispielsweise auch an die unterschiedlich ausgeprägte Verbalisationsfreude von Versuchspersonen. Daher können unseres Erachtens auch Unterschiede im Verhältnis aus Verbalisationshäufigkeit und dem Anteil kategorisierter Situationen keine zuverlässigen Hinweise auf die Kontextsensitivität der Probanden liefern.

Die in den Fallstudien des vorigen Abschnitts und im Anhang F zusammengetragenen Graphiken zur Kontextsensitivität weisen nach, dass die Beachtung der gerade auch für einen problemorientierten Mathematikunterricht besonders bedeutsamen mathematisch-kognitiven Aspekte des Unterrichtsgeschehens durch verschiedene Versuchspersonen mitunter sehr unterschiedlich ist.

⁵⁹⁵ Beispielsweise äußerte die Versuchsperson J5 überaus häufig ihre Unzufriedenheit darüber, vorgefasste Vorstellungen nicht genau umsetzen zu können. Im Szenario dargebotene Informationen zu den jeweiligen Entscheidungssituationen wurden allerdings recht selten beachtet. Daher war J5 einerseits in der Lage, das Szenario relativ zügig zu bearbeiten, andererseits ist die Verbalisationshäufigkeit entsprechend hoch.

Abbildung 87: Graphiken zur Kontextsensitivität der Versuchspersonen J1 (oben) und E10 (unten)

So beziehen sich beispielsweise bei J1 etwa 55 Prozent aller kategorisierbaren Äußerungen und Interaktionen mit der Software auf Problembearbeitungsprozesse von Schülern, also den Aspektbereich (P), und weitere 13 Prozent auf den mathematischen Inhalt (Aspektbereich (M)), während E10 diese Aspektbereiche lediglich in jeweils einer Situation beachtet, obwohl Mathematik Schwerpunktfach ihrer Ausbildung ist.

Sucht man in der Probandengruppe nach möglichen Untergruppen hinsichtlich der Komponente „Kontextsensitivität“, so bietet sich als heuristisches Mittel unter anderem ein Streudiagramm an, wie es die folgende Abbildung aus unterschiedlichen Perspektiven zeigt:

Abbildung 88: Streuungsdiagramm zur Komponente „Kontextsensitivität“ aus zwei Perspektiven

Auf den Achsen des Diagramms sind die Anteile der verschiedenen Aspektbereiche an den kategorisierbaren Äußerungen und Interaktionen abgetragen, so dass jeder Versuchsperson eindeutig ein entsprechender Datenpunkt im abgebildeten Quader zugeordnet werden kann. Für eine leichtere Lesbarkeit sind die Koordinaten- bzw. dazu parallele Ebenen mit den in den Kontextdiagrammen verwendeten Farben gekennzeichnet; auf der zur grünen Ebene senkrechten, ebenfalls grün eingefärbten Achse wird der Anteil des Aspektbereiches (A) abgetragen, für die anderen Achsen gilt entsprechendes.

Offenbar konzentrieren sich einige Versuchspersonen ganz überwiegend auf affektive, soziale und methodische Aspekte des Unterrichts (Aspektbereich (A)), zum einen erkennbar am geometrischen Ort entsprechender Datenpunkte und zum anderen auch daran, dass die entsprechende Koordinatenachse die längste ist.⁵⁹⁶ Darüber hinaus lassen sich allerdings unseres Erachtens in der Versuchspersonengruppe keine Untergruppen deutlich voneinander trennen.

Für eine leichtere Vergleichbarkeit übertragen wir Daten zur Kontextsensitivität in ein Säulendiagramm, in dem die Längen der Abschnitte der Säule zur jeweiligen Versuchsperson den Anteil ihrer Äußerungen und Interaktionen im Zusammenhang mit dem jeweiligen Aspektbereich visualisieren.

⁵⁹⁶ Man beachte die Achsenbeschriftungen in Abbildung 88.

Abbildung 89: Kontextsensitivität der Versuchspersonen⁵⁹⁷

Bei der Versuchsperson J1 beziehen sich also 55 Prozent aller Verbalisationen und Interaktionen auf Merkmale von Problembearbeitungsprozessen von Schülern (Aspektbereich (P)), etwa 13 Prozent beziehen sich auf den mathematischen Inhalt (Aspektbereich (M)) und etwa 32 Prozent auf affektive und soziale Aspekte des Unterrichtsgeschehens (Aspektbereich (A)).

Offenbar wird der Aspektbereich (P) von den Versuchspersonen J1 und A1 am stärksten berücksichtigt, E10 berücksichtigt ihn fast nicht. Fachliche Aspekte des Faltproblems werden von J4 am stärksten beachtet, J5 berücksichtigt diese überhaupt nicht. Auch die Versuchsperson E10 beachtet Aspekte des Bereiches (M) kaum.

Insgesamt deutet sich an, dass der Aspektbereich (A) von Studierenden für ein Lehramt an Grundschulen (A2 – E11) stärker beachtet wird als von Studierenden für das Lehramt Mathematik an Gymnasien (J1 – J4), für erstere ergibt sich ein Mittelwert von etwa 52 Prozent, für die Gymnasiallehrerstudierenden von etwa 38 Prozent.⁵⁹⁸ Umgekehrtes gilt für den Aspektbereich (P); dieser wird von den Jenaer Studierenden zu etwa 37 Prozent beachtet, von den Studierenden für ein Grundschullehramt lediglich zu etwa 24 Prozent.⁵⁹⁹

Da Problembearbeitungsprozesse von Schülern im Zentrum eines stärker problemorientierten Mathematikunterrichts stehen und ein derartiger Unterricht gerade auch diesbezüglich besondere Anforderungen an die Lehrkraft stellt, wird im folgenden Diagramm die Berücksichtigung des Aspektbereichs (P) durch die Versuchspersonen noch einmal gesondert dargestellt.

⁵⁹⁷ Zu den Versuchspersonen J3 und A4 können hinsichtlich der Kontextsensitivität keine Aussagen gemacht werden.

⁵⁹⁸ Allerdings beruht der zweite Mittelwert auf einer sehr schmalen Datenbasis.

⁵⁹⁹ Dieser niedrige Mittelwert wird vor allem dadurch verursacht, dass sich etwa bei der Hälfte aller Studierenden für ein Lehramt an Grundschulen weniger als 13 Prozent aller Verbalisationen und Interaktionen auf den Aspektbereich (P) beziehen.

Abbildung 90: Anteil der Äußerungen und Interaktionen zu Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen von Schülern (Aspektbereich (P))⁶⁰⁰

Etwa ein Drittel der Versuchspersonen – sämtliche Studierende für ein Lehramt an Grundschulen – berücksichtigt trotz der Schwerpunktsetzung des Computerszenarios aktuelle Problembearbeitungsprozesse der Schüler in weniger als 20 Prozent aller Entscheidungs- und Beobachtungssituationen. Ein weiteres Drittel beachtet diesen Aspektbereich (P) in mehr als 40 Prozent dieser Situationen. Zu diesem gehören Versuchspersonen aller Studienrichtungen und auch alle drei Probandengruppen, die hinsichtlich der Bearbeitung des Faltpblems differenziert wurden, sind in diesem „oberen“ Drittel vertreten. Hinweise auf mögliche Zusammenhänge zwischen Probandenmerkmalen und dem Anteil des Aspektbereiches (P) an den Äußerungen und Interaktionen der Versuchspersonen, die über bereits Gesagtes hinausgehen, ergeben sich nicht.

Werden zusätzlich Aspekte des mathematischen Inhalts, also der Bereich (M) einbezogen und entsprechende Daten nach den Gruppen 1 – 3 geordnet, so ergibt sich eine Tendenz, die auch aufgrund unterschiedlich umfangreicher Vorerfahrungen der Versuchspersonen zu erwarten ist: Problembearbeitungsprozesse von Schülern und fachliche Aspekte insgesamt werden von Probanden der Gruppe 3, die sich zügig über das Faltpblem informierten, am wenigsten berücksichtigt.

⁶⁰⁰ Für die Versuchspersonen J3 und A4 konnte eine Kategorisierung bzw. Auswertung nicht erfolgen.

Abbildung 91: Kontextsensitivität der Versuchspersonen, angeordnet nach den Gruppen 1 (links) – 3 (rechts)

Wir wollen noch mögliche Zusammenhänge zwischen der Kontextsensitivität der Versuchspersonen und ihrem Explorationsverhalten untersuchen. Dazu werden im folgenden Säulendiagramm entsprechende Daten nach dem Umfang der Exploration des Szenarios durch die jeweilige Versuchsperson angeordnet. Eine zusätzliche Berücksichtigung der Breite der Exploration, also ein Vergleich der sich daraus ergebenden 3×3 – Untergruppen hinsichtlich der Komponente „Kontextsensitivität“ scheint uns aufgrund des geringen Datenumfangs nicht angebracht.

Abbildung 92: Kontextsensitivität der Versuchspersonen, angeordnet nach dem Umfang der Szenarioexploration

Die Versuchsperson E7 hat das Computerszenario am wenigsten exploriert, A2 durchlief die meisten Pfade.⁶⁰¹

Versuchspersonen, die sehr wenig explorieren, beachten offenbar überwiegend soziale und affektive Aspekte des dargestellten Unterrichtsgeschehens. Darüber hinaus kann ein Zusammenhang zwischen dem Explorationsumfang und dem Umfang der Berücksichtigung mathematisch-kognitiver Aspekte nicht gesichert werden. Auch aus dem folgenden Streuungsdiagramm, in dem die Anzahl bearbeiteter Programmseiten und der Anteil des Aspektbereichs (P) an den Äußerungen und Interaktionen der Versuchsperson abgetragen sind, ergeben sich keine weiteren Anhaltspunkte.

Abbildung 93: Streuungsdiagramm zum Explorationsumfang und dem Anteil des Aspektbereichs (P)

Insgesamt sehen wir keine Hinweise auf engere Zusammenhänge zwischen den Komponenten „Explorationsverhalten“ und „Kontextsensitivität“.

Bei den Ergebnissen zur Kontextsensitivität muss allerdings berücksichtigt werden, dass lediglich relative Häufigkeiten der verschiedenen Aspektbereiche erfasst werden; hinsichtlich der Qualität der Berücksichtigung bei der Auseinandersetzung mit dem Szenario werden keine Aussagen gemacht. Durch die statistischen Angaben könnte daher unseres Erachtens die Berücksichtigung von mathematisch-kognitiven Aspekten und insbesondere auch von Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen der Schüler durch die Versuchspersonen noch *überschätzt* werden. In der folgenden Liste haben wir deshalb zur Illustration *alle* Äußerungen der Versuchspersonen E10, E5, E2, E8, E1⁶⁰² in Entscheidungssituationen zusammengestellt, die sich auf den entsprechenden Aspektbereich (P) beziehen.

[E10; 20]: *Wir könnten auch eine Säge nehmen." Das ist ja witzig.*
 [E5; 32]: *Vorhin habe ich gelesen, dass viele Schüler Schwierigkeiten hatten, zu unterscheiden zwischen einem Loch und dem, was an den Ecken weggeschnitten wurde. Dann sollte man das doch vielleicht noch mal klären.*

⁶⁰¹ Nur die Versuchsperson A4 bearbeitete noch weniger Programmseiten als E7, bei ihr stehen keine Daten hinsichtlich der Komponente „Kontextsensitivität“ zur Verfügung.

⁶⁰² Dabei handelt es sich um Versuchspersonen mit sehr geringem Anteil der Äußerungen und Interaktionen zum Aspektbereich (P); auf die Versuchsperson E9 wurde bereits im Abschnitt 7.3.3, Seite 174 ff. ausführlich eingegangen.

- [E5; 51]: *Ich glaube, ich werde jetzt erst mal doch eingreifen, denn die Schüler machen ja eigentlich auch schon mehr als sie sollten.*
- [E2; 31]: *Damit auch die zweite Gruppe, die nichts wusste, die ja nur geschnitten hat, dahinterkommt.*
- [E8; 16]: *Also wenn es ihnen jetzt so schwer fällt, etwas zu finden, ist es vielleicht doch besser, ... dass ich von Tisch zu Tisch gehe und doch einige Hinweise gebe. ...*
- [E1; 78]: *Das fetzt auch: „Bei vielen Schülern fällt das Papier auseinander.“*

Die Versuchspersonen E4 und E7 äußerten sich in keiner Entscheidungssituation zum Aspektbereich (P).

Obige Liste zeigt zum einen noch einmal den geringen Umfang, in dem Problembearbeitungsprozesse von Schülern in Entscheidungssituationen zur Unterrichtsgestaltung beachtet werden. Zum anderen deutet sich unseres Erachtens auch die teilweise nur geringe Qualität der Berücksichtigung dieses Aspektbereichs an.

Insgesamt muss eingeschätzt werden, dass mathematisch-kognitive Aspekte des modellierten Unterrichtsgeschehens trotz der Schwerpunktsetzung des Szenarios nur in geringem Umfang und häufig lediglich oberflächlich berücksichtigt werden – dies gilt im Besonderen für Probanden der Gruppe 3, die sich vor der Bearbeitung des Szenarios nur für kurze Zeit mit dem Faltpapier beschäftigten. Einem großen Teil der Studierenden fällt es insbesondere schwer, Problembearbeitungsprozesse, beispielsweise Schülervermutungen, -begründungen sowie zugrunde liegende Vorstellungen zu interpretieren und hinsichtlich möglicher Potenziale abzuschätzen. Darüber hinaus werden mögliche Auswirkungen von Unterrichtsentscheidungen auf diesen Aspektbereich kaum thematisiert.⁶⁰³

7.4.3 Inkonsistenz

Die Komponente „Inkonsistenz“ wird durch den Anteil inkonsistenter Entscheidungen der Versuchspersonen operationalisiert, wobei über die Konsistenz einzelner Entscheidungen anhand situationsspezifischer Konsistenzrahmen entschieden wird, die für die jeweiligen Situationen vom Autor entwickelt wurden und die sich hauptsächlich an mathematisch-kognitiven Aspekten des Unterrichtsgeschehens orientieren. Damit zusammenhängend werden bei Einschätzungen zur Konsistenz nur solche Entscheidungssituationen berücksichtigt, bei denen der jeweilige Konsistenzrahmen nicht alle im Szenario angebotenen Optionen umfasst. Das folgende Säulendiagramm zeigt entsprechende Daten für fast alle Versuchspersonen,⁶⁰⁴ wobei die Daten nach dem Umfang der Exploration des Szenarios geordnet sind. Der Anteil inkonsistenter Entscheidungen wird durch die Länge der entsprechenden Säule visualisiert.

⁶⁰³ Diese Ergebnisse korrespondieren auch mit Erfahrungen der PISA-Studie, die eine teilweise geringe Diagnosekompetenz von Lehrern hinsichtlich kognitiver Schülerprozesse andeuten.

⁶⁰⁴ Da sich die Versuchsperson A4 nur mit sehr wenigen Arbeitsblättern des Programms auseinander setzte, kann eine Einschätzung ihrer Szenariobearbeitung hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ nicht erfolgen.

Abbildung 94: Anteil inkonsistenter Entscheidungen, angeordnet nach dem Umfang der Szenarioexploration

Die Angaben zur Versuchsperson E8 beruhen auf einer besonders schmalen Datenbasis und sind daher schraffiert dargestellt.

Bei der Versuchsperson E2 werden etwa 75 Prozent aller Entscheidungen durch den Autor als inkonsistent eingeschätzt, bei der Versuchsperson E6 können alle Entscheidungen als konsistent angesehen werden. Bei etwa einem Drittel aller Versuchspersonen liegt der Anteil inkonsistenter Entscheidungen nahe bei 20 Prozent.

Zusammenhänge zwischen dem Umfang der Szenarioexploration und Komponente „Inkonsistenz“ sind im Diagramm nicht zu erkennen. Einerseits gibt es keine Hinweise darauf, dass die Konsistenz getroffener Entscheidungen und damit zusammenhängende Bewertungen der vom Nutzer konstruierten Unterrichtsverläufe den Umfang der Szenariobearbeitung beeinflussen. Auch unter (zusätzlichem) Einbezug des zeitlichen Verlaufs der jeweiligen Szenariobearbeitungen können umgekehrt keine Hinweise darauf gefunden werden, dass der Anteil inkonsistenter Entscheidungen mit zunehmender Auseinandersetzung mit dem Programm geringer wird. Andererseits ergeben sich aus dem Diagramm auch keine Anhaltspunkte für eine Beeinflussung der Konsistenzeinschätzungen durch den Umfang des zur Verfügung stehenden Datenmaterials.⁶⁰⁵

Im folgenden Diagramm sind die Daten der Versuchspersonen zur Inkonsistenz der Szenariobearbeitung nach deren Zugehörigkeit zu den Gruppen 1 – 3 geordnet.

⁶⁰⁵ Sofern dieses eine gewisse Mindestgröße nicht unterschreitet.

Abbildung 95: Anteil inkonsistenter Entscheidungen, angeordnet nach den Gruppen 1 – 3

Offenbar ist bei Probanden der ersten Gruppe, eventuell aufgrund umfangreicherer Vorerfahrungen, der Anteil inkonsistenter Entscheidungen tendenziell geringer als bei Probanden der übrigen Gruppen.

Im folgenden Streudiagramm sind der Anteil des Aspektbereichs (P) an den Äußerungen und Interaktionen der Versuchspersonen und der Anteil inkonsistenter Entscheidungen abgetragen. Hinweise auf Zusammenhänge zwischen den Komponenten „Kontextsensitivität“ und „Inkonsistenz“ oder auf mögliche Untergruppen in der Probandengruppe ergeben sich daraus nicht.

Abbildung 96: Streudiagramm zum Anteil des Aspektbereichs (P) und dem Anteil inkonsistenter Entscheidungen (Angaben in Prozent)

Besonders interessant erscheint uns, dass die Versuchsperson A1 einerseits den Aspektbereich (P) sehr stark beachtet (nämlich bei 60 Prozent aller Verbalisationen und Interaktionen), andererseits aber ein großer Teil ihrer Entscheidungen als inkonsistent bezeichnet werden muss (nämlich etwa 67 Prozent aller entsprechend kategorisierbaren Entscheidungen). Da sich die von uns festgelegten Konsistenzrahmen für die jeweiligen Entscheidungssituationen hauptsächlich auf dargestellte Problembearbeitungsprozesse von Schülern beziehen, wird damit und mit diesem Diagramm insgesamt noch einmal deutlich, dass mit der Komponente „Kontextsensitivität“ keine Aussagen hinsichtlich der *Qualität* der Berücksichtigung entsprechender Aspekte des Unterrichtsgeschehens gemacht werden. Umgekehrt kann aus Einschätzungen hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ nicht auf die Kontextsensitivität der Versuchspersonen geschlossen werden, da diese häufig auch ohne Berücksichtigung des Aspektbereiches (P) zufällig oder aus anderen Gründen Entscheidungen treffen, gegen deren Konsistenz nichts eingewendet werden kann.⁶⁰⁶

7.4.4 Reflektiertheit

Aussagen zur Reflektiertheit der Szenariobearbeitung beruhen auf Einschätzungen der Verbalisationen und Interaktionen der Versuchspersonen durch den Versuchsleiter.

Im folgenden Diagramm sind entsprechende Daten geordnet nach dem Umfang der Szenarioexploration durch die Versuchspersonen dargestellt. Daraus ergeben sich keine Hinweise auf Zusammenhänge zwischen beiden Komponenten oder auf denkbare Beeinflussungen der Einschätzungen durch den Versuchsleiter.

⁶⁰⁶ In diesem Sinne ist der Anteil inkonsistenter Entscheidungen für den Anteil von Entscheidungssituationen, in denen der Aspektbereich (P) nicht angemessen beachtet wird, lediglich eine teilweise recht grobe Abschätzung nach unten.

Abbildung 97: Reflektiertheit der Szenariobearbeitung, angeordnet nach dem Umfang der Szenarioexploration

Abbildung 98: Reflektiertheit der Szenariobearbeitung, angeordnet nach dem Anteil der Berücksichtigung von Merkmalen der Problembearbeitung an Äußerungen und Interaktionen der Versuchspersonen⁶⁰⁷

In Abbildung 98 sind Einschätzungen der Szenariobearbeitung hinsichtlich der Komponente „Reflektiertheit“ geordnet nach dem Anteil des Aspektbereiches (P) an Äußerungen und Interaktionen der Probanden dargestellt. Versuchspersonen, die diese Aspekte in nur sehr geringem Ausmaß berücksichtigen, gehen nach Einschätzung des Versuchsleiters bei der Bearbeitung des Computerszenarios insgesamt nicht oder kaum reflektiert vor. Darüber hinaus sehen wir keine Hinweise auf mögliche Zusammenhänge zwischen den Komponenten „Kontextsensitivität“ und „Reflektiertheit“.

Wird die von uns untersuchte Stichprobe in die Gruppen 1 – 3 differenziert, so ergibt sich das folgende Säulendiagramm:

⁶⁰⁷ Daten zu den Versuchspersonen J3 und A4 sind im Diagramm nicht enthalten, da bei diesen Aussagen zur Kontextsensitivität nicht möglich sind.

Abbildung 99: Reflektiertheit der Szenariobearbeitung, angeordnet nach den Gruppen 1 – 3

Augenscheinlich ist die Reflektiertheit in der Gruppe 1 am größten und auch in der zweiten Gruppe noch größer als in der dritten.⁶⁰⁸ Allerdings gibt es in allen drei Gruppen erhebliche Unterschiede zwischen einzelnen Versuchspersonen. Daraus und aus den im vorigen Abschnitt skizzierten Untersuchungsergebnissen zur Konsistenz der Szenariobearbeitung lässt sich erwarten, dass Versuchspersonen mit einem niedrigen Anteil inkonsistenter Entscheidungen häufiger höhere Bewertungen hinsichtlich der Komponente „Reflektiertheit“ erreichen als Probanden mit einem hohen Anteil inkonsistenter Entscheidungen. Dies wird durch das folgende Säulendiagramm bestätigt, in dem Bewertungen zur Reflektiertheit der Szenariobearbeitung nach zunehmender Konsistenz angeordnet sind. Darüber hinaus ergeben sich allerdings keine Hinweise auf mögliche Zusammenhänge zwischen beiden Komponenten.

Abbildung 100: Reflektiertheit der Szenariobearbeitung, angeordnet nach deren Konsistenz⁶⁰⁹

⁶⁰⁸ Dies gilt offenbar sowohl für die jeweiligen Mediane als auch für die Modalwerte.

⁶⁰⁹ Daten zur Versuchsperson A4 sind nicht enthalten, da bei dieser keine Aussage hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ vorliegt.

Bei den Einschätzungen zur Reflektiertheit ist zu berücksichtigen, dass diese relativ zur untersuchten Stichprobe erfolgen. Insgesamt muss unseres Erachtens die Reflektiertheit der Szenariobearbeitung bei zahlreichen Studierenden als sehr gering bezeichnet werden. Insbesondere Zusammenhänge zwischen Unterrichtsentscheidungen, mathematisch-kognitiven Merkmalen des Unterrichts und kognitiven Unterrichtszielen bzw. diesbezüglichen Bewertungen im Programm werden kaum thematisiert. Vielfach scheint bei Studierenden gar kein Bewusstsein für diesbezügliche mögliche Wechselwirkungen vorhanden zu sein. Auch daher gibt es dann wenig Anlässe zur Exploration des Szenarios oder zu Metakognition.

7.5 Zusammenfassung und kritische Bemerkungen

Zusammenfassend können wir feststellen:

- Durch eine Analyse von Bearbeitungen des Computerszenarios „Das Faltproblem“ lassen sich **differenzierte Informationen** hinsichtlich der neu entwickelten Komponenten „Explorationsverhalten“, „Kontextsensitivität“, „Inkonsistenz“ und „Reflektiertheit“ und damit Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts gewinnen.
- Gegen eine **weitgehende Unabhängigkeit** dieser Komponenten voneinander kann aufgrund des vorliegenden Datenmaterials aus unserer Sicht nichts eingewendet werden.
- Insgesamt konnte bei einem großen Anteil der von uns untersuchten Studierenden nur ein **geringer Grad der Sensibilität für Komplexität** festgestellt werden. Das Computerszenario wurde überwiegend nur wenig exploriert, dabei kann die Auseinandersetzung mit dem Programm häufig nur als kaum oder gering reflektiert bezeichnet werden. Trotz der auch für Studierende erkennbaren Schwerpunktsetzung des Szenarios wurden mathematisch-kognitive Aspekte bei Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung (und deren Evaluation) häufig nur in geringem Ausmaß und teilweise oberflächlich berücksichtigt. Insbesondere mögliche Zusammenhänge zwischen Merkmalen der Unterrichtsgestaltung und Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen von Schülern wurden nur selten thematisiert. In der Regel fiel es Studierenden auch schwer, im Szenario dargestellte Vermutungen und Begründungen der Schüler zu interpretieren und gegebenenfalls die weitere Bearbeitung der Problemstellung entsprechend anzuregen und zu unterstützen, so dass nicht selten inkonsistente Entscheidungen getroffen wurden.
- Besondere **„Sensibilitätstypen“**, also Untergruppen der untersuchten Stichprobe mit charakteristischen Ausprägungen auf den verschiedenen Komponenten, konnten vielleicht auch aufgrund des recht geringen Umfangs der von uns untersuchten Stichprobe nicht identifiziert werden. Auch zwischen den verschiedenen Lehramtsstudiengängen ergaben sich keine allgemeinen Unterschiede. Allerdings studieren alle Versuchspersonen, denen bezüglich der Komponente „Reflektiertheit“ das unterste Niveau zugeordnet wurde, für ein Lehramt an Grundschulen. Auch alle Probanden, die den Aspektbereich (P) – also Problembearbeitungsprozesse von Schülern – mit einem geringeren Anteil als 20 Prozent berücksichtigten, werden für diese Schulstufe ausgebildet.⁶¹⁰
Über mögliche Unterschiede zwischen weiblichen und männlichen Studierenden können schon deshalb keine Aussagen gemacht werden, weil 18 Studentinnen und nur zwei Studenten an der Untersuchung teilnahmen.⁶¹¹

⁶¹⁰ Vier Versuchspersonen berücksichtigten den Bereich (P) mit weniger als 20 Prozent und wurden hinsichtlich der Reflektiertheit dem untersten Niveau zugeordnet. Dazu gehört auch die Versuchsperson E9, deren Szenariobearbeitung im Abschnitt 7.3.3 näher vorgestellt wurde.

⁶¹¹ Dieses Ungleichgewicht ist vor allem auch darin begründet, dass 14 Versuchspersonen für ein Lehramt an Grundschulen studieren und dieser Studiengang traditionell überwiegend von Frauen gewählt wird.

- Ergebnisse unserer Untersuchungen deuten darüber hinaus an, dass Probanden, die sich vor der Bearbeitung des Computerszenarios über längere Zeit mit dem Faltpproblem beschäftigten und dabei zumindest wesentliche Teilerfolge erzielten (Gruppe 1), im Mittel
 - mehr Arbeitsblätter im Szenario bearbeiteten bzw. mehr Pfade im Programm durchliefen,
 - weniger inkonsistente Entscheidungen trafen und
 - sich insgesamt reflektierter mit dem Programm auseinander setzten.

Mit entsprechenden Abschwächungen gelten diese Aussagen zum Teil auch für Versuchspersonen der zweiten Untergruppe im Vergleich zu Probanden der Gruppe 3, die sich nur kurz über das Faltpproblem informierten. Allerdings gibt es bezüglich der vier von uns konstruierten Komponenten auch innerhalb dieser Teilgruppen der Versuchspersonen noch ganz erhebliche Unterschiede. Diese Ergebnisse können unseres Erachtens auch so interpretiert werden, dass eine hinreichend intensive Bearbeitung des Faltpproblems notwendig ist – und dies war eben nicht bei allen Probanden gegeben – für eine sinnvolle Bearbeitung des Szenarios, durch deren Analyse dann Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität gewonnen werden können.

- Zu einem ganz überwiegenden Teil wurde das vorgelegte Szenario von den Studierenden **positiv aufgenommen**, auch Bedienbarkeit und Verständlichkeit wurden von den Untersuchungsteilnehmern als gut eingeschätzt.

Allerdings fühlten sich insbesondere einige Studierende für ein Lehramt an Grundschulen vom Faltpproblem und damit zusammenhängend bei der Bearbeitung des Szenarios überfordert. Unseres Erachtens ist jedoch für eine Untersuchungsumgebung, mit deren Hilfe Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität spezifischer Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts gewonnen werden sollen, eine gewisse, auch fachliche Komplexität unumgänglich. Außerdem wurde das Faltpproblem in den von uns durchgeführten Unterrichtsversuchen von den Schülern ja ganz überwiegend erfolgreich bearbeitet.

Ausgehend von diesen Erfahrungen und den Ergebnissen des ersten explorativen Einsatzes des Computerszenarios „Das Faltpproblem“ ist dieses unseres Erachtens als Untersuchungsumgebung hinsichtlich des Grades der Sensibilität für Komplexität für Studierende verschiedener Lehramtsstudiengänge prinzipiell geeignet.

Die berichtete Untersuchung zur Sensibilität für Komplexität besitzt einen ausgesprochen explorativen Charakter, mithin gibt es fast zwangsläufig eine Vielzahl möglicher Verbesserungen. Die folgende Aufzählung enthält einige aus unserer Sicht wesentliche:

- Günstig erscheint uns, die Exploration des Computerszenarios durch Versuchspersonen weiter zu verstärken. Dazu könnten beispielsweise die in Abschnitt 5.4, Seite 124 ff. vorgestellten zusätzlichen Kommentierungen der Bewertungen im Programm dienen. Denkbar ist beispielsweise auch die Vorgabe von Mindestpunktzahlen, die bei der „Gesamtzielwertung“ durch die Versuchspersonen zu erreichen sind, um den Spielcharakter des Szenarios weiter zu verstärken.
Damit zusammenhängend könnte in einführenden Materialien und Gesprächen noch stärker betont werden, dass im Szenario nicht eigene Entscheidungen im Voraus zu „realem“ Unterricht erprobt werden können, sondern es „nur“ darum gehen kann, ein vom Programmnutzer unabhängiges Angebot an ausgewählten Optionen zur Unterrichtsgestaltung zu explorieren.
- In nachfolgenden Untersuchungen könnte auch versucht werden, die Verbalisationsbereitschaft der Probanden zu erhöhen. Außerdem könnten für eine noch bessere Ver-

- gleichbarkeit Versuchspersonen nach vorzugebenden Kriterien durch das Szenario automatisch um Verbalisationen gebeten werden.
- Hinsichtlich der dem Szenario zugrunde liegenden Modellierungen könnte versucht werden, bei einigen Pfaden die Anzahl von Entscheidungssituationen zu erhöhen, mit denen Aussagen hinsichtlich der Konsistenz der Programmbearbeitung gewonnen werden können. In nachfolgenden Untersuchungen könnte auch der Einsatz der eingeschränkten Version „gE“ des Computerszenarios erprobt werden – bei dieser ist die „Dichte“ entsprechender Situationen höher.
 - Auch weitere, in Abschnitt 5.4⁶¹² beschriebene Programmmerkmale könnten in nachfolgenden Untersuchungen erprobt werden. Für weitere Hinweise hinsichtlich des Grads der Sensibilität für Komplexität des Programmnutzers könnte sich auch der Versuch als nützlich erweisen, über die bisherigen Daten hinaus die Entscheidungszeiten des Nutzers genauer zu erfassen.
 - Im Rahmen dieser explorativen Studie konnten die hier vorgestellten Analyseergebnisse nur stichprobenartig durch weitere Interpreten überprüft werden. So wurde bei zwei Versuchspersonen die Analyse zur Kontextsensitivität von einem zuvor ungeübten, mit der Thematik der Arbeit insgesamt jedoch sehr gut vertrauten Korrektor überprüft.⁶¹³ Dabei ergab sich schon bei einmaligem Durchgang eine Übereinstimmung der Kategorisierungen von jeweils etwa 70 Prozent. Da Einschätzungen hinsichtlich der Reflektiertheit der Szenariobearbeitung relativ zur gesamten untersuchten Stichprobe erfolgen, konnte eine lediglich stichprobenartige Überprüfung der Einschätzungen nur bedingt erfolgen. Insgesamt wurden die Bearbeitungen der jeweiligen Situationen im Szenario durch die beiden Versuchspersonen hinsichtlich der Komponente „Reflektiertheit“ jedoch zum ganz überwiegenden Teil übereinstimmend bewertet. Von einem weiteren Interpreten wurden für alle Versuchspersonen Zweiteinschätzungen zum Explorationsverhalten anhand der Pfaddiagramme vorgenommen. Ohne weitere Einarbeitung stimmten dessen Bewertungen hinsichtlich des Umfangs der Szenarioexploration bis auf eine Ausnahme mit den Bewertungen des Autors überein. Hinsichtlich der Breite des Explorationsverhaltens ergab sich bei einmaligem Durchgang eine Übereinstimmung von 75 Prozent mit den vom Autor vorgenommenen Einschätzungen.
- In nachfolgenden Untersuchungen könnte zur Verbreiterung der Basis für intersubjektivität die Analyse der Szenariobearbeitungen allerdings durch mehrere, entsprechend geschulte und erfahrene Interpreten erfolgen.⁶¹⁴
- Möglich erscheint uns auch, ausgehend von einer breiteren Datenbasis, eine noch detailliertere Operationalisierung und gegebenenfalls eine weitere Differenzierung der von uns vorgeschlagenen Komponenten bezüglich des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ zu entwickeln. Dabei könnten unseres Erachtens insbesondere qualitative Aspekte der Szenariobearbeitung noch detaillierter berücksichtigt werden. Durch eine größere und differenziertere Probandengruppe könnte auch eine geringere Spezifität bzw. Stichprobenabhängigkeit verwendeter Kriterien erreicht werden.

⁶¹² Vergleiche Seite 124 ff.

⁶¹³ Dabei wurden eine Versuchsperson mit sehr hoher Kontextsensitivität, insbesondere hinsichtlich mathematisch-kognitiver Aspekte, und eine weitere Versuchsperson ausgewählt, die eine sehr geringe Kontextsensitivität zeigte.

⁶¹⁴ Auch daher haben wir einige Hinweise zur Analyse des Datenmaterials im Anhang E auf Seite 258 ff. zusammengetragen.

8 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

In dieser Arbeit wurden zum einen Überlegungen zur Komplexität von Unterricht und zum anderen Überlegungen zu einem stärker problemorientierten Mathematikunterricht aufgegriffen und miteinander verbunden. Es wurde insbesondere versucht, am Beispiel des Faltproblems die besonders hohe Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts und daraus resultierende Anforderungen an den Lehrer herauszuarbeiten.

Davon ausgehend scheint es uns notwendig, diese, einen problemorientierten Mathematikunterricht kennzeichnende Komplexität bereits in der Lehrerbildung zu thematisieren. Erfahrungen dazu liegen unseres Wissens allerdings auch international kaum vor. Für eine derartig neue, zusätzliche Orientierung der Ausbildung sind daher zunächst notwendige Vorarbeiten zu erbringen. Als ein Beitrag dazu wurde in dieser Arbeit ein erster Versuch unternommen, ein Instrumentarium zu entwickeln und exploratorisch zu erproben, mit dessen Hilfe sich Aussagen über die Sensibilität von Studierenden für die Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts gewinnen lassen.

Dazu war Folgendes zu leisten:

- (A) Am Beispiel der Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht sollte ein realitätsbezogenes Computerszenario entwickelt werden, das ausgewählte Aspekte spezifischer Entscheidungssituationen im Zusammenhang mit (problemorientiertem) Mathematikunterricht modelliert und dem Szenariounutzer eine interaktive und explorative Auseinandersetzung mit diesen in der Rolle des Lehrers ermöglicht. Auch ausgehend von unseren normativen Vorstellungen in Bezug auf problemorientierten Mathematikunterricht und besonderen Anforderungen eines derartigen Unterrichts an die Lehrkraft wollten wir uns dabei konzentrieren
- auf mathematisch-kognitive und – mit geringerem Auflösungsgrad – ausgewählte affektive und soziale Aspekte im Zusammenhang mit Problembearbeitungsprozessen von Schülern und damit zusammenhängend
 - auf Unterrichtssituationen, in denen Problembearbeitungsprozesse von Schülern zu interpretieren und teilweise davon ausgehend geeignete Möglichkeiten der Problembearbeitung zu entwerfen und anzuregen sind.
- (B) Das von uns entwickelte Computerszenario „Das Faltproblem“ sollte als Untersuchungs-umgebung erprobt und dadurch sollten erste Hinweise gewonnen werden auf den Grad der Sensibilität von Studierenden für die Komplexität vor allem mathematisch-kognitiver Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts. Dazu war unter anderem auch eine vorläufige Operationalisierung des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität“ zu entwickeln und zu erproben.⁶¹⁵

Zur Zielstellung (A):

Für die Realisierung des ersten Ziels wurden zunächst Befragungen von Lehrern, Mathematikdidaktikern und Studierenden und insgesamt 47 Unterrichtsversuche zum Faltproblem in verschiedenen Jahrgangsstufen und Schultypen durchgeführt und vor dem Hintergrund unserer Vorstellungen zu Komplexität und Problemorientierung von Mathematikunterricht (siehe Kapitel 2) analysiert. Auf der Grundlage der so gewonnenen Erfahrungen wurde das interaktive Computerszenario „Das Faltproblem“ unter der oben beschriebenen Schwerpunktsetzung erstellt und damit die Zielstellung (A) dieser Arbeit erreicht.

⁶¹⁵ Vergleiche insbesondere Seite 71.

Das von uns entwickelte Computerszenario ist unter verschiedenen Gesichtspunkten neuartig. Insbesondere durch seine Konzeption unterscheidet es sich von uns bislang bekannten Hypermedia-Systemen im Bereich (Mathematik-) Unterricht. So wird beispielsweise in der in jüngerer Zeit von den australischen Mathematikdidaktikern MOUSLEY und SULLIVAN entwickelten Umgebung „Learning about Teaching“⁶¹⁶ oder in dem von LAMPERT und LOEWENBERG BALL⁶¹⁷ vorgelegten System versucht, die Reichhaltigkeit ausgewählter Unterrichtssituationen durch *Darbietung* sehr detaillierter, multimedial aufbereiteter, untereinander verknüpfter und zusätzlich – beispielsweise durch Interviews beteiligter Lehrkräfte und theoretische Ausführungen – angereicherter Informationen zu vermitteln. Derartige Systeme, die durch ihre Konzeption und Handhabung eher den Charakter multimedialer, durch zahlreiche Verknüpfungen leicht und auf verschiedene Weise zugänglicher Datenbanken besitzen, erlauben es allerdings nicht, das dargestellte Unterrichtsgeschehen zu variieren. Dagegen ermöglicht das von uns entwickelte Programm „Das Faltproblem“ *Quasi-Interaktionen* mit dem zugrunde liegenden empirisch gestützten Modell des Realitätsbereichs, durch die der Programmnutzer Teile bzw. Aspekte des realitätsnah modellierten Wechselwirkungsnetzwerkes aus Unterrichtsbedingungen, -entscheidungen und Merkmalen des Unterrichtsgeschehens eigenständig erkunden kann. Diese *quasi-dynamische*, auf spezifische – für problemorientierten Mathematikunterricht besonders bedeutsame – Aspekte reduzierte Modellierung könnte neben der Reichhaltigkeit dieser Aspekte insbesondere auch deren Vernetztheit und damit zusammenhängend die Multidimensionalität von Entscheidungen für Nutzer der Software erfahrbar machen.

Das vorgelegte Programm weist mit diesen Interaktionsmöglichkeiten eher Ähnlichkeiten mit Computerszenarien auf, wie sie vor allem auch in der kognitionspsychologischen Forschung⁶¹⁸, Diagnostik⁶¹⁹ und auch in der Ausbildung⁶²⁰ eingesetzt werden. Allerdings modelliert das Computerszenario „Das Faltproblem“ – anders als der ganz überwiegende Teil bislang vorliegender Szenarien – spezifische Aspekte eines Realitätsbereichs, die, wie der Realitätsbereich insgesamt, *nicht* beispielsweise durch Gleichungssysteme *mathematisierbar* sind.⁶²¹ Dies führte zum einen zu besonderen Anforderungen hinsichtlich der Entwicklung des Computerszenarios und bedingt zum anderen dessen Grenzen. Der Zwang zu einer computerimplementierbaren Operationalisierung kann aber auch einen ergänzenden Beitrag zur Weiterentwicklung theoretischer Vorstellungen (beispielsweise hinsichtlich modellierter kognitiver, affektiver und sozialer Aspekte und Zusammenhänge zwischen diesen) leisten.

Trotz seiner zum Teil unvermeidbaren Beschränkungen könnte das von uns entwickelte Szenario aus verschiedenen, in vorangegangenen Kapiteln zusammengetragenen Gründen geeignet sein, um Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Programmnutzers für die Komplexität spezifischer – vor allem auch mathematisch-kognitiver – Aspekte eines problemorientierten

⁶¹⁶ MOUSLEY; SULLIVAN (1996, 1997).

⁶¹⁷ LAMPERT; LOEWENBERG BALL (1998).

⁶¹⁸ Vergleiche beispielsweise EYFERTH; SCHÖMANN; WIDOWSKI (1986), FRENSCH; FUNKE (1995), FUNKE, J. (1986, 1999), KLUWE (1991, 1995), KLUWE; SCHILDE; FISCHER; OELLERER (1991), SÜß (1996).

⁶¹⁹ Vergleiche beispielsweise FUNKE, U. (1993, 1995), GEILHARDT; MÜHLBRADT (1995), KERSTING (1999), SCHULER; FUNKE (1991), STRAUB; KLEINMANN (1995).

⁶²⁰ Vergleiche beispielsweise ACHTENHAGEN (1992), ACHTENHAGEN ET AL. (1992), DETTE; HAUPT; POLZE (1992).

⁶²¹ In der Tat muss man in der Literatur länger suchen, um Szenarien zu finden, die ähnliche Formen der Auseinandersetzung ermöglichen und gleichzeitig einen ebenso wenig mathematisierbaren Realitätsbereich modellieren. Ein Beispiel ist das Simulationsprogramm „Der Fall Rossi“, das im Rahmen computergestützter Trainings von der Schweizerischen Bankgesellschaft zur Aus- und Weiterbildung eingesetzt wird. Dabei handelt es sich um ein Simulationsprogramm, das von Kundenberatern zu bearbeiten ist und in dem diese ein Beratungsgespräch mit einem Kunden (Herrn Rossi) führen müssen. Der Nutzer wird bei der Bearbeitung des Programms in eine „realitätsnahe“ Probierwelt versetzt. Das Programm stellt Handlungsmöglichkeiten (beispielsweise Fragen an den Kunden) und Materialien (Handbücher, Prospekte, Formulare etc.) zur Verfügung, die der Kundenberater im Verlauf des simulierten Beratungsgesprächs benutzen kann; vergleiche FACKINGER (1995).

Mathematikunterrichts zu gewinnen. Einen Grund dafür sehen wir beispielsweise in der Möglichkeit einer **explorativen Bearbeitung** von unterschiedlichen Entscheidungssituationen zur Unterrichtsgestaltung, bei der verschiedene Alternativen erprobt und unterschiedliche Bedingungskonstellationen erkundet werden können. Auch in dieser Hinsicht unterscheidet sich das vorgelegte Computerszenario „Das Faltproblem“ von uns bekannten Szenarien.

Zur Zielstellung (B):

Neuartig sind insbesondere auch die Ziele, mit denen das Computerszenario entwickelt und im Rahmen dieser Untersuchung eingesetzt wurde.

Hinsichtlich dieser Zielstellung (B) dieser Arbeit konnte das Szenario in einer ersten Untersuchung mit 20 Studierenden für Lehrämter an Gymnasien, Sekundar- und Grundschulen erprobt werden. An das so gewonnene empirische Datenmaterial wurde mit noch teilweise offenen, aus theoretischen Vorstellungen und damit zusammenhängenden Eigenschaften des Computerszenarios (vergleiche Kapitel 2 und 3) abgeleiteten Fragestellungen herangetreten. Schließlich konnten (auch unter Einbezug des vorgefundenen Datenmaterials) zur Beschreibung und Analyse der Szenariobearbeitungen die Komponenten **„Explorationsverhalten“**, **„Kontextsensitivität“**, **„Inkonsistenz“** und **„Reflektiertheit“** (und entsprechende Auswertungsmethoden, insbesondere **Pfad-** und **Kontextdiagramme**) von uns entwickelt werden, in deren Ausprägungen sich der Grad der Sensibilität für Komplexität zeigen könnte. Hinsichtlich der Ergebnisse unserer ersten exploratorischen Untersuchung kann zusammenfassend festgehalten werden:

- Durch eine entsprechende Analyse der Szenariobearbeitungen können **differenzierte Informationen** hinsichtlich dieser Komponenten und damit Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts gewonnen werden.
- Gegen eine weitgehende **Unabhängigkeit** der vier Komponenten voneinander kann aufgrund des vorliegenden Datenmaterials aus unserer Sicht nichts eingewendet werden.
- **„Sensibilitätstypen“**, also Untergruppen der Probandengruppe, die sich durch spezifische Ausprägungen auf den verschiedenen Komponenten charakterisieren lassen, konnten vielleicht auch aufgrund des geringen Stichprobenumfangs nicht identifiziert werden. Da nur zwei männliche Probanden an der Untersuchung teilnahmen, war es auch nicht möglich, das Datenmaterial hinsichtlich möglicher Unterschiede zwischen weiblichen und männlichen Versuchspersonen zu untersuchen.
- Allgemein konnte bei den an der Untersuchung beteiligten Studierenden nur eine **geringe Sensibilität für Komplexität** vor allem auch mathematisch-kognitiver Aspekte des Mathematikunterrichts festgestellt werden. Das Computerszenario, das ja eine entsprechende Schwerpunktsetzung aufweist, wurde häufig nur in geringem Ausmaß exploriert, dabei wirkte die den Probanden vorgegebene Zielstellung, für die verschiedenen Klassen geeignete Stundenverläufe zu konstruieren, wohl nur wenig motivierend. Möglichkeiten zur systematischen Erprobung von Unterrichtsentscheidungen auch unter verschiedenen Bedingungskonstellationen wurden von den an der Untersuchung beteiligten Studierenden nur in geringem Umfang genutzt. Trotz der auch für die Studierenden erkennbaren Schwerpunktsetzung des Computerszenarios, das den Programmnutzer auch dadurch im Vergleich zu „realem“ Unterricht von zahlreichen anderen Aspekten des Unterrichtsgeschehens entlastet, wurden mathematisch-kognitive Aspekte und insbesondere Merkmale von Problembearbeitungsprozessen von Schülern bei der Bearbeitung des Szenarios nur in geringem Umfang und teilweise oberflächlich berücksichtigt. Die Reflektiertheit der Szenariobearbeitung war im Allgemeinen gering: Über mögliche Zusammenhänge zwischen Unterrichtsbedingungen, Unterrichtsentscheidungen und Problembearbeitungsprozessen von Schülern wurde kaum nachgedacht, auch daher ergaben sich teilweise nur wenige Anlässe zur Exploration des Szenarios. Darüber hinaus wurde die Multidimensi-

onalität zahlreicher Entscheidungen nur selten thematisiert,⁶²² Metakognitionen der Versuchspersonen hinsichtlich getroffener Entscheidungen oder des eigenen Entscheidungsverhaltens waren kaum erkennbar.

8.1 Zu Grenzen, möglichen Verbesserungen und Ergänzungen

Die vorgelegte Untersuchung ist sowohl hinsichtlich ihrer Zielstellung als auch hinsichtlich der Untersuchungsmittel und der Auswertungsmethoden neuartig. Daher schien ein rein exemplarisches Vorgehen angezeigt und für die verschiedenen Projektteile ergeben sich fast zwangsläufig Grenzen und damit zusammenhängend zahlreiche Ansätze zu Verbesserungen und Ergänzungen, von denen einige aus unserer Sicht besonders wichtige bereits in den jeweiligen Abschnitten der Arbeit zusammengetragen wurden. Zusammenfassend soll hier noch einmal festgehalten werden:

- Das von uns entwickelte Computerszenario „Das Faltpapier“ modelliert ausgehend von spezifischen, vor allem im Rahmen dieses Projektes gewonnenen Erfahrungen exemplarisch ausgewählte, hauptsächlich mathematisch-kognitive Aspekte von Unterricht. Das Programm kann und soll allerdings selbstverständlich nicht als Unterrichtssimulation verstanden werden, die Erfahrungen mit „realem“ Unterricht ersetzen könnte.
- Der überwiegende Teil der dem Computerszenario zugrunde liegenden Modellierungen erfolgte in Alleinarbeit durch den Autor, selbstverständlich vor dem Hintergrund gewisser Rahmungen, die durch Auseinandersetzung mit der Literatur, insbesondere auch durch zahlreiche Unterrichtsversuche und intensive Diskussionen mit einschlägig erfahrenen Lehrern und Didaktikern (vergleiche auch Abschnitt 4.3) beeinflusst wurden. Für mögliche zukünftige Untersuchungen könnte allerdings versucht werden, diese Modellierungen durch einen noch stärkeren direkten Einbezug *entsprechend erfahrener* Lehrer und Didaktiker besser abzusichern.
- In dieser Untersuchung konnte lediglich eine vorläufige und spezifische Operationalisierung des Konstrukts „Sensibilität für Komplexität ausgewählter Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts“ entwickelt werden. Auch ausgehend von größeren und differenzierteren Probandengruppen könnte versucht werden, die vorgestellte Operationalisierung weiter auszuscharfen und gegebenenfalls weiter zu differenzieren.

Darüber hinaus sehen wir unter anderem die folgenden möglichen *Anschlussarbeiten*:

- Es könnte versucht werden, weitere Anhaltspunkte für die *Validität* des Computerszenarios als Untersuchungsumgebung und des entwickelten Analyseinstrumentariums zu gewinnen. Dazu könnten beispielsweise nach noch zu entwickelnden, allerdings von normativen Aspekten sicher nicht unabhängigen Kriterien „Experten“ für einen problemorientierten Mathematikunterricht identifiziert und deren Szenariobearbeitungen analysiert werden. Im Vergleich zu Studierenden oder weniger entsprechend erfahrenen Lehrern sollten sich dann hinsichtlich der vorgestellten vorläufigen Komponenten deutliche Unterschiede ergeben.
- Weitere Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität könnten sich durch Einbezug *ergänzender Untersuchungsmethoden* ergeben. Denkbar sind beispielsweise Interviews zu spezifischen Unterrichtssituationen, in denen unter anderem Möglichkeiten zur weiteren Gestaltung des Unterrichts und mögliche Auswirkungen von Handlungsoptionen auf das Unterrichtsgeschehen erfragt werden. Eine erste Variante derartiger Befragungen wurde bereits mit allen 20 beteiligten Versuchspersonen erprobt. Eine Berück-

⁶²² Zu einer im Szenario angebotenen Option wurden verschiedene mögliche Auswirkungen durch die Versuchspersonen so selten entwickelt, dass eine Erfassung dieses Merkmals der Szenariobearbeitung gar nicht lohnte.

sichtigung der zum Teil recht umfangreichen Daten in dieser Untersuchung konnte allerdings noch nicht erfolgen.

- In seiner Dissertation untersuchte KOTKAMP⁶²³ die Auseinandersetzung zahlreicher Versuchspersonen mit unterschiedlichen Anforderungen mit dem Ziel, **anforderungsinvariante Eigenschaften von Denkprozessen** zu identifizieren.⁶²⁴ Er konnte für das Bearbeitungsgeschehen ausgewählter elementarer (realitätsferner) und komplexer (realitätsnaher) Probleme Invarianz bei folgenden internen (jeweils spezifisch operationalisierten⁶²⁵) Größen nachweisen, die auch als Basiskomponenten geistiger Leistungen angesehen werden können:
 - Reduktion des kognitiven Aufwands durch Klassenbildung über kognitive Strukturen und Prozeduren,
 - Reduktion von Unbestimmtheit durch informationssuchendes und –ausnutzendes Informationsverhalten,
 - Flexibilität bei der Transformation und Nutzung kognitiver Strukturen.

Im Zusammenhang mit der vorliegenden Untersuchung könnte besonders interessant sein, ob und inwieweit identifizierte anforderungsübergreifende Invarianzen von Denkprozessen mit dem Grad der Sensibilität für Komplexität (bereichs-) spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts in Zusammenhang stehen.

- Durch entsprechende Analysen der Szenariobearbeitungen könnten auch **Hinweise auf das Bild von Mathematik und von Mathematikunterricht** bei Studierenden gewonnen werden.
- Die informationstechnische Realisierung des Computerszenarios lässt eine ständige Erweiterung des Programms zu. So könnte beispielsweise durch einen stärkeren Einbezug von Studierenden (Stundenentwürfe, Unterrichtsversuche) in die **Weiterentwicklung des Szenarios** eine noch bessere Passung desselben an eine wesentliche potenzielle Zielgruppe erreicht werden.
- Ein Großteil der im Rahmen dieser Untersuchung durchgeführten Unterrichtsversuche konnte videot technisch aufgezeichnet werden. Diese Materialien könnten für eine **verstärkte multimediale Unterstützung** des Szenarios genutzt und so eventuell eine Verbesserung der Darstellungen und damit zusammenhängend beispielsweise eine noch höhere Motivation und eine höhere Betroffenheit der Programmnutzer erreicht werden.
- Außerdem wurden die Unterrichtsaufzeichnungen bisher lediglich unter ganz spezifischen Fragestellungen analysiert. Sie könnten darüber hinaus **eine breite Datenbasis für thematisch ähnliche oder auch ganz andere Projekte** zur Verfügung stellen; denkbar ist unter anderem auch eine Verwendung im Rahmen didaktischer Bemühungen um eine **Sensibilisierung** von Studierenden (und Lehrern) für die Komplexität spezifischer Aspekte eines problemorientierten Mathematikunterrichts.

8.2 Weitere Einsatzmöglichkeiten für das Computerszenario

Die im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Ergebnisse unserer exploratorischen Untersuchung legen nahe, dass das vorgelegte Computerszenario „Das Faltproblem“ durchaus geeignet sein könnte, Hinweise auf den Grad der Sensibilität des Programmnutzers für die Komplexität spezifischer Aspekte problemorientierten Mathematikunterrichts zu gewinnen. Auch

⁶²³ KOTKAMP (1999).

⁶²⁴ Dabei bezieht sich die Invarianz zunächst auf die in der Untersuchung benutzten Problemstellungen, im Einzelnen auf je ein elementares, kontextfreies Ordnungs- und Umordnungsproblem sowie auf die Szenarien „Moro“ und „Feuer“.

⁶²⁵ Insbesondere bei den komplexen Anforderungen gibt es diesbezüglich sicherlich Interpretationsspielräume.

wenn es weit über den Rahmen dieser Arbeit hinausgeht, sehen wir für ein derartiges Szenario durchaus weitere Einsatzmöglichkeiten, die von uns auch schon bei der Entwicklung des Programms mitbedacht wurden. So könnte das Computerszenario „Das Faltproblem“ unseres Erachtens als spezifische multimedial unterstützte Lernumgebung bisher verbreitete Formen der Lehrerausbildung und auch die Palette der uns bekannten Hypermedia-Systeme bereichern. Auch unter Berücksichtigung von im Rahmen dieses Projektes gesammelten Erfahrungen⁶²⁶ ist es uns besonders wichtig, in diesem Zusammenhang noch einmal festzuhalten: Das von uns entwickelte Szenario kann selbstverständlich nicht dazu dienen, vorgeblich „beste Lösungen“ für didaktische Entscheidungssituationen zu finden. Ganz im Gegenteil könnte es allerdings geeignet sein, die Reichhaltigkeit und Vernetztheit spezifischer Aspekte von Mathematikunterricht und damit zusammenhängend die Multidimensionalität von Entscheidungen exemplarisch aufzuzeigen und mit geringem Aufwand für den Programmnutzer erfahrbar zu machen. Auf diese Weise könnte das Szenario möglicherweise einen *ergänzenden* Beitrag zu einer **Sensibilisierung** von Studierenden für spezifische Aspekte der Komplexität (problemorientierten) Mathematikunterrichts leisten.⁶²⁷ Dazu sehen wir insbesondere auch die folgenden Potenziale des von uns entwickelten Szenarios:

- Das Computerszenario zeichnet exemplarisch ausgewählte Teile des Wechselwirkungsnetzwerks aus Unterrichtsbedingungen, Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung und Merkmalen von Problembearbeitungsprozessen von Schülern und damit zusammenhängenden Aspekten auf eine Weise nach, die **handhabbar und für den Programmnutzer in Eigentätigkeit erschließbar** ist.
- Die dabei notwendige **Reduktion erfolgte zielorientiert und unter didaktischen Gesichtspunkten**, indem wir uns auf die gerade auch für einen problemorientierten Mathematikunterricht bedeutsamen, jedoch häufig vernachlässigten mathematisch-kognitiven Aspekte von Unterricht konzentrierten.
- Das Szenario ermöglicht in ausgewählten Situationen eine **systematische Erprobung** unterschiedlicher Alternativen unter sonst gleichen Bedingungen, Entscheidungen können zurückgenommen und korrigiert werden. Damit erlaubt es Manipulationen, die Rückschlüsse auf das Verhalten des abgebildeten Realitätsbereichs erlauben, dort jedoch nicht möglich sind.
- Dabei können einzelne Situationen oder auch das Szenario insgesamt **beliebig oft bearbeitet** werden.
- Entscheidungen im Programm können **ohne Zeitdruck** getroffen werden.
- Ein weiterer und aus unserer Sicht bedeutsamer Vorteil gegenüber der „Realität“ ist die **Erweiterung des zeitlichen „Lernhorizontes“**. Wenn man davon ausgeht, dass Individuen vor allem auch durch Erfahrung lernen, indem sie handeln und entscheiden und daraus resultierende Konsequenzen beurteilen, dann ergeben sich für Lernprozesse innerhalb komplexer Realitätsbereiche durchaus Schwierigkeiten, wenn sich Verhalten beispielsweise erst in ferner Zukunft oder in einem anderen Teil des Realitätsausschnitts auswirkt und Konsequenzen dadurch nicht mehr als solche erkannt werden.⁶²⁸ Dagegen wird der Programmnutzer im Computerszenario direkt, kaum verzögert und zeitlich gerafft mit (modellierten) Auswirkungen des eigenen Verhaltens konfrontiert.
- Die Bearbeitung des Computerszenarios könnte Nutzer auch zu einer systematischen Reflexion modellierter Strukturen und Prozesse unter anderem auch im Hinblick auf eine Übertragbarkeit auf „reale“ Situationen, zu einem **„Lernen am Modell“** anregen.⁶²⁹

⁶²⁶ Vergleiche beispielsweise Äußerungen der Versuchsperson A2, Seite 181.

⁶²⁷ Diesbezüglich vergleiche man auch die Äußerungen Andreas (Seite 168), die unseres Erachtens durchaus einen Beitrag zu einer Sensibilisierung der Versuchsperson durch die Bearbeitung des Computerszenarios andeuten.

⁶²⁸ Vergleiche SENGE (1996).

⁶²⁹ Vergleiche FÜRSTENAU (1994) oder auch z. B. ACHTENHAGEN (1992), REIB (1982), TRAMM (1984).

- Schließlich kann man sich auch (noch) eine *motivierende Wirkung* durch den Einsatz des Computers erhoffen.

Bedenkt man einerseits den Umfang der Vorerfahrungen von Studierenden zum Mathematikunterricht, die in mindestens zwölfjähriger Schulzeit erworben wurden, und andererseits erste Hinweise auf den Grad der Sensibilität für Komplexität von Studierenden, die im Rahmen dieses Projektes gewonnen werden konnten, so lässt sich eine *Sensibilisierung* für Komplexität spezifischer Aspekte von Mathematikunterricht zweifellos nur längerfristig erreichen. Selbstverständlich könnte eine Auseinandersetzung mit dem Computerszenario „Das Faltproblem“ nur *ein* Element derartiger didaktischer Bemühungen sein. Diese könnten darüber hinaus unter anderem theoretisch angereichert werden mit Überlegungen und Erfahrungen zum „Problemlösen in komplexen Konstellationen“ und praxisorientiert ergänzt werden durch den Einbezug von ihm Rahmen dieser Untersuchung bereits gewonnenen, gegebenenfalls noch weiter aufzubereitenden Unterrichtsaufzeichnungen oder auch durch spezifische Unterrichtsversuche unter anderem zum Faltproblem.⁶³⁰

⁶³⁰ Auch deshalb hatten wir – um diesbezüglich erste Erfahrungen zu sammeln – allen Untersuchungsteilnehmern die Möglichkeit eines eigenen Unterrichtsversuchs zum Faltproblem geboten, die allerdings nur von einer Studentin genutzt wurde; vergleiche Unterrichtsbeispiel (A) in der Einleitung.

9 LITERATUR

- Achtenhagen, F. (1992): Zum Einsatz von Planspielen im Betriebswirtschaftslehreunterricht. *Zeitschrift für Planung*, 3, S. 3 – 19.
- Achtenhagen, F.; John, E. G.; Lüdecke, S.; Preiss, P.; Seemann, H.; Sembill, D.; Tramm, T. (1988): Lernen, Denken, Handeln in komplexen ökonomischen Situationen – unter Nutzung neuer Technologien in der kaufmännischen Berufsbildung. *Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik*, 84, Heft 1, S. 3 – 17.
- Achtenhagen, F.; Preiß, P.; Seemann-Weymar, H.; John, E. G.; Schunck, A.; Tramm, T. (1992): Lernhandeln in komplexen Situationen. Wiesbaden: Gabler.
- Aebli, H. (1990): Zwölf Grundformen des Lernens. 5. Auflage, Stuttgart: Klett Cotta.
- Ahlemeyer, H. W.; Königswieser, R. (Hrsg., 1997): Komplexität managen. Frankfurt, Wiesbaden: FAZ, Gabler.
- Albert, D.; Gundlach, H. (Hrsg., 1997): Apparative Psychologie: Geschichtliche Entwicklung und gegenwärtige Bedeutung. Lengerich, Berlin, Düsseldorf, Leipzig, Riga, Scottsdale (USA), Wien, Zagreb: Pabst.
- Alessi, S. M.; Trollip, S. R. (1991): Computer-based instruction: methods and development. 2nd Edition, Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Alisch, L.-M. (1991): Zu einer kognitiven Theorie der Lehrerhandlung. In Hofer, S. 78 – 108.
- Amelang, M. (Hrsg., 1996): Verhaltens- und Leistungsunterschiede. Enzyklopädie der Psychologie, Serie VIII, Band 2. Göttingen et al.: Hogrefe.
- Anderson, L. M. (1989a): Learners and Learning. In: Reynolds, S. 85 – 99.
- Anderson, L. M. (1989b): Classroom Instruction. In: Reynolds, S. 101 – 115.
- Anderson, L. M. (1996): Kognitive Psychologie. 2. Auflage, Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Argyris, Ch.; Schön, D. A. (1974): Theory in Practice. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Arends, R. J. (1997): Classroom Instruction and Management. Boston, Burr Ridge, Dubuque, Madison, New York, San Francisco, St. Louis: Mc Graw-Hill.
- Arentzen, U. et al. (Hrsg., 1997): Gabler Wirtschaftslexikon. Wiesbaden: Gabler.
- Astleitner, H. (1998): Kritisches Denken – Basisqualifikation für Lehrer und Ausbilder. Innsbruck, Wien: Studien Verlag.
- Badke-Schaub, P.; Tisdale, T. (1995): Die Erforschung menschlichen Handelns in komplexen Situationen. In Strauß, Kleinmann, S. 43 – 56.
- Ballmer, Th. T. (1979): Probleme der Klassifizierung von Sprechakten. In: Grewendorf, S. 247 – 274.
- Baptist, P. (2000): Nach TIMSS und vor PISA – Gedanken zum Mathematikunterricht. In: Flade, L.; Herget, W. (Hrsg.): Mathematik lehren und lernen nach TIMSS. Berlin: Volk und Wissen. Auch online unter <http://did.mat.uni-bayreuth.de/didaktik/docs/halle.pdf> (April 2002).
- Baptist, P. (2001): Aus der Praxis des Modellprogramms: Mathematikunterricht verändern – Verständnis fördern. In: BMBF, S. 67 – 73.
- Baron, J. (1994): Thinking and deciding. 2nd edition, Cambridge: Cambridge University Press.
- Barnett, C. (1991): Building a Case-Based Curriculum to Enhance the Pedagogical Content Knowledge of Mathematics Teachers. *Journal of Teacher Education* 42 (4), S. 263 – 272.
- Bauersfeld, H. (1993a): Fundamental Theories for Elementary Mathematics Education. In: Lange et al., S. 69 – 82.
- Bauersfeld, H. (1993b): Mathematische Lehr-Lern-Prozesse bei Hochbegabten. Bemerkungen zu Theorie, Erfahrungen und möglicher Förderung. *Journal für Mathematikdidaktik*, 14, Heft 3/4, S. 243 – 267.
- Bauersfeld, H. (1994): Theoretical perspectives on interaction in the mathematics classroom. In: Biehler et al., S. 133 – 146.
- Bauersfeld, H. (2000): Research in Mathematics Education – Who benefits? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 32, S. 95 – 100.
- Baumert, J.; Lehmann, R.; Lehrke, M.; Schmitz, B.; Clausen, M.; TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.

- Hosenfeld, I.; Köller, O.; Neubrand, J. (1997):
 Baumert, J.; Klieme, e.; Bos, W. (2001):
 Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.-J.; Weiß, M. (2001a):
 Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.-J.; Weiß, M. (2001b):
 Bayrhuber, H.; Finkbeiner, C.; Spinner, K. H.; Zwergel, H. A. (Hrsg., 2001):
 Beck, K.; Heid, H. (Hrsg., 1996):
 Beck, K.; Müller, W.; Deißinger, Th.; Zimmermann, M. (Hrsg., 1996):
 Beck, Ch.; Maier, H. (1994):
 Becker, G. E. (1984):
 Becker, G. E. (1993):
 Becker, J. P.; Selter, Ch. (1996):
 Becker, J. P.; Shimada, S. (Hrsg., 1997):
 Beckmann, J. F. (1994):
 Beensen, R. (1970):
 Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung der Freien und Hansestadt Hamburg (2001):
 Bender, Ch. (1994):
 Berkson, W.; Wettersten, J. (1982):
 Bertalanffy, L. v. (1972):
 Berliner, D. C. (1987a):
 Berliner, D. C. (1987b):
 Biehler, R.; Scholz, R. W.; Strässer, R.; Winkelmann, B. (Hrsg., 1994):
 Biethahn, J.; Hummeltenberg, W.; Schmidt, B.; Stähly, P.; Witte, Th. (Hrsg., 1999):
 Bildung und Begabung e.V. (Hrsg., 1988):
 Bishop, A. J.; Clements, K.; Keitel, Ch.; Kilpatrick, J.; Laborde, C. (Hrsg., 1996):
 Blankertz, H. (1986):
 Bliss, Ch. (2000):
 Bloech, J.; Kauer, G.; Orth, Ch. (1996):
 Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn – Die Herausforderung von TIMSS für die Weiterentwicklung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts. In: BMBF, S. 11 – 41.
 PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.
 Programme for International Student Assessment. Schülerleistungen im internationalen Vergleich. Im Internet unter <http://www.mpib-berlin.mpg.de/pisa/pdfs/ergebnisse.pdf> (April 2002).
 Lehr- und Lernforschung in den Fachdidaktiken. Innsbruck, Wien, München, Bozen: Studienverlag.
 Lehr – Lern – Prozesse in der kaufmännischen Erstausbildung. Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik, Beiheft 13, Stuttgart: Franz Steiner Verlag.
 Berufserziehung im Umbruch. Weinheim: Deutscher Studien Verlag.
 Zu Methoden der Textinterpretation in der empirischen mathematikdidaktischen Forschung. In: Maier; Voigt, S. 43 – 76.
 Durchführung von Unterricht. Handlungsorientierte Didaktik, Teil II. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.
 Auswertung und Beurteilung von Unterricht. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.
 Elementary School Practices. In: Bishop; Clements; Keitel; Kilpatrick; Laborde, S. 511 – 564.
 The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics. Reston: NCTM.
 Lernen und komplexes Problemlösen. Bonn: Holos Verlag.
 Komplexitätsbeherrschung in den Wirtschaftswissenschaften. Berlin: Berlin Verlag.
 Rahmenplan Mathematik. Bildungsplan Gymnasium, Sekundarstufe I, Entwurf. Hamburg.
 Selbstorganisation in Systemtheorie und Konstruktivismus. In: Rusch; Schmidt, S. 263 – 281.
 Lernen aus dem Irrtum. Hamburg: Hoffmann und Campe.
 Vorläufer und Begründer der Systemtheorie. In: Kurzrock, S. 17 – 28.
 Ways of thinking about students and classroom by more and less experienced teachers. In: Calderhead.
 Der Experte im Lehrerberuf. Unterrichtswissenschaft, 15, Heft 3, S. 295 – 305.
 Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht, Boston, London: Kluwer.
 Simulation als betriebliche Entscheidungshilfe. Heidelberg: Physica – Verlag.
 Die Förderung mathematischer Begabungen in der Sekundarstufe I. Verlag Bad Honnef: Karl Heinrich Bock.
 International Handbook of Mathematics Education. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
 Theorien und Modelle der Didaktik. 12. Auflage, Weinheim, München: Juventa – Verlag.
 Management von Komplexität. Wiesbaden: Gabler.
 Unternehmensplanspiele in der kaufmännischen Ausbildung – Untersuchungen zum Wissenserwerb. In: Beck; Heid, S. 37 – 52.

- Böhme – Dürr, K.; Emig, J.; Seel, N. M. (Hrsg., 1990): Wissensveränderung durch Medien. München, London, New York, Paris: Saur.
- Bohne, P. (1996): Ziele und Chancen eines problemorientierten Mathematikunterrichts an Gymnasien. In: Zimmermann.
- Böhret, C.; Wordelmann, P. (2000): Planspiele als Methode der Fortbildung und als Entscheidungshilfe: Das computergestützte Planspiel TAU. In: Herz; Blätte, S. 207 – 230.
- Bönsch, E. (1988): Kleines Lexikon Schach. Berlin: Sportverlag.
- Bönsch, M. (1965): Situationen im Unterricht: Ihre Gestaltung und ihre Gestaltungsfaktoren. Ratingen: Aloys Henn Verlag.
- Borko, H.; Livingston, C. (1989): Cognition and Improvisation: Differences in Mathematics Instruction by Expert and Novice Teachers. *American Educational Research Journal*, 26, Heft 4, S. 473 – 498.
- Branca, N. A. (1980): Problem Solving as a Goal, Process, and Basic Skill. In: Krulik, S. 3 – 8.
- Breuer, K.; Lippert, R.; Tennyson, R. D. (1989): Lehren und Lernen von kognitiven Strategien mit problemorientierten Computersimulationen. In: Levenig; Schöler, S. 151 – 166.
- Brockhaus (1997): Die Enzyklopädie. Leipzig, Mannheim: Brockhaus.
- Bromme, R. (1981): Das Denken von Lehrern bei der Unterrichtsvorbereitung. Weinheim, Basel: Beltz.
- Bromme, R. (1985): Was sind Routinen im Lehrerhandeln? *Unterrichtswissenschaft*, 13, Heft 2, S. 182 – 192.
- Bromme, R. (1987): Der Lehrer als Experte – Entwurf eines Forschungsansatzes. In: Neber, S. 127 – 151.
- Bromme, R. (1992): Der Lehrer als Experte. Bern, Göttingen, Toronto: Huber.
- Bromme, R. (1993): Von den Schwierigkeiten der Suche nach dem Wissen hinter dem Können: Ursachen und Forschungsstrategien. In: Lippens, S. 131 – 138.
- Bromme, R. (1997): Kompetenzen, Funktionen und unterrichtliches Handeln des Lehrers. In: Weinert (1997b), S. 177 – 212.
- Bromme, R.; Hömberg, E. (1982): Was wird eigentlich untersucht bei der Analyse von Lehrerkognitionen? Ein Vorschlag für die Unterscheidung von vier Fragestellungen. In: Dann et al.
- Bromme, R., Rambow, R. & Sträßer, R. (1996): Jenseits von "Oberfläche" und "Tiefe": Zum Zusammenhang von Problemkategorisierungen und Arbeitskontext bei Fachleuten des Technischen Zeichnens. In: Gruber; Ziegler, S. 150 – 168.
- Bronner, R. (1992): Komplexität. In: Frese, Sp. 1121 – 1130.
- Brown, C. A.; Borko, H. (1992): Becoming A Mathematics Teacher. In: Grouws, S. 209 – 242.
- Bruner, J. S. (1973): Der Prozeß der Erziehung. Düsseldorf: Schwann.
- Bruner, J. S. (1981): Der Akt der Entdeckung. In: Neber, S. 15 – 29.
- Brunkhorst, H. (1983): Systemtheorie. In: Lenzen; Mollenhauer, S. 193 – 213.
- Brunnhuber, P. (1971): Prinzipien effektiver Unterrichtsgestaltung. Donauwörth: Auer.
- Buchner, A. (1999): Komplexes Problemlösen vor dem Hintergrund der Theorie finiter Automaten. *Psychologische Rundschau*, 50, Heft 4, S. 206 – 212.
- Buddensiek, W. (1978): Das Simulationsspiel als Beispiel eines methodenorientierten Ansatzes zur Integration sozialwissenschaftlicher Disziplinen. In: Kaiser.
- Buerschaper, C. (1995): Über die Schwierigkeiten beim Umgang mit Komplexität – Denken und Handeln in komplexen Systemen aus psychologischer Sicht. In: In Systemen denken lernen – fachdidaktische Aspekte für den Geographieunterricht, S. 40 – 53. Gotha: Perthes Verlag.
- Buerschaper, C. (2000): Strategisches Denken beim Umgang mit komplexen Problemen: Computersimulierte Szenarien im Trainings- und Beratungskontext. In: Herz; Blätte, S. 145 – 180.
- Buerschaper, C.; Hofinger, G.; von der Werth, R. (1997): Herausforderung Komplexität: Welche Kernkompetenzen fordert die Zukunft? Online unter http://www.uni-bamberg.de/~ba2dp1/dokumente/BuerschaperHofingervdWeth_Herausforderung_Komplexitaet_Welche_Kernkompetenzen_fordert_die_Zukunft.pdf (April 2002).
- Bund - Länder - Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) (1997): Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch - naturwissenschaftlichen Unterrichts“. BLK: Bonn.
- Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) (Hrsg., 2001): TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht. BMBF: Bonn. Online unter <http://www.bmbf.de/pub/timss.pdf> (Juli 2002).
- Burkart, Th. (1995): Beratung beim Lösen komplexer Probleme. Frankfurt am Main, Berlin, Bern et al: Peter Lang Verlag.
- Buth, M (1997): Planung und Vorbereitung von Mathematikunterricht. Hildesheim:

- Calderhead, J. (Hrsg., 1987): Exploring teachers' thinking. London: Cassell.
- Carter, K.; Sabers, D.; Cushing, K.; Pinnegar, S.; Berliner, D. C. (1987): Processing And Using Information About Students: A Study Of Expert, Novice, And Postulant Teachers. *Teaching & Teacher Education*, Vol. 3, No. 2, S. 147 – 157.
- Carter, K.; Unklesbay, R. (1989): Cases in teaching and law. *Journal of curriculum studies*, 21, Heft 6, S. 527 – 536.
- Christensen, C. R. (1987): Teaching and the Case Method. Boston: Harvard Business School.
- Christmann, N. (1980): Einführung in die Mathematikdidaktik. Paderborn, München, Wien, Zürich: Schöningh.
- Clark, Ch. M.; Peterson, P. L. (1986): Teachers' Thought Processes. In: Wittrock, S. 255 – 296.
- Clark, Ch. M.; Yinger, R. J. (1987): Teacher Planning. In: Calderhead, S. 84 – 103.
- Cohors – Fresenborg, E.; Kaune, Ch.; Schwank, I.; Sjuts, J.; Tüllinghoff, A.; Vogelsang, T. (1999): Verbesserung der mathematikdidaktischen Ausbildung durch den Einsatz eines multimedialisierten mathematikdidaktischen Analysesystems (MUMAS). In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1999, S. 137 - 140. Hildesheim: Franzbecker.
- Dadds, M., Lofthouse, B. (1990): The Study of Primary Education A Source Book – Volume 4: Classroom and Teaching Studies. London, New York, Philadelphia: The Falmer Press.
- Dalton, R.; Minshull, R.; Robinson, A.; Garlick, J. (1972): Simulation Games in Geography. London, Basingstoke: Macmillan.
- Dann, H.-D. (1989): Was geht im Kopf des Lehrers vor? Lehrerkognitionen und erfolgreiches pädagogisches Handeln. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 36, S. 81 – 90.
- Dann, H.-D.; Humpert, W.; Krause, F.; Tennstädt, K.-Ch. (Hrsg., 1982): Analyse und Modifikation Subjektiver Theorien von Lehrern. Konstanz.
- Dann, H.-D.; Tennstädt, K.-Ch.; Humpert, W.; Krause, F. (1987): Subjektive Theorien und erfolgreiches Handeln von Lehrern/-innen bei Unterrichtskonflikten. *Unterrichtswissenschaft*, 15, S. 306 – 320.
- Danzer, H. (1994): Der Cognitive–Apprenticeship–Ansatz als Grundlage für die Entwicklung computerunterstützter Lernprogramme in der betriebswirtschaftlichen Hochschulausbildung. Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München.
- Desforges, C., Cockburn, A. (1990): Handling Classroom Complexity. In: Dadds, Lofthouse, S. 50 – 56.
- Deutsche Mathematiker – Vereinigung; Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (2001): Vorschläge zur Ausbildung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern für das Lehramt an Gymnasien in Deutschland. In: Mitteilungen der Deutschen Mathematiker–Vereinigung, Heft 2 oder <http://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/Stellungnahmen/Ausbildungsvorschlaege/lehrer.pdf> (April 2002).
- Deutsche Mathematiker–Vereinigung; Gesellschaft für Didaktik der Mathematik; Deutscher Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (1998): Wieder schlechte Noten für den Mathematikunterricht in Deutschland - Anlaß und Chance für einen Aufbruch - Erklärung der Fachverbände DMV / GDM / MNU zu den Ergebnissen der internationalen Mathematikstudie TIMSS-3. Online unter <http://wmax04.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/Stellungnahmen/Erklaerung/Erklaerung.doc> (April 2002).
- Deutscher Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts (1998): Empfehlungen zur Gestaltung von Lehrplänen bzw. Rahmenplänen für den Mathematikunterricht. Online unter <http://wmax04.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/Stellungnahmen/Rahmenplaene/Empfehlungen.doc> (April 2002).
- Deutscher Verein zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts et al. (1998): Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert. Online unter [http://wmax04.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/Stellungnahmen/Bildung/Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwe.doc](http://wmax04.mathematik.uni-wuerzburg.de/~gdm/Stellungnahmen/Bildung/Mathematische%20und%20naturwissenschaftliche%20Bildung%20an%20der%20Schwe.doc) (April 2002).
- Dette, K.; Haupt, D.; Polze, C. (Hrsg., 1992): Multimedia und Computeranwendungen in der Lehre. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Deutsch, K. W.; Fritsch, B. (1980): Zur Theorie der Vereinfachung: Reduktion von Komplexität in der Datenverarbeitung für Weltmodelle. Königstein/Ts.: Athenäum.
- Dichtl, E.; Issing, O. (Hrsg., 1987): Vahls Großes Wirtschaftslexikon. München: Verlag Franz Vahlen.
- Dieterich, R.; Elbing, E.; Peagitsch, I.; Ritscher, H. (1983): Psychologie der Lehrerpersönlichkeit. München, Basel: Ernst Reinhardt Verlag.
- Dirksmeier, Ch. (1990): Erfassung von Problemlösefähigkeit. Münster, New York: Waxmann.

- Domsch, M. (1995): Fallstudien. In: Sarges, S. 602 – 608.
- Dörenbach, W. (1982): Bounded Rationality. Frankfurt am Main, Bern: Peter Lang Verlag.
- Dörner, D. (1979): Problemlösen als Informationsverarbeitung. Stuttgart, Berlin, Köln, Mainz: Kohlhammer.
- Dörner, D. (1992a): Die Logik des Mißlingens. Reinbek: Rowohlt.
- Dörner, D. (1992b): Über die Philosophie der Verwendung von „Mikrowelten“ oder „Computerszenarios“ in der psychologischen Forschung. In: Gundlach, S. 53 – 87.
- Dörner, D. (1995): Problemlösen und Gedächtnis. In: Dörner; van der Meer, S. 295 – 320.
- Dörner, D. (1999): Bauplan für eine Seele. Reinbek: Rowohlt.
- Dörner, D.; Buerschaper, C. (1997): Denken und Handeln in komplexen Systemen. In: Ahlemeyer; Königswieser, S. 79 – 91.
- Dörner, D. Kreuzig, H. W.; Reither, F.; Stäudel, T. (Hrsg., 1983): Lohhausen. Vom Umgang mit Unbestimmtheit und Komplexität. Bern: Huber.
- Dörner, D.; Lantermann, E. D. (1991): Experiment und Empirie in der Psychologie. In: Grawe et al., S. 37 – 57.
- Dörner, D.; Michaelis, W. (Hrsg., 1989): Idola fori et idola theatri. Festschrift aus Anlaß der Emeritierung von Prof. Dr. phil. Et. Dr. med. Hermann Wegener. Göttingen, Toronto, Zürich: Hogrefe.
- Dörner, D.; Schaub, H. (1992): Spiel und Wirklichkeit. Über die Verwendung und den Nutzen computersimulierter Planspiele. Kölner Zeitschrift für Wirtschaft und Pädagogik, 12, S. 55 – 78.
- Dörner, D.; Schaub, H.; Strohschneider, S. (1999): Komplexes Problemlösen – Königsweg der Theoretischen Psychologie? Psychologische Rundschau, 50, Heft 4, S. 198 – 205.
- Dörner, D.; van der Meer, E. (Hrsg., 1995): Das Gedächtnis. Probleme – Trends – Perspektiven. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.
- Doyle, W. (1986): Classroom Organization and Management. In: Wittrock, S. 392 – 431.
- Doyle, W. (1990): Case Methods in the Education of Teachers. Teacher Education Quarterly, 17, Heft 1, S. 7 – 15.
- Dreyfus, H. L.; Dreyfus, S. E. (1987): Künstliche Intelligenz. Reinbek: Rowohlt.
- Dubs, R. (1995): Lehrerverhalten. Zürich: Verlag des Schweizerischen Kaufmännischen Verbandes.
- Dubs, R. (1996): Komplexe Lehr-Lern-Arrangements im Wirtschaftsunterricht. – Grundlagen, Gestaltungsprinzipien und Verwendung im Unterricht. In: Beck; Müller; Deißinger; Zimmermann, S. 159 – 172.
- Duncker, K. (1935): Zur Psychologie des produktiven Denkens. Berlin: Springer.
- Dunlap, J. C. (1996): User Support Strategies. In: Kommers; Grabinger; Dunlap, S. 157 – 172.
- Ebert, G. (1992): Unternehmensplanspiele in der wirtschaftswissenschaftlichen Forschung und Lehre sowie in der betrieblichen Aus- und Weiterbildung. In: Keim, S. 285 – 304.
- Elting, A. (1996): Das Lernprogramm „AVL“. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Euler, D. (1992): Didaktik des computerunterstützten Lernens. Praktische Gestaltung und theoretische Grundlagen. Nürnberg: BW Bildung und Wissen Verlag und Software GmbH.
- Eye, A. v. (1999): Kognitive Komplexität – Messung und Validität. Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie, 20, Heft 2, S. 81 – 96.
- Eyferth, K.; Schömann, M.; Widowski, D. (1986): Der Umgang von Psychologen mit Komplexität. Sprache & Kognition, 5, S. 11 – 26.
- Fackinger, Ch. (1995): Konzepte für die Integration von Computer Based Training (CBT) in die betriebliche Weiterbildung am Beispiel Banken. Stuttgart, Marburg, Erfurt: Verlag Peter Wiehl.
- Fassheber, P. (1995): Planspiele. In: Sarges, S. 608 – 618.
- Fausser, P. (1999): Was ist „Imaginatives Lernen“? Pädagogik, 51, Heft 7/8, S. 6 – 9.
- Fennema, E.; Franke, M. L. (1992): Teachers' Knowledge And Its Impact. In: Grouws, S. 147 – 164.
- Flick, U. (1995): Stationen des qualitativen Forschungsprozesses. In: Flick et al., S. 148 – 173.
- Flick, U.; Kardorff, E. v.; Keupp, H.; Rosenstiel, L. v.; Wolff, St. (Hrsg., 1995): Handbuch Qualitative Sozialforschung. Weinheim: Beltz.
- Floden, R. E.; Clark, C. M. (1988): Preparing Teacher for Uncertainty. Teachers College Record, 89, Heft 4, S. 505 – 524.

- Floden, R. E.; Klining, H. G. (1990): What Can Research on Teacher Thinking Contribute to Teacher Preparation? A Second Opinion. *Educational Researcher*, 19, Heft 5, S. 15 – 20.
- Flor, Th. (ohne Jahr): Adaptives Informationssystem für kooperative Lernumgebungen. In Vorbereitung.
- Foppa, K.; Groner, R. (Hrsg, 1981): Kognitive Strukturen und ihre Entwicklung. Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Hans Huber.
- Frank, M. (1999): Modellierung und Simulation – Terminologische Probleme. In: Biethahn et al., S. 50 – 64.
- Frensch, P. A.; Funke, J. (Hrsg., 1995): Complex Problem Solving. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- Frese, E. (Hrsg., 1992): Handwörterbuch der Organisation. 3. Auflage, Stuttgart: Poeschel.
- Freudenthal, H. (1991): Revisiting Mathematics Education. China Lectures. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Fritzlar, T. (1998a): Erste Überlegungen zur Entwicklung eines Computersimulationsprogramms zur Unterstützung der Sensibilisierung von Lehramtsstudenten für die Komplexität von Mathematikunterricht. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1998. Hildesheim: Franzbecker.
- Fritzlar, T. (1998b): Über Möglichkeiten der Sensibilisierung für Komplexität von Mathematikunterricht. In: ICM 1998, Abstracts of Short Communications and Poster Sessions, Berlin, S. 359 – 360.
- Fritzlar, T. (1999): Computergestützte Modellierung unterrichtlicher Entscheidungssituationen als möglicher Beitrag zur Sensibilisierung für die Komplexität von Mathematikunterricht. In: Kadunz et al., S. 111 – 118.
- Fritzlar, T. (2001): Überlegungen und erste Erfahrungen zu Möglichkeiten der Förderung mathematisch interessierter Schüler der Primar- und Sekundarstufe I. Bericht an das Thüringer Kultusministerium zum Schulversuch „Schulische Langzeitförderung mathematisch-naturwissenschaftlich-technisch begabter SchülerInnen durch verständnisintensives Lernen“ am Carl-Zeiss-Gymnasium Jena.
- Führer, L. (1997): Pädagogik des Mathematikunterrichts. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.
- Funke, J. (1986): Komplexes Problemlösen. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Funke, J. (1988): Using Simulation To Study Complex Problem Solving. *Simulation & Games*, 19, Heft 3, S. 277 – 303.
- Funke, J. (1990): Probleme komplexer Problemlöseforschung. In: Fisch; Boos, S. 95 – 105.
- Funke, J. (1992): Wissen über dynamische Systeme: Erwerb, Repräsentation und Anwendung. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Funke, J. (1999): Komplexes Problemlösen – Ein Blick zurück und ein Blick nach vorne –. *Psychologische Rundschau*, 50, Heft 4, S. 194 – 197.
- Funke, J.; Hussy, W. (1984): Komplexes Problemlösen: Beiträge zu seiner Erfassung sowie zur Frage der Bereichs- und Erfahrungsabhängigkeit. *Zeitschrift für Experimentelle und Angewandte Psychologie*, 31, Heft 1, S. 19 – 38.
- Funke, J.; Müller, H. (1988): Eingreifen und Prognostizieren als Determinanten von Systemidentifikation und Systemsteuerung. *Sprache & Kognition*, 7, Heft 3, S. 176 – 186.
- Funke, U. (1991): Die Validität einer computergestützten Systemsimulation zur Diagnose von Problemlösekompetenz. In: Schuler; Funke, S. 114 – 122.
- Funke, U. (1993): Computergestützte Eignungsdiagnostik mit komplexen dynamischen Szenarios. *Zeitschrift für Arbeits- und Organisationspsychologie*, Jahrgang 37, Heft 3, S. 109 – 118.
- Funke, U. (1995): Zur Frage der Standards für komplexe dynamische Szenarios in der Eignungsdiagnostik. *Zeitschrift für Arbeits- und Organisationspsychologie*, Jahrgang 39, Heft 1, S. 36 – 39.
- Fürstenau, B. (1994): Komplexes Problemlösen im betriebswirtschaftlichen Unterricht. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Fürstenau, B.; Getsch, U.; Noß, M.; Siemon, J. (1999): Entwicklung und Evaluation komplexer Lehr – Lern – Arrangements als zentrales Forschungsfeld der Göttinger Wirtschaftspädagogik. In: Tramm et al., S. 260 – 276.
- Gabele, E.; Zürn, B. (1993): Entwicklung interaktiver Lernprogramme. Band 1: Grundlagen und Leitfaden. Stuttgart: Schäffer – Poeschel Verlag.
- Gardner, H. (1989): Dem Denken auf der Spur. Stuttgart: Klett-Cotta.

- Gebert, A.; Winterfeld, U. (Hrsg., 1993): Arbeits-, Betriebs- und Organisationspsychologie vor Ort. Bericht über die 34. Fachtagung der Sektion Arbeits-, Betriebs- und Organisationspsychologie im Berufsverband Deutscher Psychologen e.V. Bonn: Deutscher Psychologen Verlag.
- Gehrtsen, Ch.; Vogel, H. (1993): Physik. 17. Auflage, Berlin, Heidelberg, New York et al.: Springer.
- Geilhardt, Th.; Mühlbradt, Th. (Hrsg., 1995): Planspiele im Personal- und Organisationsmanagement. Göttingen: Verlag für Angewandte Psychologie.
- Gelernter, D. (1996): Gespiegelte Welten im Computer. München, Wien: Carl Hanser Verlag.
- Gellert, W.; Kästner, H.; Neuber, S. (Hrsg., 1977): Lexikon der Mathematik. Leipzig: Bibliographisches Institut.
- Gell-Mann, M. (1998): Das Quark und der Jaguar. Vom Einfachen zum Komplexen. Die Suche nach einer neuen Erklärung der Welt. München: Piper.
- Geuting, M. (1992): Planspiel und soziale Simulation im Bildungsbereich. Frankfurt am Main, Bern, New York, Paris: Peter Lang Verlag.
- Geuting, M. (2000): Soziale Simulation und Planspiel in pädagogischer Perspektive. In: Herz; Blätte, S. 15 – 62.
- Gigerenzer, G. (1981): Messung und Modellbildung in der Psychologie. München, Basel: Reinhardt.
- Gigerenzer, G. (1999): Mentale Fakultäten, methodische Rituale und andere Stolpersteine. Zeitschrift für Psychologie, 207, S. 287 – 297.
- Gigerenzer, G.; Todd, P. M.; ABC Research Group (1999): Simple heuristics that make us smart. New York: Oxford University Press.
- Gilbert, N.; Doran, J. (Hrsg., 1994): Simulating societies. The computer simulation of social phenomena. UCL Press.
- Glaeser, G. (1980): Didaktik mathematischer Probleme und Aufgaben. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.
- Glaserfeld, E. v. (1987): Wissen, Sprache und Wirklichkeit. Braunschweig: Vieweg.
- Glaserfeld, E. v. (1998): Radikaler Konstruktivismus. Ideen, Ergebnisse, Probleme. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Glatfeld, M. (Hrsg., 1990): Finden, Erfinden, Lernen. Zum Umgang mit Mathematik unter heuristischem Aspekt. Frankfurt am Main, Bern, New York, Paris: Peter Lang Verlag.
- Göckel, H. (1977): Die Planbarkeit von Unterricht. In: Hacker, S. 13 – 36.
- Goldman, E.; Barron, L. (1990): Using Hypermedia to Improve the Preparation of Elementary Teachers. Journal of Teacher Education, 41, Heft 3, S. 21 – 31.
- Goldman, E.; Barron, L.; Witherspoon, M. L. (1991): Hypermedia Cases In Teacher Education: A Context For Understanding Research On The Teaching And Learning Of Mathematics. Action in Teacher Education, 13, Heft 1, S. 28 – 36.
- Grabinger, S. (1996): Screen Design. In: Kommers; Grabinger; Dunlap, S. 137 – 156.
- Gräsel, C. (1997): Problemorientiertes Lernen. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.
- Grawe, K.; Hänni, R.; Semmer, N.; Tschan, F. (Hrsg., 1991): Über die richtige Art, Psychologie zu betreiben. Göttingen: Hogrefe.
- Grell, J.; Grell, M. (1996): Unterrichtsrezepte. 11. Auflage, Weinheim; Basel: Beltz.
- Grewendorf, G. (Hrsg., 1979): Sprechakttheorie und Semantik. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Grigutsch, S.; Raatz, U.; Törner, G. (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. Journal für Mathematikdidaktik 19, Heft 1, S. 3 – 45.
- Grouws, D. A. (Hrsg., 1992): Handbook Of Research On Mathematics Teaching And Learning. New York: Macmillan Publishing Company.
- Gruber, H.; Ziegler, A. (Hrsg., 1996): Expertiseforschung: Theoretische und methodische Grundlagen. Opladen: Westdeutscher Verlag.
- Gundlach, H. (Hrsg., 1992): Psychologische Forschung und Methode: Das Versprechen des Experiments. Passau: Passavia Universitätsverlag.
- Hacker, H. (Hrsg., 1977): Zur Frage der Lernplanung und Unterrichtsgestaltung. Hannover: Schroedel.
- Hannula, M. (Hrsg., 1998): Current State of Research on Mathematical Beliefs VII. Research Report 198. Helsinki: University of Helsinki, Department of Teacher Education.
- Harbordt, S. (1974): Computersimulation in den Sozialwissenschaften. Reinbek: Rowohlt.
- Hartmann, W. D. (1990): Handbuch der Management Techniken. Berlin: Akademie Verlag.
- Hartung, S.; Schneider, I. (1995): Entwicklung und Anwendung computersimulierter Szenarien. In: Strauß; Kleinmann, S. 119 – 236.
- Hasselmann, D. (1991): Einsatzmöglichkeiten computersimulierter, komplexer Problemstellungen als neues Mittel der Eignungsdiagnostik. In: Schuler; Funke, S. 110 –

- 113.
- Hasselmann, D. (1993): Eignungsdiagnostische Validität des computersimulierten Szenarios TEXTILFABRIK. In: Gebert; Winterfeld, S. 541 – 550.
- Hasselmann, G.; Strauß, B.; Hasselmann, D. (1993): Entwicklung einer PC – gestützten Unternehmenssimulation als Verfahren der betrieblichen Eignungsdiagnostik. In: Gebert; Winterfeld, S. 551 – 560.
- Hayek, F. A. von (1972): Die Theorie komplexer Phänomene. Tübingen: J. C. B. Mohr (Paul Siebeck)
- Hazewinkel, M. (Managing Editor, 1988): Encyclopaedia of Mathematics. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.
- Heckhausen, H. (1989): Motivation und Handeln. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hongkong: Springer.
- Heckhausen, H.; Rheinberg, F. (1980): Lernmotivation im Unterricht, erneut betrachtet. Unterrichtswissenschaft, 8, S. 7 – 47.
- Hedrich, R. (1990): Komplexe und fundamentale Strukturen. Mannheim, Wien, Zürich: Wissenschaftsverlag.
- Hegselmann, R.; Peitgen, H.-O. (1996): Modelle sozialer Dynamiken. Wien: Hölder – Pichler – Tempsky.
- Heimann, P. (1972): Didaktik 1965. In: Heimann; Otto; Schulz, S. 7 – 12.
- Heimann, P.; Otto, G.; Schulz, W. (1972): Unterricht. Analyse und Planung. 6. Auflage, Hannover: Schroedel.
- Heinrich, F. (2001): Wechseln von Lösungsansätzen als eine bedeutungsvolle heuristische Vorgehensweise beim Lösen mathematischer Probleme. Der Mathematikunterricht, 47, Heft 6, S. 19 – 33.
- Heinrich, F.; Zimmermann, B. (2001): Einleitung (in den Thementeil Problemlösen und Heuristik im Mathematikunterricht – in verschiedenen Ländern und Zusammenhängen). Der Mathematikunterricht, 47, Heft 6, S. 3 – 4.
- Helmke, A.; Schrader, F.-W. (2001): Von der Leistungsevaluation zur Unterrichtsentwicklung – Neue Herausforderungen für die Pädagogische Psychologie. In: Silbereisen; Reitzle, S. 594 – 606.
- Herrmann, H.-J. (1987): Simulationsspiele als Methode eines bankbetrieblichen Entscheidungstrainings. Düsseldorf: Verlagsanstalt Handwerk.
- Herz, D.; Blätte, A. (2000): Einleitung. In: Herz; Blätte, S. 1 – 11.
- Herz, D.; Blätte, A. (Hrsg., 2000): Simulation und Planspiel in den Sozialwissenschaften. Münster: LIT Verlag.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (Hrsg., 2001): Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Heymann, H. W. (1978): Lehr-Lern-Prozesse im Mathematikunterricht. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Heymann, H. W. (1996): Allgemeinbildung und Mathematik. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.
- Hille, R. (1978): Über die Notwendigkeit der Vermittlung von heuristischen Strategien an der Hochschule, insbesondere bei Computersimulationen komplexer Systeme. In: Simon, S. 191 – 203.
- Hilton, P. (1981): Avoiding Math Avoidance. In: Steen.
- Hofer, M. (Hrsg., 1981): Informationsverarbeitung und Entscheidungsverhalten von Lehrern. München, Wien, Baltimore: Urban & Schwarzenberg.
- Hofstadter; D. R. (1996): Gödel, Escher, Bach. München: DTV.
- Hopcroft, J. E.; Ullmann, J. D. (1994): Einführung in die Automatentheorie, Formale Sprachen und Komplexitätstheorie. 3. Auflage, Bonn, Paris, Reading (Mass.) u.a.: Addison-Wesley.
- Huber, G. L.; Mandl, H. (1978): Differenziertheit und Integriertheit des Konstrukts der kognitiven Komplexität. In: Mandl; Huber, S. 219 – 247.
- Huber, G. L.; Mandl, H. (1982): Verbalisationsmethoden zur Erfassung von Kognitionen im Handlungszusammenhang. In: Huber; Mandl, S. 11 – 42.
- Huber, G. L.; Mandl, H. (Hrsg, 1982): Verbale Daten. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.
- Hussy, W. (1998): Denken und Problemlösen. 2. Auflage, Stuttgart, Berlin, Köln: Kohlhammer.
- Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld (Hrsg., 1985): Analysen zum Unterrichtshandeln. Köln: Aulis Verlag Deubner & CO KG.
- Interdisziplinäres Zentrum für Lern- und Lehrforschung (1996): LLF - Berichte Nr. 16. Universität Potsdam.

- Jackson, P. W. (1990): Life in Classrooms. New York: Teachers College Press.
- Jerusalem, M. (1997): Schulklasseneffekte. In: Weinert (1997b), S. 253 – 278.
- Joint Matriculation Board, Shell Centre for Mathematical Education: Problems with Patterns and Numbers. Ohne Jahr.
- Jong, T. de; Sarti, L. (1994, Hrsg.): Design and Production of Multimedia and Simulations based Learning Material. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fisch, R.; Boos, M. (Hrsg., 1990): Vom Umgang mit Komplexität in Organisationen. Konstanz: Universitätsverlag.
- Fisch, R.; Wolf, M. F. (1990): Die Handhabung von Komplexität beim Problemlösen und Entscheiden. In: Fisch; Boos, S. 11 – 39.
- Heuvel-Panhuizen, M. van den (Hrsg., 2001): Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Jungermann, H.; Pfister, H.-R.; Fischer, K. (1998): Die Psychologie der Entscheidung. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.
- Kadunz, G.; Kautschitsch, H.; Trends und Perspektiven. Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky.
- Ossimitz, G.; Schneider, E. (Hrsg., 1996): Mathematische Bildung und neue Technologien. Stuttgart, Leipzig: B. G. Teubner.
- Kadunz, G.; Ossimitz, G.; Peschek, W.; Schneider, E.; Winkelmann, B.: (Hrsg., 1999): Ways of Evaluating Teacher Cognition: Inferences Concerning the Goldilocks Principle. Review of Educational Research, 60, Heft 3, S. 419 – 469.
- Kagan, D. M. (1990): Entscheidungstraining. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Kaiser, F.-J. (1976): Die Stellung der Ökonomie im Spannungsfeld sozialwissenschaftlicher Disziplinen. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Kaiser, F.-J. (Hrsg., 1978): Mathematisch interessierte und begabte Grundschulkinder – Das Neubrandenburger Projekt. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 28, Heft 5, S. 136 – 142.
- Käpnick, F. (1996): Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Frankfurt am Main, Berlin, Bern, New York, Paris, Wien: Peter Lang Verlag.
- Käpnick, F. (1998a): Mathematisch begabte Grundschulkinder: Besonderheiten, Probleme und Fördermöglichkeiten. In: Peter-Koop, S. 25 – 40.
- Käpnick, F. (1998b): Systemisches Denken. In: Geilhardt; Mühlbradt, S. 27 – 43.
- Kastner, M. (1995): Planspiel, Rollenspiel, Fallstudie. Zur Praxis und Theorie lernaktiver Methoden. Köln: Wertschaftsverlag Bachem.
- Keim, H. (Hrsg., 1992): Inexact Sciences: Professional Education And The Development Of Expertise. In: Rothkopf, S. 133 – 167. Online unter <http://www.msu.edu/~mkennedy/publications/docs/Inexact/inexactScienc e.pdf> (April 2002).
- Kennedy, M. M. (1979): A study package for examining and tracking changes in teachers' knowledge. Technical Series 93-1, The National Center for Research on Teacher Education, Michigan State University.
- Mary M. Kennedy, M. M.; Loewenberg Ball, D.; McDiarmid, G. W. (1993): Diagnostik und Personalauswahl mit computergestützten Problemlöse-szenarien. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.
- Kersting, M. (1999): Modellierung von Problemlöseprozessen. Der Mathematikunterricht, 29, Heft 3, S. 71 – 101.
- Kießwetter, K. (1983): "Zauberhafte" Mathematik mit natürlichen Zahlen. Mathematiklehren, Heft 40, S. 3.
- Kießwetter, K. (1990): Unterrichtsgestaltung als Problemlösen in komplexen Konstellationen. In: Padberg.
- Kießwetter, K. (1994): Unverzichtbar für menschliche Erkenntnisprozesse- und hilfreich und verführend auch für den mathematikdidaktischen Bereich: das Elementare im Komplexen. In: Schaefer.
- Kießwetter, K. (1997): Zu Materialien aus dem Hamburger Modell. Unveröffentlichter Manuskriptteil.
- Kießwetter, K.; Nolte, M. (1996): Können und sollen mathematisch besonders befähigte Schüler schon in der Grundschule identifiziert und gefördert werden? Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 28, Heft 5, S. 143 – 157.
- Kindsvatter, R.; Wilen, W.; Ishler, M. (1996): Dynamics of Effective Teaching, 3rd Edition. White Plains, N.Y.: Longmann.

- Kirchhoff, S.; Kuhnt, S.; Lipp, P.; Fragebogen. Datenbasis. Konstruktion. Auswertung. 2. überarbeitete Auflage, Opladen: Leske + Budrich.
- Schlawin, S. (2001): Neue Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Weinheim, Basel: Beltz.
- Klafki, W. (1991): Grundlagen der Problemlöseforschung. In: Strauß; Kleinmann, S. 17 – 42.
- Klauer, K. Ch. (1995): Informations- und Kodierungstheorie. Stuttgart, Leipzig: B. G. Teubner.
- Klimant, H.; Piotraschke, R.; Schönfeld, D. (1996): An Approach To General Systems Theory. New York: Van Nostrand Reinhold Company.
- Klir, G. J. (1969): Architecture Of Systems Problem Solving. New York, London: Plenum Press.
- Klir, G. J. (1985): Information und Verhalten. Berlin: Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- Klix, F. (1971): Wissen und Denken. Stuttgart: Kohlhammer.
- Kluwe, R. H. (1979): Methoden der Psychologie zur Gewinnung von Daten über menschliches Wissen. In: Mandl; Spada, S. 359 – 385.
- Kluwe, R. H. (1988): Kontrolle und Steuerung komplexer Systeme durch Menschen: Anmerkungen zum Stand der kognitionspsychologischen Forschung. In: Grawe; Hänni; Semmer; Tschan, S. 239 – 254.
- Kluwe, R. H. (1991): Computergestützte Systemsimulationen. In: Sarges, S. 572 – 578.
- Kluwe, R. H. (1995): Simulation in der empirisch-psychologischen Forschung. In: Albert; Gundlach, S. 203 – 224.
- Kluwe, R.; Spada, H. (1981): Wissen und seine Veränderung: einige psychologische Beschreibungsansätze. In: Foppa; Groner, S. 284 – 327.
- Kluwe, R. H.; Schilde, A.; Fischer, Ch.; Oellerer, N. (1991): Problemlöseleistungen beim Umgang mit komplexen Systemen und Intelligenz. Diagnostica, 37, Heft 4, S. 287 – 313.
- Knecht – von Martial, I. (1986): Theorie allgemeindidaktischer Modelle. Bildung und Erziehung, Beiheft 4. Köln, Wien: Böhlau Verlag.
- Kohler, B. (1998): Problemorientierte Gestaltung von Lernumgebungen. Weinheim: Deutscher Studienverlag.
- Költze, H. u.a. (1990): Lehrertraining. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Kommers, P. A. M.; Grabinger, S.; Hypermedia learning environments: instructional design and integration. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Dunlap, J. C. (Hrsg., 1996): Elemente der Unterrichtstheorie. München: Ehrenwirth.
- Koskeniemi, M. (1971): Elementares und komplexes Problemlösen. Lengerich, Berlin, Düsseldorf, Leipzig, Riga, Scottsdale (USA), Wien, Zagreb: Pabst.
- Kotkamp, U. (1999): Grundbegriffe der Pädagogik. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Kozdon, B. (1978): Handlungsleitende Kognitionen von Lehrern. Göttingen, Toronto, Zürich: Hogrefe.
- Krampen, G.; Brandtstädter, J. (1981): Kognitionspsychologische Analysen erzieherischen Handelns: Instrumentalitätstheoretische Ansätze. In: Hofer, S. 222 – 254.
- Krause, W. (2000): Denken und Gedächtnis aus naturwissenschaftlicher Sicht. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.
- Kreuzig, H. W.; Schlotthauer, J. A. (1991): Ein Computer-Simulations-Verfahren in der Praxis: Offene Fragen – empirische Antworten. In: Schuler; Funke, S. 106 – 109.
- Krohne, H. W.; Laucht, M. (1978): Zur Operationalisierung des Konstrukts der kognitiven Strukturiertheit. In: Mandl; Huber, S. 193 – 217.
- Kröll, M. (1989): Lehr – Lernplanung. Grenzen und Möglichkeiten. Köln: Müller-Botermann Verlag.
- Kröll, M. (1995): Selbstorganisation, nicht-intendierte Effekte, selektive Versuchs – und – Irrtums – Prozesse und Lehr – Lernplanung. In: Landesinstitut für Schule und Weiterbildung NRW, S. 71 – 115.
- Kron, F. W. (1993): Grundwissen Didaktik. München, Basel: Ernst Reinhardt Verlag.
- Krulik, S. (Hrsg., 1980): Problem Solving in School Mathematics. 1980 Yearbook, Reaston: NCTM.
- Kummer, R. R. (1991): Computersimulation in der Berufsschule. Frankfurt am Main, Bern, New York, Paris: Peter Lang Verlag.
- Kurzrock, R. (Hrsg., 1972): Systemtheorie. Berlin: Colloquium Verlag.
- Laborde, C. (2001): The Use of New Technologies as a Vehicle for Restructuring Teachers' Mathematics. In: Lin; Cooney, S. 87 – 109.
- Lakatos, I. (1979): Beweise und Widerlegungen. Braunschweig: Vieweg.
- Lampert, M.; Clark, C. M. (1990): Expert Knowledge and Expert Thinking in Teaching: A Response to Floden and Klinzing. Educational Researcher, 19, Heft 5, S. 21 – 23.
- Lampert, M.; Loewenberg Ball, D. Teaching, Multimedia, and Mathematics. New York, London: Teachers

- (1998): College Press.
- Landesinstitut für Schule und Lehren und Lernen als konstruktive Tätigkeit. Weiterbildung NRW (1995):
- Lange, J. d.; Huntley, J.; Keitel, Ch.; Niss, M. (Hrsg., 1993): Innovation in Maths Education by Modelling and Applications. Chichester: Horwood.
- Laux, H. (1998): Entscheidungstheorie. Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Budapest, Hongkong, London, Mailand, Paris, Santa Clara, Singapur, Tokio: Springer.
- Leinhardt, G.; Greeno, J. G. (1986): The Cognitive Skill of Teaching. *Journal of Educational Psychology*, 78, Heft 2, S. 75 – 95.
- Lentz, W. (1993): Neuere Entwicklungen in der Theorie dynamischer Systeme und ihre Bedeutung für die Agrarökonomie. Berlin: Duncker & Humblot.
- Lenzen, D.; Mollenhauer, K. (Hrsg., 1983): Enzyklopädie Erziehungswissenschaft. Band 1: Theorien und Grundbegriffe der Erziehung und Bildung. Stuttgart: Klett-Cotta.
- Leutner, D. (1988): Computersimulierte dynamische Systeme: Wissenserwerb unter verschiedenen Lehrmethoden und Sozialformen des Unterrichts. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 20, Heft 4, S. 338 – 355.
- Leutner, D.; Schrettenbrunner, H. (1989): Entdeckendes Lernen in komplexen Realitätsbereichen: Evaluation des Computer – Simulationsspiels „Hunger in Nordafrika“. *Unterrichtswissenschaften*, 17, Heft 4, S. 327 – 341.
- Levenig, H.; Schöler, W. (Hrsg., 1989): Kommunikation und Begegnung: Reflexionen und pragmatische Ansätze der Pädagogik. Heidelberg: I. H. Sauer – Verlag.
- Lin, F.-L.; Cooney, Th. J. (Hrsg., 2001): Making Sense of Mathematics Teacher Education. Dordrecht, Boston, London: KluwerAcademic Publishers.
- Lingelbach, H. (1995): Unterrichtsexpertise von Grundschullehrkräften. Hamburg: Verlag Dr. Kovac.
- Luhmann, N. (1980): Komplexität. In: *Handwörterbuch der Organisation*. 2. Auflage, Sp. 1064 – 1070, Stuttgart: Poeschel Verlag.
- Mack, W. (1995): Intelligenz und Expertiseerwerb. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Maier, H. (2001): Interpretative Erforschung des Schülerverstehens im Mathematikunterricht. In: Bayrhuber et al., S. 233 – 252.
- Maier, H.; Pfister, H.-J. (1992): Grundlagen der Unterrichtstheorie und Unterrichtspraxis, Weinheim: Deutscher Studienverlag.
- Maier, H.; Vogt, J. (Hrsg., 1994): Verstehen und Verständigung. Arbeiten zur interpretativen Unterrichtsforschung. Köln: Aulis.
- Malik, F. (1996): Strategie des Managements komplexer Systeme. Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Paul Haupt.
- Malik, F. (2000): Systemisches Management, Evolution, Selbstorganisation. 2. überarbeitete Auflage, Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Paul Haupt.
- Mandl, H.; Huber, G. L. (1978a): Kognitive Komplexität – Einleitung, Übersicht, Diskussionslinien. In: Mandl; Huber, S. 9 – 32.
- Mandl, H.; Huber, G. L. (1978b): Förderung und Hemmung kognitiver Komplexität in der Schule. In: Mandl; Huber, S. 65 – 82.
- Mandl, H.; Huber, G. L. (Hrsg., 1978c): Kognitive Komplexität. Göttingen: Hogrefe.
- Mandl, H.; Spada, H. (Hrsg., 1988): Wissenspsychologie. München, Weinheim: Psychologie Verlagsunion.
- Martial, I. v. (1996): Einführung in didaktische Modelle. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Martial, I. v.; Bennack, J. (1994): Einführung in schulpraktische Studien. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Martin, D. R.: Preparation And Evaluation Of Three Videocases In Science Teacher Education. In: 1996 AETS Conference Papers and Summaries of Presentations, S. 145 – 159. Online unter <http://www.ed.psu.edu/CI/journals/96pap10.htm> (April 2002).
- Martin, L. A. (1997): The First Step. Prepared for the MIT System Dynamics in Education Project. Massachusetts Institute of Technology.
- Maskus, R. (1976): Unterricht als Prozeß. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Mathar, R. (1996): Informationstheorie. Stuttgart: Teubner.
- Maturana, H. R.; Varela, F. J. (1987): Der Baum der Erkenntnis. Bern; München: Scherz Verlag.
- Mayring, P. (1983): Qualitative Inhaltsanalyse. Weinheim, Basel: Beltz.

- McDonald, J. P. (1972): Teaching: Making Sense of an Uncertain Craft. New York: Teachers College Press.
- Meadows, D.; Meadows, D.; Zahn, E.; Milling, P. (1972): Die Grenzen des Wachstums. Bericht des Club of Rome zur Lage der Menschheit. Stuttgart: Deutsche Verlags-Anstalt.
- Merry, U. (1995): Coping with Uncertainty. Westport: Praeger Publishers.
- Merseeth, K. K. (1990): Case Studies and Teacher Education. Teacher Education Quarterly, 17, Heft 1, S. 52 – 62.
- Merseeth, K. K. (1991): The Early History of Case – Based Instruction: Insights for Teacher Education Today. Journal of Teacher Education, 42, Heft 4, S. 243 – 249.
- Merseeth, K. K. (1994): Cases, Case Methods, and the Professional Development of Educators. ERIC Digest ED401272 Nov 94. Online unter http://www.ed.gov/databases/ERIC_Digests/ed401272.html (April 2002).
- Merseeth, K. K.; Lacey, C.A. (1993): Weaving Stronger Fabric: The Pedagogical Promise Of Hypermedia And Case Methods in Teacher Education. In: Teacher & Teacher Education, 9, Heft 3, S. 283 – 299.
- Merten, K. (1995): Inhaltsanalyse. Einführung in Theorie, Methode und Praxis. Opladen: Westdeutscher Verlag.
- Meyer, H. (1989): Leitfaden zur Unterrichtsvorbereitung. 9. Auflage, Frankfurt am Main: Scriptor.
- Mieg, H. A. (2001): Vom ziemlichlichen Unvermögen der Psychologie, das Tun der Experten zu begreifen: Ein Plädoyer für Professionalisierung als psychologische Kategorie und einen interaktionsorientierten Expertenbegriff. In: Silbereisen; Reitzle, S. 635 – 648.
- Möhring, M. (1990): MIMOSE – eine funktionale Sprache zur Beschreibung und Simulation individuellen Verhaltens in interagierenden Populationen. Dissertation, Koblenz.
- Mousley, J.; Sullivan, P. (1996): Learning about Teaching. Adelaide: The Australian Association of Mathematics Teachers.
- Mousley, J.; Sullivan, P. (1997): Dilemmas in the Professional Education of Mathematics Teachers. In: Pehkonen, S. 1-31 – 1-45.
- Müller, B.; Funke, J. (1995): Das Paradigma „Komplexes Problemlösen“. In Strauß; Kleinmann, S. 57 – 102.
- Müller, H. (1993): Komplexes Problemlösen: Reliabilität und Wissen. Bonn: Holos Verlag.
- Mußmann, F. (1995): Komplexe Natur-Komplexe Wissenschaft. Opladen: Leske + Budrich.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1989): Guidelines for the post-baccalaureate education of teachers of mathematics. Reston: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000): Principles and standards for school mathematics. Reston: NCTM.
- Neber, H. (Hrsg., 1981): Entdeckendes Lernen. Weinheim, Basel: Beltz.
- Neber, H. (Hrsg., 1987): Angewandte Problemlösepsychologie. Münster: Aschendorff.
- Neisser, U. (1979): Kognition und Wirklichkeit. Stuttgart: Klett - Cotta.
- Newell, A.; Simon, H. A. (1972): Human problem solving. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Nickel, H. (1974): Beiträge zur Psychologie des Lehrerverhaltens. Psychologie in Erziehung und Unterricht, Beiheft Nr. 67, München: Reinhardt Verlag.
- Nickson, M. (1992): The Culture Of The Mathematics Classroom: An Unknown Quantity? In: Grouws, S. 101 – 114.
- Nicolis, Grégoire; Prigogine, I. (1989): Exploring Complexity. New York: Freeman and Company.
- Niss, M. (1996): Goals of Mathematics Teaching. In: Bishop; Clements; Keitel; Kilpatrick; Laborde, S. 11 – 47.
- Nix, D.; Spiro, R. (Hrsg., 1990): Cognition, Education, Multimedia. Hillsdale: Earlbaum.
- Nohda, N. (1991): Paradigm of the “open-approach” method in mathematics teaching: Focus on mathematical problem solving. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, Heft 2, S. 32 – 37.
- Nolte, M. (1995): Die Faltaufgabe im Unterricht. Eine anspruchsvolle und reizvolle Aufgabe für alle? In: Zimmermann, S. 86 - 95.
- Norris, D. R. (1986): External validity of business games. Simulation & Games, 17, Heft 4, S. 447 – 459.
- Olivier, A.; Newstead, K. (Hrsg., 1998): Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. University of Stellenbosch, Stellenbosch.
- Opwis, K.; Lüer, G. (1989): Modelle der Repräsentation von Wissen. Arbeitsbericht der Abteilung for

- Allgemeine Psychologie und Methodenlehre Nr. 18, Universität Göttingen.
- Ossimitz, G. (1990): Materialien zur Systemdynamik. Wien: Holder-Pichler-Tempsky.
- Ossimitz, G. (1994): Modellierung dynamischer Systeme im Mathematikunterricht – wozu? In: Hischer, H. (Hrsg.): Mathematikunterricht und Computer: Neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Hildesheim: Franzbecker, S. 72 – 78.
- Ossimitz, G. (1995): Systemisches Denken und Modellbilden. Konzeptpapier, DIFF Tübingen.
- Ossimitz, G. (ohne Jahr): Kurzbericht zum Projekt "Entwicklung vernetzten Denkens".
- Ossimitz, G. (1996): Stand und Perspektiven der Forschung zum Systemischen Denken. In: Kadunz; Kautschitsch; Ossimitz; Schneider, S. 279 – 286.
- Padberg, F. (Hrsg., 1994): Beiträge zum Lernen und Lehren von Mathematik. Seelze: Kallmeyer.
- Page, B. et al. (1988): Simulation und moderne Programmiersprachen: Modula-2, C, Ada. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer.
- Pallasch, W.; Strehlow, V. (1990): Pädagogisches Training zu den unterrichtlichen Konstrukten von Lehrern. In: Költze et al., S. 44 – 88.
- Patry, J. L. (2000): Schulunterricht ist komplex – kann da Theorie noch praktisch sein? Online: http://www.sbg.ac.at/erz/salzbuerger_beitraege/fruehling2000/patry_2000_1.htm (Februar 2002).
- Pehkonen, E. K. (1991): Problem solving in mathematics – Introduction. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, Heft 1, S. 1 – 4.
- Pehkonen, E. K. (1994): On Teachers' Beliefs and Changing Mathematics Teaching. Journal für Mathematikdidaktik, 15, Heft 3/4, S. 177 – 209.
- Pehkonen, E. K. (Hrsg., 1997): Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. University of Helsinki.
- Pehkonen, E. K. (2001a): Offene Probleme: Eine Methode zur Entwicklung des Mathematikunterrichts. Der Mathematikunterricht, 47, Heft 6, S. 60 – 72.
- Pehkonen, E. K. (2001b): Problem Solving Around the World. Proceedings of the Topic Study Group 11 (Problem Solving in mathematics Education) at the ICME-9 meeting August 2000 in Japan. Turku: University of Turku. Faculty of Education, Department of Teacher Education. Report Series C:14.
- Peter, A. (1997): Mathematikdidaktik in Australien: Unterrichtspraxis, Lehrerfortbildung und Forschungsschwerpunkte. Journal für Mathematikdidaktik, 18, Heft 2/3, S. 91 – 126.
- Petermann, F. (Hrsg., 1989): Einzelfallanalyse. München, Wien: Oldenbourg Verlag.
- Peter-Koop, A. (Hrsg., 1998): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburger: Oldenburger Verlag.
- Peterson, P. L.; Fenneman, E.; Carpenter, Th. P.; Loef, M. (1989): Teachers' Pedagogical Content Beliefs in Mathematics. In: Cognition And Instruction, 6, Heft 1, S. 1 – 40.
- Peterßen, W. H. (1996): Lehrbuch Allgemeine Didaktik. 5. Auflage, München: Ehrenwirth.
- Pólya, G. (1969): Mathematik und plausibles Schließen. Band 1. Induktion und Analogie in der Mathematik. Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser.
- Pólya, G. (1963): Mathematik und plausibles Schließen. Band 2. Typen und Strukturen plausibler Folgerungen. Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser.
- Pólya, G. (1966): Vom Lösen mathematischer Aufgaben. Einsicht und Entdeckungen, Lernen und Lehren. Band 1. Basel, Boston, Stuttgart: Birkhäuser.
- Pólya, G. (1980): On solving mathematical problems in High School. In: Krulik, S. 1-2.
- Popper, K. R. (1993): Objektive Erkenntnis. Deutsche Fassung der vierten Auflage. Hamburg: Hoffmann & Campe.
- Popper, K. R. (1994): Alles Leben ist Problemlösen. 5. Auflage, München, Zürich: Piper.
- Porst, R. (2000): Praxis der Umfrageforschung. 2. überarbeitete Auflage, Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: Teubner.
- Preiß, P. (1994): Planspiel Jeansfabrik. Wiesbaden: Gabler.
- Preiß, P.; Klausner, F. (1992): Lehrerbildung und Problemlöseforschung mit einem LAN-Unternehmensplanspiel (Jeansfabrik). In: Dette; Haupt; Polze, S. 495 – 502.
- Probst, G. J. B.; Gomez, P. (Hrsg., 1991): Vernetztes Denken. Wiesbaden: Gabler.
- Putz-Osterloh, W. (1981): Über die Beziehung zwischen Testintelligenz und Problemlöseerfolg. Zeitschrift für Psychologie, 189, S. 79 – 100.
- Putz-Osterloh, W. (1987): Gibt es Experten für komplexe Probleme? Zeitschrift für Psychologie, 195, S. 63 – 84.

- Putz-Osterloh, W. (1988): Wissen und Problemlösen. In: Mandl; Spada, S. 247 – 263.
- Putz-Osterloh, W. (1991): Computergestützte Eignungsdiagnostik: Warum Strategien informativer als Leistungen sein können. In: Schuler; Funke, S. 97 – 102.
- Putz-Osterloh, W. (1995a): Problemlösen. In: Sarges, S. 240 – 247.
- Putz-Osterloh, W. (1995b): Komplexes Problemlösen. In: Enz. d. Psych. Themenbereich C, Serie VIII Band 2 Verhaltens- und Leistungsunterschiede. Göttingen et al.: Hogrefe, S. 403 – 434.
- Putz-Osterloh, W.; Schroiff, M. (1987): Komplexe Verhaltensmaße zur Erfassung von Hochbegabung. Zeitschrift für Differentielle und Diagnostische Psychologie, 8, Heft 3, S. 207 – 216.
- Putz-Osterloh, W.; Köster, K. (1988): Diagnostik komplexer Denk- und Entscheidungsstrategien bei einem computersimulierten Planspiel. In: Bundesminister der Verteidigung (Hrsg.): Untersuchungen des Psychologischen Dienstes der Bundeswehr, Band 23, Bonn, S. 223 – 255.
- Radatz, H.; Rickmeyer, K. (1991): Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel Schulbuchverlag.
- Rebmann, K. (1994): Komplexität von Lehrbüchern für den Wirtschaftslehreunterricht. Boven: Unixtext.
- Reetz, L. (1996): Wissen und Handeln. – Zur Bedeutung konstruktivistischer Lernbedingungen in der kaufmännischen Berufsbildung. In Beck; Müller; Deißinger, Zimmermann, S. 173 – 188.
- Reflecting on Practice (1994): New Directions for NCTM Research Sessions. Research Advisory Committee Report. Journal for research in Mathematics Educations, 25, Heft 4, S. 371 – 374.
- Rehlich, H. (1995): Begabungsausprägungen im Bereich der Mathematik – Modellierungsansätze zur Verbesserung der Querdifferenzierung im Schulunterricht. Dissertation, Hamburg.
- Reichert, U.; Dörner, D. (o. J.): Heuristiken beim Umgang mit einem „einfachen“ dynamischen System. Memorandum, Lehrstuhl Psychologie II, Universität Bamberg, Nr. 53.
- Reichert, U.; Stäudel, T. (1991): Computergestützte Diagnostik der Fähigkeiten für den Umgang mit komplexen und vernetzten Systemen. In: Schuler; Funke, S. 102 – 105.
- Reinert, G.-B.; Dieterich, R. (Hrsg., 1987): Theorie und Wirklichkeit. Frankfurt am Main, Bern, New York: Peter Lang Verlag.
- Reinke Solution Teams (2001): Microsoft Excel 2002 – Das Handbuch. Unterschleißheim: Microsoft Press Deutschland.
- Reiß, V. (1982): Die Steuerung des Unterrichtsablaufes: eine empirische Untersuchung am Mathematikunterricht des 4. Schuljahres. Frankfurt am Main, Bern: Peter Lang Verlag.
- Reiß, V. (1985): Handlungssteuerung im Mathematikunterricht durch Sprache. In IDM, S. 104 – 140.
- Reither, F. (1997): Komplexitätsmanagement. München: Gerling Akademie-Verlag.
- Reusser, K.; Pauli, Ch.; Zollinger, A. (1998): Mathematiklernen in verschiedenen Unterrichtskulturen – eine Videostudie im Anschluss an TIMSS. Beiträge zur Lehrerbildung 16, Heft 3, S. 427 – 438.
- Reynolds, M. C. (Hrsg., 1989): Knowledge Base for the Beginning Teacher., Oxford, New York, Beijing et al.: Pergamon Press.
- Reynolds, A. (1992): What is competent beginning teaching? Review of Educational Research, 62, Heft 1, S. 1 – 35.
- Richmond, B. (1993): Systems thinking: critical thinking skills for the 1990s and beyond. System Dynamics Review, 9, Heft 2, S. 113 – 133.
- Rosmalen, P. v. (1994): SAM, Simulation And Multimedia. In: Jong; Sarti, S. 167 – 187.
- Roth, G. (2000): Das Gehirn und seine Wirklichkeit. Frankfurt am Main: Suhrkamp.
- Roth, Th. (1987): Erfolg bei der Bearbeitung komplexer Probleme und linguistische Merkmale des Lauten Denkens. Sprache & Kognition, 6, S. 208 – 220.
- Rothkopf, E. Z. (Hrsg., 1979): Review of Research in Education. Vol. 14, Washington, DC: American Educational Research Association.
- Rusch, G.; Schmidt, S. J. (Hrsg., 1994): Konstruktivismus und Sozialtheorie. Frankfurt a. M.: Suhrkamp.
- Sabers, D. S.; Cushing, K. S.; Berliner, D. C. (1991): Differences Among Teachers in a Task Characterized by Simultaneity, Multidimensionality, and Immediacy. American Educational Research Journal, 28, Heft 1, S. 63 – 88.
- Sander, P.; Stucky, W.; Herschel, R. (1995): Automaten, Sprachen, Berechenbarkeit. Stuttgart: Teubner.

- Santos, L. (2001): Teachers' practice as a problem solving activity. Kurzreferat eines Vortrages auf der 25. PME-Tagung. In: Heuvel-Panhuizen, S. 1-365.
- Sarges, W. (Hrsg., 1995): Management-Diagnostik. 2. Auflage, Göttingen, Bern, Toronto, Seattle : Hogrefe.
- Schaefer, G. (Hrsg., 1997): Das Elementare im Komplexen. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Schatz Koehler, M.; Grouws, D. D. (1992): Mathematics Teaching Practices And Their Effects. In: Grouws, S. 115 – 126.
- Schaub, H. (1993): Modellierung der Handlungsorganisation. Bern, Göttingen, Toronto, Seattle: Verlag Hans Huber.
- Schaub, H. (1996): Die Rolle von Personen- und Systemmerkmalen beim Handeln in komplexen Situationen. In: Kluwe, R. H.; May, M. (Hrsg.): Proceedings der 2. Fachtagung der Gesellschaft für Kognitionswissenschaften, Universität Hamburg 1996.
- Schlee, J. Wahl, D. (Hrsg., 1987): Veränderung Subjektiver Theorien von Lehrern. Universität Oldenburg.
- Schmid, D. (1992): Strategisches Management komplexer Systeme. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Schmid, U.; Kindsmüller, M. Ch. (1996): Kognitive Modellierung. Heidelberg, Berlin, Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.
- Schmidt, G. (1988): Förderung mathematischer Begabung im Unterricht. In: Bildung und Begabung e.V., S. 9 – 13.
- Schmuck, P.; Strohschneider, S. (1995): Exekutive Kontrolle und Verhaltensstabilität beim Bearbeiten eines komplexen Problems: Eine Replikation. Diagnostica, 41, S. 150 – 171.
- Schnotz, W.; Seufert, T.; Bannert, M. (2001): Lernen mit Multimedia: Pädagogische Verheißungen aus kognitionspsychologischer Sicht. In: Silbereisen; Reitzle, S. 457 – 467.
- Schön, D. A. (1987): Educating the Reflective Practitioner. San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
- Schoenfeld, A. H. (1991): What's all the fuss about problem solving. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, Heft 1, S. 4 – 8.
- Schoenfeld, A. H. (1992): Learning To Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, And Sense Making In Mathematics. In: Grouws, S. 334 – 370.
- Schoenfeld, A. H. (1994): Reflections on Doing and Teaching Mathematics. In: Schoenfeld, S. 53 – 70.
- Schoenfeld, A. H. (Hrsg., 1994): Mathematical thinking and problem solving. Hillsdale (New Jersey): Lawrence Erlbaum Associates
- Schoenfeld, A. H. (ohne Jahr): Toward a Theory of Teaching-In-Context. Online unter <http://www-gse.berkeley.edu/Faculty/aschoenfeld/TeachInContext/tic.html> (April 2002).
- Schopphoven, I. (1995): Messung von Entscheidungsqualität. Frankfurt am Main, Berlin, Bern, New York, Paris, Wien: Peter Lang Verlag.
- Schrekenberg, W. (1984): Der Irrweg der Lehrerbildung. Düsseldorf: Schwann.
- Schreckling, J. (1985): Routine und Problembewältigung beim Unterrichten. München: Profil.
- Schreckling, J. (1986): Zur Identifizierung routinierter vs. Problembelasteter Handlungssteuerung beim Unterrichten. Unterrichtswissenschaft, 14, S. 190 – 205.
- Schroder, H. M. (1978): Die Bedeutsamkeit von Komplexität. In: Mandl; Huber.
- Schroder, H. M.; Driver, M. J.; Streufert, S. (1975): Menschliche Informationsverarbeitung. Weinheim, Basel: Beltz.
- Schuler, H.; Funke, U. (Hrsg., 1991): Eignungsdiagnostik in Forschung und Praxis. Stuttgart: Verlag für Angewandte Psychologie.
- Schulmeister, R. (1996): Grundlagen hypermedialer Lernsysteme: Theorie - Didaktik - Design. Bonn, Paris: Addison - Wesley.
- Schulz, Th.; Muthig, K.-P.; Koeppler, K. (1981): Theorie, Experiment und Versuchsplanung in der Psychologie. Stuttgart, Berlin, Köln, Mainz: Kohlhammer.
- Schulz, W. (1972): Unterricht – Analyse und Planung. In: Heimann; Otto; Schulz, S. 13 – 47.
- Schunck, A. (1993): Subjektive Theorien von Berufsfachschülern zu einem planspielgestützten Betriebswirtschaftslehre-Unterricht. Dissertation, Göttingen.
- Schwarck, J. Ch. (1986): Transfereffekte beim Lösen komplexer Probleme. Frankfurt am Main, Bern, New York: Peter Lang Verlag.
- Scriba, C. J.; Schreiber, P. (2000): 5000 Jahre Geometrie. Berlin, Heidelberg, New York et al.: Springer.
- Seel, A. (1996): Von der Unterrichtsplanung zum konkreten Lehrerhandeln. Dissertation, Graz.
- Seidel, G. (2001): Ordnung und Multimodalität im Denken mathematisch Hochbegabter: sequentielle und topologische Eigenschaften kognitiver Mikrozustände.

- Seiffge – Krenke, I. (1974): Dissertation, Friedrich-Schiller-Universität Jena.
- Seiffert, H.; Radnitzky, G. (1989): Probleme und Ergebnisse der Kreativitätsforschung. Bern. Handlexikon zur Wissenschaftstheorie. München: Ehrenwirth.
- Seiler, Th. B. (1978): Zur Beziehung zwischen Lernen und kognitiver Strukturiertheit. In: Mandl; Huber, S. 327 – 339.
- Selter, Ch. (1999): Mathematikunterricht in England und in den Niederlanden. Grundschulpädagogik, 12, Heft 11, S. 48 – 52.
- Senge, P. M. (1996): Die fünfte Disziplin. Stuttgart: Klett - Cotta.
- Shavelson, R. J.; Stern, P. (1981): Research on Teachers' Pedagogical Thoughts, Judgements, Decisions, and Behavior. Review of Educational Research, 51, Heft 4, S. 455 – 498.
- Silbereisen, R. K.; Reitzle, M. (Hrsg., 2001): Psychologie 2000. Bericht über den 42. Kongreß der Deutschen Gesellschaft für Psychologie. Lengerich, Berlin, Riga, Rom, Wien, Zagreb: Pabst.
- Silver, E. A. (Hrsg., 1985): Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives. Hillsdale: Erlbaum Associates.
- Simon, H. (Hrsg., 1978): Simulation und Modellbildung mit dem Computer im Unterricht. Grafenau: Lexika-Verlag.
- Singh, S. (2000): Fermats letzter Satz. 5. Auflage, München: Deutscher Taschenbuch Verlag.
- Skemp, R. R. (1979): Intelligence, Learning, Action. Chichester: Wiley.
- Spanhel, D.; Hüber, H.-G. (1995): Lehrersein heute – Berufliche Belastungen und Wege zu deren Bewältigung. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Spiro, R. J.; Jehng, J.-C. (1990): Cognitive Flexibility and Hypertext: Theory and Technology for the Nonlinear and Multidimensional Traversal of Complex Subject Matter. In: Nix; Spiro, S. 163 – 205.
- Spiro, R. J.; Feltovich, P. J.; Jacobson, M. J.; Coulson, R. L. (1991): Cognitive Flexibility, Constructivism, and Hypertext. Educational Technology, 31, Heft 5, S. 24 – 33.
- Spitzer, M. (1996): Geist im Netz. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.
- Sprengel, H.-J. (1998): Problemlösen – bei TIMSS gefragt, bei Mathematik – Olympiaden gelernt. Mathematik in der Schule, 36, Heft 9, S. 449 – 456.
- Stachowiak, H. (1973): Allgemeine Modelltheorie. Wien, New York: Springer.
- Stachowiak, H. (Hrsg., 1980): Modelle und Modelldenken im Unterricht. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Stacey, K. (1991): Linking application and acquisition of mathematical ideas through problem solving. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, Heft 1, S. 8 – 14.
- Stäudel, T. (1987): Problemlösen, Emotionen und Kompetenz. Regensburg: S. Roderer Verlag.
- Steen, L. A. (1981): Mathematics Tomorrow. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.
- Steinborn, H.-Ch. (Hrsg., 1997): Handlungsorientierung durch Simulation. Bielefeld: Bundesinstitut für Berufsbildung, Bertelsmann.
- Sterman, J. D. (1991): A Skeptic's Guide to Computer Models. In: Barney, G.O. et al. (eds.): Managing a Nation: The Microcomputer Software Catalog. Boulder: Westview Press, S. 209 – 229.
- Sternberg, R. J. (1995): Expertise in Complex Problem Solving: A comparison of Alternative Conceptions. In: Frensch; Funke, S. 295 – 321.
- Strauß, B.; Hasselmann, D.; Hasselmann, G. (1993): Validitätsaspekte computergestützter Szenarien in der Managementdiagnostik. In: Gebert; Winterfeld, S. 530 – 540.
- Strauß, B.; Kleinmann, M. (Hrsg., 1995): Computersimulierte Szenarien in der Personalarbeit. Göttingen: Verlag für Angewandte Psychologie.
- Streufert, S. (1978): Computer Assisted Training of Complex Managerial Performance. In: Computers in Human Behavior, 4, 1988, S. 77 – 88.
- Streufert, S. (1990): Zur Simulation komplexer Entscheidungen. In: Fisch; Boos, S. 197 – 214.
- Streufert, S.; Nogami, G. Y.; Swezey, R. W.; Pogash, R. M.; Piasecki, M. T. (1978): Zum Stand der kognitiven Komplexitätstheorie. In: Mandl; Huber, S. 58 – 96.
- Stüven, N. (1988): Arbeitsgemeinschaft zur Förderung mathematisch besonders begabter Schüler am Gymnasium Neu Wulmstorf. In: Bildung und Begabung e.V., S. 57 – 63.
- Süß, H. – M. (1996): Intelligenz, Wissen und Problemlösen. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.

- Süß, H. – M. (1999): Intelligenz und komplexes Problemlösen. Psychologische Rundschau, 50, Heft 4, S. 220 – 228.
- Sullivan, P.; Mousley, J. (1998): Conceptualising mathematics teaching: The role of autonomy in stimulating teacher reflection. In: Olivier; Newstead, S. 4-105 – 4-112.
- Sullivan, P.; Mousley, J. (2001): Thinking Teaching: Seeing Mathematics Teachers as Active Decision Makers. In: Lin; Cooney, S. 147 – 163.
- Tait, K. (1994): DISCOURSE: The Design and Production of Simulation – based Learning Environments. In: Jong; Sarti, S. 111 – 131.
- Tennyson, R. D.; Thurlow, R. (1987): Problem – oriented simulations to develop and improve higher – order thinking strategies. Computers in Human Behavior, 3, S. 151 – 165.
- Tergan, S.-O. (1984): Diagnose von Wissensstrukturen. Tübingen: Deutsches Institut für Fernstudien an der Universität Tübingen.
- Tergan, S.-O. (1986): Modelle der Wissensrepräsentation als Grundlage qualitativer Wissensdiagnostik. Opladen: Westdeutscher Verlag.
- Tergan, S.-O. (1988): Qualitative Wissensdiagnose - Methodische Grundlagen. In: Mandl; Spada, S. 400 – 422.
- Tergan, S.-O. (1990): Theorieorientierte qualitative Wissensdiagnose in der Medienforschung. In: Böhme - Dürr et al., S. 98 – 117.
- Terhart, E. (1984): Psychologische Theorien des Lehrerhandelns. Die Deutsche Schule, Heft 1, S. 3 – 18.
- Terhart, E. (1989): Lehr-Lern-Methoden. Eine Einführung in Probleme der methodischen Organisation von Lehren und Lernen. Weinheim, München: Juventa Verlag.
- Thiele, H. (1983): Trainingsprogramm Gesprächsführung im Unterricht: kognitives Lehrtraining zum Selbststudium. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Thienel, A. (1988): Lehrerwahrnehmungen und –gefühle in problematischen Unterrichtssituationen. Frankfurt am Main, Bern, New York, Paris: Peter Lang Verlag.
- Thomé, D. (1989): Kriterien zur Bewertung von Lernsoftware. Heidelberg: Hüthig Verlag.
- Thompson, A. G. (1992): Teachers' Beliefs and Conceptions: A Synthesis of the Research. In: Grouws, S. 127 – 146.
- Thompson, P. W. (1985): Experience, Problem Solving, and Learning Mathematics: Considerations in Developing Mathematics Curricula. In: Silver, S. 189 – 236.
- Thüringer Kultusministerium (Hrsg., 1999): Lehrplan für das Gymnasium Mathematik. Erfurt 1999. Auch http://www.thillm.th.schule.de/lehrplan/lehrpl_gy/99gymath.pdf (April 2002).
- Tiedemann, J. (1996): Kognitive Stile. In: Amelang, S. 507 – 533.
- Tietze, U.-P.; Klika, M.; Wolpers, H. (Hrsg., 2000): Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. 2. Auflage, Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.
- Tisdale, T. (1998): Selbstreflexion, Bewußtsein und Handlungsregulation. Weinheim: Beltz Psychologie Verlags Union.
- Törner, G.; Grigutsch, S. (1994): "Mathematische Weltbilder" bei Studienanfängern – eine Erhebung. Journal für Mathematikdidaktik, 15, Heft 3/4, S. 211 – 251.
- Tramm, T. (1984): Übungsfirma als Lernumwelt. In: Berufliches Lernen ohne berufliche Arbeit?. Zeitschrift für Berufs- und Wirtschaftspädagogik, Beiheft 5, S. 60 – 74.
- Tramm, T.; Sembill, D.; Klauser, F.; John, E. G. (Hrsg., 1999): Professionalisierung kaufmännischer Berufsbildung. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Troitzsch, K. G. (1990): Modellbildung und Simulation in den Sozialwissenschaften. Opladen: Westdeutscher Verlag.
- Troitzsch, K. G. (2000): Computersimulationen in den Sozialwissenschaften. In: Herz; Blätte, S. 181 – 203.
- Ueckert, H.; Rhenius, D. (Hrsg., 1979): Komplexe menschliche Informationsverarbeitung. Bern, Stuttgart, Wien: Hogrefe.
- Verreck, W. A.; Weges, H. G. (1994): Towards a Common Training Architecture for FDL: Description and Definition. In: Jong; Sarti, S. 219 – 243.
- Verschaffel, L.; de Corte, E. (1996): Number and Arithmetic. In: Bishop; Clements; Keitel; Kilpatrick; Laborde, S. 99 – 137.
- Vester, F. (1976): Ballungsgebiete in der Krise. Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt.
- Vester, F. (1999): Die Kunst vernetzt zu denken. Stuttgart: Deutsche Verlagsanstalt.
- Vollmer, G. (1996): Das Ganze und seine Teile. Holismus, Emergenz, Erklärung und Reduktion. In: Hegselmann; Peitgen, S. 187 – 224.

- Vollmeyer, R.; Funke, J. (1999): Personen- und Aufgabenmerkmale beim komplexen Problemlösen. *Psychologische Rundschau*, 50, Heft 4, S. 213 – 219.
- Wahl, D. (1987): Kommunikative Praxisbewältigung in Gruppen: KOPING. Ein von Subjektiven Theorien ausgehendes Konzept zur Veränderung menschlichen Handelns. In: Schlee; Wahl, S. 253 – 267.
- Walter, G.; Kühl, I. (1988): MATHEMA in Schleswig-Holstein. In: *Bildung und Begabung e.V.*, S. 35 – 48.
- Warken, E. (1999): Delphi 4. Bonn: Addison-Wesley-Longman.
- Watzlawick, P. (1997): Münchhausens Zopf oder Psychotherapie und "Wirklichkeit". München: Piper.
- Watzlawick, P. (Hrsg., 1981): Die erfundene Wirklichkeit. München: Piper.
- Weber, K. (1990): Wirtschaftsprognostik. München: Verlag Franz Vahlen.
- Weber, K. (1991): Prognosemethoden und -Software. Idstein: Schulz-Kirchner Verlag.
- Webster's Third New International Dictionary of the English Language Unabridged. Encyclopædia Britannica Inc., Chicago, Auckland, Geneva, London, Paris, Rome, Seoul, Sydney, Tokyo, Toronto 1986.
- Wechsung, G. (2000): Vorlesungen zur Komplexitätstheorie. Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden: Teubner.
- Wein, B.; Willems, R.; Quanjel, M. (2000): Planspielsimulationen: Ein Konzept für eine integrierte (Re-) Strukturierung von Organisationen. In: Herz; Blätte, S. 275 – 299.
- Weiner, B. (1975): Die Wirkung von Erfolg und Mißerfolg auf die Leistung. Stuttgart: Huber Klett.
- Weinert, F. E. (1997a): Notwendige Methodenvielfalt. In: *Lernmethoden - Lehrmethoden*. Friedrich Jahreshefte XV, S. 50 – 52.
- Weinert, F. E. (Hrsg., 1997b): Psychologie des Unterrichts und der Schule. Enzyklopädie der Psychologie, Themenbereich D, Serie 1, Band 3. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.
- Weinert, F. E.; Helmke, A. (1996): Der gute Lehrer: Person, Funktion oder Fiktion. *Zeitschrift für Pädagogik*, 34. Beiheft, S. 223 – 233.
- Weinert, F.E.; Helmke, A. (Hrsg., 1997): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Beltz Psychologie Verlagsunion.
- Wengert, H. G. (1989): Untersuchungen zur alltäglichen Unterrichtsplanung von Mathematiklehrern: eine kognitionspsychologische Studie. Frankfurt am Main: Peter Lang Verlag.
- Werning, R.; Kriwet, I. (1999): Problemlösendes Lernen. *Pädagogik*, 51, Heft 10, S. 7 – 11.
- Weyrauch, A. (1999): "Der rote Faden." Unterrichtserfahrungen mit „imaginativer“ Mathematikdidaktik. *Pädagogik*, 51, Heft 7/8, S. 14 – 16.
- Wiedemann, P. (1995): Gegenstandsnahe Theoriebildung. In: Flick et al., S. 440 – 445.
- Wineburg, S. S. (1991): A Case of Pedagogical Failure – My Own. *Journal of Teacher Education*, 42, Heft 4, S. 273 – 280.
- Winkelmann, B. (1992): Dynamische Systeme und rationales Verhalten. *Der Mathematikunterricht*, Heft 4, S. 46 – 61.
- Winter, H. (1991): Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Braunschweig: Vieweg.
- Winter, H. (1999): Perspektiven eines kreativen Mathematikunterrichts in der allgemeinbildenden Schule – das Wechselspiel von Gestalt und Zahl als heuristische Leitidee. In: Zimmermann et al., S. 213 – 225.
- Wirtz, M.; Nachtigall, Ch. (1998): Deskriptive Statistik. Weinheim, München: Juventa Verlag.
- Wittmann, E. Ch. (1981): Grundfragen des Mathematikunterrichts. 6. Auflage, Braunschweig: Vieweg.
- Wittmann, E. Ch. (2001): Drawing on the richness of elementary mathematics in designing substantial learning environments. In: Heuvel-Panhuizen, S. 1-193 – 1-194.
- Wittmann, E. Ch.; Müller, G. N. (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1 und 2, Stuttgart, Düsseldorf: Klett.
- Wittrock, M. C. (Hrsg., 1986): Handbook of Research on Teaching, 3. Auflage, New York: Macmillan.
- Wolf, V. (1987): Lehren als komplexe Umwelt des Lernens. In: Reinert; Dieterich.
- Wollring, B. (1994): Fallstudien zu frequentischen Kompetenzen von Grundschulkindern in stochastischen Situationen – Kinder rekonstruieren verdeckte Glücksräder. In: Maier; Voigt, S. 144 – 181.
- Wood, T.; Cobb, P.; Yackel, E. (1991): Change in Teaching Mathematics: A Case Study. *American Educational Research Journal*, 28, Heft 3, S. 587 – 616.
- Wormser, R. (1974): Experimentelle Psychologie. München, Basel: Ernst Reinhardt Verlag.
- Wulf, Ch. (Hrsg., 1972): Evaluation. Beschreibung und Bewertung von Unterricht, Curricula und

- Schulversuchen. München: R. Piper & Co. Verlag.
- Wußing, H.; Arnold, W. (Hrsg., 1989): Biographien bedeutender Mathematiker. 4. Auflage, Berlin: Volk und Wissen.
- Zech, F. (1998): Grundkurs Mathematikdidaktik. 9. Auflage, Weinheim, Basel: Beltz.
- Zeigler, B. P. (1984): Theory of Modelling and Simulation. Malabar: Robert E. Krieger Publishing Company.
- Zielinskie, U. (1992): Die Abhängigkeit des Problemlöseverhaltens vom Darstellungsmodus. Dissertation, Duisburg.
- Ziffreund, W. (Hrsg., 1976): Training des Lehrverhaltens und Interaktionsanalyse. Weinheim und Basel: Beltz.
- Zimmermann, B. (1977): Analyse des Problemlöseverhaltens bei Aufgaben aus der Inzidenzgeometrie. Eine exploratorische Untersuchung mit Schülern und Studenten. Dissertation, Paderborn. Veröffentlicht bei: University Microfilms International No. 79-70, 021, 18 Bedford Row. London. England. WC1R 4EJ. Kurzfassung in: Dissertation Abstracts International - Section C, 1980, Vol. 41, No. 1, 2192/1.
- Zimmermann, B. (1977): Problemlösen in der Mathematikdidaktik - eine mögliche Forschungsstrategie - aufgezeigt an einem Beispiel. In: Forschungsbeiträge zum Mathematikunterricht I. Materialien und Studien des IDM Band 8, Bielefeld 1977.
- Zimmermann, B. (1979): Analyse von Problemlöseprozessen aus der Sicht des Mathematikdidaktikers. In: Ueckert; Rhenius.
- Zimmermann, B. (1981): Versuch einer Analyse von Strömungen in der Mathematikdidaktik. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 13, S. 44 – 52.
- Zimmermann, B. (1982): Denkprozesse beim Lösen mathematischer Deduktionsaufgaben. Journal für Mathematikdidaktik, Heft 3/4, S. 175 - 206.
- Zimmermann, B. (1983): Problemlösen als eine Leitidee für den Mathematikunterricht. Der Mathematikunterricht, 29, Heft 3, S. 5 - 45.
- Zimmermann, B. (1986): From Problem Solving to Problem Finding in Mathematics Instruction. In: Kupari, P. (Hrsg.) Mathematics Education Research in Finland. Yearbook 1985. Jyväskylä 1986.
- Zimmermann, B. (1987): Avoin Probleemanratkaisun Matematiikanopetuksessa (Offenes Problemlösen im Mathematikunterricht). Zusammen mit E. Pehkonen. In Kupari, P. (Hrsg.): Mathematics Education Research in Finland. Yearbook 1987. Jyväskylä 1987.
- Zimmermann, B. (1990): Heuristik als Strategie in der Geschichte der Mathematik. In: Glatfeld.
- Zimmermann, B. (1991a): Offene Probleme für den Mathematikunterricht und ein Ausblick auf Forschungsfragen. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 23, Heft 2, S. 38 - 46.
- Zimmermann, B. (Hrsg., 1991b): Problemorientierter Mathematikunterricht. Hildesheim: Franzbecker.
- Zimmermann, B. (1991c): Heuristik als ein Element mathematischer Denk- und Lernprozesse. Habilitationsschrift, Universität Hamburg.
- Zimmermann, B. (1991d): Ziele, Beispiele und Rahmenbedingungen problemorientierten Mathematikunterrichtes. In: Zimmermann, S. 9 – 35.
- Zimmermann, B. (Hrsg., 1995): Kaleidoskop elementarmathematischen Entdeckens. Hildesheim: Franzbecker.
- Zimmermann, B. (1996a): Problemorientierter Mathematikunterricht: Einige Gründe, Leitideen und methodische Aspekte. In: Zimmermann et al.
- Zimmermann, B. (Mitherausgeber, 1996b): Problemorientierter Mathematikunterricht in den Klassen 7 bis 10 des Gymnasiums. Band 1: Unterrichtsvorschläge zur Algebra und Geometrie. Mitherausgeber dieses Bandes in Zusammenarbeit mit einer Lehrergruppe und dem NLI Hildesheim. nli-Berichte Nr. 59, Hildesheim.
- Zimmermann, B. (1997): Problemorientation as a leading Idea in Mathematics Instruction. In: Memorias del VI Simposio Internacional en Educación Matemática Elfriede Wenzelburger. 13 al 15 Octubre, 1997. Ciudad de México, México. Conferencia Magistrale, S. 11 - 21.
- Zimmermann, B. (1998): Beliefs as an important Element in a possible Metatheory of mathematics education. In: Hannula, S. 83 – 90.
- Zimmermann, B. (1999): Problemorientierter Mathematikunterricht. Pädagogik, 51, Heft 10, S. 12 – 15.
- Zimmermann, B. (o. J.): Problemorientierten Mathematikunterricht: Einige Gründe, Leitideen und methodische Aspekte. Unveröffentlichtes Manuskript.
- Zimmermann, B. (2000): On some Issues on mathematical Problem solving from an European

- Perspective. In: Pehkonen (2001b), S. 55 – 64.
- Zimmermann, B.; David, G.; Kreatives Denken und Innovationen in mathematischen Wissenschaften. Fritzlär, T.; Heinrich, F.; Schmitz, M. (Hrsg., 1999): Jenaer Schriften zur Mathematik und Informatik, Friedrich-Schiller-Universität Jena.

10 ANHÄNGE

10.1 Anhang A: Zum Faltproblem

In diesem Abschnitt sind für den Leser einige Bemerkungen zum mathematischen Hintergrund des Faltproblems zusammengestellt.

Das Faltproblem (Formulierung nicht für Schüler)

Ein Blatt des üblichen rechteckigen Schreibmaschinenpapiers wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Es entsteht ein rechteckiges Doppelblatt mit 2 verschieden langen Seiten. Dieses Doppelblatt wird wieder durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert usw.

Nach n derartigen Faltungen schneidet man die Ecken des entstandenen „Papierstapels“ ab. Durch Aufklappen wird erkennbar, dass (für $n > 1$) ein „Papierdeckchen mit Löchern“ entstanden ist.

Gefunden und begründet werden soll ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Löcher und der Zahl der Faltungen.

Man kann sich der Problemstellung zunächst durch probieren nähern:

einfacher Faltschnitt

2. Faltschnitt

3. Faltschnitt

4. Faltschnitt

Abbildung 101: Geöffnete Faltblätter für die ersten vier Faltschnitte

Ein übliches Blatt Schreibmaschinenpapier lässt höchstens 7 Faltschnitte zu. Man erhält dabei folgende Anzahlen von Löchern:

Zahl n der Faltschnitte	1	2	3	4	5	6	7
Zahl $A(n)$ der Löcher	0	1	3	9	21	49	105

10.1.1 Einige mögliche Lösungsansätze:

- a) Durch a Querfaltungen entstehen 2^a Spalten von Feldern, analog durch b Längsfaltungen 2^b Zeilen von Feldern ($n = a + b$). Die durch Abschneiden der Ecken entstandenen Löcher liegen genau auf den inneren Schnittpunkten der Trennlinien dieser Felder⁶³¹:

Abbildung 102: Geöffnetes Faltblatt nach dem 5. Faltschnitt ($a = 3$, $b = 2$; allgemein $n = a + b$). Vorhandene Löcher sind durch schwarze Kreise symbolisiert. Die Nummern geben die Faltung an, bei der die jeweilige Faltlinie entsteht.

b) Induktion

Bei der Methode der Induktion versucht man hier, aus der als bekannt vorausgesetzten Zahl der Löcher nach dem n -ten Faltschnitt (bei $n=1$ gibt es kein Loch) die Lochzahl nach dem $(n+1)$ -ten Faltschnitt abzuleiten. Für den Übergang zum nächsten Faltschnitt gibt es

⁶³¹ also genau an den Stellen, an denen 4 verschiedene Felder aneinandergrenzen

dabei zwei Möglichkeiten: Man führt einen einfachen Faltschnitt an einem bereits n -fach gefalteten Blatt (Induktion am Ende) oder den n -ten Faltschnitt an einem einmal gefalteten Doppelblatt aus (Induktion am Anfang). Da die Löcher in einem rechteckigen Muster angeordnet sind und sich durch einen weiteren Faltschnitt entweder nur die Zahl der Lochspalten oder nur die Zahl der Lochreihen ändert, genügt es, beispielsweise lediglich die Anzahl solcher Spalten zu betrachten.

1. Induktion am Anfang :

Man geht von einem einmal gefalteten Blatt aus, lässt es geschlossen und führt daran den n -ten Faltschnitt durch. Das geschlossene Blatt wird anschließend n mal „entfaltet“, bis man wieder ein Doppelblatt erhält, nun aber mit Löchern. Ist die Zahl der Lochspalten vor dem Öffnen dieses (Doppel-)Blattes gleich m , so ist sie danach $m+1+m$. Dieses Vorgehen lässt sich auch durch Aneinanderlegen zweier vollständig geöffneter Faltblätter nach dem n -ten Faltschnitt simulieren.

Abbildung 103: Induktion am Anfang⁶³²

2. Induktion am Ende:

Der n -te Faltschnitt wird zunächst auf ein nicht gefaltetes Blatt angewendet. Klappt man dieses Blatt vorübergehend auf, so hat es beispielsweise m Lochspalten. Dann wird dieses Aufklappen wieder rückgängig gemacht, das Blatt noch ein weiteres Mal gefaltet und es werden die beiden noch vorhandenen Ecken abgeschnitten. Nach dem vollständigen Auseinanderfalten erkennt man, dass zu den m Lochspalten $m+1$ Spalten hinzugekommen sind.

Abbildung 104: Induktion am Ende

Dieses sind die wesentlichen Ideen des Induktionsbeweises. Hiermit lässt sich auch (Induktion über Zeilen und Spalten) die Richtigkeit der Formel aus a) beweisen.

c)

In zahlreichen Unterrichtsversuchen konstruierten Schüler arithmetische Muster⁶³³. Hierbei war es aber den Schülern im Allgemeinen nicht möglich, Bildungsgesetze zu finden

⁶³² Die neuen Löcher sind rot gekennzeichnet.

⁶³³ Darunter auch durchaus recht komplizierte; ein Mädchen einer fünften Klasse erklärte die Anzahl der Löcher für den zweiten bis fünften Faltschnitt beispielsweise so: *Zuerst war 1 Loch im Papier, dann kamen 2 dazu, dann wurde die 4 weggelassen und 6 kamen dazu. Bei der nächsten Faltung lässt man 8 und 10 weg, es kommen also 12 dazu. Für die 6. Faltung muss man 14, 16, 18 weglassen, 20 kommen dazu, und dann sind 41 Löcher im Papier.* Die falsche Prognose für den sechsten Faltschnitt zeigt, dass es sich um ein lediglich lokales Muster handelt.

oder gar zu begründen. Unsere Unterrichtsversuche haben (erwartungsgemäß) gezeigt, dass viele Schüler gerade dabei Schwierigkeiten haben, auch weil die Notwendigkeit einer Begründung meist nicht gesehen wird.

Von einigen Schülern wurden allerdings Ecken und Einschnitte als Viertel- bzw. halbe „Löcher“ angesehen und mitgezählt (siehe dritte Spalte von links; dieses ist eine reine Schüleridee!).

Zahl der Faltschnitte	Gesamtzahl der „Löcher“	„Löcher“ am Rand
0	1	1
1	2	2
2	4	3
3	8	5
4	16	7
5	32	11
6	64	15
7	128	23

Für die Gesamtzahlen derartiger „Löcher“ war es einigen Schülern relativ leicht möglich, eine Begründung aus ihrem Handlungsprozess zu gewinnen⁶³⁴.

⁶³⁴ Beim $n+1$ -ten Faltschnitt schneidet man doppelt so viele „Löcher“ ins Papier wie beim n -ten Faltschnitt.

10.2 Anhang B: Zu empirischen Erhebungen zum Faltproblem

10.2.1 Leitfaden für Interviews von Lehrkräften zur Erfassung spezifischer Daten der jeweiligen Schulklasse

Im Rahmen der Unterrichtsversuche wurde auch versucht, einige spezifische Merkmale der jeweiligen Schulklasse zu erfassen, die sich insbesondere auch auf die Bearbeitung des Faltproblems im Unterricht auswirken könnten. Dazu durchgeführte Interviews der Lehrkräfte orientierten sich an dem folgenden Leitfaden:

Wie würden Sie die Klasse beschreiben?

Wie viele Mädchen, wie viele Jungen lernen in der Klasse?

Ggf.: Welche Vorerfahrungen aus der Grundschulzeit sind Ihnen bekannt?

Wie schätzen Sie die Leistungsfähigkeiten Ihrer Schüler im Fach Mathematik ein?
(Leistungsverteilung, Besonderheiten, ...)

Wie würden Sie das Arbeitsverhalten Ihrer Schüler beschreiben?

Wie schätzen Sie die Selbstständigkeit Ihrer Schüler ein?

Welche Erfahrungen hinsichtlich verschiedener Sozialformen liegen vor?

Welche Erfahrungen hinsichtlich der Bearbeitung herausfordernder mathematischer Problemstellungen liegen vor?

Gibt es Besonderheiten, besondere Interessen etc.?

10.2.2 Leitfaden zur Nachbesprechung mit Lehrern, in deren Klassen Unterrichtsversuche zum Faltproblem stattfanden

Wie fanden Sie diese Stunde?

Was konnten die Schüler aus dieser Stunde „mitnehmen“?

Haben die Schüler mathematische Kenntnisse gewonnen?

Welche Ziele wären Ihnen für diese Stunde wichtig gewesen?

Welche Schülerergebnisse sind Ihnen noch besonders deutlich im Gedächtnis?

Wie (oder warum) ist es zu diesen Ergebnissen gekommen?

Welche Situationen halten Sie für besonders wichtig in dieser Stunde? Warum?

Was könnte / sollte / müsste man im Nachhinein anders machen? Warum?

Welche Alternativen sehen Sie jeweils zum Vorgehen des Lehrers?

Welche Auswirkungen erwarten Sie jeweils?

10.2.3 Erprobungsvariante eines Fragebogens zu Entscheidungssituationen beim Einsatz des Faltproblems im Mathematikunterricht

Mit diesem Fragebogen wendeten wir uns an Lehrer, die – beispielsweise durch Unterrichtsversuche in ihrer Klasse – mit dem Faltproblem vertraut waren.

Lieber Untersuchungsteilnehmer,

ich möchte mich noch einmal bei Ihnen für Ihre bisherige Mitarbeit an unserem Forschungsprojekt bedanken. Bei diesem Projekt geht es uns auch um die verschiedenen Möglichkeiten der Gestaltung von Unterricht und um Gemeinsamkeiten und Unterschiede der sich jeweils ergebenden Konsequenzen hinsichtlich Lernverhalten und -ergebnisse der beteiligten Schüler. Zunächst konzentrieren wir uns dabei auf das Ihnen bekannte Beispiel des „Faltproblems“ (Formulierung nicht für Schüler):

Ein Blatt des üblichen rechteckigen Schreibmaschinenpapiers wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Es entsteht ein rechteckiges Doppelblatt, das auf die gleiche Weise halbiert wird, usw. Nach n derartigen Faltungen schneidet man die Ecken des entstandenen „Papierstapels“ ab. Durch Aufklappen wird erkennbar, dass (für $n > 1$) ein „Papierdeckchen mit Löchern“ entstanden ist. Gefunden werden soll ein Verfahren zur Bestimmung der Zahl $A(n)$ der Löcher in Abhängigkeit von der Zahl n der Faltungen.

Heute wende ich mich noch einmal schriftlich mit einem kurzen „Fragebogen“ an Sie. Sie sind einerseits mit dieser von uns im Mathematikunterricht verwendeten mathematischen Problemstellung vertraut und verfügen andererseits über ein reichhaltiges didaktisch-pädagogisches Erfahrungswissen, das für die weitere Arbeit an diesem Projekt sehr wertvoll ist. Sie würden uns daher sehr helfen, wenn Sie in den nächsten Tagen ein wenig Zeit für eine Bearbeitung der nächsten Seiten fänden.

Vielen Dank für ihre Bemühungen.

Zum „Fragebogen“:

Auf den nächsten Seiten finden Sie Kurzbeschreibungen von (hypothetischen) Schulklassen und spezifischen Unterrichtssituationen, die bei der Bearbeitung des „Faltproblems“ im Unterricht aufgetreten sind oder auftreten könnten. Jeweils im Anschluss sind einige Fragen angefügt, um deren Beantwortung ich sie herzlich bitten möchte.

Bitte bearbeiten Sie erst die jeweils beschriebene Situation, bevor Sie weiterlesen.

Dankbar wären wir auch für weitere Bemerkungen zum Fragebogen (beispielsweise bezüglich Aufbau und Verständlichkeit der Darstellung oder weiterer wichtiger Unterrichtssituationen).

Alle Angaben werden natürlich streng vertraulich behandelt.

Natürlich stehe ich auch sehr gern für weitere Gespräche (ein vielleicht geringerer Arbeitsaufwand für Sie) oder Nachfragen zur Verfügung.

Situation 1:

Die Klasse 5d

In dieser Klasse lernen 10 Mädchen und 10 Jungen. Stefan ist ein aufgeschlossener Junge im Grenzbereich zwischen Lern- und geistiger Behinderung.

In der letzten Klassenarbeit, in der es um das Rechnen mit natürlichen Zahlen und den Umgang mit verschiedenen Stellenwertsystemen ging, wurden folgende Ergebnisse erzielt:

Kennzeichnend für diese Klasse ist ihre hohe Lernbereitschaft und Motivierbarkeit. Die Schüler sind im Allgemeinen in der Lage, über längere Phasen des Unterrichts konzentriert zu arbeiten.

In den ersten Monaten dieses Schuljahres haben die Schüler einen überwiegend „offenen“ Mathematikunterricht erfahren. In ausgedehnten und häufigen Gruppenarbeitsphasen hatten die Kinder Gelegenheit, durchaus verschiedene Lösungswege für sich zu erarbeiten. Dabei zeigte sich auch die erwartete Heterogenität in den Leistungen.

Es gibt in der Klasse eine Gruppe von Schülern, die gern nach vorgegebenen Verfahren arbeiten. Es gibt aber auch nicht wenige Schüler, die Freude an einem spielerischen Umgang mit Mathematik haben.

Wie könnte eine Bearbeitung der Problemstellung in dieser Klasse erfolgen (Zielstellungen, Unterrichtsverläufe z. B. Schüleraufträge, Sozialformen etc.)?

In Unterrichtserprobungen wurden häufig zu Stundenbeginn einige Faltungen⁶³⁵ von Lehrern und Schülern gemeinsam bearbeitet. Welche Variationsmöglichkeiten sehen Sie für eine gemeinsame Bearbeitung der ersten Faltungen zu Beginn der Stunde?

Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede könnten die von Ihnen genannten Variationsmöglichkeiten hinsichtlich des Arbeitsverhaltens und der –ergebnisse der Schüler besitzen?

⁶³⁵ „Faltung“ wird von uns in diesem Zusammenhang abkürzend für den Operator „Falten + Abschneiden der Ecken“ verwendet.

Situation 2:

Der Unterricht findet etwa in der Mitte des ersten Halbjahres in einer fünften Klasse an einem Gymnasium statt.

Die Klasse 5a

Die Klasse besteht aus 25 Schülern. Darunter sind 13 Mädchen, von denen eines als allgemein sehr begabt eingeschätzt wird. Fast alle Schüler stammen zu gleichen Teilen aus zwei verschiedenen Grundschulklassen. Bis heute kommt es gelegentlich noch zu Rivalitäten zwischen den beiden Gruppen, die sich u. a. im Wettstreit um die besseren Noten zeigen.

In der letzten Klassenarbeit, in der es um das Rechnen mit natürlichen Zahlen und den Umgang mit verschiedenen Stellenwertsystemen ging, wurden folgende Ergebnisse erzielt:

Die Schüler haben in der Grundschule durchaus unterschiedlichen Mathematikunterricht erfahren.

In einer Grundschulklasse war der Unterricht stark lehrerzentriert, die Mathematiklehrerin erklärte viel und legte großen Wert auf ausgedehnte Einübungsphasen.

In der anderen Klasse wurde sehr häufig in Gruppen und auch fächerübergreifend zusammengearbeitet. Die Schüler waren es gewohnt, Unterrichtsthemen und -aufgaben selbstständig zu bearbeiten. In gemeinsamen Unterrichtsphasen hatten die Schüler Gelegenheit, ihren Mitschülern die Ergebnisse ihrer Arbeit vor- und zur Diskussion zu stellen.

Die 5a war zu Beginn dieses Schuljahres sehr laut. Die Klassenlehrerin versucht, allen Kindern Formen der Zusammenarbeit zu vermitteln und dabei die beiden Gruppen zu mischen. Die Kinder machten anfangs aber nur widerwillig mit, dies bessert sich erst ~~langsam~~ Unterricht des Mathematiklehrers wird durch Frontalphasen dominiert. Gelegentlich versucht er, die Schüler durch mathematische Problemstellungen und Knobeien herauszufordern. Viele Kinder wollen aber lieber wissen, was er eigentlich hören will.

Die Unterrichtsstunde

In dieser Stunde arbeiten auch die Schüler mit Papier und Schere. Gemeinsam mit dem Lehrer führen sie die ersten Faltungen gemeinsam durch. Vor dem Öffnen des Faltblattes werden jeweils einige Schüler, die sich melden, gebeten, ihre Vorstellungen über das Aussehen des geöffneten Blattes an der Tafel zu skizzieren.

Schülerideen zur 1. Faltung:

Markus: *Das Blatt ist achteckig.* (Bild)

Alle Schüler stimmen diesem Vorschlag zu.

Schülerideen zur 2. Faltung:

Kathrin: (Bild)

Robert: *Ich denke auch, dass es so aussieht, nur ohne Loch.*

Uta: *Es müssen noch Einschnitte im Papier sein.* (Bild)

Alexander: *Es sind 2 Löcher im Papier.*

Schülerideen zur 3. Faltung:

Markus: *Wir haben ja jetzt noch einmal gefaltet, und erst war es so groß, dann doppelt so groß und muss es dreimal so groß sein.* (Bild)

Maria: *Das muss verbessert werden, weil es bei der 2. Faltung auch so war.* (Bild)

Christian: *Ich glaube auch, dass das Blatt von der 1. Faltung jetzt dreimal da ist, aber dann müssen 2 Löcher im Papier sein, wo die Einschnitte zusammenkommen.* (Bild)

Judith: *Es müssen 3 Löcher im Papier sein.*

Wie könnte der Unterricht nach der gemeinsamen Durchführung der dritten Faltung weiter gestaltet werden?

Welche Ideen könnten die Schüler im Weiteren in Abhängigkeit vom Stundenverlauf entwickeln?

Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede könnte es bei den verschiedenen „Unterrichtsvarianten“ geben?

Situation 3:

Die Unterrichtsstunde

Lehrer und Schüler haben im ersten Teil der Stunde einige Faltungen gemeinsam bearbeitet. Vor dem Öffnen des gefalteten und geschnittenen Blattes wurden die Schüler jeweils nach ihren Vermutungen über die Anzahl der Löcher im Papier befragt.

Einige Schülerreaktionen zur 2. Faltung:

Wenn man das Blatt auffaltet sind 16 Löcher im Papier.

Ich glaube es sind nur 5 Löcher, an den Rändern immer eins und in der Mitte.

In der Mitte entsteht ein Karo.

Ich denke es ist ein Loch im Papier, denn das kleine Blatt ist jetzt viermal da, und in der Mitte ergeben die abgeschnittenen Ecken ein Loch.

Einige Schülerreaktionen zur 3. Faltung:

Es sind 2 Löcher, weil man praktisch wieder ein Loch dazugeschnitten hat.

Ich denke es sind 5, das erste, was da schon drin war, und dann haben wir 4 dazugeschnitten.

Erst kam ein Loch dazu und jetzt 2, denn wir haben ja noch einmal gefaltet.

Einige Schülerreaktionen zur 4. Faltung:

Jetzt sind es 9 Löcher.

4, wir haben jetzt bestimmt ein Loch mehr.

Es sind 5 Löcher, weil wieder 2 dazukommen.

Gerade haben wir 2 Ecken abgeschnitten und 2 Löcher dazubekommen. Jetzt haben wir wieder 2 Ecken abgeschnitten und müssten eigentlich wieder 2 Löcher dazubekommen.

Für die Bearbeitung der 5. Faltung gibt es unter anderem folgende Möglichkeiten:

- *Die Schüler entwickeln wie bisher (mündliche) Vermutungen über die Anzahl der Löcher im Papier und stellen diese vor dem Öffnen des gefalteten Blattes vor.*
- *Vor einem nochmaligen Falten und Schneiden skizzieren die Schüler auf ihrem bei der 4. Faltung verwendeten Blatt die Löcher, die ihrer Meinung nach bei der folgenden Faltung im Papier entstehen.*
- *Vor einem nochmaligen Falten und Schneiden zeichnen die Schüler auf einem Extrablatt das von ihnen vermutete Aussehen des wieder geöffneten fünffach gefalteten Papierbogens auf.*

Welches Schülerverhalten und welche Ergebnisse erwarten Sie jeweils? Warum haben Sie diese Erwartungen? (beispielsweise Einschätzungen und Erwartungen hinsichtlich der Schülermotivation, ihrer Hypothesen, des Schwierigkeitsgrades etc.)

Situation 4:

Die Unterrichtsstunde

In der Situation 3 hat sich die Mathematiklehrerin einer relativ leistungsschwachen Klasse dafür entschieden, dass sie auch die fünfte Faltung gemeinsam mit den Schülern bearbeitet. Sie hat sich auch deswegen dafür entschieden, weil die Schüler durch Zwischenbemerkungen ihren Spaß an dieser Aufgabe und den Wunsch, ein weiteres Mal zu falten, deutlich gemacht haben. Vor dem Öffnen des Faltblattes werden die Schüler wiederum nach ihren Vermutungen bezüglich der Anzahl der Löcher im Papier befragt:

Vielleicht sind 15 Löcher im Papier, denn vorhin sind ja auch 6 Löcher dazugekommen.

Es könnten auch 18 sein, wenn es sich verdoppelt.

Es sind 27 Löcher im Papier, denn erst war ein Loch im Papier, dann 3, dann 9 und jetzt 27.

Ich glaube auch, dass $3 \cdot 9 = 27$ Löcher im Papier sind, weil es sich immer verdreifacht.

Fast alle Schüler stimmen dieser Meinung zu, kein Schüler vermutet 21 Löcher im Papier. Entsprechend groß ist ihre Überraschung nach dem Öffnen des geschnittenen Faltblattes.

Welche Hinweise könnte die Lehrerin in dieser Situation geben, um ihren Schülern eine erfolgreiche Bearbeitung der Problemstellung zu erleichtern?

Welche Auswirkungen erwarten Sie von den jeweiligen Hinweisen?

Für welche Hilfestellung würden Sie sich (wenn überhaupt) entscheiden?

10.3 Anhang C: Zum Computerszenario „Das Faltproblem“

10.3.1 Kurzporträts der Klassen 5a, 5b und 5c im Computerszenario

In diesem Abschnitt sind Informationen zu den im Computerszenario zur Auswahl angebotenen Schulklassen zusammengetragen, die auch den Probanden durch das Programm zur Verfügung gestellt werden.

Die Klasse 5a

statistische Daten:

25 Schüler, darunter 13 Mädchen.

Fast alle Schüler stammen zu gleichen Teilen aus zwei verschiedenen Grundschulklassen. Bis heute kommt es noch zu Rivalitäten zwischen den beiden Gruppen, die sich u. a. im Wettstreit um die besseren Noten zeigen.

Ergebnisse der letzten Klassenarbeit zum Rechnen mit natürlichen Zahlen und Umgang mit verschiedenen Zahlssystemen:

Vorerfahrungen:

Die Schüler haben in der Grundschule durchaus unterschiedlichen Mathematikunterricht erfahren.

In einer Grundschulklasse wurde der **Unterricht in der Regel frontal organisiert**. Die Schüler waren einen Mathematikunterricht gewöhnt, **in dem die Lehrerin oft erklärte und den Kindern anschließend viel Zeit zum Üben ließ**.

In der anderen Schulklasse wurde sehr **häufig in Gruppen** und auch fächerübergreifend zusammengearbeitet. Die Schüler waren es gewohnt, Unterrichtsthemen und -aufgaben **selbstständig** zu bearbeiten.

In gemeinsamen Unterrichtsphasen hatten die Schüler **Gelegenheit**, ihren Mitschülern die **Ergebnisse ihrer Arbeit vor- und zur Diskussion zu stellen**.

jetzige Situation / Arbeitsverhalten:

Die Klasse war zu Beginn des Schuljahres sehr laut. Die Klassenlehrerin versucht, allen Kindern Formen der Zusammenarbeit zu vermitteln und dabei die beiden Gruppen zu mischen. Die Kinder machten anfangs aber nur widerwillig mit, dies bessert sich erst ~~langsam~~ im Unterricht des Mathematiklehrers wird durch **Frontalphasen** dominiert. Gelegentlich versucht er, die Schüler durch mathematische Knobeien und Problemstellungen herauszufordern. **Viele Kinder wollen aber lieber wissen, was er eigentlich hören will.**

Die Klasse 5b

statistische Daten:

27 Schülern, darunter 10 Mädchen, fast alle Kinder kennen sich seit der ersten Klasse. Andrea gilt bei Lehrern und Schülern als mathematisch begabt.

Ergebnisse der letzten Klassenarbeit zum Rechnen mit natürlichen Zahlen und Umgang mit verschiedenen Zahlssystemen:

Vorerfahrungen:

Die Schüler sind gewohnt, überwiegend durch und aus **Lehrererklärungen** zu lernen. Die Grundschullehrerin hatte großen Wert darauf gelegt, die besprochenen Unterrichtsinhalte in **umfangreichen Einübungsaufgaben** zu festigen.

jetzige Situation / Arbeitsverhalten:

Die vergangenen Monate haben gezeigt, dass die Schüler nicht gewohnt sind, selbstständig zu arbeiten oder miteinander über Unterrichtsinhalte zu diskutieren; Schüleraktivitäten allgemein sind sehr an **Lehrerimpulse** gebunden.

Die Klasse 5c

statistische Daten:

20 Schüler, darunter 10 Mädchen. 14 Kinder besuchten bereits die Grundschule gemeinsam. 2 Kinder haben verschiedene Behinderungen: Lisa fehlen an beiden Händen die mittleren Fingerglieder, sie hat daher Schwierigkeiten bei manuellen Tätigkeiten. Stefan ist ein aufgeschlossener Junge im Grenzbereich zwischen Lern- und geistiger Behinderung.

Ergebnisse der letzten Klassenarbeit zum Rechnen mit natürlichen Zahlen und Umgang mit verschiedenen Zahlssystemen:

Vorerfahrungen:

In der Grundschule haben die Kinder gelernt, selbstständig, vornehmlich an sogenannten Päckchen zu arbeiten.

jetzige Situation / Arbeitsverhalten:

Kennzeichnend für die Klasse ist ihre **hohe Lernbereitschaft und Motivierbarkeit**. Die Schüler sind im Allgemeinen in der Lage, über längere Phasen des Unterrichts konzentriert zu arbeiten.

In den ersten Monaten dieses Schuljahres haben die Schüler einen überwiegend „offenen“ Mathematikunterricht erfahren. In **ausgedehnten und häufigen Gruppenarbeitsphasen** hatten die Kinder Gelegenheit, durchaus verschiedene Lösungswege für sich zu erarbeiten. Dabei zeigte sich auch die erwartete **Heterogenität in den Leistungen**.

Es gibt eine Gruppe von Schülern, die gern nach vorgegebenen Verfahren arbeiten - es gibt auch eine nicht kleine Schülergruppe, die Freude am Entdecken mathematischer Beziehungen hat.

10.3.2 Arbeitsblätter des Computerszenarios

Zur Umsetzung der Situation II im Szenario:⁶³⁶ Weiteres Beispiel für eine Beobachtungs- mit anschließender Entscheidungssituation⁶³⁷ ⁶³⁶ Vergleiche auch Seite 53 f.⁶³⁷ Vergleiche auch Seite 156.

Arbeitsauftrag an die Schüler

Anschließendender Arbeitsauftrag an die Schüler

"Bestimmt die Zahl der Löcher für möglichst hohe Faltungen." ☐

"Zeichnet auf, wie das Faltblatt nach der nächsten Faltung aussieht. Benutzt dazu ☐ ein neues Blatt." ☐

☐ euer Faltblatt." ☐

Zurück Weiter Schließen

10.4 Anhang D: Zur Durchführung der Untersuchung zur Sensibilität für Komplexität

10.4.1 Zur vorbereitenden Sitzung

Konnte eine einführende Sitzung nicht stattfinden, so wurden die Teilnehmer durch das folgende Schreiben über die Untersuchung informiert, das zusätzlich die Hinweise zur Bearbeitung des Faltproblems (vergleiche ...), den Fragebogen zu persönlichen Daten (vergleiche ...) und in einem verschlossenen Umschlag Informationen zum mathematischen Hintergrund (vergleiche ...) enthielt.

Vielen Dank für Ihr Interesse an diesem Forschungsprojekt!

... Ein Element dieser Untersuchung ist das „Faltproblem“, eine sehr reizvolle mathematische Problemstellung, die Sie gleich kennen lernen werden.

Ein weiteres, sehr wesentliches Element ist ein Computerszenario zum Mathematikunterricht, ein „Unterrichtsspiel“. In diesem Programm übernehmen Sie die Rolle der Lehrkraft mit dem Auftrag, ein spezifisches Unterrichtsthema (eben das „Faltproblem“) in verschiedenen fünften Klassen zu unterrichten. Das Programm stellt in Abhängigkeit von Ihren Lehrentscheidungen interaktiv mögliche und wahrscheinliche Unterrichtsverläufe virtuell dar.

Dazu haben wir das Faltproblem in vielen Unterrichtsstunden in Grund-, Real- und Gesamtschulen sowie in Gymnasien von Schülern bearbeiten lassen. Zahlreiche Erfahrungen, die wir so sammeln konnten, wurden in diese Software eingebunden, zusätzlich sind Anregungen aus vielen Gesprächen mit erfahrenen Lehrern und Didaktikern in das Programm eingeflossen. Natürlich ist es schwerlich möglich, die enorme Vielfalt von Unterricht insgesamt in ein Computerprogramm zu pressen. Wir arbeiten daher ausschließlich mit diesem paradigmatischen Beispiel und konzentrieren uns zudem auf spezifische, eher kognitive Aspekte von Unterricht.

Das Computerszenario gibt Ihnen die Möglichkeit zu experimentieren. Sie können Entscheidungen zurücknehmen und korrigieren, Sie können in ausgewählten Unterrichtssituationen unterschiedliche Alternativen unter sonst identischen Bedingungen oder dieselbe Entscheidung unter verschiedenen Unterrichtsbedingungen hinsichtlich einiger wichtiger Konsequenzen systematisch erproben.

Im Programm haben Sie auch die Möglichkeit, Ziele ihres Unterrichts zu wählen. Am Ende eines von Ihnen konstruierten Unterrichtsverlaufs schätzt der Computer ein, in welchem Ausmaß Sie Ihre selbst gesteckten Ziele erreicht haben. Welchen „Level“ erreichen Sie?

In dieser Studie geht es uns darum zu erkunden, wie Studierende mit diesem Programm arbeiten, welche interindividuellen Unterschiede, welche Gemeinsamkeiten es gibt. In diesem Zusammenhang möchte ich darauf hinweisen, dass selbstverständlich alle Daten vertraulich behandelt werden, verbunden mit der Bitte an Sie, ebenso vertraulich mit den Ihnen zur Verfügung gestellten Daten umzugehen.

Sie erhalten heute einen weiteren einführenden Text (auch um die Vergleichbarkeit aller Daten zu wahren) und eine textliche Fassung des Faltproblems, die sich in Wortlaut und Zielstellung in erster Linie an Sie als „Lehrkraft“ richtet. Bitte bearbeiten Sie die Problemstellung sorgfältig und zunächst selbstständig (wie Sie es für eine Unterrichtsvorbereitung tun würden). In einem verschlossenen Umschlag sind einige Informationen zum mathematischen Hintergrund zusammengetragen, die Sie erst bei Bedarf nutzen sollten. Ich möchte Sie auch bit-

ten, einen kurzen Fragebogen zu Ihrer Person auszufüllen und in verschlossenem Umschlag an mich zurückzugeben. Die Daten könnten für spätere vergleichende Analysen interessant sein. ...

Ich habe mich bemüht, in diesem kurzen Text wesentliches zusammenzufassen. Scheuen Sie sich bitte nicht, weitere Nachfragen zu stellen an ...

10.4.2 Fragebogen an die Untersuchungsteilnehmer zu persönlichen Daten

Vielen Dank für Ihre Bereitschaft, an dieser Untersuchung mitzuarbeiten. Wir versichern, dass alle Daten vertraulich und ausschließlich für wissenschaftliche Zwecke verwendet werden.

Bitte machen Sie zunächst einige Angaben zu Ihrer Person.

Name:

Geboren am:

Geboren in:

Studienrichtung:

Fachsemester:

Schätzen Sie bitte Ihre bisherigen Unterrichtserfahrungen ein (Umfang, Art, ...).

Schätzen Sie bitte Ihre bisherige Ausbildung in Mathematikdidaktik ein (Umfang, Art, ...).

Warum nehmen Sie an dieser Untersuchung teil?

Auch die folgenden Daten sind für eine vergleichende Auswertung der Untersuchungsergebnisse notwendig. Sie werden erst nach Abschluss der Datenerfassung in die Untersuchung eingehen.

Abschlussnote Abitur:

Abschlussnote Mathematik:

Bisherige Studienleistungen in Mathematik und Mathematikdidaktik: (Bitte listen Sie die von Ihnen besuchten Kurse und die jeweils erreichten Leistungen auf.)

10.4.3 Einführendes Material mit Erläuterungen zum mathematischen Hintergrund

Am Ende der einführenden Sitzung wurde der Versuchsperson das folgende Material, die dritte bis sechste Seite in einem verschlossenen Umschlag, überreicht.

Noch einmal herzlichen Dank für Ihre Bereitschaft, an diesem Projekt mitzuarbeiten.

Wenn Sie die nachfolgende mathematische Problemstellung noch nicht kennen, so ist dies durchaus in unserem Sinne:

- (1) Für diese Untersuchung kommen nur Teilnehmer in Frage, bei denen der Einbezug des zentralen Unterrichtsmaterials (Sie lernen es gleich kennen.) unbelastet von spezifischen Unterrichtsvorerfahrungen und „Vor – urteilen“ erfolgen kann.
- (2) Wir wollen Ihnen - gewissermaßen als Dankeschön für Ihre Mitarbeit - ein neues, jedoch schon erprobtes Material anbieten, das im Sinne der an die Ergebnisse der TIMS - Studie anschließenden Diskussionen und passend zu allen uns bekannten bundesrepublikanischen Lehrplänen - also auch zu denen aus Thüringen - kreativ-aktives Tun und insbesondere einige typisch mathematische Denkprozesse auch schon bei noch recht jungen Schülern provoziert und initiiert.

Wir bitten Sie dringend darum, sich das Material so aufzubereiten, wie dies ein Lehrer tun sollte, wenn er etwas Neues im Unterricht einsetzen will:

- (1) Zuallererst ist es unabdinglich, sich selbst an der neuen Aufgabe hinreichend ausführlich zu versuchen. Man bekommt dadurch ein Gespür für Bearbeitungsprobleme und -möglichkeiten.
- (2) Danach bleibt es einem nicht erspart, sich davon zu lösen, die eigenen Erfahrungen zum alleinigen Ausgangspunkt für die weiteren Planungen zu machen. Man sollte also auch überlegen, wie Kinder denken könnten, bei denen die Mathematikkenntnisse eines studierten Mathematikers nicht vorrätig sind.
- (3) Sinnvoll ist es zudem, sich zu überlegen, wie man Kindern der 5. Klasse ein derartiges Problem vorgeben kann.

Das Faltproblem (Formulierung nicht für Schüler)

Ein Blatt des üblichen rechteckigen Schreibmaschinenpapiers wird durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert. Es entsteht ein rechteckiges Doppelblatt mit 2 verschieden langen Seiten. Dieses Doppelblatt wird wieder durch eine Faltung parallel zur kürzeren Seite halbiert usw.

Nach n derartigen Faltungen schneidet man die Ecken des entstandenen „Papierstapels“ ab. Durch Aufklappen wird erkennbar, dass (für $n > 1$) ein „Papierdeckchen mit Löchern“ entstanden ist.

Gefunden und begründet werden soll ein Zusammenhang zwischen der Anzahl der Löcher und der Zahl der Faltungen.

1. Warnung:

Wenn Sie sich nicht zuerst selbst an dieser Problemstellung versuchen, sondern gleich weiterlesen, verschenken Sie eine große und einmalige Chance:

Es ist sowieso sehr schwierig, Einblicke in Denkprozesse zu gewinnen. Bei sich selbst sieht man in der Regel noch am meisten – und man kann sich vor sich selbst kaum verstellen, so dass insbesondere die Schwierigkeiten bei der Problembearbeitung nicht durch Imagegehabee verdeckt werden können.

2. Warnung:

Für eine gute Vorbereitung des Lehrers auf seinen Unterricht genügt es nicht, nur eine einzige Lösung parat zu haben und von seinen Schülern zu erwarten, dass sie auf genau diese Lösung „fliegen“.

3. Warnung:

Für eine gute Vorbereitung des Lehrers ist es zudem unabdinglich, dass er in seinen eigenen Lösungen diejenigen eigenen Routinen markiert, welche Schüler in 5. Klassen noch nicht so selbstverständlich wie er selbst oder vielleicht sogar gar nicht zur Verfügung haben. Und er sollte bei seinen vorbereitenden Überlegungen auch berücksichtigen, dass solche Erwachsenenroutinen nicht in jedem Fall für die Bearbeitungen von mathematischen Problemen besonders förderlich sind, sondern sogar des öfteren einfache und elementare Lösungen nicht mehr nötig machen und deshalb unentdeckt lassen (man denke hierzu u.a. an das sprichwörtliche „mit Kanonen nach Spatzen schießen“).

Bitte erst nach eingehenden eigenen Lösungsbemühungen und Überlegungen weiterlesen!!!

4. Warnung:

Vermutlich haben Sie bei Ihren eigenen Bemühungen nur einige der nachfolgend dargestellten Lösungsideen gefunden. Sie sollten daraus aber keine falschen Schlüsse ziehen. In dieser Darstellung sind nämlich verschiedenartige Erfahrungen mit der Verwendung des Problems bei Schülern (aus insgesamt mehr als 25 Unterrichtsstunden) und Studenten zusammengetragen. Insbesondere stammt also nicht jede der darin wiedergegebenen Lösungsideen vom Autor dieser Zeilen, also von einer einzigen Person.

Andererseits ist natürlich auch nicht gesagt, dass es nicht noch andere Lösungsideen gibt.

Zur Problemstellung:

Man kann sich der Problemstellung zunächst durch probieren nähern:

1. Faltung

2. Faltung

3. Faltung

4. Faltung

Abbildung 1: Geöffnete Faltblätter für die ersten 4 Faltungen

Ein übliches Blatt Schreibmaschinenpapier lässt höchstens 7 Faltungen dieser Art zu. Man erhält dabei folgende Anzahlen von Löchern:

Zahl n der Faltungen	1	2	3	4	5	6	7
Zahl A(n) der Löcher	0	1	3	9	21	49	105

...

Weitere Ausführungen zum mathematischen Hintergrund im Material für die Versuchspersonen entsprechen ganz überwiegend den bereits in Abschnitt 10.1.1⁶³⁸ zusammengetragenen Bemerkungen.

⁶³⁸ Vergleiche Seite 234 ff.

10.5 Anhang E: Zur Auswertung der Daten

10.5.1 Hinweise zur Transkription verbaler Protokolle von Szenariobearbeitungen

Studentischen Hilfskräften wurden für die Verschriftlichung der Tonbandaufzeichnungen die folgenden Hinweise gegeben:

- (1) Bitte vollständig und wörtlich transkribieren.
- (2) Dabei steht allerdings der Inhalt im Vordergrund, „äh“ und ähnliches kann weggelassen werden.
- (3) Bei Unklarheiten bitte Punkte (.....) einfügen, so dass entsprechende Stellen gegebenenfalls später nachgetragen werden können.
- (4) Bei Pausen, Stockungen und ähnlichem Gedankenstriche (-) verwenden, bei längeren Pausen mehrere Gedankenstriche. Wenn der Grund der Pause erkennbar ist, bitte in eckigen Klammern angeben.
- (5) Auch andere Auffälligkeiten wie Lachen, lautes Räuspern und ähnliches in (runden) Klammern angeben.
- (6) Bitte auch alle anderen Auffälligkeiten, die zum inhaltlichen Verständnis wichtig sein könnten, in Klammern angeben.
- (7) Zur Niederschrift bitte die folgende Tabelle verwenden:

Zeit ⁶³⁹	VP / VL ⁶⁴⁰	Inhalt

Bei allen weiteren Fragen stehe ich gern zur Verfügung.

⁶³⁹ Zeit zu Beginn der Äußerung. Bei längeren Äußerungen bitte einige „Zwischenzeiten“ angeben.

⁶⁴⁰ Versuchsperson / Versuchsleiter

10.5.2 Einige Hinweise zur Auswertung von Bearbeitungen des Computerszenarios „Das Faltproblem“

Zur nachträglichen Analyse der Szenariobearbeitung steht neben dem Computerszenario das Verbalisations-Interaktions-Protokoll zur Verfügung, mit dessen Hilfe auch der Verlauf der Bearbeitung nachvollzogen werden kann. Zur Analyse werden unter anderem das Pfad- und Kontextdiagramm benutzt. Hinsichtlich der vier Komponenten „*Explorationsverhalten*“, „*Kontextsensitivität*“, „*Inkonsistenz*“ und „*Reflektiertheit*“ kann eine Auswertung der jeweiligen Situationen im Szenario zunächst parallel erfolgen, auch wenn für eine bessere Lesbarkeit entsprechende Analysehinweise an dieser Stelle nacheinander zusammengetragen werden.

Explorationsverhalten

Entscheidungen der Versuchsperson (Auswahl der Schulklasse, Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung, Rücksprünge, ...) werden entsprechend der Legende im Pfaddiagramm verzeichnet.⁶⁴¹ Auf diese Weise ergibt sich eine grafische Übersicht der vom Probanden durchlaufenen Pfade, die dessen Exploration des Szenarios charakterisiert und eine Einschätzung hinsichtlich des Umfangs und der Breite der Szenarioexploration erlaubt.

Umfang: Der Umfang der Szenariobearbeitung wird durch die Anzahl der durchlaufenen Pfade und der Rücksprünge im Programm charakterisiert. Allerdings sind diesbezüglich nicht alle Rücksprünge gleichwertig, da Vpn an verschiedenen Stellen des Szenarios und unterschiedlich weit zurückgehen können. Für diese erste exploratorische Untersuchung wird der Umfang der Szenarioexploration durch die Anzahl längerer Pfade oder Quasi-Programmdurchläufe charakterisiert, die mindestens Entscheidungen der Vp hinsichtlich der Arbeitsaufträge an die Schüler und nachfolgende Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung ~~Anschluss~~ angeht. Ausgehend vom vorgefundenen Datenmaterial wurden hinsichtlich des Umfangs der Szenarioexploration drei Niveaustufen festgelegt:

geringer Umfang:	1 – 5 Quasi-Durchläufe
mittlerer Umfang:	6 – 10 Quasi-Durchläufe ⁶⁴²
hoher Umfang:	ab 11 Quasi-Durchläufe

Breite: Mit dieser Dimension soll (auch als Hinweis auf die Flexibilität der Vp) die Verschiedenheit der getroffenen Entscheidungen vor allem hinsichtlich der Ausrichtung von Problembearbeitungsprozessen an geometrischen oder arithmetischen Aspekten des Faltproblems erfasst werden. Im Pfaddiagramm wird dies durch die Breite des durchlaufenen Teilgraphen visualisiert.⁶⁴³

⁶⁴¹ Entscheidungen der Vp werden durch kleine Kreise in der Diagrammfläche (Knoten des Ereignisgraphen) visualisiert, deren Orte sich aus den entsprechenden Gebieten der Diagrammfläche und im Detail durch die Ausrichtung der Entscheidung auf arithmetische oder geometrische Aspekte des Faltproblems ergeben. Vergleiche insbesondere Seite 144 ff.

⁶⁴² Konstruiert die Vp für jede der drei Schulklassen zwei Unterrichtsverläufe, so sind dies sechs Quasidurchläufe im Programm. Auch deshalb wurden die Niveaustufen auf diese Weise festgelegt.

⁶⁴³ Vergleiche auch Seite 144 ff.

Hinsichtlich der Breite dieser Teilgraphen werden ausgehend vom „Gesamteindruck“ die drei Niveaustufen „schmal“, „mittel“ und „breit“ unterschieden.⁶⁴⁴

Kontextsensitivität

Grundlage der Analyse sind Verbalisationen der Vp (teilweise auf Nachfrage des Versuchsleiters) und deren Interaktionen mit dem Computerprogramm in Szenariosituationen, in denen sich die Vp über spezifische Aspekte des Unterrichtsverlaufs informieren kann oder in denen sie Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung treffen muss.

Eine Auswertung erfolgt anhand des Kontextdiagramms hinsichtlich der dort aufgeführten Kategorien.⁶⁴⁵ Für bessere Möglichkeiten einer Kategorisierung und eine höhere Zuverlässigkeit sind die entsprechenden Darstellungen im Szenario in die Auswertung einzubeziehen.⁶⁴⁶

Inkonsistenz

Grundlage der Analyse der Szenariobearbeitung hinsichtlich der Komponente „Inkonsistenz“ sind die durch die Vp bearbeiteten Entscheidungssituationen zur Unterrichtsgestaltung und die jeweils getroffenen Entscheidungen unter Berücksichtigung der Verbalisationen der Vp.⁶⁴⁷ Insbesondere Einschätzungen hinsichtlich dieser Komponente bedürfen einer gründlichen Vorbereitung des Auswerter, der detailliert mit dem Fallproblem und möglichen Bearbeitungsansätzen vertraut sein muss.

In diesbezügliche Einschätzungen der Entscheidungen der Vp sollen möglichst wenige normative Vorstellungen einfließen; Bewertungskriterium soll daher lediglich sein: Werden durch die Entscheidung der Vp (nach Ansicht des Auswerter) aktuelle Problembearbeitungsprozesse der Schüler nachhaltig behindert?

Die Ausprägung der Komponente „Inkonsistenz“ ergibt sich durch den Anteil der Situationen, in denen die Vp eine in diesem Sinne inkonsistente Entscheidung trifft, an allen Entscheidungssituationen, für die eine diesbezügliche Einschätzung möglich ist, für die also ein „Konsistenzrahmen“ angegeben werden kann, der nicht alle angebotenen Optionen zur weiteren Unterrichtsgestaltung umfasst.⁶⁴⁸

Situationen, in denen inkonsistente Entscheidungen der Vp möglich sind oder in denen sie inkonsistente Entscheidungen trifft, werden in der folgenden Tabelle erfasst:

⁶⁴⁴ Dabei kommt Entscheidungen gegen Ende der Unterrichtsstunde eine geringere Wichtung zu als früheren Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung.

⁶⁴⁵ Beispiele für verschiedene Kategorisierungen findet der Leser auf Seite 152 f.

⁶⁴⁶ Verbalisationen beziehen sich ja häufig auf im Szenario dargestellte Merkmale der jeweiligen Unterrichtssituationen. Ein Einbezug der Darstellungen im Szenario erscheint uns insbesondere auch notwendig bei Einschätzungen zur Konsistenz der von der Vp getroffenen Entscheidungen; vergleiche auch die folgenden Bemerkungen zur Komponente „Inkonsistenz“.

⁶⁴⁷ Gelegentlich treffen Vpn Entscheidungen, die ihnen selbst inkonsistent erscheinen, um das Szenario weiter zu explorieren. Auch daher wird im Kontextdiagramm festgehalten, wenn Vpn ihre Explorationsabsicht thematisieren.

⁶⁴⁸ Vergleiche auch Ausführungen auf Seite 156 ff.

10.6 Anhang F: Empirische Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden die Pfad- und Kontextdiagramme sowie die Gesamteinschätzungen aller Versuchspersonen zu den Komponenten „Explorationsverhalten“, „Kontextsensitivität“, „Inkonsistenz“ und „Reflektiertheit“ zusammengetragen.

10.6.1 Versuchsperson J1

J1 ist 20 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt Mathematik an Gymnasien. Bisher hat sie zwei mathematikdidaktische Ausbildungsveranstaltungen, Schulpraktische Studien und ein Orientierungspraktikum absolviert.

10.6.2 Versuchsperson J2

Die Versuchsperson J2 ist 21 Jahre alt, sie studiert im siebten Semester für ein Lehramt Mathematik an Gymnasien. J2 hat bereits ihr Blockpraktikum absolviert, in dem sie auch zwei Unterrichtsversuche im Fach Mathematik durchführte.

A:	Problembearbeitungsprozesse	M:	math. Inhalt	A:	allgemeine Aspekte
K:	Klasse	Z:	Ziele	VF:	Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
VU:	Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht	E:	Exploration		
AL:	Alternative	I:	Initiierung	U:	Unsicherheit
R:	Reflektiertheit	IK:	Inkonsistenz

10.6.3 Versuchsperson J3

J3 ist 21 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für das Lehramt Mathematik an Gymnasien. Sie besuchte bisher zwei Lehrveranstaltungen zur Didaktik der Mathematik und nahm bereits an den schulpraktischen Studien teil. J3 konnte bisher einen Unterrichtsversuch in Mathematik gestalten.

In Entscheidungs- und Beobachtungssituationen verbalisierte die Versuchsperson nicht. Hinsichtlich der Kontextsensitivität kann daher keine Aussage gemacht werden.

10.6.5 Versuchsperson J5

Auf nähere Angaben zur Versuchsperson wird aus Datenschutzgründen verzichtet.

J 5	Bearbeitungszeit (in Minuten):	54	Verbalisation	
	Arbeitsblätter:	91
	Nachfragen:	9		
Exploration		Kontextsensitivität	Inkonsistenz	Reflektiertheit

10.6.6 Versuchsperson E1

E1 ist 21 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. E1 hat ihre fachdidaktische Ausbildung bereits abgeschlossen und auch schon einige Unterrichtserfahrung.

10.6.7 Versuchsperson E2

E2 ist 21 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. E2 hat bereits schulpraktische Studien und ein Orientierungspraktikum absolviert.

E 2	Bearbeitungszeit (in Minuten):	71	Verbalisation	
	Arbeitsblätter:	89		
	Nachfragen:	7		
Exploration		Kontextsensitivität	Inkonsistenz	Reflektiertheit

10.6.8 Versuchsperson E3

E3 ist 23 Jahre alt, er studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines seiner Schwerpunktfächer. Über Unterrichtserfahrungen im Fach Mathematik verfügt E3 nicht.

A: Problembearbeitungsprozesse M: math. Inhalt A: allgemeine Aspekte
 K: Klasse Z: Ziele VF: Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
 VU: Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht E: Exploration
 AL: Alternative I: Initiierung U: Unsicherheit
 R: Reflektiertheit IK: Inkonsistenz

10.6.9 Versuchsperson E4

E4 ist 21 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. E4 hat ein Orientierungs- und ein Fachpraktikum mit zwei eigenen Unterrichtsversuchen absolviert.

10.6.11 Versuchsperson E6

E6 ist 21 Jahre alt, sie studiert im sechsten Semester für das Lehramt an Grundschulen, Mathematik ist nicht ihr Schwerpunktfach. Bisher konnte E6 an schulpraktischen Studien, dem Orientierungspraktikum und den vorgeschriebenen Lehrveranstaltungen zur Mathematikdidaktik teilnehmen.

A: Problembearbeitungsprozesse	M: math. Inhalt	A: allgemeine Aspekte
K: Klasse	Z: Ziele	VF: Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
VU: Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht	E: Exploration	U: Unsicherheit
AL: Alternative	I: Initiierung	
R: Reflektiertheit	IK: Inkonsistenz

A: Problembearbeitungsprozesse M: math. Inhalt A: allgemeine Aspekte
 K: Klasse Z: Ziele VF: Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
 VU: Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht E: Exploration
 AL: Alternative I: Initiierung U: Unsicherheit
 R: Reflektiertheit IK: Inkonsistenz

E 7	Bearbeitungszeit (in Minuten): 38		Verbalisation	
	Arbeitsblätter: 23		<div><div></div></div>	
	Nachfragen: 8			
Exploration		Kontextsensitivität	Inkonsistenz	Reflektiertheit
<div><div>Umfang</div><div></div><div>Breite</div></div>		<div><div>A</div><div>P</div><div>M</div><div></div><div>10</div></div>	<div><div></div><div>50%</div><div>100%</div></div>	<div><div></div><div>3</div><div>2</div><div>1</div><div>0</div></div>

10.6.13 Versuchsperson E8

E8 ist 22 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist keines ihrer Schwerpunktfächer. E8 konnte bereits ein Orientierungs-, Fach- und Blockpraktikum absolvieren, in denen sie insgesamt acht Unterrichtsversuche, davon drei im Fach Mathematik, durchführte.

10.6.15 Versuchsperson E10

E10 ist 21 Jahre alt, sie studiert im fünften Semester für ein Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist ihr Schwerpunktfach, in dem sie bisher zwei Unterrichtsversuche durchführen konnte.

A:	Problembearbeitungsprozesse	M:	math. Inhalt	A:	allgemeine Aspekte
K:	Klasse	Z:	Ziele	VF:	Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
VU:	Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht			E:	Exploration
AL:	Alternative	I:	Initiierung	U:	Unsicherheit
R:	Reflektiertheit	IK:	Inkonsistenz

E10 hat sich über mehr als eine Stunde mit dem Faltproblem auseinandergesetzt, allerdings ohne wesentliche (Teil-) Ergebnisse zu erzielen. Obwohl Mathematik Schwerpunktfach ihrer Ausbildung ist, hat sie im Szenario mathematische Aspekte der Problemstellung und Problembearbeitungsprozesse der Schüler (fast) durchweg nicht beachtet.

10.6.16 Versuchsperson E11

E11 ist 21 Jahre alt, sie studiert im sechsten Semester für das Lehramt an Grundschulen. Mathematik ist ihr Schwerpunktfach. Bisher konnte E11 sechs Unterrichtsversuche gestalten und zwei Praktika absolvieren.

10.6.17 Versuchsperson A1

Auf nähere Angaben zur Versuchsperson wird aus Datenschutzgründen verzichtet.

A: Problembearbeitungsprozesse	M: math. Inhalt	A: allgemeine Aspekte
K: Klasse	Z: Ziele	VF: Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
VU: Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht	E: Exploration	
Al: Alternative	I: Initiierung	U: Unsicherheit
R: Reflektiertheit	IK: Inkonsistenz

10.6.18 Versuchsperson A2

A2 ist 21 Jahre alt, sie studiert im zweiten Semester für ein Lehramt an Grund-, Haupt und Realschulen mit dem Schwerpunkt Grundschule. Bisher konnte A2 eine Stunde im Fach Mathematik unterrichten.

10.6.19 Versuchsperson A3

A3 ist 21 Jahre alt, sie studiert im zweiten Semester für ein Lehramt an Grund-, Haupt und Realschulen. Auf weitere Angaben wird verzichtet.

A: Problembearbeitungsprozesse M: math. Inhalt A: allgemeine Aspekte
 K: Klasse Z: Ziele VF: Vorerfahrungen mit dem Faltproblem
 VU: Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht E: Exploration
 AL: Alternative I: Initiierung U: Unsicherheit
 R: Reflektiertheit IK: Inkonsistenz

A 4	Bearbeitungszeit (in Minuten): 38 Arbeitsblätter: 14 Nachfragen: 3		Verbalisation 	
	Exploration ⁶⁴⁹ 	Kontextsensitivität 	Inkonsistenz <i>keine Aussage möglich</i>	Reflektiertheit

⁶⁴⁹ Die (abweichende) Schraffur soll andeuten, dass lediglich ein Unterrichtsverlauf konstruiert wurde.

Ich erkläre hiermit, dass mir die Promotionsordnung der Fakultät für Mathematik und Informatik der Friedrich-Schiller-Universität Jena bekannt ist.

Ferner erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbst und ohne unzulässige Hilfe Dritter angefertigt habe. Alle von mir benutzten Hilfsmittel, persönliche Mitteilungen und Quellen sind in der Arbeit angegeben.

Die Hilfe eines Promotionsberaters wurde nicht in Anspruch genommen. Dritte haben weder unmittelbar noch mittelbar von mir geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen.

Die Arbeit wurde weder im In- noch Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt.

Weder früher noch gegenwärtig habe ich an einer anderen Hochschule eine Dissertation eingereicht.

Ich versichere, dass ich nach bestem Wissen die reine Wahrheit gesagt und nichts verschwiegen habe.

Jena, 31. August 2002

Abbildung 105: Kontextdiagramm der Versuchsperson A2

Abszisse – kategorisierbare Situationen im Verlauf der Szenariobearbeitung:

- P: Programmnutzer entscheidet über die Präsentation der Problemstellung.
- A: Programmnutzer entscheidet über einen Arbeitsauftrag an die Schüler.
- E: Programmnutzer trifft weitere Entscheidungen zur Unterrichtsgestaltung.
- B: Ausgewählte Aspekte der Unterrichtsverlaufs werden dargestellt.
- *z: Der Programmnutzer geht in dieser Situation zurück

Ordinate - Kategorien:

- P: Der Akteur beachtet Problembearbeitungsprozesse von Schülern (Aspektbereich (P)).
- M: Der Akteur beachtet Aspekte des Fachinhalts. Dies kommt insbesondere in Form von Absichten oder Begründungen seiner Entscheidungen zum Ausdruck (Aspektbereich (M)).
- A: Der Akteur beachtet andere, insbesondere affektive und soziale Aspekte des Unterrichts (Aspektbereich (A)). Hellgrüne Markierungen im Diagramm zeigen an, dass sich der Akteur mit möglichen Auswirkungen angebotener Optionen auf allgemeine Aspekte des Unterrichts (prospektiv) auseinander setzt, während dunkle Markierungen für (retrospektive) Bewertungen der aktuellen und vorherigen Situationen stehen.
- K: Der Akteur beachtet Informationen über die Schulklass, in der der Unterricht stattfindet.
- Z: Der Akteur beachtet eigene Zielsetzungen bezüglich des aktuellen Durchlaufes
- VF: Der Akteur beachtet eigene Vorerfahrungen, die er bei der Bearbeitung des Faltpblems gesammelt hat.
- VU: Der Akteur beachtet eigene Vorerfahrungen mit Mathematikunterricht.
- E: Der Akteur lässt eine Explorationsabsicht erkennen.
- Al: Der Akteur schlägt eigene zusätzliche Alternativen vor.
- I: Verbalisationen werden vom Versuchsleiter initiiert.
- U: Der Akteur lässt aufgrund seiner Äußerungen oder nach Einschätzung des Versuchsleiters Unsicherheit bei Entscheidungen erkennen.
- R: Der Akteur reflektiert die aktuelle und/oder vorangegangene Situationen und/oder Entscheidungen in besonderem Maße.
- IK: Nach Einschätzung des Versuchsleiters trifft der Akteur eine zum bisherigen Problembearbeitungsverlauf inkonsistente Entscheidung.